

621.38

к-959

А. И. КУЧУМОВ



А. И. Кучумов

ЭЛЕКТРОНИКА И СХЕМОТЕХНИКА

*Допущено УМО по информационной безопасности в
качестве учебного пособия для студентов, обучающихся
по специальностям "Компьютерная безопасность" и
"Комплексное обеспечение информационной
безопасности автоматизированных систем"*



Москва
«Гелиос АРВ»
2002

ББК 32.85

К93

Рецензенты:

кафедра электронных приборов МЭИ (ТУ),
доктор технических наук, профессор *Ф. Н. Покровский*,
кандидат технических наук, доцент *В. П. Бабенко*

Кучумов А. И.

К93 Электроника и схемотехника: Учебное пособие. — М.:
Гелиос АРВ, 2002. — 304 с.: ил.
ISBN 5-85438-045-5

Учебное пособие написано в соответствии с программами дисциплин "Электроника и схемотехника" и "Основы радиоэлектроники", которые приняты в высших учебных заведениях на факультетах информационной безопасности.

В пособие включен практикум по моделированию с использованием программы Electronics Workbench, содержащий избранные задания, облегчающие изучение основных процессов и явлений, протекающих в радиоэлектронных устройствах.

Для студентов и преподавателей факультетов информационной безопасности, а также пользователей, желающих получить базовые знания в области компьютерной радиоэлектроники.

ББК 32.85

ISBN 5-85438-045-5

© Кучумов А. И., 2002

© Оформление. Шачек Е. С., 2002

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	6
Часть I. Цепи, сигналы, электроника и схемотехника	8
1. Электрические цепи	8
1.1. Ток, напряжение, мощность и энергия	8
1.2. Элементы электрических цепей и их уравнения	11
1.3. Электрическая цепь и уравнения соединений.....	16
2. Цепи при гармоническом воздействии.....	24
2.1. Гармоническое колебание и комплексная амплитуда.....	24
2.2. Уравнения элементов в комплексной форме	26
2.3. Уравнения соединений в комплексной форме.....	31
2.4. Мгновенная, активная, полная и реактивная мощности	34
3. Методы анализа сложных электрических цепей.....	40
3.1. Особенности анализа сложных цепей.....	40
3.2. Метод узловых напряжений.....	41
3.3. Метод контурных токов.....	45
3.4. Свойства линейных цепей	49
4. Четырехполюсники, фильтры и длинные линии.....	56
4.1. Четырехполюсники	56
4.2. Электрические фильтры	62
4.3. Длинные линии и телеграфные уравнения.....	70
4.4. Коэффициент отражения, стоячие и смешанные волны	76
5. Сигналы и их спектры	83
5.1. Линейные пространства и понятие спектра сигнала.....	83
5.2. Спектр периодического сигнала	88
5.3. Спектр непериодического сигнала и преобразование Лапласа	92
5.4. Преобразование сигналов в линейной цепи	100
5.5. Модулированные сигналы и их спектры	104

6. Полупроводниковые приборы	114
6.1. Электронно-дырочный переход и полупроводниковые диоды	114
6.2. Биполярные транзисторы	123
6.3. Полевые транзисторы	129
7. Электронные усилители и преобразователи сигналов	137
7.1. Три основные схемы усилителей на транзисторах	137
7.2. Резистивный и резонансный усилители	145
7.3. Обратная связь в усилителях	151
7.4. Операционный усилитель и аналоговый множитель ...	156
8. Нелинейные преобразования сигналов	167
8.1. Нелинейный элемент и воздействие на него одного сигнала	167
8.2. Воздействие на нелинейный элемент двух сигналов	173
8.3. Автогенераторы гармонических колебаний	179
8.4. Стационарный режим автогенератора	184
9. Импульсные и цифровые устройства	192
9.1. Импульсные сигналы и электронный ключ.	192
9.2. Базовые логические элементы	196
9.3. Комбинационные устройства	202
9.4. Триггеры	208
9.5. Счетчики и регистры	213
10. Цифровая обработка сигналов	218
10.1. Дискретизация и квантование	218
10.2. Аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи	224
10.3. Цифровые фильтры	228
10.4. Дискретное преобразование Фурье	233
Часть II. Практикум на Electronics Workbench	240
Введение	240
Краткие сведения о программе Electronics Workbench	241
Структура программы моделирования	241
Интерфейс программы Electronics Workbench	243

Создание схемы	245
Контрольно-измерительные приборы	248
Анализ схем	254
Задания на моделирование.....	258
1. Уравнения элементов и уравнения соединений.....	258
2. Метод комплексных амплитуд	259
3. Анализ сложных цепей	261
4. Параметры и функции четырехполюсника	262
5. Частотные характеристики фильтров	266
6. Процессы в длинных линиях.....	267
7. Спектры периодических сигналов (ряд Фурье)	268
8. Метод ряда Фурье	270
9. Метод интеграла Фурье	272
10. Метод преобразования Лапласа.....	274
11. Спектры модулированных сигналов	275
12. Характеристики диодов	277
13. Параметры и характеристики транзисторов.....	279
14. Усилитель на биполярном транзисторе	281
15. Усилитель на полевом транзисторе.....	283
16. Усилитель на операционном усилителе	284
17. Резонансный усилитель	286
18. Умножение частоты	287
19. Амплитудная модуляция	289
20. Автогенератор на операционном усилителе	291
21. Дешифратор	293
22. Счетчик.....	296
23. Цифро-аналоговый преобразователь	297
24. Аналого-цифровой преобразователь.....	299
Литература.....	302

Предисловие

В последние годы прогресс в области обработки и передачи информации связан, в основном, с применением вычислительной техники. Сегодня компьютеры стали одними из самых массовых радиоэлектронных устройств. С их помощью решаются сложные задачи по обработке звуковых, телевизионных, цифровых и других сигналов. В состав современных компьютеров включаются разнообразные устройства усилительной, преобразовательной, радиоприемной и цифровой техники.

В связи с этим возникает задача подготовки специалистов по информатике со знаниями в области *радиоэлектроники* — науки, связанной с применением электрического тока и радиоволн для передачи, приема и первичной обработки электрических сигналов.

Особенно актуальны знания в области радиоэлектроники для подготовки студентов в области информационной безопасности и эксплуатации современных компьютеров. Выпускники по таким специальностям должны знать современную элементную базу и принципы работы аналоговых и цифровых устройств. Они должны иметь представления о современных информационных сигналах, знать законы их преобразования и способы передачи сигналов в электронных устройствах и в линиях связи, иметь навыки экспериментальных исследований и т. п.

В отечественной и зарубежной литературе имеется большое число монографий и учебников, содержащих изложение основ теории сигналов, электрических цепей, аналоговых и цифровых радиоэлектронных устройств [2–4, 6, 8, 12, 14]. Данное пособие, в основном, следует выработанной в этих книгах методике изложения основ радиоэлектроники.

Особенностями пособия являются: выбор содержания тем и последовательности их изложения с учетом принципов построения современных информационных систем, добавление сведений о вейвлетах, подбор примеров по компьютерной тематике и включение в состав пособия согласованных с лекциями лабораторного практикума и практикума по схемотехническому моделированию.

Моделирование на электронных вычислительных машинах (ЭВМ) широко используется в радиоэлектронике. Оно позволяет обобщить

громадный фактический материал, проанализировать сложные взаимосвязи между различными элементами радиоэлектронных систем и устройств, использовать разнообразную элементную базу и т. п.

В вузах программы машинного моделирования позволяют совершенствовать учебный процесс, развивать умения и навыки исследовательской работы, интенсифицировать индивидуальную и самостоятельную работу студентов. Современные программы моделирования знакомят студентов с элементами проектирования радиоэлектронной аппаратуры, с разнообразной и обширной элементной базой. Каждый обучающийся может использовать набор основных контрольно-измерительных приборов. При наличии ЭВМ можно самостоятельно обучаться в домашних условиях. Отметим, что компьютеризированный практикум не заменяет, а дополняет лабораторный практикум, описанный в третьей части пособия.

В последнее время появилось несколько книг, посвященных программам моделирования и программе Electronics Workbench, широко используемой в учебном процессе [7, 13, 15, 16]. В этих книгах содержится большое количество примеров использования моделирующих программ, описаны результаты моделирования большого числа схем с использованием разнообразных радиоэлементов.

Цель написания и включения в состав пособия практикума на Electronics Workbench заключалась в том, чтобы помочь студенту достаточно глубоко и полно освоить основные теоретические положения курса. Поэтому в практикум на Electronics Workbench включено относительно небольшое число избранных заданий по моделированию электрических цепей и электронных схем. Методически отработанный набор заданий по моделированию облегчает студентам последовательное усвоение сложных вопросов дисциплины. Задания подобраны так, чтобы студент мог изучить основные явления и процессы, протекающие в радиоэлектронных цепях и устройствах. Эти явления и процессы изучаются с использованием схем, наиболее часто встречающихся на практике.

В пособии принята нумерация формул, рисунков и таблиц внутри каждого параграфа. При ссылке на формулу, рисунок или таблицу из другого параграфа или другой главы указываются номера глав и параграфов.

Часть I. Цепи, сигналы, электроника и схемотехника

1. Электрические цепи

1.1. Ток, напряжение, мощность и энергия

Электричество в физике характеризуется большим числом различных характеристик и параметров. В радиоэлектронике основных, первичных понятий только два — электрические ток и напряжение. Электрический ток протекает в электрической цепи, напряжение возникает на элементах электрической цепи.

Электрической цепью называют совокупность связанных между собой электрических элементов, по которым протекает электрический ток. Электрическую цепь, например, представляют узлы и детали компьютера, по которым протекает ток от сети питания. Ток и напряжение полностью характеризуют состояние электрической цепи. В радиоэлектронных устройствах и в компьютерах ток и напряжение выполняют, в основном, функцию передачи информации.

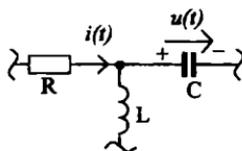


Рис. 1

Электрическим током называют упорядоченное, направленное движение заряженных частиц в цепи. Ток характеризуется величиной и направлением. Направление тока определяется направлением движения положительных зарядов. Ток в радиоэлектронике обозначается латинскими буквами I или i (рис. 1). Если $q(t)$ — заряд, прошедший через заданное сечение элемента цепи к моменту времени t , то величина тока рассчитывается по формуле

$$i = \frac{dq}{dt}.$$

Ток в приведенной формуле измеряется в амперах (А), заряд в кулонах и время в секундах. В радиоэлектронике наиболее часто используются меньшие величины тока: миллиамперы, микроамперы,

1.1. Ток, напряжение, мощность и энергия

наноамперы и пикоамперы: $1\text{мА} = 10^{-3}\text{ А}$, $1\text{мкА} = 10^{-6}\text{ А}$, $1\text{нА} = 10^{-9}\text{ А}$, $1\text{пА} = 10^{-12}\text{ А}$. Например, материнские платы персональных компьютеров потребляют от источника питания постоянный ток, как правило, не менее 5 ампер. Микросхемы, находящиеся на материнской плате, потребляют токи, измеряемые в миллиамперах.

Направление тока $i(t)$ указывается на схеме электрической цепи (рис. 1). Перед расчетами направление неизвестного тока выбирается произвольно. Если после расчетов в заданный момент времени получено положительное значение тока, то фактическое направление тока будет соответствовать указанному на схеме. Если получена отрицательная величина тока, то в действительности ток протекает в противоположном направлении (относительно указанного на схеме). Однако изменять направление тока и заново проводить расчет в последнем случае не требуется, так как одновременное указание величины и направления тока (даже если направление тока не угадано) однозначно описывает ток в цепи.

Электрическое напряжение рассматривается как физическая причина, обуславливающая возникновение тока в цепи. *Электрическое напряжение* определяется как отношение энергии dW , необходимой для перемещения положительного заряда dq из одной точки цепи в другую, к величине этого заряда

$$u = \frac{dW}{dq}.$$

Напряжение может быть как положительным, так и отрицательным. Знак величины напряжения связан с направлением напряжения, за которое принимается направление сил электрического поля, действующего на положительный заряд в цепи (рис. 1). Направление указывается стрелкой или знаками + и -.

Перед расчетом направление неизвестного напряжения выбирается произвольно. Если величина напряжения после расчетов получилась положительной, то направление указано правильно. В противном случае полученное значение напряжения меньше нуля и напряжение в действительности направлено в противоположную сторону. Однако, как и в случае с током, и в первом, и во втором случаях напряжение описано точно.

Напряжение измеряется в вольтах (В). Часто в радиоэлектронных устройствах встречаются милливольты и микровольты, реже кило-

вольты: $1\text{мВ} = 10^{-3}\text{ В}$, $1\text{мкВ} = 10^{-6}\text{ В}$ и $1\text{кВ} = 1000\text{ В}$. Например, для работы цветного кинескопа монитора компьютера требуется напряжение питания не менее 20 киловольт, а для питания современных микропроцессоров требуется напряжение менее 3 вольт. Причем если первое напряжение является опасным для жизни человека, то второе напряжение считается неопасным (в лабораторных условиях безопасным считается напряжение 36 вольт и менее).

Ток и напряжение в радиоэлектронных устройствах и компьютерах, в основном, используются для передачи информации. В этом случае их называют *сигналами* (или *колебаниями*).

Кроме основных характеристик состояния цепи — тока и напряжения, на практике часто требуется знать энергию и мощность электрического тока. Энергия и мощность используются в радиоэлектронике для оценки не основных (но важных) энергетических параметров цепи. С их помощью определяются требования к источникам питания радиоэлектронной аппаратуры и компьютеров, рассчитывается КПД устройства, выясняется необходимость в системе охлаждения и т. п.

В радиоэлектронике мощность определяется через основные электрические характеристики — напряжение и ток. Так как $u = dW/dq$, то энергия $dW = u dq$ и, с учетом того, что $dq = i dt$, после интегрирования получим формулу для расчета *электрической энергии*, потребляемой данным участком цепи к моменту времени t

$$W = \int_{-\infty}^t u(\tau) i(\tau) d\tau.$$

Дифференцируя полученное выражение по времени t , получим формулу для расчета *мгновенной мощности*, потребляемой цепью

$$p(t) = \frac{dW(t)}{dt} = u(t) i(t).$$

При $p(t) > 0$ энергия, потребляемая участком цепи, увеличивается, а при $p(t) < 0$ — уменьшается. Мощность измеряется в ваттах (Вт).

При постоянном напряжении и постоянном токе в цепи мгновенная мощность постоянна. Например, мощность постоянного тока, потребляемая от источника питания персонального компьютера, является положительной величиной, не превышающей, как правило, 350 Вт.

1.2. Элементы электрических цепей и их уравнения

Если снять крышку (корпус) с компьютера и с других радиоэлектронных устройств, то внутри обнаружим большое число разнообразных радиоэлементов, имеющих различные размеры, разную форму, большое или малое число выводов. Оказывается, что с использованием идеализации, обобщения и абстрагирования все многообразие реальных радиоэлементов компьютера или любого другого радиоэлектронного устройства можно описать с помощью только лишь пяти базовых элементов.

Идеальный резистор — это элемент, в котором электрическая энергия превращается в тепло. В идеальном резисторе даже частично энергия тока не превращается в энергию электрического поля, как в конденсаторе, или в энергию магнитного поля, как в катушке индуктивности. Для обозначения резистора используются буквы R или r . В дальнейшем для краткости прилагательное "идеальный" будем часто опускать, когда из контекста ясно, о каком элементе идет речь. В области низких частот к идеальному резистору по своим свойствам близки: лампочка накаливания (если пренебречь превращением части энергии в свет), радиотехнический резистор, электронагревательные приборы и т. п.

Идеальный конденсатор — это элемент, в котором энергия электрического тока превращается только в энергию электрического поля. Для обозначения конденсатора используется буква C . В области низких частот к идеальному конденсатору близок радиотехнический конденсатор.

Идеальная катушка индуктивности — это элемент, где энергия электрического тока превращается в энергию магнитного поля. Для обозначения катушки используется буква L . В области низких частот к идеальной катушке близки обмотки трансформаторов источников питания, обмотки электрических двигателей (например, электродвигателей вентиляторов в ЭВМ) и радиотехнические катушки.

Идеальный источник напряжения — это устройство, на зажимах которого поддерживается заданное напряжение при любом конечном токе через него. Случай подключения к источнику нагрузки с нулевым сопротивлением считается невозможным. Для обозначения источника напряжения используются буквы E и e . К идеальному источ-

нику напряжения при малых токах близки аккумуляторы, батареи, электрическая сеть 220 В/50 Гц.

Идеальный источник тока — это элемент, генерирующий заданный ток через любую нагрузку, сопротивление которой конечно. Случай, когда сопротивление нагрузки бесконечно велико, считается невозможным. Для обозначения источника тока используются буквы I и i . К идеальному источнику тока близки свойства выходных цепей транзисторов и некоторых микросхем.

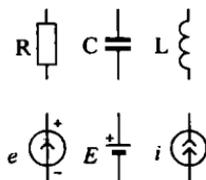


Рис. 1

Условные обозначения идеальных элементов, используемые в дальнейшем, приведены на рис. 1. Для обозначения источников напряжения используется два символа с буквами e и E . Второе обозначение источника напряжения на рис. 1, похожее на обозначение конденсатора, используется, в основном, для источников постоянного напряжения. Отметим, что для обозначения реальных радиорезисторов, конденсаторов, катушек индуктивности, аккумуляторов, батарей питания и т. п. используются такие же значки, как и для идеальных элементов. Обычно из контекста ясно, какие элементы используются — реальные или идеальные.

Все элементы делятся на *пассивные* и *активные*. К активным элементам относятся источники тока и напряжения, а к пассивным элементам — резисторы, конденсаторы и катушки индуктивности.

Различают *линейные*, *параметрические* и *нелинейные* элементы. Элемент называется *линейным*, если его параметры не зависят от протекающего тока или от приложенного напряжения. Параметры *параметрического* элемента зависят от времени. Параметры *нелинейного* элемента зависят от тока или напряжения. Свойства нелинейных и параметрических элементов будут рассмотрены в главах 7, 8. Ниже будут рассмотрены только линейные элементы.

Свойства пассивных идеальных элементов описываются с помощью *уравнений элементов*, которые задают взаимосвязь тока и напряжения на элементе.

1.2. Элементы электрических цепей и их уравнения

Связь между током и напряжением на линейном резисторе описывается *законом Ома*

$$u = R i,$$

где R — *сопротивление* резистора, причем $R \geq 0$. Данная формула справедлива при согласованных стрелках тока и напряжения на резисторе

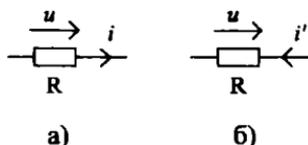


Рис. 2

сторе (рис. 2, а). Если стрелки не согласованы (рис. 2, б) и $i = -i'$, то в формуле закона Ома появляется знак минус:

$$u = -R i'.$$

Сопротивление резистора измеряется в омах (Ом). В радиоэлектронике чаще встречаются килоомы и мегаомы: $1 \text{ кОм} = 10^3 \text{ Ом}$, $1 \text{ МОм} = 10^6 \text{ Ом}$. Величина, обратная сопротивлению, называется *проводимостью* резистора: $G = 1/R$. Проводимость измеряется в сименсах (См). С использованием проводимости при согласованных токах и напряжениях закон Ома записывается в виде $i = Gu$.

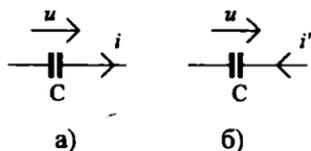


Рис. 3

Линейный конденсатор (рис. 3) описывается линейной вольт-кулонной характеристикой: $Q = Cu$, где Q — заряд, накопленный конденсатором, C — *емкость* конденсатора, причем $C \geq 0$. Дифференцируя это выражение по времени, получим *уравнение конденсатора* для согласованных стрелок тока и напряжения (рис. 3, а)

$$i = C \frac{du}{dt}.$$

Если стрелка тока i' не согласована со стрелкой напряжения и ток $i' = -i$, то получим формулу со знаком минус (рис. 3, б)

$$i' = -C \frac{du}{dt}.$$

Емкость измеряется в фарадах (Ф). В радиоэлектронике чаще используют микрофарады, нанофарады и пикофарады: $1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф}$, $1 \text{ нФ} = 10^{-9} \text{ Ф}$, $1 \text{ пФ} = 10^{-12} \text{ Ф}$.

Физическим параметром линейной катушки индуктивности (рис. 4) является полный магнитный поток $\Psi = L i(t)$, где L — индуктивность катушки, причем $L \geq 0$. При изменении полного магнитно-

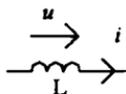


Рис. 4

го потока на зажимах катушки возникает напряжение. Дифференцируя по времени формулу для полного магнитного потока при согласованных стрелках тока и напряжения, получим *уравнение катушки индуктивности*

$$u(t) = L \frac{di}{dt}.$$

Если стрелки тока и напряжения на катушке не согласованы, то в формуле появляется знак минус. Индуктивность катушки измеряется в генри (Гн). На практике часто используют миллигенри и микрогенри: $1 \text{ мГн} = 10^{-3} \text{ Гн}$, $1 \text{ мкГн} = 10^{-6} \text{ Гн}$.

Реальные резисторы, конденсаторы и катушки индуктивности, как правило, близки по своим свойствам к идеальным элементам. Однако в области высоких частот, при повышенных напряжениях, при воздействии неблагоприятных факторов окружающей среды реальные элементы необходимо представлять в виде сложной схемы, содержащей идеальные резисторы, катушки и конденсаторы. Эти схемы учитывают индуктивности выводов элементов, паразитные емкости между выводами, наличие потерь в диэлектриках и проводниках и т. п.

Источники напряжения и тока — это активные элементы электрических цепей. С их помощью задают сигналы в цепи. Основная характеристика источника напряжения (рис. 5) — *электродвижущая сила (ЭДС)*. ЭДС равна отношению энергии сторонних сил dW_e , необходимой для перемещения положительного заряда dq , к величине

1.2. Элементы электрических цепей и их уравнения

этого заряда: $E = dW/dq$. За положительное направление ЭДС принимается направление действия сторонних сил на положительный заряд.

Из анализа схемы рис. 5 и из определения напряжения следует, что напряжение и ЭДС источника направлены в разные стороны, но всегда равны друг другу: $E = u$. Поэтому источник напряжения можно

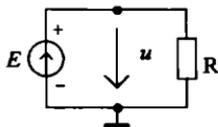


Рис. 5

также характеризовать с помощью напряжения u . Если напряжение источника уменьшить до нуля, то это всегда будет соответствовать короткому замыканию узлов, к которым подключен источник. Следовательно, собственное *внутреннее сопротивление* идеального источника напряжения равно нулю.

Напряжение реальных источников ЭДС при подключении нагрузки, как правило, уменьшается. Поэтому реальные источники представляются с помощью последовательного соединения идеального источника напряжения и резистора (рис. 6, а). Этот резистор называется *внутренним сопротивлением* реального источника напряжения. Например, аккумулятор для питания часов персонального компьютера с напряжением 3 вольт должен иметь внутреннее сопротивление не более 1 Ом.

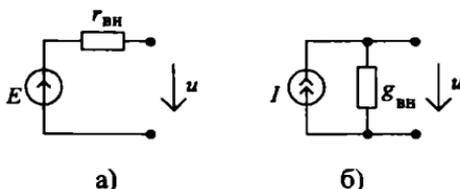


Рис. 6

Реальные источники напряжения отдают максимум мощности только в определенную нагрузку. Действительно, пусть к зажимам источника напряжения, изображенного на рис. 6 а, подключена нагрузка с сопротивлением R_H . Мощность, отдаваемая в эту нагрузку, равна

$$P = \left(\frac{E}{r_{\text{вн}} + R_{\text{H}}} \right)^2 R_{\text{H}}.$$

Из анализа этой формулы следует, что условие передачи максимума мощности определяется равенством

$$R_{\text{H}} = r_{\text{вн}}.$$

Источник тока (рис. 6, б) описывается функцией $I(t)$. Если ток источника равен нулю, то это соответствует разрыву выводов источника. Следовательно, внутреннее сопротивление идеального источника тока бесконечно велико. Это свойство источника нашло отражение в его условном изображении (рис. 6, б).

Ток реального источника тока при увеличении сопротивления нагрузки уменьшается. Поэтому в схему вводят *внутреннюю проводимость* реального источника тока (рис. 6, б).

Реальные источники тока и напряжения взаимозаменяемы. Найдем формулы взаимосвязи параметров таких источников. Пусть к зажимам реальных источников, изображенных на рис. 6, подключены одинаковые нагрузки с сопротивлением R_{H} . Для взаимозаменяемых, *эквивалентных источников* выходные напряжения на нагрузках будут одинаковыми. Для схем рис. 6, а и рис. 6, б соответственно получим

$$u = \frac{E R_{\text{H}}}{r_{\text{вн}} + R_{\text{H}}}, \quad u = \frac{I \frac{1}{g_{\text{вн}}} R_{\text{H}}}{\frac{1}{g_{\text{вн}}} + R_{\text{H}}}.$$

Из анализа этих формул следует, что напряжения на нагрузках в этих формулах при изменяющемся сопротивлении R_{H} будут одинаковы только при выполнении следующих равенств:

$$E = I r_{\text{вн}}, \quad r_{\text{вн}} = 1/g_{\text{вн}}.$$

Полученные формулы используются при переходе от источника тока к источнику напряжения и наоборот. При решении задач выбор вида источника определяется способом и удобством представления реальных цепей с помощью идеальных элементов.

1.3. Электрическая цепь и уравнения соединений

Электрической схемой цепи называется рисунок, изображающий соединения реальных радиоэлементов (рис. 1). Электрические схемы

1.3. Электрическая цепь и уравнения соединений

используются при производстве радиоэлектронной аппаратуры. Для проведения расчетов используются эквивалентные схемы.

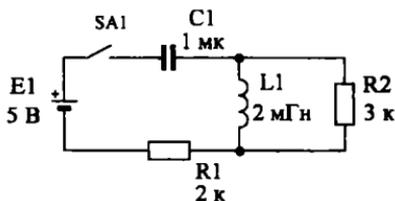


Рис. 1

Эквивалентная схема — это представление соединения и взаимосвязи реальных элементов с помощью идеальных элементов. Если паразитные взаимосвязи в схеме малы и все элементы цепи используются в заданных пределах частот, напряжений и токов, то, как правило, эквивалентная схема будет совпадать с электрической схемой. Ниже для простоты эти схемы будут полагаться одинаковыми.

Структуру, конфигурацию цепи, порядок соединения элементов называют *топологией* электрической цепи. Анализируя схему цепи, можно выделить следующие топологические элементы.

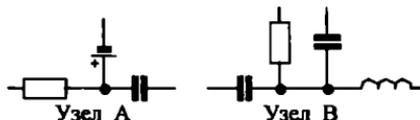


Рис. 2

Узел — это место (точка) соединения нескольких элементов цепи. Два узла, А и В, показаны на рис. 2. Узел, возникающий при соединении двух элементов, часто называется *устраняемым узлом*, — такие два элемента можно при расчетах объединить в один элемент.

Ветвь — это часть цепи, которая включена между узлами (рис. 3). Ветвь может состоять из одного элемента. Ветвь обозначают отрезком линии. Как правило, несколько ветвей при расчетах можно объединять в одну ветвь (рис. 3).

Представление цепи в виде совокупности ветвей и узлов называется *графом* цепи. Граф цепи отражает топологию или структуру цепи. Пример графа цепи, содержащего пять ветвей и четыре узла, показан на рис. 4. Как правило, узел, к которому подключается максимальное число ветвей, считается нулевым узлом.

Контур цепи — это замкнутый путь из ветвей. Например, в цепи на рис. 4 имеется три контура, образованных следующими наборами ветвей: (a, b, c), (c, d, e) и (a, b, d, e).



Рис. 3

Для расчета цепей недостаточно знать рассмотренные выше три уравнения элементов. В сложной цепи в общем случае токи и напряжения на элементах оказываются связанными друг с другом. Для опи-

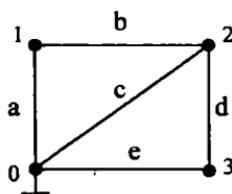


Рис. 4

сания взаимосвязи токов и напряжений на разных ветвях используются *уравнения соединений* (законы Кирхгофа).

Первое уравнение соединений (*первый закон Кирхгофа*) устанавливает взаимосвязь токов в узле (рис. 5). В узле заряды не могут нака-

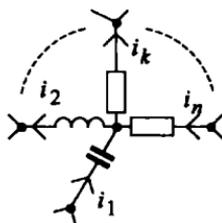


Рис. 5

пливаться или исчезать. Для узла выполняется закон сохранения заряда — сколько зарядов переносится к узлу втекающими токами,

1.3. Электрическая цепь и уравнения соединений

столько же зарядов выходит из узла. После дифференцирования по времени уравнений, описывающих заряды, получаем первый закон Кирхгофа (первое уравнение соединений): сумма токов, втекающих в узел, равна сумме токов, вытекающих из узла. Для узла, объединяющего n ветвей, по которым протекают токи i_k , используется следующая математическая запись первого закона Кирхгофа

$$\sum_{k=1}^n \pm i_k = 0,$$

где втекающие токи берутся со знаком плюс, а вытекающие — со знаком минус или наоборот. Например, для узла, изображенного на рис. 5, получим: $+i_1 - i_2 + \dots - i_k + \dots + i_n = 0$.

Второе уравнение соединений (*второй закон Кирхгофа*) устанавливает взаимосвязь напряжений и ЭДС в контурах цепи. Рассмотрим прохождение положительного заряда по контуру (рис. 6). По закону

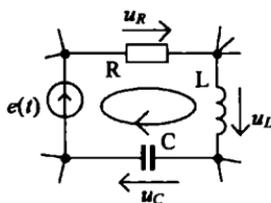


Рис. 6

сохранения энергии работа сторонних сил в этом контуре должна быть равна работе сил электрического поля. Продифференцировав уравнение, связывающее эти энергии (работы), по заряду, получим соотношение: $e = u_R + u_L + u_C$, — второй закон Кирхгофа. Если стрелка напряжения или ЭДС противоположна направлению обхода, то эти ЭДС или напряжение должны записываться в формулу со знаком минус.

Обобщая полученное соотношение для сложного контура, содержащего произвольное число элементов, получим следующую формулировку второго закона Кирхгофа (второго уравнения соединения): в любом контуре цепи алгебраическая сумма ЭДС равна алгебраической сумме падений напряжений. Если стрелки ЭДС или напряжения не совпадают с направлением обхода, то в соответствующую сумму они записываются со знаком минус. Для контура, включающего n

ЭДС и p ветвей, используется следующая математическая запись второго закона Кирхгофа

$$\sum_{k=1}^n \pm e_k = \sum_{m=1}^p \pm u_m,$$

где при согласованных стрелках направления обхода и напряжения на ветви или ЭДС ставится плюс, а при несогласованных — минус.

Для расчета линейной электрической цепи любой конечной сложности достаточно использовать два уравнения соединений и рассмотренные в предыдущем параграфе уравнения элементов.

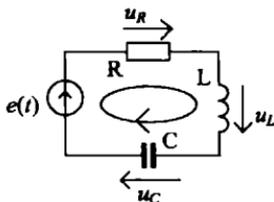


Рис. 7

Рассмотрим использование этих уравнений для описания процессов в цепи, схема которой изображена на рис. 7. Записывая для контура этой цепи второй закон Кирхгофа: $e(t) = u_R + u_L + u_C$, и учитывая уравнения элементов, получим интегро-дифференциальное уравнение цепи $e(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int_{\infty}^t i(\tau) d\tau$. Дифференцируя это выражение, получим дифференциальное уравнение электрической цепи для одной из неизвестных величин — тока цепи:

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = \frac{de}{dt}.$$

Коэффициенты этого уравнения являются константами и определяются параметрами элементов схемы. В правой части таких уравнений записываются члены, содержащие заданные токи или напряжения. Полученное выражение называется неоднородным линейным дифференциальным уравнением цепи. Легко убедиться в том, что процессы в любой другой линейной электрической цепи также описываются неоднородными линейными дифференциальными уравнениями. Общие методы решения этих уравнений излагаются в курсе мате-

матического анализа. Отдельные, наиболее часто используемые в радиоэлектронике методы решения этих уравнений рассматриваются ниже.

Если в цепи имеется хотя бы один нелинейный элемент, то цепь становится нелинейной. Нелинейная цепь описывается нелинейным дифференциальным уравнением. Для параметрической цепи, содержащей, по крайней мере, один параметрический элемент, получим параметрическое дифференциальное уравнение. Некоторые способы решения этих уравнений будут рассматриваться ниже.

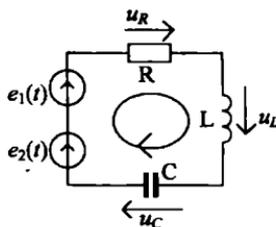


Рис. 8

Для линейной электрической цепи справедлив *принцип суперпозиции (наложения)*. Поясним этот принцип на примере цепи, схема которой изображена на рис. 8. В цепи, включающей последовательно соединенные резистор, катушку и конденсатор, действуют два сигнала: $e_1(t)$ и $e_2(t)$. В контуре цепи как реакция на эти два сигнала возникает результирующий ток $i(t)$.

Пусть на цепь воздействует только один сигнал $e_1(t)$ (сигнал $e_2(t)$ равен нулю). Дифференциальное уравнение для тока $i_1(t)$, возникающего под действием ЭДС $e_1(t)$, имеет вид

$$e_1(t) = Ri_1(t) + L \frac{di_1(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_1(\tau) d\tau.$$

Пусть теперь напряжение $e_1(t)$ равно нулю и на цепь воздействует сигнал $e_2(t)$. Дифференциальное уравнение для тока $i_2(t)$, возникающего под действием ЭДС $e_2(t)$, имеет аналогичный вид

$$e_2(t) = Ri_2(t) + L \frac{di_2(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_2(\tau) d\tau.$$

Суммируя левые и правые части этих уравнений и используя известные свойства интеграла и производной — интеграл или производная от суммы функций равны сумме интегралов или производных от каждой из функций, окончательно получим

$$e_1(t) + e_2(t) = R(i_1 + i_2) + L \left(\frac{d(i_1 + i_2)}{dt} \right) + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t (i_1 + i_2) dt.$$

Из анализа формулы следует, что воздействие суммы сигналов $e_1(t) + e_2(t)$ вызывает появление реакции — результирующего тока $i(t)$, равного сумме токов $i_1(t) + i_2(t)$, возникающих от каждого из сигналов в отдельности. Обобщая полученные результаты на сложные линейные цепи при воздействии нескольких источников, получим принцип суперпозиции: реакция на сумму воздействий в линейной цепи равна алгебраической сумме реакций на каждое из воздействий в отдельности. Заметим, что для нелинейных цепей принцип суперпозиции несправедлив.

Принцип суперпозиции часто используется для расчета цепей, содержащих несколько источников тока и (или) напряжения. Неиспользуемые источники при расчете реакции на одно воздействие исключаются следующим образом: источники напряжения — методом замыкания выводов (короткого замыкания), а источники тока — методом разрыва ветви (холостого хода).

Контрольные вопросы и задачи

1. Когда при расчетах токи и напряжения в цепи получаются отрицательными? Что означает отрицательное значение тока или напряжения?
2. Что показывает стрелка положительного направления для переменного тока, значения которого могут быть как положительными, так и отрицательными?
3. Рассматривая простейшие конструкции катушки и конденсатора и силовые линии полей в них, определить элемент, который при прочих равных условиях легче обнаружить.
4. Рассчитайте ток через конденсатор, если напряжение на нем линейно возрастает с течением времени.
5. Докажите, что напряжения на конденсаторах и токи через катушки индуктивности не могут изменяться скачками.
6. Найдите напряжение на катушке, если ток через нее возрастает с течением времени по линейному закону (по экспоненциальному закону, квадратично).

Контрольные вопросы и задачи

7. Можно ли источник напряжения заменить источником тока, если внутреннее сопротивление источника напряжения равно нулю?
8. Какой ток протекает в цепи, состоящей из последовательно соединенных источника напряжения с напряжением 5 В, источника тока с током 1 мА и резистора с сопротивлением 1 кОм? Какое напряжение возникает на резисторе?
9. Когда в первое уравнение соединений для узла тока записываются со знаком минус? Поясните это правило, исходя из закона сохранения заряда.
10. В каком случае во второе уравнение соединений (второй закон Кирхгофа) напряжения и ЭДС записываются со знаком минус? Поясните это правило, исходя из закона сохранения энергии (работы).
11. В какой цепи мгновенная мощность электрического тока может быть отрицательной? Что означает отрицательная величина мгновенной мощности?
12. Составьте дифференциальное уравнение цепи с параллельно соединенными источником тока, резистором, конденсатором и катушкой индуктивности.
13. Почему для съема информации с участка цепи удобнее использовать вольтметры, а не амперметры?
14. Как известно, наиболее часто встречающаяся неисправность в электрических цепях — обрыв цепи. Какой принцип в этом случае использовать при проектировании устройства охраны — обнаруживать обрыв или короткое замыкание в контрольной цепи охраняемого объекта?

2. Цепи при гармоническом воздействии

2.1. Гармоническое колебание и комплексная амплитуда

Широкое применение в радиоэлектронных устройствах и в ЭВМ нашли гармонические токи и напряжения. Колебания гармонического вида используются в радиовещании, в устройствах связи, в источниках питания компьютеров, в модемах и т. д. Гармонические токи вырабатываются в промышленных электрогенераторах, создающих сетевое напряжение с частотой 50 Гц. Синусоидальные колебания возникают при самовозбуждении электрических цепей. Единственные сигналы, форма которых при прохождении через линейные цепи не будет искажаться, — это гармонические сигналы.

Гармоническое колебание, или гармонический сигнал, описывается выражением: $s(t) = S_m \cos(\omega t + \varphi)$. Здесь S_m — амплитуда, ω — круговая частота, измеряемая в рад/с, φ — начальная фаза, t — время. Иногда используется другая форма записи гармонического сигнала с синусом: $s(t) = S_m \sin(\omega t + \varphi_1)$. Далее в качестве основной будет использоваться косинусная форма записи гармонического сигнала.

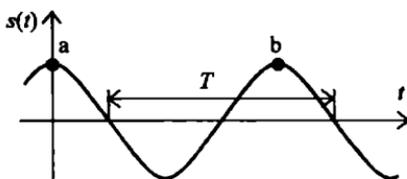


Рис. 1

График гармонического сигнала с нулевой начальной фазой приведен на рис. 1. Кроме амплитуды для описания гармонического сигнала используется величина, называемая *среднеквадратичным, действующим или эффективным* значением сигнала: $S_0 = S_m / \sqrt{2}$. Например, для сети переменного тока с частотой 50 Гц указывается среднеквадратичное значение напряжения 220 вольт. Амплитуда напряжения в этой сети будет в $\sqrt{2}$ раз больше. Среднеквадратичное значение гармонического напряжения численно равно такой величине постоянного напряжения, при которой нагрев резистора соответствует его нагреву переменным током.

2.1. Гармоническое колебание и комплексная амплитуда

Аргумент косинуса $\Phi(t) = \omega t + \varphi$ называют (*полной*) *фазой* колебания. Круговая частота ω определяет скорость возрастания фазы гармонического сигнала. Так как одному кругу соответствует 2π радиан, то, разделив ω на 2π , получим число кругов, наблюдаемых за 1 секунду. Чем выше частота ω , тем больше встречается максимумов (экстремумов) сигнала за единицу времени. Расстояние между точками а и б на рис. 1, равное *периоду колебания* T , при этом уменьшается. Величина, обратно пропорциональная периоду, называется *циклической* или просто *частотой* гармонического сигнала: $f = 1/T$. Частота f равна числу периодов колебания (циклов), зафиксированных за 1 секунду. Частота f измеряется в герцах (Гц). Из описания круговой частоты следует, что $\omega = 2\pi f$. На практике часто используются частоты, измеренные в килогерцах, мегагерцах и гигагерцах: $1 \text{ кГц} = 1000 \text{ Гц}$, $1 \text{ МГц} = 10^6 \text{ Гц}$, $1 \text{ ГГц} = 10^9 \text{ Гц}$.

Чтобы упростить расчеты с использованием гармонических колебаний, введем комплексное представление гармонического сигнала. Используя формулу Эйлера: $e^{jx} = \cos x + j \sin x$, где $j = \sqrt{-1}$, получим $\cos x = \operatorname{Re}\{e^{jx}\}$, где Re — обозначение взятия вещественной части комплексного числа. Поэтому гармонический сигнал с использованием формулы Эйлера можно записать в виде $s(t) = S_m \operatorname{Re}\{e^{j(\omega t + \varphi)}\}$. Внося вещественную амплитуду S_m в фигурные скобки и представляя экспоненту со сложным показателем в виде произведения двух экспонент, получим

$$s(t) = \operatorname{Re}\{S_m e^{j\varphi} e^{j\omega t}\} = \operatorname{Re}\{\dot{S}_m e^{j\omega t}\}. \quad (1)$$

Комплексную величину $\dot{S}_m = S_m e^{j\varphi}$ в (1) называют *комплексной амплитудой* гармонического сигнала. Комплексная амплитуда содержит информацию о двух важнейших параметрах гармонического сигнала — об амплитуде и о начальной фазе.

Например, комплексная амплитуда гармонического напряжения $u(t) = 311 \cos(2\pi 50t - 45^\circ)$ равна $\dot{U}_m = 311 e^{-j45^\circ}$ В.

При расчетах удобно использовать комплексное гармоническое колебание $\dot{s}(t) = \dot{S}_m e^{j\omega t}$. Экспоненту в этом выражении называют оператором вращения. Реальное колебание $s(t)$ находится как вещественная часть комплексного сигнала. Мнимая часть комплексного гармонического колебания используется при анализе сложных сигналов.

Комплексные амплитуды нескольких сигналов удобно изобразить на комплексной плоскости (рис. 2). В этом случае легко проводить

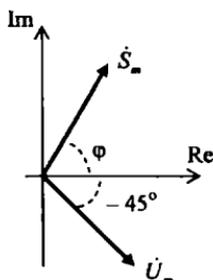


Рис. 2

сравнение параметров сигналов. Для двух сигналов вводится разность начальных фаз. Разность начальных фаз двух сигналов, комплексные амплитуды которых приведены на рис. 2, равна $(\varphi + 45)$ градусов.

2.2. Уравнения элементов в комплексной форме

Пусть через резистор протекает гармонический ток $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$. Закон Ома для резистора с сопротивлением R справедлив для любых токов и напряжений: $u(t) = i(t)R$ (рис. 1). Сле-

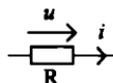


Рис. 1

довательно, напряжение на резисторе определяется формулой $u(t) = RI_m \cos(\omega t + \varphi)$. Представляя в этой формуле ток в комплексной форме, получим $u(t) = \text{Re}\{R\dot{I}_m e^{j\omega t}\}$. Первые два сомножителя в фигурных скобках дают комплексную амплитуду напряжения \dot{U}_m . Соотношение

$$\dot{U}_m = R \dot{I}_m \quad (1)$$

называют *законом Ома для резистора в комплексной форме*.

Пусть, например, ток через резистор с сопротивлением $R = 2$ Ом равен $i(t) = 1 \cos(2\pi 1000t + 60^\circ)$. Записывая комплексную амплитуду тока в виде $\dot{I}_m = 1e^{j60^\circ}$ А, рассчитываем по формуле (1) напряжение на

2.2. Уравнения элементов в комплексной форме

резисторе $\dot{U}_m = 2e^{j60^\circ}$ В (рис. 2). При необходимости определяем $u(t) = 2 \cos(2\pi 1000t + 60^\circ)$.

Из анализа формулы (1) и приведенного примера следует, что начальные фазы напряжения и тока через резистор совпадают, а форма

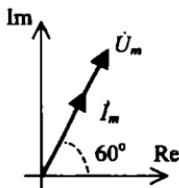


Рис. 2

напряжения на резисторе совпадает с косинусоидальной формой тока.

При использовании проводимости резистора $G = 1/R$ закон Ома имеет вид $\dot{I}_m = G \dot{U}_m$.

Если направления тока и напряжения на резисторе не совпадают, то в соотношении (1) закона Ома появляется знак минус:

$$\dot{U}_m = -R \dot{I}_m.$$

Рассмотрим гармоническое воздействие на конденсатор (рис. 3). Пусть к конденсатору приложено гармоническое напряжение

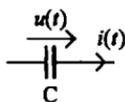


Рис. 3

$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$. Используя уравнение конденсатора $i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$ и представляя напряжение в комплексной форме $u(t) = \text{Re}\{\dot{U}_m e^{j\omega t}\}$, получим $i(t) = \text{Re}\{j\omega C \dot{U}_m e^{j\omega t}\}$. В этом выражении все сомножители, расположенные перед экспонентой, дают комплексную амплитуду тока через конденсатор

$$\dot{I}_m = j\omega C \dot{U}_m.$$

Это уравнение называют *законом Ома для конденсатора в комплексной форме*. Если направления тока и напряжения на конденсато-

ре не совпадают, то закон Ома записывается со знаком минус: $\dot{I}_m = -j\omega C \dot{U}_m$. Используя введенное выше понятие проводимости резистора, по аналогии, величину $\dot{Y}_c = j\omega C$ назовем комплексной проводимостью конденсатора. Уравнение конденсатора в комплексной форме теперь можно переписать в виде $\dot{I}_m = \dot{Y}_c \dot{U}_m$. Если ввести комплексное сопротивление конденсатора $\dot{Z}_c = 1/\dot{Y}_c$, то получим следующую форму закона Ома для конденсатора:

$$\dot{U}_m = \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_m. \quad (2)$$

Применение закона Ома для конденсатора в комплексной форме проиллюстрируем следующим примером. Пусть напряжение на конденсаторе равно $u(t) = 10 \cos(2\pi 1000t + 30^\circ)$. Комплексная амплитуда напряжения имеет вид $\dot{U}_m = 10e^{j30^\circ}$ В (рис. 4). При емкости конденса-

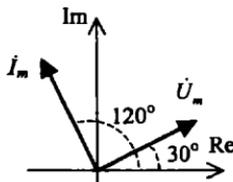


Рис. 4

тора $C = 1$ мкФ комплексная проводимость $\dot{Y} = j2\pi 10^{-3}$ См. По формуле закона Ома рассчитаем комплексную амплитуду тока через конденсатор: $\dot{I}_m = \dot{Y}\dot{U}_m = 2\pi \cdot 10^{-2} e^{j120^\circ}$ А (рис. 4). Теперь ток можно записать в виде вещественной функции времени $i(t) = 2\pi 10^{-2} \cos(2\pi 10^3 t + 120^\circ)$ А.

Из диаграммы на рис. 4 и из анализа формулы (2) следует, что ток через конденсатор будет опережать напряжение на конденсаторе на 90 градусов. Причем напряжение и ток через конденсатор имеют гармоническую форму.

Рассмотрим гармонический ток через катушку индуктивности (рис. 5). Запишем выражение для тока в комплексной форме: $i(t) = \text{Re}\{\dot{I}_m e^{j\omega t}\}$, где $\dot{I}_m = I_m e^{j\varphi}$ — комплексная амплитуда тока. Используя уравнение катушки $u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$, после дифференцирования

2.2. Уравнения элементов в комплексной форме

получим $u(t) = \operatorname{Re}\{j\omega L \dot{i}_m e^{j\omega t}\}$. Из анализа выражения в фигурных скобках следует закон Ома для катушки индуктивности в комплексной форме:

$$\dot{U}_m = j\omega L \dot{i}_m. \quad (3)$$

Обозначая комплексное сопротивление катушки индуктивности в виде $\dot{Z}_L = j\omega L$, закон Ома перепишем в следующем виде $\dot{U}_m = \dot{Z}_L \dot{i}_m$.

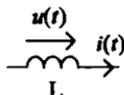


Рис. 5

Величина, обратная сопротивлению, называется комплексной проводимостью катушки: $\dot{Y}_L = 1/\dot{Z}_L$. Закон Ома в этом случае имеет вид $\dot{i}_m = \dot{Y}_L \dot{U}_m$.

Пример векторной диаграммы токов и напряжений на катушке приведен на рис. 6. Из диаграммы видно, что ток через катушку индуктивности всегда отстает по фазе от напряжения на 90 градусов. При этом и ток, и напряжение имеют гармоническую форму.

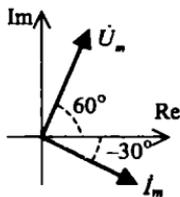


Рис. 6

Законы Ома (1), (2), (3) называют *уравнениями элементов в комплексной форме*. Эти уравнения позволяют исследовать характеристики конденсатора и катушки индуктивности при изменении частоты сигнала.

Рассмотрим частотные свойства катушки индуктивности. Возьмем модули от левой и правой частей формулы (3). Учитывая, что $j\omega L = \omega L e^{j90^\circ}$ и $\dot{i}_m = I_m e^{j\varphi}$, получим $U_m = \omega L I_m$. Сопротивление

$X_L = \omega L$ называют индуктивным сопротивлением катушки. Обратную величину $b_L = 1/X_L$ называют индуктивной проводимостью катушки.

Из полученной формулы следует, что сопротивление катушки увеличивается с ростом частоты. Нулевой частоте ($\omega = 0$) соответствует постоянный ток, и в этом случае $X_L = 0$. График зависимости X_L от частоты ω приведен на рис. 7.

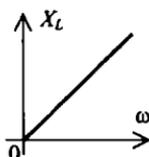


Рис. 7

Из графика видно, что на очень высоких частотах сопротивление катушки велико и ток через катушку будет очень мал. Это свойство катушки индуктивности часто используется при построении следующей простой измерительной цепи. Катушку индуктивности одним выводом подключают к некоторой (контрольной) точке схемы. К другому выводу катушки подключают измеритель постоянного напряжения (вольтметр). Так как сопротивление катушки для постоянного тока практически равно нулю, то через такую катушку индуктивности легко измерить постоянное напряжение в контрольной точке. При этом имеющееся в этой контрольной точке высокочастотное напряжение из-за большого сопротивления катушки, во-первых, не будет изменяться и, во-вторых, не будет мешать процессу измерения, не попадая на вольтметр.

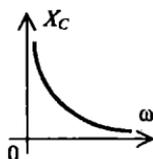


Рис. 8

Рассмотрим частотные свойства конденсатора. Определяя модуль комплексного напряжения на конденсаторе, получим $U_m = X_C I_m$, где $X_C = 1/\omega C$ называют реактивным сопротивлением конденсатора. Зависимость сопротивления X_C от частоты показана на рис. 8. Как видим, сопротивление конденсатора уменьшается при увеличении час-

тоты. Для постоянного тока сопротивление конденсатора бесконечно велико. Конденсатор можно использовать для измерения высокочастотного напряжения в контрольных точках схемы.

Частотные свойства катушки и конденсатора широко используются при построении фильтров, избирательных усилителей, контролируемых цепей и других узлов устройств передачи информации.

2.3. Уравнения соединений в комплексной форме

Для расчета цепей с гармоническими токами недостаточно знать полученные выше законы Ома в комплексной форме, требуется также учесть соотношения между токами в узлах и напряжениями и ЭДС в контурах. Получим законы Кирхгофа (уравнения соединений) в комплексной форме, предполагая, что цепь линейна и все токи и напряжения в цепи имеют одинаковую частоту ω .

Рассмотрим узел, к которому подключено n ветвей (рис. 1). В соответствии с первым законом Кирхгофа сумма токов в узле равна ну-

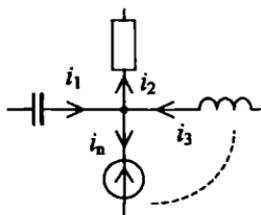


Рис. 1

лю, причем втекающие токи записываем со знаком плюс, а вытекающие из узла — со знаком минус: $i_1 - i_2 + i_3 + \dots - i_n = 0$.

Представим ток k -й ветви в комплексном виде $i_k(t) = \text{Re}\{I_k e^{j\omega t}\}$ и сумму токов перепишем в виде

$$\text{Re}\left\{\left(\sum_{k=1}^n \pm I_k\right)e^{j\omega t}\right\} = 0.$$

В этом выражении при изменении времени t экспонента будет принимать различные комплексные значения. Получить при всех t нулевую вещественную часть можно только при выполнении равенства:

$$\sum_{k=1}^n \pm j_k = 0. \quad (1)$$

Полученное соотношение называют *первым законом Кирхгофа* (*первым уравнением соединений*) в комплексной форме. Знак плюс в формуле (1) записывается, если ток втекает в узел, а минус — если вытекает (или наоборот).

Получим второй закон Кирхгофа в комплексной форме. Пусть в некотором контуре цепи имеются источники напряжения $e_k(t)$ и участки с напряжениями $u_m(t)$. Запишем для этого контура второй закон Кирхгофа: $\sum_{k=1}^n \pm e_k(t) = \sum_{m=1}^p \pm u_m(t)$, где n — число ЭДС, p — число напряжений в контуре.

Представляя слагаемые в формуле второго закона Кирхгофа с использованием комплексных амплитуд, получим:

$$\operatorname{Re} \left\{ \left[\left(\sum_{k=1}^n \pm \dot{E}_k \right) - \left(\sum_{m=1}^p \pm \dot{U}_m \right) \right] e^{j\omega t} \right\} = 0.$$

Это выражение при изменении времени t будет равно нулю только при выполнении следующего равенства, называемого *вторым законом Кирхгофа* (*вторым уравнением соединений*) в комплексной форме:

$$\sum_{k=1}^n \pm \dot{E}_k = \sum_{m=1}^p \pm \dot{U}_m. \quad (2)$$

Знак плюс в этой формуле ставится при согласовании направлений ЭДС или напряжений с направлением обхода контура, а знак минус — когда эти направления не согласованы.

Метод анализа цепей с использованием законов Ома и Кирхгофа в комплексной форме называется *методом комплексных амплитуд* (МКА).

Отметим, что МКА тесно связан с методами расчета резистивных цепей на постоянном токе. На нулевой частоте все уравнения МКА превращаются в уравнения на постоянном токе. Наоборот, все формулы, полученные на постоянном токе, обобщаются для цепей с гармоническими сигналами, если вместо сопротивлений резисторов ввести комплексные сопротивления элементов, а вместо постоянных токов и напряжений записать комплексные амплитуды.

2.3. Уравнения соединений в комплексной форме

Используя МКА, введем комплексное сопротивление участка цепи. Пусть задан участок электрической цепи, содержащий пассивные элементы и имеющий только два контакта а и б для включения в состав более сложной цепи (рис. 2). Такие цепи называются *двухполюсниками*.

Величина $\dot{Z} = \dot{U}_m / \dot{I}_m$ называется *комплексным сопротивлением участка цепи*. Обратное отношение называется *комплексной проводимостью* участка цепи: $\dot{Y} = \dot{I}_m / \dot{U}_m$.

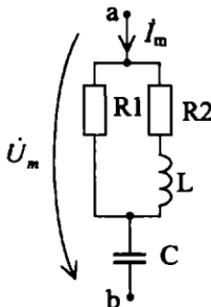


Рис. 2

Используя уравнения соединений (1) и (2), легко показать, что при последовательном соединении резисторов, катушек индуктивности и конденсаторов комплексное сопротивление участка цепи равно сумме сопротивлений элементов, включенных в цепь. При параллельном соединении элементов комплексная проводимость участка цепи равна сумме проводимостей элементов цепи. В сложной электрической цепи могут содержаться участки с последовательным и параллельным соединениями элементов. Используя приведенные правила, можно найти комплексное сопротивление сложного участка цепи. Например, сопротивление цепи, изображенной на рис. 2, равно

$$\dot{Z} = \frac{1}{j\omega C} + \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + j\omega L}}$$

Из анализа полученной формулы следует, что в общем случае комплексное сопротивление \dot{Z} участка цепи содержит две компоненты — вещественную R и мнимую X : $\dot{Z} = R + jX$. Сопротивление \dot{Z} можно представить в экспоненциальной форме $\dot{Z} = Z' e^{j\varphi}$, где Z — мо-

дуль, а φ — начальная фаза комплексного сопротивления участка цепи. Сопротивление двухполюсника на схемах может изображаться в виде прямоугольника — аналогично обозначению резистора.

Отметим, что в сложных схемах иногда содержатся участки с обратными связями или участки, содержащие мостовые схемы. В этом случае для расчета комплексного сопротивления цепи требуются формулы перехода от соединения типа "треугольник" к соединению типа "звезда" и наоборот. Эти формулы можно найти в литературе, указанной в конце пособия. Однако в любом случае сопротивление участка сложной цепи можно найти, записывая законы Ома и Кирхгофа.

2.4. Мгновенная, активная, полная и реактивная мощности

Мощность, потребляемая цепью, — не основная, но важная характеристика радиоэлектронного устройства. При увеличении потребляемой мощности увеличиваются размеры и масса источников питания, аккумуляторов, батарей или гальванических элементов. От величины потребляемой мощности зависит использование вентиляторов и радиаторов охлаждения. Минимальные и максимальные мощности принимаемого и передаваемого сигналов — важнейшие параметры приемников и передатчиков соответственно.

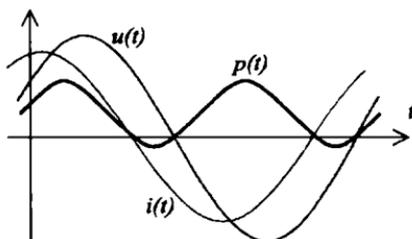


Рис. 1

Пусть через участок цепи протекает гармонический ток и на этом участке возникает напряжение. Рассмотрим для этой цепи мгновенную мощность $p(t) = u(t)i(t)$ (рис. 1). При гармоническом токе $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$ и напряжении $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_u)$ выражение для мгновенной мощности будет иметь вид $p(t) = I_m U_m \cos(\omega t + \varphi_i) \cos(\omega t + \varphi_u)$.

2.4. Мгновенная, активная, полная и реактивная мощности

Из анализа кривых рис. 1 видно, что мгновенная мощность может быть как положительной, так и отрицательной. Так как $p(t) = \frac{dW}{dt}$, где W — энергия, потребляемая участком цепи, то при $p(t) > 0$ энергия, поступающая в участок цепи, возрастает, а при $p(t) < 0$ энергия из участка цепи отдается во внешнюю цепь. Энергия накапливается в двухполюснике при наличии реактивных элементов: в конденсаторе энергия может накапливаться в виде энергии электрического поля, а в катушке индуктивности — в виде энергии магнитного поля. Эта накопленная энергия может, превращаясь в энергию электрического тока, передаваться во внешнюю цепь.

Перепишем формулу для мгновенной мощности следующим образом: $p(t) = \frac{1}{2} I_m U_m \cos(2\omega t + \varphi_i + \varphi_u) + \frac{1}{2} I_m U_m \cos(\varphi_u - \varphi_i)$.

Из анализа полученного выражения следует, что мгновенная мощность содержит постоянную составляющую. Эту составляющую называют *средней (активной) мощностью*, потребляемой электрической цепью:

$$P_0 = \frac{1}{2} I_m U_m \cos(\varphi_u - \varphi_i).$$

Коэффициент $k = \cos(\varphi_u - \varphi_i)$ называется *коэффициентом мощности*. Он имеет большое значение при оценке качества различных радиоэлектронных устройств: компьютеров, приемников, передатчиков и др. Радиоэлектронное устройство считается плохо спроектированным, если его коэффициент k существенно меньше единицы. При этом устройство потребляет мало активной мощности, но по цепям питания такого устройства протекают увеличенные токи и для питания такого устройства нужно использовать электрические генераторы, вырабатывающие увеличенные напряжения.

Радиоэлектронное устройство потребляет максимум активной мощности, если $\cos(\varphi_u - \varphi_i) = 1$. На рис. 2 приведена векторная диаграмма напряжений и токов в цепи, для которой коэффициент k равен 1. Реактивная составляющая сопротивления этой цепи равна нулю, разность фаз $\varphi_u - \varphi_i = 0$ и поэтому $P_0 = \frac{1}{2} I_m U_m$. Перепишем последнее выражение в форме $P_0 = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \frac{U_m}{\sqrt{2}} = I_\delta U_\delta$ и учтем, что при постоян-

ном токе $P_0 = IU$. Из сравнения формул для постоянного и переменного тока следует, что при гармоническом токе потребляемая мощность определяется действующими значениями токов и напряжений. Поэтому, например, напряжение в сети переменного тока с частотой 50 Гц, имеющее амплитуду, примерно равную 311 В, характеризуется в документах действующим значением 220 В. Действующие значения являются неким эквивалентом постоянных токов или напряжений.

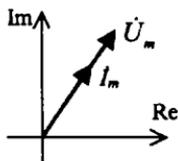


Рис. 2

При расчете мощности переменного тока удобно использовать следующее выражение, называемое *полной комплексной мощностью*:

$$\dot{S}_m = \frac{1}{2} \dot{I}_m^* \dot{U}_m,$$

где * — означает комплексную сопряженность. Представляя комплексные амплитуды тока и напряжения в виде $\dot{I}_m = I_m e^{j\varphi_i}$ и $\dot{U}_m = U_m e^{j\varphi_u}$, получим

$$\dot{S}_m = \frac{1}{2} I_m U_m \cos(\varphi_u - \varphi_i) + j \frac{1}{2} I_m U_m \sin(\varphi_u - \varphi_i).$$

Вещественная составляющая этого выражения равна средней мощности P_0 цепи, а мнимая компонента обозначается Q и называется *реактивной мощностью* участка цепи:

$$Q = \frac{1}{2} I_m U_m \sin(\varphi_u - \varphi_i).$$

Реактивная мощность характеризует "реактивность" цепи, то есть наличие в ней реактивных элементов — катушек индуктивности или конденсаторов. Чем больше реактивность цепи, тем ближе $|\sin(\varphi_u - \varphi_i)|$ к единице и тем больше значение модуля Q . Если цепь содержит только резисторы, то между токами и напряжениями на любых участках этой цепи фазовые сдвиги равны нулю и $Q = 0$. Если

2.4. Мгновенная, активная, полная и реактивная мощности

цепь содержит только конденсаторы или только катушки индуктивности, то $|\sin(\varphi_u - \varphi_i)| = 1$ и значения $|Q|$ максимальны.

Реактивная мощность измеряется в варах (ВАр). Максимально допустимая реактивная мощность указывается в технических данных на конденсаторы и на некоторые катушки индуктивности.

Полную комплексную мощность можно представить на комплексной плоскости в виде треугольника мощностей (рис. 3). Величина

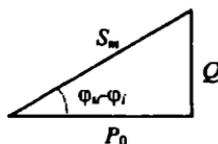


Рис. 3

$S_m = |\dot{S}_m|$ называется *полной мощностью* цепи. Полная мощность измеряется в вольт-амперах (ВА). Полная мощность понимается как максимальное значение реактивной или активной мощности, которую может потреблять цепь. Полную мощность указывают в технических данных на электрогенераторы переменного тока.

В электрической цепи есть две разновидности элементов: активные, которые генерируют электрическую энергию (источники тока и источники напряжения), и пассивные, которые потребляют энергию. Отметим, что катушка и конденсатор могут часть периода отдавать энергию во внешнюю цепь, но генераторами не являются, так как отдают энергию, накопленную за предыдущую часть периода.

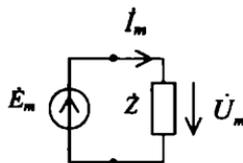


Рис. 4

Рассмотрим схему, изображенную на рис. 4. Полная комплексная мощность источника равна $\dot{S}_E = \frac{1}{2} \dot{i}_m^* \dot{E}_m$. Полная комплексная мощ-

ность двухполюсника с сопротивлением \dot{Z} равна $\dot{S}_m = \frac{1}{2} \dot{i}_m^* \dot{U}_m$. Так как $\dot{E}_m = \dot{U}_m$, то получаем равенство: $\dot{S}_m = \dot{S}_E$, называемое уравнением баланса полных комплексных мощностей. Это уравнение выражает закон сохранения энергии в цепи.

В сложных цепях с несколькими источниками напряжения и тока и с большим количеством пассивных элементов также действует закон сохранения энергии, а уравнение баланса полных комплексных мощностей записывается следующим образом: $\sum_k \dot{S}_{mk} = \sum_p \dot{S}_{Ep}$, где \dot{S}_{Ep} — полная комплексная мощность p -го источника, а \dot{S}_{mk} — полная комплексная мощность, потребляемая k -м двухполюсником.

Уравнение баланса мощностей можно разбить на два уравнения — для активных и реактивных мощностей:

$$\sum_k P_{mk} = \sum_p P_{Ep}, \quad \sum_k Q_{mk} = \sum_p Q_{Ep}.$$

В цепях с реактивными элементами используются источники с комплексными внутренними сопротивлениями (рис. 5). Ток в такой цепи будет наибольшим, если реактивности нагрузки и внутреннего

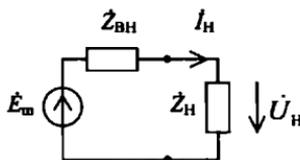


Рис. 5

сопротивления имеют разный характер и емкостная составляющая нагрузки компенсируется индуктивной составляющей внутреннего сопротивления или наоборот. Поэтому в цепи с реактивными элементами условие передачи максимума активной мощности в нагрузку записывается в виде $\dot{Z}_н = \dot{Z}_{вн}^*$. Источник и нагрузка при этом считаются согласованными.

Полученное условие часто используется для обеспечения согласования модема с телефонной линией, сетевой платы — с коаксиальной линией передачи, антенны — с радио- или телеприемником и т. п.

Контрольные вопросы и задачи

1. В каких узлах компьютера используются гармонические напряжения и токи?
2. Какие преимущества дает использование комплексных амплитуд гармонических токов и напряжений? Какие измерительные приборы используются для экспериментального определения составляющих комплексной амплитуды?
3. Как зависит от частоты реактивное сопротивление последовательно соединенных катушки и конденсатора? Как изменится эта зависимость при параллельном соединении этих элементов?
4. Рассчитайте параметры конденсатора и катушки, которые включены последовательно (параллельно) с резистивной нагрузкой так, что ток через нагрузку на частоте 1 кГц не изменится?
5. Почему в цепи с последовательно соединенными реактивными и активными элементами сумма амплитуд напряжений на элементах в контуре не равна амплитуде источника гармонического напряжения?
6. Для каких параллельно соединенных элементов сумма амплитуд гармонических токов, вытекающих из одного из узлов, будет не равна амплитуде втекающего в этот узел тока источника тока?
7. Докажите, что средняя мощность, потребляемая участком цепи, содержащей резисторы, конденсаторы и катушки, не может быть отрицательной.
8. Что нужно обеспечить при подключении к линии связи, чтобы вся энергия информационного сигнала стала поступать в подключенное устройство?
9. Для определения постороннего подключения к двухпроводной линии связи используются контрольные послышки слабых гармонических сигналов с частотой 2 МГц. При нарушении целостности линии амплитуда контрольного сигнала уменьшается, что обнаруживает специальное приемное устройство. Пусть при использовании линий с пренебрежимо малыми потерями входное сопротивление приемника согласовано с выходным сопротивлением генератора и равно 400 Ом. Найти активное сопротивление или емкость элементов, подключенных к линии, при которых уровень выходного контрольного сигнала уменьшается на 10%.

3. Методы анализа сложных электрических цепей

3.1. Особенности анализа сложных цепей

В последние годы происходит непрерывное усложнение радиоэлектронной и компьютерной техники. Быстро растет число пассивных и активных элементов в аппаратуре. При производстве сложных микросхем действует так называемый закон Мура — производительность и число элементов чипа удваиваются примерно каждые полтора-два года. Для анализа сложных цепей разработаны специальные методы, предназначенные, в основном, для расчета цепей с использованием компьютера.

Метод токов ветвей основан на применении законов Кирхгофа для расчета токов в сложных цепях. Пусть, например, в схеме на рис. 1 содержится q узлов ($q = 5$) и p ветвей ($p = 8$). Число неизвестных то-

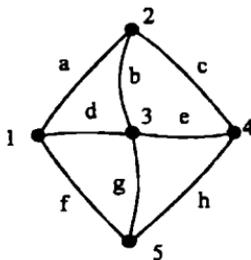


Рис. 1

ков равно числу ветвей цепи p . Из анализа схемы видно, что по первому закону Кирхгофа можно составить q узловых уравнений. Однако легко заметить, что последнее q -е уравнение получается из предыдущих уравнений. Действительно, все токи последнего q -го уравнения уже входили по одному разу в ранее записанные уравнения и сумма $(q - 1)$ предыдущих уравнений после умножения на -1 будет давать q -е зависимое уравнение (проверьте самостоятельно для двух, трех и т. д. узлов).

Следовательно для получения совместной и определенной системы уравнений по первому закону Кирхгофа можно составить только $(q - 1)$ уравнения. Для цепи на рис. 1 по первому закону Кирхгофа составляем четыре узловых уравнения.

По второму закону Кирхгофа составляем недостающие $p - (q - 1)$ уравнения для контуров схемы. Для получения совместной и определенной системы уравнений удобно использовать так называемые независимые контуры. *Независимым контуром* называется контур, в котором есть, по крайней мере, одна новая ветвь, не входившая в ранее выбранные контуры. Например, для цепи рис. 1 получим следующую последовательность независимых контуров (обозначая контуры как набор ветвей): (a, c, h, f), (a, b, d) и (b, c, e). Для получения независимых контуров рекомендуется использовать так называемые ячейки цепи: (a, b, d), (b, c, e), (d, f, g) и (e, g, h). Для этих контуров по второму закону Кирхгофа составляем 4 уравнения. Напряжения в этих уравнениях предварительно выражаем через токи ветвей.

Основными недостатками рассмотренного метода токов ветвей являются увеличенный порядок системы уравнений, разнородность этих уравнений и, как следствие, сложность их решения. Методы узловых напряжений и контурных токов позволяют уменьшить число уравнений и упростить расчет сложных цепей.

3.2. Метод узловых напряжений

Метод узловых напряжений (потенциалов) наиболее часто используется в программах машинного моделирования электронных схем. Этот метод базируется на понятии узлового напряжения. На рис. 1 по-

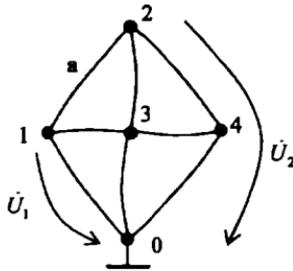


Рис. 1

казан граф некоторой электрической цепи с выделенным нулевым узлом — корпусом (заземлением).

Узловое напряжение — это напряжение между заданным узлом и корпусом. Узловые напряжения \dot{U}_1 и \dot{U}_2 показаны на рис. 1. Стрелки узловых напряжений всегда направлены к корпусу. Узловое напряже-

ние может совпадать, а может и не совпадать с напряжением ветви. Например, узловое напряжение \dot{U}_2 не совпадает ни с одним напряжением ветви. Так как потенциал нулевого узла, как правило, равен нулю, то узловое напряжение часто называют *узловым потенциалом*. Из анализа цепи следует, что после определения узловых напряжений можно рассчитать напряжения на всех ветвях. Например, зная \dot{U}_1 и \dot{U}_2 , напряжение на ветви **a** (рис. 1) рассчитываем по формуле: $\dot{U}_a = \dot{U}_2 - \dot{U}_1$. Предполагается, что направление стрелки напряжения ветви **a** совпадает с направлением стрелки напряжения \dot{U}_2 .

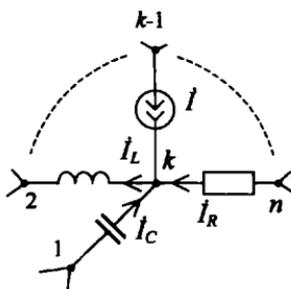


Рис. 2

Пусть цепь содержит пассивные элементы и источники тока. В цепи имеется n узлов и нулевой узел (корпус). Рассмотрим k -й узел схемы (рис. 2) с узловым напряжением \dot{U}_k . Для общности в дальнейшем будем использовать метод комплексных амплитуд. Комплексные амплитуды токов через пассивные элементы цепи, показанной на рис. 2, равны

$$i_C = (\dot{U}_1 - \dot{U}_k) j\omega C;$$

$$i_L = (\dot{U}_k - \dot{U}_2) \frac{1}{j\omega L};$$

$$i_R = (\dot{U}_n - \dot{U}_k) \frac{1}{R}.$$

В соответствии с первым законом Кирхгофа алгебраическая сумма токов в узле равна нулю. Записывая в эту сумму вытекающие токи со знаком плюс, а вытекающие — со знаком минус, получим

$$\dot{I}_C - \dot{I}_L + \dots + \dot{I} + \dots + \dot{I}_R = 0.$$

Подставляя в левую часть этой формулы вместо токов записанные выше уравнения элементов и оставляя в левой части равенства только токи источников, после преобразований получим *узловое уравнение* для узла k

$$\dot{I} + \dots = \dot{U}_1(-j\omega C) + \dot{U}_2\left(-\frac{1}{j\omega L}\right) + \dots + \dot{U}_k\left(j\omega C + \frac{1}{j\omega L} + \dots + \frac{1}{R}\right) + \dots + \dot{U}_n\left(-\frac{1}{R}\right).$$

Аналогичные узловые уравнения можно получить для всех других узлов схемы. В полученном узловом уравнении имеется n неизвестных узловых напряжений. В уравнении в круглых скобках заключены проводимости, получившие специальные названия. Все проводимости со знаком минус называются *взаимными проводимостями* и обозначаются Y_{kj} , где $k \neq j$. (Для простоты, в дальнейшем точки в обозначениях комплексных проводимостей не ставятся.) Взаимная проводимость Y_{kj} образована алгебраической суммой проводимостей элементов, включенных между k -м и j -м узлами, записанными со знаком минус. В уравнении имеется одна проводимость, образованная суммой (со знаками плюс) проводимостей всех элементов, подключенных к k -му узлу. Она обозначается Y_{kk} и называется *собственной проводимостью* k -го узла.

