САМ СЕБЕ РЕПЕТИТОР ®

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

К задачнику А. П. Рымкевича

Физика

10–11 классы

+ НОВЫЕ ЗАДАЧИ И ЗАДАЧИ ПОВЫШЕННОЙ СЛОЖНОСТИ

С.Н. Борисов

ПОДРОБНЫЙ РАЗБОР ЗАДАНИЙ ИЗ ЗАДАЧНИКА ПО ФИЗИКЕ

для 10-11 классов

А.П. Рымкевича
(М.: Дрофа, 2002–2006)

+ ЗАДАЧИ ПОВЫШЕННОЙ СЛОЖНОСТИ

Москва «ВАКО» 2006

УДК 373.167:1:53
ББК 22.3я.72
Б82

Борисов С.Н.
Б82 Физика 10-11кл. Подробный разбор заданий из задачника А.П. Рымкевича. – М.: ВАКО, 2006. – 384 с. – (Сам себе репетитор).

ISBN 5-94665-375-X

Издание содержит алгоритмы решения и подробнейший разбор с объяснениями абсолютно всех задач из нового издания задачника по физике для 10-11 классов А.П. Рымкевича (М.: Дрофа, 2001–2006). В скобках дается нумерация задач из старого издания для 9–11 классов.

Пособие имеет удобную навигацию и будет незаменимым помощником родителям при проверке домашних работ, а также учителям физики.

Автор – практикующий педагог, кандидат физических наук, преподаватель МИФИ – С.Н. Борисов.

УДК 373.167:1:53
ББК22.3я.72

ISBN 5-94665-375-X

ГЛАВА I
ОСНОВЫ КИНЕМАТИКИ

1. Поступательное движение. Материальная точка. Система отсчета. Путь и перемещение

№ 1.

Движение стрелы — нет, так как ее движение вращательное и каждая точка стрелы описывает окружность определенного радиуса.

Движение груза — да, так как все точки груза описывают одинаковые траектории.

№ 2.

Поступательное движутся только кабины, так как линия, проходящая через любые две точки кабины, остается параллельна самой себе.

№ 3.

В случаях а), б) и д) — да, так как размеры Земли во много раз меньше расстояний, на которые она перемещается; в) и г) — нет, так как размерами Земли пренебречь нельзя.

№ 4.

а) Нельзя. При расчете давления необходимо знать площадь соприкосновения трактора с грунтом.

б) Можно. Размеры ракеты во много раз меньше дальности ее полета.

в) Можно. Движение плиты поступательное, поэтому ее движение можно описывать заданием одной точки.

г) Нельзя. Важен объем шарика, связанный с радиусом, поэтому пренебрегать размерами нельзя.

№ 5.

а) Да, можно. Движение снаряда является поступательным и размеры снаряда во много раз меньше расстояния, на которое он летит.

б) Нельзя, так как расчет сопротивления воздуха зависит от формы и размеров снаряда, т. е. пренебрегать размерами нельзя.

№ 6.

Движение состава поступательно, поэтому путь, пройденный составом за любое время, рассчитывается, как и материальной точки.

№ 7.

$O(0; 0)$; $B(0; 60)$; $C(80; 60)$; $D(80; 0)$; $E(20; 40)$; $K(-5; 20)$; $L(-10; -10)$; $M(30; -5)$.

№ 8.

Сделайте самостоятельно.

№ 9.

Путь вертолета равен его перемещению, так как он движется из A в B по прямолинейной траектории.

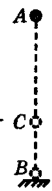
Автомобиль движется по криволинейной траектории, поэтому модуль его перемещения меньше пройденного пути.

Перемещения автомобиля и вертолета равны.

№ 10.

При поездке в такси мы оплачиваем путь, так как счетчик измеряет пройденный путь, и оплата пропорциональна показанию счетчика, а траектория движения такси далека от прямолинейной. Самолет движется практически по прямой, можно считать, что его путь равен перемещению. Значит, мы оплачиваем перемещение.

№ 11.

