

Гадзиковский В.И.

Методы проектирования цифровых фильтров

Москва
Горячая линия – Телеком
2012

УДК 621.396.6
ББК 32.811.3
Г13

Рецензенты: кафедра цифровых радиотехнических систем Южно-Уральского государственного университета (заведующий кафедрой доктор техн. наук, профессор *Ю. Т. Карманов*); доктор техн. наук, профессор *А. Ф. Котов*.

Гадзиковский В. И.

Г13 Методы проектирования цифровых фильтров. – М.: Горячая линия–Телеком, 2012. – 416 с.: ил.
ISBN 978-5-9912-7003-8.

Рассмотрены методы математического синтеза одномерных скалярных вещественных нерекурсивных и эвристического синтеза рекурсивных цифровых фильтров (ЦФ). Разработаны алгоритмы синтеза одномерных скалярных комплексных ЦФ (нерекурсивных и рекурсивных). Изложены методики расчёта разрядности коэффициентов и операционных устройств одномерных скалярных и векторных ЦФ, а также требуемого быстродействия вычислителя, что необходимо для выбора элементной базы – сигнального процессора (DSP). Приведены примеры моделирования процессов цифровой фильтрации.

Для научных работников и инженеров, занимающихся проектированием систем цифровой обработки сигналов и цифровым моделированием технических систем, а также для студентов и аспирантов радиотехнических специальностей вузов.

ББК 32.811.3

Адрес издательства в Интернет WWW.TECHBOOK.RU

ISBN 978-5-9912-7003-8.

© В. И. Гадзиковский, 2007, 2012

© Оформление издательства «Горячая линия–Телеком», 2007, 2012

Предисловие

Предлагаемая читателю книга является второй из серии «Цифровая обработка сигналов» (ЦОС). Запланирован выпуск следующих книг по ЦОС:

Выпуск 1. Теоретические основы цифровой обработки сигналов [1, 2].

Выпуск 2. Методы проектирования цифровых фильтров.

Выпуск 3. Аппаратные и программные средства реализации цифровых фильтров.

Выпуск 4. Области применения цифровой обработки сигналов.

В книге материал излагается с позиций временного подхода к цифровой обработке сигналов. Последовательно рассмотрены все этапы проектирования одномерных скалярных цифровых фильтров (ЦФ), как вещественных, так и комплексных. Затронуты вопросы расчёта разрядности коэффициентов и операционных устройств вещественных векторных ЦФ.

Автор стремился подать материал в доступной форме, но на достаточно высоком уровне. Рассмотрено большое количество примеров, иллюстрирующих особенности разработанных методов проектирования ЦФ.

Методы синтеза скалярных ЦФ (нерекурсивных и рекурсивных) подвергнуты методической переработке и оригинально изложены. При этом многие результаты впервые получены автором.

Весь материал, касающийся методов проектирования комплексных и расчёта разрядности коэффициентов и операционных устройств векторных ЦФ, получен автором в результате выполнения научно-исследовательских работ и является оригинальным.

Введение

Проектирование устройств цифровой обработки сигналов (ЦОС), в частности цифровых фильтров (ЦФ), может осуществляться при наличии разработанных методов, соответствующих математического и программного обеспечений, а также технических средств. Всё это составляет основу систем автоматизированного проектирования (САПР).

В настоящее время имеются разработанные методики [3, 6, 8, 10, 11, 13] и программные средства проектирования *одномерных скалярных вещественных линейных ЦФ**. Программные средства содержатся в системе компьютерной математики MATLAB [52, 54–56].

Проектирование одномерных скалярных вещественных рекурсивных линейных ЦФ осуществляется строгими математическими методами синтеза. Математический синтез представляет собой оптимизационную задачу, т.е. задачу поиска наилучшего решения в смысле выбранного критерия. На практике обычно применяют либо среднеквадратический, либо минимаксный критерий оптимальности. При использовании линейной аппроксимирующей функции эта задача сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений. Эффективные алгоритмы решения таких систем уравнений содержатся в математическом обеспечении компьютеров и других ЭВМ.

Проектирование одномерных скалярных вещественных рекурсивных линейных ЦФ в рассмотренной выше постановке приводит к системе нелинейных алгебраических уравнений. Нелинейные системы уравнений не имеют разработанных универсальных алгоритмов решения. В связи с этим при проектировании рекурсивных ЦФ применяют эвристические методы синтеза. Наибольшее распространение получил метод синтеза рекурсивных ЦФ по аналоговым прототипам. В этом методе вначале осуществляется синтез аналогового нормированного ФНЧ-прототипа. Затем путём денормирования частоты и дискретизации получают передаточную функцию $H(z)$ дискретного фильтра.