С использованием введенных обозначений узловые уравнения для цепи с n узлами записываются в виде

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_1 Y_{11} + \dot{U}_2 Y_{12} + \dots + \dot{U}_n Y_{1n};$$

$$\dot{I}_2 = \dot{U}_1 Y_{21} + \dot{U}_2 Y_{22} + \dots + \dot{U}_n Y_{2n};$$

.....

$$\dot{I}_n = \dot{U}_1 Y_{n1} + \dot{U}_2 Y_{n2} + \dots + \dot{U}_n Y_{nn}.$$

Здесь ток \dot{I}_k , $k = 1, 2, \dots, n$, образован суммой токов источников токов, подключенных к k -му узлу. Причем вытекающие токи записываем в эту сумму со знаком плюс, а вытекающие — со знаком минус.

Систему узловых уравнений удобно представить в матричной форме

$$\mathbf{I} = \mathbf{YU},$$

Глава 3. Методы анализа сложных электрических цепей

где $\mathbf{I} = (\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dots, \dot{I}_n)^T$ — матрица-столбец задающих токов источников токов,

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{nn} \end{pmatrix}$$

— матрица проводимостей цепи, $\mathbf{U} = (\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dots, \dot{U}_n)^T$ — матрица-столбец неизвестных узловых напряжений. На главной диагонали матрицы проводимостей записываются собственные проводимости узлов. Остальные элементы матрицы проводимостей — взаимные проводимости цепи. Из определения взаимной проводимости анализируемой цепи следует, что $Y_{kj} = Y_{jk}$. Поэтому матрица проводимостей рассматриваемой цепи симметрична относительно главной диагонали.

Решение системы узловых уравнений можно находить с использованием определителей (по правилам Крамера):

$$\dot{U}_j = \frac{\Delta_j}{\Delta},$$

где Δ — определитель системы, Δ_j — определитель, в котором j -й столбец заменен столбцом токов источников токов (свободными членами уравнений). При расчетах определитель Δ_j удобно раскрыть по j -му столбцу:

$$\Delta_j = \dot{I}_1 A_{1j} + \dot{I}_2 A_{2j} + \dots + \dot{I}_n A_{nj},$$

где $A_{kj} = (-1)^{k+j} M_{kj}$ — алгебраическое дополнение, M_{kj} — минор определителя. Минор — это определитель, полученный из определителя системы Δ , в котором вычеркивается k -я строка и j -й столбец. В результате будут найдены n узловых напряжений \dot{U}_j . Зная узловые напряжения, при необходимости можно найти напряжения на всех ветвях и определить токи через все ветви электрической цепи.

Отметим, что при использовании метода узловых напряжений нужно предварительно преобразовать все источники напряжения в источники тока. На рис. 3 показаны два эквивалентных источника, обуславливающих появление на одинаковых нагрузках одинаковых на-

пряжений. Приравнявая токи через нагрузки, создаваемые этими эквивалентными источниками, легко получить следующие формулы пе-

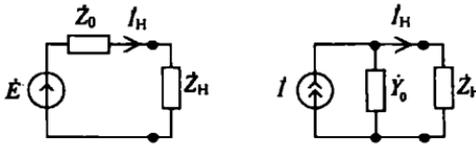


Рис. 3

рехода от источника напряжения к источнику тока и наоборот:

$$i = \frac{\dot{E}}{Z_0}, \quad \dot{Y}_0 = \frac{1}{Z_0},$$

где \dot{Y}_0 — внутренняя проводимость источника тока, Z_0 — внутреннее сопротивление источника напряжения.

3.3. Метод контурных токов

Метод основан на понятии контурного тока. *Контурный ток* — это ток, протекающий по всем ветвям контура независимо от других токов. Контурные токи показаны на рис. 1. Контурный ток — более сложное понятие по сравнению с узловым напряжением. Часто контурный ток невозможно экспериментально измерить, поскольку в контуре может не оказаться элементов, где протекал бы только один контурный ток. Например, в цепи на рис. 1 невозможно измерить ток i_{k1} . Контурные токи в отличие от узловых напряжений, как правило, нельзя измерить в интегральных микросхемах.

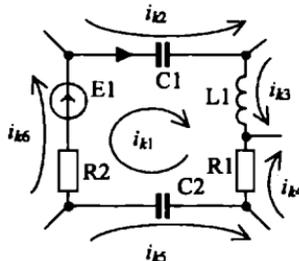


Рис. 1

При известных контурных токах легко найти все токи ветвей цепи. Например, ток через конденсатор $C1$ в схеме рис. 1 равен $i_{C1} = i_{k1} + i_{k2}$.

Рассмотрим изменения, возникающие в уравнениях цепи, обусловленные применением понятия контурного тока. Уравнения по первому закону Кирхгофа при гармонических сигналах для узлов цепи имеют вид

$$\sum_{k=1}^n \pm i_k = 0.$$

Представляя токи i_k в виде алгебраических сумм контурных токов, в левой части уравнения получим ноль. Это обусловлено тем, что каждый контурный ток втекает и вытекает из узла схемы (рис. 1). Следовательно, метод контурных токов позволяет сократить число уравнений цепи. Уравнения по первому закону Кирхгофа для контурных токов составлять не требуется.

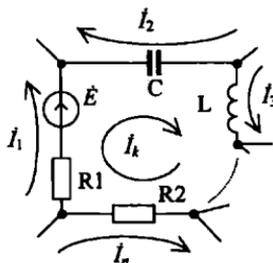


Рис. 2

Рассмотрим уравнения по второму закону Кирхгофа. Выделим k -й контур цепи, содержащей n контуров (рис. 2). Заменяя токи ветвей через контурные токи, в соответствии со вторым законом Кирхгофа для k -го контура получим следующее контурное уравнение:

$$\dot{E} + \dots = (R_1)i_1 + \left(\frac{-1}{j\omega C}\right)i_2 + \dots + \left(R_1 + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L + \dots + R_2\right)i_k + \dots + (-R_2)i_n.$$

В правой части уравнения записываются напряжения, обусловленные протеканием контурных токов. В полученном уравнении в круглых скобках находятся сопротивления, получившие следующие названия. Сопротивление, образованное суммой сопротивлений всех элементов, включенных в k -й контур, называется *собственным сопротивлением* контура. Оно обозначается Z_{kk} . Все остальные сопротивления называются *взаимными сопротивлениями* и обозначаются Z_{kj} . Сопротивление Z_{kj} образовано сопротивлением элементов,

3.4. Свойства линейных цепей

Подставляя вместо тока i значение $S(\dot{U}_j - \dot{U}_i)$ и перенося слагаемые с напряжениями в правые части, получаем:

$$\begin{aligned} \dot{I}_k &= Y_{k1}\dot{U}_1 + \dots + (Y_{ki} + S)\dot{U}_i + \dots + (Y_{kj} - S)\dot{U}_j + \dots + Y_{kn}\dot{U}_n; \\ \dot{I}_m &= Y_{m1}\dot{U}_1 + \dots + (Y_{mi} - S)\dot{U}_i + \dots + (Y_{mj} + S)\dot{U}_j + \dots + Y_{mn}\dot{U}_n. \end{aligned}$$

Следовательно, учет зависимых источников сводится к добавлению или вычитанию коэффициента S из соответствующих элементов матрицы проводимостей цепи.

Аналогично проводится учет источников напряжения управляемых током (ИНУТ) в контурных уравнениях цепи. Если ИНУТ описывается уравнением $\dot{E} = D\dot{I}$, где D — коэффициент управления, то к исходной Z -матрице цепи необходимо в соответствующих местах добавить или вычесть коэффициент управления D .

Для цепей без зависимых источников Z - или Y -матрицы всегда симметричны относительно главной диагонали. При наличии зависимых источников Z - или Y -матрицы цепи, как правило, становятся несимметричными относительно главной диагонали. Это обусловливается тем, что добавление или вычитание коэффициентов S или D производится в произвольном месте исходной матрицы.

3.4. Свойства линейных цепей

В первой главе был рассмотрен принцип суперпозиции с двумя источниками в одной ветви. В этом случае реакция на два сигнала в одной ветви линейной электрической цепи равна сумме реакций на каждый из сигналов в отдельности.

Рассмотрим цепь с большим числом источников напряжения, расположенных в разных ветвях. Пусть в цепи имеется n независимых контуров, по которым протекают контурные токи \dot{I}_k . Контурные уравнения цепи имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 &= Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 + \dots + Z_{1n}\dot{I}_n; \\ \dot{E}_2 &= Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2 + \dots + Z_{2n}\dot{I}_n; \\ &\dots\dots\dots \\ \dot{E}_n &= Z_{n1}\dot{I}_1 + Z_{n2}\dot{I}_2 + \dots + Z_{nn}\dot{I}_n. \end{aligned}$$

Глава 3. Методы анализа сложных электрических цепей

Для простоты предполагается, что в каждом контуре имеется по одному источнику напряжения \dot{E}_k . Решая эти уравнения, найдем

$$\dot{I}_k = \frac{\Delta_k}{\Delta},$$

где

$$\Delta = \begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{nn} \end{vmatrix}, \quad \Delta_k = \begin{vmatrix} Z_{11} & \dots & Z_{1(k-1)} & E_1 & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & \dots & Z_{2(k-1)} & E_2 & \dots & Z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{n1} & \dots & Z_{n(k-1)} & E_n & \dots & Z_{nn} \end{vmatrix}.$$

Раскрывая определитель Δ_k по k -му столбцу, получим $\Delta_k = \dot{E}_1 A_{1k} + \dot{E}_2 A_{2k} + \dots + \dot{E}_n A_{nk}$, где A_{ik} — алгебраическое дополнение элемента Z_{ik} . Следовательно, k -й контурный ток в цепи равен

$$\dot{I}_k = \frac{\Delta_k}{\Delta} = \dot{E}_1 \frac{A_{1k}}{\Delta} + \dot{E}_2 \frac{A_{2k}}{\Delta} + \dots + \dot{E}_n \frac{A_{nk}}{\Delta}. \quad (1)$$

Каждое слагаемое в правой части можно рассматривать как частичные контурные токи $\dot{I}_k^1 = \dot{E}_1 \frac{A_{1k}}{\Delta}$, ..., $\dot{I}_k^n = \dot{E}_n \frac{A_{nk}}{\Delta}$. Каждый из этих частичных токов обуславливается соответствующим источником напряжения. Сумма частичных токов дает искомый контурный ток в цепи. Поэтому формулу (1) можно рассматривать как выражение следующего *принципа суперпозиции (принципа наложения)*: реакция на множество ЭДС в цепи равна сумме реакций на каждую из этих ЭДС в отдельности. При расчете реакции только на одну ЭДС другие ЭДС приравниваются к нулю, что соответствует их исключению методом короткого замыкания.

Аналогичные выводы можно получить при анализе узловых уравнений цепи, составленных по методу узловых напряжений. Используя так называемый принцип дуальности, в соответствии с которым напряжения заменяются токами, а сопротивления — проводимостями, получим формулировку принципа наложения для цепи с источниками тока: реакция на множество источников тока равна сумме реакций на каждый из источников в отдельности. При расчете реакции не учитываемые источники тока исключаются методом холостого хода (разрыва ветви).

Для цепи, содержащей как источники напряжения, так и источники тока, принцип суперпозиции формулируется следующем образом: реакция на множество источников в цепи равна сумме реакций на каждый из источников в отдельности. Под реакцией здесь понимаются или ток, или напряжение на любом элементе цепи.

На практике метод наложения удобно использовать при расчете напряжения или тока в одной выбранной ветви сложной цепи. Вначале учитывается первый источник и рассчитываются частичные напряжение или ток в выбранной ветви, вызванные одним этим источником. Эта процедура повторяется последовательно для остальных источников. Результирующие напряжения и токи находим как суммы частичных напряжений или токов. Наиболее часто метод наложения используется при расчете напряжения или тока через нагрузку.

Кроме принципа суперпозиции при расчетах сложных цепей часто используют *теоремы об эквивалентных источниках*. Различают теорему об эквивалентном источнике напряжения и теорему об эквивалентном источнике тока.

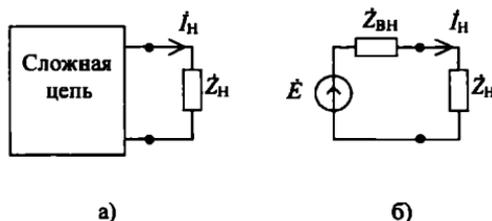


Рис. 1

Теорема об эквивалентном источнике напряжения (рис. 1) формулируется следующим образом. Любую по сложности электрическую цепь, имеющую два зажима для подключения нагрузки, можно заменить эквивалентным источником напряжения. ЭДС этого источника равна напряжению холостого хода на зажимах цепи, а внутреннее сопротивление равно сопротивлению между зажимами цепи при исключении из цепи источников (методами короткого замыкания для ЭДС и холостого хода для источников тока).

Пример такого преобразования показан на рис. 1: на рис. 1, а показана сложная электрическая цепь, а на рис. 1, б — эквивалентный источник напряжения. Докажем теорему, используя рис. 2. На этом ри-

сунке показан ряд последовательных преобразований сложной электрической цепи.

На рис. 2, а приведена исходная схема цепи. В эту цепь дополнительно вводим две ЭДС с одинаковыми напряжениями $\dot{U}_{\text{ХХ}}$ (рис. 2, б). Так как эти ЭДС направлены в разные стороны, то ток через нагрузку не изменится.

На рис. 2, в и рис. 2, г показаны цепи, в которых осталось по одной из двух введенных ЭДС. Покажем, что в схеме рис. 2, в ток $\dot{I}_{\text{Н1}} = 0$. Для этого разорвем верхний провод и образуем два контакта а и б. Между точкой а и нижним проводом возникает напряжение холостого хода $\dot{U}_{\text{ХХ}}$. Так как при разрыве цепи ток через нагрузку не

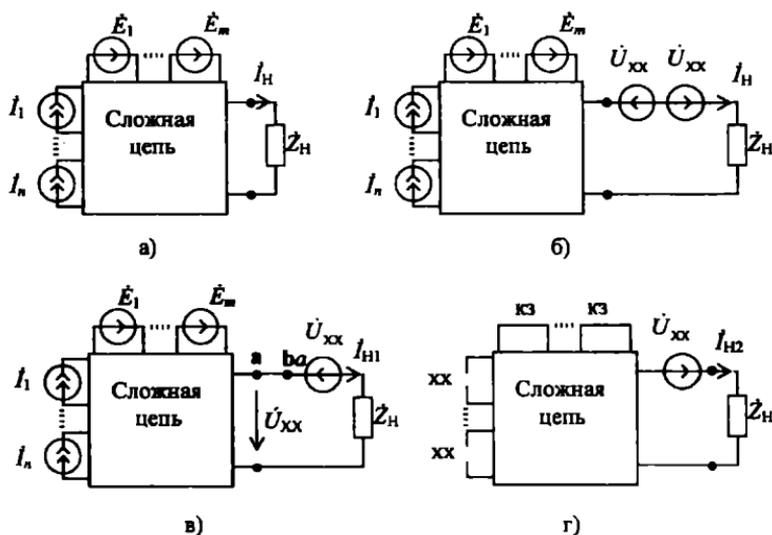


Рис. 2

течет, то между точкой б и корпусом возникает такое же напряжение $\dot{U}_{\text{ХХ}}$. Следовательно, потенциалы точек а и б одинаковы относительно корпуса, точки а и б можно соединить проводником друг с другом и ток через нагрузку при этом не возникает: $\dot{I}_{\text{Н1}} = 0$.

Ток через нагрузку в цепи, показанной на рис. 2, г, будет определяться напряжением холостого хода и сопротивлением исходной це-

пи, в которой исключены все источники. В соответствии с принципом суперпозиции $\dot{I}_H = \dot{I}_{H1} + \dot{I}_{H2}$. Так как первое слагаемое в правой части приведенного равенства равно нулю, то теорема доказана.

Теорема об эквивалентном источнике тока (рис. 3): любую по сложности электрическую цепь, имеющую два зажима для подключения нагрузки, можно заменить эквивалентным источником тока. Ток этого источника равен току короткого замыкания цепи, а внутренняя проводимость равна проводимости между зажимами цепи при исключении из цепи источников (методами короткого замыкания для ЭДС и холостого хода для источников тока).

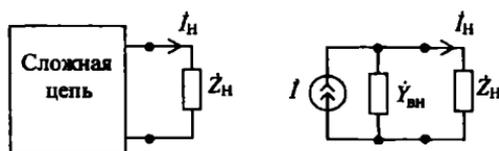


Рис. 3

Доказательство этой теоремы следует из взаимосвязи источника тока и источника напряжения. Используем вначале доказанную выше теорему об эквивалентном источнике напряжения — представим сложную цепь в виде эквивалентного источника напряжения. Затем источник напряжения заменим эквивалентным источником тока. Но ток эквивалентного источника тока находится как ток короткого замыкания источника напряжения, а внутренняя проводимость равна проводимости внутреннего сопротивления источника напряжения. Следовательно, теорема доказана.

Теоремы об эквивалентных источниках широко используются на практике при расчете тока через изменяемую нагрузку, когда источником сигнала являются сложные устройства: передатчики, модемы, усилители и т. п. Несмотря на сложность всех этих устройств, их можно представить в виде эквивалентных источника тока или источника напряжения. При изменении нагрузки в этом случае не требуется производить перерасчет всей сложной цепи. Достаточно заново рассчитать ток в простой схеме, содержащей эквивалентный источник и измененную нагрузку.

При теоретических исследованиях и при решении практических задач используются также теорема (принцип) обратимости (взаимно-

сти) и теорема (принцип) компенсации. Не приводя доказательства, запишем только формулировки этих теорем.

Теорема *обратимости* (взаимности): если ЭДС, включенная на входе линейной цепи, вызывает некоторый ток на выходе, то та же ЭДС, перенесенная на выход, вызывает на входе цепи ток такой же величины и фазы.

Эта теорема справедлива только для обратимых электрических цепей, матрицы сопротивлений или проводимостей которых симметричны относительно главной диагонали. Доказательство этой теоремы можно легко провести самостоятельно. Для этого необходимо записать контурные уравнения для двух цепей. В первой цепи источник напряжения включается во входной контур, а во второй цепи этот источник перенесен в контур на выходе цепи. Решая контурные уравнения, находим и сравниваем контурные токи во входном и выходном контурах.

К обратимым цепям относятся пассивные электрические цепи, не содержащие источников. Простой пример цепи, где действует теорема обратимости, — двухпроводная (телефонная) линия связи с двумя абонентами. Очевидно, что такая линия передачи информации обратима и абонентов в этой линии можно поменять местами.

Теорема *компенсации*: токи в электрической цепи не изменятся, если любой участок цепи заменить "компенсационной" ЭДС, равной по величине напряжению на данном участке и направленной навстречу этому напряжению. Доказательство этой теоремы следует из рассмотрения уравнений цепи, записанных с использованием второго закона Кирхгофа. Напряжения в этих уравнениях, если их перенести в другую часть равенства, можно рассматривать как ЭДС. Отметим, что эти компенсационные ЭДС, включаемые в цепь, будут зависимыми источниками напряжения.

Контрольные вопросы и задачи

1. Почему при компьютерном моделировании используются методы узловых напряжений или контурных токов?
2. Как измерить узловое напряжение? Как измерить контурный ток в сложной цепи? Всегда ли можно измерить контурный ток в цепи?
3. Почему для составления контурных уравнений нужно использовать только независимые контуры?

Контрольные вопросы и задачи

- Для цепи с N узлами составляется только $N - 1$ узловых уравнений. Используя метод индукции, начиная с цепи с двумя узлами ($N = 2$), докажите это утверждение.
- Почему Y - или Z -матрицы цепей являются квадратными? Какие способы решения матричных уравнений рассматриваются в математике и какие из них можно использовать при машинном моделировании?
- Перечислите зависимые (управляемые) источники. В каком случае Y - или Z -матрицы цепей, содержащих такие источники, останутся симметричными относительно главной диагонали?
- Сформулируйте принцип суперпозиции. Как используется этот принцип при расчете линейных электрических цепей?
- Нарисуйте эквивалентные источники тока и напряжения для сложной цепи. Как определяются напряжение, ток и внутреннее сопротивление эквивалентных источников?
- Подключая параллельно нагрузке два источника тока с противоположно направленными токами по аналогии с доказательством теоремы об эквивалентном источнике напряжения, докажите теорему об эквивалентном источнике тока.
- Реальный источник сигнала, состоящий из последовательно соединенных идеального источника гармонического напряжения с амплитудой 5 В и резистора (внутреннего сопротивления) с сопротивлением 1 кОм, подключен к внешней нагрузке с сопротивлением 2 кОм. Используя теорему об эквивалентном генераторе, рассчитайте параметры дополнительного эквивалентного источника тока, подключаемого к нагрузке, который обеспечивает полную компенсацию сигнала от первого источника.
- В лаборатории имеется генератор с неизвестными выходным сопротивлением и напряжением внутреннего идеального источника напряжения. Используя типовые измерительные приборы, имеющиеся в лаборатории (генераторы, вольтметры и осциллографы), разработать методику определения параметров эквивалентного источника, замещающего генератор.

4. Четырехполюсники, фильтры и длинные линии

4.1. Четырехполюсники

Четырехполюсник — это устройство, имеющее четыре контакта: два входных контакта используются для подключения источника сигнала и два выходных — для подключения нагрузки. Четырехполюсники широко применяются в системах передачи информации. Четырехполюсниками являются линии связи в компьютерной сети, телефонные линии, усилители, фильтры и т. д.



Рис. 1

Изображение четырехполюсника с подключенными источником сигнала и нагрузкой приведено на рис. 1. На рисунке показаны комплексные амплитуды входных и выходных гармонических напряжений и токов. Для простоты точки в обозначениях комплексных величин не ставятся.

Четырехполюсник, содержащий линейные элементы, называется *линейным*. Если внутри четырехполюсника есть нелинейные или параметрические элементы, то четырехполюсник будет *нелинейным* или *параметрическим*. Различают также пассивные и активные четырехполюсники. *Активные* четырехполюсники содержат источники, *пассивные* источников не содержат. Активные четырехполюсники в свою очередь делятся на автономные и неавтономные. *Автономные* четырехполюсники содержат независимые источники, а *неавтономные* содержат только зависимые источники.

При анализе удобно рассматривать четырехполюсник в виде "черного ящика", т. е. устройства с некоторой неизвестной для нас внутренней структурой. Внутренняя структура будет проявляться через взаимосвязь входных и выходных токов и напряжений.

Рассмотрим уравнения линейных пассивных или активных неавтономных четырехполюсников.

Пусть заданы входной I_1 и выходной I_2 токи четырехполюсника (рис. 2). Входные и выходные напряжения U_1 и U_2 четырехполюсника



Рис. 2

ка будут функциями этих токов:

$$U_1 = f_1(I_1, I_2); \quad U_2 = f_2(I_1, I_2).$$

Так как четырехполюсник линейный, то в силу принципа суперпозиции, функции в написанных выше уравнениях будут линейными:

$$\begin{aligned} U_1 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2; \\ U_2 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь коэффициенты пропорциональности $Z_{11}, Z_{12}, Z_{21}, Z_{22}$ имеют размерность сопротивлений. Соотношения (1) называют *уравнениями четырехполюсника с Z-параметрами*. Сопротивления $Z_{ij}, i, j = 1, 2$; характеризуют внутреннюю структуру четырехполюсника. В общем случае при наличии в четырехполюснике реактивных элементов эти сопротивления являются комплексными.

Полученную систему уравнений можно представить в матричной форме

$$\mathbf{U} = \mathbf{Z}\mathbf{I},$$

где $\mathbf{I} = (I_1, I_2)^T$ — матрица-столбец заданных токов, $\mathbf{U} = (U_1, U_2)^T$ — матрица-столбец напряжений на зажимах четырехполюсника,

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix}$$

— матрица сопротивлений четырехполюсника.

Пусть теперь заданы напряжения четырехполюсника: U_1 и U_2 . Заменяя на рис. 2 источники тока источниками напряжения и используя

Глава 4. Четырехполюсники, фильтры и длинные линии

принцип суперпозиции, получим новые уравнения, связывающие токи и напряжения четырехполюсника:

$$\begin{aligned} I_1 &= Y_{11}U_1 + Y_{12}U_2; \\ I_2 &= Y_{21}U_1 + Y_{22}U_2. \end{aligned} \quad (2)$$

Коэффициенты Y_{ij} , $i = 1, 2$; $j = 1, 2$; в (2) имеют размерность проводимостей и называются Y -параметрами четырехполюсника, а соотношения (2) — *уравнениями четырехполюсника с Y -параметрами*.

Аналогично при заданных I_1 и U_2 получаем *уравнения с H -параметрами*:

$$\begin{aligned} U_1 &= H_{11}I_1 + H_{12}U_2; \\ I_2 &= H_{21}I_1 + H_{22}U_2, \end{aligned} \quad (3)$$

где коэффициент пропорциональности H_{11} имеет размерность сопротивления, H_{22} — проводимости, H_{12}, H_{21} — безразмерные коэффициенты. При заданных U_1 и I_2 получаем уравнения с G -параметрами. Использование в качестве независимых переменных I_1 и U_1 приводит к уравнениям с B -параметрами.

Формулы (1), (2), (3) получены для указанных на рис. 1 положительных направлений токов и напряжений. При анализе четырехполюсника можно использовать другие положительные направления. Часто вместо тока I_2 используется ток I'_2 , направленный в противоположную сторону. Как правило, с таким током I'_2 вводятся уравнения с A -параметрами:

$$\begin{aligned} U_1 &= A_{11}U_2 + A_{12}I'_2; \\ I_1 &= A_{21}U_2 + A_{22}I'_2. \end{aligned} \quad (4)$$

Если в уравнениях (4) вместо тока I'_2 использовать ток $I_2 = -I'_2$, то параметры A_{12} и A_{22} изменят знаки на противоположные.

Если введенные выше параметры описывают один и тот же четырехполюсник, то они будут взаимосвязаны. Найдем, например, взаимосвязь между Z - и Y -параметрами. Пусть имеется четырехполюсник, описанный уравнениями (2) с Y -параметрами. Полагая в этих уравнениях заданными токи I_1 и I_2 , а неизвестными — напряжения и используя правила Крамера, найдем

$$U_1 = I_1 \frac{Y_{22}}{\Delta} + I_2 \frac{-Y_{12}}{\Delta};$$

$$U_2 = I_1 \frac{-Y_{21}}{\Delta} + I_2 \frac{Y_{11}}{\Delta}.$$

Здесь Δ — определитель Y -матрицы четырехполосника. Сравнивая полученные уравнения с формулами (1), получим формулы взаимосвязи Z - и Y -параметров четырехполосника:

$$Z_{11} = \frac{Y_{22}}{\Delta}; \quad Z_{12} = \frac{-Y_{12}}{\Delta}; \quad Z_{21} = \frac{-Y_{21}}{\Delta}; \quad Z_{22} = \frac{Y_{11}}{\Delta}.$$

Аналогично можно найти формулы взаимосвязи других параметров четырехполосника друг с другом. Эти формулы можно найти в литературе, указанной в конце пособия.

Из анализа уравнений четырехполосника легко получить физический смысл параметров четырехполосника. Для Z -параметров:

$$Z_{11} = \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{I_2 = 0} \quad \text{— входное сопротивление при холостом ходе на выходе};$$

$$Z_{12} = \left. \frac{U_1}{I_2} \right|_{I_1 = 0} \quad \text{— сопротивление обратной связи};$$

$$Z_{21} = \left. \frac{U_2}{I_1} \right|_{I_2 = 0} \quad \text{— сопротивление прямой передачи};$$

$$Z_{22} = \left. \frac{U_2}{I_2} \right|_{I_1 = 0} \quad \text{— выходное сопротивление при холостом ходе на входе}.$$

Аналогично для Y -параметров получим: Y_{11} — входная проводимость при коротком замыкании на выходе, Y_{12} — проводимость обратной связи, Y_{21} — проводимость прямой передачи, Y_{22} — выходная проводимость при коротком замыкании на входе.

Для уравнений с H -параметрами получим: H_{11} — входное сопротивление при коротком замыкании на выходе, H_{12} — коэффициент обратной связи по напряжению, H_{21} — коэффициент прямой передачи по току, H_{22} — выходная проводимость при холостом ходе на входе.

Z -параметры называются параметрами холостого хода, Y -параметры — параметрами короткого замыкания, а H - и остальные

Глава 4. Четырехполюсники, фильтры и длинные линии

параметры — смешанными параметрами. Из названия параметра следует способ его экспериментального определения или расчета методом комплексных амплитуд.

Как уже отмечалось, четырехполюсник в основном используется в системах передачи сигналов. Для анализа прохождения сигналов через четырехполюсник вводятся *функции четырехполюсника*. К ним относятся:

$$K_u = \frac{U_2}{U_1} \quad \text{— комплексный коэффициент передачи по напряжению,}$$

$$K_p = \frac{P_{\text{вых}}}{P_{\text{вх}}} \quad \text{— коэффициент передачи активной мощности,}$$

$$K_i = \frac{I_2}{I_1} \quad \text{— комплексный коэффициент передачи по току,}$$

$$Z_{\text{вх}} = \frac{U_1}{I_1} \quad \text{— комплексное входное сопротивление,}$$

$$Z_{\text{вых}} \quad \text{— комплексное выходное сопротивление четырехполюсника.}$$

Выходное сопротивление равно внутреннему сопротивлению эквивалентного источника напряжения, с помощью которого представляется четырехполюсник со стороны выходных зажимов. Это внутреннее сопротивление можно найти по формуле $Z_{\text{вых}} = U_2 / I_2$ только при уменьшении до нуля напряжения эквивалентной ЭДС, а этого добиваются уменьшением до нуля напряжения входной ЭДС. При этом к входным зажимам четырехполюсника подключенным остается только внутреннее сопротивление источника сигнала (рис. 3).

Основными и наиболее часто используемыми функциями являются коэффициент передачи по напряжению, входное и выходное сопротивления. Реже используется коэффициент передачи по току. Рассмотрим расчет этих функций при известных параметрах четырехполюсника.

Пусть известны Y -параметры четырехполюсника. Используя второе уравнение в системе (2): $I_2 = Y_{21}U_1 + Y_{22}U_2$, и формулу закона Ома для нагрузки $U_2 = -Z_H I_2$ (рис. 1), получим выражение для комплексного коэффициента передачи по напряжению

$$K_u = \frac{-Y_{21}}{Y_{22} + Y_H},$$

где $Y_H = 1/Z_H$.

Используя формулу для входной проводимости $Y_{ВХ} = I_1/U_1$ и деля первое уравнение в системе (2) на напряжение U_1 , найдем входную проводимость четырехполюсника

$$Y_{ВХ} = Y_{11} - \frac{Y_{12}Y_{21}}{Y_H + Y_{22}}. \quad (5)$$

Выходное сопротивление четырехполюсника находится как сопротивление между выходными зажимами при уменьшении до нуля входной ЭДС (рис. 3). Из анализа схемы рис. 3 следует, что выходное

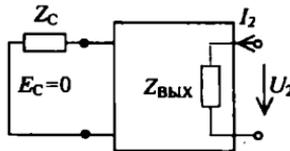


Рис. 3

сопротивление можно найти по формуле (5) как входное сопротивление со стороны выходных зажимов. Для этого в формуле вместо Y_{11} нужно записать Y_{22} , вместо Y_{22} — Y_{11} , вместо Y_{12} — Y_{21} , вместо Y_{21} — Y_{12} и, наконец, вместо проводимости нагрузки нужно записать внутреннюю проводимость источника сигнала:

$$Y_{ВЫХ} = Y_{22} - \frac{Y_{21}Y_{12}}{Y_{11} + Y_C},$$

где $Y_C = 1/Z_C$.

Используя принцип дуальности, по аналогии с предыдущими выражениями при заданных Z -параметрах четырехполюсника получим следующие формулы:

$$K_i = -\frac{Z_{21}}{Z_H + Z_{22}}; \quad Z_{ВХ} = Z_{11} - \frac{Z_{21}Z_{12}}{Z_{22} + Z_H}; \quad Z_{ВЫХ} = Z_{22} - \frac{Z_{21}Z_{12}}{Z_{11} + Z_C}.$$

Формулы для других функций, а также выражение функций через другие параметры четырехполюсника можно найти в приведенной в конце пособия литературе.

4.2. Электрические фильтры

В современных системах связи широко используется так называемый частотный принцип разделения сигналов. В соответствии с этим принципом каждому сообщению или виду сигнала отводится своя полоса частот. Так строится, например, радиовещание и телевидение в нашей и других странах. Радиостанции и телевизионные передатчики работают в строго определенных не перекрывающихся диапазонах длин волн. Важнейшую роль при обработке сигналов в таких системах играют электрические фильтры.

Электрический фильтр — это устройство, предназначенное для пропускания сигналов только в определенной полосе частот; сигналы, частоты которых не попадают в эту полосу, подавляются. Фильтры

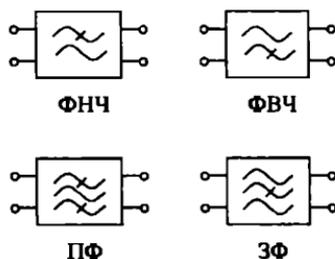


Рис. 1

широко используются в вычислительной технике. В источниках питания фильтры применяются для подавления помех, наводок и высокочастотных шумов. На материнских платах персональных компьютеров, как правило, устанавливаются несколько фильтров, устраняющих взаимное влияние сигналов друг на друга. Персональные ЭВМ рекомендуется подключать к сети через фильтр, который не пропускает импульсные помехи, высокочастотные наводки и шумы.

По диапазону пропускаемых частот фильтры делятся на фильтры нижних частот (ФНЧ), фильтры высоких частот (ФВЧ), полосовые (ПФ) и заграждающие (ЗФ) (или режекторные (РФ)) фильтры. Условные обозначения этих фильтров показаны на рис. 1. ФНЧ пропускают сигналы с низкими частотами и подавляют сигналы с высокими частотами. ФВЧ, наоборот, пропускают сигналы с высокими частотами и подавляют сигналы с низкими частотами. ПФ пропускают сигналы только в определенной полосе частот вблизи некоторой центральной

частоты, расположенной, как правило, в области относительно высоких частот. ПФ не пропускает сигналы с низкими и высокими частотами. Наконец, ЗФ пропускает сигналы с низкими и высокими частотами и задерживает сигналы с частотами, расположенными вблизи центральной частоты заграждающего фильтра.

Фильтр является четырехполюсником. Поэтому для описания свойств фильтра используются функции четырехполюсника, из которых в первую очередь — комплексный коэффициент передачи по напряжению $\dot{K}_u = \dot{U}_2 / \dot{U}_1$, где \dot{U}_1 и \dot{U}_2 — входное и выходное напряжения фильтра соответственно. Этот коэффициент передачи позволяет получить основную характеристику фильтра — *амплитудно-частотную характеристику (АЧХ)*. АЧХ определяется как модуль комплексного коэффициента передачи фильтра: $|\dot{K}_u| = |\dot{U}_2| / |\dot{U}_1|$. АЧХ легко определить экспериментально, измеряя с помощью вольтметра входное и выходное напряжения и рассчитывая отношение этих напряжений на разных частотах. По значению модуля комплексного коэффициента передачи $K_u = |\dot{K}_u|$ можно судить о подавлении или пропускании сигнала. Если $K_u(\omega_1) \approx 1$, то выходное напряжение примерно равно входному напряжению и, следовательно, сигнал с частотой ω_1 пропускается фильтром. Наоборот, при малых значениях АЧХ, когда $K_u(\omega_2) \rightarrow 0$, получим подавление сигнала с частотой ω_2 .

Типовые амплитудно-частотные характеристики реальных ФНЧ, ФВЧ, ПФ и ЗФ приведены на рис. 2. На этом рисунке для ФНЧ и ФВЧ показана граничная частота $f_{ГР}$, на которой значение АЧХ равно $1/\sqrt{2} \approx 0,707$ раз. Как правило, граничную частоту считают границей полосы пропускания фильтра. Для ПФ и ЗФ показаны: f_p — центральные частоты полосы пропускания и полосы задерживания; Π — полосы пропускания и задерживания соответственно. Отметим, что на практике кроме уровня, равного 0,707, используют другие уровни для определения граничных частот, полос пропускания и задерживания. Кроме того, иногда вводятся дополнительные граничные частоты. Например, дополнительная частота f_3 показана на рис. 2, а. Частота f_3 в этом случае определяет границу полосы задерживания фильтра.

Избирательные свойства фильтра тем лучше, чем ближе форма АЧХ к прямоугольной. Поэтому вторая АЧХ, показанная на рис. 2, б, принадлежит фильтру, изготовленному с лучшим качеством.

Кроме АЧХ для описания фильтра используют фазочастотную характеристику (ФЧХ). ФЧХ определяется как начальная фаза (аргумент) комплексного коэффициента передачи фильтра: $\varphi(\omega) = \arg(\dot{K}_u) = \varphi_2 - \varphi_1$, где φ_2 и φ_1 — начальные фазы выходного и входного сигналов соответственно. Из формулы следует, что ФЧХ определяет фазовый сдвиг, добавляемый фильтром к начальной фазе входного сигнала. Как правило, фазочастотную характеристику фильтра требуется знать при использовании систем связи с так называемой угловой модуляцией, когда информация содержится в изменениях частоты и фазы сигнала.

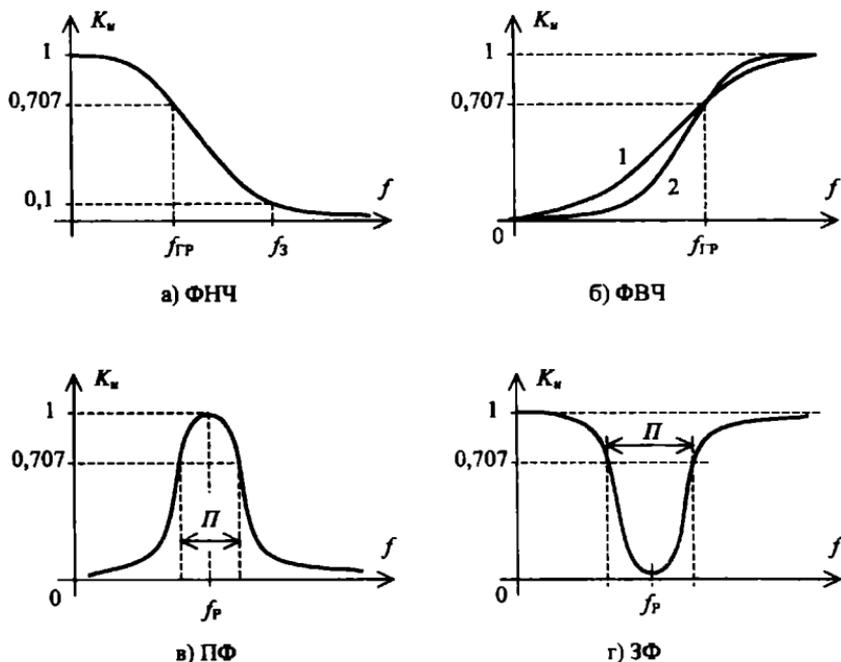


Рис. 2

Продолжим классификацию фильтров. По способу изготовления различают следующие типы фильтров: кварцевые, электромеханические, фильтры на коаксиальных линиях передачи, фильтры на поверхностных акустических волнах, фильтры на переключаемых конденсаторах, активные фильтры, LC-фильтры — фильтры, содержащие катушки индуктивности и конденсаторы (отметим, что в схемы LC-фильтров часто дополнительно включаются резисторы) и т. д.

Как правило, для упрощения теоретического анализа все разновидности используемых на практике фильтров сводят к LC -фильтрам. При этом конструктивные элементы реальных фильтров замещают их электрическими аналогами в виде катушек, конденсаторов и резисторов. Ниже рассмотрение фильтров будет ограничено анализом только LC -фильтров.

Для построения LC -фильтров применяют Γ -, Π - и T -образные звенья, показанные на рис. 3. В этих схемах используются одинаковые сопротивления Z_1 и Z_2 . Поэтому все три фильтра будут иметь пример-

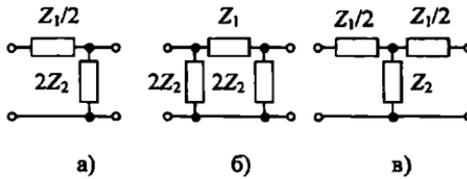


Рис. 3

но одинаковые полосы пропускания. Фильтры, состоящие из нескольких каскадно-включенных цепей, изображенных на рис. 3, называются *многозвенными*. Например, Π - или T -звено можно получить каскадным соединением двух Γ -звеньев.

Простейшие схемы однозвенных ФНЧ Γ -типа, широко используемых на практике, приведены на рис. 4. Избирательные свойства этих фильтров объясняются свойствами катушки и конденсатора. Как из-

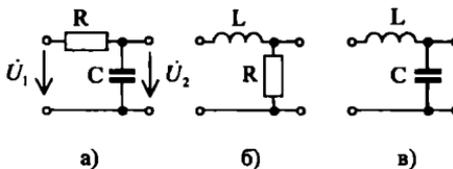


Рис. 4

вестно, индуктивное сопротивление катушки увеличивается с ростом частоты, а емкостное сопротивление конденсатора, наоборот, с ростом частоты уменьшается. Например, работа фильтра, изображенного на рис. 4, а, описывается следующим образом. При увеличении частоты входного сигнала сопротивление конденсатора уменьшается: $(1/\omega C) \rightarrow 0$. Выходное напряжение на конденсаторе $|\dot{U}_2| \rightarrow 0$ и, следовательно, высокочастотный сигнал через фильтр не проходит (по-

давляется). Если $\omega \rightarrow 0$, то $(1/\omega C) \rightarrow \infty$ и $U_2 \approx U_1$. Следовательно, низкочастотный сигнал проходит через фильтр с малым затуханием. АЧХ фильтра низких частот приведена на рис. 2, а. Аналогично объясняется работа других фильтров. Отметим, что лучшую избирательность будет давать схема, приведенная на рис. 4, в, так как в этой схеме используются частотные свойства не одного, а двух реактивных элементов.

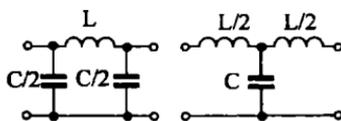


Рис. 5

Дальнейшее улучшение прямоугольности частотных характеристик ФНЧ получим при использовании П- и Т-звеньев (рис. 5) и при соединении нескольких звеньев в цепочку.

Часто используемые на практике простейшие схемы однозвенных ФВЧ приведены на рис. 6. Работа этих фильтров также объясняется частотными свойствами катушки и конденсатора. Как и для ФНЧ, использование П- и Т-звеньев улучшает прямоугольность амплитудно-частотных характеристик фильтров.

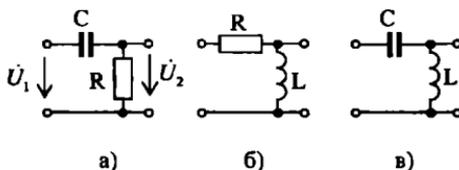


Рис. 6

Расчет фильтров проводится с использованием метода комплексных амплитуд. Рассмотрим, например, расчет АЧХ ФВЧ, схема которого приведена на рис. 6, а. Под действием входного напряжения \dot{U}_1 через конденсатор и резистор фильтра протекает ток $\dot{I}_m = \dot{U}_1 / (R + 1/j\omega C)$. Для упрощения дальнейшего изложения введем обозначение: $s = j\omega$. Выражение для тока в цепи преобразуется к виду $\dot{I}_m = \dot{U}_1 / (R + 1/sC)$. В соответствии с законом Ома находим выходное напряжение $\dot{U}_2 = (\dot{U}_1 R) / (R + 1/sC)$. Разделив выходное напряжение на входное, получим комплексный коэффициент передачи фильтра

$$\dot{K}_u = \frac{sRC}{1 + sRC}.$$

Для LC -фильтров комплексный коэффициент передачи всегда можно представить в виде отношения двух полиномов, содержащих комплексную переменную s и коэффициенты, значения которых зависят от параметров элементов фильтра. Чем сложнее схема фильтра, тем более высокий порядок полиномов будет записываться в числителе и знаменателе коэффициента передачи.

Взяв модуль комплексного коэффициента передачи, получим АЧХ фильтра

$$K_u = |\dot{K}_u| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}.$$

Приравняв значение АЧХ уровню 0,707, получим формулу для граничной частоты фильтра: $\omega_{1P} = 1/RC$. Аналогично рассчитываются граничные частоты других фильтров.

При проектировании полосовых и заграждающих фильтров используются последовательный и параллельный колебательные контуры.

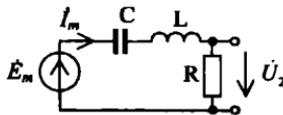


Рис. 7

Последовательным колебательным контуром называют цепь, содержащую последовательно соединенные конденсатор, катушку и резистор (рис. 7). В последовательном контуре в качестве источника сигнала используется источник напряжения. Используя метод комплексных амплитуд, получим комплексный коэффициент передачи цепи

$$\dot{K}_u = \frac{R}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}.$$

В знаменателе этого выражения находится комплексное сопротивление последовательно соединенных резистора, катушки и конденса-

Глава 4. Четырехполюсники, фильтры и длинные линии

тора. Частота ω_p , на которой это сопротивление становится вещественным, называется *резонансной частотой*. На этой частоте $(\omega_p L - 1/\omega_p C) = 0$. Отсюда $\omega_p = 1/\sqrt{LC}$. Для описания последовательного контура используют: $\rho = \sqrt{L/C}$ — характеристическое сопротивление, $Q = \rho/R$ — добротность колебательного контура. На резонансной частоте сопротивление катушки и конденсатора взаимно скомпенсированы и коэффициент передачи по напряжению равен единице. Если частота отклоняется от резонансной, то выходное напряжение уменьшается, так как взаимной компенсации сопротивлений катушки и конденсатора не происходит и ток в цепи уменьшается. АЧХ последовательного контура равна

$$A_{\text{ЧХ}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cong \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\Delta f}{f_p} Q\right)^2}},$$

где введена расстройка контура $\Delta f = f - f_p$, $f = \omega/2\pi$ — частота входного сигнала, $f_p = \omega_p/2\pi$ — резонансная частота. График АЧХ приведен на рис. 2, в. Как видим, последовательный колебательный контур можно использовать в качестве полосового фильтра. Приравняв значение АЧХ уровню 0,707, получим формулу для полосы пропускания колебательного контура: $\Pi = f_p/Q$.

Последовательный колебательный контур используется для построения заграждающих фильтров. Простейшая схема ЗФ приведена на рис. 8. Здесь на резонансной частоте сопротивление последова-

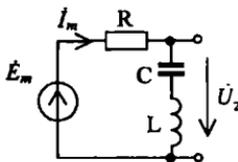


Рис. 8

тельно соединенных катушки и конденсатора равно нулю и выходное напряжение будет также равно нулю. Сигнал с частотой, равной резонансной частоте, задерживается в этом заграждающем фильтре.

Параллельным колебательным контуром называют цепь, содержащую параллельно соединенные конденсатор, катушку и резистор

(рис. 9). Отметим, что резистор в параллельном контуре часто характеризует только потери энергии в реальных катушке и конденсаторе и на практике для уменьшения потерь энергии в контуре в схему может не включаться. Для параллельного контура в качестве источника сигнала используется источник тока.



Рис. 9

Используя метод комплексных амплитуд, найдем комплексную амплитуду выходного напряжения цепи:

$$\dot{U}_2 = \frac{\dot{I}_m}{\frac{1}{R'} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)}.$$

В знаменателе этого выражения находится комплексная проводимость колебательного контура. Частота $\omega_p = 1/\sqrt{LC}$, на которой эта проводимость будет вещественной, называется резонансной частотой. Добротность параллельного колебательного контура равна $Q = R'/\rho$. На резонансной частоте ω_p напряжение на контуре будет максимально большим. Если частота отклоняется от резонансной, то выходное напряжение уменьшается. Зависимость амплитуды выходного напряжения от частоты будет аналогична АЧХ полосового фильтра

$$U_2 = \frac{I_m}{\sqrt{\left(\frac{1}{R'}\right)^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}} \cong \frac{I_m R'}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\Delta f}{f_p} Q\right)^2}}.$$

Следовательно, схема на рис. 9 с параллельным колебательным контуром является схемой полосового фильтра.

Параллельный колебательный контур можно также использовать в качестве заграждающего фильтра. Простейшая схема ЗФ с использованием параллельного контура приведена на рис. 10.

В высококачественных полосовых и заграждающих фильтрах используются как последовательный, так и параллельный колебательные контуры. Схемы Г-звеньев таких фильтров приведены на рис. 11.

Фильтры, схемы которых изображены рис. 4, в, рис. 5, рис. 6, в и рис. 11 в литературе получили название *LC*-фильтров типа *k*. У этих фильтров произведение сопротивлений продольных и поперечных

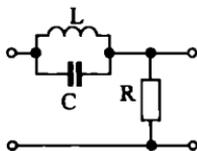


Рис. 10

ветвей дает вещественную константу: $Z_1 Z_2 = k^2$. Если последовательные и параллельные контуры для улучшения прямоуглольности АЧХ дополнительно включить в состав ФНЧ и ФВЧ, то эти ФНЧ и ФВЧ с колебательными контурами относят к фильтрам типа *m*.

Как уже отмечалось, коэффициент передачи фильтра представляет собой отношение двух полиномов. По типу полиномов различают

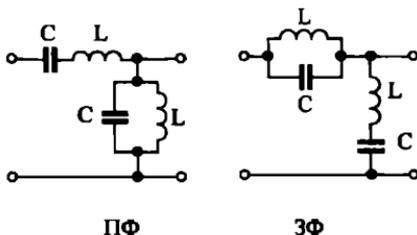


Рис. 11

фильтры Баттерворта, Чебышева, Бесселя, Золотарева (Кауэра) и т. д. Схемы и параметры этих фильтров можно найти в литературе.

4.3. Длинные линии и телеграфные уравнения

Цепи, которые рассматривались выше, относятся к классу цепей с *сосредоточенными параметрами*. Практически все магнитные поля в таких цепях сосредоточены в катушках, все электрические поля — в конденсаторах, а потери — в резисторах.

В цепях с *распределенными параметрами* потери, емкость и индуктивность распределены в пространстве. В дальнейшем будем рас-

считать распределение только вдоль одной пространственной координаты. В этом случае цепи с распределенными параметрами называют *длинными линиями*.

Простейшим примером цепи с распределенными параметрами может служить двухпроводная линия передачи (рис. 1). При протекании тока по проводам вокруг них возникает магнитное поле \vec{H} , что свидетельствует о наличии индуктивности, распределенной вдоль длины линии. Между проводами линии возникает электрическое поле \vec{E} , что говорит о емкости. Провода и диэлектрик между проводами нагрева-

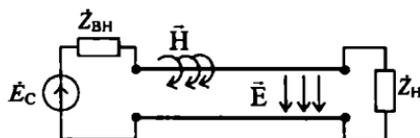


Рис. 1

ются, что свидетельствует о наличии распределенных потерь. К цепям с распределенными параметрами относят телефонный провод, коаксиальный кабель, полосковую линию, прямоугольный или круглый волновод, оптоволоконную линию и т. п.

Для количественной оценки распределенных параметров используются следующие *погонные параметры* длиной линии.

1. R_0 — погонное сопротивление потерь в проводниках линии. Определяется как сопротивление проводников короткозамкнутого отрезка линии длиной 1 метр. Единица измерения — Ом/м.
2. L_0 — погонная индуктивность. Определяется как индуктивность короткозамкнутого отрезка линии длиной 1 метр. Единица измерения — Гн/м.
3. C_0 — погонная емкость. Определяется как емкость между проводами разомкнутого на конце отрезка линии длиной 1 метр. Единица измерения — Ф/м.
4. G_0 — погонная проводимость изоляции. Определяется как проводимость между разомкнутыми на конце проводами отрезка линии длиной 1 метр. Единица измерения — См/м.

Как правило, численные значения погонных параметров малы. Поэтому распределенные параметры оказывают влияние на передаваемые сигналы только при большой длине линии. На практике эффекты, обусловленные распределенными параметрами, учитывают только то-

гда, когда длина линии l_0 сравнима или больше длины волны сигнала $\lambda = c/f$, где c — скорость света, а f — частота.

Рассмотрим установившееся напряжение \dot{U} и ток \dot{I} в произвольном сечении длинной линии на расстоянии l от нагрузки (рис. 2, а). Выделим отрезок с малой длиной Δl , примыкающий к рассматриваемому сечению. Так как величина $\Delta l \ll \lambda$, то отрезок можно представить в виде четырехполюсника с сосредоточенными параметрами (рис. 2, б). На выходных зажимах отрезка из-за влияния распределенных параметров ток и напряжение уменьшаются на ΔI и ΔU соответственно.

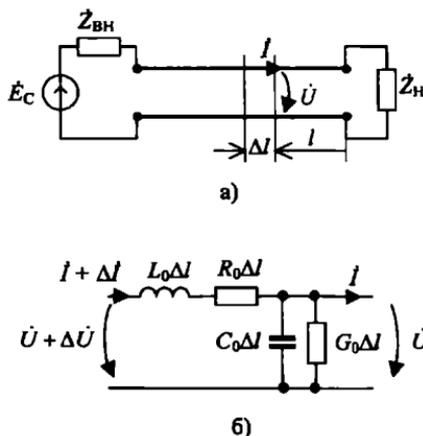


Рис. 2

Из анализа цепи (рис. 2, б) следует, что изменение напряжения $\Delta \dot{U} = (R_0 \Delta l + j\omega L_0 \Delta l)(\dot{I} + \Delta I)$. Раскрывая круглые скобки и пренебрегая величинами второго порядка малости, получим следующее выражение: $\Delta \dot{U} \approx (R_0 + j\omega L_0) \dot{I} \Delta l$. Разделив правую и левую части равенства на Δl и переходя к пределу при $\Delta l \rightarrow 0$, получим *первое телеграфное уравнение* длинной линии

$$\frac{d\dot{U}}{dl} = \dot{Z}_0 \dot{I}, \quad (1)$$

где $\dot{Z}_0 = R_0 + j\omega L_0$ — погонное комплексное сопротивление. Из этого уравнения следует, что комплексная амплитуда напряжения вдоль ли-

4.3. Длинные линии и телеграфные уравнения

нии будет обязательно изменяться, если в сечении линии имеется не равный нулю ток (производная в (1) не равна нулю).

Используя первый закон Кирхгофа для выходного узла отрезка длиной линии (рис. 2, б), получим $\Delta \dot{I} = (G_0 \Delta l + j\omega C \Delta l) \dot{U}$. Разделив правую и левую части равенства на Δl и переходя к пределу при $\Delta l \rightarrow 0$, получим *второе телеграфное уравнение* длиной линии

$$\frac{d\dot{I}}{dl} = \dot{Y}_0 \dot{U}, \quad (2)$$

где $\dot{Y}_0 = G_0 + j\omega C_0$ — погонная комплексная проводимость длиной линии. Из второго телеграфного уравнения следует, что при наличии напряжения в линии комплексная амплитуда тока вдоль линии будет изменяться. Телеграфные уравнения были получены в конце XIX века при исследовании линий телеграфной связи.

Дифференцируя уравнение (1) и подставляя в это уравнение вместо производной от тока правую часть уравнения (2), получим однородное линейное дифференциальное уравнение относительно напряжения в произвольном сечении линии

$$\frac{d^2 \dot{U}}{dl^2} - \dot{Z}_0 \dot{Y}_0 \dot{U} = 0. \quad (3)$$

Из теории дифференциальных уравнений известно, что решение уравнения (3) записывается в виде

$$\dot{U} = \dot{C}_1 e^{\gamma l} + \dot{C}_2 e^{-\gamma l}, \quad (4)$$

где $\gamma = \sqrt{\dot{Z}_0 \dot{Y}_0}$ — коэффициент распространения, а \dot{C}_1 и \dot{C}_2 — постоянные интегрирования. Из выражения (4) следует, что напряжение в линии состоит из двух составляющих.

Решение для тока получим, дифференцируя в соответствии с формулой (1) выражение (4):

$$\dot{I} = \frac{1}{Z_C} (\dot{C}_1 e^{\gamma l} - \dot{C}_2 e^{-\gamma l}), \quad (5)$$

где $Z_C = \sqrt{\dot{Z}_0 / \dot{Y}_0}$ — волновое сопротивление.

Рассмотрим решение (4) для напряжения в произвольном сечении линии. Представляя $\dot{C}_1 = C_1 e^{j\varphi_1}$, $\dot{C}_2 = C_2 e^{j\varphi_2}$ и $\gamma = \alpha + j\beta$, формулу для напряжения в линии запишем в виде

$$\dot{U} = (C_1 e^{\alpha l}) e^{j(\beta l + \varphi_1)} + (C_2 e^{-\alpha l}) e^{j(-\beta l + \varphi_2)}.$$

В этом выражении в круглых скобках перед экспонентами находятся амплитуды напряжения. Как видим, эти амплитуды изменяются при перемещении вдоль линии. При изменении расстояния l изменяются также начальные фазы напряжений. Переходя к мгновенным значениям этих напряжений, получим

$$u(t) = (C_1 e^{\alpha l}) \cos(\omega t + \beta l + \varphi_1) + (C_2 e^{-\alpha l}) \cos(\omega t - \beta l + \varphi_2), \quad (6)$$

где ω — частота сигнала.

График первого слагаемого в (6) для двух фиксированных моментов времени t_1 и $t_1 + \Delta t$ представлен на рис. 3. На этом рисунке расстояние l отсчитывается от конца линии. Как видим, за время Δt точка а

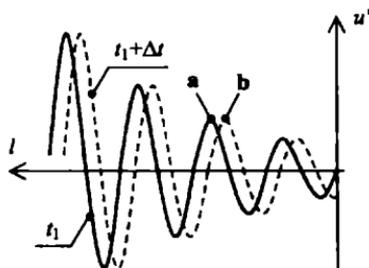


Рис. 3

перемещается в точку **б**. Следовательно, первое слагаемое в (6) соответствует *бегущей волне напряжения*. Так как эта волна распространяется от генератора к нагрузке, то ее называют *падающей* бегущей волной. Амплитуда напряжения при перемещении волны уменьшается из-за потерь в линии. Точкам **а** и **б** графика соответствуют следующие значения полной фазы падающей волны: $\omega t_1 + \beta l_a + \varphi_1 = \pi$, $\omega(t_1 + \Delta t) + \beta l_b + \varphi_1 = \pi$, где l_a и l_b — расстояния от нагрузки до точек **а** и **б** (рис. 3). Вычитая из первого выражения второе, получим $-\omega \Delta t + \beta \Delta l = 0$, где $\Delta l = l_a - l_b$. Из последнего соотношения следует, что за время Δt точка **а** (или любая другая точка волны) переместится на расстояние Δl . Модуль отношения этого расстояния к интервалу времени Δt дает фазовую скорость волны в длинной линии: $v_\phi = |\Delta l / \Delta t| = \omega / \beta$.

Распределение напряжения вдоль линии, соответствующее второму слагаемому в (6), для двух моментов времени t_1 и $(t_1 + \Delta t)$ представлено на рис. 4. За время Δt точка a на этом рисунке перемещается в точку b . Следовательно, второе слагаемое в (6) соответствует *бегущей отраженной волне* напряжения. Амплитуда напряжения отраженной волны уменьшается с ростом расстояния от нагрузки. Отметим, что на рис. 3 и рис. 4 используются разные масштабы по осям напряжений, так как амплитуда отраженной волны напряжения в линии не может превышать амплитуду падающей волны.

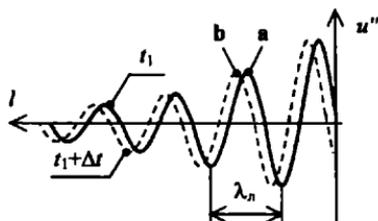


Рис. 4

Таким образом, в длинной линии устанавливаются две бегущие волны напряжения. Первая волна — падающая бегущая волна напряжения, переносит энергию от генератора к нагрузке. Вторая — отраженная волна. Появление отраженной волны объясняется тем, что не вся энергия падающей волны поглощается в нагрузке. Часть энергии отраженная волна возвращает генератору.

Из анализа решения телеграфных уравнений для тока следует, что ток в произвольном сечении линии также представляется в виде двух слагаемых. Первое слагаемое соответствует бегущей падающей, а второе — бегущей отраженной волне тока. Однако у этих волн будут другие, по сравнению с напряжениями, начальные фазы.

Отметим, что две бегущие волны в линии устанавливаются после завершения переходного процесса. Во время переходного процесса в линии происходит следующее. Первоначально возникшая падающая волна напряжения, распространяясь вдоль линии, доходит до нагрузки и частично отражается, порождая отраженную бегущую волну. Отраженная волна, в свою очередь, распространяясь и доходя до входных зажимов, также частично отражается, порождая вторичную падающую волну напряжения. Вторичная падающая волна напряжения порождает вторичную отраженную волну и т. д. После каждого отраже-

ния амплитуда волны уменьшается. Поэтому через некоторое время переходный процесс практически завершится: все падающие волны, складываясь, образуют одну установившуюся падающую волну, а все отраженные — установившуюся отраженную волну в длинной линии.

Распространение волн напряжения и тока характеризуют *волновые параметры* длинной линии:

$\gamma = \alpha + j\beta$ — коэффициент распространения;

$\alpha = \operatorname{Re}\{\gamma\}$ — коэффициент затухания;

$\beta = \operatorname{Im}\{\gamma\}$ — коэффициент фазы;

$Z_c = \sqrt{\overline{Z_0} / \overline{Y_0}}$ — волновое сопротивление;

$v_\phi = \omega / \beta$ — фазовая скорость;

$\lambda_n = 2\pi / \beta$ — длина волны в длинной линии.

Волновое сопротивление, как следует из анализа формулы (5), определяется отношением комплексных амплитуд падающих волн напряжения и тока в линии. Коэффициент фазы позволяет рассчитать длину волны в длинной линии: $\lambda_n = 2\pi / \beta$. Длина волны в линии показана на рис. 4. Действительно, увеличивая длину l в формуле (6) на λ_n , легко убедиться, что значение полной фазы бегущей волны изменится в этом случае ровно на 360 градусов.

В технике связи для передачи сообщений, как правило, используются длинные линии с малыми потерями. В этом случае $R_0 \rightarrow 0$, $G_0 \rightarrow 0$ и $\alpha \rightarrow 0$. Волновое сопротивление такой линии станет вещественным и будет определяться погонными индуктивностью и емкостью линии: $Z_c = W = \sqrt{L_0 / C_0}$. Отметим, что, несмотря на вещественное значение волнового сопротивления, потерь энергии на этом сопротивлении нет, так как сопротивление W по определению есть коэффициент пропорциональности между бегущими волнами напряжения и тока в длинной линии. При создании компьютерных сетей чаще всего встречаются линии с волновыми сопротивлениями 50 Ом, 75 Ом и 100 Ом.

4.4. Коэффициент отражения, стоячие и смешанные волны

Появление отраженных волн при передаче сигналов с использованием длинных линий, как правило, является нежелательным явлением. Для оценки интенсивности отраженных волн вводится *коэффициент отражения* (по напряжению)

$$\dot{p} = \frac{\dot{U}_{\text{отр}}}{\dot{U}_{\text{пад}}}, \quad (1)$$

где $\dot{U}_{\text{отр}}$ и $\dot{U}_{\text{пад}}$ — комплексные амплитуды отраженной и падающей волн напряжения в произвольном сечении линии. Так как токи и напряжения в линии связаны с помощью волнового сопротивления, то коэффициент отражения для токов не вводится.

Найдем коэффициент отражения (1) в сечении нагрузки. С учетом того что в этом сечении напряжение и ток в линии равны току и напряжению на нагрузке, решения телеграфных уравнений при $l = 0$ принимают вид

$$\begin{aligned} \dot{U}_н &= \dot{C}_1 + \dot{C}_2, \\ \dot{I}_н &= \frac{1}{Z_c}(\dot{C}_1 - \dot{C}_2), \end{aligned}$$

где $\dot{U}_н$, $\dot{I}_н$ — напряжение и ток через нагрузку. Из первого выражения следует, что коэффициенты \dot{C}_1 и \dot{C}_2 — комплексные амплитуды напряжений падающей и отраженной волн на нагрузке. Разделив левые и правые части приведенных соотношений друг на друга и учитывая, что $\dot{Z}_н = \dot{U}_н / \dot{I}_н$ и $\dot{p}_н = \dot{C}_2 / \dot{C}_1$, получим следующую формулу для коэффициента отражения в сечении нагрузки

$$\dot{p}_н = \frac{\dot{Z}_н - \dot{Z}_c}{\dot{Z}_н + \dot{Z}_c}. \quad (2)$$

Из выражения (2) получаем условие передачи сигналов без отраженной волны: $\dot{Z}_н = \dot{Z}_c$. В этом случае $\dot{p}_н = 0$ и в линии имеется только одна падающая бегущая волна. Соотношение $\dot{Z}_н = \dot{Z}_c$ называют *условием согласования* длиной линии и нагрузки, а получающееся при этом состояние линии — *режимом бегущей волны*. Для линий с малыми потерями волновое сопротивление равно вещественной величине W . Например, на практике для построения компьютерных сетей широко используются двухпроводные линии с волновым сопротивлением, равным $W = 100$ Ом. Следовательно, для передачи всей энергии от генератора (сервера) в нагрузку (рабочую станцию) сопротивление нагрузки должно быть равно 100 Ом.

На входе линии в режиме бегущей волны существуют только напряжение и ток падающих волн: $\dot{U}_{\text{пад}}$ и $\dot{I}_{\text{пад}}$. Их отношение даст входное сопротивление линии $\dot{Z}_{\text{вх}} = \dot{U}_{\text{пад}} / \dot{I}_{\text{пад}}$, равное по определению волновому сопротивлению \dot{Z}_c . Для линий с малыми потерями $\dot{Z}_c = W$. Передача максимума мощности от генератора в нагрузку происходит при равенстве входного сопротивления линии и внутреннего сопротивления генератора. Такой режим называют *режимом согласования генератора с линией*.

Рассмотрим далее только линии с малыми потерями, так как такие линии широко используются на практике. У линий с малыми потерями $\dot{Z}_0 \approx j\omega L_0$, $\dot{Y}_0 \approx j\omega C_0$, $\alpha \approx 0$, $\dot{Z}_c \approx W$ и $\gamma = \sqrt{\dot{Z}_0 \dot{Y}_0} \approx j\beta$, где коэффициент фазы $\beta = \omega \sqrt{L_0 C_0}$.

Коэффициент отражения в произвольном сечении линии с малыми потерями легко найти, используя решение телеграфного уравнения для напряжения в линии

$$\dot{U} = \dot{C}_1 e^{j\beta l} + \dot{C}_2 e^{-j\beta l}.$$

Разделив второе слагаемое, соответствующее отраженной волне, на первое слагаемое, соответствующее падающей волне, получим коэффициент отражения в произвольном сечении

$$\dot{p} = \dot{p}_n e^{-j2\beta l}.$$

Этот коэффициент отличается от \dot{p}_n только начальной фазой.

Пусть в линии с малыми потерями модуль коэффициента отражения $|\dot{p}| = 1$. Это случай полного отражения, при котором вся энергия падающей волны отражается от нагрузки. Из анализа формулы (2) следует, что полное отражение возможно в четырех случаях: на выходе линии короткое замыкание ($\dot{Z}_n = 0$), на выходе линии холостой ход ($\dot{Z}_n \rightarrow \infty$), нагрузка линии — катушка индуктивности ($\dot{Z}_n = j\omega L_n$) и нагрузка линии — конденсатор ($\dot{Z}_n = 1/j\omega C_n$). Такие нагрузки не потребляют энергии. Векторная диаграмма напряжений падающей и отраженной волн в произвольном сечении линии при полном отражении приведена на рис. 1.

На рисунке длина векторов падающей и отраженной волн одинакова: $C_1 = C_2$, что соответствует полному отражению. Нарисованные пунктирными линиями стрелки показывают направление вращения

4.4. Коэффициент отражения, стоячие и смешанные волны

векторов при перемещении от нагрузки к генератору. Вектор отраженной волны вращается по часовой стрелке, а вектор падающей волны — против часовой стрелки, причем вращения происходят с одинаковыми скоростями. Следовательно, начальная фаза результирующего вектора \dot{U} при перемещении вдоль линии будет оставаться или неизменной, или изменяться скачком на 180 градусов. Длина результи-

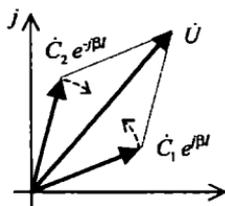


Рис. 1

рующего вектора, соответствующая суммарной амплитуде напряжения в линии, при изменении расстояния l изменяется по следующему закону:

$$U = 2C_2 \left| \cos \left(\beta l - \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \right) \right|,$$

где φ_1 — начальная фаза напряжения \dot{C}_1 падающей волны в сечении нагрузки, φ_2 — начальная фаза напряжения \dot{C}_2 отраженной волны в сечении нагрузки.

Зависимость результирующей амплитуды напряжения U в линии от расстояния l приведена на рис. 2 сплошной линией. Максимумы

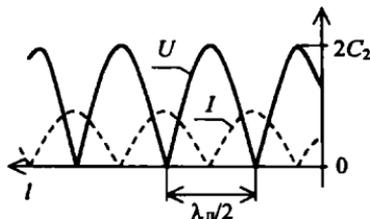


Рис. 2

напряжения называются *пучностями*, а минимумы — *узлами*. Из постоянства начальной фазы результирующего напряжения в линии сле-

Глава 4. Четырехполюсники, фильтры и длинные линии

дует, что узлы и пучности в длинной линии с течением времени не перемещаются.

Волна, полученная в результате наложения падающей и отраженной волн при полном отражении, называется *стоячей волной*. Аналогичный вывод можно получить для тока в линии: при полном отражении возникает стоячая волна тока. Распределение амплитуды тока вдоль линии показано на рис. 2 пунктирной линией.

Стоячие волны в линиях передачи сигналов, как правило, нежелательны, так как в этом случае возникают повышенные напряжения в пучностях. Отрезки линии с полным отражением используются при создании СВЧ фильтров, согласующих устройств и колебательных систем.

Пусть в линии имеет место неполное отражение — часть электрической энергии поступает в нагрузку. Такой случай наиболее часто встречается на практике. Амплитуда отраженной волны $U_{\text{отр}}$ из-за частичного поглощения энергии в нагрузке будет меньше амплитуды падающей волны: $U_{\text{пад}} > U_{\text{отр}}$. Представим падающую волну в виде двух составляющих: $U_{\text{пад}} = U'_{\text{пад}} + U''_{\text{пад}}$, так что отраженная волна и первая часть падающей волны образуют стоячую волну, а вторая часть падающей волны, не взаимодействуя с отраженной, останется бегущей падающей волной (рис. 3).

Волна, образованная суммой бегущей волны и стоячей волны, называется *смешанной волной*.

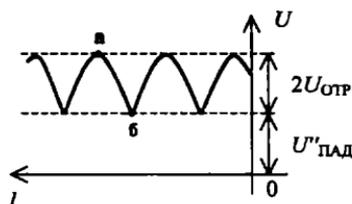


Рис. 3

Распределение вдоль линии амплитуды напряжения в смешанной волне показано на рис. 3. В точке а имеется пучность, а в точке б — узел напряжения в линии.

Для описания смешанной волны используются *коэффициент стоячей волны (КСВ)* и *коэффициент бегущей волны (КБВ)*:

$$\text{КСВ} = \frac{U_{\text{макс}}}{U_{\text{мин}}}; \quad \text{КБВ} = \frac{U_{\text{мин}}}{U_{\text{макс}}} = \frac{1}{\text{КСВ}},$$

где $U_{\text{макс}}$ и $U_{\text{мин}}$ — максимальное в пучности и минимальное в узле напряжения в линии соответственно. КСВ всегда больше или равен единице, а КБВ всегда меньше или равен единице. В системах передачи сигналов стремятся получить КСВ или КБВ близкими к единице.

Из анализа кривых рис. 3 следует, что $U_{\text{макс}} = U_{\text{ПАД}} + U_{\text{ОТР}}$, а $U_{\text{мин}} = U_{\text{ПАД}} - U_{\text{ОТР}}$. Разделив максимальное значение напряжения в линии на минимальное, получим формулу взаимосвязи коэффициента отражения и КСВ

$$\text{КСВ} = \frac{1 + |\dot{p}|}{1 - |\dot{p}|}. \quad (3)$$

КСВ легко определить экспериментально, измеряя с помощью вольтметра напряжения в узлах и пучностях линии. В этом случае формулу (3) используют для расчета модуля коэффициента отражения.

На практике при построении компьютерных сетей и при использовании для передачи информации длинных линий мощность отраженной волны считается незначительной при $\text{КСВ} \leq 2$. Максимально допустимое значение модуля коэффициента отражения при этом не превышает 1/3.

Контрольные вопросы и задачи

1. Чем четырехполосник отличается от любой другой цепи, имеющей 4 контакта?
2. Как называются каждый из Z -, Y - или H -параметров четырехполосника? Как определить эти параметры, используя методы короткого замыкания и холостого хода?
3. Сколько смешанных систем параметров у четырехполосника? Какие системы образованы параметрами холостого хода или короткого замыкания?
4. Как измерить АЧХ и ФЧХ четырехполосника в лаборатории с использованием типовых измерительных приборов?
5. При каких условиях выходное сопротивление четырехполосника равно отношению выходного напряжения к выходному току?
6. Напряжение от батареи постоянного тока подается на ФНЧ, ФВЧ, ПФ и ЗФ. На выходах каких фильтров будет гореть индикаторная лампочка?