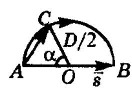


Дано:	Решение:
$AB = 3$ м	Пусть путь — l, перемещение — s.
$BC = 1$ м	Путь мяча — сумма отрезков AB и BC, т. е. $l = AB + BC$.
l — ?	$l = 3\text{ м} + 1\text{ м} = 4\text{ м}$.
s — ?	Перемещение — направленный отрезок прямой, соединяющий начальное положение тела (т. A) с его конечным (т. C).

$$|\vec{s}\,| = |1\text{ м} - 3\text{ м}| = 2\text{ м}.$$

Ответ: $l = 4$ м; $|\vec{s}\,| = 2$ м.

№ 12.



Поскольку движение автомобиля по окружности было равномерным, путь, пройденный автомобилем за треть времени, равен трети полного пути разворота $l_1 = l/3$. Модуль вектора перемещения из начальной точки A в конечную B равен диаметру D окружности.

Отсюда следует, что $\dfrac{l}{s} = \dfrac{\pi \frac{D}{2}}{D} = \dfrac{\pi}{2}$.

Модуль вектора перемещения за треть полного времени равен длине хорды AC. Благодаря равномерности движения $\angle\alpha = 60°$, значит, ΔAOC — равносторонний, следовательно, $AC = OC = OA = D/2$.

Отсюда получим:

$$\frac{l_1}{s_1} = \frac{\frac{l}{3}}{\frac{D}{2}} = \frac{2l}{3D} = \frac{2\pi \frac{D}{2}}{3D} = \frac{\pi}{3}.$$

№ 13.

Чтобы найти проекцию вектора перемещения, надо из координаты конца вектора вычесть координату начала. Руководствуясь этим, находим из рисунка:

1) $s_{1x} = 6\text{ м} - 2\text{ м} = 4\text{ м}$; $s_{1y} = 8{,}5\text{ м} - 8{,}5\text{ м} = 0$;

2) $s_{2x} = 6\text{ м} - 2\text{ м} = 4\text{ м}$; $s_{2y} = 6\text{ м} - 4\text{ м} = 2\text{ м}$;

3) $s_{3x} = 4$ м $- 8$ м $= -4$ м; $s_{3y} = 1{,}5$ м $- 1{,}5$ м $= 0$;

4) $s_{4x} = 11$ м $- 8$ м $= 3$ м; $s_{4y} = 2$ м $- 6$ м $= -4$ м;

5) $s_{5x} = 7{,}5$ м $- 7{,}5$ м $= 0$; $s_{5y} = 10$ м $- 7$ м $= 3$ м;

№ 14.

Чтобы найти координаты точки в начале и в конце движения, надо из соответствующих точек опустить перпендикуляры на оси координат. Тогда имеем: A (20; 20), B (60; −10). Для определения проекций вектора перемещения на оси надо из координаты конца вычесть координату начала:

$(AB)_x = 60$ м $- 20$ м $= 40$ м; $(AB)_y = -10$ м $- 20$ м $= -30$ м.

Для определения модуля AB воспользуемся формулой

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(40)^2 + (-30)^2} = \sqrt{2500} = 50 \text{ м}.$$

№ 15.

Координаты точки в начале движения: A (2; 2);

в конце движения — D (6;2).

Путь l равен сумме отрезков AB, BC и CD.

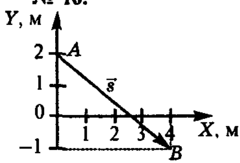
$AB = 8$ м, $BC = 4$ м, $CD = 8$ м $\Rightarrow l = 8$ м $+ 4$ м $+ 8$ м $= 20$ м.

Проекции перемещения на оси координат:

$s_x = 6$ м $- 2$ м $= 4$ м; $s_y = 2$ м $- 2$ м $= 0$.

Следовательно модуль вектора перемещения $|\vec{s}\,| = s_x = 4$ м.

№ 16.



Координаты точек A (0; 2), B (4; −1).

Проекции вектора перемещения $\vec{s}$ на оси координат

$s_x = x_2 - x_1 = 4$ м $- 0 = 4$ м;

$s_y = y_2 - y_1 = -1$ м $- 2$ м $= -3$ м.

Модуль вектора перемещения

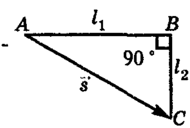
$$|\vec{s}| = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = \sqrt{(4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5 \text{ м}.$$

№17.

Дано:
$l_1 = 40$ км
$l_2 = 30$ км

l — ?
$\vec{s}$ — ?