Термин «дискретный фильтр» здесь применяется по той причине, что полученные при решении задачи синтеза значения коэффициентов передаточной функции $H(z)$ определяются с очень высо-

* Классификацию ЦФ см. в [1, 2].

кой точностью, поскольку решение соответствующих уравнений осуществляется на универсальных ЭВМ в формате с плавающей точкой при большой разрядности вычислителя. Цифровой фильтр обычно реализуется на специализированном вычислителе (DSP) в формате с фиксированной точкой при сравнительно малом числе разрядов, поэтому при реализации ЦФ имеет квантованные значения коэффициентов передаточной функции и квантованные значения отсчетов сигналов.

Квантование коэффициентов и расчёт разрядности операционных устройств вычислителя, на котором предполагается реализация ЦФ, осуществляется на следующих этапах проектирования.

Эффекты квантования приводят к специфическим погрешностям цифровой обработки сигналов, называемых шумами квантования. Учёт шумов квантования является важным аспектом проектирования ЦФ. Задача сводится к тому, чтобы выбрать разрядную сетку вычислителя, обеспечивающую при работе ЦФ допустимый уровень выходного шума квантования, определяющего точность цифровой обработки сигналов.

Возможны два подхода к решению задачи учёта шумов квантования: детерминированный и вероятностный. На практике чаще используют вероятностный подход, дающий более надёжные результаты в среднем. Результаты же, получаемые при детерминированном подходе, гарантируют непревышение шумов на выходе ЦФ заранее установленных пределов. Однако это достигается ценой существенного (возможно, неоправданного) увеличения разрядности операционных устройств ЦФ.

В системе компьютерной математики MATLAB имеются специализированные пакеты прикладных программ Signal Processing, предназначенные для создания сигналов, анализа и проектирования фильтров (аналоговых и цифровых), а также средства *графического интерфейса пользователя* (GUI). Последние обеспечивают не только графическое представление сигналов и характеристик фильтров, но и интерактивное управление созданием сигналов и фильтрующих устройств [54]. Кроме того, в системе MATLAB имеется пакет Image Processing Toolbox, предназначенный для обработки изображений*.

Наконец, используя опубликованные методы проектирования ЦФ [3, 6, 8, 10, 11, 13], разработчик может составить свои оригинальные программы на любом языке программирования высокого уровня, либо в системе компьютерной математики Mathcad. Однако мето-

* По классификации ЦФ [1, 2] соответствующие ЦФ называются *многомерными*.

Оглавление

| | |
|---|-----------|
| Предисловие | 3 |
| Введение | 4 |
| Глава 1. Решение аппроксимационной задачи при проектировании одномерных скалярных вещественных стационарных нерекурсивных линейных цифровых фильтров | 8 |
| 1.1. Задачи инженерного исследования и проектирования технических систем и устройств | 8 |
| 1.2. Характеристики одномерных скалярных стационарных линейных цифровых фильтров | 10 |
| 1.3. Этапы проектирования цифровых фильтров | 15 |
| 1.4. Формулировка аппроксимационной задачи при проектировании скалярных вещественных нерекурсивных цифровых фильтров | 17 |
| 1.5. Применение оконных функций для синтеза нерекурсивных цифровых фильтров с линейными фазочастотными характеристиками | 22 |
| 1.6. Синтез нерекурсивных цифровых фильтров с линейными фазочастотными характеристиками методом разложения аппроксимируемой функции в ряд Фурье | 34 |
| 1.7. Решение аппроксимационной задачи для нерекурсивных цифровых фильтров с линейными фазочастотными характеристиками при среднеквадратическом критерии ... | 36 |
| 1.8. Решение аппроксимационной задачи для нерекурсивных цифровых фильтров с линейными фазочастотными характеристиками при среднеквадратическом критерии с ограничениями | 42 |
| 1.9. Решение аппроксимационной задачи для нерекурсивных цифровых фильтров с линейными фазочастотными характеристиками при минимаксном критерии | 47 |
| 1.10. Решение аппроксимационной задачи для нерекурсивных цифровых фильтров методом частотной выборки | 56 |
| <i>Краткие итоги</i> | 58 |
| Глава 2. Проектирование одномерных скалярных вещественных стационарных рекурсивных линейных цифровых фильтров по аналоговым прототипам | 61 |