Глава 4. Четырехполюсники, фильтры и длинные линии

- Используя частотные свойства конденсатора и катушки индуктивности, объяснить работу ФНЧ Т-типа.
- Используя метод короткого замыкания, рассчитать Y -параметры ФВЧ П-типа.
- Какие фильтры могут использоваться в источниках питания ЭВМ, в радиоприемниках, в устройствах защиты от гармонических помех?
- В каком случае влияние распределенных параметров в длинной линии при прочих равных условиях больше: при увеличении в 2 раза частоты сигнала или при увеличении в 2 раза длины линии?
- На конце линии — короткое замыкание. Чему равны амплитуда и начальная фаза отраженной волны в сечении нагрузки, если амплитуда падающей волны в этом сечении равна 5 В, а начальная фаза равна нулю?
- По какому закону изменяется амплитуда бегущей волны в линии с потерями? Рассчитайте уменьшение амплитуды падающей волны в линии длиной 100 м, если коэффициент затухания равен $\alpha = 0,05$ 1/м.
- Как изменяется начальная фаза бегущей волны вдоль линии, если коэффициент фазы $\beta = 2\pi \cdot 10^{-2}$ рад/м? Каковы длина волны в длинной линии и фазовая скорость распространения волны, если частота сигнала равна 20 МГц?
- Рассчитайте модуль и начальную фазу коэффициента отражения в сечении нагрузки, если нагрузка линии с малыми потерями состоит из последовательно соединенных конденсатора и катушки.
- Где больше модуль коэффициента отражения в линии с потерями: в сечении нагрузки или на входе линии?
- Отраженная волна взаимодействует с третьей частью падающей волны в линии с малыми потерями с резистивной нагрузкой. Нарисовать распределение амплитуды напряжения смешанной волны вдоль линии. Рассчитать КСВ и КБВ.
- Волновое сопротивление линии связи в компьютерной сети равно 100 Ом (витая пара). Найти максимально и минимально возможные амплитуды напряжения волны в сечении нагрузки с сопротивлением 300 Ом (на входе рабочей станции), если амплитуда напряжения на входе линии (на выходе сервера) равна 10 В. Для простоты потерями в линии пренебречь.

5. Сигналы и их спектры

5.1. Линейные пространства сигналов и понятие спектра

С помощью радиоэлектронных устройств и ЭВМ наиболее часто решаются задачи, связанные с передачей, получением и обработкой информации. Физический процесс — носитель информации — называют сигналом. В компьютерной технике и в технике связи *сигнал* — это изменяющийся во времени электрический ток или напряжение. Аналитическое описание сигнала дается некоторой вещественной (или комплексной) функцией времени.

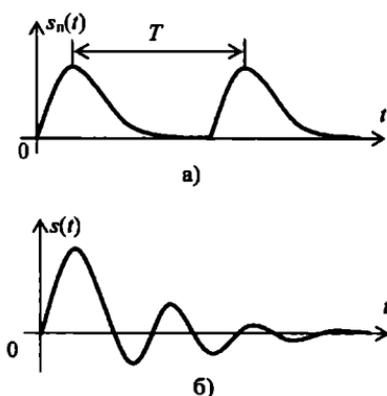


Рис. 1

В дальнейшем, в основном, будем рассматривать *детерминированные сигналы*, значения которых точно известны в любой момент времени. Результаты, которые будут получены для детерминированных сигналов, часто можно использовать для анализа случайных сигналов.

Детерминированные сигналы делятся на несколько классов. *Аналоговые* сигналы (рис. 1) имеют значения в любой точке временной оси. Например, последовательность импульсов (рис. 1, а) является аналоговым сигналом. В промежутках между импульсами значение сигнала задано и равно нулю.

Дискретные сигналы заданы на счетном множестве временных точек, как правило, равномерно распределенных на временной оси. Если осуществить квантование дискретного сигнала, то полученные от-

счеты образуют *цифровой* сигнал. Дискретные и цифровые сигналы будут рассмотрены в следующих главах.

Периодические сигналы (рис. 1, а), в отличие от *непериодических*, имеют повторяющиеся через интервал времени T , называемый периодом, значения: $s_n(t) = s_n(t + T)$.

Все сигналы можно разделить на простые и сложные. К простым сигналам относят: гармонические ток и напряжение, частный случай гармонического сигнала — постоянное напряжение или ток, испытательные сигналы: единичную функцию $1(t)$ и дельта-функцию $\delta(t)$ и т. п.

Единичная функция при $t > 0$ равна единице, а при $t < 0$ — нулю:

$$1(t) = \begin{cases} 1, & t > 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases}$$

В точке разрыва при $t = 0$ единичная функция определяется различно, но чаще всего в этой точке ее значение полагается равным 0,5.

Дельта-функция определяется выражениями:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0, \\ 0, & t \neq 0; \end{cases} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1.$$

На рис. 2, а, б показаны графики смещенных на время τ единичной и дельта-функции соответственно.

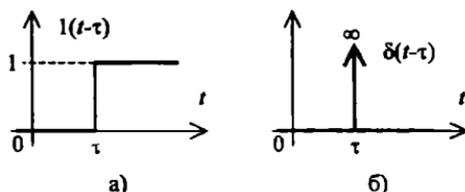


Рис. 2

Сложные сигналы — это речевые, цифровые, телевизионные, радиолокационные и другие сигналы. Эти сигналы переносят информацию. Для неискаженной передачи информации, обработки, сжатия, сохранения и т. п. требуется детальное изучение свойств сложных сигналов.

Для проведения анализа сложных сигналов их объединяют по некоторому признаку во *множества*. Например, такое множество образуют аналоговые детерминированные сигналы. С сигналами при ана-

5.1. Линейные пространства сигналов и понятие спектра

лизе производят различные операции. Их складывают, умножают на числа, вычитают и т. п.

Множество L с заданной на нем некоторой обобщенной операцией сложения является *группой*. Если операция сложения коммутативна, то группа называется абелевой (или коммутативной). Очевидно, что упомянутое множество аналоговых сигналов $s(t)$ с обычной операцией сложения является абелевой группой. Нулевым элементом такого множества является нулевой сигнал, значения которого равны нулю при всех t .

Коммутативная группа L является *линейным (векторным) пространством*, если дополнительно ввести умножение элементов группы на любое действительное или комплексное число. Причем в результате умножения получаем элемент, принадлежащий группе. Элементы линейных пространств называют *векторами* или *точками*. Если элементы множества L — комплексные сигналы или допускается умножение на комплексное число, то получим комплексное линейное пространство.

Для сравнения сигналов друг с другом вводится *норма пространства* как аналог длины вектора в обычном трехмерном пространстве. В радиоэлектронике для аналоговых сигналов норма чаще всего вводится двумя способами.

Если норма равна

$$\|s\| = \sqrt{\int_0^T |s(t)|^2 dt},$$

то множество называется пространством сигналов с интегрируемым квадратом и обозначается $L_2(T)$. Если норма равна

$$\|s\| = \int_0^T |s(t)| dt,$$

то сигнал абсолютно интегрируем на T и множество называется пространством $L_1(T)$. Квадрат нормы в L_2 равен энергии сигнала, выделенной за время T . Пространство L_2 наиболее часто используется при анализе сигналов.

В линейном пространстве для оценки "расстояния" между векторами x и y определяют неотрицательное число $d(x, y)$ — *метрику пространства*: $d(x, y) = \|x - y\|$. Пространства с введенной метрикой на-

зываются *метрическими*. Отметим, что не всякая последовательность векторов x_i пространства, при $d(x_i, x_j) \rightarrow 0$, где $i, j \rightarrow \infty$, имеет предел или, иначе, сходится. Однако если метрическое пространство включает в себя все пределы таких последовательностей, то оно называется *полным*. Полные нормированные линейные пространства называются *банаховыми*.

Дополним пространство еще одной геометрической характеристикой — *скалярным произведением* (s_i, s_j) двух векторов. Скалярное произведение для аналоговых сигналов определяется по формуле

$$(s_i, s_j) = \int_0^T s_i(t) s_j^*(t) dt,$$

где * означает взятие комплексно сопряженного числа. Скалярное произведение равно взаимной энергии двух сигналов. Из определения скалярного произведения следует, что величина $\sqrt{(s, s)} = \|s\|$ есть норма линейного пространства $L_2(T)$. Следовательно, скалярное произведение порождает норму, а норма в свою очередь порождает метрику. Пространство со скалярным произведением, при условии, что оно одновременно является полным (банаховым), называется *гильбертовым*. В пространстве сигналов два элемента s_i и s_j *ортogonalны*, если $(s_i, s_j) = 0$. Взаимная энергия ортогональных сигналов равна нулю.

В обычном трехмерном пространстве важную роль при анализе трехмерных объектов играет система координат. Аналогичную структуру можно ввести в линейное пространство сигналов. Если в пространстве L можно найти N линейно независимых элементов u_i , а любые $N+1$ элементов этого пространства линейно зависимы, то говорят, что пространство L является *конечномерным* и имеет *размерность* N . Множество $u_0, u_1, \dots, u_i, \dots, u_{N-1}$ в этом случае называется *базисом* для L . В теории сигналов базис служит для анализа структуры сложных сигналов и для сравнения сигналов друг с другом.

При заданном базисе любой сигнал из L можно однозначно представить в виде ряда

$$s = \sum_{n=0}^{N-1} S_n u_n,$$

где S_n — вещественные или комплексные коэффициенты.

5.1. Линейные пространства сигналов и понятие спектра

Если в пространстве L каждый раз можно найти систему из произвольно большого числа $u_0, u_1, u_2, \dots, u_i, \dots$ линейно независимых элементов, то пространство L называется *бесконечномерным*. В бесконечномерном пространстве *базисом* называется такая последовательность элементов $u_0, u_1, u_2, \dots, u_i, \dots$, когда любой элемент из L можно однозначно представить в виде

$$s = \sum_{n=0}^{\infty} S_n u_n .$$

Бесконечномерное пространство возникает при анализе аналоговых сигналов. Для анализа дискретных сигналов, заданных с помощью конечного числа N отсчетов, используется N -мерное пространство.

Пусть задана базисная система функций u_0, u_1, u_2, \dots , попарно ортогональных друг к другу и обладающих единичными нормами

$$(u_i, u_j) = \begin{cases} 1, & \text{если } i = j, \\ 0, & \text{если } i \neq j. \end{cases}$$

Такая базисная система называется *ортонормированной*.

Разложим произвольный сигнал в ряд по ортонормированному базису

$$s = \sum_{n=0}^{\infty} S_n u_n . \quad (1)$$

Представление (1) называется *обобщенным рядом Фурье* для сигнала s в заданном пространстве. Коэффициенты S_n ряда Фурье находятся просто. Умножим скалярно обе части (1) на базисную функцию u_i

$$(s, u_i) = \sum_{n=0}^{\infty} (u_n, u_i) S_n, \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

Учитывая ортонормированность функций u_n и u_i и свойства скалярного произведения (u_n, u_i) , получим простую формулу для расчета коэффициентов обобщенного ряда Фурье:

$$S_n = (s, u_n) .$$

Например, для аналогового сигнала $s(t)$ коэффициенты ряда находим по формуле

$$S_n = \int_0^T s(t) u_n^*(t) dt.$$

Совокупность коэффициентов S_n называют *спектральной характеристикой* или просто *спектром* сигнала. Спектр дает полное и точное описание произвольного сигнала с помощью счетного множества коэффициентов S_n . Для множества сигналов наборы коэффициентов S_n в свою очередь образуют вещественное или комплексное числовое пространство, причем скалярные произведения в функциональном и числовом пространствах одинаковы. Если $X = \sum_i x_i u_i$ и $Y = \sum_j y_j u_j$, то $(X, Y) = (x, y)$. Для одинаковых сигналов $X = Y$ полученное равенство превращается в соотношение для норм, называемое *равенством Парсеваля*:

$$\|s\|^2 = \sum_{n=0}^{\infty} |S_n|^2.$$

Физический смысл полученного выражения для пространства L_2 следующий: энергия сигнала равна сумме энергий всех компонент, из которых складывается обобщенный ряд Фурье.

Если ограничиться конечным числом коэффициентов S_n , где $n = 0, 1, 2, 3, \dots, (N-1)$, то усеченный обобщенный ряд Фурье обеспечивает наилучшую среднеквадратичную аппроксимацию данного сигнала $s(t)$. Для усеченного обобщенного ряда Фурье имеем *неравенство Бесселя*

$$\|s\|^2 \geq \sum_{n=0}^{N-1} |S_n|^2$$

Важным свойством полных векторных пространств является то, что норма ошибки аппроксимации будет монотонно убывающей функцией от числа N учитываемых членов обобщенного ряда. Увеличивая N , можно сделать эту ошибку сколь угодно малой.

5.2. Ряд Фурье и вейвлет-преобразование

Если использовать в качестве ортогональных базисных функций $1, \cos(n\Omega t), \sin(n\Omega t)$, где $n = 1, 2, 3, \dots$, то получим ряд Фурье. Ряд Фурье используется, если сигнал $s(t) \in L_2(T)$ представлен на ограниченном временном отрезке $[0, T]$, либо сигнал является периодиче-

5.2. Ряд Фурье и вейвлет-преобразование

ским с периодом T . Ряд Фурье записывается в разных формах. Исходной является *математическая форма* ряда, приводимая в справочниках по математике в виде

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\Omega t) + b_n \sin(n\Omega t)), \quad (1)$$

где $\Omega = 2\pi/T$ — частота основной (первой) гармоники, а коэффициенты a_n и b_n равны

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cos(n\Omega t) dt, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad b_n = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \sin(n\Omega t) dt, \quad n = 1, 2, \dots$$

Как видим, сложный сигнал на отрезке времени T содержит постоянную составляющую $a_0/2$ и сумму бесконечного числа гармоник с частотами, кратными частоте основной гармоники.

Учитывая, что $a_n \cos(n\Omega t) + b_n \sin(n\Omega t) = A_n \cos(n\Omega t + \varphi_n)$, где $A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ — амплитуда, $\varphi_n = -\arctg(b_n/a_n)$ — начальная фаза, и обозначая $A_0 = a_0/2$, получим *радиотехническую форму* ряда Фурье

$$s(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\Omega t + \varphi_n). \quad (2)$$

При расчетах наиболее удобна *комплексная форма* ряда Фурье

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{C}_n e^{jn\Omega t}, \quad (3)$$

где \dot{C}_n — комплексная амплитуда n -й гармоники:

$$\dot{C}_n = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) e^{-jn\Omega t} dt. \quad (4)$$

Используя формулу Эйлера: $e^{-jx} = \cos(x) - j \sin(x)$, получим следующие выражения взаимосвязи комплексной (3) и других форм (1) и (2) ряда Фурье: $\dot{C}_n = (a_n - jb_n)/2$, $A_0 = C_0$, $A_n = 2|\dot{C}_n|$, $\varphi_n = \arg \dot{C}_n$. Отрицательным n в комплексной форме ряда Фурье соответствуют *отрицательные частоты* комплексного гармонического базиса $e^{jn\Omega t}$. Вектор, изображающий гармонический сигнал $e^{jn\Omega t}$ на комплексной плоскости, вращается при $n < 0$ по часовой стрелке, а при $n > 0$ — против часовой стрелки. Спектр сигнала становится *двусторонним*: для каждой гармоники с положительной частотой имеется

Глава 5. Сигналы и их спектры

гармоника — "дублер" с отрицательной частотой. Исключением является постоянная составляющая — для нее "дублера" нет.

При использовании гармонической базисной системы спектр сигнала разделяется на *амплитудный спектр* — совокупность A_n или модулей $|\dot{C}_n|$, и *фазовый спектр* — множество φ_n начальных фаз гармоник. Из-за наличия "дублеров" при $n \neq 0$ амплитуда $|\dot{C}_n| = A_n/2$, и только при $n = 0$ имеем $C_0 = A_0$.

Односторонний (физический) амплитудный спектр, возникающий при использовании радиотехнической формы ряда Фурье, показан на

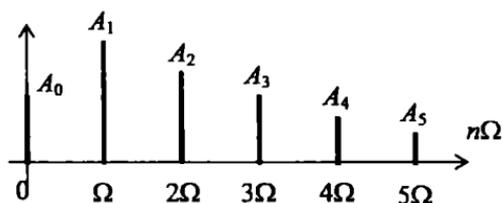


Рис. 1

рис. 1. Как видим, спектр имеет *линейчатый* или *дискретный* характер. Такой спектр отражает тот факт, что бесконечномерное гильбертово пространство аналоговых сигналов $L_2(T)$ преобразовано в пространство, где имеется бесконечное, но счетное множество коэффициентов ряда Фурье. Линейчатым будет и фазовый спектр периодического сигнала.

Найдем спектр периодической последовательности импульсов, изображенных на рис. 2. Амплитуда импульсов равна S_m , длитель-

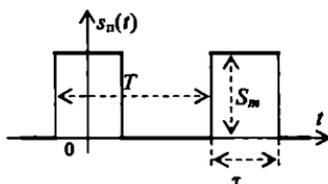


Рис. 2

ность отдельного импульса — τ , период повторения импульсов — T . Используя формулу (4), после интегрирования, получим комплексные амплитуды гармоник ряда Фурье

$$\dot{C}_n = \frac{S_m \tau}{T} \frac{\sin(n\Omega\tau/2)}{n\Omega\tau/2}. \quad (5)$$

Отметим, что для заданной последовательности импульсов амплитуды \dot{C}_n получились вещественными. На некоторых частотах они могут быть отрицательными. В этом случае начальные фазы гармоник равны $+180$ или -180 градусов.

Двусторонний амплитудный и фазовый спектры периодического сигнала показаны на рис. 3, а и рис. 3, б соответственно. В амплитудном спектре содержится постоянная составляющая, величина которой равна $C_0 = S_m\tau/T$, и бесконечно большое число гармоник с кратными частотами. Амплитуды некоторых гармоник могут быть равны нулю,

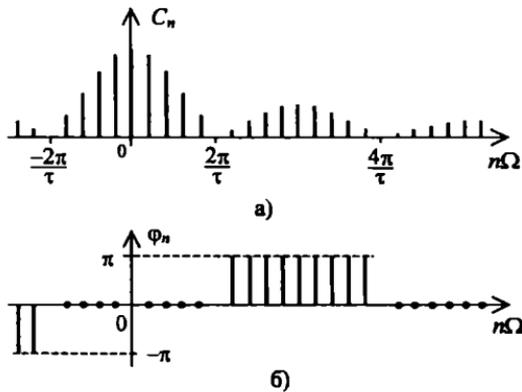


Рис. 3

если на частоте $n\Omega$, синус в формуле (5) равен нулю. Начальные фазы гармоник или равны нулю, если $\dot{C}_n > 0$, или равны ± 180 градусам, если $\dot{C}_n < 0$.

Эксперименты показали, что гармоники в ряде Фурье можно выделить и измерить с помощью измерительного прибора — *анализатора спектра*. Простейшая схема такого анализатора в качестве основного элемента включает полосовой фильтр с высокой избирательностью и перестраиваемой центральной частотой. К выходным зажимам фильтра подключается чувствительный индикатор: милливольтметр или осциллографическая трубка. Центральная частота фильтра, как правило, перестраивается автоматически. При совпадении частоты гармоники, содержащейся во входном сигнале, с цен-

тральной частотой фильтра индикатор показывает амплитуду отдельной гармоники в ряде Фурье.

Для анализа сигналов $s(t)$, заданных на всей временной оси $t \in \mathbb{R}$, в настоящее время часто используются негармонические базисные функции — *вейвлеты* (*wavelet*) [5, 20]. Название "вейвлет", переводится на русский язык как "маленькая волна". Вейвлет представляется функцией $\psi(t)$, осциллирующей в некотором временном интервале подобно волне и быстро затухающей вне него. При этом функция $\psi(t) \in L_2(\mathbb{R})$ должна иметь нулевое среднее значение

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0. \quad (6)$$

На рис. 4 показаны графики двух вейвлетов: мексиканская шляпа $\psi_m(t)$ и Хаара $\psi_h(t)$.

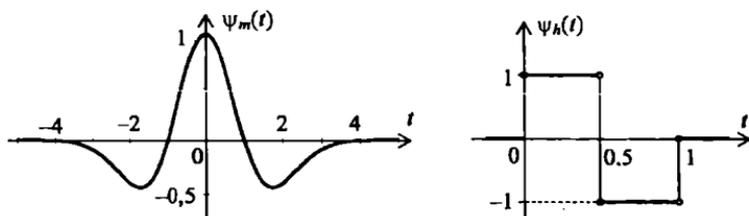


Рис. 4.

Общий принцип построения базиса на основе вейвлета состоит в использовании масштабирования (сжатия или растяжения) базисной функции во времени и сдвига (смещения) ее по временной оси. Таким образом, вейвлеты — это функции $a^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$, где: a — масштаб, b — сдвиг. Коэффициент $a^{-1/2}$ перед функцией $\psi(t)$ введен для сохранения нормы сигнала в $L_2(\mathbb{R})$.

Чем больше масштаб $a \in \mathbb{R}^+$, тем медленнее изменяется и более «крупномасштабно» выглядит вейвлет. Чем меньше a , тем более высокочастотные и быстроизменяющиеся составляющие описывает вейвлет. Понятие частоты из классического гармонического спектрального анализа в вейвлет-анализе заменено масштабом a .

5.2. Ряд Фурье и вейвлет-преобразование

Используя сдвиг $b \in \mathbb{R}$ вейвлета по оси времени, проводим анализ свойств сигнала в разных точках временной оси. Такой сдвиг не предусмотрен в гармоническом анализе. Поэтому вейвлеты удобно использовать при анализе нестационарных сигналов, когда кроме информации о выявленных частотах нужно получить данные о моментах времени, при которых эти частоты возникают или исчезают.

Непрерывное изменение масштаба a и сдвига b , как правило, является избыточным. Для построения вейвлет-рядов можно ограничиться дискретными значениями a и b , а именно $a = 2^m$ и $b = k2^m$, где $m, k \in \mathbb{Z}$ (кратномасштабный анализ). Сдвиг b в этом случае пропорционален a . При таком выборе b вейвлеты сдвигаются дискретно, малыми шагами, покрывая всю временную ось. В этом случае семейство вейвлетов имеет вид

$$\psi_{m,k}(t) = 2^{-m/2} \psi(2^{-m}t - k), \quad (7)$$

где m — *уровень разрешения*, k — целочисленный сдвиг. Несмотря на дискретность a и b существуют такие $\psi(t)$, которые образуют ортонормированный базис в $L_2(\mathbb{R})$ [20].

Например, ортонормированный базис порождает вейвлет Хаара (рис. 4). Легко убедиться, что смещенные и масштабированные функции Хаара ортонормированы. Кроме вейвлетов Хаара ортонормированный базис образуют вейвлеты Добеши, Симлета, Койфлета, Мейера и др. [5].

Используя ортонормированный базис, получим вейвлет-ряд

$$s(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_{m,k} \psi_{m,k}(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_{m,k} 2^{-m/2} \psi(2^{-m}t - k), \quad (8)$$

где коэффициенты $d_{m,k}$ определяются скалярными произведениями

$$d_{m,k} = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \psi_{m,k}(t) dt. \quad (9)$$

Формула (8) отражает многоуровневую иерархическую структуру вейвлет-преобразования. При фиксированном уровне разрешения m для представления сигнала используются сдвинутые копии вейвлета с одинаковым масштабом $a = 2^m$. При уменьшении

уровня разрешения m на 1 используются сжатые вдвое вейвлеты и ряд (8) позволяет описать более высокочастотные составляющие анализируемого сигнала.

5.3. Интеграл Фурье, непрерывное вейвлет-преобразование и преобразование Лапласа

Гармонический анализ можно распространить на *непериодические сигналы* (рис. 1, а), принадлежащие $L_2(\mathbb{R})$. Для этого используется предельный переход от ряда Фурье к интегралу Фурье.

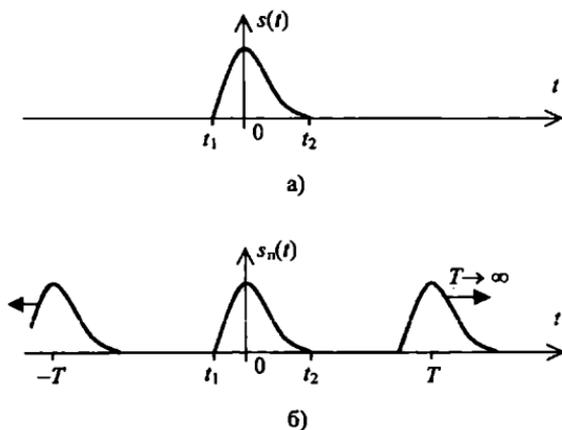


Рис. 1

Периодически продолжим сигнал $s(t)$, представленный на рис. 1, а, так, чтобы получился периодический сигнал $s_n(t)$ (рис. 1, б). Отметим, что при $T \rightarrow \infty$ периодический сигнал в пределе будет переходить в исходный непериодический сигнал: $s(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} s_n(t)$, (перемещение импульсов в этом случае показано на рис. 1, б стрелками).

Разложим созданный периодический сигнал $s_n(t)$ в ряд Фурье

$$s_n(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{C}_n e^{jn\Omega t},$$

где \dot{C}_n — комплексная амплитуда n -й гармоники:

$$\dot{C}_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} s(t) e^{-jn\Omega t} dt.$$

5.3. Интеграл Фурье, НВП и преобразование Лапласа

Так как интегрирование в последней формуле проводится на интервале времени, равном периоду, то под интегралом вместо $s_n(t)$ записан исходный сигнал $s(t)$. Заметим далее, что при $T \rightarrow \infty$ интеграл в формуле для коэффициента \dot{C}_n будет зависеть только от частоты $n\Omega$.

Поэтому выражение для \dot{C}_n можно представить в виде $\dot{C}_n = \frac{1}{T} \dot{S}(jn\Omega)$,

где $\dot{S}(jn\Omega) = \int_{t_1}^{t_2} s(t) e^{-jn\Omega t} dt$ — некоторая спектральная функция. Учти-

тая, что $T = 2\pi/\Omega$, формулу для ряда Фурье перепишем в виде

$$s_n(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{S}(jn\Omega) e^{jn\Omega t} \Omega.$$

Пусть интервал времени T устремляется в бесконечность. В этом случае частота $\Omega = 2\pi/T$ превращается в бесконечно малое приращение частоты $d\omega$, спектр становится сплошным и вместо частоты $n\Omega$ вводится непрерывная частота ω , так как n в произведении $n\Omega$ можно увеличивать пропорционально увеличению $T = 2\pi/\Omega$. Суммирование ряда переходит в интегрирование, а левая часть предыдущей формулы, как уже отмечалось, будет давать в пределе исходный непериодический сигнал

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{S}(j\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (1)$$

Комплексная функция $\dot{S}(j\omega)$ в подынтегральном выражении формулы (1) определяется в виде скалярного произведения

$$\dot{S}(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (2)$$

Полученные формулы можно рассматривать как преобразование функции времени $s(t)$ в функцию $\dot{S}(j\omega)$ от частотной переменной ω и наоборот. Выражения (1) и (2) называют *обратным и прямым преобразованиями Фурье* соответственно. Отметим, что пределы интегрирования в (2) увеличены до бесконечности. Это дает возможность применять преобразование Фурье не только к сигналам с конечной длительностью (рис. 1 а), но и к сигналам, заданным на всей оси времени.

Глава 5. Сигналы и их спектры

Формулы (1) и (2) справедливы для сигналов $s(t)$ и функций $\dot{S}(j\omega)$, которые абсолютно интегрируемы и принадлежат пространству L_1 [9]. Однако выражения (1) и (2) легко распространить на пространство L_2 . Известно, что абсолютно интегрируемые функции в этом пространстве образуют всюду плотное множество. Поэтому для любой функции $s(t)$ из L_2 можно построить последовательность $s_k(t)$ из L_2 , состоящую из абсолютно интегрируемых функций и сходящуюся к $s(t)$ по норме L_2 . Функции $s_k(t)$, например, можно получить следующим простым способом: $s_k(t) = s(t)e^{-\alpha t}$, $\alpha > 0$. Если $\alpha \rightarrow 0$, то $s_k(t) \rightarrow s(t)$ по норме $L_2(t)$. Все функции $s_k(t)$ абсолютно интегрируемы и для них существует интеграл Фурье. Так как сигналы $s_k(t)$ принадлежат $L_2(t)$ и имеют интегрируемые квадраты, то их преобразования Фурье также имеют интегрируемые квадраты и при этом выполняется равенство Парсеваля [9]

$$\int_{-\infty}^{\infty} |s_k(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{S}_k(j\omega)|^2 d\omega.$$

Следовательно последовательность $\dot{S}_k(j\omega)$ сходится к $\dot{S}(j\omega)$ по норме $L_2(\omega)$. Таким образом, преобразование Фурье устанавливает между пространствами $L_2(t)$ и $L_2(\omega)$ взаимно однозначное соответствие — изоморфизм. Причем из равенства Парсеваля следует, что это соответствие является изометрией с точностью до 2π .

Наибольшее расширение класса сигналов, для которых определено преобразование Фурье, дает теория обобщенных функций. Если сигнал абсолютно интегрируем или имеет интегрируемый квадрат и при этом включает обобщенные функции, то его преобразование Фурье можно найти с использованием преобразований Фурье от обобщенных функций.

Определенный интеграл есть предел суммы бесконечно большого числа бесконечно малых слагаемых (предполагается, что предел суммы существует). Поэтому интеграл (1) можно рассматривать как сумму бесконечно большого числа гармонических составляющих $ds(t) = d\dot{C}_m e^{j\omega t}$ с частотами ω и с бесконечно малыми комплексными амплитудами

$$d\dot{C}_m = \left(\frac{\dot{S}(j\omega)d\omega}{2\pi} \right).$$

Из последней формулы следует, что бесконечно малая величина комплексной амплитуды колебания $d\dot{C}_m$ обуславливается бесконечно малой полосой частот между f и $f + df$, где $f = \omega/2\pi$, а $df = d\omega/2\pi$. Отношение $d\dot{C}_m/df$, равное $\dot{S}(j\omega)$, характеризует плотность распределения комплексных амплитуд вдоль частотной оси. Поэтому $\dot{S}(j\omega)$ называют *спектральной плотностью* непериодического сигнала. Спектральная плотность показывает, сколько "приходится" комплексной амплитуды на диапазон частот df . Из формулы (2) следует, что спектр непериодического сигнала — сплошной, в отличие от дискретного спектра периодического сигнала, определяемого рядом Фурье.

Представим комплексную функцию $\dot{S}(j\omega)$ в экспоненциальной форме: $\dot{S}(j\omega) = S(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$. Модуль спектральной плотности $S(\omega)$ называют *спектральной плотностью амплитуд*, а аргумент $\varphi(\omega)$ — *спектром фаз*. Спектр фаз характеризует частотную зависимость начальных фаз гармонических колебаний, из которых формируется непериодическое колебание. Спектральная плотность амплитуд показывает, как "размазаны вольты или амперы" сигнала вдоль частотной оси. Измеряется спектральная плотность в вольтах на герц, или в амперах на герц.

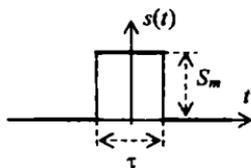


Рис. 2

Найдем спектр одиночного прямоугольного импульса (рис. 2). Такой импульс обычно используется в качестве элемента сложных сигналов в цифровых системах передачи информации. Сигнал характеризуется двумя параметрами: амплитудой S_m и длительностью τ . В соответствии с формулой (2) спектральная плотность импульса равна

$$\dot{S}(j\omega) = S_m \tau \frac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2} \quad (3)$$

Спектральная плотность амплитуд прямоугольного импульса приведена на рис. 3, а. Особенность спектра — наличие нулей спектральной плотности. Эти нули располагаются на частотах ω_n , на которых в

Глава 5. Сигналы и их спектры

(3) имеем $\sin(\omega, \tau/2) = 0$. Несколько таких частот указано на рис. 3. Основная мощность сигнала сосредоточена в главном "лепестке" спектральной плотности амплитуд (вблизи начала координат). Спектр фаз одиночного импульса показан на рис. 3, б. Отрицательным значениям спектральной плотности соответствуют начальные фазы, равные $\pm 180^\circ$.

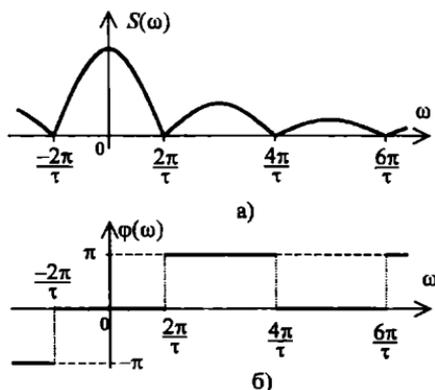


Рис. 3

Между рядом и интегралом Фурье существует простая взаимосвязь. Сравнивая формулы (5.2.4) и (2), получим

$$\dot{C}_n = \frac{\dot{S}(jn\Omega)}{T}.$$

Используя скалярное произведение, по аналогии с интегралом Фурье описание сигналов, принадлежащих $L_2(\mathbb{R})$, можно также дать с помощью масштабно-временного *непрерывного вейвлет-преобразования* (НВП) [20]

$$W_s(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \quad (4)$$

где $\psi(\cdot)$ — вейвлет. Масштаб $a \in \mathbb{R}^+$ и сдвиг $b \in \mathbb{R}$ в (4) изменяются непрерывно. Отметим, что в выражении (4) можно использовать ортогональные, неортогональные и комплексные вейвлеты [5]. При использовании комплексного вейвлета в (4) следует взять его комплексное сопряжение.

5.3. Интеграл Фурье, НВП и преобразование Лапласа

Формулу (4) можно использовать для определения коэффициентов $d_{m,k}$ вейвлет-ряда. Это следует из сравнения выражения (4) и формулы (5.2.9) для ряда. Для определения $d_{m,k}$ достаточно в $W_s(a, b)$ вместо a и b подставить их дискретные значения.

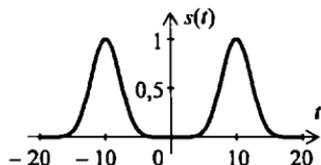


Рис. 4

Рассмотрим пример. На рис. 4 приведен график импульсного сигнала $s(t) = \sin^8(0,05\pi t)$. Вейвлет-преобразование этого сигнала показано на рис. 5. Базисной функцией преобразования выбран вейвлет — мексиканская шляпа $\psi_m(t) = (1 - t^2)\exp(-t^2/2)$. Функция двух аргументов $W_s(a, b)$ изображена в трехмерном виде. Для простоты график построен только для положительных сдвигов b .

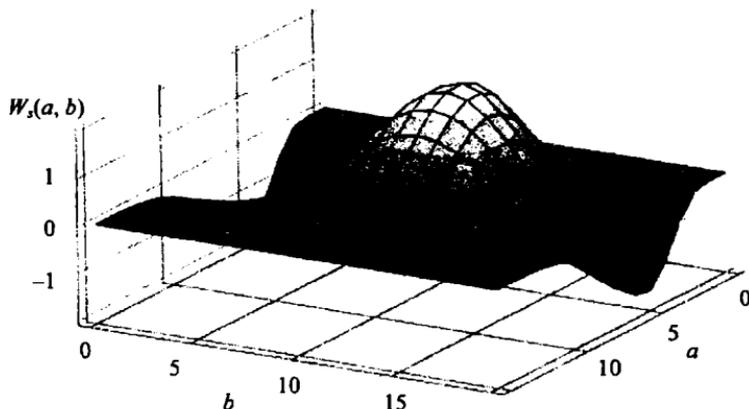


Рис. 5

Из анализа рис. 5 следует, что при малых и больших масштабах a значения $W_s(a, b)$ близки к нулю. При масштабе $a \approx 5$, наоборот, значения НВП увеличиваются. Максимум НВП достигается при сдвиге $b \approx 10$. Это следовало ожидать, так как из рассмотрения рис. 4 следует, что при $t = 10$ имеется максимум анализируемого сигнала.

Для того чтобы обратно получить $s(t)$ из результата масштабного-временного НВП — функции $W_s(a, b)$, вейвлет $\psi(t)$ должен дополнительно удовлетворять следующему условию

$$C_\psi = \int_0^\infty \frac{|\Psi(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty, \quad (5)$$

где через $\Psi(\omega)$ обозначено преобразование Фурье для вейвлета $\psi(t)$. Если (5) выполнено, то имеется формула обратного непрерывного вейвлет-преобразования (ОНВП)

$$s(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty W_s(a, b) a^{-1/2} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \frac{dad b}{a^2}. \quad (6)$$

Здесь сигнал $s(t)$ выражается через сумму бесконечно большого числа бесконечно малых по величине базисных вейвлетов $\psi_{a,b}(t)$ с весами $W_s(a, b)$.

При проведении теоретических исследований и при решении задач удобно использовать *преобразование Лапласа*. Это преобразование вводится для всех сигналов $s(t)$, тождественно равных нулю при $t < 0$ и возрастающих не быстрее $e^{\alpha t}$, где α — вещественное число, причем $\alpha > 0$.

Преобразование Лапласа можно получить как обобщение преобразования Фурье. Умножим на экспоненту $e^{-\alpha t}$ начинающийся с нулевого момента времени сигнал $s(t)$, в том числе такой, который с течением времени может возрасть (но не быстрее, чем экспонента). Результирующий сигнал $s(t)e^{-\alpha t}$ будет абсолютно интегрируемым. Для него можно найти преобразование Фурье

$\dot{S}(j\omega) = \int_0^{+\infty} s(t) e^{-\alpha t} e^{-j\omega t} dt$. Нижний предел в этом интеграле равен ну-

лю, так как $s(t) = 0$, при $t < 0$. Перемножая в подынтегральном выражении две экспоненты — складывая показатели этих экспонент, и обозначая $p = \alpha + j\omega$, получим формулу *прямого преобразования Лапласа*

$$S(p) = \int_0^{+\infty} s(t) e^{-pt} dt. \quad (7)$$

Здесь $S(p)$ — комплексная функция от комплексной переменной p . Эту функцию называют *изображением*, а исходный сигнал —

5.3. Интеграл Фурье, НВП и преобразование Лапласа

оригиналом. Между оригиналом $s(t)$ и изображением $S(p)$ имеется однозначное соответствие (табл. 1). Формула для обратного преобразования Лапласа имеет вид

$$s(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} S(p)e^{pt} dp, \quad (8)$$

где $c > 0$. Взаимосвязь оригинала и изображения обозначают посредством знака соответствия \leftrightarrow следующим образом: $s(t) \leftrightarrow S(p)$.

В радиоэлектронике преобразования Лапласа (7) и (8) часто используются для определения прямого и обратного преобразований Фурье, так как для абсолютно интегрируемых сигналов $\dot{S}(j\omega) = S(p)|_{p=j\omega}$.

Таблица 1

$s(t)$, при $t \geq 0$	$S(p)$	$s(t)$, при $t \geq 0$	$S(p)$
$\delta(t)$	1	te^{at}	$\frac{1}{(p-a)^2}$
$1(t)$	$\frac{1}{p}$	$\frac{e^{at} - e^{bt}}{a-b}$	$\frac{1}{(p-a)(p-b)}$
e^{at}	$\frac{1}{p-a}$	$\frac{ae^{at} - be^{bt}}{a-b}$	$\frac{p}{(p-a)(p-b)}$
$\frac{1}{a}(e^{at} - 1)$	$\frac{1}{p(p-a)}$	$\frac{1}{ab} + \frac{be^{at} - ae^{bt}}{ab(a-b)}$	$\frac{1}{p(p-a)(p-b)}$

Для большинства сигналов, встречающихся при теоретических исследованиях, изображения рассчитаны и приводятся в справочной литературе. Для нескольких наиболее часто встречающихся сигналов изображения приведены в табл. 1. Отметим, что все сигналы $s(t)$, приведенные в таблице, тождественно равны нулю при $t < 0$.

Преобразование Лапласа имеет следующие свойства:

- 1) $s(\alpha t) \leftrightarrow \frac{1}{\alpha} S\left(\frac{p}{\alpha}\right)$, где $\alpha > 0$;
- 2) $s(t - \tau) \leftrightarrow e^{-p\tau} S(p)$, где $\tau > 0$;

$$3) \quad e^{-at}s(t) \Leftrightarrow S(p+a);$$

$$4) \quad \frac{ds(t)}{dt} \Leftrightarrow pS(p) - s(0);$$

$$5) \quad \int_0^t s(\tau) d\tau \Leftrightarrow \frac{S(p)}{p}.$$

Первое, второе и третье свойства преобразования Лапласа легко доказываются подстановкой соответствующих сигналов в интеграл Лапласа.

Докажем четвертое свойство. Применяя формулу интегрирования по частям, получим

$$\int_0^{\infty} \frac{ds(t)}{dt} e^{-pt} dt = s(t)e^{-pt} \Big|_0^{+\infty} - (-p) \int_0^{\infty} s(t) e^{-pt} dt.$$

Первое слагаемое в правой части этого выражения при $t \rightarrow \infty$ равно нулю, а при $t \rightarrow 0$ равно $-s(0)$. Второе слагаемое в правой части равно $pS(p)$. Свойство доказано.

Доказательство пятого свойства проводим следующим образом.

Обозначим $F(t) = \int_0^t s(\tau) d\tau$. Так как $\frac{dF(t)}{dt} = s(t)$, то $\frac{dF(t)}{dt} \Leftrightarrow S(p)$. Используя четвертое свойство, для производной получим второе соответствие: $\frac{dF(t)}{dt} \Leftrightarrow pF(p) - F(0)$. Так как интеграл $F(0) = 0$, то $S(p) = pF(p)$. Отсюда окончательно получим $F(p) = \frac{S(p)}{p}$.

Для абсолютно интегрируемых сигналов при использовании подстановки $p = j\omega$ первым трем свойствам преобразования Лапласа в частотной области соответствуют три теоремы о спектрах:

- 1) сигналу $s(\alpha t)$ с измененным масштабом времени соответствует спектральная плотность $\frac{1}{\alpha} \dot{S}\left(j\frac{\omega}{\alpha}\right)$ с растяжением спектра при $\alpha > 1$ или сжатием спектра при $\alpha < 1$;
- 2) сигналу $s(t - \tau)$, задержанному на время τ , соответствует спектральная плотность $\dot{S}(j\omega) e^{-j\omega\tau}$ (с дополнительным фазовым сдвигом, равным $-\omega\tau$);

- 3) при умножении сигнала $s(t)$ на комплексный гармонический сигнал $e^{j\Omega t}$ результирующему сигналу $e^{j\Omega t} s(t)$ соответствует смещенная по оси частот спектральная плотность $\dot{S}[j(\omega - \Omega)]$.

Эти теоремы позволяют определить, как влияют некоторые действия над сигналами во временной области на представление сигналов в частотной области. Например, из первой теоремы следует, что при увеличении скорости передачи сообщений требуется соответственно увеличивать полосу пропускания канала связи. Вторая теорема помогает правильно разрабатывать линии задержки с использованием звеньев, вносящих возрастающий с ростом частоты фазовый сдвиг. Наконец, третья теорема используется при проектировании модуляторов для осуществления передачи сообщений в различных диапазонах волн.

5.4. Преобразование сигналов в линейной цепи

Рассмотрим линейную цепь (четырёхполюсник), на которую воздействует сигнал $s(t)$. На выходе цепи возникает реакция — выходной сигнал $y(t)$ (рис. 1). Известно, что при воздействии на линейную цепь



Рис. 1

гармонического сигнала $s(t) = S_m \cos(\omega t + \varphi_s)$ на выходе цепи устанавливается сигнал, форма которого также гармоническая: $y(t) = Y_m \cos(\omega t + \varphi_y)$. Комплексную амплитуду этого выходного сигнала можно найти по формуле

$$\dot{Y}_m = K(j\omega) \dot{S}_m, \quad (1)$$

где $K(j\omega)$ — комплексный коэффициент передачи цепи. Исследования показали, что гармонический сигнал — единственный сигнал, не изменяющий свою форму при прохождении через линейную электрическую цепь.

Пусть на линейную цепь воздействует сложный негармонический сигнал $s(t)$. Форма сложного сигнала при прохождении через цепь будет искажаться. Для расчета искажений выходного сигнала $y(t)$ наибо-

Глава 5. Сигналы и их спектры

лее часто используются гармонические спектры и их обобщения. Суть спектрального метода проста. Сложный сигнал с помощью рассмотренных выше спектральных разложений представляется в виде суммы гармонических колебаний. Затем по формуле (1) находятся частичные реакции линейной цепи на каждый из гармонических входных сигналов. Наконец, в соответствии с принципом суперпозиции результирующий выходной сигнал находится как сумма частичных реакций линейной цепи.

В соответствии с типом используемого спектра (дискретного или непрерывного), различают спектральные методы для периодических и непериодических сигналов. Пусть на входе цепи действует периодический сигнал $s(t)$. Представим его в виде ряда Фурье

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \dot{C}_n e^{j n \Omega t}, \text{ где } \dot{C}_n \text{ — комплексная амплитуда } n\text{-й гармоники.}$$

При воздействии на линейную цепь отдельной гармоники ряда на выходе цепи возникает также гармонический сигнал $y_n(t) = [\dot{C}_n K(j n \Omega)] e^{j n \Omega t}$, где $\dot{C}_n K(j n \Omega) = \dot{Y}_n$ — комплексная амплитуда выходного сигнала. На основании принципа суперпозиции, справедливое для линейной цепи, получим:

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} y_n(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \dot{C}_n K(j n \Omega) e^{j n \Omega t}. \quad (2)$$

Формула (2) выражает *спектральный метод* анализа прохождения периодического сигнала через линейную цепь.

Для непериодического сигнала используют интегральное представление: $s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{S}(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$, где отдельное бесконечно малое

гармоническое слагаемое равно $ds(t) = \left[\frac{\dot{S}(j\omega) d\omega}{2\pi} \right] e^{j\omega t}$. Используя

формулу (1) и принцип суперпозиции, получим

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{S}(j\omega) K(j\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (3)$$

В этой формуле $\dot{S}(j\omega) K(j\omega) = \dot{Y}(j\omega)$, где $\dot{Y}(j\omega)$ — спектральная плотность выходного сигнала. Формула (3) выражает спектральный метод анализа прохождения непериодического сигнала через линей-

ную цепь. Примеры использования спектрального метода даны в практикуме.

Произведению двух комплексных функций $\dot{S}(j\omega)K(j\omega)$ соответствует во временной области так называемый *интеграл свертки* (интеграл Дюамеля)

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(\tau)g(t - \tau)d\tau, \quad (4)$$

где $g(t)$ — *импульсная характеристика* цепи, равная обратному преобразованию Фурье от комплексного коэффициента передачи $K(j\omega)$. Доказательство взаимосвязи формул (3) и (4) легко получить, применяя преобразование Фурье к выражению (4):

$$\dot{Y}(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t)e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} s(\tau)g(t - \tau)d\tau \right) e^{-j\omega t} dt.$$

Изменяя порядок интегрирования и используя теорему о спектре задержанного во времени сигнала, получим $\dot{Y}(j\omega) = \dot{S}(j\omega)K(j\omega)$. Наконец, применяя обратное преобразование Фурье, придем к формуле (3). Интеграл свертки (4) выражает *временной метод* анализа прохождения сигнала через линейную цепь. Этот метод удобно использовать при теоретическом анализе, когда легко найти импульсную характеристику цепи или интеграл свертки имеет простой вид.

Для расчета выходного сигнала при сложных входных сигналах наиболее удобно использовать обобщение преобразования Фурье — преобразование Лапласа. Формулу (3) с учетом взаимосвязи преобразований Фурье и Лапласа можно переписать следующим образом

$$y(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} S(p)K(p)e^{-pt} dt, \quad (5)$$

где $S(p)$ — изображение входного сигнала $s(t)$, $K(p) = Y(p)/S(p)$ — операторный коэффициент передачи цепи, $Y(p)$ — изображение выходного сигнала. На основании формулы (5) имеем

$$Y(p) = S(p)K(p). \quad (6)$$

Формулы (5), (6) выражают *операторный метод* анализа линейных цепей. При расчетах в соответствии с этим методом, во-первых, для входного сигнала определяется изображение $S(p)$. Далее, по фор-

Глава 5. Сигналы и их спектры

муле (6) определяется изображение выходного сигнала. Для определения $u(t)$ интегрировать по формуле (5), как правило, нет необходимости, так как для определения оригиналов по заданному изображению можно использовать таблицу 1 и другие таблицы и справочники, которые можно найти в литературе.

При использовании формулы (5) необходимо знать операторный коэффициент передачи. Расчет этого коэффициента можно провести на основе обобщения метода комплексных амплитуд. Пусть через резистор протекает произвольный по форме ток $i(t)$. Напряжение на этом резисторе находится по закону Ома: $u(t) = Ri(t)$. Применяя к этому равенству преобразование Лапласа, получим закон Ома для резистора в операторной форме:

$$U(p) = R I(p). \quad (7)$$

Как и ранее, если стрелки тока и напряжения на резисторе не согласованы, то в правой части формулы (7) записывается знак минус. Используя соотношение между током и напряжением на катушке $u(t) = L(di(t)/dt)$ и четвертое свойство преобразования Лапласа при нулевых начальных условиях, получим закон Ома в операторной форме для катушки индуктивности

$$U(p) = pL I(p), \quad (8)$$

где pL — операторное сопротивление катушки индуктивности.

Наконец, используя соотношение между током и напряжением на конденсаторе $i(t) = C(du(t)/dt)$ при нулевых начальных условиях, получим закон Ома в операторной форме для конденсатора

$$U(p) = (1/pC) I(p), \quad (9)$$

где $1/pC$ — операторное сопротивление конденсатора.

Нулевые начальные условия, при которых получены формулы (8) и (9), — типичный случай при анализе линейных цепей. Обычно переменные токи и напряжения на элементах цепи появляются только после подачи входных сигналов. До появления входных сигналов переменное напряжение на конденсаторе и переменный ток через катушку равны нулю. (При анализе некоторых импульсных цепей и цепей с переключателями формулы (8) и (9) легко уточнить с учетом начальных значений токов или напряжений на элементах цепи.)

Как известно, первый: $\sum_k \pm i_k(t) = 0$, и второй: $\sum_k \pm e_k(t) = \sum_m \pm u_m(t)$, законы Кирхгофа справедливы для любых по форме токов и напряжений. Применяя преобразование Лапласа, получим первый и второй законы Кирхгофа в операторной форме:

$$\sum_k \pm I_k(p) = 0, \quad \sum_k \pm E_k(p) = \sum_m \pm U_m(p).$$

Таким образом, для линейной цепи справедливы три уравнения элементов и два закона Кирхгофа в операторной форме, аналогичные уравнениям МКА. Следовательно, для расчета операторного коэффициента передачи можно использовать те же методы, которые применялись для расчета цепей с использованием комплексных амплитуд. Операторный коэффициент передачи можно также получить, зная комплексный коэффициент передачи. Для этого вместо $j\omega$ нужно подставить переменную p . Отметим, что перед такой подстановкой комплексный коэффициент передачи нельзя подвергать каким-либо преобразованиям, при которых мнимые единицы j перемножаются или сокращаются.

5.5. Модулированные сигналы и их спектры

В устройствах связи и в компьютерных сетях широко используется *частотный принцип* разделения сигналов. В соответствии с этим принципом сигналам отводятся неперекрывающиеся узкие полосы частот из всего диапазона частот, занимаемого системой передачи информации. С помощью узкополосных сигналов легко организовать передачу информации от большого числа источников к большому числу получателей, при этом источники не будут мешать друг другу.

Кроме частотного принципа в связи используется *временной принцип* разделения сигналов, когда каждому сигналу отводится небольшой промежуток времени из некоторого большого повторяющегося временного интервала, отведенного множеству сообщений. Временной принцип часто используется в телефонии.

Частотный принцип разделения сигналов используется в радио- и телевидении, в устройствах мобильной связи, при передаче информации с помощью модемов и т. п. Большинство узкополосных сигналов, располагаясь в области высоких частот системы связи, являются высокочастотными колебаниями. Важное преимущество высокочас-

тотных сигналов состоит в том, что они хорошо излучаются небольшими по размеру антенными устройствами и могут распространяться на большие расстояния.

Речевые и музыкальные сигналы, видеосигналы, сигналы, содержащие цифровую информацию и т. п., являются относительно низкочастотными сигналами. Их спектр занимает диапазон частот, начинающийся вблизи нуля и заканчивающийся некоторой верхней частотой. Например, телефонный речевой сигнал занимает диапазон частот от 300 Гц до 3400 Гц.

Проблема передачи информации, содержащейся во многих низкочастотных сигналах, с помощью множества узкополосных каналов связи с разными частотами решается при использовании модулированных сигналов. *Модулированный сигнал* — это узкополосный сигнал, параметры которого изменяются пропорционально низкочастотному информационному сигналу. Как правило, модулированный сигнал является высокочастотным колебанием. Для получения модулированного сигнала используется гармонический сигнал $y(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$, называемый в этом случае *несущим колебанием* (*несущей частотой*). Информация вносится в несущее колебание с использованием *модуляции* — изменения какого-либо из параметров высокочастотного сигнала пропорционально низкочастотному сигналу $s(t)$. Различают три основных вида модуляции.

При *амплитудной модуляции (АМ)* амплитуда сигнала изменяется прямо пропорционально информационному сигналу $s(t)$:

$$U_m(t) = U_{m0} + k_{AM}s(t). \quad (1)$$

Здесь U_{m0} — начальное значение амплитуды несущей, k_{AM} — коэффициент, зависящий от конструкции амплитудного модулятора. По определению амплитуда гармонического сигнала является положительной величиной и поэтому в модуляторе U_{m0} и k_{AM} должны быть такими, чтобы всегда $U_m(t) \geq 0$. В противном случае возникает *пере-модуляция*. Учитывая (1), сигнал с АМ записываем следующим образом

$$y_{AM}(t) = [U_{m0} + k_{AM}s(t)]\cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (2)$$

Для анализа амплитудной модуляции удобно использовать простейшее сообщение — гармонический сигнал $s(t) = S_m \cos(\Omega t + \psi)$ (рис. 1, а). Формула (2) в этом случае принимает вид

5.5. Модулированные сигналы и их спектры

$$y_{AM}(t) = U_{m0} [1 + m \cos(\Omega t + \psi)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (3)$$

где $m = k_{AM} S_m / U_{m0}$ — коэффициент амплитудной модуляции. Коэффициент m — основной параметр АМ-колебаний с гармонической модуляцией. На рис. 1, б, в показаны модулированные сигналы с коэф-

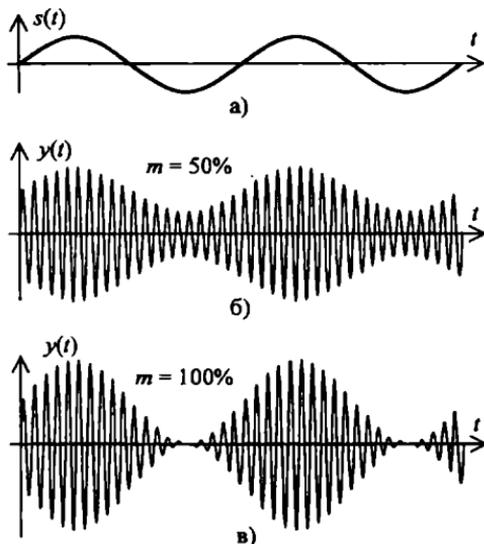


Рис. 1

фициентами АМ, равными $m = 0,5$ и $m = 1$ соответственно. При стопроцентной амплитудной модуляции ($m = 1$) имеют место максимальные изменения амплитуды модулированного сигнала: амплитуда изменяется от нуля до удвоенного значения.

Используя тригонометрическую формулу для произведения косинусов, выражение (3) перепишем в виде

$$\begin{aligned} y_{AM}(t) = & U_{m0} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \\ & + \frac{1}{2} m U_{m0} \cos((\omega_0 + \Omega)t + \varphi_0 + \psi) + \\ & + \frac{1}{2} m U_{m0} \cos((\omega_0 - \Omega)t + \varphi_0 - \psi). \end{aligned} \quad (4)$$

Все три слагаемых в правой части формулы (4) — гармонические колебания. Первое слагаемое представляет собой исходное немодулированное колебание (несущую). Второе и третье слагаемые называют соответственно верхней и нижней боковыми составляющими. Формула (4) дает спектральное разложение АМ-колебания. Амплитудный

спектр АМ-сигнала изображен на рис. 2, а. Ширина спектра этого АМ-колебания равна удвоенной частоте модулирующего сигнала.

Если модуляция осуществляется сложным периодическим сигналом, в спектре которого содержится много гармоник, то каждая из этих гармоник даст две боковые составляющие в спектре модулированного сигнала. В спектре появляются верхняя и нижняя боковые полосы (рис. 2, б). Ширина спектра будет определяться модулирующей гармоникой с максимально высокой частотой. Аналогичные результаты получим для сложного непериодического сигнала, используя теорему о спектре сигнала, умноженного на комплексный гармонический сигнал.

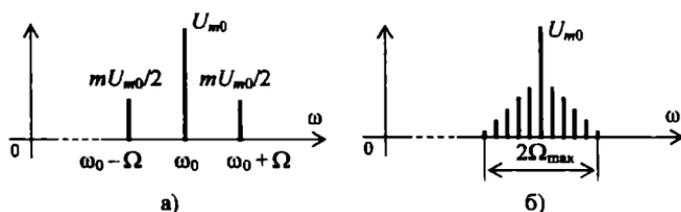


Рис. 2

Отметим, что обе боковые полосы несут полную информацию о низкочастотном модулирующем сигнале. Поэтому в технике связи часто используются сигналы с *одной боковой полосой (ОБП-сигналы)*. Нужная боковая полоса выделяется с помощью фильтра. Вторая боковая полоса (включая иногда и несущую) подавляется. ОБП-сигналы занимают меньшую полосу частот и при прочих равных условиях требуют меньшей мощности передатчика.

Фазовая модуляция (ФМ) — это изменение начальной фазы высокочастотного сигнала прямо пропорционально низкочастотному сигналу:

$$\varphi(t) = k_{\text{ФМ}} s(t) + \varphi_0, \quad (5)$$

где $k_{\text{ФМ}}$ — коэффициент, зависящий от конструкции фазового модулятора, φ_0 — начальная фаза. На практике наиболее часто используется модуляция с большими отклонениями фазы от начального значения.

С учетом (5) полная фаза (аргумент косинуса) при ФМ будет равна $\Phi(t) = \omega_0 t + k_{\text{ФМ}} s(t) + \varphi_0$. Из анализа этой формулы следует, что ско-

рость возрастания полной фазы при ФМ не равна частоте несущей ω_0 . Понятие частоты при ФМ требует уточнения.

Мгновенной частотой сигнала называют производную $\omega(t) = d\Phi(t)/dt$. У идеального гармонического сигнала мгновенная частота постоянна: $\omega(t) = \omega_0$. При ФМ мгновенная частота равна $\omega(t) = \omega_0 + k_{\text{ФМ}}[ds(t)/dt]$. Из этой формулы следует, что при ФМ в общем случае возникают изменения мгновенной частоты сигнала.

При *частотной модуляции (ЧМ)* мгновенная частота высокочастотного сигнала изменяется прямо пропорционально низкочастотному сигналу:

$$\omega(t) = \omega_0 + k_{\text{ЧМ}}s(t), \quad (6)$$

где $k_{\text{ЧМ}}$ — коэффициент, зависящий от конструкции частотного модулятора.

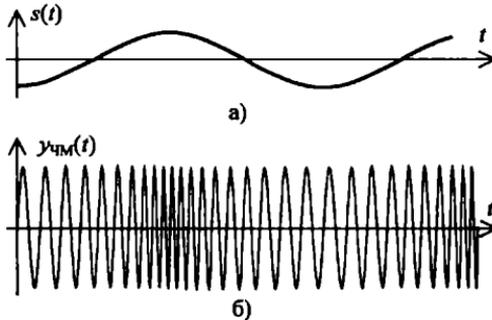


Рис. 3

График сигнала с ЧМ при гармоническом модулирующем сигнале приведен на рис. 3, б. Амплитуда сигнала с частотной модуляцией не изменяется. Увеличение уровня модулирующего сигнала вызывает увеличение мгновенной частоты сигнала. На рис. 3, б этому соответствует увеличение числа максимумов и минимумов колебания на фиксированном временном отрезке. При уменьшении мгновенной частоты сигнала увеличивается период квазигармонического сигнала.

Отметим, что график на рис. 3, б будет соответствовать сигналу с фазовой модуляцией — при ФМ амплитуда сигнала также не изменяется, а при гармонической ФМ возникает гармоническая ЧМ. Кривая на рис. 3, а в этом случае соответствует производной от модулирующего сигнала.

Второе слагаемое в формуле (6), содержащее сигнал $s(t)$, как правило, много меньше частоты несущей ω_0 . Только в этом случае модулированный сигнал будет относительно узкополосным и не будет "мешать" другим модулированным сигналам.

При частотной модуляции полная фаза сигнала определяется по формуле

$$\Phi(t) = \int_0^t \omega(\tau) d\tau + \varphi_0 = \omega_0 t + k_{\text{ЧМ}} \int_0^t s(\tau) d\tau + \varphi_0.$$

Как видим, при ЧМ в общем случае изменяется начальная фаза сигнала. Выше отмечалось, что при ФМ имеются изменения мгновенной частоты. Поэтому ФМ и ЧМ — два тесно связанных друг с другом вида модуляции — относят к угловой модуляции (УМ). Так как при модуляции высокочастотный сигнал близок к идеальному гармоническому сигналу, то модулированный сигнал называют также *квазигармоническим сигналом*.

Модулированный сигнал с фазовой модуляцией записывается следующим образом

$$y_{\text{ФМ}}(t) = U_{m0} \cos[\omega_0 t + k_{\text{ФМ}} s(t) + \varphi_0]. \quad (7)$$

Если в формуле (7) сигнал $s(t) = S_m \cos \Omega t$, то

$$y_{\text{ФМ}}(t) = U_{m0} \cos(\omega_0 t + \beta \cos \Omega t + \varphi_0), \quad (8)$$

где $\beta = S_m k_{\text{ФМ}}$ — *индекс фазовой модуляции*. Индекс фазовой модуляции β в (8) — основной показатель сигнала с гармонической фазовой модуляцией. В системах связи, как правило, используются модулированные сигналы с большими значениями индекса фазовой модуляции: $\beta \gg 1$.

Используя введенное выше понятие мгновенной частоты, модулированный сигнал с частотной модуляцией запишем в виде

$$y_{\text{ЧМ}}(t) = U_{m0} \cos(\omega_0 t + k_{\text{ЧМ}} \int_0^t s(\tau) d\tau + \varphi_0). \quad (9)$$

Если для модуляции используется простейший сигнал $s(t) = S_m \cos(\Omega t)$, то мгновенная частота $\omega(t) = \omega_0 + \Delta\omega \cos \Omega t$, где $\Delta\omega = k_{\text{ЧМ}} S_m$ — *девиация частоты*, равная максимальному отклонению мгновенной частоты $\omega(t)$ от ω_0 . Девиация частоты $\Delta\omega$ — основ-

ной показатель сигнала с гармонической ЧМ. Формула (9) при гармонической частотной модуляции имеет вид

$$y_{\text{ЧМ}}(t) = U_{m0} \cos(\omega_0 t + \frac{\Delta\omega}{\Omega} \sin \Omega t + \varphi_0). \quad (10)$$

Из анализа формулы (10) следует, что при гармонической ЧМ возникает гармоническая ФМ с индексом $\beta = \Delta\omega / \Omega$.

Для определения спектра сигнала с гармонической УМ используем формулу (8) для сигнала с ФМ. Выражение (10) также можно было бы использовать для расчета спектра сигнала с угловой модуляцией. Как известно, синус в (10) можно заменить косинусом с дополнительной начальной фазой, равной -90° .

Для простоты при расчете спектра сигнала с угловой модуляцией начальную фазу φ_0 в (8) примем равной нулю. Используя тригонометрическое соотношение для косинуса суммы двух углов, формулу (8) перепишем в виде

$$y_{\text{ФМ}}(t) = U_{m0} \cos(\beta \cos \Omega t) \cos(\omega_0 t) - U_{m0} \sin(\beta \cos \Omega t) \sin(\omega_0 t). \quad (11)$$

В теории бесселевых функций доказывается, что

$$\begin{aligned} \cos(\beta \cos \Omega t) &= J_0(\beta) - 2J_2(\beta) \cos 2\Omega t + 2J_4(\beta) \cos 4\Omega t - \dots; \\ \sin(\beta \cos \Omega t) &= 2J_1(\beta) \cos \Omega t - 2J_3(\beta) \cos 3\Omega t + 2J_5(\beta) \cos 5\Omega t - \dots, \end{aligned} \quad (12)$$

где $J_n(\beta)$ — бесселева функция первого рода n -го порядка. Графики первых восьми функций Бесселя показаны на рис. 4.

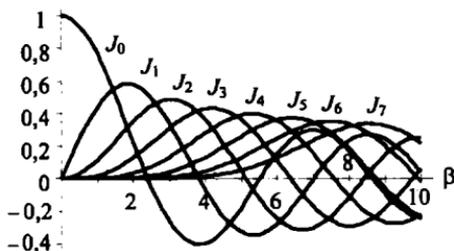


Рис. 4

Подставляя (12) в (11) и учитывая формулы для произведений тригонометрических функций, получим

$$\begin{aligned}
 y_{\text{УМ}}(t) = & J_0(\beta)U_{m0} \cos \omega_0 t - \\
 & - J_1(\beta)U_{m0} \sin(\omega_0 + \Omega)t - J_1(\beta)U_{m0} \sin(\omega_0 - \Omega)t - \\
 & - J_2(\beta)U_{m0} \cos(\omega_0 + 2\Omega)t - J_2(\beta)U_{m0} \cos(\omega_0 - 2\Omega)t + \quad (13) \\
 & + J_3(\beta)U_{m0} \sin(\omega_0 + 3\Omega)t + J_3(\beta)U_{m0} \sin(\omega_0 - 3\Omega)t + \\
 & + J_4(\beta)U_{m0} \cos(\omega_0 + 4\Omega)t + J_4(\beta)U_{m0} \cos(\omega_0 - 4\Omega)t - \dots
 \end{aligned}$$

Следовательно, при фазовой модуляции спектр колебания содержит несущую и бесконечное число гармонических составляющих, расположенных симметрично относительно несущей частоты (рис. 5). При использовании формулы (10) спектр ЧМ-сигнала будет отличаться от спектра ФМ-сигнала только начальными фазами отдельных спектральных компонент.

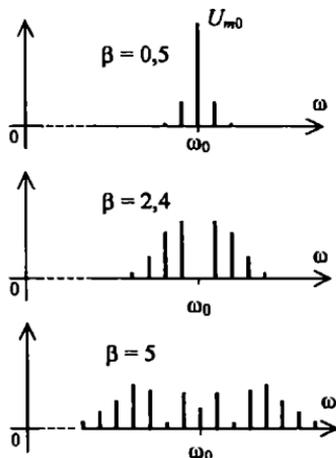


Рис. 5

Амплитуда несущей и амплитуды боковых составляющих в спектре сигнала с угловой модуляцией определяются функциями Бесселя. Если индекс угловой модуляции $\beta < 1$, то $J_0(\beta) \approx 1$ и $J_1(\beta) \approx 0,5\beta$. Другие функции Бесселя будут пренебрежимо малы. В этом случае в формуле (13) учитываются только несущая и две боковые гармоники и спектр колебания с угловой модуляцией похож на спектр сигнала с АМ. Ширина спектра сигнала при $\beta < 1$ примерно равна 2Ω (рис. 5).

Если индекс $\beta > 1$, то дополнительные боковые составляющие образуют верхнюю и нижнюю боковые полосы. Причем амплитуда несущей уменьшается, а при $\beta \approx 2,4, 5,5, 8,7$ и т. п. эта амплитуда равна

нулю. В этом случае вся энергия модулированного сигнала сосредоточена в боковых составляющих. Амплитудный спектр колебания с УМ при β , равном примерно 2,4 и 5, приведен на рис. 5. Из анализа этих спектров и графиков рис. 4 следует, что ширина спектра сигнала с интенсивной угловой модуляцией при $\beta > 1$ примерно равна удвоенной девиации частоты ($2\Delta\omega$).

Отметим, что использование угловой модуляции с большим индексом β позволяет получить увеличенную помехоустойчивость при передаче сложных сообщений. Сигналы с угловой модуляцией меньше подвержены влиянию импульсных помех, возникающих в промышленных электроустановках, при грозах, в транспортных средствах с электрическим питанием и т. п. Поэтому фазовая и частотная модуляции в настоящее время широко используются в радиовещании, в космической связи, в устройствах сотовой связи и в других системах передачи информации с малыми искажениями.

Для увеличения скорости передачи сообщений в современных системах связи и передачи информации используются смешанные виды модуляции. Например, в модемах используется амплитудно-фазовая или квадратурная модуляции. При такой модуляции изменяется как амплитуда, так и начальная фаза (и частота) квазигармонического сигнала.

Контрольные вопросы и задачи

1. Докажите ортогональность гармонической базисной системы. Рассчитайте нормы сигналов, составляющих гармонический базис. Является ли гармонический базис ортонормированным базисом?
2. Нарисуйте амплитудный и фазовый спектры гармонического сигнала с амплитудой 1 В, частотой 2 кГц и начальной фазой 45° . Как изменятся эти спектры, если амплитуда сигнала уменьшится в два раза, а частота увеличится в два раза?
3. Последовательность прямоугольных импульсов подана на вход идеального ФНЧ. Полоса пропускания ФНЧ начинает медленно (начиная с нуля) увеличиваться. Нарисовать несколько графиков изменяющегося выходного сигнала.
4. Почему сумма комплексных составляющих ряда Фурье дает в результате вещественный сигнал?
5. Докажите, что спектральная плотность сигнала на отрицательных частотах комплексно сопряжена с ее значениями на положительных частотах.

Глава 5. Сигналы и их спектры

6. Как искажаются прямоугольные импульсы в ФНЧ, в ФВЧ и в ПФ? Поясните, используя спектральные представления, причину и характер искажений коротких по длительности импульсов в ФНЧ с фиксированной граничной частотой.
7. Объясните причину появления помех в работе переносного радиоприемника, если его близко расположить от компьютера. Как изменится уровень этих помех, если приемник переключить на более высокочастотный диапазон?
8. Какие требования предъявляются к полосе пропускания системы связи, использующей импульсные сигналы? Достаточно ли, например, для передачи прямоугольных импульсов с частотой следования 10 МГц иметь полосу пропускания канала связи, равную тем же 10 МГц?
9. Нежелательный эффект модуляции может создать канал утечки информации. Например, на амплитуды колебаний высокочастотных генераторов, используемых в компьютерах, в приемниках, в радиотелефонах и т. п., влияют небольшие вибрации деталей, обусловленные речью человека. Возникает нежелательная амплитудная модуляция. Генератор с излучающими соединительными проводами превращается в паразитный радиопередатчик, сигналы которого могут быть демодулированы. Рассчитайте уровень радиопомехи, которую должен создать в помещении высокочастотный генератор шума при следующих исходных данных: уровень помехи должен в два раза превышать ожидаемый уровень боковых составляющих в АМ-сигнале; нежелательные изменения амплитуды генератора составляют не более 1%; уровень несущей, излучаемый генератором и измеренный на входе измерительного радиоприемника, не превышает 100 мкВ.
10. При облучении оконного стекла лучом лазера может возникнуть канал утечки информации, обусловленный фазовой модуляцией отраженного сигнала лазера, вызванной небольшими механическими вибрациями стекла, зависящими, в свою очередь, от речи человека. Индекс нежелательной ФМ в этом случае в основном зависит от толщины стекла l . Пусть индекс $\beta \approx A/l$, где $l > 2$ мм, а коэффициент $A = 2 \cdot 10^{-5}$ м. Паразитная ФМ создается наиболее интенсивной составляющей в спектре речевого сигнала с частотой 1 кГц. Рассчитайте толщину стекла, при которой уровень боковых составляющих сравняется с чувствительностью лазерного приемника, способного выделять боковые составляющие с индексом $\beta \geq 10^{-3}$. Постройте для этого случая спектр сигнала с паразитной ФМ.

6. Полупроводниковые приборы

6.1. Электронно-дырочный переход и полупроводниковые диоды

К *полупроводникам* относят материалы, проводимость которых больше проводимости диэлектриков, но меньше проводимости проводников. Обычно это кристаллический материал с шириной запрещенной зоны от 0,5 до 2 эВ. В радиоэлектронике в качестве полупроводников наиболее часто используются кремний, германий, арсенид галлия, селен и др. Химически чистые или *i-полупроводники* имеют небольшую собственную проводимость, обусловленную свободными электронами и дырками теплового происхождения.

Полупроводник n-типа — это полупроводник с преобладающей электронной проводимостью. Преобладающая электронная проводимость возникает при добавлении донорных примесей, например пятивалентных сурьмы, мышьяка и т. п. к четырехвалентному кремнию. Атом примеси легко ионизируется, добавляя электрон к электронам собственной проводимости.

Полупроводник p-типа возникает при добавлении к химически чистому полупроводнику акцепторных примесей, например, при добавлении трехвалентных бора, алюминия и др. к четырехвалентному кремнию. Атом примеси ионизируется, принимая электрон от соседнего атома основного полупроводника и создавая тем самым дырку в полупроводнике. Примесные полупроводники называются *легированными*.

При нормальной температуре практически все атомы примесей ионизируются и проводимость примесного полупроводника существенно возрастает. Отметим, что, несмотря на возникновение только одного типа проводимости: или *n*-, или *p*-типа, примесные полупроводники будут электрически нейтральны, так как заряды ионов скомпенсированы зарядами *основных* носителей заряда — электронов в *n*-области и дырок в *p*-области полупроводника. Дырки в *n*-полупроводнике или электроны в *p*-полупроводнике называют *неосновными* носителями зарядов.

Наибольшее применение нашли полупроводники, одна часть которых легирована акцепторными примесями, а другая — донорными. Переход между двумя областями полупроводника с разными типами

электропроводности называется *электронно-дырочным* или *p-n-переходом* (рис. 1).

После создания в полупроводнике *p*- и *n*-областей начинается *диффузионный ток* основных носителей заряда: дырок из *p*-области в *n*-область и электронов в обратном направлении. Диффундируя, электроны и дырки оставляют за собой соответственно положительно и отрицательно заряженные ионы примесей. Отметим, что эти ионы жестко закреплены в кристаллической решетке и перемещаться не могут. В *n*-области диффундирующие дырки рекомбинируют с электронами, резко уменьшая концентрацию электронов и дополнительно образуя нескомпенсированные положительные ионы. Аналогично в *p*-области диффундирующие электроны рекомбинируют с дырками, резко уменьшая концентрацию основных носителей заряда и дополнительно образуя нескомпенсированные отрицательные ионы.