Решение:



Пусть, пройденный вертолетом, равен сумме отрезков AB и BC, т. е. $l = l_1 + l_2$.

$$l = 40 \text{ км} + 30 \text{ км} = 70 \text{ км}.$$

$\Delta\, ABC$ — прямоугольный, отсюда

$$|\vec{s}| = \sqrt{l_1^2 + l_2^2} = \sqrt{(40 \text{ км})^2 + (30 \text{ км})^2} = \sqrt{2500 \text{ км}} = 50 \text{ км}.$$

Ответ: $l = 70$ км; $|\vec{s}| = 50$ км.

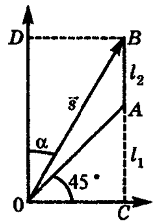
№ 18.

Дано:
$l_1 = 2$ км, $l_2 = 1$ км

$|\vec{s}\,|$ — ?, α — ?

Решение:

Сделаем рисунок (без соблюдения масштаба). Направим x на восток, а y на север. Из рисунка видно, что проекции вектора перемещения $\vec{s}$ на оси x и y равны:



$$s_x = OC = OA\ \cos\ 45° = l_1\frac{\sqrt{2}}{2} = 2\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}\ \text{км};$$

$$s_y = OD = AC + AB = 1 + OC = 1 + \sqrt{2}\ \text{км}\ \ (OC = AC).$$

Перемещение катера равно:

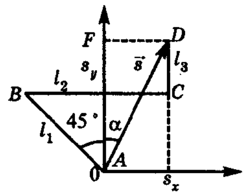
$$\left|\vec{s}\right| = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = \sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(1 + \sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{2 + 1 + 2\sqrt{2} + 2} =$$

$$= \sqrt{5 + 2 \cdot 1,41} \approx 2,8\ \text{км}.$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{DB}{OD} = \frac{OC}{AC + AB} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} = \frac{1,41}{2,41} \approx 0,586 \Rightarrow \alpha \approx 30°.$$

Ответ: $|\vec{s}| \approx 2,8$ км под $\angle 30°$ на север в направлении на северо-восток.

№ 19.



Дано:
$l_1 = 400$ м
$l_2 = 500$ м
$l_3 = 300$ м

$|\vec{s}|$ — ?
α — ?

Решение:
Сделаем рис. (без соблюдения масштаба). Направим оси координат x — на восток, а y — на север и начертим чертеж в выбранном масштабе. Траектория перемещения звена — ломаная $ABCD$. Перемещение $\vec{s} = \overrightarrow{AD}$.

Проекции перемещения

$$s_x = BC - OB \cdot \sin\ 45° = 500 - 400\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 217\ \text{м};$$

$$s_y = OB \cdot \cos\ 45° + CD = 400\frac{\sqrt{2}}{2} + 300 \approx 583\ \text{м}.$$

Модуль перемещения

$$\left|\vec{s}\right| = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} \approx 622\ \text{м}.$$

$$\text{Из } \triangle ADF\ \operatorname{tg}\alpha = \frac{FD}{AF} = \frac{s_x}{s_y} = \frac{217}{583} = 0,372 \Rightarrow \alpha \approx 20°.$$

Ответ: $|\vec{s}| \approx 622$ м под $\angle 20°$ на север в направлении на северо-восток.

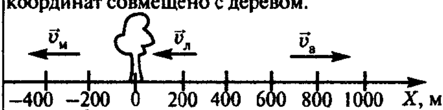
2. Прямолинейное равномерное движение

№ 20.

Дано:
$v_а = 20$ м/с, $v_л = 15$ м/с
$v_м = 10$ м/с, $x_{0а} = 500$ м
$x_{0л} = 200$ м, $x_{0м} = -300$ м
а) $t_1 = 5$ с, б) $t_2 = 10$ с
в) $x_{м3} = -600$ м, г) $x_{а4} = 0$
д) $t_5 = 20$ с

$x = x(t)$ — ?, а) $x_{а1}$ — ?
б) $x_{л2}$ — ?, $s_{л2}$ — ?
в) t_3 — ?, г) t_4 — ?, д) $x_{л5}$ — ?

Решение:
В соответствии с рисунком 8 учебника, начало координат совмещено с деревом.



Уравнение прямолинейного равномерного движения имеет вид: $x = x_0 + v_x t$, где x_0 — начальная координата тела, v_x — проекция скорости на ось OX.