| | |
|--|------------|
| 2.1. Общая характеристика метода проектирования рекурсивных линейных цифровых фильтров по аналоговым прототипам | 61 |
| 2.2. Синтез аналогового нормированного ФНЧ Баттерворта.. | 64 |
| 2.3. Синтез аналоговых нормированных ФНЧ Чебышева..... | 68 |
| 2.4. Синтез аналогового нормированного эллиптического ФНЧ..... | 82 |
| 2.5. Аналоговый нормированный ФНЧ Бесселя | 92 |
| 2.6. Обобщённая форма представления передаточной функции аналогового нормированного ФНЧ-прототипа | 92 |
| 2.7. Денормирование частоты в аналоговой области | 96 |
| 2.8. Методы дискретизации аналоговых фильтров | 115 |
| 2.9. Денормирование частоты в цифровой области | 131 |
| 2.10. Обобщённое билинейное преобразование | 133 |
| <i>Краткие итоги</i> | 149 |
| Глава 3. Применение системы компьютерной математики MATLAB для синтеза одномерных скалярных вещественных стационарных линейных цифровых фильтров | 154 |
| 3.1. Общие сведения о системе MATLAB | 154 |
| 3.2. Проектирование аналоговых фильтров с использованием системы MATLAB..... | 161 |
| 3.3. Проектирование рекурсивных цифровых фильтров с использованием системы MATLAB..... | 179 |
| 3.4. Проектирование нерекурсивных цифровых фильтров с использованием системы MATLAB..... | 197 |
| 3.5. Моделирование цифровой фильтрации с помощью GUI SPTool..... | 214 |
| <i>Краткие итоги</i> | 224 |
| Глава 4. Решение аппроксимационной задачи при проектировании одномерных скалярных комплексных стационарных нерекурсивных линейных цифровых фильтров | 229 |
| 4.1. Общие сведения о скалярных комплексных стационарных линейных цифровых фильтрах..... | 229 |
| 4.2. Синтез одномерных скалярных комплексных стационарных нерекурсивных линейных цифровых фильтров по заданной амплитудно-частотной характеристике | 231 |
| 4.3. Примеры синтеза одномерных скалярных комплексных стационарных нерекурсивных линейных цифровых фильтров | 233 |

| | |
|--|-----|
| <i>Краткие итоги</i> | 260 |
| Глава 5. Решение аппроксимационной задачи при проектировании одномерных скалярных комплексных стационарных рекурсивных линейных цифровых фильтров .. | 263 |
| 5.1. Синтез одномерных скалярных комплексных стационарных рекурсивных цифровых фильтров по заданной амплитудно-частотной характеристике | 263 |
| 5.2. Синтез одномерных скалярных комплексных стационарных рекурсивных цифровых фильтров по аналоговым прототипам | 266 |
| 5.3. Влияние расположения полюсов и нулей передаточной функции одномерного скалярного комплексного стационарного рекурсивного линейного цифрового фильтра на амплитудно-частотную характеристику | 302 |
| <i>Краткие итоги</i> | 315 |
| Глава 6. Расчёт разрядности коэффициентов цифровых фильтров | 317 |
| 6.1. Подходы к расчёту разрядности коэффициентов цифровых фильтров | 317 |
| 6.2. Алгоритм расчёта цифрового фильтра при заданной разрядности коэффициентов..... | 321 |
| 6.3. Алгоритм минимизации разрядности коэффициентов цифрового фильтра при ограничении сверху | 324 |
| 6.4. Алгоритм минимизации разрядности коэффициентов цифрового фильтра при отсутствии ограничений | 327 |
| 6.5. Примеры квантования коэффициентов цифровых фильтров | 328 |
| <i>Краткие итоги</i> | 338 |
| Глава 7. Расчёт разрядности операционных устройств цифровых фильтров | 340 |
| 7.1. Методы расчёта максимальных по модулю оценок сигналов и характеристик шумов квантования на выходах цифровых фильтров..... | 340 |
| 7.2. Расчёт числа разрядов регистров $S_{ц}$ для представления кодов целых частей отсчётов сигналов в цифровых фильтрах | 350 |
| 7.3. Расчёт числа разрядов регистров $S_{д}$ для представления кодов дробных частей отсчётов сигналов в цифровых фильтрах при детерминированном подходе | 352 |

| | |
|--|-----|
| 7.4. Расчёт числа разрядов регистров S_d для представления кодов дробных частей отсчётов сигналов в цифровых фильтрах при вероятностном подходе..... | 357 |
| 7.5. Оценка необходимого быстродействия DSP для реализации цифровых фильтров..... | 363 |
| 7.6. Примеры расчёта разрядностей операционных устройств цифровых фильтров..... | 366 |
| <i>Краткие итоги</i> | 379 |
| Глава 8. Моделирование процессов цифровой фильтрации | 381 |
| 8.1. Особенности моделирования процессов цифровой фильтрации..... | 381 |
| 8.2. Реакция цифровых фильтров на сигнал с линейной частотной модуляцией..... | 383 |
| 8.3. Моделирование переходных процессов в цифровых фильтрах..... | 392 |
| <i>Краткие итоги</i> | 400 |
| Заключение | 402 |
| Список используемых сокращений..... | 403 |
| Список основных обозначений..... | 404 |
| Литература | 406 |