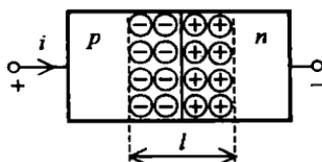


Рис. 1

Таким образом, вблизи границы *p*- и *n*-областей концентрация основных носителей заряда резко падает. Возникает обедненный носителями слой, где "обнажаются" не скомпенсированные отрицательные и положительные заряды акцепторных и донорных ионов. Ширина этого *обедненного слоя* для кремниевого перехода $l \approx 0,3$ мкм.

Появление противоположно заряженных ионов приводит к возникновению электрического поля в переходе. Это поле направлено так, что тормозит процессы диффузии. Возникшему электрическому полю соответствует *контактная разность потенциалов* ϕ_k . При температуре $T = 27^\circ \text{C}$ для кремниевого перехода $\phi_k \approx 0,8$ В.

Электрическое поле в переходе обуславливает появление *дрейфового тока* — тока неосновных носителей зарядов в переходе: дырки из *n*-области переносятся электрическим полем в *p*-область, а электроны из *p*-области затягиваются в *n*-область. Величина дрейфового тока мала, так как мала концентрация неосновных носителей заряда. В

6.1. Электронно-дырочный переход и полупроводниковые диоды

установившемся состоянии диффузионный ток будет равен дрейфовому току.

Пусть к p - n -переходу подключен источник небольшого постоянного напряжения, причем плюс этого напряжения прикладывается к p -области (рис. 1). Электрическое поле, создаваемое этим источником, накладывается на внутреннее поле в p - n -переходе, созданное ионами примесей. Результирующее поле в переходе уменьшается. Возникает дополнительная диффузия основных носителей заряда. Диффузионный ток через переход становится больше дрейфового. Причем, чем больше прикладываемое напряжение, тем больше диффузионный ток через переход. Напряжение, при котором ток через p - n -переход быстро увеличивается, называется *прямым (открывающим) напряжением*. Возникающий при этом большой ток называется *прямым током* (рис. 2). Сопротивление p - n -перехода при подаче прямого напряжения резко уменьшается.

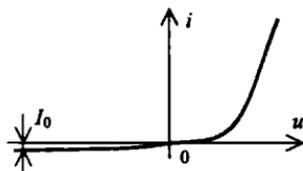


Рис. 2

Подключим к p - n -переходу источник постоянного напряжения, так чтобы минус этого напряжения прикладывался к p -области. Дополнительное электрическое поле, создаваемое источником, складывается с внутренним полем в p - n -переходе. Результирующее поле в переходе увеличивается. Диффузия основных носителей заряда уменьшается, а при дальнейшем увеличении приложенного напряжения почти полностью прекращается. Дрейфовый ток через переход незначительно увеличивается и становится больше диффузионного. Однако сопротивление перехода протекающему току остается увеличенным, так как концентрация неосновных носителей в полупроводнике мала и дрейфовый ток при прочих равных условиях много меньше прямого тока. Поданное напряжение называется *обратным (затраивающим или закрывающим) напряжением*, а возникающий при этом небольшой ток называют *обратным током* (рис. 2).

Теоретическая зависимость тока i через переход от подаваемого напряжения u имеет вид

$$i = I_0 (e^{\gamma u} - 1), \quad (1)$$

где I_0 — обратный ток перехода при большом обратном напряжении, обусловленный небольшим дрейфовым током, γ — коэффициент, равный примерно 39 1/В. За положительное направление тока i и согласованного с током направления напряжения u принято направление прямого тока диода.

Вольт-амперная характеристика (ВАХ) перехода, построенная в соответствии с (1), представлена на рис. 2. Из анализа ВАХ следует основное свойство p - n -перехода — односторонняя проводимость. При подаче прямого напряжения ток через переход возрастает по экспоненциальному закону. Обратный ток, возникающий при обратном напряжении, значительно меньше прямого и слабо зависит от величины обратного напряжения. При подаче на переход переменного напряжения через переход будет протекать в основном прямой ток. Поэтому p - n -переход называют *выпрямляющим* переходом.

Наличие в p - n -переходе и в областях, прилегающих к нему, зарядов: ионов, электронов и дырок, свидетельствует о том, что переход обладает емкостью. Различают *барьерную* и *диффузионную емкости*.

Барьерная емкость обусловлена наличием в обедненном слое противоположно заряженных ионов примесей (рис. 1). Два слоя положительно и отрицательно заряженных ионов соответствуют двум заряженным "пластинам" конденсатора. Барьерная емкость играет основную роль при подаче обратного напряжения. При увеличении обратного напряжения основные носители зарядов отгесняются в глубь полупроводника электрическим полем p - n -перехода. При этом увеличивается ширина l перехода и увеличивается среднее расстояние между "пластинами" конденсатора. Барьерная емкость уменьшается. Зависимость барьерной емкости для малых переменных токов от обратного напряжения $u_{обр}$ описывается выражением

$$C_6 = \frac{C_0}{(1 + u_{обр} / \varphi_k)^\lambda},$$

где C_0 — начальное значение барьерной емкости при $u_{обр} = 0$; λ — коэффициент, равный $1/2 \dots 1/3$; φ_k — контактная разность потенциалов.

6.1. Электронно-дырочный переход и полупроводниковые диоды

Диффузионная емкость C_d характеризует накопление неравновесного заряда, обусловленное диффузией электронов и дырок в глубь полупроводника за область p - n -перехода. Так как время жизни электронов и дырок до наступления рекомбинации конечно, то по обе стороны p - n -перехода появляются дополнительные, объемные заряды. Диффузионная емкость для малых переменных напряжений линейно увеличивается при увеличении прямого тока $i_{пр}$ через переход:

$$C_d = k_d i_{пр},$$

где k_d — коэффициент, зависящий от свойств p - n -перехода. При прямом токе диффузионная емкость, как правило, больше барьерной емкости. Результирующая емкость перехода равна сумме барьерной и диффузионной емкостей.

Кроме p - n -перехода часто используется переход между металлом и n -полупроводником. В зависимости от используемых материалов этот переход может обладать односторонней проводимостью или иметь малое сопротивление. В первом случае выпрямляющий переход называют *переходом Шоттки*. Во втором случае переход металл-полупроводник, имеющий малое сопротивление, называют *омическим*. Его используют для создания электрических выводов из полупроводниковых областей. При изготовлении полупроводниковых приборов используется большое количество других электрических переходов, образованных различными материалами. Все эти переходы будут или омическими, или выпрямляющими.

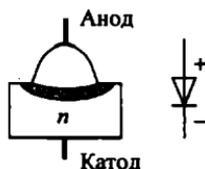


Рис. 3

На основе выпрямляющих переходов изготавливаются полупроводниковые диоды. *Полупроводниковый диод* — это прибор с одним выпрямляющим переходом и двумя выводами. Наибольшее распространение получили диоды, использующие p - n -переход (рис. 3). Электрод, подключенный к p -области, часто называют анодом, а электрод, соединенный с n -областью — катодом. На рис. 3 показано условное

обозначение полупроводникового диода и полярность прямого напряжения.

Реальные вольт-амперные характеристики диода приведены на рис. 4. Характерные особенности этих кривых следующие. Во-первых, при увеличении прямого напряжения экспоненциальное возрастание тока происходит только на начальном участке. В дальней-

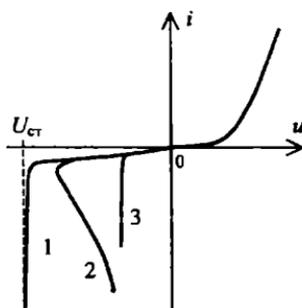


Рис. 4

шем ток через диод увеличивается практически по линейному закону. Это объясняется наличием *объемных* сопротивлений *p*- и *n*-областей полупроводника (рис. 3). Во-вторых, при большом обратном напряжении возникает резкий рост обратного тока через диод. Это явление называют *пробоем диода*. Различают *лавинный* 1, *тепловой* 2 и *туннельный* 3 пробой (рис. 4).

Лавинный пробой возникает при большом обратном напряжении $U_{ст}$, создающем в переходе увеличенную напряженность электрического поля. В таком поле свободный электрон ускоряется и приобретает большую кинетическую энергию, достаточную для "выбивания" из атомов нескольких электронов. Появившиеся электроны, ускоряясь, выбивают новые электроны и т. д. Развивается лавинный процесс увеличения числа электронов и, соответственно, увеличения обратного тока через диод.

Тепловой пробой возникает вследствие разогрева *p-n*-перехода. При этом резко возрастает число неосновных носителей, что увеличивает обратный ток и вызывает дополнительное увеличение температуры перехода.

6.1. Электронно-дырочный переход и полупроводниковые диоды

Туннельный пробой обуславливается туннельным эффектом, возникающим в сильнолегированных, тонких p - n -переходах, внутри которых велика напряженность электрического поля и высока вероятность туннельного перехода. Как правило, только тепловой пробой вызывает необратимые изменения параметров диода. Лавинный и туннельный пробой не разрушают p - n -переход, если они не сопровождаются тепловым пробоем.

Стабилитрон — полупроводниковый диод, вольт-амперная характеристика которого имеет участок лавинного пробоя. Стабилитроны широко используются в источниках питания для получения стабильных выходных напряжений. Например, они используются в источниках питания компьютеров для создания высокостабильных напряжений питания микропроцессоров, микросхем на материнской плате, устройств внешней памяти и т. п.

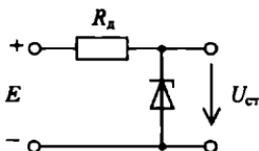


Рис. 5

Простейшая схема для получения стабилизированного напряжения приведена на рис. 5. Для ограничения тока при пробое последовательно с диодом включен дополнительный резистор. На вход схемы поступает напряжение E , величина которого нестабильна. На стабилитроне при лавинном пробое получаем стабильное выходное напряжение $U_{ст}$. Отметим, что рабочий режим стабилитрона обеспечивается подачей на диод не прямого, а обратного напряжения.

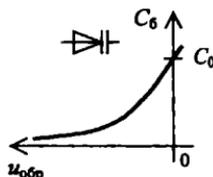


Рис. 6

Варикап — полупроводниковый диод, в котором используется зависимость барьерной емкости p - n -перехода от обратного напряжения

(рис. 6). Варикап в электрических схемах, приемниках и передатчиках используется как конденсатор с изменяемой емкостью. В отличие от обычных диодов, емкость которых тоже изменяется при изменении обратного напряжения, варикапы имеют гарантированный и увеличенный диапазон изменения емкости. Для уменьшения потерь варикапы имеют малые объемные сопротивления p - и n -областей полупроводника и увеличенное сопротивление при обратном постоянном напряжении. Условное обозначение варикапа приведено на рис. 6.

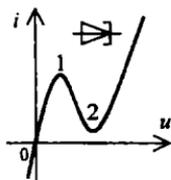


Рис. 7

Туннельный диод — это полупроводниковый прибор, вольт-амперная характеристика которого при прямом напряжении имеет падающий участок 1–2 (рис. 7). Наличие такого участка объясняется возникновением туннельного эффекта.

Диоды, использующие выпрямляющий переход металл-полупроводник, называются *диодами Шотки*. Эти диоды обладают увеличенным быстродействием и широко используются при изготовлении интегральных схем. Технология их изготовления хорошо совмещается с современной технологией изготовления микросхем средней и большой степени интеграции.

Выпрямительные диоды предназначены для выпрямления переменного тока. Они используются в источниках питания компьютеров и другой радиоэлектронной аппаратуры. Выпрямительные диоды обеспечивают большую величину прямого тока и выдерживают повышенные обратные напряжения. К быстродействию выпрямительных диодов, как правило, жестких требований не предъявляется, так как они работают в основном на промышленной частоте 50 Гц.

Высокочастотные диоды работают при воздействии высокочастотных сигналов и поэтому имеют малые емкости p - n -перехода. Эти диоды используются в радиоприемной и радиопередающей аппаратуре. Примеры их использования будут рассмотрены ниже.

6.1. Электронно-дырочный переход и полупроводниковые диоды

Импульсные диоды предназначены для работы с быстро изменяющимися импульсными сигналами. Такие диоды применяются в компьютерах, в мониторах и телевизорах, в радиолокационных передатчиках и приемниках. Эти диоды должны иметь малые емкости, а также выдерживать большие прямые импульсные токи и увеличенные обратные импульсные напряжения.

Совокупность постоянных токов и напряжений на диоде определяет *режим диода по постоянному току*. Соответствующая режиму по постоянному току точка на ВАХ диода называется *рабочей точкой*. Параметром нелинейного элемента в этом режиме является *статическое сопротивление или сопротивление постоянному току*, равное $R_{ст} = u_0 / i_0$, где u_0 и i_0 — напряжение и ток в рабочей точке.

Совокупность переменных токов и напряжений на диоде определяет *режим диода по переменному току*. Если амплитуды переменных напряжений меньше 0,1 вольта, то между малыми переменными токами и напряжениями на диоде существует практически линейная зависимость. Сопротивления, емкости и индуктивности нелинейных элементов для малых переменных токов называются *дифференциальными или динамическими*.

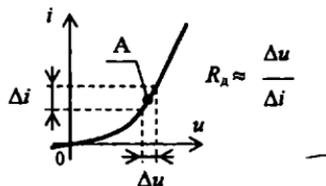


Рис. 8

Если известны формула или график, описывающие ВАХ диода, то дифференциальное сопротивление легко вычислить, определяя производную в рабочей точке: $R_d = \frac{du}{di}$. Дифференциальные емкости и индуктивности находятся по вольт-кулонным и вебер-амперным характеристикам соответственно. Пример графического определения дифференциального сопротивления R_d диода в рабочей точке A приведен на рис. 8.

При малых переменных токах и напряжениях используется *линейная эквивалентная схема диода*, показанная на рис. 9. Здесь r_0 — объемное сопротивление p - и n -областей полупроводника, равное едини-

цам или десяткам ом, R_d — дифференциальное сопротивление диода, C_b и C_d — барьерная и диффузионная емкости. Параметры R_d , C_b и C_d существенно зависят от величины и полярности постоянного напряжения, приложенного к диоду. На низких частотах емкости диода можно не учитывать. Линейная эквивалентная схема диода используется в программах машинного моделирования при расчете цепей методом комплексных амплитуд.

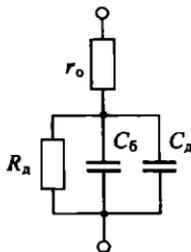


Рис. 9

Из анализа вольт-амперных характеристик диодов следует, что нелинейность этих характеристик проявляется в рабочих диапазонах токов и напряжений при $U_m > 0,1$ В. В этом случае диоды относятся к *нелинейным элементам*. Для расчета цепей с диодами при воздействии сигналов с большими амплитудами необходимо использовать нелинейную эквивалентную схему. Простейшие нелинейные эквивалентные схемы диодов аналогичны схеме, показанной на рис. 9. Сопротивление R_d и емкости C_b и C_d в нелинейных эквивалентных схемах не постоянны. Они существенно зависят от переменных напряжений и токов. Нелинейные эквивалентные схемы диодов используются в программах машинного моделирования при анализе режимов, как по постоянному, так и по переменному токам при воздействии сигналов с большими амплитудами.

6.2. Биполярные транзисторы

Биполярный транзистор — это полупроводниковый прибор с двумя взаимодействующими *p-n*-переходами и с тремя выводами (рис. 1). В зависимости от чередования легированных областей различают транзисторы *n-p-n*-типа (рис. 1, а) и *p-n-p*-типа (рис. 1, б).

На рис. 1, в и рис. 1, г даны условные обозначения транзисторов *n-p-n*- и *p-n-p*-типов, соответственно. На этих же рисунках обозначены

6.2. Биполярные транзисторы

выводы транзисторов: Э — эмиттер, Б — база, К — коллектор. Эмиттерная и коллекторная области отличаются тем, что в эмиттерной области концентрация примесей много больше, чем в коллекторной области. Переход, возникающий между эмиттером и базой, называется эмиттерным переходом, а переход, возникающий между коллектором и базой — коллекторным.

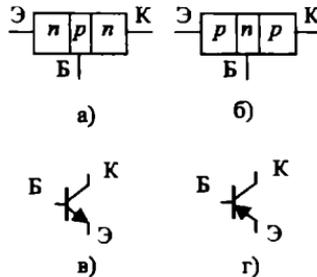


Рис. 1

На рис. 2 приведена схема включения транзистора с подключенными источниками постоянного напряжения и коллекторным резистором. В этой схеме с корпусом соединен вывод базы транзистора. Поэтому эту схему называют *схемой включения транзистора с общей базой (ОБ)*.

Различают четыре режима работы биполярного транзистора:

1) *активный режим* — открыт эмиттерный переход и закрыт коллекторный переход (этот режим представлен на рис. 2);

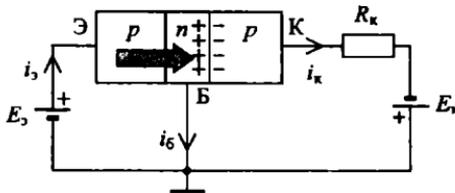


Рис. 2

2) *режим отсечки* — оба p - n -перехода закрыты, и существенного тока через транзистор нет (на рис. 2 для получения этого режима необходимо изменить полярность источника $E_э$ на противоположную);

3) *режим насыщения* — два p - n -перехода транзистора открыты и через них протекают прямые токи (на рис. 2 для получения этого режима необходимо изменить полярность источника E_x на противоположную);

4) *инверсный режим* — открыт коллекторный переход и закрыт эмиттерный переход (на рис. 2 для получения этого режима необходимо изменить на противоположные полярности источников E_x и E_3).

Для усиления и преобразования сигналов в основном используется активный режим работы. Работа биполярного транзистора в активном режиме основана на явлении *диффузии*, а также на эффекте *дрейфа* носителей заряда в электрическом поле. Рассмотрим работу транзистора в активном режиме на примере транзистора p - n - p -типа (рис. 2).

В этом режиме эмиттерный переход транзистора открыт. Открывающее напряжение равно $E_3 = 0,4 \dots 0,7$ В. Через открытый эмиттерный переход течет ток i_3 (i_3 равен $0,1 \dots 10$ мА для маломощного транзистора). Как правило, в эмиттерной области транзистора концентрация акцепторных примесей во много раз больше концентрации донорных примесей в базовой n -области транзистора. Поэтому концентрация дырок в области эмиттера много больше концентрации электронов в области базы и практически весь ток эмиттера — это дырочный ток. В одиночном p - n -переходе при диффузии дырок в n -область происходит полная рекомбинация инжектированных дырок с электронами n -области. В эмиттерном переходе транзистора этот процесс тоже имеет место. Благодаря ему возникает ток базы i_b (рис. 2). Однако в транзисторе происходят более сложные процессы.

Главной особенностью конструкции транзистора является относительно тонкая базовая область. Ширина базы W в транзисторе много меньше длины свободного пробега дырок L . У современных кремниевых транзисторов $W \approx 1$ мкм, а диффузионная длина $L = 5 \dots 10$ мкм. Следовательно, подавляющее большинство дырок достигают коллекторного перехода, не успев рекомбинировать с электронами базы. Попадая в обратно смещенный коллекторный переход, дырки дрейфуют (и ускоряются) в имеющемся поле перехода.

Пройдя коллекторный переход, дырки рекомбинируют с электронами, подтекающими к коллектору от источника питания E_k . Отметим, что этот дырочный ток во много раз превышает собственный об-

ратный ток закрытого коллекторного перехода и практически полностью определяет ток коллектора i_k транзистора.

Из анализа рис. 2 следует уравнение для токов транзистора:

$$i_e = i_k + i_b. \quad (1)$$

В этом уравнении ток базы много меньше тока эмиттера и тока коллектора, а ток коллектора практически равен току эмиттера транзистора.

Соотношения между токами в транзисторе характеризуются двумя параметрами: коэффициентом передачи тока эмиттера $\alpha = i_k / i_e$, и коэффициентом передачи тока базы $\beta = i_k / i_b$. Используя (1), получим формулу взаимосвязи коэффициентов передачи:

$$\beta = \frac{\alpha}{1 - \alpha}.$$

Значения этих коэффициентов зависят от конструкции транзистора. Для большинства маломощных транзисторов, используемых в устройствах связи и в компьютерах, коэффициент $\beta = 20 \dots 200$, а коэффициент $\alpha = 0,95 \dots 0,995$.

Рассмотрим усилительные свойства транзистора. Пусть на входе транзистора имеется напряжение $E_3 = 0,5$ В, и пусть это напряжение создает ток $i_3 = 5$ мА. Мощность, расходуемая на управление транзистором, равна: $P_{вх} = E_3 i_3 = 0,5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 2,5$ мВт. Пусть сопротивление полезной нагрузки в коллекторной цепи транзистора (рис. 2) равно $R_k = 1$ кОм. По нагрузочному резистору протекает коллекторный ток, примерно равный эмиттерному току транзистора: $i_k \approx i_e$. Выходная мощность, выделяющаяся на нагрузке равна $P_{н} \approx i_k^2 R_k = 25$ мВт. Следовательно, в схеме рис. 2 обеспечивается десятикратное усиление по мощности. Заметим, что для обеспечения такого усиления требуется, чтобы на коллекторный переход было подано большое запирающее напряжение $E_k > U_k$, где $U_k = i_k R_k$ — падение напряжения на нагрузочном сопротивлении в цепи коллектора. Увеличенная энергия выходного сигнала обеспечивается источником питания в коллекторной цепи схемы.

Кратко опишем другие режимы работы транзистора. В режиме насыщения возникает прямой ток коллекторного перехода. Его направление противоположно направлению диффузионного тока дырок. Ре-

зультатирующий ток коллектора резко уменьшается и резко ухудшаются усилительные свойства транзистора. Редко используется транзистор в инверсном режиме, так как инжекционные свойства коллектора много хуже инжекционных свойств эмиттера. В режиме отсечки все токи через транзистор практически равны нулю — оба перехода транзистора закрыты и усилительные свойства транзистора не проявляются.

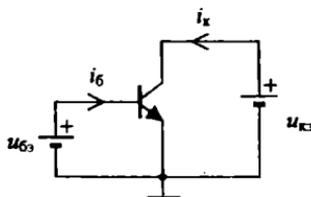


Рис. 3

Кроме рассмотренной выше схемы ОБ используются две другие схемы. При соединении с корпусом эмиттера транзистора получим схему с *общим эмиттером (ОЭ)* (рис. 3). Схема ОЭ наиболее часто встречается на практике. При соединении с корпусом коллектора транзистора получим схему с *общим коллектором (ОК)*. В этих схемах управляющее напряжение подается на базовый вывод транзистора.

Зависимости токов через выводы транзистора от приложенных к транзистору напряжений называют *вольт-амперными характеристиками (ВАХ)* транзистора.

Для схемы с общим эмиттером (рис. 3) ВАХ транзистора приведены на рис. 4, 5. Аналогичные графики можно получить для схемы с общей базой. Кривые рис. 4 называются *входными характеристиками*

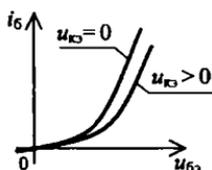


Рис. 4

транзистора, так как они показывают зависимость входного тока от управляющего входного напряжения, подаваемого между базой и эмиттером транзистора. Входные характеристики транзистора близки

к характеристикам p - n -перехода. Зависимость входных характеристик от напряжения на коллекторе объясняется увеличением ширины коллекторного перехода и, следовательно, уменьшением толщины базы при увеличении обратного напряжения на коллекторе транзистора (эффект Эрли).

Кривые рис. 5 называются *выходными характеристиками* транзистора. Их используют для определения коллекторного тока транзистора.

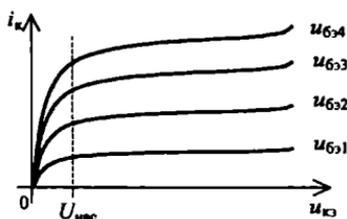


Рис. 5

Увеличению коллекторного тока на рис. 5 соответствует увеличение управляющего напряжения на базе транзистора: $u_{б34} > u_{б33} > u_{б32} > u_{б31}$.

При $u_{к3} \leq U_{нас}$ (рис. 5) напряжение на коллекторе транзистора становится меньше напряжения на базе. В этом случае открывается коллекторный переход транзистора и возникает режим насыщения, при котором ток коллектора резко уменьшается.

При большом напряжении на коллекторе ток коллектора начинает возрастать, так как возникает процесс лавинного (или теплового) пробоя коллекторного перехода транзистора.

Из анализа ВАХ транзистора следует, что транзистор, как и диод, относится к нелинейным элементам. Однако в активном режиме при $u_{к3} > U_{нас}$ ток коллектора транзистора изменяется примерно прямо пропорционально приращениям входного управляющего напряжения на базе транзистора — выходная цепь транзистора близка по свойствам к идеальному управляемому источнику тока. Ток коллектора в активном режиме практически не зависит от нагрузки, подключаемой к коллектору транзистора.

На рис. 6 показана простейшая *линейная эквивалентная схема транзистора*, полученная для активного режима работы при подаче на транзистор малых по амплитуде переменных сигналов ($U_m < 0,1$ В).

Основным элементом этой схемы является источник тока, управляемый входным напряжением: $I_k = SU_{бэ}$, где S — крутизна транзистора, равная для маломощных транзисторов 10 ... 100 мА/В. Сопротивление $r_{кэ}$ характеризует потери энергии в коллекторной цепи. Его величина для маломощных транзисторов равна десяткам и сотням килоом. Сопротивление эмиттерного перехода $r_{бэ}$ равно сотням ом или единицам килоом. Это сопротивление характеризует потери энергии на управ-

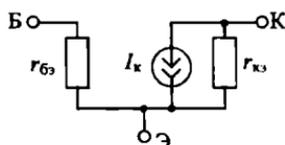


Рис. 6

ление транзистором. Значения параметров эквивалентной схемы можно найти, указывая рабочие точки на входных и выходных ВАХ транзистора и определяя соответствующие производные в этих рабочих точках (или задавая в рабочих точках приращения соответствующих токов и напряжений).

Более точные и полные эквивалентные схемы транзисторов включают емкости переходов, учитывают нелинейности переходов транзисторов, содержат объемные сопротивления полупроводников, индуктивности выводов и паразитные емкости. Такие сложные эквивалентные схемы транзисторов используются, например, в современных программах машинного моделирования.

6.3. Полевые транзисторы

Полевой транзистор — это трехэлектродный полупроводниковый прибор, работа которого основана на использовании электрического поля для изменения сопротивления полупроводникового канала. Полевые транзисторы называют *униполярными*, так как регулируемый ток в них создается основными носителями заряда, движущимися в канале с одним типом проводимости.

Электрод, из которого в канал втекают основные носители, называется *истоком* (И), а электрод, через который носители вытекают из канала, называется *стоком* (С). Управляющий электрод называется *затвором* (З). Напряжение, приложенное к затвору, регулирует ток

через канал. Как исключение, встречаются полевые транзисторы с двумя затворами и с дополнительными, вспомогательными выводами.

Полевые транзисторы делятся на две большие группы: транзисторы с управляющим p - n -переходом и транзисторы с изолированным затвором — МДП-транзисторы, содержащие металл (М), диэлектрик (Д) и полупроводник (П). Если диэлектриком является окись кремния, то полевые МДП-транзисторы называют МОП-транзисторами (в этом случае в обозначении транзистора О — окись).

Структура полевого транзистора с управляющим p - n -переходом и p -каналом показана на рис. 1. На затвор транзистора подано обратное напряжение. Ток затвора i_z при этом будет пренебрежимо мал. Протекающие под действием ЭДС $E_{сн}$ токи истока и стока будут практически равны друг другу: $i_n \cong i_c$. Величина тока стока определяется сопротивлением канала сток-исток, а сопротивление этого канала зависит от ширины p - n -перехода, возникающего между каналом и затвором. Как известно в p - n -переходе имеется обедненный носителями запирающий слой, сопротивление которого велико (на рис. 1 этот слой показан штриховкой). При увеличении запирающего напряжения, пода-

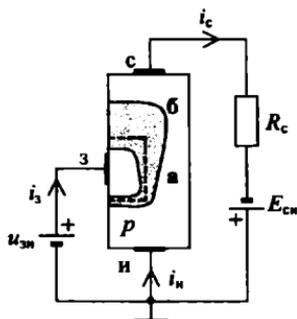


Рис. 1

ваемого на затвор, ширина p - n -перехода увеличивается. Это приводит к уменьшению толщины канала сток-исток и к уменьшению тока стока. Таким образом, изменяя напряжение на затворе, управляем током стока полевого транзистора. Аналогично работает полевой транзистор с n -каналом.

Токи затвора полевого транзистора очень малы и на регулирование проводимости канала сток-исток транзистора затрачивается малая

мощность. Поэтому в схемах с полевыми транзисторами (например, в схеме на рис. 1) легко получить большое усиление мощности.

Условные обозначения полевых транзисторов с управляющим p - n -переходом с p - и n -каналами приведено на рис. 2, а и рис. 2, б соответственно. На практике чаще используются транзисторы с n -каналами.

Основная схема включения полевого транзистора — это схема с общим истоком (рис. 1). Входные характеристики полевого транзи-

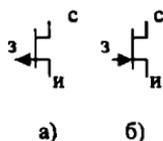


Рис. 2

стора в этой схеме соответствуют ВАХ диода при подаче обратного напряжения (рис. 6.1.2). Из-за малости тока затвора эти ВАХ, как правило, подробно не рассматриваются.

На рис. 3 приведены выходные вольт-амперные характеристики полевого транзистора с n -каналом. Правее линии H на этом рисунке расположена область насыщения. В области насыщения ток стока практически не зависит от напряжения на стоке транзистора. Такой

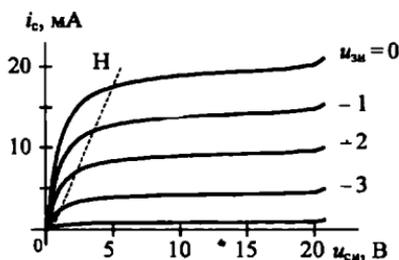


Рис. 3

вид ВАХ объясняется следующим свойством транзистора. Рассмотрим точки а и б в канале транзистора (рис. 1). Напряжения между этими точками и корпусом будут разными, причем $u_б > u_а$. Следовательно, будут разными напряжения между указанными точками канала и затвором. Так как напряжение между точкой б и затвором больше, чем напряжение между точкой а и затвором, то обедненный слой

вблизи точки **б** будет толще обедненного слоя вблизи точки **а**. При увеличении напряжения на стоке проводящий канал у стока почти перекрывается обедненным слоем и при дальнейшем увеличении напряжения сопротивление канала возрастает примерно пропорционально напряжению на стоке. В результате при увеличении напряжения на стоке ток стока остается практически неизменным (рис. 3).

Из анализа выходных характеристик полевого транзистора следует, что в рабочей области, соответствующей области насыщения, полевой транзистор близок по свойствам к управляемому источнику тока. Поэтому линейная эквивалентная схема полевого транзистора с *n*-каналом (рис. 4) в качестве основного элемента содержит зависимый источник тока. Ток источника на эквивалентной схеме управляется входным напряжением: $I_c = S U_{зп}$, где S — крутизна, равная, как правило, 2 ... 20 мА/В, $U_{зп}$ — управляющее напряжение между затвором и истоком.

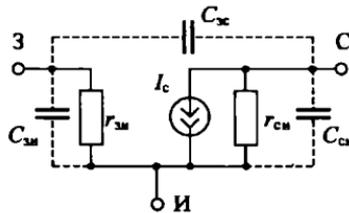


Рис. 4

Отличительная особенность полевого транзистора — очень большое входное сопротивление, зависящее, в основном, от сопротивления $r_{зп}$, которое равно сотням килоом или единицам мегаом.

Сопротивление $r_{сн}$ равно десяткам или сотням килоом. Сопротивление $r_{сн}$ учитывает потери энергии на нагрев транзистора и подчеркивает неидеальность транзистора как источника тока.

В области высоких частот необходимо учитывать емкости полевого транзистора. Они указаны на схеме пунктирными линиями. Их величина равна единицам или десяткам пикофард для маломощных полевых транзисторов.

При расчетах на ЭВМ, в программах машинного моделирования в эквивалентную схему вводятся нелинейные элементы, учитывающие

зависимость параметров полевого транзистора от приложенных напряжений и протекающих токов.

Полевые транзисторы с изолированным затвором (МДП-транзисторы) изготавливаются с каналами p - и n -типов. Структура полевого МДП-транзистора с n -каналом показана на рис. 5. Металлический затвор надежно изолирован от канала диэлектриком (Д), в качестве которого часто используются окислы кремния (в этом случае получим МОП-транзистор). Из полупроводника n -типа изготовлены области стока и истока. От области основного полупроводника p -типа изготавливается дополнительный вывод, называемый выводом подложки (Π).

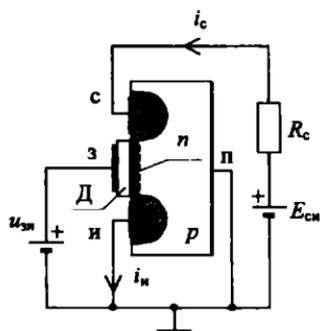


Рис. 5

Пусть напряжение питания $E_{сн} > 0$. При нулевом напряжении на затворе ток между истоком и стоком практически равен нулю, так как один из имеющихся p - n -переходов будет закрыт (на рис. 5 закрыт p - n -переход между стоком и подложкой).

При подаче на затвор небольшого положительного напряжения $u_{зп}$ из глубины p -полупроводника к затвору начинают дрейфовать неосновные носители — электроны. В приповерхностном слое под затвором в результате рекомбинации подошедших электронов и дырок вначале возникает обедненный основными носителями слой — режим обеднения. Затем при увеличении напряжения на затворе под затвором образуется слой с инверсией проводимости: вместо дырочной возникает электронная проводимость, и появляется режим обогащения канала носителями зарядов — электронами. Электроны в инверсный слой поступают также из n -областей стока и истока, где их очень много. Возникающий приповерхностный n -слой хорошо про-

пускает ток от истока к стоку и называется *индуцированным каналом* (на рис. 5. канал ограничен пунктиром и показан серым цветом).

Обозначения МДП-транзисторов с индуцированными каналами *n*- и *p*-типов приведены на рис. 6, а, б соответственно. Выходные вольт-амперные характеристики МДП-транзистора аналогичны ВАХ полевого транзистора с управляющим *p-n*-переходом. Выходные характеристики МДП-транзистора также имеют область насыщения,

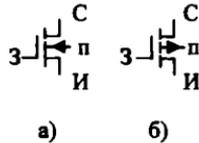


Рис. 6

возникновение которой объясняется сужением канала вблизи стока. Сужение канала обусловлено неравномерным распределением напряженности электрического поля между затвором и каналом при увеличении напряжения на стоке.

Кроме полевых транзисторов с индуцированным каналом широко используются МДП-транзисторы с *встроенным каналом*. Условные обозначения МДП-транзисторов с встроенными каналами *n*- и *p*-типов приведены на рис. 7, а, б соответственно. Встроенный канал изготов-

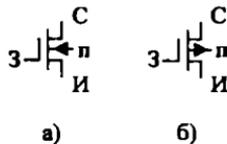


Рис. 7

ливается при производстве транзисторов в виде тонкого слоя полупроводника *n*- или *p*-типа, размещаемого под затвором. Тип проводимости областей стока, истока и канала должен быть одинаков. Конструкция МДП-транзистора с встроенным *n*-каналом аналогична конструкции рассмотренного выше полевого транзистора, показанного на рис. 5, при условии, что ограниченный пунктиром *n*-канал создан при изготовлении транзистора.

Встроенный канал пропускает ток при нулевом напряжении на затворе. При небольших напряжениях на затворе канал может работать

и в режиме обеднения, и в режиме обогащения. Ток стока управляется как положительным, так и отрицательным напряжениями. Эквивалентная схема МДП-транзистора аналогична схеме замещения транзистора с p - n -переходом (рис. 4). У МДП-транзисторов, как правило, несколько больше крутизна, а также более чем на порядок больше значение сопротивления между затвором и истоком по сравнению с полевыми транзисторами с управляющим p - n -переходом.

При изготовлении интегральных схем и микропроцессоров часто на одном чипе изготавливаются и используются полевые транзисторы как с p -, так и с n -каналами. В этом случае эти транзисторы и схемы называются *комплементарными*, дополняющими друг друга.

Отметим, что затраты на управление полевым транзистором во много раз меньше затрат на управление биполярным транзистором. По этой причине полевые транзисторы широко используются при изготовлении интегральных схем и микропроцессоров. Интегральные схемы и микропроцессоры с использованием полевых транзисторов имеют малую потребляемую мощность, в их состав можно включать увеличенное число транзисторов.

Контрольные вопросы и задачи

1. Учитывая одностороннюю проводимость диода, нарисуйте график тока через диод при подаче на него гармонического напряжения с амплитудой 1 В.
2. В источниках питания ЭВМ для стабилизации напряжения используются стабилитроны. Как работает схема стабилизации напряжения, приведенная на рис. 6.1.5? Как изменится напряжение стабилизации, если последовательно соединить два стабилитрона? Почему не рекомендуется параллельное соединение двух стабилитронов?
3. Рассчитайте статическое и динамическое сопротивление туннельного диода при выборе рабочей точки в середине падающего участка ВАХ (рис. 6.1.7). Ток в этой рабочей точке равен 2 мА, а напряжение — 0,3 В.
4. Как влияет толщина базы биполярного транзистора на его усилительные свойства? Почему два последовательно соединенных диода, имея похожую с транзистором структуру, не позволяют получить усиление мощности?
5. Нарисуйте схему ОБ с инверсным включением биполярного транзистора. Поясните процессы, происходящие в этой схеме.
6. Объясните отличие процессов управления током стока в полевых транзисторах с p - n -переходом и в транзисторах с изолированным затвором.

Контрольные вопросы и задачи

7. Перечислите все разновидности биполярных и полевых транзисторов. Приведите их условные обозначения.
8. Чем вольт-амперные характеристики биполярного транзистора отличаются от вольт-амперных характеристик полевого транзистора?
9. Используя приведенные выше данные к рис. 6.2.2, рассчитайте коэффициент усиления по мощности в схеме с общим эмиттером (ОЭ), если коэффициент передачи тока базы равен $\beta = 50$. Какая из двух схем: ОБ или ОЭ, дают больший коэффициент усиления по мощности?
10. Сравните эквивалентные схемы биполярных и полевых транзисторов. В чем их сходство и различие?
11. Рассчитайте среднюю величину потребляемого тока одним транзистором микропроцессора, содержащего 10 миллионов транзисторов и потребляющего от источника питания с напряжением 2 В мощность 50 Вт. Почему современные микропроцессоры имеют пониженное напряжение питания и почему в них, в основном, используются полевые транзисторы?

7. Электронные усилители и преобразователи сигналов

7.1. Три основные схемы усилителей на транзисторах

Усилитель — это устройство (четырёхполюсник), увеличивающее мощность сигнала. Увеличение мощности сигнала происходит за счет преобразования энергии источника питания в энергию сигнала. Форма сигнала при усилении должна сохраняться без существенных искажений.

Усилители используются для компенсации потерь при передаче информационных сигналов на большие расстояния, для обеспечения работы регистрирующих устройств, для создания нормальных условий восприятия информации человеком и т. д. Например, для обеспечения работы громкоговорителей мультимедиа-компьютера, как правило, требуется усилитель, так как поступающие от источников звуковые сигналы имеют недостаточную мощность.

По усиливаемой электрической величине различают *усилители мощности, напряжения и тока*. Коэффициент передачи усилителя по одному из указанных электрических параметров, как правило, много больше единицы. По другим параметрам коэффициент передачи усилителя может быть меньше единицы. Однако у всех усилителей по определению коэффициент передачи по мощности должен быть больше единицы. Поэтому, например, повышающий трансформатор, у которого коэффициент передачи по напряжению может быть больше единицы, к усилителям не относится.

По диапазону усиливаемых частот усилители делятся на усилители постоянного тока (УПТ), усилители низкой (звуковой) частоты (УНЧ), усилители высокой частоты (УВЧ) и СВЧ-усилители. В компьютерах, например, УПТ используются в источниках питания, УНЧ — в звуковых платах, УВЧ и СВЧ-усилители — в приемниках радио- и телевизионных сигналов. В дальнейшем будем рассматривать в основном только усилители переменных напряжений и токов, так как такие сигналы являются основными в системах передачи информации.

По используемым элементам различают усилители на транзисторах, микросхемах, электронных лампах, диодах и т. д. Ниже рассматриваются усилители только на транзисторах и микросхемах. Такие усилители широко используются в компьютерах.

По режимам работы различают *линейные и нелинейные усилители*. В линейных усилителях уровни входных и выходных сигналов малы (для полупроводниковых элементов $U_m < 0,1$ В) и поэтому все элементы усилителя при воздействии малых переменных сигналов характеризуются линейной зависимостью между токами и приложенными напряжениями. Если амплитуда сигнала велика ($U_m > 0,1$ В для полупроводниковых элементов), то линейная зависимость между токами и напряжениями нарушается — усилитель переходит в нелинейный режим работы. Ниже рассматриваются усилители, работающие только в линейном режиме. Нелинейные режимы работы будут описаны в следующей главе.

Усилители классифицируют также по числу каскадов, по назначению, по полосе усиливаемых частот, по характеру усиливаемого сигнала и т. д.

Основными показателями усилителя являются *коэффициенты усиления по напряжению, по току, по мощности*:

$$\dot{K}_u = \frac{\dot{U}_{\text{вых}}}{\dot{U}_{\text{вх}}}; \quad \dot{K}_i = \frac{\dot{I}_{\text{вых}}}{\dot{I}_{\text{вх}}}; \quad K_p = \frac{P_{\text{вых}}}{P_{\text{вх}}},$$

а также входное $Z_{\text{вх}}$ и выходное $Z_{\text{вых}}$ сопротивления. К дополнительным параметрам усилителя относят: коэффициент полезного действия, потребляемую от источника питания мощность, нелинейные искажения, массу и габариты и т. п.

Схемотехника усилителей на транзисторах отличается многообразием и сложностью. Однако в этом многообразии можно выделить три основные схемы, на основе которых строятся более сложные схемы. При использовании биполярных транзисторов различают: *усилитель с общим эмиттером (ОЭ), усилитель с общей базой (ОБ) и усилитель с общим коллектором (ОК)*. По переменному напряжению в этих схемах с корпусом усилителя соединяется, соответственно, эмиттер, база или коллектор транзистора.

Схема с общим эмиттером показана на рис. 1. Эмиттер транзистора соединен с корпусом усилителя. Через катушку с большой индуктивностью, называемую дросселем (D_r на рис. 1), на базу транзистора подается напряжение смещения $E_{бэ} = 0,5 \dots 0,8$ В. Это напряжение предназначено для того, чтобы открыть эмиттерный переход и обеспечить постоянный ток коллектора в активном режиме работы тран-

зистора. Величина начального постоянного тока коллектора определяется техническими условиями эксплуатации и для маломощных транзисторов примерно равна $I_{кн} = 0,1 \dots 10$ мА. Усиление по мощности осуществляется за счет энергии источника питания $E_{п}$. Напряжение источника питания, как правило, равно $5 \dots 20$ В, а полярность устанавливается такой, чтобы закрыть коллекторный переход.

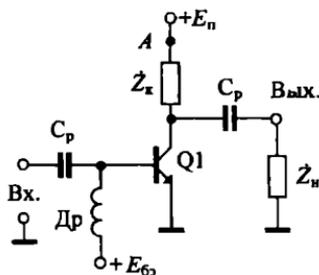


Рис. 1

Вместе с напряжением питания $E_{п}$ ток $I_{кн}$ и напряжение смещения $E_{бэ}$ определяют *режим усилителя по постоянному току*. Описанный выше режим по постоянному току — обязательное условие, обуславливающее возможность усиления слабых сигналов в усилителе. Если транзистор закрыт и постоянный ток коллектора транзистора равен нулю, то каскад не будет усиливать слабые переменные сигналы.

Совокупность переменных токов и напряжений на элементах каскада определяют *режим усилителя по переменному напряжению*. Через конденсатор C_p (рис. 1) переменный входной сигнал поступает на базу транзистора и управляет относительно большим током коллектора. Конденсатор C_p в схеме имеет большую емкость. Следовательно, его емкостное сопротивление $X_C = 1/\omega C_p$ мало и поэтому он хорошо пропускает переменный входной ток. Основное назначение этого конденсатора — не пропустить на вход усилителя постоянное напряжение, которое может присутствовать во входном сигнале. Поэтому конденсатор C_p называется *разделительным*. В рассматриваемой схеме разделительный конденсатор, кроме того, не пропускает на входную клемму усилителя постоянное напряжение смещения, присутствующее на базе транзистора. Часто усилитель, у которого на входе установлен разделительный конденсатор, называют усилителем с "закрытым" входом.

7.1. Три основные схемы усилителей на транзисторах

Через дроссель Др (рис. 1) на базу транзистора подается постоянное напряжение смещения, так как сопротивление катушки постоянному току равно нулю. Для переменного тока этот дроссель, имея большую индуктивность, создает большое сопротивление. Входной переменный ток через дроссель практически не ответвляется, а весь поступает на управление транзистором. Поэтому этот дроссель также часто называют разделительным, но разделяются здесь переменные потенциалы.

В цепи коллектора (рис. 1) включено сопротивление *внутренней нагрузки* Z_k каскада, по которому протекает часть переменного тока коллектора. Большая часть переменного тока коллектора через выходной разделительный конденсатор протекает по *внешней нагрузке усилителя* Z_n , подключаемой к выходному зажиму каскада рис. 1. На этой нагрузке выделяется усиленный по мощности переменный сигнал.

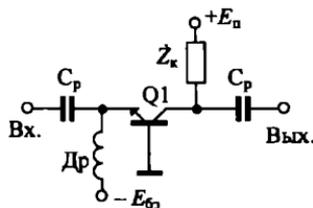


Рис. 2

Схема усилителя с общей базой (ОБ) показана на рис. 2. Назначение разделительных конденсаторов, дросселя, коллекторного сопротивления в этой схеме аналогично их назначению в схеме ОЭ. В отличие от схемы с общим эмиттером в усилителе ОБ через дроссель Др на эмиттер транзистора подается отрицательное напряжение смещения. Только при такой полярности напряжения смещения открывается транзистор, через него начинает протекать постоянный ток и только в этом случае усилитель ОБ сможет усиливать слабые переменные сигналы.

На рис. 3 приведена схема усилителя с общим коллектором (ОК). В этой схеме важную роль играет *блокировочный конденсатор* $C_{бл}$. Имея большую емкость и, следовательно, малое сопротивление, блокировочный конденсатор используется для того, чтобы сделать практически одинаковыми переменные потенциалы двух узлов. Тем са-

мым "блокируется" поступление переменного напряжения из одной части схемы в другую.

В усилителе ОБ (рис. 3) основное назначение блокировочного конденсатора — соединить через свое малое сопротивление коллектор транзистора по переменному напряжению с корпусом усилителя. Поэтому в точке *A* схемы, на коллекторе, переменное напряжение будет практически равно нулю, что соответствует схеме ОК. По постоянному току, в отличие от приведенных выше схем с общим эмиттером и с общей базой, коллектор транзистора в схеме рис. 3 с корпусом не со-

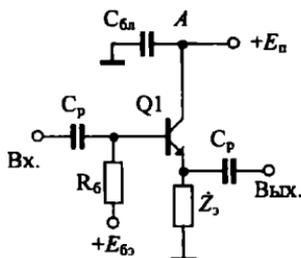


Рис. 3

единен, — напротив, на коллекторе присутствует большое постоянное напряжение источника питания. Отметим, что при отсутствии блокировочного конденсатора рассматриваемая схема все равно будет близка к схеме ОК, так как коллектор транзистора будет соединен по переменному напряжению с корпусом через источник питания, внутреннее сопротивление которого, как известно, равно нулю в идеальном случае.

Блокировочные конденсаторы часто включаются в состав источников питания. В этом случае они могут отсутствовать в схемах усилителей. Блокировочные конденсаторы в больших количествах устанавливаются на материнских платах персональных компьютеров и в других узлах ЭВМ. Их задача — устранить влияние сигналов в одних частях схемы на сигналы в других частях устройства.

Внутренней нагрузкой в усилителе ОК является эмиттерное сопротивление Z_3 , подключенное к эмиттеру транзистора.

В усилителе ОК напряжение смещения поступает на базу транзистора не через дроссель, как в предыдущих схемах, а через базовый резистор R_6 . Это делается из экономических соображений — стои-

7.1. Три основные схемы усилителей на транзисторах

мость резистора существенно меньше стоимости дросселя. Базовые резисторы можно использовать также в схемах ОЭ и ОБ. При этом возникают небольшие потери энергии переменного сигнала — часть мощности входного переменного сигнала бесполезно расходуется на нагрев резистора R_6 . Для уменьшения этих потерь используются базовые резисторы с большим сопротивлением. Отметим, что использование базового резистора обуславливает также возникновение потерь энергии постоянного тока, потребляемого от источника смещения. Однако эти потери также незначительны, так как постоянный ток базы транзистора очень мал.

На практике наибольшее применение нашел линейный усилитель с общим эмиттером. Найдем показатели этого усилителя: коэффициент усиления, входное и выходное сопротивления. Для проведения расчетов транзистор в схеме усилителя ОЭ (рис. 1) заменяем линейной эквивалентной схемой, разделительные конденсаторы, имеющие малые сопротивления, закорачиваем, а дроссель, обладающий большим сопротивлением, исключаем. Учитываем также, что в точке A (рис. 1) переменное напряжения практически равно нулю, так как внутреннее сопротивление источника питания мало, а внутри источника питания, как правило, установлен блокировочный конденсатор. Таким образом, вместо электрической схемы усилителя (рис. 1) получим показанную на рис. 4 эквивалентную схему усилителя ОЭ.

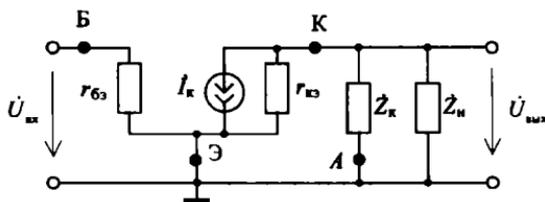


Рис. 4

В эквивалентной схеме усилителя содержатся идеальные элементы электрических цепей: резисторы, комплексные сопротивления и источник тока. Расчет такой цепи проводим, используя метод комплексных амплитуд. Входное напряжение $\dot{U}_{вх}$ усилителя равно управляющему напряжению между базой и эмиттером транзистора. Следовательно, ток источника тока в коллекторной цепи транзистора равен $\dot{I}_к = S\dot{U}_{вх}$, где S — крутизна транзистора. Этот ток протекает по

трем элементам: r_{κ} , \dot{Z}_{κ} и $\dot{Z}_{\text{н}}$. Так как эти элементы включены параллельно, то суммарная проводимость нагрузки равна $\dot{Y}_{\text{сн}} = 1/r_{\kappa} + 1/\dot{Z}_{\kappa} + 1/\dot{Z}_{\text{н}}$, а суммарное сопротивление $\dot{Z}_{\text{сн}} = 1/\dot{Y}_{\text{сн}}$.

Учитывая несогласованность направления тока источника и направления выходного напряжения и используя закон Ома, запишем формулу для напряжения на выходе усилителя

$$\dot{U}_{\text{вых}} = -S \dot{U}_{\text{вх}} \frac{1}{\dot{Y}_{\text{сн}}}.$$

Разделив выходное напряжение на входное, получим выражение для коэффициента усиления каскада ОЭ

$$K_{\text{н}} = -S \frac{1}{\frac{1}{r_{\kappa}} + \frac{1}{\dot{Z}_{\kappa}} + \frac{1}{\dot{Z}_{\text{н}}}} = -S \dot{Z}_{\text{сн}}. \quad (1)$$

Из анализа полученной формулы следует, что усиление каскада увеличивается при выборе транзистора с большой крутизной и при увеличении сопротивлений \dot{Z}_{κ} и $\dot{Z}_{\text{н}}$. На практике, для увеличения мощности переменного сигнала на нагрузке выбираются следующие соотношения между сопротивлениями: $r_{\kappa} > |\dot{Z}_{\kappa}| > |\dot{Z}_{\text{н}}|$. В этом случае используется приближенное выражение: $K_{\text{н}} \approx -S \dot{Z}_{\text{н}}$. Знак минус в формуле обуславливает инвертирование фазы выходного сигнала на 180° . При этом, например, в вычислительной технике логическая единица превращается в логический ноль и наоборот (для устранения этого явления требуется использовать два цепочечно включенных каскада ОЭ).

Величина входного тока усилителя определяется сопротивлением резистора $r_{\text{б3}}$. Следовательно, входное сопротивление каскада равно

$$\dot{Z}_{\text{вх}} = r_{\text{б3}}. \quad (2)$$

При определении выходного сопротивления необходимо учесть, что комплексное сопротивление нагрузки $\dot{Z}_{\text{н}}$ не включается в состав усилителя. Из анализа выходной цепи эквивалентной схемы каскада следует, что выходное сопротивление усилителя ОЭ равно сопротивлению параллельно соединенных \dot{Z}_{κ} и r_{κ} :

$$\dot{Z}_{\text{ВЫХ}} = \frac{1}{\frac{1}{r_{\text{об}}} + \frac{1}{\dot{Z}_k}}. \quad (3)$$

Так как $r_{\text{об}} > |\dot{Z}_k|$, то получим $\dot{Z}_{\text{ВЫХ}} \approx \dot{Z}_k$.

Аналогично легко найти показатели усилителей ОБ и ОК. В таблице 1 приведены упрощенные расчетные формулы (включая (1), (2) и (3)) для трех основных схем усилителей. Коэффициенты усиления каскадов ОБ и ОК определялись при подключенной внешней нагрузке \dot{Z}_n . При расчете показателей каскадов учитывалось, что $r_{\text{об}} > |\dot{Z}_k| > |\dot{Z}_n| > 1/S$ для усилителя ОБ и $r_{\text{об}} > |\dot{Z}_s| > |\dot{Z}_n| > 1/S$ для усилителя ОК. Для усилителя ОК проводимость $\dot{Y}'_{\text{СН}} = 1/r_{\text{об}} + 1/\dot{Z}_s + 1/\dot{Z}_n$, а суммарное сопротивление $\dot{Z}'_{\text{СН}} = 1/\dot{Y}'_{\text{СН}}$. На основании формул таблицы 1 проведем сравнение основных параметров усилителей.

Таблица 1

	ОЭ	ОБ	ОК
\dot{K}_u	$-S \dot{Z}'_{\text{СН}}$	$S \dot{Z}'_{\text{СН}}$	$\frac{S}{S + 1/\dot{Z}'_{\text{СН}}}$
$\dot{Z}_{\text{ВХ}}$	$r_{\text{бэ}}$	$\frac{1}{S}$	$r_{\text{бэ}}(1 + S \dot{Z}'_{\text{СН}})$
$\dot{Z}_{\text{ВЫХ}}$	$\frac{1}{1/\dot{Z}_k + 1/r_{\text{об}}}$	$\frac{1}{1/\dot{Z}_k + 1/r_{\text{об}}}$	$\frac{1}{S}$

Усилитель ОБ обеспечивает такой же модуль коэффициента усиления по напряжению, как и усилитель ОЭ. Однако каскад ОБ не инвертирует фазу входного сигнала.

При $|\dot{Z}_n| > 1/S$ коэффициент передачи усилителя ОК по напряжению будет примерно равен единице, оставаясь меньше единицы. Следовательно, усилитель ОК не усиливает входное напряжение. По этой причине этот усилитель называют *эмиттерным повторителем*.

Так как ток эмиттера много больше тока базы, то каскад ОК во много раз усиливает входной ток и мощность сигнала. Важное достоинство этого каскада — повышенное входное сопротивление. Оно наибольшее по сравнению с входными сопротивлениями усилителей

ОЭ и ОБ. Каскад ОК часто устанавливают на входе устройств связи для того, чтобы это устройство потребляло от источника сигнала минимум энергии. Эмиттерный повторитель имеет наименьшее по сравнению с другими каскадами выходное сопротивление. Поэтому для внешней нагрузки этот усилитель близок по свойствам к идеальному источнику напряжения. Выходное напряжение при этом слабо зависит от сопротивления нагрузки. Поэтому каскад ОК часто устанавливают на выходе микросхем и других устройств передачи информации.

Минимальное входное сопротивление имеет каскад ОБ. Этот каскад удобно использовать на входе приемных устройств, если входной сигнал поступает с проводной или кабельной линии передачи сигналов. Как известно, выходное сопротивление длинных линий относительно невелико и для передачи максимума мощности входное сопротивление приемника должно быть равно выходному сопротивлению линии связи.

Усилители на полевых транзисторах также строятся с использованием трех основных схем. В зависимости от вывода транзистора, соединяемого с корпусом, различают усилители с общим истоком, с общим затвором и с общим стоком. Свойства этих усилителей аналогичны свойствам усилителей на биполярных транзисторах.

7.2. Резистивный и резонансный усилители

Резистивный усилитель — это усилитель, у которого в качестве нагрузки используются резисторы. Так как в этом усилителе из-за отсутствия катушек индуктивности (индуктивностью выводов элементов пренебрегаем) не возникает колебательных процессов, то резистивный усилитель часто называют апериодическим усилителем. Резисторы в резистивном усилителе используются в качестве внутренней и внешней нагрузки.

На рис. 1 приведена наиболее часто используемая схема однокаскадного резистивного усилителя с общим эмиттером (ОЭ). Схема с ОЭ при прочих равных условиях дает наибольший коэффициент усиления по мощности. В качестве внутренней и внешней нагрузки используются резисторы $R_{\text{вн}}$ и $R_{\text{н}}$ соответственно. Внешний нагрузочный резистор может отсутствовать, если в качестве внутренней коллекторной нагрузки включены громкоговоритель, реле, линия связи и т. п. Назначение разделительных и блокировочных конденсаторов в схеме рассмотрено выше.

От ранее рассмотренной простейшей схемы усилителя с ОЭ приведенную схему отличают две особенности. Первая — использование вместо источника смещения E_6 , резистивного делителя напряжения, состоящего из резисторов R1 и R2. Делитель используется для эконо-

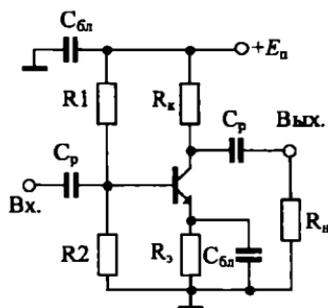


Рис. 1

мии — не требуется дополнительного относительно сложного и дорогостоящего источника питания. Сопротивления резисторов делителя подбирают так, чтобы на базу относительно эмиттера поступала только часть напряжения питания, равная открывающему напряжению $E_{63} = 0,5 \dots 0,8$ В. В простейших схемах резистор R2 исключают и устанавливают открывающее напряжение с помощью одного резистора R1.

Вторая отличительная особенность схемы на рис. 1 — использование резистора R_3 . Сопротивление этого резистора равно $R_3 = 0,1 \dots 1$ кОм. Его назначение — обеспечить температурную стабилизацию параметров каскада. Стабилизация возникает благодаря возникающей отрицательной обратной связи, свойства которой будут рассмотрены ниже.

Работа резистивного усилителя при подаче на вход гармонического сигнала иллюстрируется диаграммой токов и напряжений, показанной на рис. 2 а, б, в, г. На рис. 2, а приведена *передаточная характеристика* транзистора. Это зависимость выходного тока коллектора от управляющего напряжения между базой и эмиттером. На характеристике показана рабочая точка, соответствующая открывающему напряжению $E_{63} = 0,5 \dots 0,8$ В и постоянному току коллектора $I_{к0}$ (для маломощных транзисторов $I_{к0} = 0,1 \dots 10$ мА).

На рис. 2, в приведена зависимость от времени напряжения на базе транзистора, равного сумме напряжения смещения $E_{б3}$ и входного переменного сигнала. Амплитуда переменного сигнала для обеспечения линейного режима работы усилителя не должна превышать 0,1 В. За-

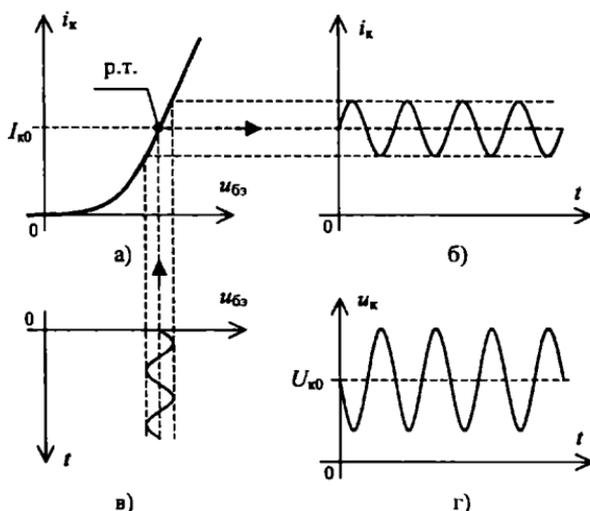


Рис. 2

висимость тока коллектора от времени, показана на рис. 2, б. График получен на основе кривых рис. 2, а и рис. 2, в. Порядок построения показан стрелками и пунктирными линиями.

Как видим, при увеличении входного напряжения увеличивается ток коллектора транзистора. Переменная составляющая этого тока, протекая по резисторам R_k и R_n , создает на коллекторе транзистора переменное напряжение, показанное на рис. 2, г. Отметим, что при увеличении тока коллектора напряжение на коллекторе уменьшается, так как увеличивается падение напряжения на резисторах R_k и R_n , — так возникает дополнительный фазовый сдвиг между входным и выходным напряжениями, равный 180° . Напряжение на выходе усилителя, возникающее на резисторе R_n , будет содержать только переменную составляющую. Постоянное напряжение на коллекторе транзистора, равное $U_{к0} = E_n - R_k I_{к0}$, отделено от резистора R_n выходным разделительным конденсатором.

Показатели резистивного усилителя легко получить, используя ранее полученные формулы. Входная проводимость резистивного усилителя с учетом резистивного делителя равна $\dot{Y}_{вх} = 1/r_6 + 1/R_1 + 1/R_2$. Выходное сопротивление равно $\dot{Z}_{вых} \approx R_x$. При $R_x \gg R_n$ коэффициент усиления усилителя равен $\dot{K}_u \approx -SR_n$. Например, если крутизна мало-мощного транзистора $S = 20$ мА/В, а сопротивление нагрузки $R_n = 0,5$ кОм, то модуль коэффициента усиления по напряжению резистивного усилителя равен $K_0 = 10$. Отметим, что эти показатели получены на так называемых средних частотах входного сигнала, когда сопротивления разделительных и блокировочных конденсаторов пренебрежимо малы и инерционность транзистора и его паразитные емкости не учитываются. Область средних частот (СЧ) отмечена на рис. 3, на котором показана АЧХ резистивного усилителя.

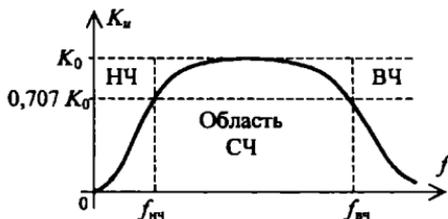


Рис. 3

В области низких частот (область НЧ) коэффициент усиления усилителя уменьшается из-за увеличения емкостных сопротивлений разделительных конденсаторов. На нулевой частоте сопротивление разделительных конденсаторов равно бесконечности и коэффициент усиления усилителя равен нулю. С уменьшением частоты увеличиваются также сопротивления блокировочных конденсаторов. Как правило, это тоже приводит к уменьшению усиления усилителя.

На высоких частотах (область ВЧ) начинают сказываться инерционность транзистора, емкости его переходов, а также *паразитные емкости монтажа*, возникающие между выводами радиоэлементов и корпусом устройства. Указанные емкости невелики. Однако с ростом частоты сопротивление внутренних емкостей транзистора и паразитных емкостей монтажа уменьшается и в пределе, при $f \rightarrow \infty$, выводы транзистора по переменному напряжению оказываются закороченными, а выводы радиоэлементов — соединенными с корпусом. Поэтому

коэффициент усиления усилителя с ростом частоты уменьшается в пределе до нуля.

Для описания частотных свойств резистивного усилителя вводятся две граничные частоты: $f_{нч}$ и $f_{вч}$ — граничные частоты для областей низких и высоких частот соответственно (рис. 3). Как правило, они определяются по уровню 0,707 от значения коэффициента усиления усилителя в области средних частот. Например, для телефонных каналов связи эти частоты обычно равны: $f_{нч} = 300$ Гц и $f_{вч} = 3400$ Гц. Все усилители для телефонной линии должны обеспечивать усиление в указанном диапазоне частот. В противном случае ухудшится качество связи и, например, будет плохо работать модем компьютера.

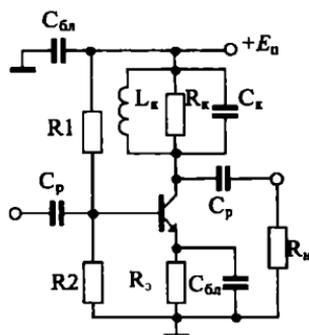


Рис. 4

Резонансный усилитель — это усилитель, в качестве нагрузки которого используется колебательный контур. Схема наиболее часто используемого резонансного усилителя с общим эмиттером приведена на рис. 4. Здесь в качестве коллекторной нагрузки используется параллельный колебательный контур.

Свойства параллельного колебательного контура используются при работе резонансного усилителя. Подадим на вход каскада напряжение с частотой ω , равной резонансной частоте колебательного контура $\omega_p = 1/\sqrt{L_k C_k}$. С такой же частотой будет изменяться ток коллектора, вызывая колебания в контуре. Как известно, на резонансной частоте индуктивная и емкостная составляющие проводимости контура одинаковы, а их сумма равна нулю:

$$j\omega_p C_k + \frac{1}{j\omega_p L_k} = 0.$$

7.2. Резистивный и резонансный усилители

Следовательно, переменный ток коллектора будет протекать только по резисторам R_x и R_n . Так как, как правило, $R_x \gg R_n$, то большая часть тока поступает на выход каскада, создавая на резисторе нагрузки R_n большое выходное напряжение. Если частота входного сигнала ω меньше или больше резонансной частоты ω_p , то взаимной компенсации проводимостей катушки и конденсатора контура не происходит, и переменный ток начинает отходить через катушку или конденсатор, не поступая на выход каскада.

Амплитудно-частотная характеристика резонансного усилителя приведена на рис. 5. На рисунке отмечены резонансная частота усилителя f_p , максимальный коэффициент усиления K_0 и полоса пропускания усилителя Π , определяемая по уровню $0,707K_0$.

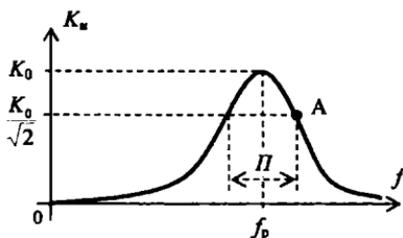


Рис. 5

Найдем основные показатели резонансного усилителя: коэффициент усиления, АЧХ и полосу пропускания. Используя формулу (7.1.1) для усилителя с общим эмиттером и учитывая, что проводимость параллельного контура равна $Y_x = j\omega C_x + 1/j\omega L_x + 1/R_x$, получим

$$K_u = \frac{-S}{\frac{1}{R_{CH}} + j(\omega C_x - \frac{1}{\omega L_x})}, \quad (1)$$

где R_{CH} — суммарное сопротивление параллельно соединенных R_n , R_x и $r_{кэ}$. На резонансной частоте выражение в круглых скобках в знаменателе формулы (1) равно нулю, и модуль коэффициента усиления равен $K_0 = SR_{CH}$. Так как резонансный усилитель используется на частотах вблизи резонанса, то удобно ввести *расстройку* $\Delta\omega = \omega - \omega_p$. Учитывая, что $\Delta\omega \ll \omega_p$, формулу (1) преобразуем к виду

$$\dot{K}_u \approx \frac{-K_0}{1 + j \left(\frac{2\Delta\omega}{\omega_p} Q \right)}, \quad (2)$$

где $Q = R_{\text{сн}} / \rho$ — добротность контура, $\rho = \omega_p L = 1 / \omega_p C$ — характеристическое сопротивление контура. Модуль полученного выражения (2) дает АЧХ резонансного усилителя:

$$|\dot{K}_u| \approx \frac{K_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\Delta\omega}{\omega_p} Q \right)^2}}. \quad (3)$$

Подставляя в левую часть равенства (3) значение АЧХ, соответствующее границе полосы пропускания (точка А на рис. 5), а в правую часть вместо расстройки — величину $\Pi/2$, получим формулу для полосы пропускания усилителя

$$\Pi = f_p / Q.$$

Из формулы следует, что полоса пропускания резонансного усилителя при заданной резонансной частоте определяется добротностью колебательного контура. На практике добротность $Q > 10$. Поэтому резонансные усилители, как правило, обладают повышенной *избирательностью*, то есть способностью пропускать сигналы только вблизи резонансной частоты и не пропускать сигналы, частоты которых существенно отличаются от частоты резонанса. ФЧХ усилителей подробно рассмотрены в книге [11].

Резонансные усилители широко используются в приемниках для выделения и усиления сигналов нужной радиостанции и подавления сигналов других радиостанций. Для повышения избирательности в высококачественных резонансных усилителях вместо простейшего параллельного колебательного контура используются сложные полосовые фильтры, содержащие несколько колебательных контуров.

7.3. Обратная связь в усилителях

Под *обратной связью* в усилителях понимают передачу части выходного сигнала обратно на вход усилителя. Различают внутреннюю и внешнюю обратные связи (ОС).

Внутренняя ОС обусловлена, как правило, паразитными внутренними связями в устройстве. Физически паразитная внутренняя связь

осуществляется через сопротивления потерь, с помощью магнитных и электрических полей. Она возникает при изготовлении устройства и ее практически невозможно регулировать. Внутренняя обратная связь часто приводит к искажению характеристик устройства и даже к его самовозбуждению. Внутренняя ОС описывается параметрами обратной связи в четырехполюсниках: Y_{12} , Z_{12} , H_{12} и т. д. На практике рекомендуется использовать устройства с минимальной внутренней обратной связью.

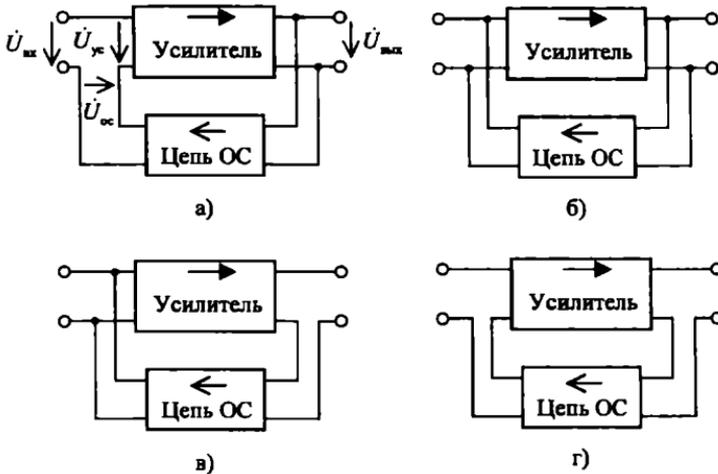


Рис. 1

Внешняя обратная связь создается специально включенными четырехполюсниками обратной связи (рис. 1). Параметры обратной связи в этом случае можно легко регулировать. В зависимости от способов соединения усилителя и четырехполюсника обратной связи различают четыре вида внешней обратной связи: последовательная ОС по напряжению (рис. 1, а), параллельная ОС по напряжению (рис. 1, б), параллельная ОС по току (рис. 1, в) и последовательная ОС по току (рис. 1, г). Стрелками на рис. 1 показано направление передачи сигналов в четырехполюсниках.

На практике наиболее часто применяется последовательная ОС по напряжению. Выходное напряжение усилителя в этом случае поступает на вход цепи ОС, а выходное напряжение четырехполюсника ОС вводится на входе усилителя последовательно с входным

сигналом. Рассмотрим влияние обратной связи на коэффициент усиления усилителя с последовательной ОС по напряжению. Выходное напряжение усилителя равно $\dot{U}_{\text{вых}} = \dot{K}\dot{U}_{\text{yc}}$, где \dot{K} — коэффициент усиления исходного усилителя. Выходное напряжение поступает на вход цепи ОС. В свою очередь выходное напряжение цепи ОС равно $\dot{U}_{\text{oc}} = \dot{\beta}\dot{U}_{\text{вых}}$, где $\dot{\beta}$ — коэффициент передачи четырехполюсника ОС. Из анализа схемы рис. 1, а следует, что напряжение на входе усилителя равно сумме входного напряжения и напряжения, поступающего от четырехполюсника ОС: $\dot{U}_{\text{yc}} = \dot{U}_{\text{вх}} + \dot{U}_{\text{oc}}$. Следовательно, напряжение на выходе усилителя можно представить в виде $\dot{U}_{\text{вых}} = \dot{K}(\dot{U}_{\text{вх}} + \dot{\beta}\dot{U}_{\text{вых}})$. Разделив левую и правую части этого соотношения на амплитуду входного напряжения, после преобразований получим выражение для комплексного коэффициента усиления усилителя с обратной связью

$$\dot{K}_{\text{oc}} = \frac{\dot{K}}{1 - \dot{\beta}\dot{K}}. \quad (1)$$

Отметим, что модуль коэффициента передачи цепи ОС, как правило, меньше единицы, так как с выхода усилителя на вход достаточно подать только часть выходного напряжения. Поэтому цепь ОС выполняется, как правило, с использованием пассивных элементов, играющих роль делителей выходного напряжения.

В зависимости от схемной реализации усилителей и цепи обратной связи коэффициенты \dot{K} и $\dot{\beta}$ могут быть как положительными, так и отрицательными. Из анализа выражения (1) следует, что в этом случае обратная связь может приводить как к увеличению, так и к уменьшению коэффициента усиления усилителя. Если ОС обуславливает увеличение коэффициента усиления, то ее называют *положительной обратной связью (ПОС)*. Если же обратная связь ведет к уменьшению коэффициента усиления, то ее называют *отрицательной обратной связью (ООС)*. На практике наиболее часто в усилительной технике используется отрицательная ОС, так как она стабилизирует работу усилителя при изменении параметров радиоэлементов, при воздействии температуры, вибраций и т. п. Ее часто применяют для увеличения или уменьшения входных и выходных сопротивлений усилителей.