В соответствии с этим
$x_а = 500 + 20t$ — для автобуса,
$x_л = 200 - 15t$ — для легкового автомобиля,
$x_м = -300 - 10t$ — для мотоциклиста.
а) Чтобы найти координату тела, надо в уравнение движения подставить время t_1: $x_{а1} = 500 + 20 \cdot 5 = 600$ м;
б) $x_л = 200 - 15 \cdot 10 = 50$ м.
Пусть $s_{л2} = v_л t_2 = 15$ м/с $\cdot$ 10 с $= 150$ м.
в) Чтобы найти время, надо в уравнение движения подставить координату и решить его относительно времени:

$$x_м = -300 - 10t;\ x_{м3} = -600 \text{ м};\ -600 = -300 - 10t_3 \Rightarrow t_3 = 30 \text{ с}.$$

г)Когда автобус проезжал мимо дерева, его координата была равна 0, т. е.

$$0 = 500 + 20t_4 \Rightarrow t_4 = -25 \text{ с},$$

т. е. автобус проезжал мимо дерева за 25 с до начала наблюдения.
д) В уравнение $x_л = 200 - 15t$ надо подставить $t = -20$ с, т. к. по условию спрашивается, где был легковой автомобиль за 20 с до начала наблюдения.

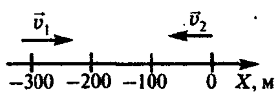
$$x_{л5} = 200 - 15 \cdot (-20) = 500 \text{ м}.$$

Ответ: а) $x_{а1} = 600$ м; б) $x_л = 50$ м; $s_{л2} = 150$ м; в) $t_3 = 30$ с; г) $t_4 = -25$ с; д) $x_{л5} = 500$ м.

№ 21.

Дано:
$x_1 = -270 + 12t$
$x_2 = -1,5t$
v_x — ?, x_0' — ?
t'' — ?

Решение:



Для определения начальных координат и скоростей движения сравним уравнения движения тел с общим уравнением: $x = x_0 + v_x t$.

1) $x_1 = -270 + 12t$.
Из уравнения видно, что автомобиль начинает движение из точки с координатой –270 м со скоростью 12 м/с в положительном направлении оси OX.
2) $x_2 = -1,5t$.
Пешеход передвигался из точки начала координат со скоростью 1,5 м/с в отрицательном направлении оси OX.
3) В момент встречи $t = t'$ оба тела имеют одинаковые координаты $x_1 = x_2 = x'$.

$$\begin{cases} x_1 = -270 + 12t \\ x_2 = -1,5t \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} -270 + 12t' = -1,5t' \\ t' = 20 \text{ с} \end{matrix} \Rightarrow x' = -1,5 \cdot 20 \text{ с} = -30 \text{ м}.$$

Ответ: автомобиль и пешеход встретятся через 20 с после начала наблюдения в точке с координатой –30 м.

№ 22.

На рисунке 9 задачника изображены графики зависимости координат движения тел от времени. Точка пересечения графика с осью x дает нам начальную координату тела x_0. Для нахождения проекции скорости надо преобразовать уравнение

$$x = x_0 + v_x t \Rightarrow v_x = \frac{x - x_0}{t}.$$

По графику найдем координаты тела в момент времени $t = 0$ (x_0) и $t = 10$ с(x). Подставив их в уравнение, можно найти v_x.

1) По рис. видно, что график движения I параллелен оси времени, следовательно $v_{1x} = 0$, (координата тела не меняется, тело покоится) $\Rightarrow x_1 = 5$.

2) Из графика II: $x_{02} = 5$ м; $v_{x2} = (-5 - 5)/10 = -1$ м/с $\Rightarrow x_2 = 5 - t$.

3) Из графика III: $x_{03} = -10$ м; $v_{x3} = (-5 - (-10))/10 = 0{,}5$ м/с $\Rightarrow x_3 = -10 + 0{,}5t$.

Для определения места и времени встречи 2-го и 3-го тел решаем систему уравнений.

$$\begin{cases} x_2 = 5 - t \\ x_3 = -10 + 0{,}5t \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{aligned} & x_2 = x_3 = x' \Rightarrow 5 - t' = -10 + 0{,}5t' \Rightarrow t' = 10. \\ & x' = 5 - 10 = -5 \text{ м}. \end{aligned}$$

Ответ: тела 2 и 3 встретились через 10 с после начала движения в точке с координатой –5 м.