Пример усилителя с отрицательной ОС — эмиттерный повторитель (рис. 7.1.3). Эквивалентную схему повторителя можно представить в виде усилителя ОЭ, четырехполюсника обратной связи и до-

полнительного выходного инвертора (рис. 2). Коэффициент передачи цепи ОС в данной схеме равен единице: $\beta = 1$, — имеет место стопроцентная обратная связь. Комплексный коэффициент усиления каскада ОЭ равен $\dot{K} \approx -SR_3$. Подставляя эти значения в соотношение (1) и учитывая инвертор на выходе схемы рис. 2, получим коэффициент передачи усилителя с общим коллектором

$$\dot{K}_{\text{ок}} = \frac{\dot{K}}{1 - \beta \dot{K}} (-1) = \frac{-SR_3}{1 - 1(-SR_3)} (-1) = \frac{S}{S + 1/R_3}.$$

Таким образом, отсутствие усиления по напряжению в схеме ОК можно объяснить стопроцентной отрицательной обратной связью. Из

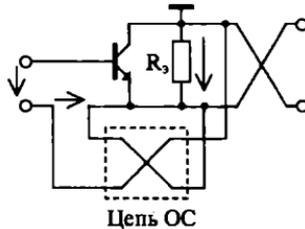


Рис. 2

анализа полученной формулы следует, что усилитель ОК нечувствителен к изменению основного параметра транзистора — крутизны. Отрицательная обратная связь в схеме ОК обуславливает появление увеличенного входного сопротивления и уменьшенного выходного сопротивления повторителя (табл. 7.1.1).

Известно, что с ростом температуры токи коллектора и эмиттера транзистора существенно увеличиваются. Например, для маломощных транзисторов скорость увеличения тока коллектора достигает 0,2 мА/град. При изменении температуры внутри корпуса электронного устройства (например, внутри компьютера) от +10 до +60 °С ток коллектора транзистора может увеличиться на $0,2 \cdot 50 = 10$ мА. На практике это приводит к тому, что транзистор или полностью закрывается, или попадает в режим насыщения.

Температурная нестабильность токов транзисторов — существенная проблема при проектировании радиоэлектронных устройств.

Для борьбы с этой нестабильностью используется отрицательная обратная связь. На рис. 3 приведена часть схемы усилителя ОЭ с дополнительным эмиттерным резистором R_3 . При увеличении темпера-

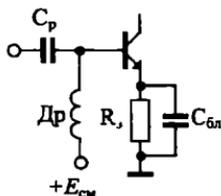


Рис. 3

туры увеличивающийся ток эмиттера создает увеличенное напряжение на эмиттерном резисторе. Учитывая, что потенциал базы транзистора фиксирован и равен E_{cm} , разность потенциалов между базой и эмиттером с ростом температуры уменьшается, что в свою очередь обуславливает автоматическое уменьшение роста тока эмиттера транзистора. Причем при сопротивлении эмиттерного резистора, равном 300...1000 Ом, возникает почти стопроцентная обратная связь по напряжению и влиянием температуры на работу усилителя уже можно пренебречь.

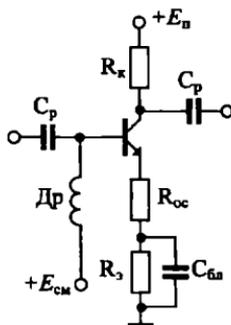


Рис. 4

На рис. 4 приведена схема усилителя с общим эмиттером, у которого в цепь эмиттера включены два резистора, причем $R_3 > R_{oc}$. Резистор R_{oc} обеспечивает отрицательную обратную связь по переменному напряжению. С его помощью легко регулировать усиление каскада. Заблокированный резистор R_3 предназначен для обеспечения температурной стабилизации каскада.

7.4. Операционный усилитель и аналоговый перемножитель

Положительная обратная связь используется в радиоэлектронных устройствах, в основном, для обеспечения самовозбуждения электрических цепей. Использование положительной ОС в автогенераторах будет рассмотрено в следующей главе.

7.4. Операционный усилитель и аналоговый перемножитель

Операционный усилитель (ОУ) — это усилитель, имеющий большой коэффициент усиления по напряжению, два входа, причем один из входов инвертирующий и, как правило, один выход. Операционный усилитель обычно выполняется в виде микросхемы, построенной с использованием активных элементов — транзисторов. В схеме ОУ отсутствуют разделительные конденсаторы. Поэтому он способен усиливать постоянные токи и может использоваться в качестве УПТ.

Условные обозначения ОУ приведены на рис. 1. Знаком минус или кружочком отмечены инвертирующие входы. Операционный усилитель предназначен для выполнения различных операций над аналого-

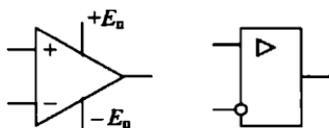


Рис. 1

выми сигналами: усиления, инвертирования, интегрирования, дифференцирования, логарифмирования и т. п. (отсюда в названии ОУ слово операционный).

Основные параметры большинства ОУ в области низких частот следующие: модуль коэффициента усиления по напряжению для любого из входов $K_0 = 10^4 \dots 10^7$; входное сопротивление по любому входу $R_{ВХ} = 30 \text{ кОм} \dots 10 \text{ МОм}$, выходное сопротивление $R_{ВЫХ} = 100 \dots 1000 \text{ Ом}$. Операционный усилитель по своим свойствам близок к некоторому идеальному усилителю. Напряжение на выходе ОУ рассчитывается по формуле $U_{\text{вых}} = K_0(U_+ - U_-)$, где U_+ — напряжение на неинвертирующем входе, а U_- — напряжение на инвертирующем входе.

Инвертирующий вход ОУ в основном предназначен для организации отрицательной обратной связи. С ее помощью легко получить любой заданный коэффициент усиления усилителя в диапазоне от 1 до K_0 .

При изготовлении ОУ кроме рассмотренных ранее трех схем ОЭ, ОБ и ОК используется несколько специальных схем, составляющих в совокупности схемотехнику ОУ.

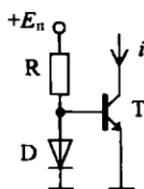


Рис. 2

Наиболее простой схемой, используемой в ОУ, является *источник тока* (рис. 2). С помощью делителя напряжения, состоящего из резистора и диода, часть напряжения от источника питания поступает на базу транзистора и открывает его эмиттерный переход. Как известно, возникающий ток коллектора i транзистора слабо зависит от подключаемой нагрузки, — транзистор близок по свойствам к идеальному источнику тока. Отметим, что открывающее транзистор Т напряжение возникает на диоде схемы, а так как $p-n$ -переходы диода и транзистора изготовлены в одном технологическом процессе, то температурные воздействия на диод и транзистор взаимно компенсируются. Этим достигается термостабильность тока, генерируемого источником.

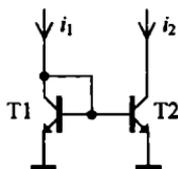


Рис. 3

Схема *токового зеркала*, предназначенного для передачи тока из одной части схемы в другую, изображена на рис. 3. Здесь i_1 — входной ток, i_2 — выходной ток. Транзистор Т1 используется в диодном включении. Его коллекторный ток i_1 определяется напряжением на базе транзистора. Так как транзисторы Т1 и Т2 идентичны и напряжения

на их базах одни и те же, то выходной ток примерно равен входному току: $i_1 \approx i_2$. Для нормальной работы токового зеркала на коллекторы транзисторов необходимо подавать положительные напряжения.

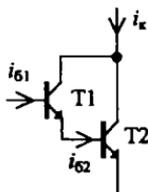


Рис. 4

Для того чтобы получить большой коэффициент усиления в ОУ используется *составной транзистор* (рис. 4). Пусть транзисторы T1 и T2 имеют коэффициенты передачи тока базы β_1 и β_2 соответственно. Из анализа схемы рис. 4 следует, что результирующий коэффициент передачи тока базы составного транзистора равен произведению коэффициентов передачи отдельных транзисторов: $\beta = \beta_1 \beta_2$. Например, если $\beta_1 = 20$ и $\beta_2 = 100$, то $\beta = 2000$.

Следовательно, составной транзистор позволяет получить большой коэффициент усиления по току и мощности. Для управления составным транзистором требуются уменьшенные уровни входной мощности и тока

Важнейшей составной частью операционного усилителя является *дифференциальный усилитель* (ДУ), простейшая схема которого приведена рис. 5. Усилитель собран на двух идентичных транзисторах, имеющих одинаковые сопротивления нагрузок: $R_1 = R_2$. С помощью резистора, подключенного к эмиттерам, задаются начальные эмиттерные и коллекторные токи транзисторов. Если входные сигналы отсутствуют (точнее, если они равны нулю), то токи транзисторов одинаковы и одинаковыми будут потенциалы коллекторов транзисторов. Выходное напряжение, равное разности потенциалов коллекторов, равно нулю.

Подадим на оба входа ДУ одинаковое переменное напряжение. Такой сигнал называется *синфазным*. Пусть синфазный сигнал имеет положительный потенциал. Транзисторы ДУ приоткрываются и их токи коллекторов увеличиваются. Однако выходное напряжение усилителя останется равным нулю, так как потенциалы коллекторов транзисторов изменятся на одну и ту же величину. Следовательно, син-

фазные сигналы в ДУ не усиливаются. Кстати, этим объясняется повышенная температурная устойчивость ДУ: при воздействии температуры токи транзисторов изменяются одинаковым образом и паразитного выходного сигнала не возникает.

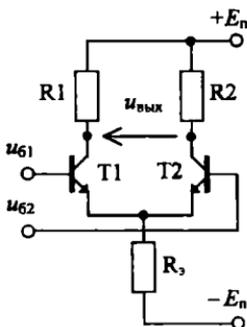


Рис. 5

Подключим источник напряжения между двумя входами ДУ. Такой сигнал называется *дифференциальным*. Половина этого сигнала будет приложена к эмиттерному переходу первого транзистора, а вторая половина — ко второму транзистору ДУ. Причем, если первый транзистор приоткрывается, то второй будет подзакрывается и наоборот. Токи коллекторов транзисторов изменятся на величину $\Delta i_K = S(u_D/2)$, где S — крутизна транзисторов, u_D — дифференциальное напряжение. Между коллекторами транзисторов возникает разность потенциалов, равная $u_{\text{вых}} = \Delta i_K R_2 + \Delta i_K R_1$. При условии равенства сопротивлений резисторов: $R_1 = R_2$, получим $u_{\text{вых}} = SR_1 u_D$. Коэффициент усиления дифференциального сигнала равен $K_D = SR_1$. Полученное выражение соответствует коэффициенту усиления каскада с общим эмиттером. Следовательно, ДУ хорошо усиливает дифференциальные сигналы. Отметим, что при подаче напряжения только на один вход ДУ усиливаться будет только половина входного исходного сигнала, равная дифференциальному сигналу. Вторая половина такого входного напряжения, соответствующая синфазному сигналу, усиливаться не будет. Для увеличения коэффициента усиления в качестве нагрузки в дифференциальном усилителе используют токовое зеркало, а в цепь эмиттеров включают источник тока.

Упрощенная схема современного операционного усилителя, включающая рассмотренные выше каскады, представлена на рис. 6. Такие

7.4. Операционный усилитель и аналоговый перемножитель

усилители широко используются в усилителях низкой частоты и в звуковых платах ЭВМ. ОУ содержит дифференциальный усилитель, выполненный на транзисторах Т1 и Т2. Эмиттерные токи транзисторов ДУ задает источник тока I_s . Нагрузка ДУ выполнена на транзисторах Т3 и Т4, составляющих токовое зеркало. Транзисторы Т5 и Т6 образуют составной транзистор. Благодаря токовому зеркалу переменный входной ток составного транзистора равен сумме переменных токов коллекторов транзисторов ДУ. Нагрузкой составного транзистора, включенного по схеме с ОЭ, является источник тока на транзисторе Т7. Транзисторы Т8 и Т9 включены по схеме эмиттерных повторителей, причем нагрузкой для транзистора Т8 является транзистор Т9 и наоборот.

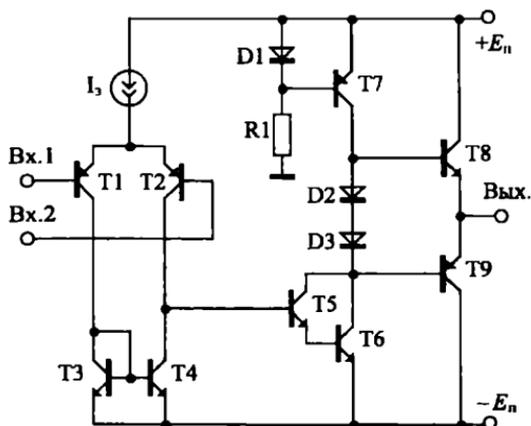


Рис. 6

В рассматриваемом ОУ первый усилительный каскад дает усиление $K_1 > 200$. Второй каскад на составном транзисторе также обеспечивает большое усиление $K_2 > 200$. Выходные эмиттерные повторители имеют $K_3 \cong 1$. В результате коэффициент усиления по напряжению для ОУ равен $K_0 = K_1 K_2 K_3 > 40000$.

При напряжении на втором входе $U_{Вх2} > 0$ транзистор Т2 подзакрывается, его ток коллектора уменьшается. Следовательно, уменьшается ток базы составного транзистора. Напряжение на коллекторе составного транзистора увеличивается и это увеличение передается с помощью эмиттерных повторителей на выход усилителя. Таким образом, второй вход усилителя является *неинвертирующим входом* ОУ.

При подаче положительного напряжения на первый вход подзаключается транзистор Т1. Ток коллектора выходного транзистора Т4 токового зеркала уменьшается и, следовательно, увеличится ток базы составного транзистора, так как теперь большая часть тока коллектора Т2 будет поступать на вход составного транзистора. Напряжение на коллекторе составного транзистора уменьшается. На выходе ОУ напряжение станет меньше нуля. Следовательно, первый вход (Вх.1) — *инвертирующий вход* ОУ. При подаче на этот вход гармонического напряжения выходное напряжение ОУ будет инвертировано: начальная фаза выходного напряжения будет на 180° отличаться от начальной фазы входного напряжения.

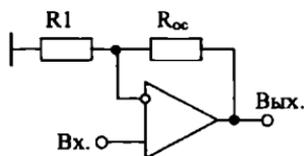


Рис. 7

На основе ОУ строят инвертирующий и неинвертирующий усилители. Схема *неинвертирующего усилителя* приведена на рис. 7. Резисторы R1 и R_{oc} образуют цепь последовательной обратной связи по напряжению. Напряжение на выходе этой цепи равно

$$U_{oc} = -\frac{U_{вых}}{R_1 + R_{oc}} R_1,$$

где $U_{вых}$ — напряжение на выходе ОУ. С учетом того что напряжение, поступающее на инвертирующий вход, в соответствии с принципом работы ОУ складывается с напряжением на неинвертирующем входе со знаком минус, получим следующее выражение для коэффициента передачи цепи обратной связи:

$$\dot{\beta} = -\frac{R_1}{R_1 + R_{oc}}.$$

Подставляя полученное выражение в формулу (7.3.1) для усилителя с ОС, получим

7.4. Операционный усилитель и аналоговый перемножитель

$$\dot{K}_{\infty} = \frac{K_0}{1 - \beta K_0} = \frac{1}{\frac{1}{K_0} - \beta} = \frac{1}{\frac{1}{K_0} + \frac{R_1}{R_1 + R_{oc}}},$$

где K_0 — коэффициент усиления ОУ. Учитывая, что величина $1/K_0$ для операционного усилителя много меньше единицы, окончательно получим

$$\dot{K}_{\infty} \cong 1 + \frac{R_{oc}}{R_1}. \quad (1)$$

Из анализа формулы (1) следует, что коэффициент усиления неинвертирующего усилителя определяется цепью ООС. Изменяя сопротивления резисторов в цепи ОС, легко получить заданный коэффициент усиления всего усилителя.

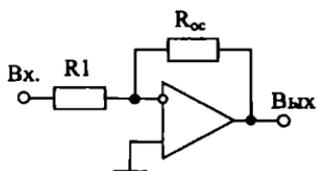


Рис. 8

Схема *инвертирующего усилителя* на ОУ показана на рис. 8. При включении на входе усилителя идеального источника сигнала с нулевым внутренним сопротивлением коэффициент передачи цепи обратной связи в этой схеме равен коэффициенту передачи цепи ОС в схеме неинвертирующего усилителя. Однако, в отличие от предыдущей схемы, входной сигнал на ОУ усилителя поступает, во-первых, на инвертирующий вход и, во-вторых, он будет ослаблен в $R_{oc}/(R_1 + R_{oc})$ раз. Следовательно, коэффициент передачи инвертирующего усилителя равен

$$\dot{K}_{oc} \cong (-1) \left(\frac{R_{oc}}{R_1 + R_{oc}} \right) \left(1 + \frac{R_{oc}}{R_1} \right) = -\frac{R_{oc}}{R_1}.$$

Инвертирующий и неинвертирующий усилители включаются в состав микросхем, обрабатывающих стереофонические сигналы в звуковых платах компьютеров.

Для того чтобы получить *интегратор* на ОУ в цепь ОС вместо резистора R_{oc} включают конденсатор (рис. 9). Пусть в интеграторе ис-

пользуется операционный усилитель, параметры которого близки к параметрам идеального ОУ: входное сопротивление $R_{вх} \rightarrow \infty$, коэффициент усиления $K_0 \rightarrow \infty$. При большом коэффициенте усиления напряжение обратной связи, поступающее на инвертирующий вход ОУ, будет практически полностью компенсировать входное напряжение. Поэтому напряжение на инвертирующем выводе ОУ пренебрежимо мало по сравнению с напряжениями на входе и на выходе схемы. Следовательно, ток через резистор R_1 определяется, в основном, только входным напряжением: $i_1 \cong u_{вх}/R_1$. Ток через конденсатор обратной

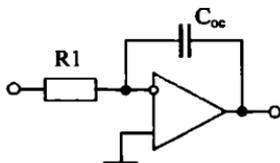


Рис. 9

связи определяется выходным напряжением: $i_{oc} \cong C_{oc}(du_{вых}/dt)$. Учитывая, что эти токи направлены навстречу друг другу, получим: $i_1 \cong -i_{oc}$ или $C_{oc}(du_{вых}/dt) = -u_{вх}/R_1$. После интегрирования получим уравнение интегратора

$$u_{вых}(t) \cong -\frac{1}{R_1 C_{oc}} \int_0^t u_{вх}(\tau) d\tau.$$

Дифференцирующее устройство получается при замене резистора R_1 в схеме рис. 8 на конденсатор. Включая в цепь обратной связи нелинейные элементы: диоды и транзисторы, на основе ОУ можно получить *логарифмический* и *антилогарифмический усилители*.

С использованием рассмотренной выше схемотехники ОУ изготавливаются *аналоговые перемножители (АП)*. Эти устройства, как и ОУ, имеют два входа и осуществляют перемножение двух входных сигналов. Основным элементом современного АП является дифференциальный усилитель, в состав которого включен управляемый источник тока в цепи эмиттеров (рис. 10). Дополнительный входной сигнал Y подается на базу транзистора источника тока. При этом изменяется ток источника тока и изменяются токи эмиттеров транзисторов ДУ. При изменении токов эмиттеров транзисторов ДУ пропор-

7.4. Операционный усилитель и аналоговый перемножитель

ционально изменяется их крутизна, а следовательно, и коэффициент передачи дифференциального усилителя по входу X . В итоге получим перемножение сигналов, подаваемых на входы X и Y .

Отметим, что в схеме на рис. 10 напряжение на входе Y может принимать только отрицательные значения. (Например, при напряжении, равном отрицательному напряжению питания транзистор ТЗ закрывается и коэффициент передачи схемы по входу X будет равен

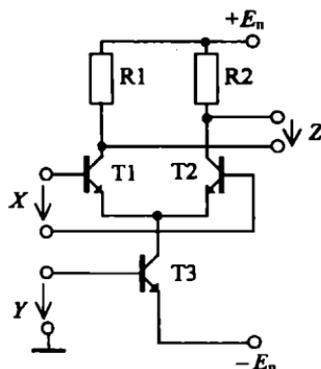


Рис. 10

нулю.) Для обеспечения работы перемножителя как при положительных, так и при отрицательных напряжениях на входе Y в схему устанавливается второй дифференциальный усилитель с управляемым источником тока в цепи эмиттеров ДУ. При этом два управляемых источника тока в свою очередь образуют ДУ, на вход Y которого уже можно подавать напряжение любой полярности. Такие перемножители называются четырехквadrантными. Этим названием подчеркивается возможность их работы как с положительными, так и с отрицательными напряжениями на любом из входов аналогового перемножителя.

Основное уравнение, описывающее работу перемножителя, записывается в виде

$$Z = kXY, \quad (2)$$

где X , Y — входные сигналы, Z — выходной сигнал, k — коэффициент аналогового перемножителя, равный в большинстве случаев 0,1.

Условное обозначение аналогового перемножителя показано на рис. 11. Аналоговые перемножители относятся к параметрическим элементам. Из анализа формулы (2) следует, что при изменении

Глава 7. Электронные усилители и преобразователи сигналов

управляющего сигнала на входе Y изменяется коэффициент передачи по первому входу X устройства (коэффициент передачи перемножителя в этом случае равен kY). Аналогичный вывод получим относительно второго входа АП.

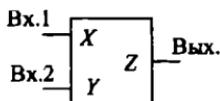


Рис. 11

Аналоговые перемножители используются в модуляторах, демодуляторах, модемах, преобразователях частоты и т. д.

Контрольные вопросы и задачи

1. Сравните показатели усилителя с показателями фильтров и повышающих трансформаторов. Какие из этих показателей существенно отличаются друг от друга?
2. Почему насчитывается только три основные схемы усилителей? Чем эти схемы отличаются друг от друга?
3. Сравните функции разделительных и блокировочных конденсаторов в усилителях. Будут ли существенными нарушения в работе усилителя, если эти конденсаторы поменять местами?
4. Используя типовые параметры транзистора, рассчитайте сопротивление нагрузки, при котором усилитель ОЭ будет работать как повторитель напряжения. Будет ли при этом каскад усиливать мощность сигнала? Проведите аналогичные расчеты для каскада ОБ.
5. Во сколько раз надо увеличить сопротивление нагрузки, чтобы получить двукратное увеличение коэффициента усиления в каскадах ОЭ и ОБ? Чем ограничивается величина сопротивления нагрузки в этих усилителях?
6. Какой из усилителей: ОЭ, ОБ или ОК, потребляет от источника входного сигнала минимальный ток, а какой — максимальный?
7. Используя эквивалентную схему усилителя ОЭ в области средних частот, нарисуйте эквивалентную схему этого усилителя в области низких частот. Какие конденсаторы нужно учесть в этой схеме?
8. Какой из двух усилителей: резистивный или резонансный, нужно использовать для усиления речевого сигнала, а какой — для усиления сигнала телевизионной станции? Что случится, если выбор усилителя будет сделан ошибочно?

Контрольные вопросы и задачи

9. Нарисуйте диаграмму токов и напряжений резистивного усилителя, если уровень входного сигнала превышает 0,1 В и в усилителе появляются нелинейные искажения.
10. Как используются резонансные явления в параллельном колебательном контуре для построения резонансного усилителя?
11. Перечислите виды внешней обратной связи в усилителях. Какая обратная связь называется положительной, а какая — отрицательной? Существуют ли обратные связи, которые не оказывают влияния на коэффициент усиления усилителя?
12. Используя схему операционного усилителя, назовите все применяемые в нем каскады. На какой вход усилителя удобно подавать напряжение положительной ОС, а на какой — напряжение отрицательной ОС? Какой каскад позволяет получить два входа ОУ?
13. Нарисуйте схему четырехквadrантного аналогового перемножителя сигналов.
14. В каких узлах персонального компьютера используются усилительные устройства?

8. Нелинейные преобразования сигналов

8.1. Нелинейный элемент и воздействие на него одного сигнала

Нелинейным элементом называют элемент, параметры которого зависят от протекающего через него тока или от приложенного к нему напряжения. Типичными нелинейными элементами являются диод и транзистор. Их параметры существенно изменяются при воздействии рабочих токов и напряжений.

Ранее рассматривались *линейные элементы*, параметры которых не зависят от протекающего тока и приложенного напряжения. Например, в рабочем диапазоне напряжений и токов такие радиоэлементы, как резисторы и конденсаторы, считаются линейными элементами. На рис. 1 приведены вольт-амперные характеристики

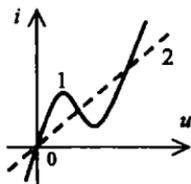


Рис. 1

(ВАХ) нелинейного (1) и линейного (2) резисторов. Только при воздействии малых напряжений нелинейные элементы можно приближенно заменять линейными элементами. Например, характеристики диодов и транзисторов линеаризуются, если воздействует напряжение $\Delta U < 0,1 \text{ В}$.

Отметим, что кроме линейных и нелинейных элементов используются *параметрические элементы*, параметры которых зависят от времени. Некоторые свойства параметрических элементов близки к свойствам нелинейных элементов, так как на практике изменений параметров добиваются подачей дополнительных сигналов на параметрический элемент и параметры параметрических элементов в итоге оказываются зависимыми от напряжений или токов в цепи.

Если в цепи, кроме линейных элементов, содержатся нелинейные резисторы и (или) нелинейные конденсаторы и (или) нелинейные катушки, то такая цепь называется нелинейной. Процессы в такой цепи

8.1. Нелинейный элемент и воздействие на него одного сигнала

в общем случае описываются нелинейным дифференциальным уравнением. Общих аналитических методов решения этих уравнений не существует. Как правило, эти уравнения решают на ЭВМ с помощью численных методов. Например, с помощью численных методов анализируются нелинейные цепи в программах схемотехнического моделирования.

Основные явления, свойственные любой нелинейной цепи, не обязательно изучать, составляя и решая сложные нелинейные дифференциальные уравнения. Общие свойства нелинейной цепи будут проявляться в простых цепях, содержащих один нелинейный резистор. Кстати, простые нелинейные цепи наиболее часто используются в радиоэлектронике. Для их анализа будем использовать один из аналитических методов — *метод тригонометрических формул*.

В соответствии с методом тригонометрических формул вольт-амперную характеристику нелинейного резистора аппроксимируем полиномом:

$$i = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + \dots + a_n u^n, \quad (1)$$

где коэффициенты a_i , $i = 0, 1, 2, \dots, n$ зависят от вида ВАХ и находятся, как правило, приравниванием значений полинома (1) в выбранных $(n + 1)$ точках к значениям в этих же точках реальной ВАХ.

Пусть к нелинейному элементу приложено гармоническое напряжение $u = U_m \cos(\omega_0 t)$. Для простоты начальная фаза этого напряжения выбрана равной нулю. Подставляя это напряжение в формулу (1), получим ток, протекающий через нелинейный элемент,

$$i = a_0 + a_1 U_m \cos \omega_0 t + a_2 U_m^2 \cos^2 \omega_0(t) + \dots + a_n U_m^n \cos^n \omega_0 t.$$

Используя известные тригонометрические формулы:

$$\begin{aligned} \cos^2 x &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x, & \cos^3 x &= \frac{3}{4} \cos x + \frac{1}{4} \cos 3x, \\ \cos^4 x &= \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{8} \cos 4x, \dots \end{aligned}$$

перепишем выражение для тока в виде суммы постоянной составляющей и гармоник тока с кратными частотами (в виде ряда Фурье):

$$i = I_0 + I_1 \cos \omega_0 t + I_2 \cos 2\omega_0 t + I_3 \cos 3\omega_0 t + I_4 \cos 4\omega_0 t + \dots, \quad (2)$$

где

$$I_0 = (a_0 + \frac{1}{2}a_2U_m^2 + \frac{3}{8}a_4U_m^4 + \dots), \quad I_1 = (a_1U_m + \frac{3}{4}a_3U_m^3 + \dots)\cos\omega_0t,$$

$$I_2 = (\frac{1}{2}a_2U_m^2 + \frac{1}{2}a_4U_m^4 + \dots)\cos 2\omega_0t, \quad I_3 = (\frac{1}{4}a_3U_m^3 + \dots)\cos 3\omega_0t,$$

$$I_4 = (\frac{1}{8}a_4U_m^4 + \dots)\cos 4\omega_0t.$$

Из анализа выражения (2) следует общее свойство нелинейных цепей — порождать в спектре выходного сигнала *новые частоты*, которых не было в спектре входного сигнала. Номер наивысшей гармоники в спектре выходного сигнала соответствует степени аппроксимирующего полинома.

Как известно, сумма гармоник различных, но кратных частот образует периодический сигнал, форма которого отличается от формы гармонического колебания. Следовательно, в нелинейных цепях в общем случае *искажается форма* сигнала. Гармонический сигнал при этом становится негармоническим, треугольный сигнал может стать трапецидальным и т. п.

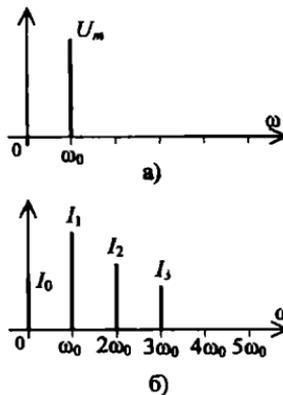


Рис. 2

На рис. 2 показаны спектры входного (рис. 2, а) и выходного (рис. 2, б) сигналов нелинейной цепи, описываемой полиномом третьей степени. Как видим, в выходном сигнале появилась постоянная составляющая, а также вторая и третья гармоники. Отметим, что возникновение новых гармоник, которых не было во входном сигнале, не нарушает законов причинности и сохранения энергии.

8.1. Нелинейный элемент и воздействие на него одного сигнала

Новые частоты: постоянную составляющую и вторую гармонику, можно получить с помощью параметрического элемента — аналогового перемножителя, подавая на него управляющий гармонический сигнал, с частотой точно равной частоте приложенного к элементу входного напряжения.

Свойство нелинейных цепей порождать новые гармоники и искажать форму сигнала широко используется в радиоэлектронике при создании разнообразных устройств. Рассмотрим некоторые из этих устройств, наиболее часто встречающиеся на практике.

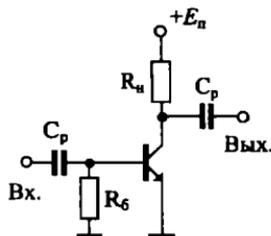


Рис. 3

Нелинейный усилитель — это усилитель на работающем в нелинейном режиме транзисторе, имеющий увеличенный коэффициент полезного действия. Простейшая схема нелинейного усилителя приведена на рис. 3. Отличительная особенность схемы — отсутствие постоянного напряжения смещения на базе транзистора. Поэтому транзистор при отсутствии входного сигнала будет закрыт и его постоянные токи базы, коллектора и эмиттера будут практически равны нулю. Транзистор будет открываться только при подаче положительной полуволны большого по амплитуде входного напряжения (амплитуда должна быть много больше 0,1 В). Отметим, что в некоторых нелинейных усилителях может использоваться источник напряжения смещения. В этом случае напряжение выбирается или запирающим, или небольшим открывающим.

Работа нелинейного усилителя описывается с помощью диаграммы токов и напряжений, показанной на рис. 4. На рис. 4, а приведена передаточная ВАХ транзистора. Зависимость от времени напряжения на базе транзистора приведена на рис. 4, в. Это гармоническое напряжение поступило через разделительный конденсатор с входных зажимов каскада. Как видим, только положительные полуволны входного напряжения открывают транзистор. Зависимость возникающего

тока коллектора от времени, показана на рис. 4, б. График получен на основе кривых рис. 4, а и 4, в. Последовательность построения показана стрелками.

Ток коллектора, протекая по резистору R_n , создает на коллекторе транзистора переменное напряжение, показанное на рис. 4, г. Отметим, что при увеличении тока коллектора напряжение на коллекторе уменьшается, так как увеличивается падение напряжения на резисторе R_n . Этим объясняется эффект инвертирования фазы сигнала, возникающий в каскадах ОЭ.

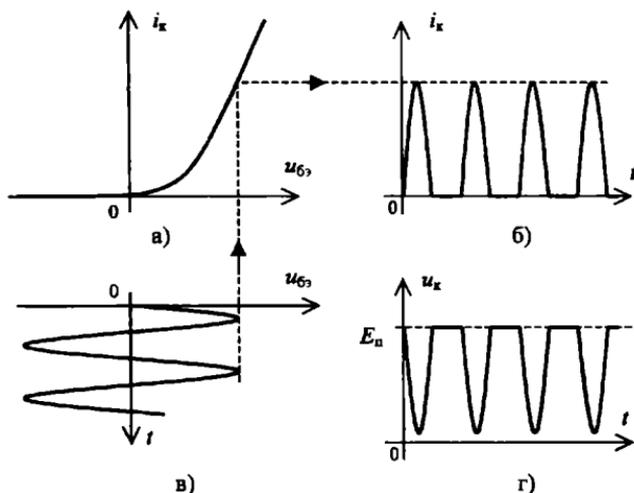


Рис. 4

Форма напряжения на коллекторе транзистора существенно отличается от формы гармонического входного сигнала. В этих искажениях формы сигнала проявляется свойство нелинейных цепей, обусловленное возникновением в токе транзистора дополнительных гармоник. Для уменьшения искажений используют двухтактную схему (рис. 5). В схеме используются два транзистора разных типов, работающие на общую нагрузку. Причем если транзистор типа $n-p-n$ открывается при подаче положительной полуволны напряжения, то другой, $p-n-p$ -транзистор, открывается при подаче отрицательной полуволны входного напряжения.

Основное преимущество нелинейного усилителя — увеличенный коэффициент полезного действия (КПД). Увеличение КПД объясняет-

8.1. Нелинейный элемент и воздействие на него одного сигнала

ся тем, что существенную часть времени транзистор в работающем нелинейном усилителе закрыт и не потребляет энергии от источника питания.

Нелинейные усилители используются в автогенераторах (например, в импульсных источниках питания ЭВМ), в усилителях мощно-

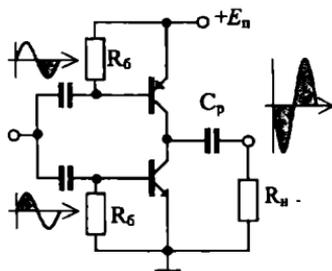


Рис. 5

сти (например, в мощных усилителях звуковой частоты), в качестве усилителей-ограничителей [10], в передатчиках и т. д.

Умножитель частоты — это нелинейное устройство, частота сигнала на выходе которого в несколько раз больше частоты входного сигнала. В умножителе частоты используется свойство нелинейных элементов — порождать гармоники с частотами, кратными частоте входного сигнала.

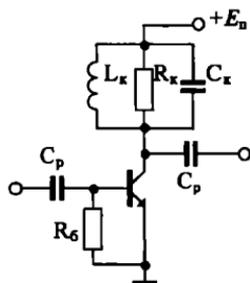


Рис. 6

Простейшая схема умножителя частоты строится на основе схемы резонансного усилителя (рис. 6). При подаче на вход каскада гармонического сигнала с большой амплитудой в составе тока коллектора транзистора возникают гармоники с частотами, в целое число раз превышающими частоту входного сигнала. Резонансный контур — на-

грузку каскада — настраивают на частоту одной из высших гармоник. На этой частоте в контуре возникает резонанс, а на колебательном контуре и на выходе каскада появляется гармоническое напряжение, частота которого в целое число раз больше частоты входного сигнала. Отметим, что полоса пропускания контура должна быть достаточно малой, чтобы выделялась только одна высшая гармоника.

Расчет выходного напряжения умножителя частоты проводится по формуле $\dot{U}_{\text{вых}} = -\dot{Z}_k \dot{i}_n$, где \dot{Z}_k — комплексное сопротивление параллельного колебательного контура, \dot{i}_n — амплитуда n -й гармоники тока коллектора транзистора. При точной настройке параллельного контура на частоту выделяемой гармоники получим $\dot{Z}_k = R_k$, так как реактивное сопротивление катушки индуктивности компенсируется реактивным сопротивлением конденсатора контура.

Умножение частоты в два раза можно получить, используя параметрическую цепь — аналоговый перемножитель, подавая гармонический сигнал одновременно на оба входа перемножителя.

Умножители частоты широко применяются в компьютерах для получения увеличенных тактовых частот при использовании относительно низкочастотного задающего кварцевого генератора.

8.2. Воздействие на нелинейный элемент двух сигналов

Рассмотрим более сложный случай, когда на нелинейный элемент воздействуют два сигнала (рис. 1). Для простоты в качестве входных сигналов будем использовать гармонические сигналы с нулевыми начальными фазами: $s_1(t) = S_1 \cos(\omega_1 t)$; $s_2(t) = S_2 \cos(\omega_2 t)$. Частоты этих двух сигналов в общем случае различны: $\omega_1 \neq \omega_2$.

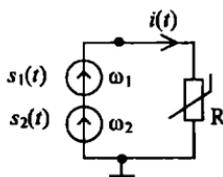


Рис. 1

Нелинейную зависимость тока i от напряжения u на нелинейном элементе аппроксимируем полиномом третьей степени:

$$i = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + a_3 u^3. \quad (1)$$

Степень нелинейности элемента определяют в формуле (1) два слагаемых: $a_2 u^2$ и $a_3 u^3$. Чем больше коэффициенты a_2 и a_3 , тем больше будет отличаться вольт-амперная характеристика нелинейного элемента от вольт-амперной характеристики линейного элемента. Для выявления основных свойств нелинейной цепи при бигармоническом воздействии такой аппроксимации более чем достаточно.

Результирующее напряжение на нелинейном элементе равно сумме гармонических сигналов: $u = s_1(t) + s_2(t)$. Подставляя эту сумму в выражение (1) и используя тригонометрические формулы, после сложных преобразований получим

$$\begin{aligned}
 i = & (a_0 + \frac{1}{2} a_2 S_1^2 + \frac{1}{2} a_2 S_2^2) + \\
 & + (a_1 S_1 + \frac{3}{4} a_3 S_1^3 + \frac{3}{2} a_3 S_1 S_2^2) \cos \omega_1 t + (a_1 S_2 + \frac{3}{4} a_3 S_2^3 + \frac{3}{2} a_3 S_1^2 S_2) \cos \omega_2 t + \\
 & + \frac{1}{2} a_2 S_1^2 \cos 2\omega_1 t + \frac{1}{2} a_2 S_2^2 \cos 2\omega_2 t + \frac{1}{4} a_3 S_1^3 \cos 3\omega_1 t + \frac{1}{4} a_3 S_2^3 \cos 3\omega_2 t + \\
 & + a_2 S_1 S_2 \cos(\omega_1 + \omega_2) t + a_2 S_1 S_2 \cos(\omega_1 - \omega_2) t + \\
 & + \frac{3}{4} a_3 S_1^2 S_2 \cos(2\omega_1 + \omega_2) t + \frac{3}{4} a_3 S_1^2 S_2 \cos(2\omega_1 - \omega_2) t + \\
 & + \frac{3}{4} a_3 S_1 S_2^2 \cos(2\omega_2 + \omega_1) t + \frac{3}{4} a_3 S_1 S_2^2 \cos(2\omega_2 - \omega_1) t.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Как видим, в составе тока появились известные нам из предыдущего параграфа постоянная составляющая, а также первые, вторые и третьи гармоники. Эти составляющие возникают от каждого из входных гармонических сигналов в отдельности.

Кроме того при одновременном воздействии двух сигналов возникают дополнительные составляющие — *комбинационные гармоники*. Комбинационные гармоники — продукт взаимодействия двух входных гармонических сигналов в нелинейном элементе. Эти гармоники записаны в последних шести слагаемых формулы (2). Частоты комбинационных гармоник в общем случае определяются выражением: $\omega_k = m\omega_1 \pm p\omega_2$, где ω_1, ω_2 — частоты входных сигналов, $m, p = 1, 2, 3, \dots$, причем $m + p \leq n$, где n — степень аппроксимирующего полинома.

Анализируя работу параметрических элементов (например, аналогового перемножителя при воздействии двух сигналов), легко убедиться в том, что в параметрических цепях также возникают комбинационные гармоники. Как правило, спектр комбинационных гармоник в параметрических цепях значительно беднее спектра комбинационных гармоник в нелинейных цепях. Например, при подаче на

аналоговый перемножитель двух гармонических сигналов на его выходе формируются только две комбинационные гармоники с частотами $\omega_k = |\omega_1 \pm \omega_2|$.

Комбинационные гармоники используются в преобразователях частоты, модуляторах и детекторах (демодуляторах).

Преобразователь частоты — это устройство, в котором осуществляется сдвиг спектра входного сигнала по частотной оси с сохранением информации, содержащейся во входном сигнале. Принцип работы преобразователя частоты поясняется спектральными диаграммами на рис. 2. Для простоты в качестве входного сигнала выбран амплитудно-модулированный сигнал. Центральная частота (несущая) входного АМ-сигнала ω_c и частота ω_r вспомогательного генератора, называемого *гетеродином*, показаны на рис. 2, а.

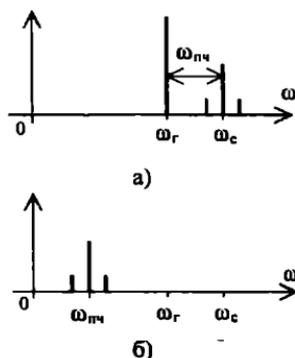


Рис. 2

АМ-сигнал и сигнал гетеродина, воздействуя на нелинейный элемент, обуславливают появление в составе тока нелинейного элемента множества комбинационных гармоник, три из которых выделяются с помощью фильтра и поступают на выход преобразователя. Центральная частота выходного сигнала преобразователя называется *промежуточной*. На рис. 2, б показана промежуточная частота, равная разности частоты несущей и частоты гетеродина: $\omega_{пч} = \omega_c - \omega_r$.

Из анализа амплитуд и полных фаз комбинационных гармоник (2) следует, что при любом изменении частоты или амплитуды входного сигнала соответствующие изменения будут возникать у сигнала с промежуточной частотой. Однако линейная зависимость в этом

случае будет наблюдаться только при использовании комбинационных гармоник с частотами

$$\omega_{\text{пч}} = |\omega_c \pm p\omega_r|, \quad (3)$$

где $p = 1, 2, 3, \dots$. Если $p > 1$, то преобразователь называют *преобразователем на гармониках гетеродина*. На практике наиболее часто используют случай $p = 1$ и получают преобразователь частоты вниз, если $\omega_{\text{пч}} = |\omega_c - \omega_r|$ или преобразователь частоты вверх, если $\omega_{\text{пч}} = \omega_c + \omega_r$. Преобразователи частоты часто называют *смесителями*.

Схема простейшего преобразователя частоты на диоде приведена на рис. 3. Входной сигнал и сигнал гетеродина подаются на диод с помощью трансформаторов. Возникающие на нагрузочном резисторе R_n комбинационные гармоники выделяются с помощью полосового фильтра. При проектировании преобразователей частоты необходимо следить за тем, чтобы неиспользуемые комбинационные гармоники, а также гармоники частоты сигнала и частоты гетеродина не попали в полосу пропускания полосового фильтра.

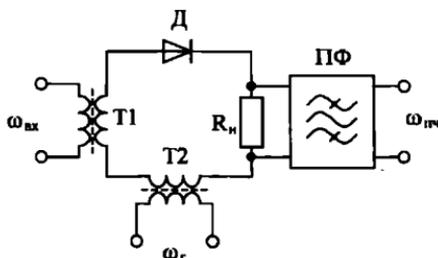


Рис. 3

Преобразователь частоты используется в современных радиоприемниках для обеспечения приема сигналов от большого числа радиостанций, работающих на разных частотах. Частоты этих радиостанций последовательно преобразуются в одну и ту же промежуточную частоту и усиливаются в высококачественном избирательном усилителе. Из анализа формулы (3) следует, что для последовательного приема сигналов от нескольких радиостанций требуется соответствующим образом перестраивать частоту гетеродина.

Модулятор — это устройство для получения модулированного, как правило, высокочастотного сигнала при подаче на вход модулятора низкочастотного сигнала, несущего информацию. При модуляции

спектр низкочастотного (информационного) сигнала переносится в область высоких частот.

В зависимости от вида модуляции различают амплитудный, частотный и фазовый модуляторы. Для простоты ниже рассмотрим только амплитудный модулятор.

Спектральная диаграмма, поясняющая работу амплитудного модулятора, показана на рис. 4. Спектр низкочастотного гармонического сигнала с низкой частотой Ω показан на рис. 4, а. На выходе амплитудного модулятора получаем модулированный сигнал, в спектре ко-

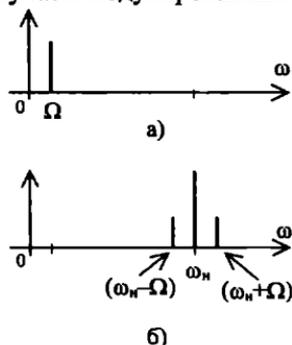


Рис. 4

торого имеются три гармоники: несущая с частотой ω_n , верхняя боковая с частотой $\omega_n + \Omega$ и нижняя боковая с частотой $\omega_n - \Omega$. Информация в модулированном сигнале содержится в боковых составляющих. Из анализа спектров рис. 4 следует, что на выходе модулятора возникают новые частоты, которых не было на входе устройства. Следовательно, для построения модулятора необходимо использовать нелинейные (или параметрические) устройства.

Схема простейшего амплитудного модулятора на диоде приведена на рис. 5. На диод воздействует низкочастотный сигнал и колебания от вспомогательного генератора — гетеродина с частотой ω_n , равной частоте несущей. С помощью полосового фильтра выделяются напряжения несущей и двух комбинационных составляющих с суммарной $(\omega_n + \Omega)$ и разностной $(\omega_n - \Omega)$ частотами. Следовательно, центральная частота полосового фильтра должна быть равна ω_n , а полоса пропускания — не менее 2Ω .

Детектор — это устройство, выполняющее операцию, обратную по отношению к модулятору: из модулированного сигнала детектор

8.2. Воздействие на нелинейный элемент двух сигналов

выделяет низкочастотный информационный сигнал. В зависимости от используемого модулированного сигнала различают амплитудные, фазовые и частотные детекторы. Для простоты ниже рассмотрим амплитудный детектор. Для иллюстрации его работы можно использо-

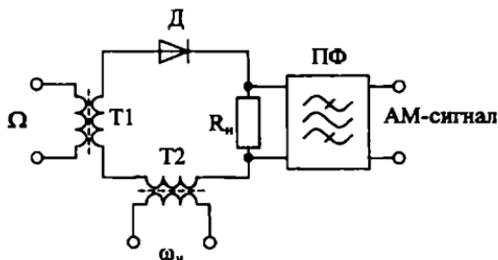


Рис. 5

вать спектры, показанные на рис. 4 а, б. На рис. 4, б показан спектр АМ-сигнала с двумя боковыми составляющими. После детектирования из АМ-сигнала выделяется низкочастотный сигнал, спектр которого показан на рис. 4, а.

Схема простейшего амплитудного детектора приведена на рис. 6. Пусть на его вход поступает амплитудно-модулированный сигнал, содержащий три гармоники с частотами: ω_n , $(\omega_n - \Omega)$ и $(\omega_n + \Omega)$. В результате взаимодействия верхней боковой составляющей и несущей возникает первая разностная комбинационная гармоника с частотой $\Omega = |(\omega_n + \Omega) - \omega_n|$. Взаимодействие несущей и нижней боковой составляющей дает вторую разностную комбинационную гармонику с той же частотой $\Omega = |\omega_n - (\omega_n + \Omega)|$. На нагрузочном резисторе эти две комбинационные составляющие складываются — выделяется низ-

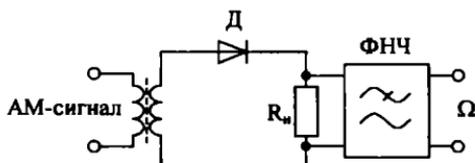


Рис. 6

кочастотный информационный сигнал, который через фильтр нижних частот поступает на выход детектора.

Преобразователь частоты, модулятор и детектор можно выполнить на аналоговом перемножителе — параметрическом элементе, в котором, как и в нелинейных цепях, возникают комбинационные гармоники.

8.3. Автогенераторы гармонических колебаний

Автогенератор — это устройство, в котором самопроизвольно (но не беспричинно) возникают, растут и устанавливаются колебания. Первопричинами, обуславливающими возникновение автоколебаний, являются внутренние шумы в автогенераторе, импульсы, возникающие в схеме при включении питания, а также помехи, наводки и т. п. В автогенераторе осуществляется преобразование энергии источника питания в энергию колебаний. Автогенератор — одно из основных устройств в радиоэлектронике. Он — источник всех сигналов в радиоэлектронных устройствах: радиопередатчиках, модемах, компьютерах, электронных часах и т. п.

Для ограничения амплитуды возникающих колебаний в состав автогенераторов включают нелинейные элементы, и поэтому автогенераторы относят к нелинейным электрическим цепям.

Для построения автогенераторов используются *неустойчивые* электрические цепи, в которых после окончания малого по величине возмущения амплитуда оставшихся колебаний возрастает с течением времени. В предыдущих параграфах рассматривались *устойчивые* электрические цепи, в которых после окончания воздействия колебания затухают.

Так как при самовозбуждении первоначальная амплитуда колебаний $u(t)$ мала ($|u| \ll 0,1 \text{ В}$), то нелинейную электрическую цепь с такими колебаниями можно линеаризовать и описать линейным дифференциальным уравнением

$$a_n \frac{d^n u}{dt^n} + \dots + a_1 \frac{du}{dt} + a_0 u = b_m \frac{d^m s}{dt^m} + \dots + b_0 s, \quad (1)$$

где $u(t)$ — выходное напряжение цепи, $s(t)$ — внешнее воздействие. Для исследования устойчивости внешнее воздействие на цепь для простоты можно исключить и вместо (1) исследовать однородное дифференциальное уравнение

$$a_n \frac{d^n u_c}{dt^n} + \dots + a_1 \frac{du_c}{dt} + a_0 u_c = 0, \quad (2)$$

где $u_c(t)$ — так называемые свободные колебания на выходе линейной цепи, обусловленные ненулевыми начальными условиями. Задавая начальные условия, учитываем воздействие на цепь малых по величине возмущений: шумов, помех, наводок и т. п.

Однородному дифференциальному уравнению соответствует характеристическое уравнение, имеющее вид $a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0 = 0$. Это уравнение имеет n корней p_k , $k = 1, 2, \dots, n$. Если корни комплексные (например, $p_v = \alpha_k + j\omega_k$), то они должны быть попарно сопряженными (например, $p_{v+1} = \alpha_k - j\omega_k$). Каждому простому корню соответствует решение дифференциального уравнения вида $A_k e^{p_k t}$, где A_k — постоянная интегрирования, определяющаяся начальными условиями. Если корень p_i имеет кратность m , то $(A_i + A_{i+1}t + \dots + A_{i+m-1}t^{m-1})e^{p_i t}$ также является решением дифференциального уравнения.

Общее решение однородного уравнения (2) имеет вид

$$u_c(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + \dots + (A_i + A_{i+1}t + \dots + A_{i+m-1}t^{m-1})e^{p_i t} + \dots \quad (3)$$

В левой части равенства (3) записана вещественная функция, а правой части в общем случае находятся комплексные слагаемые. Каждому комплексному слагаемому в (3) с положительной частотой ω_k будет соответствовать "дублер" с отрицательной частотой (как в ряде Фурье). В этом случае два слагаемых в решении (3) представляются в виде гармонического сигнала $B_k e^{\alpha_k t} \cos(\omega_k t + \varphi_k)$, где B_k — начальная амплитуда, обусловленная первоначальными возмущениями, φ_k — начальная фаза. В зависимости от знака вещественной части корня характеристического уравнения α_k амплитуда гармонического сигнала будет увеличиваться (рис. 1, а), или уменьшаться (рис. 1, б). В первом случае получим неустойчивую цепь, которую можно использовать для построения автогенераторов, а во втором — устойчивую электрическую цепь.

Из анализа (3) следует, что полученный вывод о влиянии знака α_k на устойчивость цепи будет иметь место в случае вещественных и кратных корней характеристического уравнения.

Таким образом, приходим к фундаментальному критерию устойчивости: электрическая цепь неустойчива, если в решении однород-

Глава 8. Нелинейные преобразования сигналов

ного дифференциального уравнения есть хотя бы одно слагаемое, у которого $\alpha_k > 0$. Если все $\alpha_k < 0$, то цепь устойчива.

Пограничный случай, $\alpha_k = 0$, чаще всего трактуется как возникновение неустойчивости цепи. Фундаментальный критерий устойчиво-

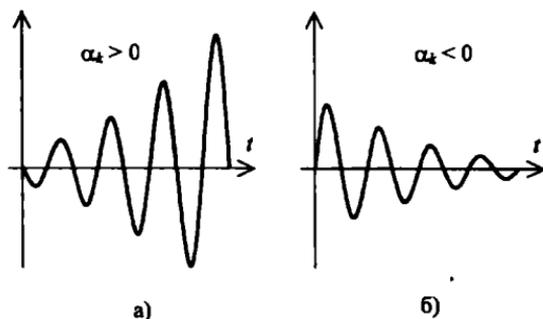


Рис. 1

сти используется при проектировании автогенераторов.

Автогенератор на туннельном диоде (рис. 2) — пример простого генератора гармонических колебаний. Постоянное напряжение E_0 через дроссель D_r подается на анод туннельного диода D . Величина этого напряжения такова, что рабочая точка помещается на падающем

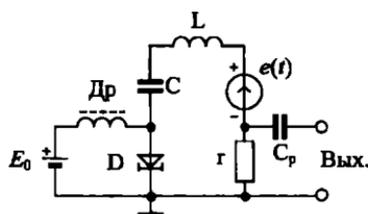


Рис. 2

участке ВАХ диода. Дифференциальное сопротивление туннельного диода в этом случае будет отрицательным. Обычно $R_D \approx \Delta U / \Delta i = -(20 \dots 200) \text{ Ом}$. Диод включен в состав последовательного колебательного контура, состоящего из конденсатора C , катушки L и резистора r . Добротность этого контура выбирается достаточно большой. Первоначальные колебания в автогенераторе возникают под

действием ЭДС $e(t)$, обусловленной импульсами, появляющимися при включении питания, помехами, шумами и т. п.

Пусть $i(t)$ — ток, протекающий по элементам контура. Величина этого тока мала, так как мала ЭДС $e(t)$. Учтем, что дроссель Др, имеющий большую индуктивность, не пропускает переменный ток от колебательного контура к источнику питания. Используя уравнения элементов и второй закон Кирхгофа, для последовательного контура получим

$$L \frac{di(t)}{dt} + (r + R_{\text{д}})i(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau = e(t).$$

Дифференцируя правую и левую части, найдем дифференциальное уравнение автогенератора на туннельном диоде

$$L \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + (r + R_{\text{д}}) \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} i(t) = \frac{de(t)}{dt}.$$

Для анализа устойчивости достаточно рассмотреть решение однородного линейного уравнения с нулевой правой частью. Корни характеристического уравнения в этом случае имеют вид

$$p_{1,2} = -\frac{(r + R_{\text{д}})}{2L} \pm \sqrt{\frac{(r + R_{\text{д}})^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}. \quad (4)$$

Для высокочастотного контура с малыми потерями радикал в (4) дает мнимое число. Следовательно, вещественная часть обеих корней характеристического полинома одинакова и равна первой дроби в формуле (4). Из анализа этой дроби следует, что только при $|R_{\text{д}}| > r$ в соответствии с фундаментальным критерием устойчивости возникает самовозбуждение автогенератора на туннельном диоде.

Автогенераторы с внешней обратной связью (рис. 3) наиболее часто используют на практике. В этих генераторах удобно регулировать параметры выходных колебаний, изменяя свойства цепи обратной связи, выполненной обычно в виде пассивного четырехполюсника. Внутри усилителя (рис. 3) показан источник напряжения $e(t)$, описывающий кратковременные и малые по величине помехи, шумы, наводки и т. п. Под действием ЭДС $e(t)$ в автогенераторе возникают первоначальные колебания.

Для автогенераторов с внешней обратной связью для анализа самовозбуждения удобно использовать формулу, описывающую коэффициент усиления усилителя с обратной связью

$$\dot{K}_{oc} = \frac{\dot{K}}{1 - \dot{\beta}K}, \quad (5)$$

где \dot{K} — коэффициент усиления исходного усилителя, $\dot{\beta}$ — коэффициент передачи четырехполюсника ОС. В нашем случае формула (5) описывает передачу малых и кратковременных возмущений с входа на выход автогенератора.

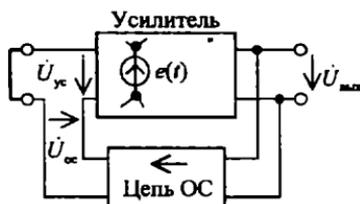


Рис. 3

Пусть в автогенераторе имеется положительная обратная связь. В этом случае $\dot{\beta}$ в правой части формулы (5) модуль знаменателя становится меньше единицы и напряжение на выходе устройства будет возрастать. Из анализа формулы (5) следует, что при $\dot{\beta}K = 1$ коэффициент усиления устройства становится бесконечно большим. Это означает, что даже очень малое напряжение, возникающее на входе усилителя, вызывает быстрое возрастание выходного напряжения усилителя.

Учитывая имеющееся в реальных усилителях и четырехполюсниках ОС небольшое запаздывание сигнала и используя принцип причинности, проведем упрощенный анализ самовозбуждения такого автогенератора. Пусть на входе усилителя возник короткий импульс напряжения Δe . На выходе усилителя возникает усиленное напряжение величиной $\dot{K}\Delta e$. Часть этого напряжения, равная $\dot{\beta}K\Delta e$, вновь поступает на вход усилителя и при $\dot{\beta}K = 1$ напряжение на входе усилителя удваивается. Увеличенное напряжение на входе усилителя вызывает увеличение напряжения на его выходе и т. д. Представляя коэффициент усиления усилителя и коэффициент передачи цепи ПОС в

8.4. Стационарный режим автогенератора

экспоненциальной форме: $\beta = \beta e^{j\varphi_\beta}$ и $K = Ke^{j\varphi_K}$, получим два соотношения: $\beta K = 1$ и $\varphi_\beta + \varphi_K = 0 \pm 2\pi n$, $n = 1, 2, \dots$, определяющие неустойчивость устройства. Уточним первое соотношение. Легко убедиться, что еще более быстрый рост напряжения на выходе усилителя с положительной ОС возникает при $|\beta K| > 1$. Окончательно условия самовозбуждения устройства с положительной обратной связью имеют вид

$$\beta K \geq 1 \text{ и } \varphi_\beta + \varphi_K = 0 \pm 2\pi n, \quad (6)$$

где $n = 1, 2, \dots$. Формулы (6) более строго выводятся на основании фундаментального критерия устойчивости [3].

Первое выражение в (6) называют *условием самовозбуждения для амплитуд*, а второе — *условием самовозбуждения для фаз*.

Электрические схемы автогенераторов с внешней положительной ОС будут рассмотрены ниже.

8.4. Стационарный режим автогенератора

После самовозбуждения автогенератора колебания на его выходе с течением времени быстро возрастают. Как только амплитуда этих колебаний превысит 0,1 В из-за нелинейности ВАХ диодов или транзисторов, рост амплитуды колебаний в автогенераторе вначале замедляется, а затем, как показывает практика, прекращается. Наступает *стационарный (установившийся) режим* работы автогенератора. В этом случае автогенератор будет преобразовывать в энергию колебаний максимально возможную часть энергии источника питания. Установившийся режим — основной режим работы автогенератора. В стационарном режиме автогенератор характеризуется двумя основными параметрами — частотой и амплитудой колебаний.

Пусть в автогенераторе с внешней обратной связью установились колебания, комплексные амплитуды которых указаны на рис. 8.3.3. Напряжение обратной связи в автогенераторе будет равно напряжению на входе усилителя: $\dot{U}_{yc} = \dot{U}_\beta$. Выходное напряжение автогенератора равно $\dot{U}_{вых} = K\dot{U}_{yc}$. Но выходное напряжение автогенератора является входным для цепи обратной связи. Поэтому напряжение на выходе цепи ОС равно $\dot{U}_\beta = \beta\dot{U}_{вых}$. Перемножив левые и правые части двух последних формул, получим *уравнение стационарности автогенератора*

$$\dot{K}\dot{\beta} = 1. \quad (1)$$

Представляя все составляющие в формуле (1) в показательной форме: $\dot{K} = Ke^{j\omega t}$; $\dot{\beta} = \beta e^{j\omega t}$; $1 = 1e^{j0}$, из равенства для комплексных величин получим два равенства для вещественных величин: *уравнение баланса амплитуд*

$$K\beta = 1 \quad (2)$$

и *уравнение баланса фаз*

$$\varphi_{ос} + \varphi_{к} = 0 \pm 2\pi n, \text{ где } n = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

Из уравнения баланса амплитуд (2) следует, что в стационарном состоянии автогенератора во сколько раз усилитель увеличит амплитуду сигнала, во столько раз цепь обратной связи уменьшит эту амплитуду. При самовозбуждении произведение βK , как правило, много больше единицы из-за большого коэффициента усиления усилителя. При возрастании амплитуды колебаний транзистор усилителя входят в нелинейный режим работы. В течение некоторой части периода в этом режиме транзистор практически закрыт и не усиливает сигнал. Поэтому с ростом амплитуды колебаний в автогенераторе коэффициент усиления усилителя K при $U_{yc} > 0,1$ В уменьшается (рис. 1).

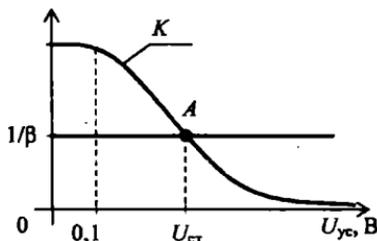


Рис. 1

Коэффициент передачи цепи обратной связи от амплитуды колебаний, как правило, не зависит, так как эта цепь выполняется с использованием пассивных элементов: резисторов, катушек и конденсаторов. На рис. 1 показана *прямая обратной связи*, соответствующая постоянной величине $1/\beta$. Точка A на этом рисунке определяет баланс амплитуд. В этой точке имеем $\beta K = 1$. Амплитуда колебаний $U_{ст}$ на входе усилителя, соответствующая этой точке, равна стационарной установившейся амплитуде колебаний на входе автогенератора.

8.4. Стационарный режим автогенератора

Из анализа уравнения баланса фаз (3) следует, что в автогенераторе устанавливаются такие и только такие колебания, у которых фазовый сдвиг, внесенный усилителем, компенсируется фазовым сдвигом, внесенным цепью обратной связи.

Баланс фаз иллюстрируется на рис. 2. Из анализа графиков следует, что колебания возникают на единственной частоте ω_r , на которой

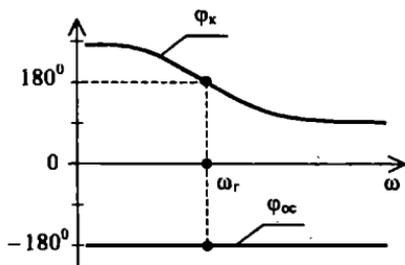


Рис. 2

фазовый сдвиг в усилителе, равный $+180^\circ$, компенсируется фазовым сдвигом в цепи ОС, равным -180° . Отметим, что если баланс фаз выполняется на нескольких частотах, то генерируется сумма гармоник с этими частотами, соответствующая сложному импульсному сигналу.

В радиоэлектронике часто используется *RC-автогенератор* на операционном усилителе, электрическая схема которого показана на

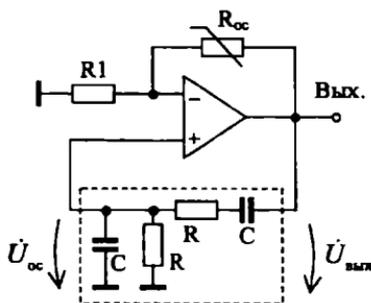


Рис. 3

рис. 3. Как видим, основа схемы — неинвертирующий усилитель. Его коэффициент передачи равен $\dot{K} = 1 + R_{oc} / R_1$, где сопротивление резистора в цепи отрицательной обратной связи зависит от выходного на-

пряжения: чем больше амплитуда выходного сигнала, тем меньше сопротивление R_{oc} . Следовательно, с ростом амплитуды выходного сигнала коэффициент усиления усилителя на ОУ уменьшается (рис. 1).

На практике в качестве нелинейного резистора можно использовать терморезистор или два встречно-параллельно соединенных диода (анод первого из диодов должен быть подключен к катоду второго диода, а анод второго — к катоду первого).

Цепь положительной обратной связи автогенератора составлена из резисторов и конденсаторов. Используя законы Ома и Кирхгофа, найдем коэффициент передачи цепи положительной обратной связи:

$$\beta = \frac{\dot{U}_{oc}}{\dot{U}_{вых}} = \frac{1}{3 + j\left(\omega RC - \frac{1}{\omega RC}\right)}. \quad (4)$$

На частоте квазирезонанса $\omega_0 = 1/RC$ комплексный коэффициент передачи цепи обратной связи принимает максимальное и веществен-

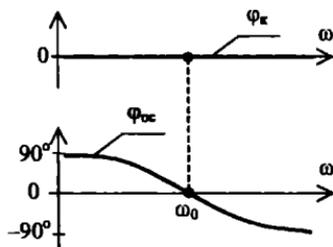


Рис. 4

ное значение, равное $1/3$. Фазочастотные характеристики неинвертирующего усилителя $\varphi_k(\omega)$ и цепи ОС $\varphi_{oc}(\omega)$ приведены на рис. 4. Из их анализа следует, что баланс фаз осуществляется только на одной частоте, равной частоте квазирезонанса $\omega_0 = 1/RC$. Для возникновения колебаний на этой частоте необходимо дополнительно выполнить условие самовозбуждения для амплитуд: $\beta K > 1$. Так как на частоте ω_0 коэффициент $\beta = 1/3$, то коэффициент усиления неинвертирующего усилителя должен быть больше 3. Такой коэффициент усиления легко получить с помощью ОУ. Частоту колебаний RC -автогенератора можно перестраивать, если использовать двоянные переменные резисторы или двоянные переменные конденсаторы.

Для генерации последовательности прямоугольных импульсов используется автоколебательный *мультивибратор*, схема которого показана на рис. 5. Мультивибратор состоит из двух одинаковых каскадов — усилителей с общим эмиттером. Сигналы с коллекторов этих каскадов через разделительные конденсаторы C1 и C2 поступают на базы транзисторов.

Сигнал с выхода каждого из каскадов усиливается в другом каскаде и снова поступает на вход первого каскада — каждый каскад является для другого цепью обратной связи. Так как усилитель с общим эмиттером изменяет фазу усиливаемого сигнала на 180° , то с учетом того, что в цепи ОС — таком же усилителе, фаза тоже изменяется на

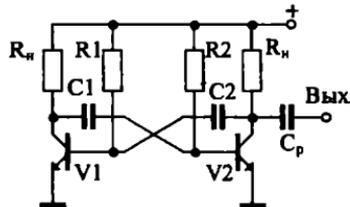


Рис. 5

180° , получим нулевой результирующий фазовый сдвиг.

Такой баланс фаз осуществляется в широком диапазоне частот, равном примерно полосе пропускания резистивного усилителя. Большое число генерируемых гармоник в сумме образуют периодическую последовательность импульсов и в этом случае удобно анализ работы мультивибратора проводить во временной области (рис. 6).

Предположим, что в начальный момент времени транзистор V1 в схеме мультивибратора открыт, а транзистор V2 — закрыт. Конденсатор C1 начинает заряжаться через резистор R2. Напряжение на базе второго транзистора V2 будет возрастать. Когда оно достигает напряжения отпирания транзистора, в схеме происходит лавинообразное изменение состояний транзисторов: транзистор V2 открывается, а транзистор V1 закрывается, так как к базе V1 будет приложено закрывающее напряжение, имеющееся на конденсаторе C2. После смены состояний транзисторов начинает перезаряжаться конденсатор C2 через резистор R1 и через время, равное примерно $\tau = R_1 C_2$, произойдет

очередное изменение состояния схемы. Амплитуда генерируемых импульсов практически равна напряжению источника питания.

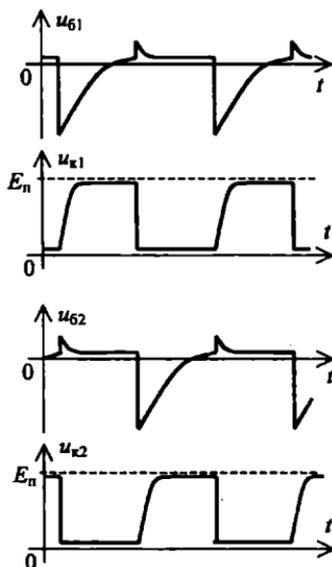


Рис. 6

Мультивибраторы широко используются в качестве генераторов импульсов в компьютерах. Для повышения стабильности их работы в схемы дополнительно включают катушки индуктивности (резонансные контуры) и кварцевые резонаторы, а вместо инвертирующих усилителей $ОУ$ используют логические элементы.

Контрольные вопросы и задачи

1. Какими свойствами обладают дополнительные продукты, возникающие при воздействии гармонического сигнала на нелинейную и параметрическую цепи? Продемонстрируйте возникновение таких продуктов на выходе аналогового умножителя.
2. Нарисуйте диаграмму токов и напряжений для двухтактного нелинейного усилителя на двух транзисторах.
3. Можно ли в умножителе частоты на транзисторе получить умножение частоты в 2,5 раза?

4. Рассчитайте амплитуду напряжения на выходе умножителя частоты в два раза, выполненного на аналоговом перемножителе, если коэффициент k перемножителя равен 0,1, а амплитуда входного сигнала равна 2 В.
5. Какие продукты нелинейного преобразования возникают при воздействии двух гармоник на нелинейный или параметрический элемент? Укажите все случаи, когда одна из комбинационных гармоник будет иметь нулевую частоту.
6. Нарисуйте спектральную диаграмму, иллюстрирующую работу преобразователя частоты на гармониках гетеродина и преобразователя частоты вверх.
7. Используя изображенную на рис. 8.2.2 спектральную диаграмму преобразователя частоты вниз, найдите частоту паразитного сигнала, который будет преобразовываться на ту же самую промежуточную частоту, что и полезный сигнал.
8. Изобразите схему амплитудного модулятора на аналоговом перемножителе, подавая на его первый вход несущую, а на второй вход гармонический модулирующий сигнал и дополнительное постоянное напряжение. Получите формулу для выходного АМ-сигнала. В каком случае в схеме возникает перемодуляция?
9. Можно ли для детектирования АМ-сигналов использовать транзисторы? Как нелинейный усилитель превратить в амплитудный детектор?
10. Для обнаружения в помещении радиоэлектронных устройств используется следующий простой метод. С помощью антенны и генератора гармонического сигнала на всех проводниках, имеющихся в помещении, наводятся гармонические напряжения. Если при этом возникают гармоники сигнала, то это свидетельствует о наличии нелинейных элементов: диодов и транзисторов и, следовательно, радиоэлектронных устройств в помещении. На каких частотах должен работать приемник, обнаруживающий радиоэлектронные устройства, если частота передатчика равна 3 МГц? Можно ли для целей обнаружения использовать комбинационные гармоники?
11. Для самовозбуждения автогенератора наличие положительной ОС — необходимое, но не достаточное условие. При каком коэффициенте усиления усилителя и при каком коэффициенте ПОС возникает самовозбуждение? Каковы при этом должны быть фазовые сдвиги, вносимые усилителем и цепью ОС?
12. Зачем в автогенераторах после самовозбуждения используется отрицательная нелинейная ОС или нелинейный режим работы? При каком коэффициенте усиления усилителя в автогенераторе устанавливается стационарный режим работы? Чем условия стационарности отличаются от условий самовозбуждения?
13. Рассчитайте частоту колебаний автогенератора с линией задержки в цепи ПОС. ФЧХ линии задержки равна $\varphi(\omega) = -\omega\tau$, где время задержки $\tau = 10$ мкс. Усилитель автогенератора вносит фазовый сдвиг равный 180° .

Глава 8. Нелинейные преобразования сигналов

Баланс амплитуд выполняется только для самой низкой частоты колебаний: на высоких частотах коэффициент усиления усилителя быстро уменьшается.

14. Наличие в помещении автогенератора (например, в составе радиоприемника, телевизора, компьютера и т. п.) может привести к появлению канала утечки информации. На колебания автогенератора могут влиять небольшие механические вибрации, создаваемые колебаниями воздуха, речью. Эти вибрации, изменяя паразитные емкости, модулируют колебания автогенератора по частоте и фазе — автогенератор с излучающими соединительными проводами превращается в радиопередатчик. Рассчитайте уровень радиопомехи, которую должен создать высокочастотный генератор шума в помещении при следующих исходных данных. Уровень помехи должен в два раза превышать ожидаемый уровень боковых составляющих в спектре ЧМ-сигнала. Нежелательная ЧМ с максимальной девиацией 10 Гц создается наиболее интенсивной составляющей в спектре речевого сигнала, частота которой равна 1 кГц. Центральная частота автогенератора создает на входе измерительного радиоприемника сигнал с уровнем 100 мкВ.

9. Импульсные и цифровые устройства

9.1. Импульсные сигналы и электронный ключ

В предыдущих главах рассматривались аналоговые сигналы: постоянный ток, гармоническое напряжение, модулированный сигнал и т. п. У аналоговых сигналов каждое их значение в любой момент времени может использоваться для передачи информации.

В цифровых устройствах, в компьютерах используются *импульсные сигналы* (рис. 1). В этом случае для передачи информации используется факт наличия или отсутствия импульса.

Реальный импульсный сигнал, показанный на рис. 1, характеризуется следующими параметрами: U_m — амплитуда импульса, t_m — дли-

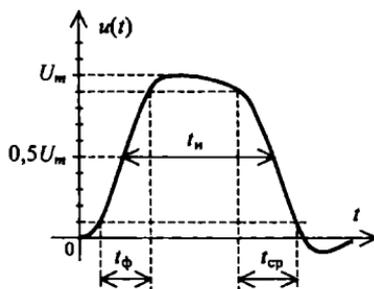


Рис. 1

тельность импульса, определяемая по уровню 0,5 от амплитуды импульса, t_ϕ — длительность переднего фронта, $t_{ср}$ — длительность заднего фронта (среза) импульса. Длительности переднего и заднего фронтов определяются по уровням $0,1U_m$ и $0,9U_m$. Как правило, значения сигнала с уровнем меньшим $0,1U_m$ соответствуют отсутствию импульса — логическому нулю (в положительной логике). Если уровень сигнала превышает $0,9U_m$, то импульс считается присутствующим — его значение соответствует логической единице (в положительной логике). Импульсные сигналы, по сравнению с аналоговыми, обладают информационной избыточностью. Но при этом импульсные сигналы с большей надежностью сохраняют информацию о логическом значении в условиях воздействия помех, наводок и шумов.

Используемые в ЭВМ импульсные сигналы несут двоичную информацию — большим значениям приписывается значение логической единицы, а малым — логического нуля (здесь и далее использу-

ем положительную логику). Импульсному сигналу соответствует в этом случае *логический сигнал* (рис. 2), равный в некоторые моменты времени логической единице, а в другие — логическому нулю. Отме-

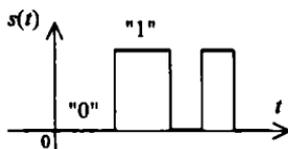


Рис. 2

тим, что для простоты временные интервалы, при которых значение логического сигнала не определено, на рис. 2 не показаны.

Электронный ключ — это устройство, выполненное, как правило, на транзисторе и предназначенное для получения импульсного (логического) сигнала. Электронный ключ — основа для построения более сложных цифровых устройств, включая микропроцессоры.

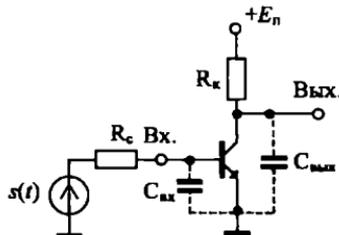


Рис. 3

Простейшая схема ключа на биполярном транзисторе с резистивной нагрузкой приведена на рис. 3. Аналогично строится схема простейшего ключа на полевом транзисторе. На входе ключа включен источник сигнала с внутренним сопротивлением, равным R_c . Нагрузкой каскада служит резистор R_k . Внешняя нагрузка для простоты не учитывается. На схеме пунктирными линиями показаны две паразитные емкости. Входная емкость $C_{вх}$ включает в себя емкость эмиттерного перехода и емкость монтажа, возникающую между элементами входной цепи и корпусом устройства. Выходная емкость $C_{вых}$ образована емкостью между коллектором и эмиттером транзистора и емкостью монтажа в выходной цепи.

Переключательная (амплитудная) характеристика электронного ключа приведена на рис. 4. При малом входном напряжении $u_{вх} < U_{вх}^1$

транзистор закрыт и на выходе устанавливается высокое напряжение, соответствующее логической единице. Если напряжение $u_{вх} > U_{вх}^0$, то транзистор полностью открывается. Через него в этом случае протекает большой ток коллектора, падение напряжения на нагрузочном резисторе R_x будет большим, примерно равным напряжению питания $E_{п}$. Следовательно, потенциал коллектора будет близок к нулю. На выходе ключа устанавливается низкий уровень напряжения, соответствующий логическому нулю.

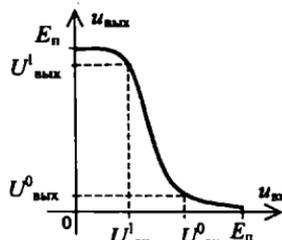


Рис. 4

Транзистор в составе электронного ключа удобно рассматривать как резистор с управляемым сопротивлением. При открытом транзисторе сопротивление между коллектором и эмиттером мало (ключ замкнут), при закрытом — велико (ключ разомкнут).

Напряжение $U_{\text{вх}}^1$ определяет *помехоустойчивость* закрытого ключа. Если уровень помех, наводок или шумов не превышает это напряжение, то переключения ключа в замкнутое состояние с логическим нулем на выходе схемы не возникает. Напряжение $U_{\text{вх}}^0$ определяет помехоустойчивость открытого ключа. Если напряжение на входе при воздействии помех, наводок или шумов не ниже этого напряжения, то перехода ключа в закрытое состояние не происходит. Переходную область, располагающуюся между напряжениями $U_{\text{вх}}^1$ и $U_{\text{вх}}^0$, стремятся сделать как можно меньше.

При проектировании цифровых устройств и микропроцессоров, работающих на высоких частотах, важнейшее значение имеет быстродействие ключа.

На рис. 5 показаны переходные процессы в ключе на биполярном транзисторе. На вход ключа поступает идеальный прямоугольный импульс $s(t)$, длительность которого сравнима с длительностью переход-

Глава 9. Импульсные и цифровые устройства

ных процессов в электронном ключе. Под действием этого сигнала открывается транзистор и возникает импульс тока коллектора $i_k(t)$.

Максимального значения ток коллектора достигает через некоторое время, равное примерно времени заряда входной емкости: $\tau_1 \cong R_c C_{вх}$. После того как сигнал на входе ключа уменьшается до нуля, ток коллектора небольшое время, равное τ_p , практически не изменяется, так как продолжается процесс рассасывания (и дрейфа в коллекторный переход) неосновных носителей, которые накопились в базовой области транзистора в предыдущие моменты времени. Затем ток коллектора примерно по экспоненциальному закону уменьшается до нуля в соответствии с разрядом входной емкости $C_{вх}$ транзистора.

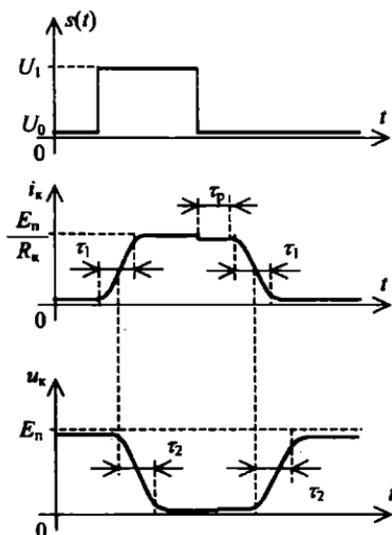


Рис. 5

Импульс напряжения на коллекторе дополнительно искажен процессами заряда и разряда выходной емкости $C_{вых}$ транзисторного ключа, происходящих с постоянной времени $\tau_2 \cong R_c C_{вых}$. В итоге выходной импульс задерживается на время, равное примерно $t_3 \cong (\tau_1 + \tau_2)/2$. При этом длительность выходного импульса увеличивается на время τ_p .

Для увеличения быстродействия электронного ключа при изготовлении современных микросхем и микропроцессоров используется простой, но эффективный метод — уменьшение геометрических раз-

9.2. Базовые логические элементы

меров транзисторов. В микроэлектронике этого добиваются, переходя к субмикронной технологии изготовления микросхем. При этом уменьшаются площади p - n -переходов и их емкости, уменьшаются также паразитные емкости и время рассасывания неосновных носителей в уменьшенной по объему базе транзистора. На основе электронного ключа строятся логические элементы цифровых устройств.

9.2. Базовые логические элементы

Базовые логические элементы — это схемы, содержащие электронные ключи и выполняющие основные логические операции. Базовые логические элементы составляют основу для проектирования сложных цифровых устройств, выполняющих различные логические функции. Из алгебры логики известно, что сложные логические функции можно выразить через совокупность конечного числа *базисных логических функций*. Такие совокупности образуют: базисные логические функции НЕ (инверсия), И (конъюнкция), ИЛИ (дизъюнкция); логические функции НЕ, И; логические функции НЕ, ИЛИ и др. Указанные логические функции реализуются в базовых логических элементах.

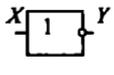
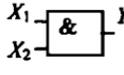
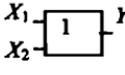
НЕ	И	ИЛИ																																				
 	 	 																																				
<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>Y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	X	Y	1	0	0	1	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <thead> <tr> <th>X₁</th> <th>X₂</th> <th>Y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	X ₁	X ₂	Y	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <thead> <tr> <th>X₁</th> <th>X₂</th> <th>Y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	X ₁	X ₂	Y	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1
X	Y																																					
1	0																																					
0	1																																					
X ₁	X ₂	Y																																				
1	1	1																																				
0	1	0																																				
1	0	0																																				
0	0	0																																				
X ₁	X ₂	Y																																				
0	0	0																																				
1	0	1																																				
0	1	1																																				
1	1	1																																				

Рис. 1

Базовые логические элементы могут изготавливаться в виде отдельных интегральных микросхем. Условные обозначения и таблицы истинности (таблицы состояний) наиболее часто используемых базовых элементов НЕ, И, ИЛИ приведены на рис. 1.

В зависимости от применяемых элементов и схемотехники различают транзисторно-транзисторные логические элементы (ТТЛ), эмит-

Глава 9. Импульсные и цифровые устройства

терно-связанную логику (ЭСЛ) и элементы на комплементарных МДП-транзисторах (КМДП-логика).

Транзисторно-транзисторные базовые элементы выполняются с использованием биполярных транзисторов. Функция НЕ реализуется с помощью рассмотренного в предыдущем параграфе электронного ключа (рис. 9.1.3). Кроме элемента НЕ на практике наиболее часто

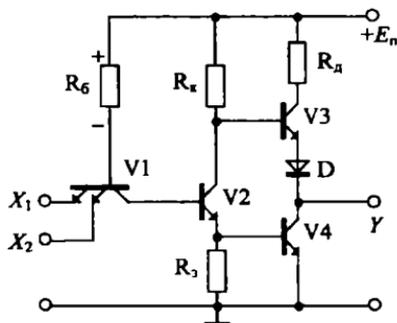


Рис. 2

используется базовый логический элемент И-НЕ (штрих Шеффера), электрическая схема которого приведена на рис. 2.

Особенностью схемы, показанной на рис. 2, является использование многоэмиттерного транзистора V1. С помощью этого транзистора реализуется требуемая логическая функция базового элемента. Упрощенная структура многоэмиттерного транзистора приведена на

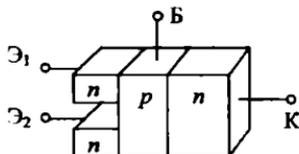


Рис. 3

рис. 3. Как видим, к базовой области транзистора примыкают две эмиттерные области. Инжекция носителей заряда в коллекторный переход может производиться как из одного, так и из другого эмиттера. Ток базы может ответвляться в каждый открытый эмиттерный переход транзистора. В ТТЛ используются многоэмиттерные транзисторы с тремя, четырьмя и более эмиттерами.

Рассмотрим работу схемы ТТЛ-элемента при подаче различных логических сигналов. При этом для простоты уровню логической единице будем приписывать напряжение, равное напряжению питания, а уровню логического нуля — нулевое напряжение.

Случай 1 — на оба входа элемента И-НЕ подаются логические единицы: $U_{X1} = U_{X2} = E_n$. Из анализа схемы следует, что оба эмиттерных перехода многоэмиттерного транзистора будут закрыты. Наоборот, коллекторный переход транзистора V1 будет открыт. В этом случае транзистор V1 работает в необычном, инверсном режиме. Возникающий базовый ток протекает через прямо смещенный коллекторный переход и открывает транзистор V2. Сопротивление между коллектором и эмиттером этого транзистора становится малым (ключ замкнут). В транзисторе протекают большие токи эмиттера и коллектора. Сопротивления резисторов R_x и R_y подобраны так, что транзистор V4 открывается, а транзистор V3 — закрывается. На выходе элемента получаем логический нуль. Диод D предназначен для повышения потенциала эмиттера транзистора V3 и, следовательно, для надежного удержания этого транзистора в закрытом состоянии.

Случай 2 — на оба входа ТТЛ-элемента подаются логические нули: $U_{X1} = U_{X2} = 0$. В этом случае открываются эмиттерные переходы многоэмиттерного транзистора. Сопротивление между коллектором и эмиттерами открытого многоэмиттерного транзистора становится малым (ключ замкнут). Следовательно, становится малым напряжение на базовом выводе транзистора V2 и этот транзистор закрывается. При этом открывается транзистор V3 и закрывается транзистор V4. На выходе элемента получим логическую единицу. Дополнительный резистор R_d предназначен для ограничения выходного тока логического элемента.

Третий случай, когда нулевое напряжение подается на один из входов элемента, будет соответствовать рассмотренному выше второму случаю. Действительно, при подаче нулевого напряжения на один вход элемента многоэмиттерный транзистор будет открываться так же, как при подаче нулевых напряжений на оба входа схемы. На выходе базового элемента и в этом, третьем, случае будет формироваться логическая единица.

Таблица истинности логического элемента И-НЕ приведена на рис. 4. Известно, что, комбинируя соединения таких схем, можно построить любую по сложности логическую функцию. Из анализа таб-

лицы истинности схемы следует, что ее можно получить при последовательном соединении элементов И и НЕ.

X_1	X_2	Y
1	1	0
0	1	1
1	0	1
0	0	1

Рис. 4

КМДП-логика выполняется с использованием комплементарных полевых транзисторов с изолированными затворами и с индуцированными каналами. Операция отрицания (функция НЕ) реализуется с помощью двух электронных ключей, каждый из которых является нагрузкой другого (рис. 5). Причем для правильной работы схемы транзисторы должны иметь разный тип проводимости канала. При указанном положительном напряжении питания полевой транзистор V1 должен иметь p -канал, а полевой транзистор V2 — n -канал. Транзистор V1 открывается при подаче нулевого напряжения на затвор, так как в этом случае относительно истока на затворе возникает отрица-

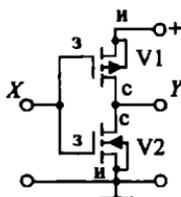


Рис. 5

тельное напряжение и в приповерхностный слой под затвором из n -подложки подтягиваются дырки, создающие проводящий канал. Транзистор V2 открывается при подаче на затвор положительного напряжения. В этом случае в приповерхностный слой под затвором транзистора подтягиваются электроны проводимости.

При подаче на вход схемы логической единицы (большого положительного напряжения) транзистор V1 закрывается, а транзистор V2 открывается. При этом на выходе элемента получим логический нуль. Если на вход схемы подается логический нуль, то закрывается транзи-

стор V2 и открывается транзистор V1 — на выходе получим логическую единицу.

Более сложные логические КМДП-элементы, как правило, составляются на основе рассмотренной схемы НЕ. На рис. 6 приведена электрическая схема элемента И-НЕ. Логическая единица возникает на выходе элемента при подаче на любой вход нулевого сигнала. Через

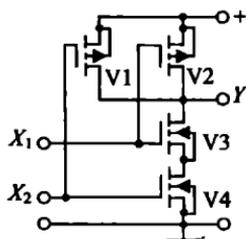


Рис. 6

соответствующий открытый транзистор (V1 или V2) на выход схемы поступает высокий потенциал, соответствующий логической единице. В этом случае один из транзисторов, V3 или V4, будет закрыт. Аналогичный результат получим при подаче на оба входа логических нулей. Низкий уровень, соответствующий логическому нулю, на выходе схемы получим при подаче на оба входа элемента логических единиц. В этом случае закрываются транзисторы V1 и V2, а транзисторы V3 и V4 открываются. Таблица истинности рассмотренной схемы приведена на рис. 4.

Основное преимущество КМДП-логики — небольшая потребляемая мощность. У МДП-транзистора имеется очень маленький, практически нулевой ток затвора и, следовательно, на управление полевым транзистором расходуется незначительная мощность. В быстродействующих схемах с полевыми транзисторами наибольшая мощность затрачивается на заряд и разряд входной емкости полевого транзистора, а не на создание постоянного управляющего тока затвора. Отметим, что в схемах КМДП-элементов отсутствуют резисторы, на нагрев которых обычно расходуется значительная доля энергии. Наконец, при уменьшении геометрических размеров полевых транзисторов легко получить существенное увеличение быстродействия из-за уменьшения площади затвора и уменьшения емкостей между затвором и истоком, а также между затвором и стоком. По этим причинам КМДП-

логика широко используется при создании современных микропроцессоров и других микросхем высокой степени интеграции.

Эмиттерно-связанные логические элементы выполняются на основе дифференциального усилителя с использованием высокочастотных биполярных транзисторов. ЭСЛ-элементы используются при создании сверхбыстродействующих специализированных микросхем, работающих в СВЧ-диапазоне. Эти элементы не отличаются малым потреблением энергии и в настоящее время используются, как правило, в больших ЭВМ. Особенность ЭСЛ-элементов — возникающие в них логические уровни, как правило, существенно отличаются от напряжения питания и от нулевого напряжения

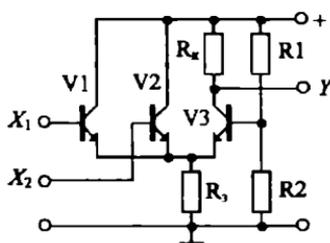


Рис. 7

Схема ЭСЛ-элемента, реализующего функцию ИЛИ, приведена на рис. 7. Работа схемы основана на переключении эмиттерного тока, задаваемого резистором R_3 . Если на входы транзисторов $V1$ и $V2$ поданы логические нули и они закрыты, то весь ток эмиттера протекает через открытый транзистор $V3$ и выходной потенциал низкий ($Y = 0$). Значение этого потенциала можно регулировать, изменяя соотношения сопротивлений R_1 и R_2 в резистивном делителе.

Если на один из входов схемы подан высокий потенциал (логическая единица), то открывается один из транзисторов $V1$ или $V2$. Ток через резистор R_3 увеличивается и увеличивается напряжение на эмиттерах транзисторов. При этом закрывается транзистор $V3$. Весь ток, протекающий по резистору R_3 , направляется через открытый транзистор $V1$ или $V2$. Потенциал на выходе увеличивается до значения логической единицы ($Y = 1$). Аналогично, высокий потенциал на выходе получим при подаче логической единицы на оба входа схемы. Таблица истинности рассмотренного ЭСЛ-элемента приведена на рис. 8. Если нагрузочный резистор включить в цепь коллекторов транзисторов $V1$ и $V2$, то получим логический элемент ИЛИ-НЕ (стрелка

Пирса). Число входов в ЭСЛ-элементах легко увеличить, увеличивая число входных транзисторов и подключая их параллельно транзисто-

X_1	X_2	Y
1	1	1
0	1	1
1	0	1
0	0	0

Рис. 8

рам V1 и V2.

Логические элементы являются базовыми при построении более сложных цифровых схем.

9.3. Комбинационные устройства

Комбинационная логическая схема — это преобразователь совокупности входных логических уровней (входного слова или входного кода) в выходное слово (выходной код) без запоминания. Условное обозначение комбинационной логической схемы приведено на рис. 1. При изменении входных сигналов практически мгновенно изменяется код на выходе устройства. Небольшая временная задержка, вносимая

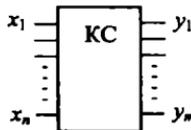


Рис. 1

комбинационной схемой, обуславливается в основном инерционностью транзисторов. Отметим, что рассмотренные ранее логические элементы являются простейшими комбинационными схемами, имеющими несколько входов и один выход.

Каждый из m выходных сигналов y_i комбинационной схемы описывается булевой функцией

$$y_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

где x_j — логический входной сигнал, $j = 1, 2, \dots, n$, $i = 1, 2, \dots, m$.

Запись логических функций осуществляется в различных формах. Наиболее часто используется *совершенная нормальная дизъюнктив-*

ная форма, при которой логическая функция записывается в виде дизъюнкции слагаемых, каждое из которых есть конъюнкция всех аргументов или их инверсий. Причем учитываются только значения логической функции, равные единице, а в произведениях записывают инверсии тех аргументов, значения которых в этом случае равны нулю. Например, логическая функция элемента И-НЕ запишется в виде $y = \bar{x}_1 x_2 + x_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_1 \bar{x}_2$. Для преобразования логических функций используются законы алгебры логики: коммутативности, ассоциативности, дистрибутивности, тавтологии: $xx = x$, $x + x = x$; поглощения: $x(x + y) = x$, $x + (xy) = x$; дополняемости: $x\bar{x} = 0$, $x + \bar{x} = 1$; Моргана: $\overline{xy} = \bar{x} + \bar{y}$, $\overline{x + y} = \bar{x}\bar{y}$; операций с константами: $x0 = 0$, $x1 = x$, $x + 0 = x$, $x + 1 = 1$. Например, логическую функцию для элемента И-НЕ легко преобразовать к виду $y = \bar{x}_1 x_2$.

Дешифратор — это комбинационная схема, у которой логическая единица на одном выходе при нулевых сигналах на остальных выходах соответствует определенному коду на входе. Как правило, дешифратор предназначен для получения управляющего сигнала при поступлении на вход определенной комбинации логических сигналов. Если дешифратор имеет n входов, то максимальное число выходов дешифратора равно $m = 2^n$.

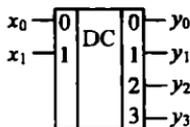


Рис. 2

На рис. 2 приведено условное обозначение дешифратора, имеющего два двоичных входа, работающих в коде 1–2, и четыре выхода. Работа этого дешифратора описывается следующими логическими функциями: $y_0 = \bar{x}_1 \bar{x}_0$; $y_1 = \bar{x}_1 x_0$; $y_2 = x_1 \bar{x}_0$; $y_3 = x_1 x_0$. Из анализа этих соотношений следует, что рассматриваемый дешифратор преобразовывает каждое двоичное двухразрядное число в одну и только одну логическую единицу на соответствующем выходе, помеченном десятичным числом. Такие дешифраторы широко используются в устройствах вывода цифровой информации, для индикации двоичного числа в десятичном виде, для определения адресной шины в микросхемах памяти и т. п.

Функциональная схема дешифратора, составленная на основе записанных выше логических функций, показана на рис. 3. С помощью инверторов, включенных на входе дешифратора, на внутренней шине данных дешифратора формируется полный набор логических сигналов: x_0 , \bar{x}_0 , x_1 , \bar{x}_1 . С использованием элемента И формируются соответствующие выходные сигналы. Отметим, что полученная структура дешифратора не единственная. При использовании других логических элементов на основе, например, конъюнктивной нормальной формы

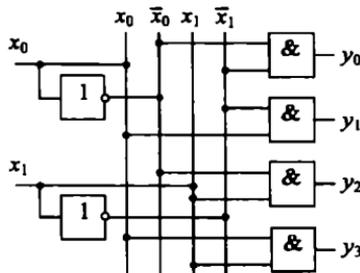


Рис. 3

можно получить другие функциональные схемы дешифраторов.

В дополнение к дешифраторам в вычислительной технике используется *шифратор* — цифровое устройство, выполняющее логические операции, обратные функциям дешифратора. Шифратор преобразует одну или несколько логических единиц, поступивших на входы, в двоичный код на выходе. Шифраторы используются, например, в устройствах ввода цифровой информации для преобразования десятичных чисел в двоичный код.

Шифратор и дешифратор относят в общем случае к *преобразователям кодов*. Сложный преобразователь кодов можно получить при подключении выходов дешифратора к входам шифратора. Например, в компьютерах часто используются преобразователи N -разрядного двоичного числа в M -разрядное десятичное число и т. п.

Мультиплексор — комбинационная схема, предназначенная для преобразования нескольких информационных каналов последовательно в один информационный канал. Переключение каналов происходит под действием управляющего сигнала. Условное обозначение мультиплексора с четырьмя входными информационными сигналами D_0 ,

D_1, D_2, D_3 и двумя управляющими двоичными сигналами X_0 и X_1 приведено на рис. 4.

Функциональная схема этого мультиплексора представлена на рис. 5. Два управляющих двоичных сигнала X_0 и X_1 позволяют с по-

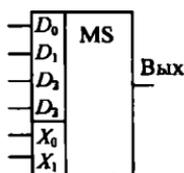


Рис. 4

мощью дешифратора организовать передачу одного из информационных сигналов на выход мультиплексора. В мультиплексоре для выбора нужного информационного канала используется схема И: если на

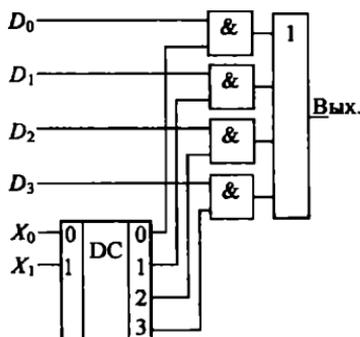


Рис. 5

один вход схемы И подавать информационный сигнал, а на второй — логическую единицу, то выходной сигнал будет повторять сигнал на информационном входе. Если на второй вход схемы И подать логический ноль, то сигнал на выход схемы не проходит.

Обратную задачу выполняет *демультиплексор*. С его помощью осуществляется разделение на отдельные составляющие сложного информационного сигнала, полученного с помощью мультиплексора.

Мультиплексоры и демультиплексоры широко используются в системах связи (например, в телефонии), когда по одной линии передачи требуется передать сигналы от нескольких источников.

Комбинационная схема, выполняющая арифметическое сложение двух двоичных чисел, называется *сумматором*. Сумматор — важная часть арифметико-логического блока микропроцессора. Различают две разновидности сумматоров: *полусумматор* и *полный сумматор*. Полный сумматор отличается тем, что на его дополнительный вход поступает сигнал переноса от предыдущей схемы суммирования. Такого дополнительного входа у полусумматора нет. Сумматоры характеризуются разрядностью. Различают одно- и многоразрядные сумматоры. Как правило, многоразрядные сумматоры строятся на основе одnorазрядных сумматоров.

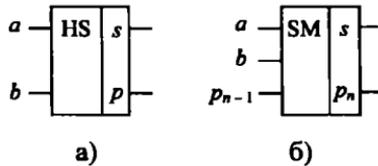


Рис. 6

Условные обозначения полусумматора и полного сумматора приведены на рис. 6, а, б соответственно. На рисунке: a , b — входные двоичные числа, p и p_n — сигналы переноса, p_{n-1} — входной сигнал переноса, s — сумма двух чисел.

Таблица истинности для одnorазрядного полусумматора показана на рис. 7. На основании данных этой таблицы, используя совершен-

Входы		Выходы	
a	b	s	p
0	0	0	0
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	0	1

Рис. 7

ную нормальную дизъюнктивную форму логических функций, легко получить формулы для суммы: $s = a\bar{b} + \bar{a}b$, и для сигнала переноса: $p = ab$.

Из анализа этих формул следует, что для построения полусумматора необходимо использовать схемы И, инверторы НЕ и схему ИЛИ. Функциональная схема полусумматора показана на рис. 8. С помощью

двух инверторов, включенных на входе полусумматора, на внутренней четырехразрядной шине данных предварительно формируется набор логических сигналов: a , \bar{a} , b , \bar{b} . С помощью схем логического умножения и сложения получаем требуемые выходные сигналы полусумматора.

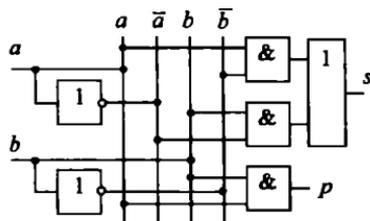


Рис. 8

Как правило, полный сумматор строится из двух полусумматоров (рис. 9). Первый из них используется для сложения входных двоичных сигналов a и b . С помощью второго полусумматора учитывается входной сигнал переноса. С помощью схемы ИЛИ формируется выходной сигнал переноса.

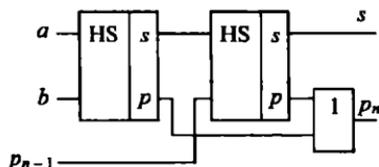


Рис. 9

Сигналы на выходах комбинационных устройств могут появляться не одновременно. Например, в полном сумматоре выходной сигнал переноса появляется, как правило, быстрее, чем сигнал суммы. Объясняется это тем, что сигналы проходят различное число ступеней обработки. Кроме того, в импульсном сигнале имеется временной интервал, когда значение логического сигнала не определено. Указанные причины могут вызывать в цифровом устройстве неодновременное появления управляющих сигналов, ложные срабатывания, возникновение дополнительных паразитных импульсов и т. п. Эти нарушения в работе цифрового устройства называются "состязаниями". Для устранения "состязаний" осуществляют синхронизацию работы всех эле-

ментов цифрового устройства. Для этого в состав элементов включают дополнительные схемы И, ИЛИ, НЕ, с помощью которых все информационные сигналы появляются только при подаче специального короткого импульсного сигнала синхронизации. В выпускаемых промышленностью комбинационных схемах, как правило, предусмотрен специальный вывод для подачи сигнала синхронизации. Выходные сигналы в этом случае изменяются только после подачи сигнала синхронизации.

9.4. Триггеры

Триггер — это устройство с двумя устойчивыми состояниями, одно из которых — логический ноль, а другое — логическая единица. Эти состояния триггера при бесперебойном питании и при отсутствии существенных помех и наводок могут сохраняться сколь угодно долго. Под действием управляющих сигналов триггер способен переключаться из одного состояния в другое. Основное назначение триггера — хранение двоичной информации. Например, в персональных компьютерах на триггерах собрана кэш-память первого и второго уровня.

Триггер, в отличие от комбинационных схем, относится к новому виду цифровых устройств — *цифровым автоматам*. Цифровые автоматы, кроме комбинационных схем, содержат элементы памяти. Если выходные сигналы цифрового автомата зависят как от входных сигналов, так и от состояния запоминающего устройства, то такие автоматы называют автоматами Мили. Если выходные сигналы определяются только состояниями запоминающего устройства, то получим автомат Мура. Триггер в соответствии с этой классификацией относят к автоматам Мура.

Различают несколько разновидностей триггеров: *RS*-триггер, *D*-триггер, *JK*-триггер. Реже используются и ниже рассматриваться не будут *DV*-триггер и *T*-триггер. Если для изменения состояния триггера используется синхронизирующий сигнал, то триггер называется *синхронным* (синхронизируемым). Если синхронизирующие сигналы не используются, то триггер называется *асинхронным*.

Схема простейшего *асинхронного RS-триггера* приведена на рис. 1. В триггере использованы схемы ИЛИ-НЕ (стрелка Пирса) с перекрестными обратными связями. На рисунке введены следующие обозначения: *R* — вход установки триггера в 0, *S* — вход установки

триггера в 1, Q — прямой выход триггера; \bar{Q} — вспомогательный (инверсный) выход триггера, сигнал на котором инвертирован относительно прямого выхода. Отметим, что такие же обозначения используются для наименования сигналов на соответствующих контактах триггера.

Рассмотрим работу RS -триггера. Пусть в нулевой момент времени при нулевых сигналах на входах R и S на триггер подано напряжение питания. Однако на выходах триггера в этот момент времени оба выходных сигнала будут равны нулю: $Q = \bar{Q} = 0$. Мгновенно эти сигналы

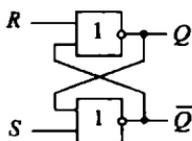


Рис. 1

увеличиться не могут, так как в реальных схемах всегда имеются паразитные емкости, а напряжение на конденсаторе скачкообразно измениться не может.

Из свойств элемента ИЛИ-НЕ следует, что при нулевых сигналах на его входах напряжение на его выходе должно возрасти до значения логической единицы. На практике, из-за неидентичности двух элементов ИЛИ-НЕ на одном из выходов: Q или \bar{Q} , напряжение возрастает быстрее. Пусть более быстро напряжение возрастает на выходе Q . Это напряжение поступает на второй логический элемент и начинает уменьшать напряжение на его выходе \bar{Q} , устремляя его к нулю. В свою очередь уменьшающееся напряжение на выходе \bar{Q} , попадая на первый логический элемент, еще больше ускоряет увеличение напряжения на выходе Q . Таким образом, благодаря положительной обратной связи быстро устанавливается единичное состояние триггера: $Q = 1$; $\bar{Q} = 0$.

Подавая на вход R логическую единицу при $S = 0$ и используя свойства схемы ИЛИ-НЕ, получим: $Q = 0$; $\bar{Q} = 1$. Так производится операция установки триггера в нулевое состояние. Если после этого сигнал на входе R сделать равным 0, то новое состояние триггера сохраняется. При подаче единицы на вход S и при $R = 0$ триггер устанавливается в единичное состояние: $Q = 1$.

Если $R = S = 1$, то на обоих выходах Q и \bar{Q} возникают нули, что противоречит определению выходов триггера. Такая комбинация управляющих сигналов запрещена (отметим, что после этого работоспособность триггера не теряется).

R	S	Q
0	0	хранение
1	0	0
0	1	1
1	1	запрещено

Рис. 2

Таблица состояний RS -триггера приведена на рис. 2. При хранении состояние триггера в данный момент времени определяется его со-

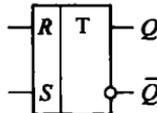


Рис. 3

стоянием в предыдущий момент времени: $Q(n) = Q(n-1)$, где n — номер временного отсчета. Условное обозначение RS -триггера приведено на рис. 3.

Рассмотренный RS -триггер при наличии помех часто работает ненадежно. Например, короткие импульсные помехи, попадающие на R -или на S -входы, могут изменить состояние триггера. Для повышения помехоустойчивости и для устранения "состязаний" используют син-

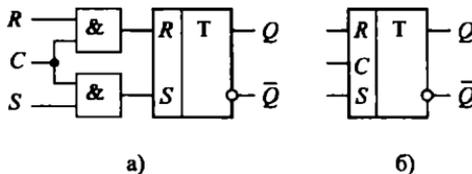


Рис. 4

хронный RS -триггер, схема и условное обозначение которого приведены на рис. 4, а, б соответственно. Состояние синхронного триггера может измениться только при установлении логической единицы на

входе синхронизации C . В этом случае элементы И "открываются" и управляющие сигналы поступают на входы асинхронного триггера. Отметим, что такая синхронизация называется *статической*.

Рассмотренные выше RS -триггеры невозможно использовать в цифровых устройствах с обратными связями из-за неопределенностей,

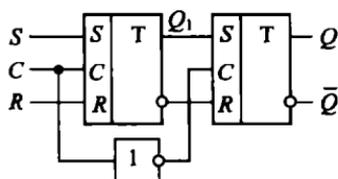


Рис. 5

возникающих при работе. Действительно, выход Q триггера нельзя соединить с входами R или S , так как изменения на этих выводах происходят практически одновременно. Такие же неопределенности будут возникать в сложных цифровых устройствах с обратными связями, содержащих несколько триггеров и комбинационных схем.

При использовании *двухступенчатого RS -триггера*, схема которого приведена на рис. 5, допускается соединение его входов и выходов. Двухступенчатый триггер состоит из двух синхронных RS -триггеров и дополнительного элемента НЕ. При подаче входных управляющих сигналов и синхросигнала производится запись ин-

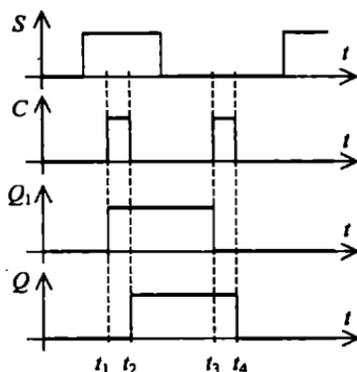


Рис. 6

формации в первый триггер (момент t_1 на рис. 6). При этом второй триггер не изменяет своего состояния, так как на его синхривход с ин-

вертора подается логический ноль. Только по окончании записи в первый триггер при изменении значения синхросигнала с единицы до нуля производится запись во второй триггер двухступенчатой схемы (момент t_2 на рис. 6).

Временные диаграммы работы двухступенчатого триггера на рис. 6 получены при условии — сигнал на входе R инвертирован по отношению к сигналу на входе S . Как видим, двухступенчатый RS -триггер переключается по заднему фронту синхронизирующего сигнала. Такая синхронизация называется *динамической*.

Условное обозначение двухступенчатого RS -триггера показано на рис. 7. Наличие динамической синхронизации отмечено наклонной чертой. Причем ее наклон соответствует заднему фронту синхроним-

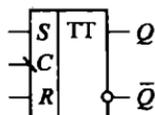


Рис. 7

пульса. В справочной и учебной литературе для обозначения динамической синхронизации могут также использоваться треугольник, звездочка, крестик и т. п. Использование двух ступеней отмечается на рис. 7 двумя буквами T .

Одним из самых широко используемых триггеров является D -триггер (*триггер задержки*). Чаще всего D -триггер выполняется на основе двухступенчатого RS -триггера при включении на входе допол-

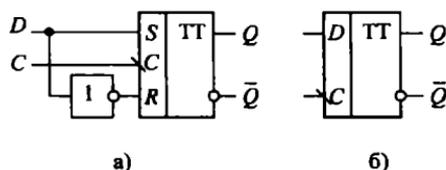


Рис. 8

нительного инвертора, связывающего R - и S -входы. Важное преимущество этого триггера состоит в том, что он имеет только один информационный вход. Схема D -триггера и его условное обозначение приведены на рис. 8, а, б соответственно. Информация в D -триггер записывается по заднему фронту синхронизирующего импульса. По-

этому сигнал на выходе Q при подаче n -го синхрои импульса появляется с задержкой на один такт: $Q(n) = Q(n-1)$.

Большими функциональными возможностями обладает *JK-триггер*. Схема *JK-триггера* и его условное обозначение показаны на рис. 9, а, б соответственно.

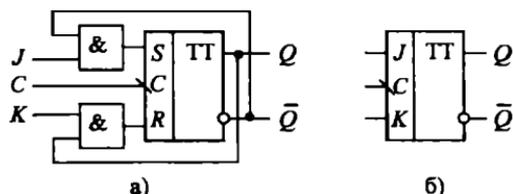


Рис. 9

В схему включены два двухвходовых элемента И. Так как на их входы подаются выходные сигналы *RS-триггера*, то один из элементов И будет всегда закрыт для прохождения сигналов управления. По этой причине на входы *JK-триггера* можно одновременно подавать единичные сигналы. Как известно, такая комбинация входных сигналов запрещена у *RS-триггера*.

Вход *J* триггера аналогичен входу *S* рассмотренного выше *RS-триггера*, а вход *K* — входу *R* *RS-триггера*. Если $J = K = 0$, то получим режим хранения. Если $J = K = 1$, то с приходом синхрои импульса триггер изменяет свое состояние на противоположное.

9.5. Счетчики и регистры

Устройство, содержащее несколько триггеров, состояние которых определяется числом поступивших на вход устройства импульсов, называют *счетчиком*. Различают суммирующий, вычитающий и реверсивный счетчики.

У *суммирующего* счетчика выходное двоичное число, хранимое в триггерах схемы, увеличивается при поступлении на его вход первого импульса. При этом предполагается, что в исходном состоянии во всех триггерах счетчика записаны нули. Схема суммирующего трехразрядного счетчика приведена на рис. 1. Состояние счетчика определяется сигналами на выходах Q_0 , Q_1 и Q_2 .

Если первый входной импульс уменьшает выходное число, то счетчик — *вычитающий* (рис. 2). Предполагается, что в исходном состоянии во всех триггерах вычитающего счетчика записаны единицы.

Реверсивный счетчик может переключаться из режима суммирования в режим вычитания и наоборот. Такой счетчик содержит дополнительные логические элементы, на которые подается сигнал переключения режимов работы счетчика. Дополнительные логические элементы соединяют входы и выходы триггеров реверсивного счетчика.

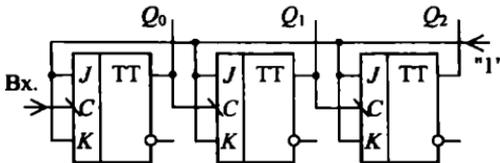


Рис. 1

Максимальное число различных состояний счетчика называют его модулем M , причем $M \leq 2^n$, где n — число двоичных разрядов (триггеров) счетчика. Если счетные импульсы поступают одновременно на входы всех используемых триггеров, то счетчик называют *параллельным*. В *последовательном* счетчике (рис. 1 и рис. 2) каждый последующий триггер управляется выходным сигналом предыдущего.

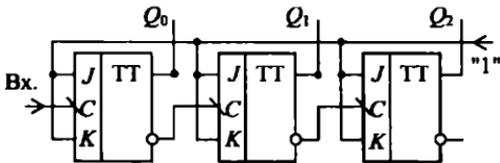


Рис. 2

Наиболее часто используются последовательные двоичные счетчики. На рис. 1 и рис. 2 приведены схемы трехразрядных последовательных счетчиков, выполненных на JK -триггерах. В счетчиках на входы J и K триггеров подается логическая единица. Как следует из принципа работы JK -триггера, в этом случае с приходом очередного синхроимпульса триггер будет каждый раз изменять свое состояние на противоположное. В счетчиках, представленных на рис. 1 и рис. 2, триггеры переключаются по заднему фронту синхроимпульса.

Выходные двоичные числа суммирующего счетчика и число N поступивших на его вход импульсов приведены в табл. 1. Предполагается, что в исходном состоянии показания счетчика равны нулю. Как

видим, M -й импульс ($M=8$) возвращает показания трехразрядного счетчика в исходное нулевое состояние. Отметим, что из анализа значений Q_2 , приведенных в табл. 1, следует, что счетчик можно использовать в качестве делителя частоты в M раз.

Таблица 1

Число импульсов N	Q_0	Q_1	Q_2
0	0	0	0
1	1	0	0
2	0	1	0
3	1	1	0
4	0	0	1
5	1	0	1
6	0	1	1
7	1	1	1
8	0	0	0

Часто в счетчиках используют JK -триггеры с дополнительными R и S входами. Используя эти дополнительные входы и комбинационные схемы, можно осуществить начальную установку некоторого исходного заданного кода, а также осуществить сброс показаний счетчика при достижении другого заданного двоичного кода. Схема простого суммирующего счетчика по модулю 6, построенного на ос-

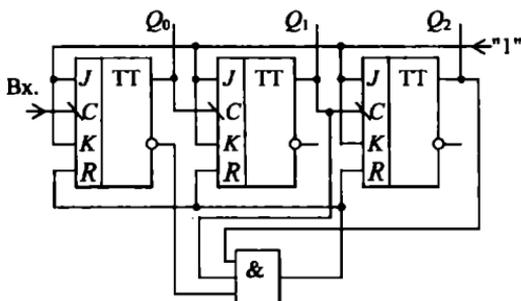


Рис. 3

нове трехразрядного счетчика, приведена на рис. 3. Как только на выходах этого счетчика появляется код числа 6 элемент И вырабатывает сигнал сброса и показания счетчика мгновенно обнуляются.

Счетчики широко используются в компьютерах для получения последовательности адресов команд, для деления частоты задающего кварцевого генератора, а вместе с дешифраторами — для генерации заданной последовательности логических сигналов и т. п.

Регистром называется совокупность триггеров, предназначенная для хранения двоичного слова. Обычно в регистрах дополнительно предусмотрены операции записи двоичного числа, его чтения, поразрядного сдвига, сброса регистра в нулевое состояние и т. п.

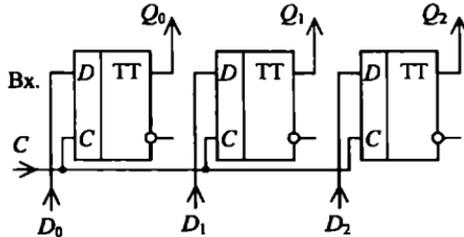


Рис. 4

Схема простейшего регистра на трех D -триггерах приведена на рис. 4. Входы D -триггеров используются для подачи записываемого двоичного слова. Запись осуществляется при появлении синхронизирующего импульса. Информацию из регистра можно прочесть с выходов Q_0 , Q_1 и Q_2 . Так как ввод и вывод кода в этом регистре происходят параллельно, то такой регистр называют *параллельным*.

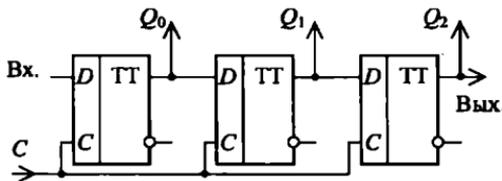


Рис. 5

В *последовательном* регистре (рис. 5), называемом также *сдвиговым* регистром, вводимый код подается на первый триггер регистра поразрядно, начиная со старшего разряда. Синхронизирующий импульс поступает на все триггеры регистра одновременно. При этом в каждом последующем триггере запоминается выходной сигнал от предыдущего триггера. Если регистр содержит N триггеров, то для его заполнения нужно подать N синхроимпульсов.

Вывод хранимого кода можно производить или параллельно, или последовательно с выходного триггера регистра при подаче дополнительных синхроимпульсов. Регистры широко используются в компьютерах в качестве элементов памяти и при построении арифметико-логических устройств микропроцессоров.

Контрольные вопросы и задачи

1. На электронный ключ последовательно подаются логические 0 и 1. Какие выходные сопротивления будет иметь электронный ключ в этих двух состояниях?
2. Укажите на переключательной характеристике диапазон входных и выходных напряжений, соответствующих неопределенному состоянию электронного ключа. Какое сопротивление имеет транзистор в этом состоянии ключа?
3. В современных микропроцессорах для увеличения быстродействия полевых транзисторов используют простой, но эффективный метод — уменьшение площади затворов полевых транзисторов. Как известно, максимальная рабочая (тактовая) частота полевых транзисторов обратно пропорциональна емкости затвор-подложка, а емкость затвора прямо пропорциональна его площади, а площадь в свою очередь пропорциональна квадрату технологической нормы (минимальной толщине проводника). Предполагая, что норма, равной 1 мкм, соответствует максимальной тактовой частоте 30 МГц, построить график зависимости максимальной тактовой частоты микропроцессора от величины используемых сегодня норм субмикронной технологии. Сравнить этот график с предельными рабочими частотами современных микропроцессоров.
4. Принимая диаметр атома равным 10^{-8} см, рассчитать число атомов, размещаемых по ширине проводящей дорожки современного микропроцессора при норме 0,07 мкм. Учитывая закон Мура, найти время, по истечении которого наступит предел роста сложности микропроцессоров, при условии, что проводящая дорожка по ширине должна насчитывать не менее 100 атомов.
5. Сравнивая схемы элемента ТТЛ и КМДП логического элемента, назовите причины, по которым в микропроцессорах используются элементы на полевых транзисторах.
6. Нарисуйте схемы дешифраторов, имеющих один вход и два выхода, а также три входа и восемь выходов.
7. Составьте схему шифратора с 4 входами и 2 выходами.
8. Постройте схему демультиплексора с двумя выходами.

Контрольные вопросы и задачи

- Используя полусумматор и полный сумматор, нарисуйте схему трехразрядного двоичного сумматора, предполагая, что от внешних устройств сигналы переноса не поступают.
- Нарисуйте временные диаграммы установки синхронного D -триггера в нулевое и единичное состояния.
- Используя элемент И-НЕ, нарисуйте схему D -триггера со статической синхронизацией.
- Можно ли собрать JK -триггер на основе асинхронного RS -триггера?
- Постройте схему четырехразрядного суммирующего двоичного счетчика с модулем, равным 12.
- Нарисуйте схему трехразрядного вычитающего счетчика с показаниями, изменяющимися от 7 до 2.
- Как с помощью элементов И, ИЛИ, НЕ можно построить реверсивный трехразрядный счетчик?
- Нарисуйте временную диаграмму записи в трехразрядный последовательный регистр двоичного кода, равного 101. Какой из регистров — последовательный или параллельный, имеет большее быстродействие?
- Используя регистры, счетчики, триггеры и комбинационные устройства, разработайте схемы двухразрядных блоков микропроцессора.

10. Цифровая обработка сигналов

10.1. Дискретизация и квантование

Цифровая обработка сигналов (ЦОС) — это преобразование формы или спектров сигналов с помощью компьютера. Для ввода и вывода информации в ЭВМ используются аналогово-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи. Типовая структурная схема цифровой

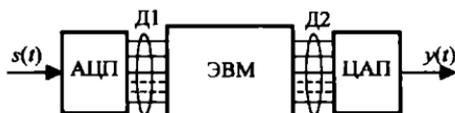


Рис. 1

обработки сигналов приведена на рис. 1. На этом рисунке: $s(t)$ и $y(t)$ — входной и выходной аналоговые сигналы; АЦП — аналого-цифровой преобразователь, в котором непрерывный сигнал преобразуется в последовательность слов на шине данных Д1; ЦАП — цифро-аналоговый преобразователь, осуществляющий обратное преобразование цифровых данных на шине Д2 в аналоговый сигнал.

В настоящее время цифровую обработку сигналов широко используют в телефонной связи и в относительно низкочастотной усилительной и приемопередающей технике. При использовании ЦОС улучшается качество систем обработки информации, увеличивается стабильность параметров устройств, а в области низких частот достигается существенное уменьшение массы и габаритов блоков и узлов.

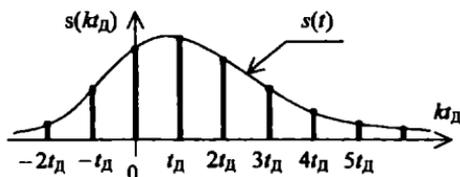


Рис. 2

Для осуществления ЦОС вначале проводится *дискретизация* аналогового сигнала $s(t)$, то есть взятие отсчетов в заданные моменты времени (рис. 2). Необходимость дискретизации сигнала обуславливается дискретным характером работы ЭВМ: компьютер изменяет свое

состояние, воспринимает и передает данные только через определенные моменты времени. Как правило, используется *равномерная дискретизация*, то есть взятие отсчетов через одинаковый промежуток времени t_d , называемый *периодом дискретизации*. В этом случае *дискретный сигнал* удобно записывать в виде последовательности $s(kt_d)$, где $k = \dots, -1, 0, 1, 2, \dots$, или в виде $s(k)$, понимая дискретный сигнал как конечное или бесконечное множество отсчетов $\{\dots, s(-t_d), s(0), s(t_d), s(2t_d), \dots\}$. На практике чаще используются конечные по длительности сигналы и конечные объемы выборки $N = 2^n$, где $n = 9, 10, 11, \dots$.

Дискретизацию можно осуществить с помощью простой схемы, содержащей электронный ключ (рис. 3). Ключ через равные промежутки времени t_d на короткое время замыкается и на нагрузке возникает импульс, амплитуда которого соответствует значению сигнала в заданный момент времени. Очевидно, что в промежутках между отсчетами информация, содержащаяся в аналоговом сигнале, будет потеряна. Возникает так называемая *погрешность дискретизации*. Оценим эту погрешность.

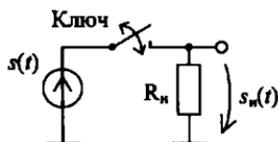


Рис. 3

Предположим, что длительность выходных импульсов в схеме рис. 3 столь мала, что для их математического описания можно использовать дельта-функции:

$$s_n(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(kt_d) \delta(t - kt_d). \quad (1)$$

Являясь аналоговым, этот импульсный сигнал служит однозначной моделью дискретного сигнала, так как содержит отсчеты входного сигнала. Импульсный сигнал (1) можно представить в виде произведения исходного сигнала $s(t)$ и последовательности дельта-импульсов $D(t)$, а именно: $s_n(t) = s(t) D(t)$, где

$$D(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kt_d). \quad (2)$$

Последовательность $D(t)$ в формуле (2) является периодической с периодом t_d и поэтому она может быть разложена в ряд Фурье

$$D(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{C}_n e^{jn\omega_d t}, \quad (3)$$

где $\omega_d = 2\pi/t_d$ — частота дискретизации.

Используя свойства дельта-функции, получим коэффициенты C_n ряда (3) в виде

$$\dot{C}_n = \frac{1}{t_d} \int_{-t_d/2}^{t_d/2} \delta(t) e^{jn\omega_d t} dt = 1/t_d. \quad (4)$$

Используя (4), импульсный сигнал $s_n(t)$ можно записать как

$$s_n(t) = s(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} (1/t_d) e^{jn\omega_d t}. \quad (5)$$

Применяя к обеим частям выражения (5) преобразование Фурье, получим комплексную спектральную плотность импульсного сигнала

$$S_n(j\omega) = \frac{1}{t_d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} S[j(\omega - n\omega_d)], \quad (6)$$

где $S(j\omega)$ — комплексная спектральная плотность исходного аналогового сигнала. Из полученного соотношения (6) следует, что спектр дискретизированного сигнала без учета коэффициента $1/t_d$ получается суммированием бесконечного числа "копий" спектра исходного аналогового сигнала. Эти "копии" спектра располагаются по оси частот через значения $2\pi/t_d$, равные частоте дискретизации $\omega_d = 2\pi f_d$.

На рис. 4 представлены некоторые идеализированные амплитудные спектры исходного аналогового сигнала и импульсного сигнала для двух частот дискретизации. Предполагается, что в спектре исходного сигнала определена верхняя граничная частота ω_B . Дискретизация в первом случае проведена с достаточно высокой частотой $\omega_d > 2\omega_B$, и поэтому исходный аналоговый сигнал в принципе можно восстановить из импульсного (дискретизированного) сигнала, используя идеальный фильтр низких частот с граничной частотой равной или несколько превышающей частоту ω_B . Во втором случае частота дискретизации выбрана меньше: $\omega_d < 2\omega_B$. Как видим, спектры соседних компонент здесь перекрываются, возникает эффект

"наложения спектров" и восстановление исходного сигнала с помощью фильтра невозможно.

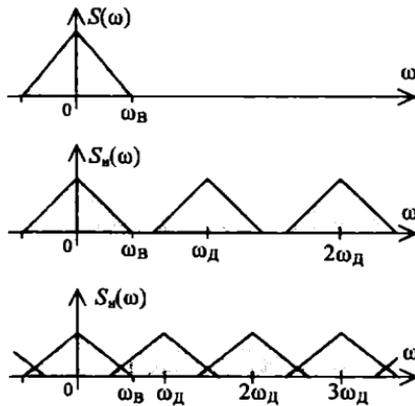


Рис. 4

Для идеального фильтра низких частот комплексный коэффициент передачи в области положительных частот равен

$$K(j\omega) = \begin{cases} K_0, & \omega \leq \omega_B, \\ 0, & \omega > \omega_B. \end{cases}$$

Используя обратное преобразование Фурье, найдем импульсную характеристику такого фильтра

$$g(t) = 2K_0 f_B \frac{\sin(2\pi f_B t)}{2\pi f_B t}, \quad (7)$$

где частота $f_B = \omega_B/2\pi$.

В выражении (7) коэффициент K_0 для удобства дальнейших вычислений выберем равным $1/(2f_B)$. Пусть частота дискретизации равна удвоенной верхней граничной частоте в спектре сигнала: $f_D = 2f_B$. Используя интеграл Дюамеля и стробирующие свойства дельта-функции, найдем сигнал на выходе фильтра

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(kT_D) \frac{\sin[\omega_B(t - kT_D)]}{\omega_B(t - kT_D)}. \quad (8)$$

Так как эффект наложения спектров отсутствует, то полученный сигнал идентичен исходному аналоговому сигналу: $y(t) = s(t)$. Формула (8) выражает *теорему Котельникова*: произвольный сигнал,

спектр которого не содержит частот выше f_B , может быть полностью восстановлен по отсчетам, взятым через равные промежутки времени T длительностью не более $1/(2f_B)$.

Отметим, что все реальные сигналы имеют бесконечно широкий спектр, так как длятся конечное время. Следовательно, при дискретизации этих сигналов всегда возникает некоторая погрешность, обусловленная эффектом наложения частот. Спектральные компоненты дискретного сигнала будут искажены, причем погрешность, как правило, будет возрастать с ростом частоты гармоники в спектре сигнала. На практике верхнюю частоту ω_B в спектре сигнала удобно определять по уровню шума, всегда имеющемуся в сигнале. В этом случае погрешность, обусловленная эффектом наложения частот, будет замаскирована шумами.

Как известно, в компьютере все данные представляются с конечным числом знаков после запятой. Это объясняется конечной разрядностью регистров и шины данных. Поэтому для введения информации в ЭВМ кроме дискретизации необходимо провести *квантование сигнала* — округление значений сигнала с заданной точностью. Квантование сигнала осуществляется в АЦП.

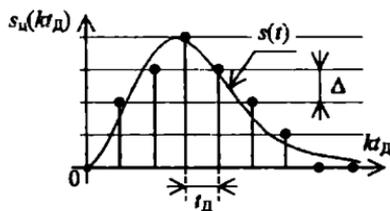


Рис. 5

Квантование проиллюстрировано на рис. 5. На этом рисунке жирными точками показан *цифровой сигнал* $s_{ц}(kT_d)$ — сигнал, полученный в результате дискретизации и квантования. Сплошной линией на рис. 5 показан исходный аналоговый сигнал. Пунктирными линиями нарисованы *уровни квантования*. Расстояние между этими уровнями называют *шагом квантования* Δ .

Из анализа кривых рис. 5 следует, что при квантовании возникает погрешность квантования $\varepsilon(kT_d) = s(kT_d) - s_{ц}(kT_d)$. Эту погрешность для совокупности произвольных входных сигналов можно считать дискретной случайной величиной.

На рис. 6 показан график погрешности квантования, соответствующий процессу квантования, приведенному на рис. 5. Перепишем формулу для погрешности квантования следующим образом: $s_{ц}(kt_D) = s(kt_D) - \varepsilon(kt_D)$. Из этого выражения следует, что сигнал $\varepsilon(kt_D)$ можно рассматривать как некоторый дополнительный шумовой сигнал — шум квантования. Этот шум добавляется к дискретному сигналу в процессе квантования.

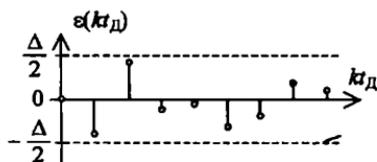


Рис. 6

Из анализа процесса квантования и рис. 6 следует, что для сложных информационных сигналов шум $\varepsilon(kt_D)$ можно рассматривать как случайную величину, значения которой равномерно распределены в диапазоне от $-\Delta/2$ до $+\Delta/2$. Плотность распределения вероятности случайной величины $\varepsilon(kt_D)$ приведена на рис. 7.

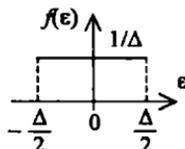


Рис. 7

Математическое ожидание для шума квантования, очевидно, будет равно нулю, а дисперсия

$$D(\varepsilon) = \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{+\frac{\Delta}{2}} \varepsilon^2 f(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{\Delta^2}{12}.$$

Зная дисперсию, найдем среднеквадратичное значение шума квантования: $\sigma = \sqrt{D} = \Delta/\sqrt{12}$, которое соответствует некоторому действующему, среднеквадратичному значению гармонического напряжения. Среднеквадратичное значение шума квантования определяется шагом квантования. Для обработки сигналов с высокой точностью не-

обходимо использовать АЦП с малым шагом Δ и соответственно с малым шумом квантования.

10.2. Аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи

Аналого-цифровой преобразователь (АЦП) — это устройство, в котором осуществляются дискретизация и квантование и которое преобразует входной аналоговый сигнал в цифровой сигнал. Цифровой сигнал на выходе АЦП представлен, как правило, сигналами на шине данных.

На практике используется большое число различных типов АЦП, выполненных по разным схемам. Рассмотрим устройство *параллельного АЦП*, часто используемого на практике. Электрическая схема

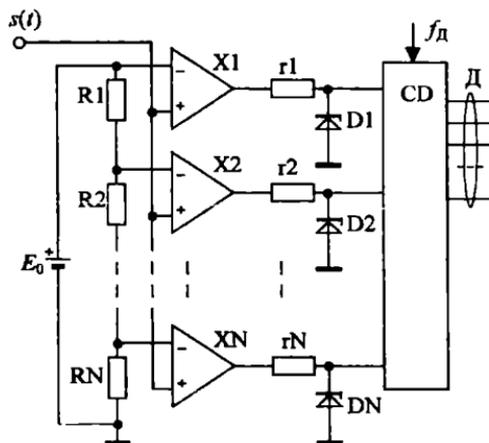


Рис. 1

этого АЦП показана на рис. 1. С помощью одинаковых резисторов R_1, R_2, \dots, R_N создаются уровни квантования с шагом квантования, равным падению напряжения на одном резисторе. Шаг и уровни квантования зависят от величины опорного стабилизированного напряжения E_0 .

Основная часть схемы АЦП — операционные усилители с резисторами и диодами. Эти усилители работают в качестве *компараторов* — устройств сравнения уровней двух сигналов. Если напряжение входного сигнала на неинвертирующем входе превышает опорное на-

10.2. Аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи

пряжение на инвертирующем входе, то на выходе ОУ возникает большое положительное напряжение, которое с помощью добавочного резистора и стабилитрона преобразуется в логическую единицу. Если входной сигнал $s(t)$ меньше опорного напряжения на инвертирующем входе, то на выходе операционного усилителя возникает отрицательное напряжение, которое с помощью открывающихся диодов D_1, D_2, \dots, D_N уменьшается практически до нуля и тем самым преобразуется в логический нуль. Если входное напряжение $s(t)$ равно нулю, то на выходах компараторов формируются логические нули. При плавном увеличении уровня входного сигнала компараторы будут последовательно, начиная с нижнего на рис. 1, срабатывать, выдавая на выходах логические единицы.

Шифратор CD осуществляет преобразование кода, поступающего с компараторов, в двоичный код шины данных Д. На шифратор АЦП поступает синхросигнал и изменения на шине данных происходят только при появлении синхроимпульса. Частота синхросигнала в этом случае будет задавать частоту дискретизации.

При быстрых изменениях входного сигнала и при наличии временных задержек в операционных усилителях и других элементах схемы могут возникать сбои в работе АЦП, обусловленные появлением синхросигнала в момент изменения уровней на входах шифратора. На выходе АЦП в этом случае появляется неправильный код. Для устранения этого явления на входе АЦП включают дополнительное устройство выборки-хранения (УВХ).

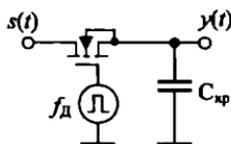


Рис. 2

Простейшая схема УВХ показана на рис. 2. Устройство включает электронный ключ на полевом транзисторе и накопительный конденсатор $C_{кп}$. При подаче короткого положительного импульса на затвор транзистора он открывается (ключ замкнут) и напряжение на конденсаторе становится равным входному (режим выборки). После окончания действия импульса полевой транзистор закрывается и напряжение на конденсаторе сохраняется неизменным (режим хранения). В этот

отрезок времени напряжение $u(t)$ поступает на схемы сравнения и после преобразования в виде логических уровней — на вход шифратора АЦП. Синхросигнал на шифратор подается после того, как на входах шифратора устанавливается соответствующая комбинация логических уровней.

Цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП) — это устройство, преобразующее последовательность входных кодов в соответствующий непрерывный выходной сигнал. Большинство ЦАП строятся с использованием цепочки R - $2R$. Электрическая схема цепочки приведена на рис. 3.

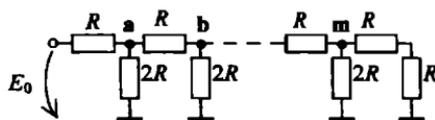


Рис. 3

На входе цепочки подключается источник опорного напряжения. Несложный анализ схемы показывает, что напряжения в узлах цепочки a, b, \dots, m отличаются друг от друга в два раза. Например, напряжение в точке a равно $E_0/2$, так как сопротивление всех элементов цепочки, включенных между этим узлом и корпусом, равно R . Учитывая, что сопротивление между узлом a и клеммой опорного источника тоже равно R , получим резистивный делитель напряжения в два раза. Аналогично доказывается, что напряжение в точке b равно $E_0/4$ и т. д. Чем дальше от источника расположены узлы в цепочке, тем меньше напряжение на них.

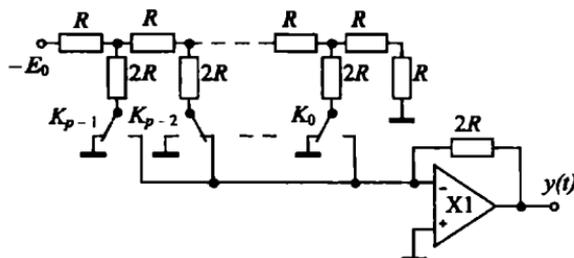


Рис. 4

Электрическая схема ЦАП, содержащая цепочку R - $2R$, приведена на рис. 4. Входное двоичное слово, имеющее p разрядов, управляет работой электронных ключей $K_i, i = 0, 1, 2, \dots, p - 1$, схемы. Если в i -м

10.2. Аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи

разряде входного слова установлена логическая единица, то $K_i = 1$ и соответствующее напряжение с цепочки $R-2R$ с помощью электронного ключа подается на вход ОУ. Так как величина коэффициента усиления ОУ определяется отношением сопротивлений резисторов, включенных в цепи обратной связи и на входе схемы, а эти сопротивления одинаковы, то коэффициент передачи инвертирующего усилителя относительно напряжений в точках a, b, \dots, m равен 1. Следовательно, с помощью операционного усилителя осуществляется суммирование тех напряжений в узлах цепочки $R-2R$, которые подключены к ОУ через электронные ключи. Учитывая, что наименьшее напряжение в точке m цепочки $R-2R$ соответствует шагу квантования сигнала, напряжение на выходе ЦАП записываем в виде

$$y = (2^{p-1}K_{p-1} + \dots + 2^1K_1 + 2^0K_0) \Delta,$$

где коэффициенты электронных ключей $K_i \in \{0, 1\}$, а Δ — шаг квантования, равный $E_0/2^p$.

На рис. 5 приведен сигнал на выходе трехразрядного ЦАП. На вход ЦАП последовательно подаются следующие коды: 000, 001, 011, 010, 101, 001, 000. Выходное напряжение ЦАП имеет ступенчатый

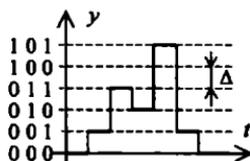


Рис. 5

вид. Для уменьшения ступенек на выходе ЦАП обычно устанавливают фильтр низких частот.

Для высокоточной цифровой обработки сигналов в измерительной технике используются АЦП с большим числом уровней квантования. Такие АЦП трудно изготовить, используя параллельную схему, так как потребуется очень большое число компараторов. Например, для десятиразрядного АЦП потребуется более 1000 компараторов. В этом случае используются АЦП, выполненные по схеме *поразрядного уравновешивания* (рис. 6). Входной сигнал в этой схеме подается на неинвертирующий вход компаратора К. На другой вход компаратора, для сравнения, подается опорный сигнал с ЦАП.

Блок управления БУ вырабатывает двоичный выходной код y_0, y_1, \dots, y_{p-1} , поступающий на вход ЦАП. Суть поразрядного уравнивания заключается в следующем. В начале цикла преобразования блок управления вырабатывает на выходе единицу только в старшем разряде y_{p-1} . Этот код поступает на ЦАП и на выходе ЦАП возникает напряжение, равное примерно половине максимально-допустимого входного напряжения. Если входное напряжение больше этого опорного напряжения, то компаратор вырабатывает импульс, который поступает в БУ, и единица в старшем разряде фиксируется. Если входное напряжение меньше опорного, то единица в старшем разряде сбрасывается. На втором этапе преобразования единица устанавлива-

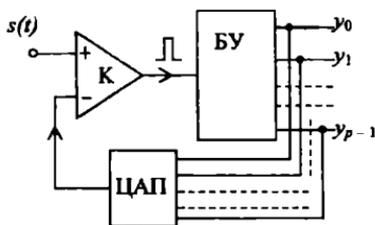


Рис. 6

ется в следующем разряде y_{p-2} и проводится сравнение входного напряжения с новым опорным напряжением, в результате которого фиксируется или сбрасывается единица в разряде y_{p-2} . Процесс сравнения продолжается до тех пор, пока не установятся все p разрядов на выходе блока управления. Очевидно, что АЦП с поразрядным уравниванием при прочих равных условиях работает примерно в p раз медленнее по сравнению с параллельным АЦП.

Аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи устанавливаются на входе и выходе устройства цифровой обработки сигналов. Центральное место в таких устройствах занимает ЭВМ и алгоритмы ее работы.

10.3. Цифровые фильтры

Наиболее часто на практике устройство цифровой обработки сигналов осуществляет линейную фильтрацию для выделения из цифрового сигнала некоторого полезного сигнала.

Цифровой фильтр — это цифровое устройство или способ обработки цифровых сигналов на ЭВМ, с помощью которых осуществляется выделение полезных сигналов в определенном диапазоне частот. Цифровой фильтр выполняет такую же задачу, как и аналоговый фильтр, выполненный на катушках, конденсаторах и резисторах.

Различают цифровые фильтры, реализованные в виде специализированной ЭВМ, включающей набор специализированных микросхем, и цифровые фильтры, реализованные в виде программы для универсальной ЭВМ. Специализированные ЭВМ, как правило, содержат запоминающие устройства и несколько арифметико-логических блоков сложения и умножения. Универсальные ЭВМ, напротив, как правило, строятся на одном быстродействующем процессоре.

И в первом, и во втором случаях можно выделить три базовых элемента, с использованием которых строится цифровой фильтр: эле-

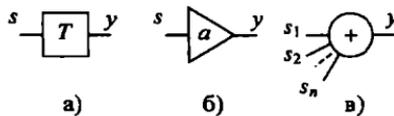


Рис. 1

мент памяти (задержки), умножитель и сумматор. Условные обозначения этих элементов приведены на рис. 1, а, б, в, соответственно. В зависимости от реализации ЦФ под элементом понимается или специализированная микросхема, или оператор в программе. Для простоты шумами квантования в этих элементах в дальнейшем будем пренебрегать. Вместо цифровых сигналов в этом случае можно использовать дискретные сигналы.

Дискретный сигнал $y(k t_{\text{д}})$ на выходе цифрового элемента памяти (задержки) равен задержанному на один такт входному сигналу:

$$y(k t_{\text{д}}) = s(k t_{\text{д}} - t_{\text{д}}), \quad (1)$$

где номер отсчета $k = 0, 1, 2, \dots$; $t_{\text{д}}$ — период дискретизации. В умножителе уровень входного сигнала изменяется в a раз:

$$y(k t_{\text{д}}) = a s(k t_{\text{д}}). \quad (2)$$

Сумматор осуществляет суммирование нескольких входных сигналов:

$$y(k t_{\text{д}}) = s_1(k t_{\text{д}}) + s_2(k t_{\text{д}}) + \dots + s_n(k t_{\text{д}}). \quad (3)$$

На рис. 2 в качестве примера приведена схема цифрового фильтра низких частот первого порядка. Порядок цифрового фильтра определяется числом элементов памяти.

По сравнению с аналоговыми фильтрами цифровые фильтры имеют следующие преимущества. На низких частотах масса и габариты цифрового фильтра меньше, чем масса и габариты аналогового фильтра. Например, все три элемента цифрового фильтра, схема которого приведена на рис. 2, можно изготовить в одном микрочипе. В то же время аналоговый фильтр должен включать конденсаторы или катушки, имеющие на низких частотах большие вес и габариты. Цифровой фильтр в отличие от аналогового фильтра имеет стабильные параметры, которые не зависят от температуры, вибраций, влажности и т. п. Наконец, цифровой фильтр практически не требует настройки своих параметров и при правильном монтаже сразу готов к работе.

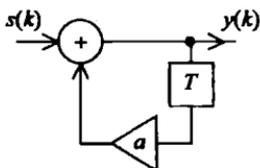


Рис. 2

Для цифрового фильтра основным сигналом при анализе его частотных характеристик является дискретный гармонический сигнал

$$s(kT_d) = S_m \cos(\omega kT_d + \varphi_0) = \operatorname{Re} \left\{ \dot{S}_m e^{j\omega kT_d} \right\}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

Период дискретизации T_d гармонического сигнала выбирается так, чтобы частота дискретизации как минимум в два раза превышала частоту гармонического сигнала: $\omega_d \geq 2\omega$. Из формулы (4) следует, что дискретный гармонический сигнал, как и аналоговый, можно характеризовать комплексной амплитудой \dot{S}_m .

Рассмотрим преобразование гармонического сигнала и его комплексной амплитуды в элементах цифрового фильтра. При подаче сигнала (4) на вход умножителя сигнал на выходе умножителя в соответствии с (2) имеет вид

$$y(kT_d) = a \operatorname{Re} \left\{ \dot{S}_m e^{j\omega kT_d} \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \dot{Y}_m e^{j\omega kT_d} \right\}, \quad (5)$$

где комплексная амплитуда $\dot{Y}_m = a\dot{S}_m$.

Следовательно, комплексная амплитуда гармонического сигнала при прохождении через умножитель изменяется в a раз. В соответствии с (3) при подаче гармонических сигналов на сумматор сигнал на его выходе записывается в виде

$$y(kT_d) = \operatorname{Re}\{\dot{S}_{m1}e^{j\omega kT_d}\} + \operatorname{Re}\{\dot{S}_{m2}e^{j\omega kT_d}\} + \dots = \operatorname{Re}\{(\dot{S}_{m1} + \dot{S}_{m2} + \dots)e^{j\omega kT_d}\}.$$

Следовательно, комплексная амплитуда сигнала на выходе сумматора с n входами равна

$$\dot{Y}_m = \dot{S}_{m1} + \dot{S}_{m2} + \dots + \dot{S}_{mn}. \quad (6)$$

При подаче гармонического сигнала (4) на вход элемента памяти на его выходе в соответствии с (1) получим

$$y(kT_d) = s(kT_d - t_d) = \operatorname{Re}\{\dot{S}_m e^{j\omega(kT_d - t_d)}\} = \operatorname{Re}\{\dot{Y}_m e^{j\omega kT_d}\}, \quad (7)$$

где комплексная амплитуда выходного сигнала равна $\dot{Y}_m = \dot{S}_m e^{-j\omega t_d}$. Следовательно, гармонический сигнал при прохождении через элемент задержки приобретает дополнительный фазовый сдвиг.

Из полученных формул (5), (6) и (7) следует, что все базовые элементы цифрового фильтра не изменяют форму гармонического сигнала. Изменяются только комплексные амплитуды. Так как цифровой фильтр любой сложности состоит только из трех рассмотренных элементов, то при подаче на вход цифрового фильтра гармонического сигнала на его выходе также получим гармонический сигнал.

Отношение комплексных амплитуд входного и выходного сигналов называется *дискретным комплексным коэффициентом передачи* цифрового фильтра

$$K_d = \frac{\dot{Y}_m}{\dot{S}_m}. \quad (8)$$

Этот комплексный коэффициент передачи — основная характеристика цифрового фильтра. По его значениям можно определить полосу пропускаемых частот и тип фильтра.