№ 23.

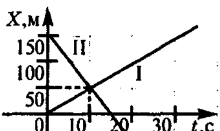
Дано:	Решение:
$x_1 = 5t$ $x_2 = 150 - 10t$	Построим графики по общим правилам построения линейных функций.
$x(t)$ — ? x' — ? t'' — ?	

$x_1 = 5t$

t	10	20	30
x_1	50	100	150

$x_2 = 150 - 10t$

t	0	10	20
x_2	150	50	–50



Решим систему уравнений

$$\begin{cases} x_1 = 5t \\ x_2 = 150 - 10t \end{cases} \Rightarrow x_1 = x_2 = x'.$$

$$5t' = 150 - 10t' \Rightarrow t' = 10 \text{ с}.$$

$$x' = 5 \cdot 10 = 50 \text{ м}.$$

Ответ: два велосипедиста встретятся через 10 с после начала движения в точке с координатой 50 м.

№ 24.

Уравнение координаты имеет вид $x = x_0 + v_x t$.

Для I графика $x_{01} = 20$ м; $v_{1x} = \dfrac{x - x_0}{t} = \dfrac{60 - 20}{20} = 2$ м/с $\Rightarrow x_1 = 20 + 2t$.

Для II графика $x_{02} = -20$ м; $v_{2x} = \dfrac{60 - (-20)}{20} = 4$ м/с $\Rightarrow x_2 = -20 + 4t$.

Точки пересечения графиков с осью x показывают начальную координату движения, т. е. x_0.

Точки пересечения графиков с осью t показывают момент времени прохождения начала координат.

Так I тело было в точке начала координат за 10 с до начала отсчета времени, а II тело — через 5 с после начала наблюдения.

№ 25.

Дано:
$v_1 = 10$ м/с
$v_2 = 20$ м/с
$x_{01} = 200$ м
$x_{02} = 0$

$x = x_0(t)$ — ?
x' — ?
t'' — ?

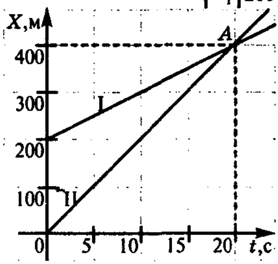
Решение:
Используя общее уравнение прямолинейного равномерного движения $x = x_0 + v_x t$, составим уравнения движения для каждого тела и построим графики по общим правилам построения линейных функций.

$x_1 = 200 + 10t$

t	0	10
x_1	200	300

$x_2 = 20t$

t	0	10
x_2	0	200



Решим систему уравнений

$$\begin{cases} x_1 = 200 + 10t \\ x_2 = 20t \end{cases} \Rightarrow 200 + 10t' = 20t' \Rightarrow t' = 20 \text{ с.}$$

$$x' = 20 \cdot 20 = 400 \text{ м.}$$

Место и время встречи мотоциклистов можно найти опустив перпендикуляры из точки пересечения графиков.

Ответ: мотоциклисты встретятся через 20 с на расстоянии 400 м с момента наблюдения.

№ 26.

Дано:
$v_1 = 20$ м/с
$v_2 = 5$ м/с
$l = 250$ м

$x_1 = x_1(t)$ — ?
x_2 — ?
а) t', x' — ?
б) — ?
в) s — ?
г) x_1 — ?
д) t — ?
е) t_1, t_2 — ?
ж) x_0 — ?

Решение:
Координатная ось ОХ и направления скоростей автомобиля и велосипедиста показаны на рис. 1.

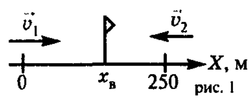


рис. 1

Запишем уравнения движения:

$$x_1 = x_{01} + v_{1x}t = v_1 t = 20t \text{ (1)},$$
$$x_2 = x_{02} + v_{2x}t = l - v_2 t = 250 - 5t \text{ (2)}.$$

Графики полученных зависимостей показаны на рисунке 2.