Используя (8), найдем дискретный коэффициент передачи цифрового фильтра первого порядка, схема которого приведена на рис. 2. Выходной сигнал этого фильтра поступает на вход элемента задержки. Комплексная амплитуда сигнала на выходе элемента памяти имеет вид $\dot{Y}_m e^{-j\omega t_d}$. С элемента памяти сигнал в свою очередь поступает на умножитель. На выходе умножителя получим комплексную амплиту-

ду $a\dot{Y}_m e^{-j\omega t_d}$. Выходной сигнал с умножителя и входной сигнал $s(kt_d)$ поступают на два входа сумматора. Следовательно, комплексная амплитуда выходного сигнала цифрового фильтра равна $\dot{Y}_m = \dot{S}_m + a\dot{Y}_m e^{-j\omega t_d}$. Разделив левую и правую части этого равенства на комплексную амплитуду входного гармонического сигнала после преобразований, получим дискретный комплексный коэффициент передачи цифрового фильтра первого порядка:

$$K_d = \frac{\dot{Y}_m}{\dot{S}_m} = \frac{1}{1 - a e^{-j\omega t_d}}$$

Модуль этого коэффициента дает АЧХ цифрового фильтра. График АЧХ цифрового фильтра при $a = 0,5$ приведен на рис. 3. Как видим, рассматриваемый фильтр является фильтром низких частот. Отметим, что в соответствии с теоремой Котельникова частота f входного гармонического сигнала, приведенная на рис. 3, изменяется в диапазоне от нуля до половины частоты дискретизации.

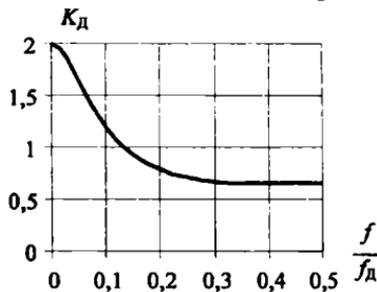


Рис. 3

Кроме частотных характеристик для описания работы цифрового фильтра используются временные характеристики. В общем случае работа цифрового фильтра описывается *линейным разностным уравнением* с постоянными коэффициентами

$$b_n y(k-n) + \dots + b_1 y(k-1) + y(k) = d_m s(k-m) + \dots + d_0 s(k),$$

где для простоты во всех аргументах дискретных функций опущено время t_d . Например, анализируя схему фильтра первого порядка (рис. 2), легко получить следующее разностное уравнение:

$$b_1 y(k-1) + y(k) = s(k),$$

где $b_1 = -a$.

Цифровой фильтр называется *рекурсивным*, если в его структуре есть хотя бы одна обратная связь. Обратным связям соответствуют не равные нулю коэффициенты b_i , $i = 1, 2, \dots, n$, в разностном уравнении (10). Если все коэффициенты $b_i = 0$, то фильтр называется *нерекурсивным*.

Для цифрового фильтра испытательным сигналом является единичный импульс $\delta(k_{\text{д}})$:

$$\delta(k_{\text{д}}) = \begin{cases} 1, & k = 0, \\ 0, & k \neq 0. \end{cases}$$

Реакция на этот испытательный сигнал называется *импульсной характеристикой* цифрового фильтра. Пример импульсной характеристики представлен на рис. 4. Импульсную характеристику легко рассчитать по разностному уравнению или по схеме фильтра.

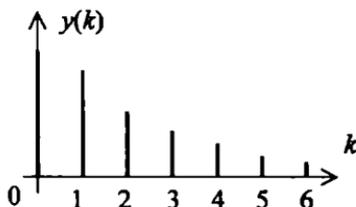


Рис. 4

Зная импульсную характеристику, можно оценить устойчивость цифрового фильтра. Если сумма модулей отсчетов импульсной характеристики стремится к бесконечности, то цифровой фильтр будет неустойчивым. Если эта сумма конечна, то фильтр устойчив. Например, легко заметить, что импульсная характеристика нерекурсивного фильтра конечна и поэтому этот фильтр всегда устойчив. Для цифровой обработки сигналов необходимо использовать устойчивые цифровые фильтры.

10.4. Дискретное преобразование Фурье

В устройствах цифровой обработки сигнала, кроме рассмотренной выше работы ЭВМ в качестве цифрового фильтра, часто на компьютер возлагают задачу расчета спектров обрабатываемых сигналов. При анализе дискретных и цифровых сигналов спектры удобно находить с

помощью дискретного преобразования Фурье (ДПФ). ДПФ определяет представление дискретного или цифрового сигнала на конечном интервале времени в виде суммы дискретных гармонических сигналов.

Известно, что аналоговый периодический сигнал $s(t)$, принадлежащий на отрезке времени T пространству L_1 , можно представить в виде ряда Фурье

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \dot{C}_n e^{jn\Omega t},$$

где $e^{jn\Omega t}$ — базисные гармонические функции. $\Omega = 2\pi/T$ — частота основной гармоники, T — период.

Продискретизируем указанные базисные функции и рассмотрим свойства полученных дискретных сигналов. Пусть t_d — период дискретизации. Тогда дискретные базисные функции записываются в виде

$$e^{jn\Omega_d k} = e^{jn \frac{2\pi}{T/t_d} k} = e^{j \frac{2\pi}{N} nk}, \quad (1)$$

где n — номер гармоники, k — номер отсчета, $N = T/t_d$ — объем выборки, т. е. число анализируемых отсчетов сигнала на отрезке времени, равном T . В большинстве современных устройств ЦОС используются объемы выборки $N \geq 512$. Номер гармоники n можно рассматривать как нормированную частоту, а номер отсчета k — как нормированное время. Все значения базисных функций (1) расположены на окружности единичного радиуса.

$$N = 8 \quad k = 1$$

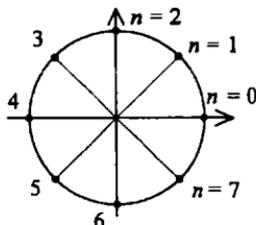


Рис. 1

При $N = 8$ эти значения показаны на рис. 1 в момент времени, соответствующий $k=1$. Из анализа рис. 1 следует, что только восемь

первых гармоник отличаются друг от друга своими значениями. Значения восьмой гармоники совпадают со значениями нулевой гармоники; девятой — с первой и т. д. Аналогичный вывод получим для других моментов времени при $k = 2, 3, 4, \dots$. Следовательно, для представления цифрового сигнала базисная система должна включать только N базисных функций. Число независимых гармоник, образующих полную систему, равно объему выборки. Действительно, дискретные сигналы, заданные N отсчетами, образуют евклидово пространство конечной размерности, равной N . Поэтому любой базис в этом пространстве содержит N базисных функций.

Таким образом, для представления N отсчетов дискретных сигналов можно использовать следующую конечную сумму:

$$s(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \dot{C}_n e^{j\frac{2\pi}{N}nk} \quad (2)$$

Здесь \dot{C}_n — комплексная амплитуда n -й гармоники в спектре дискретного сигнала.

Для определения коэффициентов \dot{C}_n умножим левую и правую части формулы (2) на базисную функцию $\exp(-j2\pi rk/N)$ и просуммируем получившиеся произведения по k :

$$\sum_{k=0}^{N-1} s(k) e^{-j\frac{2\pi}{N}rk} = \sum_{k=0}^{N-1} \left(e^{-j\frac{2\pi}{N}rk} \sum_{n=0}^{N-1} \dot{C}_n e^{j\frac{2\pi}{N}nk} \right).$$

Учитывая ортогональность дискретных базисных функций

$$\sum_{k=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi}{N}nk} e^{-j\frac{2\pi}{N}rk} = \begin{cases} N & \text{при } n = r, \\ 0 & \text{при } n \neq r, \end{cases}$$

получим формулу для расчета спектральных коэффициентов в разложении (2)

$$\dot{C}_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} s(k) e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}. \quad (3)$$

Формула (3) носит название *прямого* дискретного преобразования Фурье (ДПФ), а формула (2) — *обратного* дискретного преобразования Фурье (ОДПФ). Отметим, что ДПФ и ОДПФ вводятся для периодических последовательностей. Однако эти преобразования можно

применять для представления последовательностей конечной длины, если последние периодически продолжить.

Дискретное преобразование Фурье широко используется для расчета спектров сигналов. Кроме того, прямое и обратное преобразования Фурье применяют для построения цифровых фильтров в соответствии со схемой, приведенной на рис. 2. После проведения ДПФ спектральные компоненты \hat{C}_n умножаются на заданные значения комплексного коэффициента передачи фильтра $K(jn\Omega)$. В качестве фильтра-прототипа можно выбрать ФНЧ, ФВЧ, ПФ или ЗФ. Выполняя затем ОДПФ, на выходе устройства получим отфильтрованный выходной сигнал $y(k)$.

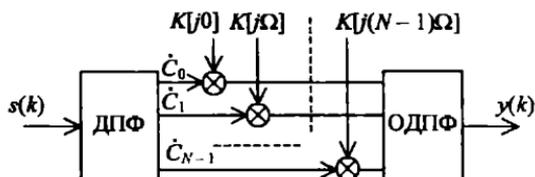


Рис. 2

Для увеличения точности цифровой обработки сигналов используются большие объемы выборки. Из анализа формулы (3) следует, что для расчета всех N коэффициентов спектра необходимо выполнить примерно N^2 комплексных умножений и сложений. Так как операция умножения по сравнению с операцией сложения, как правило, имеет на порядок большую сложность, то в дальнейшем для простоты будем учитывать только операции комплексного умножения. При больших объемах выборки N вычислительные затраты быстро увеличиваются. *Быстрое преобразование Фурье (БПФ)* — это специальный алгоритм вычисления ДПФ (или ОДПФ), обеспечивающий уменьшение времени вычислений. Использование БПФ позволяет существенно сократить число арифметических операций при расчете спектров.

Основная идея БПФ заключена в разбиении входного массива на части N_1 меньшего размера: $N_1 < N$, — число операций с этими частями уменьшается по квадратичному закону: $N_1^2 \ll N^2$. Так как такое разбиение можно провести разными способами, то имеется много различных алгоритмов БПФ. При реализации большинства алгоритмов БПФ, как правило, объем выборки удобно взять равным степени двойки: $N = 2^p$, где $p = 2, 3, 4, \dots$

Рассмотрим часто используемый алгоритм с прореживанием во времени. Разобьем входную последовательность $s(k)$ на две $N/2$ -точечные последовательности $s_1(k)$ и $s_2(k)$, причем $s_1(k)$ состоит из четных членов, а $s_2(k)$ — из нечетных членов исходного сигнала $s(k)$. Дискретное преобразование Фурье исходной последовательности $s(k)$

$$\dot{C}_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} s(k) e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}$$

в этом случае запишется в виде

$$\dot{C}_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N/2-1} s(2k) e^{-j\frac{2\pi}{N}2nk} + \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N/2-1} s(2k+1) e^{-j\frac{2\pi}{N}(2n+1)k}$$

Обозначая $\exp(-j\frac{2\pi}{N}) = W_{N/2}$ и учитывая, что $s_1(k) = s(2k)$, а $s_2(k) = s(2k+1)$, получим

$$\dot{C}_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N/2-1} s_1(k) W_{N/2}^{nk} + \frac{1}{N} W_N^k \sum_{k=0}^{N/2-1} s_2(k) W_{N/2}^{nk}$$

Из анализа полученной формулы следует, что N -точечное ДПФ может быть получено суммированием двух $N/2$ -точечных ДПФ. При больших N это позволяет уменьшить число операций примерно в два раза. Затем аналогично поступаем с последовательностями $s_1(k)$ и $s_2(k)$, деля каждую из них на две части. Выигрыш увеличивается еще в два раза. Этот прием используем до тех пор, пока в анализируемых последовательностях останется всего по два отсчета.

На рис. 3 представлена последовательность операций при выполнении восьмиточечного быстрого преобразования Фурье ($N = 8$). Передача по ветви указывается рядом с ветвью. По умолчанию передача равна единице, если коэффициент не указан. Сигналы ветвей, входящих в узел, суммируются.

Подсчитывая ветви с передачами вида W_8^k , получим, что при использовании БПФ число комплексных умножений равно $N \log_2 N$. Если учесть, что $W_8^0 = 1$, $W_8^4 = -1$, и в этом случае умножений не требуется, то число комплексных умножений уменьшается примерно до $(N/2) \log_2 N$. Из этой формулы следует, что при использовании БПФ обеспечивается выигрыш в производительности примерно в $(2N/\log_2 N)$ раз.

БПФ широко используется в устройствах быстродействующей цифровой обработки сигналов. В области низких частот с использованием БПФ осуществляется обработка сигналов в реальном масштабе времени.

Для ЦОС в настоящее время широко используются специализированные интегральные схемы — *цифровые процессоры сигналов*. В их составе имеются АЦП, ЦАП, быстродействующие перемножители,

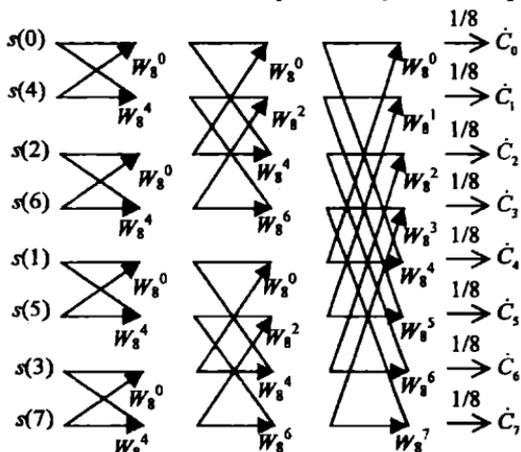


Рис. 3

скоростные сумматоры и запоминающие устройства. Цифровые процессоры сигналов позволяют с минимальными затратами на программирование осуществить БПФ или цифровую фильтрацию сигналов.

Контрольные вопросы и задачи

1. Рассчитайте частоту дискретизации последовательности прямоугольных импульсов с амплитудой 5 В, длительностью импульса $\tau = 1$ мс, периодом повторения импульсов $T = 5$ мс. Верхняя граничная частота этого сигнала определяется уровнем шума, с амплитудой, равной 10 мВ.
2. Объясните возникающий при просмотре кинофильмов эффект вращения колеса в обратную сторону (или остановки вращения) при движении автомобиля, если известна частота смены кадров при съемке.
3. Как можно уменьшить шум квантования при программной реализации на ЭВМ цифровой обработки сигналов?
4. Рассчитайте среднеквадратичное значение шума квантования в десятиразрядном АЦП, если этот АЦП преобразовывает напряжение в диапазоне от 0

до $U_{\max} = 10$ В. Важным параметром цифровых систем воспроизведения звука является динамический диапазон, рассчитываемый по формуле $D = 20 \lg(U_d/\sigma)$, U_d — максимальное действующее напряжение гармонического сигнала, равное $0,707(U_{\max}/2)$, σ — среднеквадратичное значение шума квантования. Для высококачественных цифровых систем динамический диапазон D не должен быть хуже 86 дБ. Отвечает ли рассматриваемый АЦП этим требованиям?

5. Как изменятся характеристики параллельного АЦП при подаче опорных уровней на неинвертирующие входы ОУ?
6. Изобразите выходной сигнал трехразрядного ЦАП, если на его входы поступают от трехразрядного двоичного счетчика возрастающие (от нуля) значения двоичных кодов. Чему будет равен период выходного сигнала, если коды на входе ЦАП изменяются с частотой 10 кГц?
7. Пусть быстродействия параллельного АЦП и АЦП поразрядного уравнивания определяются компараторами. Во сколько раз параллельный АЦП будет работать быстрее, чем АЦП поразрядного уравнивания, если выходные коды этих АЦП содержат N разрядов?
8. Опишите элементы цифрового фильтра на языке высокого уровня. Напишите программу цифровой фильтрации, соответствующую цифровому фильтру низких частот первого порядка с коэффициентом умножения, равным 0,5.
9. Рассчитайте импульсную характеристику рекурсивного цифрового фильтра первого порядка с коэффициентом умножения умножителя $a = 1$. Какова устойчивость этого фильтра?
10. Каким будет сигнал на выходе цифрового ФНЧ первого порядка, если на его вход ошибочно, нарушая условия Котельникова, подать гармонический сигнал с частотой больше, чем половина частоты дискретизации? Нарисуйте графики входного и выходного сигналов.
11. Опишите пространство дискретных сигналов с конечной выборкой N . Докажите, что простейшим ортогональным базисом в этом пространстве является совокупность сигналов $\{1, 0, 0, \dots\}$, $\{0, 1, 0, \dots\}$, $\{0, 0, 1, \dots\}$,....
12. Изобразите схему ФНЧ, выполненного на основе ДПФ и ОДПФ. Можно ли с помощью этой схемы реализовать идеальную прямоугольную АЧХ?
13. Используя приведенное в пособии графическое представление операций БПФ для $N = 8$, изобразите последовательность операций четырехточечного преобразования Фурье с прореживанием во времени.
14. Проведите сравнительный анализ безопасности от несанкционированного доступа в двух системах передачи речевых сигналов — аналоговой и цифровой.

Часть II. Практикум на Electronics Workbench

Введение

В практикум включены задания по трем разделам курса: "Основы теории электрических цепей и сигналов", "Полупроводниковые приборы, усилители и аналоговые преобразователи" и "Импульсные и цифровые устройства".

Все задания в практикуме являются многовариантными, что позволяет каждому студенту самостоятельно выполнять индивидуальное задание и познакомиться с различными цепями, электронными устройствами и сигналами, используемыми в радиоэлектронике. Во всех заданиях N — номер варианта, задаваемый преподавателем или равный номеру студента в журнале (зачетной книжке). Кроме того задания рассчитаны на выполнение двумя группами в потоке (группа 1 и группа 2). Предполагается, что в группах не более 24 студентов.

В практикуме приведено больше работ, чем требуется по программе обучения. Некоторые задания имеют близкие темы (например, методы ряда и интеграла Фурье, преобразования Лапласа). Это дает возможность преподавателю и обучающемуся учитывать особенности учебного процесса, разную степень подготовленности студентов, организационные и технические возможности обучения и т. п.

В каждом задании предусмотрено решение небольшой аналитической задачи, результаты решения которой сравниваются с машинными расчетами. Задания содержат основную и дополнительную части. Дополнительные пункты задания помечены звездочками. Основная часть задания обязательна для выполнения. Дополнительные пункты задания используются для углубленной проработки учебного материала (и, например, для оценки работы студента по пятибалльной системе).

Задания, содержащиеся в практикуме, выполняются с использованием программы моделирования Electronics Workbench. Однако для выполнения заданий можно использовать аналогичные по возможностям программы Micro-Cap, CircuitMaker, Tanner T-Spice, PSpice, OrCad и другие.

Краткие сведения о программе Electronics Workbench

Структура программы моделирования

Структурная схема программы машинного моделирования представлена на рис. 1. Кратко опишем основные части программы.

База данных элементов цепи в современной программе моделирования содержит сведения о большом числе элементов — резисторов,

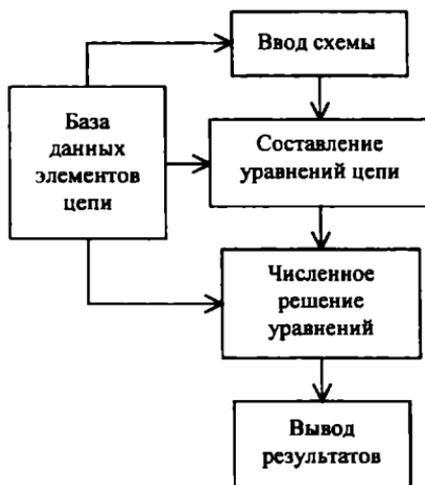


Рис. 1

конденсаторов, катушек, диодов транзисторов, микросхем и т. д. Каждый элемент в базе данных представляется эквивалентной схемой и описанием параметров элемента. Чем сложнее элемент, тем больше в эквивалентной схеме идеальных резисторов, конденсаторов, катушек, источников напряжения и тока.

Ввод схемы устройства осуществляется с использованием базы данных, — из нее вызываются нужные элементы. При этом на экране дисплея рисуется условное обозначение элемента, даются название (тип) и основные параметры. Элементы соединяются проводами. В программе моделирования создается внутреннее описание схемы, состоящее из перечня используемых элементов, указания номеров узлов, к которым подключен элемент, и записей дополнительной информа-

ции о типе элемента, его параметрах и т. п. Нумерация узлов схемы производится автоматически по мере добавления новых элементов. Корпусу схемы, как правило, присваивается номер 0.

Составление уравнений цепи базируется на использовании уравнений элементов (включая законы Ома) и уравнений соединений (законов Кирхгофа). При этом используются внутреннее описание схемы и эквивалентные схемы элементов. Для уменьшения числа уравнений в программах машинного моделирования используются методы узловых напряжений и контурных токов. (Последний метод используется реже и, в основном, для анализа подсхем со связанными катушками индуктивности.) Алгоритмы составления уравнений цепи относительно просты. Например, процесс составления узловых уравнений цепи состоит из последовательного перебора всех узлов схемы (исключая узел, соединенный с корпусом) и учета проводимостей всех элементов, подключенных к этим узлам. Последовательный перебор контуров схемы позволяет получить контурные уравнения. Параметры элементов, необходимые для записи уравнений, запрашиваются из базы данных.

Решение уравнений цепи проводится с использованием хорошо отработанных численных методов. Для уменьшения вычислительных затрат уравнения решаются отдельно для разных видов сигналов. Наиболее часто используются расчет цепей на постоянном токе (режим DC), при малых гармонических воздействиях (режим AC), а также в переходном режиме (режим Transient). В последнем случае токи и напряжения могут изменяться сложным образом. Их амплитуды могут достигать больших величин, при которых возникает нелинейный режим работы устройства. При решении нелинейных уравнений из базы данных дополнительно запрашиваются нелинейные характеристики элементов.

Вывод результатов в современных программах машинного моделирования осуществляется в графическом (графики, диаграммы, рисунки и т. п.) и текстовом виде. Полученные данные можно вывести на экран монитора, на принтер или записать в файл.

В настоящее время в мире применяется большое число разнообразных программ машинного моделирования. Наиболее часто в учебных заведениях используется программа Electronics Workbench (фирма Interactive Image Technologies). Согласно данным фирмы в настоящее время насчитывается более 100 тысяч зарегистрированных

Краткие сведения о программе Electronics Workbench

пользователей программы. Для изучения основ радиозлектроники достаточно использовать демонстрационную версию программы, которую можно найти в сети Internet.

Интерфейс программы Electronics Workbench

Программа Electronics Workbench v.5 (EWB) имитирует реальное рабочее место исследователя — радиоэлектронную лабораторию, оборудованную измерительными приборами, работающими в реальном масштабе времени. С помощью программы можно создавать, моделировать и исследовать как простые, так и сложные аналоговые и цифровые радиоэлектронные устройства. Для работы программы требуется операционная система Windows 95/98/Me/NT/2000/XP.

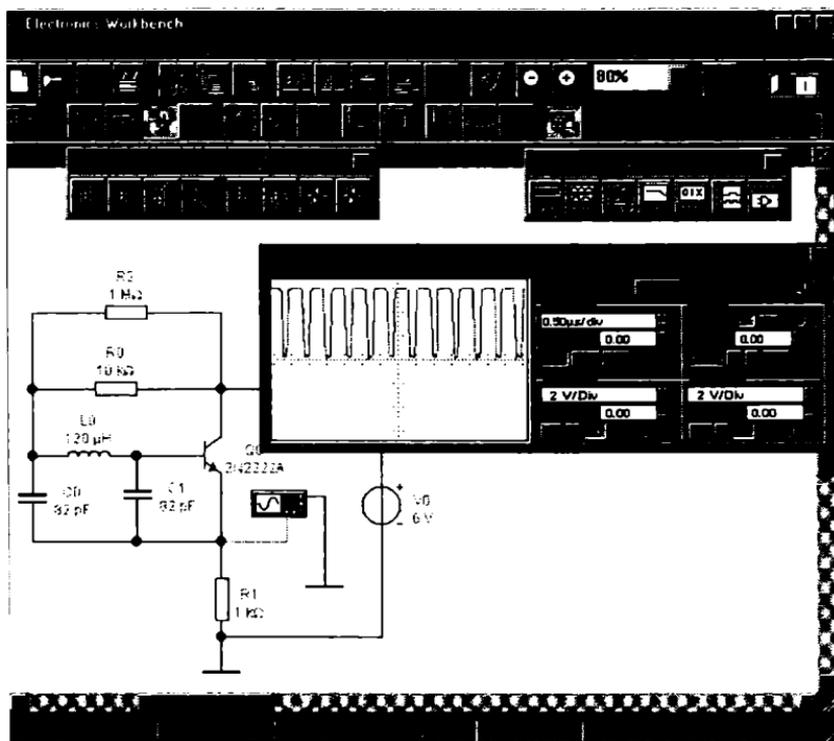


Рис. 1. Окно программы EWB

Главное окно программы показано на рис. 1. Как видим, программа имеет стандартный оконный интерфейс пользователя.

Окно меню команд находится в верхней части главного окна программы. Работа с программой, как правило, начинается с выбора пункта меню File и с загрузки из папки примеров (... \Samples) одного из файлов, с описанием схемы типового радиоэлектронного устройства. Например, на рис. 1 показана схема автогенератора (файл 2M-OSCIL.EWB).

Окно схемы занимает центральную основную область окна программы. В этом окне, используя радиоэлементы и соединительные провода, создают и редактируют электрические цепи. В этом окне на рис. 1 изображена схема автогенератора на транзисторе с подключенным осциллографом (правую верхнюю часть схемы закрывает развернутое окно осциллографа).

Окно значков (иконки) располагается выше окна схемы. Оно включает две линейки. Верхняя линейка значков дублирует команды меню. Вторая линейка иконок, располагающаяся непосредственно над окном схемы, используется для выбора радиоэлементов и измерительных приборов, подключаемых к цепи. На рис. 1 показаны *окно выбора элементов* — диодов (Diodes) и *окно выбора измерительных приборов* (Instruments).

Значок активизации и остановки расчета схемы (*Activate/Stop*), а также *значок паузы* (*Resume*) располагаются в правом верхнем углу окна программы. Иконка Activate/Stop изображена в виде выключателя с цифрами 0 и 1. На рис. 1 в окне используемого измерительного прибора — осциллографа (Oscilloscope) представлен выходной сигнал автогенератора, полученный после активации схемы и перехода затем в режим паузы (нажат значок Resume). Отметим, что не рекомендуется длительное время держать схему в активированном состоянии. При этом в процессе интенсивной обработки данных и решения уравнений может накопиться большая ошибка в вычислениях, что в свою очередь может вызвать аварийное завершение работы программы моделирования.

Особенность программы EWB — для построения и исследования цепи интенсивно используется мышь компьютера. Клавиатура используется для набора текста, ввода чисел и для быстрого вызова команд. Программа EWB является сложным продуктом, с большим числом устанавливаемых параметров и режимов работы. После обычной инсталляции большинство параметров и опций программы EWB установлены по умолчанию так, что обеспечивается возможность исследовать

дования большинства типовых электронных устройств. В дальнейшем при анализе учебных схем будут описываться только основные шаги, изменяющие состояние программы. Не упомянутые параметры используются по умолчанию.

Работа с программой EWB включает три основных этапа: создание схемы, выбор и подключение измерительных приборов и, наконец, активация схемы — расчет процессов, протекающих в исследуемом устройстве.

Создание схемы

При проектировании схемы большинство действий выполняется с использованием левой кнопки мыши. Правая кнопка используется для вызова контекстного меню свойств элементов или измерительных приборов.

Для создания цепи необходимо произвести следующие действия:

- найти и выбрать необходимые радиоэлементы;
- разместить элементы на рабочем пространстве окна схемы;
- соединить элементы проводами;
- установить значение параметров элементов.

Поиск и выбор радиоэлементов производится с помощью мыши и второй линейки значков. Для уменьшения ошибок при выборе радиоэлементов рекомендуется пользоваться контекстной помощью и кратким описанием элемента. Наиболее часто встречаются ошибки при выборе источников (источник тока используют вместо источника напряжения и наоборот), при выборе линии передачи с потерями и без потерь (у линии с потерями на значке имеется обозначение резистора), при выборе типа транзисторов и т. п. В состав схемы обязательно включается корпус (заземление). Без этого элемента правильный расчет схемы не гарантируется.

Программа EWB содержит большую элементную базу данных. В ней содержатся наиболее часто используемые радиоэлементы: резисторы, конденсаторы, катушки, источники тока и напряжения и т. д. Пассивные элементы используются без учета паразитных параметров. Только для резисторов вводится температурная зависимость. Другими словами, пассивные элементы в программе EWB являются идеальными элементами. Интересной особенностью программы является возможность использования переменных резисторов, конденсаторов и катушек. Параметры этих элементов можно изменять, нажимая кла-

вишу, соответствующую метке элемента. Изменение параметров допускается во время работы схемы. Правда, при этом точность вычислений не гарантируется и результаты нужно перепроверять, повторяя анализ цепи с фиксированным значением параметра элемента.

Размещение элементов в окне схемы осуществляется мышью. Выбранный элемент "захватывается" и "устанавливается" в нужное место окна схем при нажатой левой клавише мыши. Для вращения элемента используются иконки на первой линейке значков или соответствующие пункты контекстного меню или меню Circuit. Все элементы в окне схем должны быть размещены без пересечений и наложений. Перемещение элемента на новое место производится новым "захватыванием" и передвижением при нажатии левой клавиши мыши.

Соединение выводов всех элементов друг с другом осуществляется только проводами. Не допускается наложение выводов элементов друг на друга — при этом соединение не устанавливается. Для создания проводника выделяют узел первого элемента, начинают движение мышкой в выбранном направлении и появившийся провод при нажатой левой клавише мыши помещают на узел второго элемента. Только после этого спокойно без рывков отпускают левую клавишу мыши. Отметим, что подключить проводник можно только с четырех сторон узла: сверху, снизу, справа и слева. Соединительные проводники можно, захватывая мышкой, переместить на новое место. Выделяя провод и нажимая правую кнопку мыши можно установить новый цвет соединительного проводника. Таким же цветом будет нарисована кривая на экране измерительного прибора, при подключении прибора к схеме "окрашенным" проводом. Нельзя оставлять в окне схемы элементы, не подключенные к другим элементам, — неиспользуемые элементы должны быть удалены.

Установка параметров элемента осуществляется наведением курсора на элемент, нажатием правой кнопки мыши и выбором соответствующего пункта контекстного меню. Для изменения параметров можно также два раза нажать левую кнопку мыши или использовать подменю Component Properties, меню Circuit. В появившейся диалоговой панели устанавливаются параметры элемента. Для резисторов, конденсаторов и катушек индуктивности используется закладка Value. Установка параметров сложных и активных элементов — диодов, транзисторов, длинных линий и т. д., производится выбором закладки

Models и выбором пунктов меню Default и Ideal или выбором типа элемента из имеющейся библиотеки. Иногда возникает необходимость изменения библиотечных параметров элемента. Для этого используется кнопка Edit. Так, например, редактируются и устанавливаются новые погонные параметры длинной линии. Наиболее часто при установке параметров элементов встречается ошибка в размерности параметра: кило вместо мега, пико вместо нано и т. д.

Уничтожение элементов и проводов производится после наведения на них курсора, нажатия правой кнопки мышки и выбора пункта меню Delete. Выделить группу элементов можно, используя мышь и операцию "вытягивания прямоугольника". Эта операция производится с нажатой левой клавишей мышки. После выделения группу элементов можно уничтожить, переместить на новое место или скопировать в буфер.

Увеличение или уменьшение изображения схемы осуществляется после выбора Zoom In или Zoom Out из меню Circuit или после использования соответствующих значков на первой линейке иконок программы.

Для установки дополнительных параметров отображения схемы используется меню Circuit, пункт Schematic Option (рис. 1). Наиболее

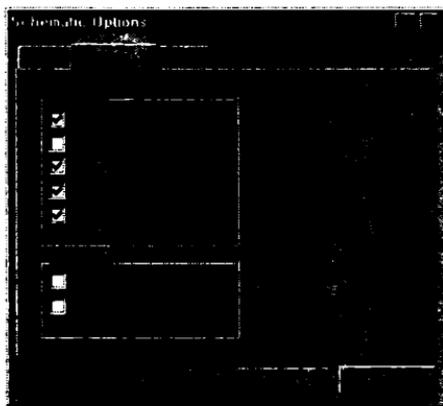


Рис. 1

часто используется этот пункт меню для отображения номеров узлов схемы: выбирается закладка Show/Hide и отмечается пункт меню Show nodes (рис. 1). С помощью этой диалоговой панели можно установить точечную сетку на изображении схемы, изменить шрифты, ис-

пользуемые в программе, показать на схеме метки радиоэлементов и т. д.

В программе Electronics Workbench участки большой схемы можно преобразовать в подсхему. Подсхема обозначается как небольшой прямоугольник с выводами. Для создания подсхемы необходимо выделить участок схемы, причем линии выделения должны пересекать те проводники, которые в дальнейшем станут выводами подсхемы. Затем нужно выбрать пункт Create Subcircuit меню Circuit и следовать появляющимся указаниям. В окне элементов Favorites появляется изображение созданной подсхемы. Использование подсхем позволяет получить компактную схему сложного устройства.

Контрольно-измерительные приборы

Значок контрольно-измерительных приборов — крайний справа на второй сверху линейке иконок. В схему можно включить семь приборов. Из них в аналоговой схемотехнике используются 4 прибора: мультиметр, осциллограф, функциональный генератор и измеритель АЧХ и ФЧХ. При анализе цифровых устройств в схему можно дополнительно включить еще 3 прибора: генератор логических сигналов, анализатор логических сигналов и логический преобразователь. Порядок включения измерительных приборов в схему аналогичен порядку включения радиоэлементов. Узлы, к которым подключаются соединительные проводники схемы, выделены на значке прибора небольшими кружочками. Нажимая два раза левую кнопку мыши на изображении прибора, получим увеличенное окно измерительного прибора. В увеличенном окне настраиваются параметры прибора.

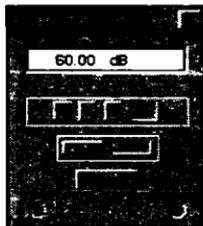


Рис. 1

Мультиметр (Multimeter) предназначен для измерения среднеквадратичных (действующих или эффективных) значений напряжения или тока, а также для измерения сопротивлений (рис. 1). Выбор режи-

ма измерения осуществляется нажатием соответствующей кнопки. Кнопка dB позволяет проводить измерения напряжения в децибелах. При этом отображается коэффициент α , рассчитываемый по формуле: $\alpha = 20\lg(|X|)$, где X — измеряемая величина. Обратите внимание на необходимость правильной предварительной установки типа измеряемого мультиметром сигнала: переменного или постоянного.

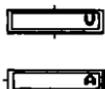


Рис. 2

Кроме мультиметра для измерений постоянных и гармонических токов и напряжений можно использовать *вольтметр* и *амперметр* (рис. 2). Эти приборы вызываются после нажатия на значок индикаторов (Indicators) в линейке иконок.

Осциллограф (Oscilloscope) позволяет наблюдать форму двух сигналов (рис. 3), поступающих на два входа осциллографа: каналы А и В. Обычно канал А подключается к входу исследуемого устройства, а

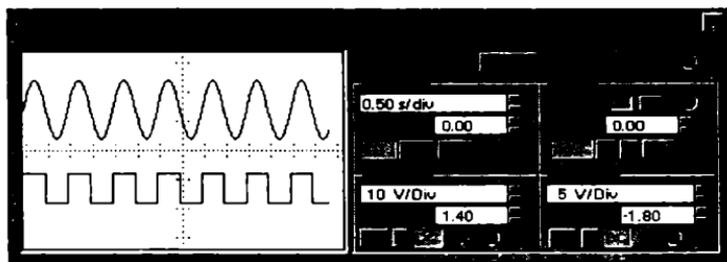


Рис. 3

канал В — к выходу. Выбор AC в окне осциллографа позволяет наблюдать только переменные сигналы (режим закрытого входа). По умолчанию используется режим DC (открытый вход). В этом случае на экране осциллографа дополнительно отображается постоянная составляющая сигнала. В режиме 0 (рис. 3) входной зажим закорачивается на корпус и на экране осциллографа отображается нулевое напряжение. Установка в окне Y position ненулевого напряжения (рис. 3) позволяет на соответствующую величину смещать вверх или

вниз изображение кривой на экране осциллографа (после измерений смещение рекомендуется сделать равным нулю).

Первый из двух основных показателей осциллографа — *цена деления по вертикали* — устанавливается в главных окошках каналов А и В в диапазоне от 10 мкВ/дел до 5 кВ/дел.

Второй основной параметр осциллографа — *цена деления по горизонтали* (время развертки) устанавливается в окне Time Base. Этот параметр первоначально устанавливается примерно равным периоду исследуемого процесса. Остальные параметры осциллографа рекомендуется использовать по умолчанию.

Нажимая кнопку Expand, получим увеличенный размер окна осциллографа. В увеличенном окне можно использовать полосу горизонтального прокручивания для наблюдения начала исследуемого процесса, а также устанавливать две визирные линии, перемещаемые с помощью курсора, для измерения напряжения в двух точках оси времени.

Соединение осциллографа с корпусом осуществляется с помощью клеммы Ground. Однако для большинства измерений такое соединение устанавливать не обязательно.

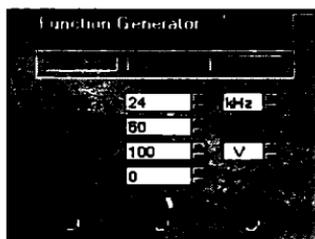


Рис. 4

Функциональный генератор (Function Generator) предназначен для генерации синусоидального, треугольного или прямоугольного сигналов (рис. 4). С помощью показанной на рисунке диалоговой панели устанавливаются основные параметры генератора: частота и амплитуда сигнала. Кроме того, к выходному сигналу можно добавить постоянное напряжение (напряжение смещения), используя окно Offset, а также при генерации импульсов установить нужную величину Duty cycle, равную отношению длительности импульса к длительности периода сигнала в процентах.

Измеритель АЧХ и ФЧХ (рис. 5) предназначен для получения амплитудно-частотных (Magnitude) и фазочастотных (Phase) характеристик четырехполюсников. Входные зажимы четырехполюсника подключаются к клеммам in измерителя, а выходные — к клеммам out. Для правильного получения ФЧХ правые (от пользователя) контакты клемм подключаются к корпусу. К входным зажимам цепи требуется дополнительно подключить источник гармонического напряжения.

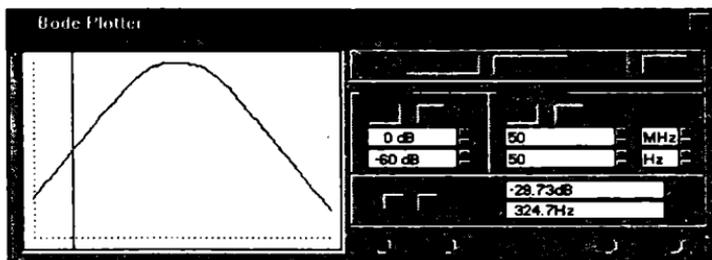


Рис. 5

Затем выбираются линейный или логарифмический масштабы и указывается исследуемый диапазон частот. По вертикальной оси указываются параметры выходных величин: модуля или аргумента комплексного коэффициента передачи. В приборе предусмотрена одна визирная линия для точного отсчета значений частоты и частотной характеристики цепи.

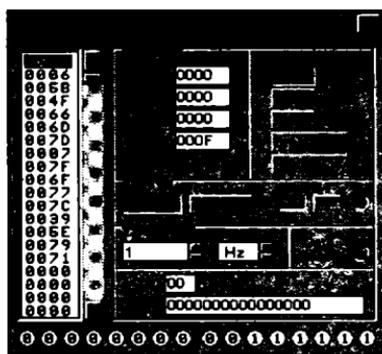


Рис. 6

Генератор логических сигналов (Word Generator) (рис. 6) предназначен для создания на выходных зажимах последовательности 16-

на Electronics Workbench

двоичных слов с заданной частотой эле. Шестнадцатеричные значения слов устанавливаются клавиатуры в левом большом окне. В двух других внизу меньших по размеру окнах можно установить двоичном или ASCII-кодах. На рис. 6 на выходных обновлено двоичное число, соответствующее десятичному числу 003F.

настройка начальных (Initial) и конечных (Final) номеров в последовательности, а также для быстрого поиска используется блок Address, где также можно редактируемых (Edit) или установленных на выходы (Output) слов.

генератор, используется внутренняя (Internal) синхронизация по переднему фронту и циклическая выработка сигналов (Cycle). Для синхронизации на анализатор можно подать логический сигнал готовности данных с заданной частотой Frequency.

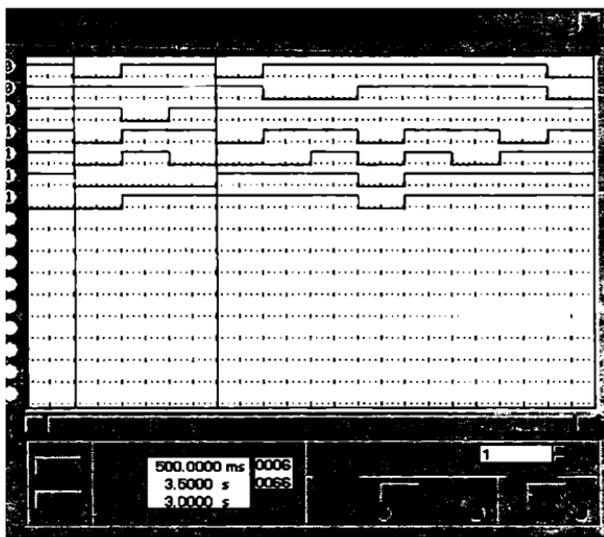


Рис. 7

анализатор логических сигналов (Logic Analyzer) (рис. 7) для индикации двоичных кодов. Для правильной работы анализатора логических сигналов необходимо, нажимая кнопку Set,

вить внутреннюю частоту прибора выше частоты генератора логических слов, а число импульсов на деление (Clock per division), равное для удобства наблюдения 1–3. В приборе имеются две визирные линии, перемещаемые с помощью курсора.

Логический преобразователь (Logic Converter) (рис. 8) предназначен для получения таблицы состояний комбинационной схемы, для

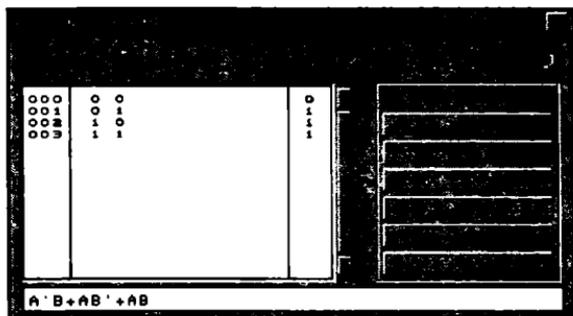


Рис. 8

преобразования таблицы истинности в логическую функцию и наоборот, а также для преобразования логической функции в схему устройства на логических элементах. На рис. 8 в окнах логического преобразователя показаны таблица истинности и логическая функция некоторого простого комбинационного устройства, имеющего два входа А и В. Эту логическую функцию можно с помощью логического преобразователя упростить, нажимая кнопку с надписью SIMP.

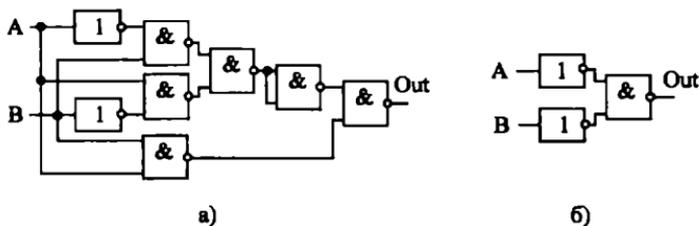


Рис. 9

На рис. 9, а, б показаны сгенерированные схемы комбинационного устройства без проведения и после проведения оптимизации логической функции соответственно.

Анализ схем

Концепция электронной лаборатории с виртуальными измерительными приборами, заложенная в программу EWB, существенно облегчает проведение самого сложного этапа — расчета процессов, протекающих в радиоэлектронном устройстве. После составления схемы и подключения к схеме измерительных приборов для начала анализа цепи достаточно нажать кнопку Activate/Stop. Рассчитанные значения токов, напряжений или сопротивлений показываются на экранах измерительных приборов. Аналогичный порядок работы имеет место в реальной лаборатории с реальными измерительными приборами.

На втором этапе моделирования можно изменить параметры элементов, удалить или добавить радиоэлементы, подключить приборы к другим контрольным точкам схемы и т. п. После таких изменений, как правило, требуется снова активизировать цепь, нажимая кнопку Activate/Stop. Отметим, что при использовании переменных резисторов, конденсаторов или катушек изменение процессов в цепи можно наблюдать, как правило, не прекращая моделирование. Однако при этом увеличивается погрешность получаемых результатов. Поэтому для получения надежных результатов расчет рекомендуется повторить при фиксированных параметрах, заново нажимая кнопку Activate/Stop.

В зависимости от типа подключенного прибора программа EWB автоматически настраивается на выполнение следующих основных видов анализа:

- *DC Operating Point* — расчет режима по постоянному току, при включении мультиметра, амперметров и вольтметров для измерения постоянных токов и напряжений;
- *AC Frequency* — расчет частотных характеристик, при включении измерителя АЧХ и ФЧХ, а также мультиметра, амперметров и вольтметров для измерения гармонических токов и напряжений;
- *Transient* — расчет переходных процессов, при использовании осциллографа.

В программе EWB предусмотрен другой (обычный для большинства других программ моделирования) порядок анализа схемы — выбор режимов анализа с помощью меню Analysis. Указанные выше режимы анализа электрической цепи можно получить, выбирая

соответствующие команды меню Analysis. Настройка основных параметров в диалоговых окнах указанных видов анализа аналогична настройке параметров измерительных приборов.

Отметим, что в программе EWB по умолчанию установлен слишком большой шаг численного интегрирования. Для повышения точности и корректности результатов анализа переходных процессов особенно в узкополосных цепях, в цепях с нелинейными элементами и в других сложных цепях рекомендуется выбрать пункт меню Analysis\Analysis Option\Transient и установить следующие значения параметров программы EWB: ITL4 = 100...1000 и TRTOL = 1 ... 0,1.

Кроме указанных трех основных видов анализа, с помощью меню Analysis можно дополнительно провести следующие, реже используемые виды анализа: спектральный анализ (Fourier), анализ спектра внутренних шумов (Noise), расчет нелинейных искажений (Distortion), анализ влияния вариаций параметра какого либо элемента схемы (Parameter sweep), анализ влияния изменения температуры на характеристики устройства (Temperature sweep), расчет нулей и полюсов передаточной характеристики моделируемой цепи (Pole-Zero), расчет передаточной функции (Transfer Function), расчет чувствительности и разброса характеристик схемы при изменении параметров компонентов (Sensitivity, Worst Case и Monte Carlo).

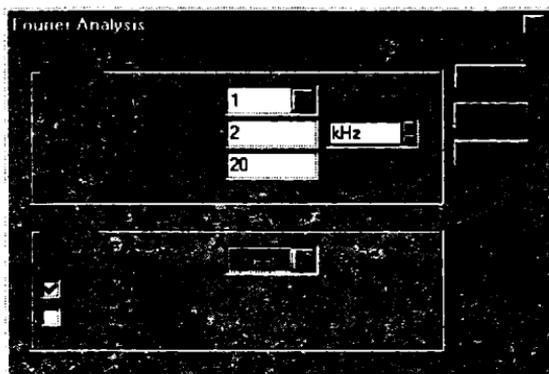


Рис. 1

Для анализа спектров сигналов выбирается пункт меню Analysis\Fourier. Диалоговое окно установки опций Фурье-анализа показано на рис. 1. В первом сверху окошке (блок параметров Analysis) устанавливается номер узла схемы, для которого проводится анализ. Во

ьливается частота основной гармоники.
 аемых гармоник. В блоке Result выбирае
 альной оси, для отображения фазового с
 play phase, для показа амплитудного спек
 й линии делается пометка пункта Output
 расчет гармоник в спектре анализирует
 з использования БПФ — применяется чи
 формуле (5.2.4) ряда Фурье. Поэтому пу
 давать расчет большого числа гармоник
 opics можно установить много больше
 ки в спектре сигнала будут рассчитаны с

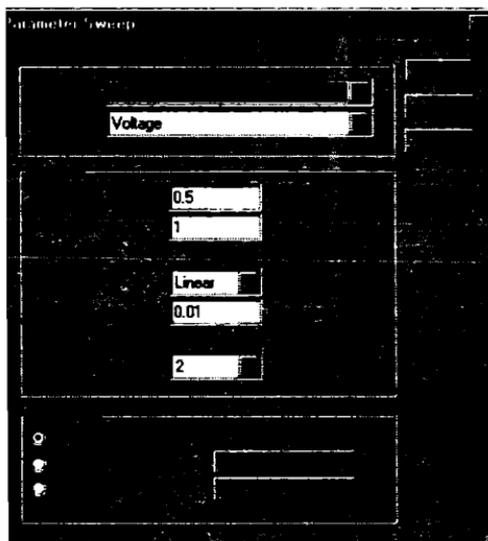


Рис. 2

амперных характеристик полупроводни
 юдить с использованием вариации парам
 agameter Sweep). Например, варьируя на
 ря ток через него, получим вольт-ампер
 ного элемента.

жно, содержащее параметры такого рез
 ис. 2. В верхнем блоке параметров окна
 элемента (идентификатор) и изменяем

элемента. На рис. 2 показано, что изменяется напряжение (Voltage) источника постоянного напряжения с именем V1. Для визуализации в окне схем внутреннего имени элемента требуется предварительно отметить в окне параметров схемы пункт Show reference ID.

Блок Analysis диалогового окна предназначен для установки начального и конечного значения напряжения источника V1, для выбора линейного или другого типа изменения параметра, для установки шага изменения напряжения и для выбора номера узла, напряжение в котором будет рассчитываться при вариации параметров. В блоке Sweep for устанавливается вид анализа. В данном случае выбран анализ схемы на постоянном токе.

Все радиоэлементы изготавливаются на предприятиях с некоторым разбросом параметров. В бытовой аппаратуре разброс параметров элементов достигает 20%. В аппаратуре специального назначения, в ответственных узлах радиоэлектронных устройств разброс параметров, как правило, не должен превышать 10%. Отдельные радиокомпоненты изготавливаются с разбросом параметров, равным 5%, 2%, 1% и менее. Например, в источниках питания ЭВМ для получения высокостабильного напряжения могут использоваться резисторы с разбросом параметров, равным 0,5%. Для расчета нестабильности характеристик устройства и их чувствительности к изменениям параметров компонентов при заданном разбросе параметров элементов используются пункты меню Analysis\ Sensitivity, Analysis\ Worst Case и Analysis\ Monte Carlo. При анализе нестабильности характеристик, как правило, задается гауссово распределение случайного разброса параметров радиоэлементов. Анализ чувствительности и разброса характеристик схемы при изменении параметров компонентов требуется для оценки работоспособности устройств при модернизации, ремонте и при серийном производстве.

Пункт меню Analysis\ Noise используется для анализа шумов в малошумящих усилителях и в других малошумящих электронных устройствах. В диалоговом окне, появляющемся после выбора этого типа анализа, указываются эквивалентный источник входного шума, номер выходного узла, на котором рассчитывается шумовое напряжение, частотный диапазон анализа и компонент схемы, который дает вклад в шумы устройства.

Задания на моделирование

1. Уравнения элементов и уравнения соединений

1. На рис. 1 и рис. 2 представлены электрические схемы цепей, содержащих два источника и три резистора, один из которых — нагрузка. Схема цепи с источниками напряжения (рис. 1) используется студентами 1 группы, а с источниками тока (рис. 2) — студентами 2 группы.

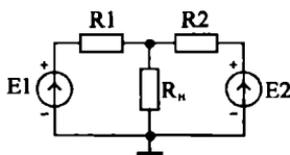


Рис. 1

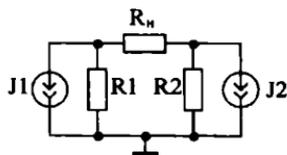


Рис. 2

В табл. 1 указаны параметры элементов схемы. В этой таблице N — номер варианта.

2. Подключая к цепи вольтметры и амперметры, рассчитать с помощью программы машинного моделирования (с помощью ЭВМ) резистивную цепь на постоянном токе. Найти токи и напряжения на всех элементах цепи.

3. Рассчитать все токи и напряжения в цепи по формулам законов Ома и Кирхгофа, а затем сверить результаты "ручных" расчетов напряжений и токов с данными ЭВМ. Допускается относительная погрешность до 20%.

4*. Изменяя величину (и при необходимости полярность) тока или напряжения одного из источников схемы, добиться того, чтобы ток через резистор R_n стал равным нулю (таким образом, не всегда подключение второго источника увеличивает ток через нагрузку).

5*. Включить вместо резистора R_1 (а затем вместо резистора R_2) переменный резистор с сопротивлением в несколько раз большим заданного. Изменяя сопротивление этого резистора, получить максимум тока через нагрузку. Таким образом выясняется важная роль внутренних сопротивлений источников в цепи.

6*. Преобразовать источники напряжения в источники тока (гр. 1) или источники тока в источники напряжения (гр. 2), заменить два источника одним источником и рассчитать ток через нагрузку по фор-

уле закона Ома. Сравнить рассчитанный ток с полученными ранее результатами.

Таблица 1

N	$R_1,$ кОм	$R_2,$ кОм	$R_3,$ кОм	$J_1,$ мА	$J_2,$ мА	$E_1, В$	$E_2, В$
1	1	2	3	3	2	1	2
2	1	1	1	1	-1	5	1
3	5	7	6	-6	4	6	5
4	2	3	7	4	1	-1	-1
5	2	1	5	-1	2	2	8
6	2	3	4	1	2	-4	1
7	2	1	1	6	1	1	3
8	3	9	2	1	-8	2	-2
9	2	4	5	6	3	1	-1
10	1	2	3	-2	1	-5	2
11	3	3	4	-1	-9	7	4
12	2	4	8	3	-7	1	-3
13	1	2	1	-4	1	1	4
14	2	5	2	3	4	-2	7
15	2	4	5	-2	3	1	5
16	1	6	2	2	3	2	-3
17	3	1	6	3	-4	2	3
18	1	2	1	1	2	-1	3
19	1	2	3	-3	1	1	1
20	2	2	1	3	-1	6	1
21	3	1	1	1	4	4	-1
22	2	4	9	1	8	-1	8
23	2	2	1	-3	1	1	7
24	2	7	3	1	-5	1	9

2. Метод комплексных амплитуд

1. Схемы исследуемых электрических цепей приведены ниже на рис. 1. Номер рисунка схемы цепи соответствует номеру варианта N . Параметры элементов схемы цепи указаны ниже в таблице 1. На входе цепи необходимо подключить идеальный источник гармонического

Практикум на Electronics Workbench

напряжения с амплитудой $E_m = 2$ В. Начальная фаза источника равна нулю. На выходе цепи подключить нагрузочный резистор, сопротивление которого приведено в таблице 1.

Таблица 1

Группа	R_1 , кОм	R_2 , Ом	R_3 , кОм	L , мГн	C , пФ	R_n , кОм
1	2N	10N	15N	4N	10N	100N
2	10/N	2/N	150/N	10/N	100N	600/N

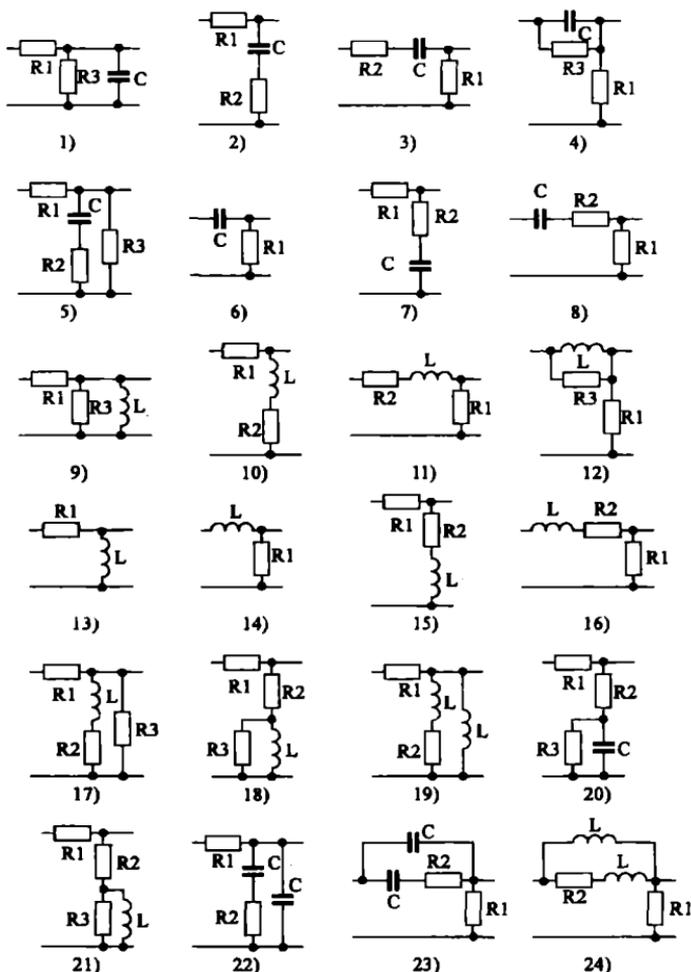


Рис. 1

2. Рассчитать с помощью ЭВМ амплитуду и начальную фазу напряжения на нагрузке электрической цепи, показанной на рисунке. При этом самостоятельно выбрать частоту источника напряжения так, чтобы наблюдался существенный (не менее 10 градусов) фазовый сдвиг между входным и выходным напряжениями. Для определения такой частоты и фазового сдвига можно использовать измеритель ФЧХ. Фазовый сдвиг можно также определить с помощью двухлучевого осциллографа, подавая на первый вход входное напряжение (с нулевой, по умолчанию, начальной фазой), а на второй вход — выходное напряжение. Задержка τ выходного напряжения относительно входного пропорциональна фазовому сдвигу: $\varphi = -360\tau/T$ (в градусах), где T — период.

3. По формулам метода комплексных амплитуд рассчитать все комплексные амплитуды токов и напряжений в цепи на выбранной частоте. Сравнить результаты "ручных" расчетов с данными ЭВМ. Допустимая погрешность не более 20%.

4*. Рассчитать активную мощность, отдаваемую источником, и активные мощности, потребляемые всеми резисторами цепи. Проверить баланс активной мощности в цепи. Рассчитать баланс реактивных и полных комплексных мощностей.

5*. Подключить параллельно элементам цепи вольтметры и измерить действующие значения напряжений на этих элементах. Почему сумма напряжений на элементах любого контура цепи с реактивным элементом и источником не равна действующему значению напряжения источника?

6*. Увеличивая или уменьшая частоту сигнала, найти максимальный фазовый сдвиг, вносимый цепью. Почему этот сдвиг не превышает 90 градусов?

3. Анализ сложных цепей

1. Направленный граф резистивной цепи приведен на рис. 1. Сопротивления резисторов в ветвях равно $(N+2k)$ кОм, где N — номер варианта, k — номер ветви, указанный на рис. 1. Номер варианта N указывается преподавателем. В одну ветвь с номером $k_E = \langle N \rangle_6$, где $\langle \dots \rangle_p$ — символы взятия вычета по модулю p , последовательно с резистором включается источник постоянного напряжения. ЭДС источника равна $E = 20/N$ В, а направление совпадает с направлением соответствующей ветви на рис. 1. Параллельно резистору в другой ветви с

номером $k_j = \langle N+2 \rangle_6$ включается источник постоянного тока. Ток этого источника равен $I = N$ мА, а направление совпадает с направлением ветви.

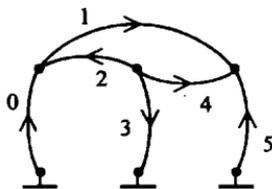


Рис. 1

2. Рассчитать с помощью компьютера и программы машинного моделирования сложную резистивную цепь, изображенную на рис. 1. Определить узловые напряжения (1 гр.) или контурные токи (2 гр.). Измерение токов и напряжений в схеме удобно проводить при помощи амперметров и вольтметров. Для измерений тока или напряжения можно также использовать мультиметр.

3. Рассчитать цепь по формулам методов узловых напряжений (1 гр.) или контурных токов (2 гр.), а затем сравнить результаты "ручных" расчетов узловых напряжений или контурных токов с данными ЭВМ.

4*. Копируя исходную схему, дополнительно собрать две схемы цепи. В одной из этих цепей исключить источник напряжения, а в другой — источник тока. Используя принцип наложения (суперпозиции) рассчитать ток или напряжение на одном из резисторов схемы, который не соединен параллельно или последовательно с источниками тока или напряжения.

5*. Выбрать в качестве нагрузки резистор, который не соединен параллельно или последовательно с источниками тока или напряжения. Используя метод холостого хода (или короткого замыкания), найти параметры и изобразить эквивалентный генератор для выбранного нагрузочного резистора. Рассчитать и сравнить токи через нагрузку в исходной и эквивалентной схемах.

4. Параметры и функции четырехполюсника

1. Схемы четырехполюсников приведены ниже на рис. 1 для группы 1 и на рис. 2 для группы 2. Номер схемы четырехполюсника равен

номеру варианта N . Параметры элементов четырехполосника даны в таблице 1.

Таблица 1

Группа	L , мГн	C , нФ	R_1 , кОм	R_2 , кОм	R_C , кОм	R_H , кОм
1	$3N$	N	$2N$	$6N$	$2N$	$4N$
2	$200N$	$150N$	N	$6N$	N	$5N$

К четырехполоснику подключается источник гармонического напряжения и нагрузка (рис. 3). В табл. 1 указаны: R_C — сопротивление источника сигнала, R_H — сопротивление нагрузки четырехполосника. Амплитуда напряжения источника выбирается самостоятельно в диапазоне от 1 мВ до 10 вольт.

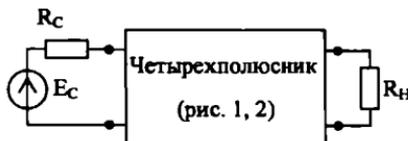


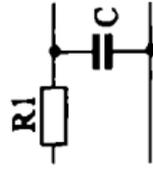
Рис. 3

2. Используя методы короткого замыкания или холостого хода, рассчитать по формулам Y -параметры (для гр. 1) или Z -параметры (для гр. 2) четырехполосника. Расчет провести на частоте $F = 200/N$ кГц (для гр. 1) и $F = 2/N$ кГц (для гр. 2). Используя рассчитанные Y - или Z -параметры, далее рассчитать по формулам комплексный коэффициент передачи, входное и выходное сопротивления четырехполосника с учетом сопротивлений источника сигнала R_C и нагрузки R_H .

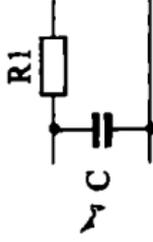
3. Рассчитать комплексный коэффициент передачи четырехполосника на ЭВМ в широком диапазоне частот и проверить на заданной выше частоте результаты, полученные аналитически. Допускается погрешность не более 30 %.

Включая на входе четырехполосника амперметр и измеряя действующее значение входного тока, определить модуль комплексного входного сопротивления четырехполосника. Сравнить полученное входное сопротивление с ранее рассчитанным по формулам.

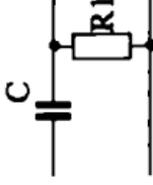
Подключить на выходе четырехполосника идеальный источник сигнала. На входе четырехполосника вместо источника включить резистор с сопротивлением, равным R_C .



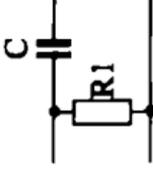
1)



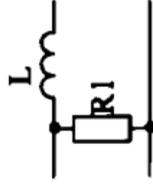
2)



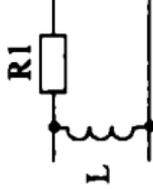
3)



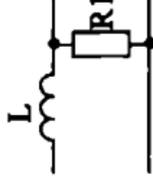
4)



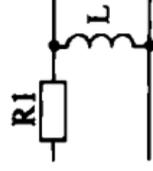
5)



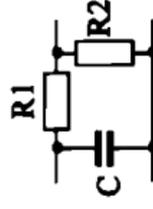
6)



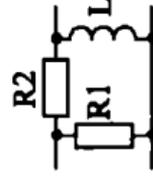
7)



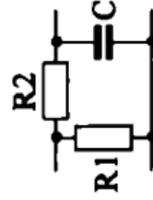
8)



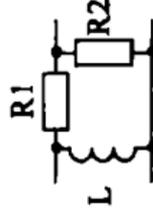
9)



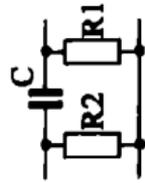
10)



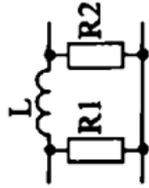
11)



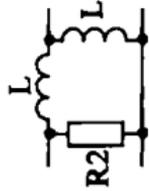
12)



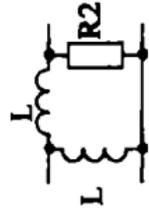
13)



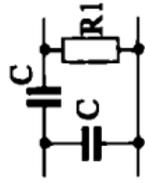
14)



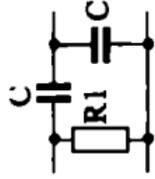
15)



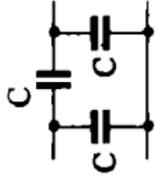
16)



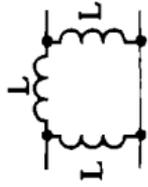
17)



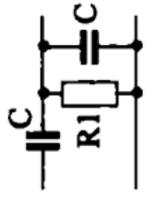
18)



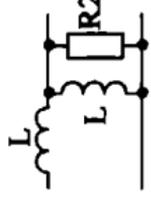
19)



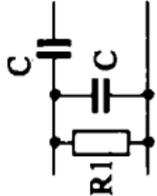
20)



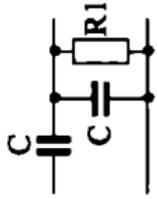
21)



22)

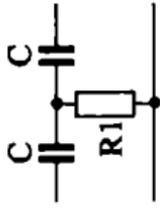


23)

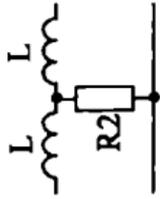


24)

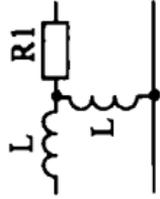
Рис. 1



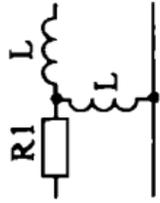
1)



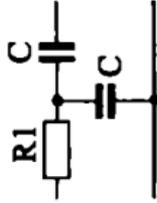
2)



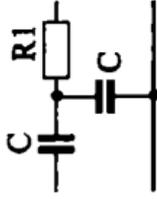
3)



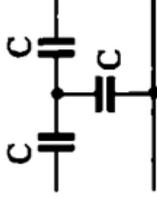
4)



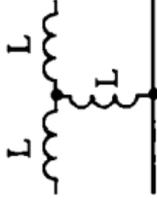
5)



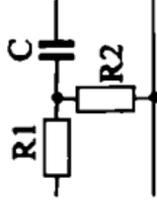
6)



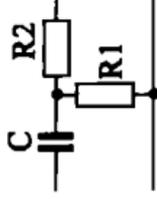
7)



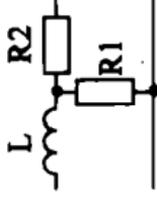
8)



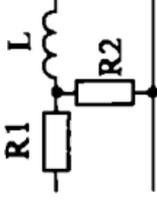
9)



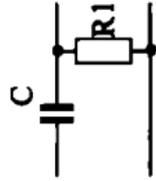
10)



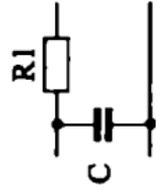
11)



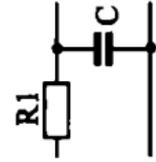
12)



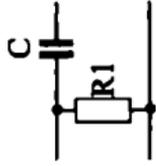
13)



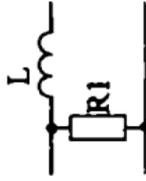
14)



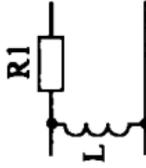
15)



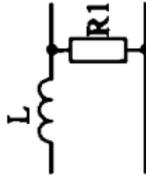
16)



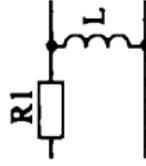
17)



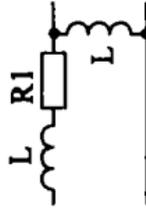
18)



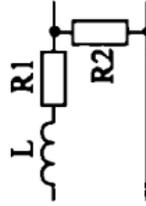
19)



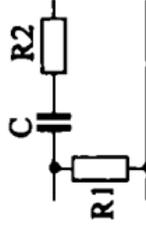
20)



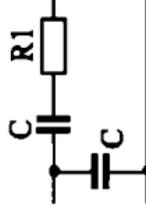
21)



22)



23)



24)

Рис. 2

Включая на выходе четырехполюсника последовательно с источником амперметр и измеряя действующее значение выходного тока, определить модуль комплексного выходного сопротивления четырехполюсника. Сравнить полученное выходное сопротивление с ранее рассчитанным по формулам.

4*. Продумать и осуществить метод измерения входного комплексного сопротивления четырехполюсника с использованием небольшого по величине ($0,1 \dots 1$ Ом) вспомогательного контрольного резистора, по которому протекает входной ток. Сравнить результаты измерений и расчета с точностью до начальной фазы.

5*. Собрать схему для определения выходного комплексного сопротивления четырехполюсника с использованием вспомогательного резистора, по которому протекает выходной ток. Сравнить результаты измерений и расчета.

5. Частотные характеристики фильтров

1. Схемы фильтров низких и высоких частот приведены на рис. 1. Студенты группы 1 используют две схемы с нечетными номерами, а студенты группы 2 — две схемы с четными номерами.

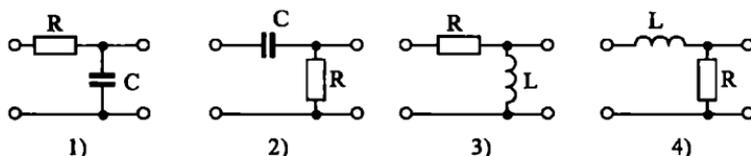


Рис. 1

2. Рассчитать по формулам параметры схем фильтров низких, а затем высоких частот, если граничные частоты фильтров низких и высоких частот одинаковы и равны N кГц для 1 группы и N МГц для 2 группы, где N — номер варианта. При расчетах на входе фильтра подключить идеальный источник напряжения. Дополнительную внешнюю нагрузку к фильтру не подключать.

3. Рассчитать с помощью ЭВМ АЧХ и ФЧХ двух фильтров, один из которых — ФНЧ, а второй — ФВЧ. Распечатать (перерисовать) полученные АЧХ фильтров и отметить граничные частоты фильтров. Сравнить заданные и полученные с помощью ЭВМ граничные частоты.

4. Исследовать с помощью программы моделирования зависимость граничной частоты от параметров элементов фильтров. Найти сопротивление резистора, при котором граничная частота фильтра увеличивается в полтора раза.

5*. Включить в схемы ФНЧ и ФВЧ дополнительные катушку и конденсатор так, чтобы получить схемы последовательных колебательных контуров — простейших полосовых фильтров. Используя формулу для резонансной частоты колебательного контура, рассчитать индуктивность или емкость добавленного реактивного элемента. При этом резонансная частота контура, равная центральной частоте полосового фильтра, должна быть равна указанной выше граничной частоте ФНЧ или ФВЧ. Для регулировки полосы пропускания фильтра можно изменять сопротивление резистора цепи.

Расчитать с помощью ЭВМ АЧХ полосового фильтра. Уменьшая (или увеличивая) сопротивление резистора полосового фильтра, получить полосу пропускания, примерно равную $N/5$ кГц для 1-й группы и $N/10$ МГц для 2-й группы. Распечатать (перерисовать) полученные АЧХ фильтров и отметить граничные частоты фильтров. Сравнить заданные и полученные на компьютере результаты.

6*. Собрать заграждающий фильтр с центральной частотой, равной резонансной частоте полосового фильтра. Исследовать характеристики заграждающего фильтра: АЧХ, ФЧХ, полосу задерживания.

6. Процессы в длинных линиях

1. Для передачи сигнала используется длинная линия с малыми потерями (рис. 1). Погонные параметры длинной линии и сопротивление

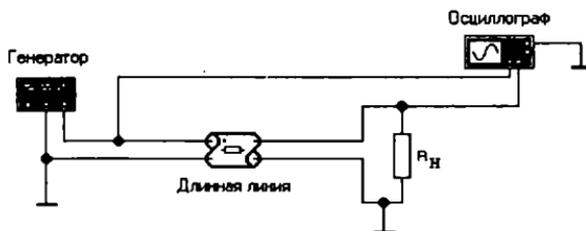


Рис. 1

нагрузки R_n даны в табл. 1. Длина линии равна $l = (20+N)$ метров, где

N — номер варианта. Амплитуда напряжения синусоидального генератора на входе линии равна 10 В, а частота — 10 МГц.

Таблица 1

Группа	C_0 , пФ/м	L_0 , мкГн/м	R_0 , Ом/м	G_0 , См/м	R_n , Ом
1	10	0,1	0,001	0	25N
2	1	1	0,01	0	250N

2. Определить с помощью ЭВМ амплитуду напряжения на нагрузке и временной сдвиг τ выходного напряжения относительно входного. Распечатать (или зарисовать) осциллограммы входного и выходного напряжений линии. Зная задержку τ , рассчитать начальную фазу выходного напряжения, предполагая, что начальная фаза входного сигнала равна нулю.

3. Рассчитать по формулам комплексную амплитуду напряжения на нагрузке. Сравнить результаты машинного моделирования и расчета по формулам.

4*. Исследовать зависимость выходного напряжения от длины линии. Установить длину линии равной половине длины волны ($l = \lambda_p/2$), а затем равной четверти длины волны в линии ($l = \lambda_p/4$). Сравнить амплитуды выходных напряжений.

5*. Исследовать зависимость выходного напряжения от нагрузки, изменяя сопротивление последней от нуля до 1 МОм. Установить сопротивление нагрузки, равным волновому. Сравнить амплитуды входного и выходного напряжений в режиме бегущей волны в линии.

7. Спектры периодических сигналов (ряд Фурье)

1. От генератора на резистивную нагрузку ($R_n = 1$ кОм) последовательно подать различные по форме сигналы: гармонический сигнал, последовательность прямоугольных импульсов и последовательность треугольных импульсов. Форма сигналов контролируется с помощью осциллографа (рис. 1). Частота сигналов равна $F = N$ кГц для группы 1 и $F = N$ МГц для группы 2. Здесь N — номер варианта. Амплитуду гармонического сигнала и амплитуды положительных прямоугольных и треугольных импульсов установить равными N вольт.

Для получения положительных прямоугольных и треугольных импульсов требуется установить параметр Amplitude и смещение (Offset) равными $N/2$ вольт. Длительность прямоугольного импульса установить равной 20% от длительности периода (параметр Duty cycle функционального генератора должен быть равен 20). Зарисовать (распечатать) осциллограммы этих сигналов с указанием масштабов по осям.

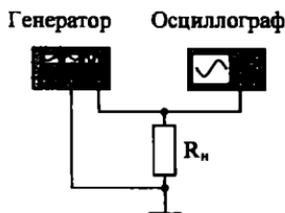


Рис. 1

2. Используя меню Analysis \ Fourier, получить с помощью программы EWB спектры исследуемых сигналов. В диалоговой панели установки параметров Фурье-анализа частоту основной гармоники (Fundamental frequency) установить равной N кГц (гр. 1) или N МГц (гр. 2), число исследуемых гармоник — 10...20, линейный (Linear) масштаб по вертикальной оси (группа Result, пункт Vertical scale). Зарисовать (распечатать) амплитудные спектры трех исследуемых сигналов.

3. Рассчитать по формулам амплитудный спектр последовательности прямоугольных импульсов (постоянную составляющую и первые 3...5 гармоник). Наложить результаты "ручных" расчетов на график данных ЭВМ. Допустимая относительная погрешность не более 10%.

4. Подавая от генератора прямоугольные импульсы, исследовать зависимость спектра сигнала от амплитуды, смещения (Offset), частоты и длительности прямоугольных импульсов. Зарисовать (распечатать) осциллограммы и спектры для 3 – 4 случаев.

5*. Синтезировать прямоугольные импульсы, суммируя несколько первых гармоник в ряде Фурье. Для этого включить в схему дополнительный резистор с сопротивлением 1 кОм и последовательно с ним соединить генератор постоянного напряжения и три генератора, вырабатывающих первую, вторую и третью гармоники с рассчитанными

ранее амплитудами и начальными фазами. Подключить полученную схему к корпусу.

Примечание. В программе EWB генераторы гармонических сигналов вырабатывают синусоиды, а ряд Фурье (в радиотехнической форме) записывается в виде суммы косинусов. Поэтому начальные фазы генераторов гармоник нужно дополнительно увеличить на 90 градусов.

Подавая синтезированные импульсы на второй вход осциллографа, сравнить их форму с формой исходного сигнала. Увеличивая число генераторов до 4, а затем до 5, отметить увеличение прямоугольности синтезируемых импульсов напряжения.

6*. Подавая от генератора гармонический сигнал и устанавливая "неправильную" частоту основной гармоники (например, Fundamental frequency установить равной $1,5N$ кГц (гр. 1) или $1,5N$ МГц (гр. 2)), получить амплитудный спектр гармонического сигнала. Объяснить причину появления большого числа гармоник в спектре.

7*. Подавая от генератора гармонический сигнал и устанавливая логарифмический в децибелах (Decibel) масштаб по вертикальной оси (группа Result, пункт Vertical scale), получить амплитудный спектр гармонического сигнала. Объяснить причину появления большого числа малых по амплитуде гармоник в спектре сигнала.

8*. Включить в схему вместо функционального генератора источник гармонического напряжения. Устанавливая начальную фазу сигнала равной $45 \dots 90$ градусов, рассчитать фазовый спектр сигнала. Для этого в диалоговой панели установки параметров в группе Results отметить пункт Display phase. Объяснить появление составляющих фазового спектра на частотах, отличных от частоты входного сигнала.

8. Метод ряда Фурье

1. Последовательность прямоугольных импульсов поступает на вход линейной электрической цепи. Схемы цепей приведены ниже на рис. 1. Номер выбираемой схемы равен $k = (\langle N \rangle_{12} + 1)$, где $\langle N \rangle_{12}$ — вычет по модулю 12. Здесь и далее N — номер варианта. Параметры элементов схем указаны в табл. 1. Исследуемая цепь является последовательным колебательным контуром (с потерями), который выполняет роль полосового фильтра. Центральная частота фильтра равна резонансной частоте контура.

Амплитуда прямоугольных импульсов, поступающих на вход цепи, равна N вольт, частота следования $F = 10N$ кГц для группы 1 и $F = N$ МГц для группы 2, длительность отдельного импульса составляет 10% от длительности периода (параметр Duty cycle функционального генератора равен 10).

Таблица 1

Группа	L , мГн	C , нФ	R_1 , кОм	R_2 , Ом
1	$\frac{100}{2\pi N(<N>_5 + 1)}$	$\frac{100}{2\pi N(<N>_5 + 1)}$	15	50
2	$\frac{1}{2\pi N(<N>_5 + 1)}$	$\frac{1}{2\pi N(<N>_5 + 1)}$	20	100

2. Получить с помощью программы EWB сигнал на выходе электрической цепи. Зарисовать (распечатать) график выходного сигнала. Сделать вывод о влиянии цепи на форму входного сигнала.

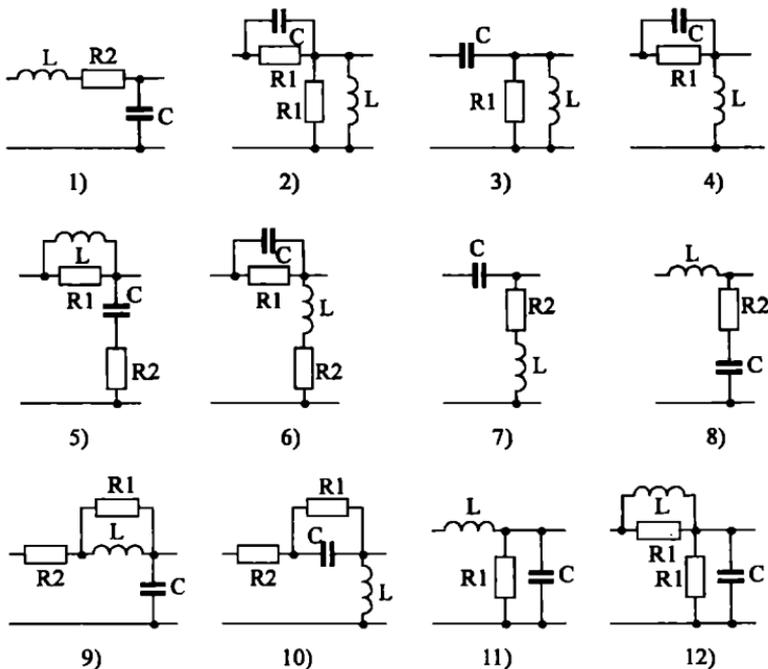


Рис. 1

Примечание. Для повышения точности и надежности результатов рекомендуется выбрать пункты меню: Analysis \ Analysis Option \ Transient и установить следующие значения параметров программы EWB: ITL4 = 200...500 и TRTOL = 1 ... 0,1. (Увеличенному быстродействию ЭВМ соответствуют большие значения ITL4 и меньшие значения TRTOL.)

3. Рассчитать по формуле резонансную частоту контура. С помощью ЭВМ найти АЧХ и центральную частоту фильтра. На центральной частоте полосовой фильтр хорошо пропускает входной гармонический сигнал. Сравнить центральную частоту фильтра с рассчитанной резонансной частотой. Рассчитать по формулам амплитудный спектр входного сигнала. Нарисовать амплитудный спектр сигнала и наложить на него график АЧХ цепи. Определить номер гармоники, проходящей через полосовой фильтр. Рассчитать амплитуду сигнала на выходе цепи и построить график выходного сигнала. Сравнить “ручные” и машинные результаты расчетов.

4*. Изменяя длительность прямоугольного импульса (параметр Duty cycle функционального генератора), получить максимальное значение амплитуды сигнала на выходе цепи. Объяснить полученные результаты.

5*. Увеличивая сопротивление резистора R1 и (или) уменьшая сопротивление резистора R2, получить на выходе цепи прямоугольные импульсы с малыми искажениями.

9. Метод интеграла Фурье

1. На вход линейной цепи поступает прямоугольный импульс. Амплитуда импульса равна N вольт, длительность импульса $\tau = N$ мкс для группы 1 и $\tau = 10N$ нс для группы 2. Здесь и далее N — номер варианта. Схемы электрических цепей приведены ниже на рис. 1. Номер рассчитываемой схемы равен $k = (\langle N \rangle_{12} + 1)$, где $\langle N \rangle_{12}$ — вычет по модулю 12. Параметры элементов схем указаны в табл. 1.

Таблица 1

Группа	L , мкГн	C , пФ	R_1 , кОм	R_2 , Ом	R_3 , кОм
1	250N	1000N	0,5	20	50
2	5N	5N	1	40	80

2. Рассчитать с помощью ЭВМ сигнал на выходе электрической цепи. Сделать вывод о влиянии цепи на искажение формы импульса. Зарисовать (распечатать) график выходного сигнала.

Примечание. В программе моделирования Electronics Workbench нет источника, генерирующего одиночный импульс. Следует использовать генератор периодически повторяющихся прямоугольных импульсов, устанавливая увеличенный временной промежуток между импульсами. При этом к началу очередного импульса переходные процессы в цепи должны закончиться (как правило, достаточно параметр Duty cycle функционального генератора установить равным 10, а частоту сигнала, равной $f_0 = 1/10\tau$).

3. Рассчитать выходной сигнал по формулам метода интеграла Фурье. По пяти точкам ($t = 0$, $t = \tau/2$, $t = \tau$, $t = 2\tau$ и $t \rightarrow \infty$) построить график выходного сигнала. Сравнить “ручные” и машинные результаты расчетов.

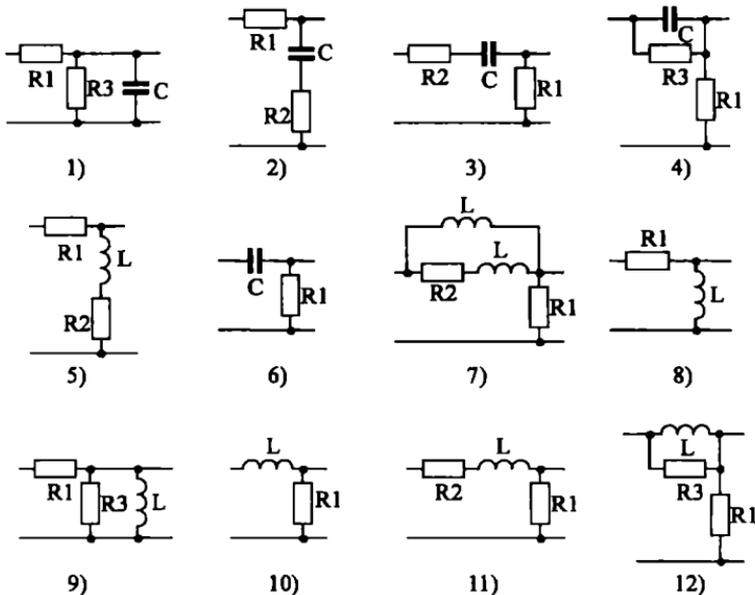


Рис. 1

4. Собрать схему, включающую три каскадно-соединенных четырехполюсника, указанных на рис. 1. Пропустить через эту сложную

цепь импульсный сигнал. Определить выходной сигнал и сделать вывод о влиянии сложности цепи на искажения сигнала.

5*. Изменяя емкость или индуктивность реактивных элементов исходной цепи, получить существенное искажение формы прямоугольного импульса — уменьшение в два, три раза амплитуды или длительности импульса. При каком значении параметров реактивных элементов, наоборот, искажения формы импульсов незначительны?

6*. Рассчитать по формулам модуль спектральной плотности входного импульса и АЧХ цепи рис. 1. Нарисовать графики АЧХ и спектральной плотности амплитуд. Определить тип фильтра (ФНЧ, ФВЧ). Сделать вывод о характере влияния вида АЧХ на искажение формы выходного сигнала.

7*. Проанализировать влияние сопротивления резистора R_1 на искажение формы импульса. При каком сопротивлении этого резистора амплитуда или длительность импульсов уменьшается в два раза?

10. Метод преобразования Лапласа

1. Рассчитать с помощью ЭВМ сигнал на выходе электрической цепи, схему которой выбрать на рис. 9.1, для номеров вариантов с 1 по 12, или на рис. 8.1, для номеров вариантов с 13 по 24 соответственно. Параметры элементов схем указаны в табл. 1.

Таблица 1

Группа	L , мГн	C , нФ	R_1 , кОм	R_2 , кОм	R_3 , кОм
1	$2N$	$1/(5N)$	$3N$	$N/3$	$20N$
2	$5/N$	$N/3$	$4/N$	0,02	$5N$

На входе цепи при $t \geq 0$ действует напряжение источника сигнала $s_1(t) = N \cdot [1(t) - 1(t - 1 \cdot 10^{-6})]$ для вариантов $N \leq 12$ и напряжение $s_2(t) = N \cdot 1(t - 2 \cdot 10^{-6})$ для вариантов $N > 12$. Зарисовать (распечатать график) выходного сигнала.

Примечание. В программе моделирования Electronics Workbench для удобства наблюдения реакции цепи следует использовать функциональный генератор в режиме периодически повторяющихся прямоугольных импульсов. При длительности этих импульсов, равной половине периода, передний фронт импульсов моделирует скачок напряжения $s_2(t)$. При следовании импульсов с увеличенным промежут-

ком времени между ними (как правило, достаточно параметр Duty cycle функционального генератора установить равным 10) моделируется сигнал $s_1(t)$. Частоту следования импульсов необходимо подобрать самостоятельно так, чтобы переходной процесс в цепи заканчивался через время, равное периоду следования импульсов.

2. Рассчитать по формулам выходной сигнал методом преобразования Лапласа. По 3 – 5 точкам построить график выходного сигнала. Сравнить “ручные” и машинные результаты расчетов.

3. Рассчитать с помощью ЭВМ сигнал на выходе электрической цепи, составленной из трех каскадно-соединенных исходных четырехполюсников. Сделать вывод о влиянии сложности цепи на искажение импульсов.

4*. Рассчитать по формулам модуль спектральной плотности входного сигнала и АЧХ цепи. Нарисовать по 3 – 4 точкам графики АЧХ и спектральной плотности. Определить тип фильтра (ФНЧ, ФВЧ, ПФ, ЗФ). Сделать вывод о влиянии вида АЧХ на характер искажений выходного сигнала.

11. Спектры модулированных сигналов

1. К резистивной нагрузке подключить источник амплитудно-модулированного (АМ) сигнала (рис. 1). Амплитуду несущей (Carrier amplitude) установить равной 2 В. Частоту несущей (Carrier frequency)

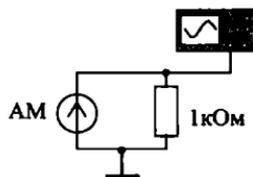


Рис. 1

этого сигнала выбрать равной $F = 10N$ кГц для группы 1 и $F = N/2$ МГц для группы 2. Частоту модуляции (Modulation frequency) установить равной $F/5$, а коэффициент АМ (Modulation index) — 1. Форму сигнала проконтролировать с помощью осциллографа. Зарисовать (распечатать) осциллограмму АМ-сигнала с указанием масштабов по осям.

2. Используя меню Analysis \ Fourier, получить с помощью программы EWB спектр исследуемого сигнала. В диалоговой панели установки параметров Фурье-анализа частоту основной гармоники (Fundamental frequency) установить равной частоте модуляции, число исследуемых гармоник: 20...40, линейный (Linear) масштаб по вертикальной оси (группа Result, пункт Vertical scale). Зарисовать (распечатать) амплитудный спектр исследуемого сигнала.

3. Рассчитать по формулам амплитудный спектр АМ-сигнала. Сравнить результаты "ручных" расчетов с данными ЭВМ.

4*. Повторить исследования формы и спектра АМ-сигнала при уменьшении коэффициента АМ и увеличении частоты модуляции. Зарисовать (распечатать) 3 – 4 случая. Сделать выводы о влиянии указанных параметров на форму и спектр АМ-сигнала.

5. Заменить в схеме рис. 1 источник сигнала: подключить к резистивной нагрузке источник фазомодулированного (ФМ) сигнала. Частоту несущей установить равной частоте несущей АМ-сигнала ($F = 10N$ кГц для группы 1 и $F = N/2$ МГц для группы 2). Амплитуду несущей установить равной 1 вольт. Частоту модуляции выставить равной $F/5$, а индекс ФМ — 2,41. Зарисовать (распечатать) осциллограмму этого сигнала с указанием масштабов по осям.

6. Используя меню Analysis \ Fourier, получить с помощью программы EWB спектр ФМ-сигнала. В диалоговой панели установки параметров Фурье-анализа частоту основной гармоники (Fundamental frequency) установить равной частоте модуляции, число исследуемых гармоник: 20...30, линейный (Linear) масштаб по вертикальной оси (группа Result, пункт Vertical scale). Зарисовать (распечатать) спектр исследуемого сигнала.

7. Рассчитать по формулам амплитудный спектр ФМ-сигнала. Наложить результаты "ручных" расчетов на график, полученный с помощью ЭВМ.

8*. Повторить исследования формы и спектра ФМ-сигнала при изменении индекса фазовой модуляции и частоты модуляции. Зарисовать (распечатать) дополнительно 2 – 3 графика спектра ФМ-сигнала. Сделать выводы о влиянии индекса модуляции на форму и спектр ФМ-сигнала.

12. Характеристики диодов

1. При исследовании характеристик диода используется схема на рис. 1, а. В схему включен контрольный резистор r_k с небольшим сопротивлением (0,01...0,1 Ом). Напряжение в узле 2, равное падению напряжения на контрольном резисторе, пропорционально протекающему току через диод. При прямом напряжении ЭДС E_1 изменяется от 0 до 1 вольта; при обратном — от 0 до -10 вольт. Диод D1 выбирается из библиотеки National (группа 1) или из библиотеки General (группа 2), причем номер варианта совпадает с порядковым номером диода в списке.

Для определения статического и динамического сопротивлений диода используется схема на рис. 1, б. В этой схеме на диод D1 одновременно поступают постоянное и небольшое переменное напряжение.

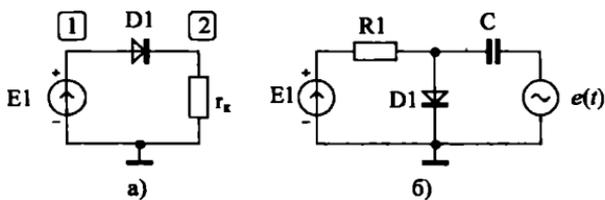


Рис. 1

ния. Включая в эту схему амперметры и вольтметры, легко измерить протекающие постоянные (режим DC приборов) и переменные (режим AC приборов) токи и возникающие на элементах напряжения. Отметим, что амплитуда переменного напряжения, подаваемого на диод, не должна превышать 0,1 В. Только в этом случае характеристики диода на переменном токе линеаризируются.

2. Используя меню Analysis\Parameter Sweep, получить ВАХ исследуемого диода (рис. 2) при прямом напряжении. Выбрать самостоятельно рабочую точку диода. С помощью визирных линий определить статическое и динамическое сопротивления диода в рабочей точке.

3. Используя меню Analysis\Parameter Sweep, получить ВАХ исследуемого диода при обратных напряжениях. Найти обратный ток при обратном напряжении -5 В. Рассчитать статическое сопротивление диода при обратном напряжении. Сравнить статические сопро-

на Electronics Workbench

и прямом и обратном напряжениях. Сделать вывод о проводимости диода.

Изменяя напряжение E_1 и (или) изменяя сопротивление резистора в схеме, изображенной на рис. 1, б, выбрать точку. Определить с помощью ЭВМ все постоянные токи и напряжения на диоде. Частота переменного тока должна быть низкой (50...100 Гц). Сопротивление резистора должно быть много меньше динамического сопротивления диода. Найти статическое и динамическое сопротивления диода при прямом напряжении. Сравнить результаты с результатами (рис. 2) статического и динамического сопротив-

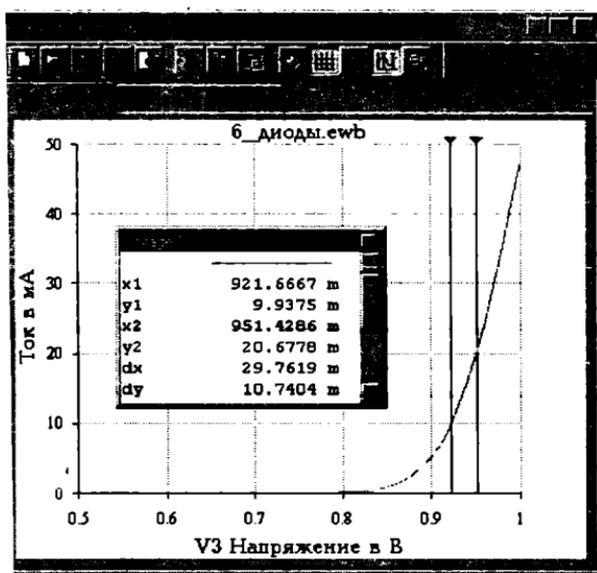


Рис. 2

ления в схеме рис. 1, б обратное напряжение -5 В, и сопротивление и емкость диода при обратном направлении емкости частота входного сигнала должна быть достаточно высокой, чтобы емкостное сопротивление было меньше активного сопротивления диода.

Изменяя сопротивление контрольного резистора в схеме, можно оценить его влияние на ВАХ диода. При каком сопротивлении резистора необходимо учитывать его влияние

диода? С какой целью в некоторых случаях последовательно с диодом включаются добавочные резисторы?

7*. В схеме рис. 1, а на вход диода подать гармонический сигнал с амплитудой 1 вольт. Подключая осциллограф, наблюдать форму напряжения на нагрузочном резисторе. Объяснить эффект выпрямления тока, получаемый с помощью диода.

13. Параметры и характеристики транзисторов

1. При исследовании основных физических параметров транзистора на постоянном токе используется схема на рис. 1. Постоянный ток базы задается с помощью источника тока I_B . Напряжение на базе измеряется вольтметром. Токи коллектора и эмиттера транзистора измеряются миллиамперметрами. Напряжение на коллекторе задается с помощью источника постоянного напряжения U_K . Ток базы изменяется в пределах 1...200 мкА, а напряжение на коллекторе — от 5 В до 15 В.

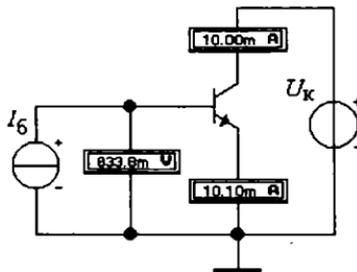


Рис. 1

В схеме (рис. 1) используется транзистор типа *n-p-n*. Это вариант для группы 1. Группа 2 использует транзистор типа *p-n-p*. В последнем случае полярность источников (и измерительных приборов) в схеме рис. 1 необходимо изменить на обратную (исследования проводятся в активном режиме работы транзистора). Модель транзистора выбирается из библиотеки National (или из библиотеки 2N), причем номер варианта совпадает с порядковым номером транзистора в списке.

2. Изменяя ток базы (от 1мкА до 200 мкА), снять входные и выходные вольт-амперные характеристики транзистора, а также зависи-

мости статических коэффициентов передачи тока базы $\beta_{СТ}$ и передачи тока эмиттера $\alpha_{СТ}$ транзистора от тока коллектора (достаточно 4–5 отсчетов). Напряжение на коллекторе изменять от нуля до 10...15 В. Проверить уравнение взаимосвязи токов в транзисторе и соотношение, связывающее $\alpha_{СТ}$ и $\beta_{СТ}$ между собой.

3. Для определения динамических параметров эквивалентной схемы транзистора используется схема, изображенная на рис. 2. В этой схеме базовый ток равен сумме токов от двух источников тока. Один источник задает постоянный ток базы i_B , а другой — переменный, с действующим значением I_B . Напряжение на коллекторе транзистора равно сумме постоянного e_K и переменного U_K напряжений. Включая в эту схему амперметры и вольтметры, легко измерить протекающие постоянные (режим DC приборов) и переменные (режим AC приборов) токи и напряжения. Отметим, что уровень переменного базового тока, протекающего в транзисторе, не должен превышать 10 микроампер (при этом $U_B \leq 0,1$ В), а уровень переменного напряжения на коллекторе не должен превышать 5 В. Только в этом случае характеристики транзистора линеаризируются.

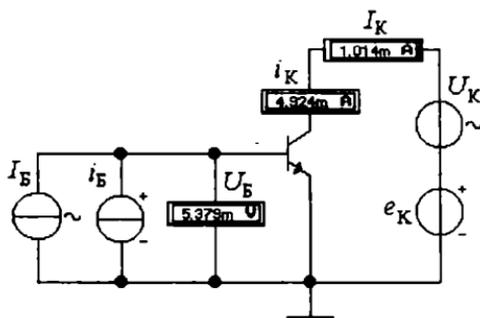


Рис. 2

4. Установить в схеме (рис. 2) следующий режим по постоянному току транзистора: постоянный ток базы $i_B = 50$ мкА, постоянное напряжение на коллекторе $e_K = 10$ В. Подавая на вход транзистора гармонический ток с малой амплитудой $I_B \leq 10$ мкА и низкой частотой $F = 1$ кГц, измерить входное переменное напряжение U_B и выходной переменный ток I_K транзистора. При этом напряжение U_K уменьшить до нуля. Рассчитать входное сопротивление транзистора по перемен-

ному напряжению (сопротивление $r_{\text{бэ}} = U_{\text{Б}}/I_{\text{Б}}$) и крутизну транзистора ($S = I_{\text{К}}/U_{\text{Б}}$).

Для измерения выходного сопротивления транзистора (сопротивление $r_{\text{кэ}} = U_{\text{К}}/I_{\text{К}}$) установить переменный ток $I_{\text{Б}}$ равным нулю (или исключить источник переменного тока из схемы). Увеличивая переменное напряжение $U_{\text{К}}$ на выходе до 5 В, измерить возникающий переменный ток $I_{\text{К}}$. Рассчитать выходное сопротивление транзистора.

5*. Изменяя режим по постоянному току, исследовать изменения параметров простейшей физической эквивалентной схемы транзистора при уменьшении и увеличении постоянного тока коллектора.

6*. Подавая высокочастотный сигнал, измерить паразитные входные и выходные емкости транзистора.

7*. Включить в схему на рис. 1 вместо биполярного транзистора полевой транзистор из библиотеки National. При этом во входной цепи вместо источника тока требуется включить источник напряжения. Снять выходные вольт-амперные характеристики полевого транзистора.

8*. Включить в схему на рис. 2 вместо биполярного транзистора полевой транзистор из библиотеки National. При этом во входной цепи вместо источников тока требуется включить два источника напряжения по аналогии с выходной цепью. Измерить параметры эквивалентной схемы полевого транзистора. Рабочую точку транзистора установить такой, чтобы ток стока был равен 5...10 мА.

14. Усилитель на биполярном транзисторе

1. Задана одна из трех схем простейших усилителей (с общим эмиттером, общей базой или общим коллектором) в соответствии с табл.1, где N — номер варианта, $R_{\text{Н}}$ — сопротивления внутренней и внешней нагрузок, $\langle N \rangle_3$ — вычет по модулю 3, f_0 — частота входного сигнала.

Таблица 1

Группа	$R_{\text{Н}}$, кОм	ОЭ	ОБ	ОК	f_0 , МГц	Тип транзистора
1	$N/4$	$\langle N \rangle_3 = 0$	$\langle N \rangle_3 = 1$	$\langle N \rangle_3 = 2$	$N/2$	<i>n-p-n</i>
2	$N/2$	$\langle N \rangle_3 = 2$	$\langle N \rangle_3 = 0$	$\langle N \rangle_3 = 1$	$1/N$	<i>p-n-p</i>

Для моделирования выбрать транзистор из библиотеки National (или по согласованию с преподавателем из другой библиотеки), причем номер варианта должен совпадать с порядковым номером транзистора в списке. Предусмотреть подачу напряжения смещения между базой и эмиттером, равного 0,78 В для *n-p-n*-транзистора и 0,75 В для *p-n-p*-транзистора. Напряжение коллекторного источника питания равно 10...20 вольт.

Емкости разделительного и блокировочного конденсаторов рассчитать самостоятельно, учитывая, что сопротивления разделительного и блокировочного конденсаторов на частоте сигнала в сто и более раз меньше входного сопротивления и сопротивления нагрузки каскада. Сопротивление дросселя на частоте сигнала, напротив, велико (в сто и более раз больше входного сопротивления каскада).

При исследовании амплитуда входного сигнала не должна превышать 0,1 В (рекомендуется 5...10 мВ). В этом случае получим линейный режим работы усилителя.

2. Используя вольтметры и амперметры, найти с помощью ЭВМ модуль комплексного коэффициента усиления по напряжению $|K_u|$, модуль входного $|\dot{Z}_{вх}|$ и модуль выходного $|\dot{Z}_{вых}|$ сопротивлений усилителя. Для определения модуля $|\dot{Z}_{вых}|$ необходимо собрать новую схему, в которой источник сигнала перемещен с входа на выход усилителя.

3. Рассчитать по формулам K_u , $\dot{Z}_{вх}$ и $\dot{Z}_{вых}$ исследуемого усилителя, если параметры биполярного *n-p-n*-транзистора схемы следующие: $r_{бэ} = 400$ Ом, $r_{кэ} = 60$ кОм, $S = 25$ мА/В, а параметры биполярного *p-n-p*-транзистора схемы следующие: $r_{бэ} = 700$ Ом, $r_{кэ} = 100$ кОм, $S = 15$ мА/В. Сравнить результаты, полученные с помощью ЭВМ и по формулам. Так как фактические параметры используемого в схеме транзистора могут отличаться от заданных выше в несколько раз, то некоторые показатели усилителя могут существенно отличаться от расчетных.

4. Используя двухлучевой осциллограф, найти фазовый сдвиг, вносимый усилителем. Сравнить полученное значение фазы с расчетным.

5*. Включая на входе и выходе усилителя контрольный резистор с малым сопротивлением, найти начальные фазы входного и выходного сопротивлений. Сравнить полученные значения с расчетными.

6*. С помощью аналитических соотношений определить новые параметры элементов схемы, при которых коэффициент усиления усилителя ОЭ или ОБ увеличивается (или уменьшается) в два раза. Изменить параметры схемы и проверить коэффициент усиления усилителя с помощью программы моделирования.

7*. Изменяя режимы и параметры элементов схемы усилителя, добиться увеличения (или уменьшения) входного и выходного сопротивлений. Найти элементы схемы, оказывающие наибольшее влияние на входные и выходные сопротивления усилителя.

8*. Исследовать шумы резистивного усилителя. Определить элемент, дающий максимальный вклад в уровень выходных шумов.

15. Усилитель на полевом транзисторе

1. Задана одна из трех схем усилителей на полевых транзисторах в соответствии с табл.1, где N — номер варианта, R_H — сопротивление внутренней нагрузки (внешняя нагрузка отсутствует), $\langle N \rangle_3$ — вычет по модулю 3. Частота входного сигнала равна N кГц. В усилителе используется полевой транзистор с управляющим p - n -переходом с n - или p -каналом.

Таблица 1

Группа	R_H , кОм	ОИ, если	ОЗ, если	ОС, если	Тип транзистора
1	$N/3$	$\langle N \rangle_3 = 0$	$\langle N \rangle_3 = 1$	$\langle N \rangle_3 = 2$	n -канал
2	$N/2$	$\langle N \rangle_3 = 1$	$\langle N \rangle_3 = 2$	$\langle N \rangle_3 = 0$	p -канал

Для моделирования выбрать полевой транзистор из любой библиотеки (кроме библиотеки Default) программы EWB, причем номер варианта должен совпадать с порядковым номером транзистора в списке.

Предусмотреть подачу напряжения смещения на затвор транзистора, так чтобы постоянный ток стока был равен (0,5...5) мА. Напряжение коллекторного источника питания установить так, чтобы постоянное напряжение между стоком и истоком транзистора было не менее 3 В и не более 10 В. Емкости разделительного и блокировочного конденсаторов рассчитать самостоятельно, учитывая, что сопротивления разделительного и блокировочного конденсаторов на частоте сигнала в сто и более раз меньше входного сопротивления и сопротивления нагрузки каскада. Вместо дросселя для подачи напря-

жения смещения рекомендуется использовать резистор с сопротивлением $0,5 \dots 2$ МОм. Амплитуда входного сигнала не должна превышать $0,1$ В (линейный усилитель).

2. Найти с помощью ЭВМ модули комплексных коэффициента усиления по напряжению $|\dot{K}_u|$, входного $|\dot{Z}_{вх}|$ и выходного $|\dot{Z}_{вых}|$ сопротивлений усилителя.

3. Используя формулы, рассчитать \dot{K}_u , $\dot{Z}_{вх}$ и $\dot{Z}_{вых}$ исследуемого усилителя, если параметры полевых транзисторов с n -каналом: $r_{зи} = 400$ кОм, $r_{си} = 50$ кОм, $S = 5$ мА/В, а параметры полевого транзистора с p -каналом: $r_{зи} = 500$ кОм, $r_{си} = 20$ кОм, $S = 3$ мА/В.

4. Подключая двухлучевой осциллограф, найти фазовый сдвиг, вносимый усилителем.

5*. Включая на входе и выходе усилителя контрольный резистор с малым сопротивлением, найти начальные фазы входного и выходного сопротивлений. Сравнить полученные значения с расчетными.

6*. Изменяя режимы и параметры элементов схемы усилителя, найти элементы схемы, оказывающие наибольшее влияние на коэффициент усиления, входное и выходное сопротивления усилителя.

7*. Исследовать шумы усилителя. Определить элемент, дающий максимальный вклад в уровень выходных шумов.

16. Усилитель на операционном усилителе

1. Заданы инвертирующий и неинвертирующий усилители на операционном усилителе (ОУ). Практическая схема неинвертирующего

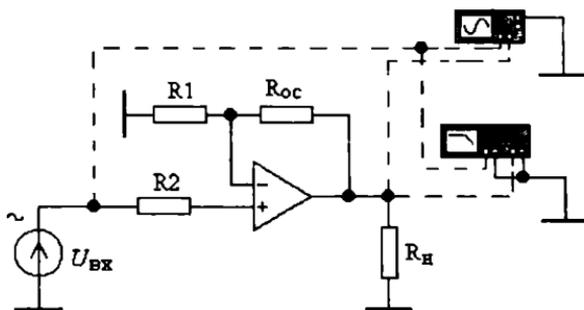


Рис. 1

усилителя с подключенными осциллографом и измерителем АЧХ

приведена на рис. 1. Схема инвертирующего усилителя должна быть аналогична схеме рис. 1.

Для моделирования выбрать ОУ из библиотеки Default (модель Ideal) программы EWB. Коэффициенты усиления усилителей установить равными N — номеру варианта. Сопротивления R_1 и R_{OC} рассчитать самостоятельно по формулам. Сопротивление резистора R_2 равно сопротивлению R_1 . Нагрузочный резистор имеет сопротивление $R_H = 10 \text{ кОм}$.

2. Найти с помощью ЭВМ коэффициент усиления по напряжению инвертирующего и неинвертирующего усилителей в области низких частот. При этом уровень входного напряжения не должен превышать 0,1 В. Определить граничную частоту усилителя в области высоких частот. Обратит внимание на инверсию фазы при усилении гармонического сигнала в инвертирующем усилителе.

3. Рассчитать по формулам коэффициенты усиления инвертирующего и неинвертирующего усилителей. Сравнить результаты машинного и приближенного (по формулам) расчетов.

4*. Исследовать зависимость граничной частоты усилителя от сопротивления обратной связи. Как изменяется полоса усиливаемых частот при увеличении отрицательной обратной связи?

5*. Собрать схему интегратора на ОУ. Постоянная времени интегратора равна $\tau = R_1 C_{OC} = N \text{ мс}$. Получить АЧХ интегратора в области частот от $f_1 = 1/(1000\tau)$ до $f_2 = 1/\tau$. Убедиться, что с ростом частоты коэффициент передачи интегратора уменьшается. Устанавливая логарифмический масштаб по вертикальной оси, определить закон уменьшения значений АЧХ.

Подать на интегратор гармонический сигнал с частотой $f_0 = 1/(100\tau)$. С помощью осциллографа определить фазовый сдвиг между входным и выходным сигналами.

Подать на интегратор последовательность положительных прямоугольных импульсов с частотой f_0 и скважностью, равной 5...10 (параметр Duty cycle равен 10...20) и исследовать выходной сигнал интегратора.

6*. Собрать схему дифференциатора на ОУ с постоянной времени, равной постоянной времени интегратора. Исследовать характеристики дифференциатора. Получить АЧХ дифференциатора и реакцию на воздействие последовательности прямоугольных импульсов.

7*. Включая в цепи обратной связи встречно-параллельно два диода (вместо R_{OC}), собрать логарифмический усилитель-ограничитель. Исследовать амплитудную характеристику этого усилителя.

8*. Исследовать шумы усилителя на ОУ. Определить вклад цепи ОС в уровень выходных шумов.

17. Резонансный усилитель

1. Схемы резонансных усилителей показаны на рис. 1 а, б. Студенты гр. 1 используют схему ОЭ (рис. 1 а), а студенты гр. 2 — схему ОБ (рис. 1 б). Резонансная частота колебательных контуров в коллекторной цепи равна N МГц. Индуктивность катушки L_K схемы необходимо рассчитать самостоятельно. Амплитуда входного гармонического сигнала не должна превышать 0,1 вольта.

2. Используя измеритель частотных характеристик или меню Analysis / AC Frequency, получить с помощью ЭВМ амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) резонансного усилителя. Проверить соответствие резонансной частоты усилителя заданной частоте. Найти полосу пропускания усилителя. Распечатать (или зарисовать) АЧХ усилителя с указанием масштабов по осям.

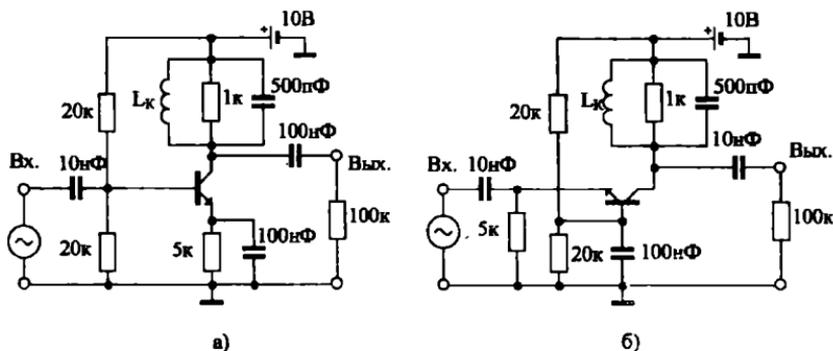


Рис. 1

3. Рассчитать по формулам коэффициент усиления резонансного усилителя на центральной частоте, если параметры транзистора следующие: $r_{бэ} = 500$ Ом, $r_{эб} = 50$ кОм, $S = 25$ мА/В. Сравнить результаты, полученные по формулам и с помощью ЭВМ.

4*. Подать на вход резонансного усилителя амплитудно-модулированный сигнал. Найти параметры АМ-сигнала, при которых искажения на выходе практически отсутствуют и, наоборот, когда такие искажения появляются (искажения появляются, если ширина спектра модулированного сигнала превышает полосу пропускания усилителя). В чем проявляются такие искажения?

5*. Подавая на вход усилителя фазомодулированный сигнал, получить на выходе усилителя сигнал с паразитной амплитудной модуляцией (явление преобразования ФМ → АМ). Как правило, для получения максимального эффекта преобразования ФМ → АМ частота несущей модулированного сигнала должна находиться на склоне АЧХ с максимальной крутизной, а девиация частоты модулированного сигнала должна быть выбрана равной не менее четверти полосы пропускания.

18. Умножение частоты

1. Схема нелинейной цепи — умножителя частоты показана на рис. 1. Студенты гр. 1 используют указанный на схеме транзистор типа *n-p-n*, а студенты гр. 2 — транзистор типа *p-n-p*. В последнем случае требуется изменить полярность источника питания. Частота вход-

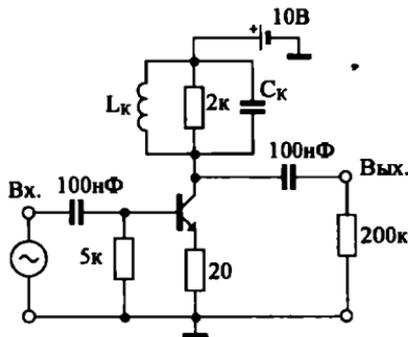


Рис. 1

ного сигнала, подаваемого с генератора, равна: $F_{\text{вх}} = 30N$ кГц (для гр. 1) и $F_{\text{вх}} = 1 + 0,2N$ МГц (для гр. 2). Здесь и далее N — номер варианта. Амплитуда входного гармонического сигнала равна 1 В. Коэффициент умножения n умножителя частоты лежит в диапазоне от 2 до 4 и рас-

считывается по формуле $n = \langle N \rangle_3 + 2$. Перед расчетом на ЭВМ необходимо по указанным исходным данным определить параметры колебательного контура, добротность которого $20 \leq Q \leq 40$.

Примечание. Добротность параллельного контура равна $Q = R_c / \rho$, где R_c — суммарное сопротивление потерь в контуре, равное сопротивлению параллельно соединенных коллекторного и внешнего нагрузочного резисторов умножителя, $\rho = \sqrt{L_k / C_k}$ — характеристическое сопротивление контура.

2. Получить с помощью ЭВМ графики входного и выходного сигналов. Сравнивая эти графики, убедиться в правильной работе умножителя частоты. Распечатать (или зарисовать) эти графики с указанием масштабов по осям.

3. Рассчитать амплитуду выходного сигнала, используя метод тригонометрических формул. Для этого передаточную вольт-амперную характеристику транзистора аппроксимируем следующим полиномом: $i_k = a_0 + a_1 u + a_3 u^3 + a_4 u^4$, где i_k — ток коллектора транзистора, u — входное напряжение, $a_0 = 10^{-6}$ А, $a_1 = 10^{-2}$ А/В, $a_3 = 2 \cdot 10^{-3}$ А/В³, $a_4 = 10^{-3}$ А/В⁴. При расчетах учесть, что частота выходного сигнала совпадает с резонансной частотой контура и, кроме того, внешнее сопротивление нагрузки каскада выбрано много больше сопротивления резистора в коллекторной цепи умножителя. Поэтому суммарное сопротивление нагрузки каскада практически равно сопротивлению резистора контура (2 кОм). После расчетов сравнить результаты, полученные по формулам и с помощью ЭВМ.

4. Подключая осциллограф к контрольному резистору в цепи эмиттера транзистора, убедиться в возникновении косинусоидальных импульсов тока эмиттера транзистора. Объясните причину их возникновения и отличие их формы от гармонической формы входного сигнала. Используя ВАХ транзистора, рассчитать амплитуду импульсов тока эмиттера транзистора.

5*. Снять амплитудную характеристику умножителя частоты, то есть зависимость амплитуды выходного сигнала от амплитуды входного. Убедиться, что при уменьшении входного сигнала до 0,1 В и менее напряжение на выходе умножителя резко уменьшается.

6*. Уменьшая частоту входного сигнала, получить увеличенные, по сравнению с заданным, коэффициенты умножения. Убедиться в

том, что умножитель частоты на транзисторе с ростом коэффициента умножения работает менее эффективно.

7*. Включить на входе каскада два последовательно соединенных источника переменного напряжения. С первого источника подать на каскад сигнал гетеродина с частотой $f_r = 11F_{\text{вх}}$ и амплитудой $0,7 \dots 1$ В. У второго источника установить частоту входного сигнала равной $10F_{\text{вх}}$, а амплитуду — $0,02 \dots 0,2$ В. Получить на выходе каскада комбинационную гармонику, частота которой совпадает с резонансной частотой колебательного контура. Исследовать характеристики полученного преобразователя частоты вниз на транзисторе: коэффициент передачи, полосу пропускания, амплитудную характеристику и зависимость амплитуды выходного сигнала от амплитуды сигнала гетеродина.

Включая вместо второго источника на входе каскада генератор АМ-сигнала, исследовать искажения, вносимые преобразователем частоты в модулированный сигнал. Собрать и проверить работу преобразователя частоты вверх и преобразователя частоты на второй гармонике гетеродина.

19. Амплитудная модуляция

1. Электрическая схема простейшего амплитудного модулятора, выполненного на аналоговом перемножителе, приведена на рис. 1. Аналоговый перемножитель относится к параметрическим цепям, так

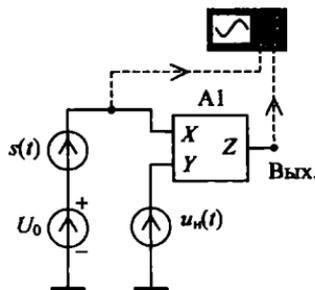


Рис. 1

как коэффициент передачи по одному из двух его входов зависит от напряжения на другом входе. На вход X перемножителя A1 (рис. 1) поступает модулирующее (гармоническое) низкочастотное напряже-

ние $s(t) = S_m \cos(\Omega t)$. Кроме переменного низкочастотного напряжения, на этот вход дополнительно подается постоянное напряжение U_0 .

На второй вход Y перемножителя поступает высокочастотное напряжение несущей $u_n(t) = U_n \cos(\omega t)$. Напряжение на выходе аналогового перемножителя имеет вид $z(t) = k[U_0 + s(t)]u_n(t)$, где k — коэффициент перемножителя. Раскрывая квадратные скобки, получим $z(t) = kU_0 u_n(t) + ks(t) u_n(t)$. Первое слагаемое представляет выходное несущее колебание с амплитудой $kU_0 U_n$. Второе слагаемое, включающее произведение двух гармонических сигналов, дает на выходе две комбинационные гармоники. В этом отношении параметрические цепи аналогичны нелинейным цепям. Комбинационные гармоники образуют боковые составляющие в спектре амплитудно-модулированного сигнала (АМ-сигнала). Напряжение на выходе перемножителя перепишем в виде $z(t) = kU_0 U_n [1 + m \cos(\Omega t)] \cos(\omega t)$, где коэффициент амплитудной модуляции $m = S_m / U_0$. АМ-сигнал можно наблюдать на выходе устройства с помощью осциллографа. На практике на выходе перемножителя добавляется полосовой фильтр, пропускающий АМ-сигнал и устраняющий прямое прохождение низкочастотного модулирующего сигнала и других помех на выход устройства.

2. Собрать схему, показанную на рис. 1. Установить следующие параметры схемы. Для группы 1: коэффициент $k = 0,05$, частота несущей $10N$ кГц, частота модуляции $0,1N$ кГц. Для группы 2: коэффициент $k = 0,2$, частота несущей $N/2$ МГц, частота модуляции $5N$ кГц. Устанавливая на входах перемножителя постоянное напряжение $U_0 = 0,5 \dots 1$ В, напряжение несущей $U_n = 0,1 \dots 1$ В и увеличивая напряжение модулирующего сигнала S_m , получить на выходе модулятора АМ-сигнал с коэффициентом модуляции $m = 1$. Зарисовать (распечатать) осциллограмму этого сигнала. Рассчитать коэффициент АМ по формуле $m = S_m / U_0$ и сравнить с заданным значением.

3. Исследовать зависимость коэффициента АМ от амплитуды несущей, постоянного напряжения U_0 , амплитуды модулирующего сигнала S_m и частоты модулирующего сигнала. По каждой из исследуемых зависимостей сделать вывод.

Увеличивая уровень модулирующего сигнала, получить "перемодуляцию". При каком соотношении напряжений U_0 и S_m возникает перемодуляция?

4*. Устанавливая $U_0 = 0$, получить АМ-сигнал с подавленной несущей (балансный модулятор). В спектре выходного сигнала присутствуют только две боковые составляющие, сумма которых образует так называемые "биения". Зарисовать (распечатать) форму выходного сигнала.

5*. Рассчитать параметры простейшего полосового фильтра — последовательного колебательного контура, настроенного на частоту одной из боковых составляющих в АМ-сигнале. Полоса пропускания контура не должна превышать частоты модуляции. Включить полосовой фильтр на выходе перемножителя. Устанавливая режим балансной модуляции, на выходе фильтра получить сигнал с одной боковой полосой (ОБП-сигнал). Зарисовать (распечатать) форму выходного сигнала.

6*. Исследовать работу амплитудного модулятора, подавая на него сложные модулирующие сигналы от функционального генератора.

7*. Собрать схему детектора АМ-сигналов на аналоговом перемножителе. К входу X подключить АМ-генератор с центральной частотой, равной частоте несущей. Частоту модуляции выбрать в 100 раз меньше частоты несущей. Коэффициент АМ установить равным 0,5...1. Источник постоянного напряжения или исключить, или его напряжение установить равным нулю. Начальную фазу несущей (вход Y) установить равной нулю. Амплитуды напряжений источников установить равными 1...2 В. На выходе детектора включить простейший ФНЧ в виде RC -цепочки. Граничную частоту ФНЧ можно выбрать равной частоте модуляции. При этом несущая будет задерживаться фильтром и на выход будет проходить только низкочастотный информационный сигнал, соответствующий изменениям амплитуды модулированного сигнала. Исследовать работу АМ-детектора.

20. Автогенератор на операционном усилителе

1. Электрическая схема RC -автогенератора, выполненного на операционном усилителе (ОУ), приведена на рис. 1. Операционный усилитель охвачен цепью положительной обратной связи (ПОС), составленной из резисторов R и конденсаторов C , а также цепью отрицательной обратной связи (ООС), образованной диодами $D1, D2$ и резистором $R1$. Нелинейная ООС предназначена для ограничения амплитуды возникающих автоколебаний.

Частота колебаний автогенератора равна $30N$ Гц для группы 1 и N кГц для группы 2. Сопротивления резисторов и емкости конденсаторов в цепи ПОС рассчитываются с использованием формулы для частоты колебаний RC -автогенератора: $\omega_0 = 1/RC$. При этом сопротивление R взять из диапазона $1...10$ кОм. Операционный усилитель выбрать из библиотеки $lm7xx$, например, LM741. Сопротивление $R_1 = 10$ кОм. Диоды схемы можно взять из библиотеки $default$, модель $ideal$.

2. Получить установившийся (основной) режим работы автогенератора. Определить основные показатели автогенератора: частоту и амплитуду автоколебаний. Сравнить частоту автоколебаний с заданной частотой ω_0 .

Увеличить (или уменьшить) сопротивления (или емкости) в цепи ПОС в два раза. Определить новую частоту автоколебаний. Во сколько раз изменилась частота колебаний?

3. Анализируя начало осциллограммы, определить длительность переходного процесса установления автоколебаний. За нулевой мо-

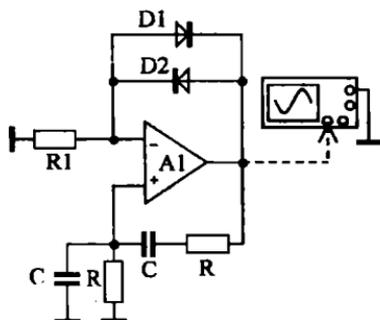


Рис. 1

мент времени берется момент начала анализа. Как правило, колебание считается установившимся, если его амплитуда отличается от стационарной не более чем на 10%.

4. Исследование условий самовозбуждения автогенератора.

4.1. Включить параллельно диодам переменный резистор с сопротивлением 40 кОм. Уменьшая и увеличивая его сопротивление, наблюдать процесс возникновения и срыва автоколебаний. Определить сопротивление резистора, при котором происходит самовозбуж-

дение, и рассчитать по формуле коэффициент усиления неинвертирующего усилителя (сопротивления закрытых диодов D1 и D2 при самовозбуждении можно не учитывать, так как напряжения в схеме еще очень малы). Проверить выполнение условия самовозбуждения RC-автогенератора.

4.2*. Заменить тип ОУ — вместо LM741 включить идеальный ОУ из библиотеки default. Объяснить причину отсутствия самовозбуждения автогенератора. Отключая резистор R1 от корпуса, подключить последовательно с резистором R1 функциональный генератор. С генератора подать возбуждающий короткий прямоугольный импульс с малой амплитудой (Duty cycle равно 0,1, частота следования импульсов 0,1 Гц, амплитуда 1 мВ). Получить самовозбуждение автогенератора. Объяснить полученный эффект. Вернуться к реальному ОУ (LM741) и отключить функциональный генератор. Объяснить причину самовозбуждения схемы с этим ОУ без дополнительного возбуждающего импульса.

5. Исследование установившегося режима работы автогенератора.

5.1. Отключить цепь ПОС от автогенератора. Подавая гармонический сигнал на неинвертирующий вход усилителя, получить на частоте автоколебаний на выходе такую же амплитуду выходного напряжения, как и в случае автоколебаний. Рассчитать коэффициент усиления усилителя, соответствующий стационарному состоянию автогенератора.

5.2*. Подключить к цепи ПОС измеритель АЧХ. При этом обратить внимание на то, что вход цепи ПОС располагается у выходных зажимов усилителя. Дополнительно к входным зажимам цепи ПОС подключить источник гармонического напряжения, который необходим для правильной работы измерителя АЧХ. С помощью измерителя АЧХ найти частоту квазирезонанса и коэффициент передачи цепи ПОС на частоте квазирезонанса.

5.3*. По измеренным данным проверить баланс амплитуд и фаз в установившемся состоянии автогенератора.

21. Дешифратор

1. Составить схему дешифратора — комбинационной схемы (КС), имеющей 5 входов и один выход. Сигнал на выходе дешифратора должен быть равен логической единице в трех случаях: когда двоич-

ное число на входе равно N , а также когда входное число равно $N + M$, а также когда входное число равно $N + 2M$. Число M равно 1 для группы 1 и 2 — для группы 2.

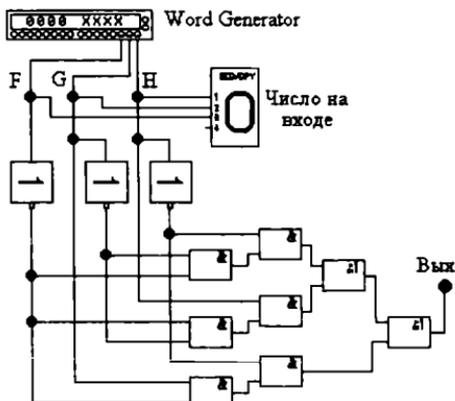


Рис. 1

Например, схема дешифратора с тремя входами F, G, H показана на рис. 1. Сигналы на входы комбинационной схемы поступают от генератора логических уровней. Десятичное число, соответствующее двоичному коду на входе схемы, показывает семисегментный индикатор. На выходе комбинационной схемы включен индикатор логического состояния (Red Probe).

В нашем случае он загорается только тогда, когда на входе схемы имеется двоичный код, соответствующий трем десятичным числам 0, 1, 2.

2. Перед началом моделирования необходимо заполнить данными и установить параметры генератора логических сигналов (рис. 2). Для удобства наблюдения частоту смены выходных кодов рекомендуется установить равной 1 Гц. В окне установки выходных логических сигналов устанавливаются шестнадцатеричные числа от 0000 до 0C1F (рис. 2). В этом случае при работе генератора на входе КС будут возникать все возможные комбинации двоичных сигналов, соответствующие десятичным числам от 0 до 31.

Для того чтобы в циклическом режиме (Cycle) или в режиме пачки кодов (Burst) на выходе генератора возникали только внесенные данные, рекомендуется установить начальное (Initial = 0000) и конечное (Final = 001F) значение адреса данных. Для получения десятичного

числа, на выходе генератора рекомендуется подключить цифровые индикаторы (как на рис. 1).

3. Для создания схемы дешифратора рекомендуется использовать логический преобразователь (Logic Converter) программы EWB.

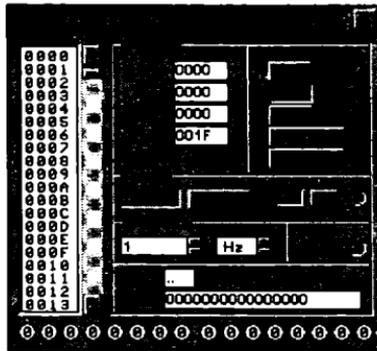


Рис. 2

Предварительно необходимо записать логическую функцию КС в совершенной нормальной дизъюнктивной форме. Логическое отрицание переменной вводится одновременным нажатием клавиш Shift и стрелка вправо. Логическую функцию КС (без оптимизации) преобразовать в первую схему дешифратора.

4. Подключить первую схему к генератору и убедиться в правильной работе дешифратора

5*. Используя логический преобразователь программы EWB, синтезировать вторую оптимизированную схему дешифратора. Подключить ее к генератору логических сигналов и убедиться в правильной работе схемы.

6*. Синтезировать комбинационную схему с тремя выходами. Сигналы на каждом из этих выходов появляются только при одной описанной выше комбинации входных уровней. Используя схему ИЛИ, объединить эти выходы. Какая из разработанных комбинационных схем получилась сложнее?

Оптимизировать схему, используя логический преобразователь программы. Есть ли возможность дальнейшей оптимизации всей комбинационной схемы?

22. Счетчик

1. Используя пять JK -триггеров, составить схемы суммирующего (для гр.1) и вычитающего (для гр. 2) счетчиков. Максимальные показания суммирующего счетчика равны $N + 5$ (модуль счета равен $N + 6$). Минимальные показания вычитающего счетчика равны $N + 4$.

Для сброса счетчика в нулевое состояние или установки всех его триггеров в единичное состояние используются комбинационное устройство и дополнительные входы R или S JK -триггеров. Комбинационное устройство управления работой счетчиков можно собрать с использованием элемента И с увеличенным числом входов. (Число входов устанавливается с помощью панели свойств элемента И.)

Например, электрические схемы суммирующего и вычитающего счетчиков, выполненные на основе двух JK -триггеров, показаны на рис. 1 а, б соответственно. Сигналы с выходов счетчика подаются на анализатор логических уровней.

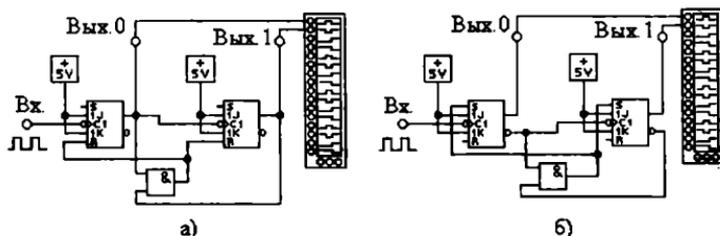


Рис. 1

2. Промоделировать работу счетчика с помощью программы EWB. Входной импульсный сигнал подать от генератора логических сигналов с выхода Data ready. Частоту входного сигнала рекомендуется установить равной 1...5 Гц. С помощью анализатора логических сигналов получить временные диаграммы работы счетчика и убедиться в правильности его работы. Для удобства наблюдения показаний счетчика к его выходам подключить два семисегментных индикатора.

3. Составить таблицу состояний счетчика и выделить в этой таблице номер импульса, соответствующий установке триггеров счетчика в исходное состояние.

4*. Составить логическое уравнение, описывающее работу комбинационной схемы управления счетчиком. Используя логический пре-

образователь программы EWB, синтезировать новую схему управления счетчиком. Подключить ее к счетчику и убедиться в правильной работе счетчика. Провести оптимизацию схемы управления. Проверить правильность работы счетчика с оптимизированной схемой управления.

5*. Обратите внимание, что в некоторых случаях счетчик начинает правильно работать только после первого цикла, когда хотя бы один раз отработают все триггеры схемы. Это объясняется тем, что в программе EWB при запуске анализа схемы первоначальные состояния триггеров не определены.

С помощью генератора логических сигналов, используя синхронизирующий сигнал и один из логических выходов, организовать первоначальный сброс (или установку) триггеров счетчика в нулевое (или единичное) состояния и правильную последующую работу счетчика.

6*. Увеличивая частоту входного сигнала, исследовать быстродействие счетчика. Найти наибольшую частоту, при которой счетчик функционирует правильно.

23. Цифро-аналоговый преобразователь

1. Собрать схему четырехразрядного (для гр. 1) или пятиразрядного (для гр. 2) цифро-аналогового преобразователя (ЦАП), построенного на основе цепочки $R-2R$.

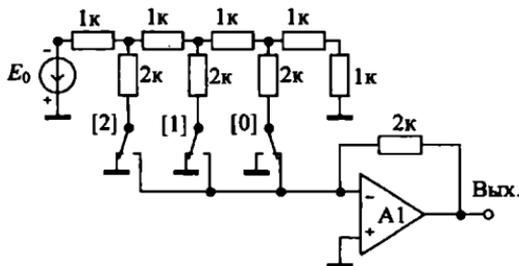


Рис. 1

Например, схема трехразрядного ЦАП показана на рис. 1. Три входных двоичных сигнала управляют переключателями 0, 1, 2. Положение переключателей, показанное на схеме, соответствует подаче на усилитель напряжения, соответствующего шагу квантования Δ . Сопротивление резистора (2 кОм) в цепи обратной связи операцион-

ного усилителя (ОУ) равно сопротивлению в поперечной ветви цепочки $R-2R$. Поэтому коэффициент передачи усилителя равен 1 и выходное напряжение ЦАП будет также равно шагу квантования Δ . Величина шага квантования зависит от опорного напряжения E_0 и от числа звеньев в цепочке $R-2R$. Шаг квантования равен $\Delta = 40N$ мВ для гр. 1 и $\Delta = 20N$ мВ для гр. 2. Рассчитать и установить опорное напряжение E_0 .

2. Подключая на выходе ЦАП осциллограф (или мультиметр) и коммутируя переключатели, измерить величину шага квантования Δ , и максимальную величину выходного напряжения ЦАП U_{\max} . Проверить равенства $\Delta = \Delta$, и $U_{\max} = (2^4 - 1)\Delta$ (гр. 1) или $U_{\max} = (2^5 - 1)\Delta$ (гр. 2). Занести в таблицу увеличивающиеся по величине входные двоичные коды и соответствующие им выходные напряжения (измерить первые 5...6 значений, начиная с нулевого напряжения, и 2...3 значения меньших или равных U_{\max}). Построить ступенчатый график зависимости выходного напряжения от входного кода (от 0 до U_{\max}).

3. Для измерения быстродействия ЦАП включить в схему вместо идеального ОУ реальный ОУ, например, LM741 из библиотеки lm7xx. Установить все переключатели так, чтобы на вход ОУ напряжение не поступало. Заменить переключатель 0 на переключатель с задержкой времени (Time-Delay Switch), установив для последнего время включенного состояния (Time on) 1,5...2 мкс и время выключенного состояния (Time off) 0,5 мкс. Измерить и зарисовать возникающий на выходе ЦАП искаженный импульс напряжения. Определить и записать длительность переднего фронта импульса. Эта длительность примерно равна основному динамическому параметру ЦАП — времени установления выходного напряжения $t_{уст}$. В исследуемой схеме время $t_{уст}$ в основном определяется быстродействием операционного усилителя.

4*. Исследовать влияние погрешности изготовления резисторов цепочки $R-2R$ и других элементов ЦАП на шаг квантования.

4.1*. Расчет методом Монте-Карло. Восстановить схему ЦАП: включить в схему обычный переключатель. Установить все переключатели схемы в положение, при котором на выходе ЦАП возникает наибольшее напряжение. Используя меню Analysis / Monte Carlo, получить статистику, описывающую разброс значений выходного напряжения. При этом число испытаний (Number of runs) установить не менее 10, разброс параметров элементов (Tolerance) задать равным 5%

(такая погрешность задается для элементов современной аппаратуры на интегральных микросхемах), выбрать гауссовское распределение и правильно указать номер выходного узла ЦАП. Расчет провести в режиме DC. Максимальное значение погрешности выходного напряжения определяет один из параметров ЦАП — абсолютную погрешность.

4.2*. Расчет на наихудший случай. Установить на выходе ЦАП напряжение, равное шагу квантования. Используя меню Analysis / Worst Case, получить наименьшее и наибольшее значение шага квантования. При этом разброс параметров элементов (Tolerance) задать равным 5%, выбрать расчет на максимум, а затем на минимум значения и правильно указать номер выходного узла ЦАП. Расчет провести в режиме DC. Разность между максимальной и минимальной величиной напряжения часто определяет другой параметр ЦАП — его дифференциальную нелинейность.

5*. Подключить параллельно резистору в цепи обратной связи ОУ конденсатор. В этом случае усилитель одновременно является фильтром низких частот (активный фильтр). Определить минимальную емкость конденсатора, при которой в выходном сигнале при изменении входного кода будут практически отсутствовать ступеньки напряжения.

6*. Заменяя каждый переключатель в схеме рис. 1 двумя переключателями, управляемыми напряжениями, составить новую схему ЦАП с управлением сигналами, поступающими от генератора логических уровней. Получить на выходе ЦАП пилообразное (треугольное) напряжение.

24. Аналого-цифровой преобразователь

1. Собрать схему простейшего параллельного двухразрядного аналого-цифрового преобразователя (АЦП), показанную на рис. 1. Такие АЦП часто используются при обнаружении импульсных сигналов, так как для обнаружения такого сигнала большое число разрядов не требуется. В АЦП используются 3 компаратора (UCOMP) с включенными на их выходах повторителями логических сигналов, комбинационная схема — шифратор (CD), источник опорного напряжения E_0 , и три прецизионных резистора с сопротивлениями 1 кОм. Шифратор CD выполнен в виде подсхемы.

Шаг квантования равен $\Delta = 55N$ мВ для группы 1 и $\Delta = 45N$ мВ для группы 2. Шаг квантования в схеме устанавливается выбором опорного напряжения E_0 .

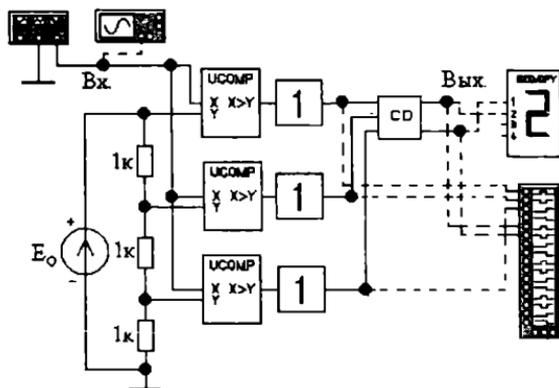


Рис. 1

2. Шифратор CD с тремя входами и двумя выходами проектируется с помощью логического преобразователя (Logic Converter) программы EWB. Предварительно необходимо записать две логические функции для младшего и старшего разряда шины данных в совершенной нормальной дизъюнктивной форме. Логическое отрицание переменной вводится одновременным нажатием клавиш Shift и стрелка вправо. Логические функции после оптимизации необходимо конвертировать в схему шифратора. Выделяя входы и выходы шифратора, преобразовать его в подсхему и включить в состав АЦП.

3. Подключая к входу АЦП генератор треугольных импульсов с очень низкой частотой 0,1 Гц и амплитудой положительных импульсов, несколько превышающей E_0 (при этом параметры: Amplitude $> E_0/2$, Offset $> E_0/2$), убедиться в правильной работе АЦП, наблюдая последовательную смену показаний семисегментного индикатора, изменение логических уровней на выходе АЦП и согласованные изменения входного сигнала.

Примечание. По умолчанию в программе EWB установлено слишком большое значение параметра Input offset voltage компаратора, равное 0,7 В. При таком напряжении смещения компаратора АЦП работает неправильно. Для обеспечения правильной работы АЦП установите напряжение Input offset voltage компаратора равным нулю.

4. Включить на входе АЦП источник постоянного напряжения. Увеличивая (от нуля) напряжение на входе АЦП, получить зависимость кода на выходе от входного напряжения. Проверить величину шага квантования Δ и найти максимальное входное напряжение $U_{\max} = (2^2 - 1)\Delta$ АЦП. Занести в таблицу увеличивающиеся по величине двоичные коды и соответствующие им входные напряжения. Построить ступенчатый график зависимости выходного кода от входного напряжения.

5*. Подключить на входе АЦП генератор гармонического сигнала с амплитудой, превышающей E_0 . Увеличивая частоту колебаний, получить сбои в работе АЦП. Найти частоты, при которых возникают сбои в показаниях семисегментного индикатора, сбои в выходных данных и сбои в работе компараторов. Оценить быстродействие АЦП.

Используя генератор положительных треугольных импульсов, оценить при какой скорости нарастания входного сигнала возникают сбои в работе АЦП.

Определить, какой из элементов АЦП вносит основной вклад в снижение его быстродействия.

Изменяя параметры повторителей (или шифратора), добиться того, чтобы повторители (шифратор) определяли быстродействие АЦП.

6*. Исключить из схемы АЦП повторители уровней. Что изменилось в работе схемы?

7*. Включить в схему АЦП вместо компараторов операционные усилители (ОУ). Добиться правильного функционирования схемы АЦП при использовании ОУ. Оценить быстродействие АЦП с ОУ.

Литература

1. *Нефедов В. Н.* Основы радиоэлектроники. — М.: Высшая школа, 2000.
- ✓ 2. *Каяцкас А. А.* Основы радиоэлектроники. — М.: Высшая школа, 1988.
3. *Хотунцев Ю. Л., Лобарев А.С.* Основы радиоэлектроники. — М.: Агар, 1998.
- ✓ 4. *Попов В. П.* Основы теории цепей. — М.: Высшая школа, 1985.
5. *Батушев В. А.* Электронные приборы. — М.: Высшая школа, 1980.
- ✓ 6. *Титце У., Шенк К.* Полупроводниковая схемотехника. — М.: Мир, 1982.
- ✓ 7. *Ефимов И. Е., Козырь И. Я., Горбунов Ю. И.* Микроэлектроника. — М.: Высшая школа, 1987.
- ✓ 8. *Гусев В. Г., Гусев Ю. М.* Электроника. — М.: Высшая школа, 1991.
9. *Соловьев Г. Н. и др.* Схемотехника ЭВМ. — М.: Высшая школа, 1985.
10. *Гоноровский И. С., Демин М. П.* Радиотехнические цепи и сигналы. — М.: Радио и связь, 1994.
- ✓ 11. *Антонью А.* Цифровые фильтры: анализ и проектирование. — М.: Радио и связь, 1983.
- ✓ 12. *Колмогоров А. Н., Фомин С. В.* Элементы теории функций и функционального анализа. — М.: Наука, 1981.
- ✓ 13. *Крылов Г. М., Панов В. И., Королев В. И., Кучумов А. И. и др.* Фазовые характеристики усилительных устройств. — М.: Энергия, 1975.
14. *Королев В. И., Кучумов А. И.* Усилители-ограничители. — М.: Энергия, 1976.
15. *Разевиг В. Д.* Система схемотехнического моделирования Micro-Cap V. — М.: Солон, 1999.
16. *Карлашук В. И.* Электронная лаборатория на IBM PC. Программа Electronics Workbench и ее применение. — М.: СОЛОН-Р, 1999.
17. *Панфилов Д. И.* Практикум на Electronics Workbench. Том 1, 2. — М.: ДОДЭКА, 1999.
18. *Разевиг В. Д.* Система проектирования цифровых устройств OrCad. — М.: Солон-Р, 2000.
19. Автоматизация проектирования радиоэлектронных средств/ Под ред. *О. В. Алексеева.* — М.: Высшая школа, 2000.

Учебное издание

КУЧУМОВ АЛЕКСАНДР ИВАНОВИЧ

ЭЛЕКТРОНИКА И СХЕМОТЕХНИКА

Учебное пособие

Заведующая редакцией *Т. А. Денисова*
Корректор *Е. Н. Клитина*
Компьютерная верстка *С. В. Шамринова*

Лицензия ЛР № 066255 от 29.12.98.

Издательство «Гелиос АРВ».

107014, г. Москва, Верхняя Красносельская ул., 16. Тел.: (095) 264-44-39,
e-mail: info@gelios-arv.ru; www.gelios-arv.ru.

Формат 84x108/32. Объем 9,5 п. л. Печать офсетная. Тираж 3 000 экз. Заказ № 2515.

Отпечатано с готовых диапозитивов в РГУП «Чебоксарская типография № 1».
428019, г. Чебоксары, пр. И. Яковлева, 15.

**Издательство
«Гелиос Ассоциации российских вузов»**

**выпускает литературу
по информационной безопасности
для преподавателей, аспирантов и студентов
высших учебных заведений,
а также широкого круга читателей.**

Издательство предлагает книгу С. Н. Смирнова «Работаем с IBM DB2» — учебное пособие по технологиям и системам распределенной обработки данных, в котором в живой и доступной форме излагаются основы распределенной обработки информации, включая работу в Интернет, основные объекты DB2, базовые и производные типы данных, язык SQL — основное средство взаимодействия с сервером баз данных. Представлены методические основы и примеры построения прикладных программ на языке Java, взаимодействующих с сервером баз данных. Особое внимание уделено возможностям DB2 по обеспечению целостности и безопасности данных. Включено много практических примеров, которые не только иллюстрируют рассматриваемые вопросы, но и могут быть использованы в качестве типовых при решении конкретных задач.

Рекомендовано УМО вузов в области информационной безопасности в качестве учебного пособия по специальностям «Комплексное обеспечение информационной безопасности автоматизированных систем» и «Компьютерная безопасность».

Книгу можно приобрести в магазинах г. Москвы
и в издательстве «Гелиос АРВ» по адресу:
107140, г. Москва, ул. Верхняя Красносельская, д. 16,
тел./факс: 264-44-39,
e-mail: info@gelios-arv.ru; www.gelios-arv.ru.