а) Время встречи найдем, уравнив координаты автомобиля и велосипедиста ($x_1 = x_2$): $v_1 t' = l - v_2 t'$, откуда

$$t' = \frac{l}{v_1 + v_2} = \frac{250 \text{ м}}{20 \text{ м/с} + 5 \text{ м/с}} = 10 \text{ с.}$$

Подставляя найденое значение $t' = 10$ с в уравнение (1), найдем координату встречи:

$$x' = x(t') = 20 \text{ м/с} \cdot 10 \text{ с} = 200 \text{ м.}$$

б) Из рис. 2 видно, что отметки с координатой $x = 100$ м автомобиль достигнет через $t = 5$ с, а велосипедист — через $t = 30$ с. Следовательно, сотый метр автомобиль пройдет раньше на 25 с.

в) Расстояние между двумя точками на прямой с координатами x_1 и x_2:

$$s = |x_1 - x_2|.$$

Воспользуемся уравнениями (1) и (2) с учетом $t = 5$ с:

$x_1 = 20$ м/с $\cdot$ 5 с $= 100$ м, $\quad x_2 = 250$ м $- 5$ м/с $\cdot$ 5 с $= 225$ м.

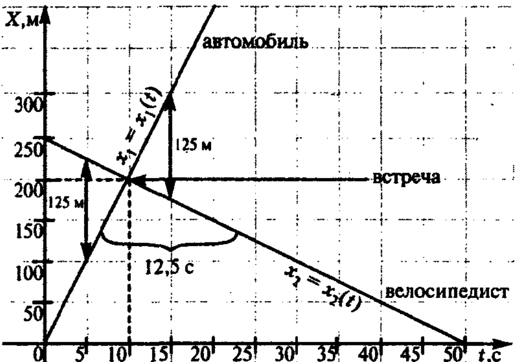


рис. 2

Расстояние $s = |100\text{ м} - 225\text{ м}| = 125$ м.

г) Из уравнения (2) определим время, через которое велосипедист окажется в точке с координатой $x_2 = 225$ м: $225\text{ м} = 250\text{ м} - 5t$, откуда $t = 5$ с. Подставляя в (1), найдем координату автомобиля:

$$x_1 = 20\text{ м/с} \cdot 5\text{ с} = 100\text{ м}.$$

д) Из (1) определим координату автомобиля в момент времени $t = 7{,}5$ с:

$$x_1 = 20\text{ м/с} \cdot 7{,}5\text{ с} = 150\text{ м}.$$

Подставляя найденное значение в (2): $150\text{ м} = 250\text{ м} - 5\text{ м/с} \cdot t$, найдем искомое время

$$t = 100\text{ м}/5\text{ м/с} = 20\text{ с}.$$

е) Решение этого пункта удобно сначала сделать графически. Из рис. 2 видно, что расстояние 125 м было между автомобилем и велосипедистом в моменты времени $t_1 = 5$ с и $t_2 = 15$ с. Аналитически это будет выглядеть так:

$$x_2(t_1) - x_1(t_1) = 125 = 250 - 5t_1 - 20t_1 \Rightarrow t_1 = 5\text{ с};$$

$$x_1(t_2) - x_2(t_2) = 125 = 20t_2 - 250 + 5t_2 \Rightarrow t_2 = 15\text{ с}.$$

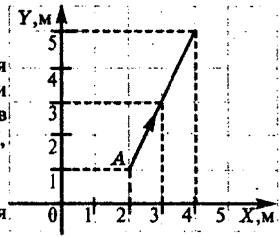
ж) Из рис. 2 видно, что искомая точка соответствует координате $x = 150$ м. Аналитическое решение сложнее. Пусть x_0 — искомая координата. Тогда $x_0 = v_1t_1$, $x_0 = l - v_2t_2$, где t_1 и t_2 — моменты прохождения автомобилем и велосипедистом отметки с координатой x_0. Выражая t_1 и t_2 и учитывая, что $t_2 - t_1 = \Delta t = 12{,}5$ с, получим

$$\Delta t = \frac{l - x_0}{v_2} - \frac{x_0}{v_1}, \text{ откуда}$$

$$x_0 = \frac{lv_1 - v_1v_2\Delta t}{v_1 + v_2} = \frac{250\text{ м} \cdot 20\text{ м/с} - 20\text{ м/с} \cdot 5\text{ м/с} \cdot 12{,}5\text{ с}}{20\text{ м/с} + 5\text{ м/с}} = 150\text{ м}.$$

Ответ: $x_1 = 20t$; $x_2 = 250 - 5t$; а) $t_в = 10$ с, $x_в = 200$ м; б) автомобиль раньше на 25 с; в) 125 м; г) 100 м; д) 20 с; е) $t_1 = 5$ с, $t_2 = 15$ с; ж) 150 м.

№ 27.



Дано:
$y = 1 + 2t$
$x = 2 + t$

$y = y(x)$ — ?
v — ?

Решение:
Выразим время t из уравнения движения материальной точки по оси OX: $t = x - 2$. Подставив в уравнение движения по оси Y, получим уравнение траектории

$$y = 1 + 2(x - 2) = -3 + 2x.$$

Траектория точки с указанием направления движения показана на рисунке.

Моменту времени $t = 0$ соответствует точка A (2 м; 1 м). Проекции скорости определяются из уравнений движения: $v_x = 1$ м/с, $v_y = 2$ м/с.

Модуль скорости

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \approx 2{,}2 \text{ м/с}.$$

Ответ: $y = -3 + 2x$; $x_0 = 2$ м; $y_0 = 1$ м; $v = 2{,}2$ м/с.

3. Относительность движения

№ 28.

а) Траектория движения колеса — точка, так как относительно самого себя колесо неподвижно.

б) Относительно рамы точки обода движутся по окружности, т. к. колесо вращается как твердое тело с закрепленной осью.

в) В системе отсчета связанной с землей точки обода колеса движутся по сложной траектории, называемой циклоидой.

№ 29.

Да, может, если, находясь на эскалаторе, будет двигаться в сторону противоположную направлению движения эскалатора со скоростью, равной скорости эскалатора.

№ 30.

В системе отсчета, связанной с потоком воды, лист кувшинки неподвижен, усилие жабы определяет ее скорость относительно воды, т. е. именно в этой системе отсчета. Значит скорость потока никак не влияет на время, за которое жаба может догнать лист.

№ 31.

Так как скорости ветра и автомобиля в разных системах единиц, переведем их в одну систему: например, скорость ветра 30 м/с = 108 км/ч. Да, может, если автомобиль будет двигаться в направлении ветра с такой же скоростью — 108 км/ч.

№ 32.

Дано:
$v_1 = 36$ км $= 10$ м/с
$v_2 = 4$ м/с
v' — ?
v'' — ?

Решение:
Скорость ветра относительно велосипедиста равна векторной разности велосипедиста и ветра: $\vec{v} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$.

1) При встречном ветре (рис. 1)

рис. 1

$\vec{v}' = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$, в проекциях на ось OX

$v' = v_1 + v_2 = 10$ м/с $+ 4$ м/с $= 14$ м/с.

2) При попутном ветре (рис. 2)

рис. 2

$\vec{v}'' = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$, в проекциях на ось OX

$v'' = v_1 - v_2 = 10$ м/с $- 4$ м/с $= 6$ м/с.

Ответ: $v' = 14$ м/с, $v'' = 6$ м/с.

№ 33.

Правильно ответить на вопрос этой задачи поможет знание того, как движется трактор. Нижняя часть гусеницы трактора неподвижна относительно Земли, так как находится с ней в сцеплении и проекция ее скорости относительно Земли равна 0; относительно же самого трактора нижняя часть гусеницы движется со скоростью 5 м/с (18 км/ч = 5 м/с) в сторону противоположную движению. Верхняя часть гусеницы относительно системы отсчета, связанной с трактором, равна 5 м/с; относительно Земли скорость ее складывается из скорости движения верхней части гусеницы трактора относительно него и скорости движения трактора относительно Земли, т. е. она равна 10 м/с или 36 км/ч.

№ 34.

Дано:
$v_1 = 0{,}75$ м/с
$v_2 = 0{,}25$ м/с
$s = 20$ м
t — ?

Решение:

Так как скорости направлены вдоль прямой в одну сторону, то результирующая скорость пассажира относительно Земли $v = v_1 + v_2$, тогда

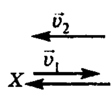
$$t = \frac{s}{v} \Rightarrow t = \frac{s}{v_1 + v_2} = \frac{20 \text{ м}}{0{,}75 \text{ м/с} + 0{,}25 \text{ м/с}} = 20 \text{ с}.$$

Ответ: $t = 20$ с.

№ 35.

Дано:
$v_1 = 72$ км/ч $= 20$ м/с
$v_2 = 54$ км/ч $= 15$ м/с
$t = 14$ с
l_2 — ?

Решение:



Скорость первого поезда относительно второго $\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$. В проекциях на OX с учетом направлений скоростей $v = v_1 + v_2$. Длина второго поезда $l_2 = vt \Rightarrow$

$$l_2 = (v_1 + v_2)t = (20 \text{ м/с} + 15 \text{ м/с}) \cdot 14 \text{ с} = 490 \text{ м}.$$

Ответ: $l_2 = 490$ м.

№ 36.

Дано:
$v_л = nv_р$
$n = 2, n = 11$
t_2/t_1 — ?

Решение:
Скорость лодки, плывущей по течению,

$$v = v_л + v_р = v_р(n + 1).$$

Скорость лодки, плывущей против течения,

$$v = v_л - v_р = v_р(n - 1).$$

Время движения лодки по течению и против соответственно равно:

$$t_1 = \frac{s}{v_1} = \frac{s}{v_р(n+1)};\ t_2 = \frac{s}{v_2} = \frac{s}{v_р(n-1)} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \dfrac{s}{v_р(n+1)} \\ t_2 = \dfrac{s}{v_р(n-1)} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{\dfrac{s}{v_р(n-1)}}{\dfrac{s}{v_р(n+1)}} = \frac{n+1}{n-1}\text{(раз)}.$$

$$1)\ \frac{t_2}{t_1} = \frac{2+1}{2-1} = 3; \qquad 2)\ \frac{t_2}{t_1} = \frac{11+1}{11-1} = 1,2.$$

Ответ: при значении $n = 2$ поездка занимает времени в 3 раза больше, при $n = 11$ — в 1,2 раза.

№ 37.

Дано:
$t_1 = 1$ мин
$t_2 = 3$ мин
t — ?

Решение:
Пусть длина эскалатора s, тогда
1) скорость подъема эскалатора с неподвижным пассажиром:

$$v_1 = s/t_1.$$

2) скорость подъема пассажира по неподвижному эскалатору: $v_1 = s/t_1$.
3) скорость движения движущегося пассажира по движущемуся эскалатору $v = s/t$, где $v = v_1 + v_2$. Тогда

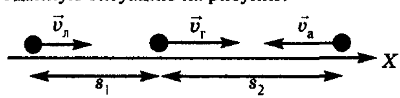
$$\frac{s}{t} = \frac{s}{t_1} + \frac{s}{t_2} \Rightarrow s : \frac{1}{t} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \Rightarrow t = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{1 \cdot 3}{1+3} = \frac{3}{4} = 0,75 \text{ мин} = 45 \text{ с}.$$

Ответ: $t = 45$ с.

№ 38.

Дано:
$v_л = 20$ м/с
$v_г = 16,5$ м/с
$v_а = 25$м/с
$s_1 = 15$ м
$s_2 = 20$ м
$s_{мин}$ — ?

Решение:
Изобразим данную ситуацию на рисунке.



Чтобы определить минимальное расстояние, надо время обгона умножить на скорость автомобиля относительно автобуса, т. е. $s_{мин} = t(v_а + v_л)$.

Для определения времени обгона надо разделить расстояние, которое должен пройти легковой автомобиль, на его скорость относительно грузового, т. е.

$$t = \frac{s_1 + s_2}{v_л - v_г} = \frac{15 \text{ м} + 20 \text{ м}}{20 \text{ м/с} - 16,5 \text{ м/с}} = 10 \text{ с};$$

$$s_{мин} = 10 \text{ с} \cdot (25 \text{ м/с} + 20 \text{ м/с}) = 450 \text{ м}.$$

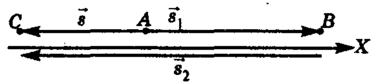
Ответ: $s_{мин} = 450$ м.

№ 39.

Дано:
$t = 1$ мин $= 60$ с
$\upsilon_т = 2$ м/с

s — ?

Решение:



Так как упавшая удочка покоится относительно воды, рыболову потребуется такое же время, т. е. 1 мин, чтобы догнать удочку.

Пусть в т. A удочка утеряна, в т. B рыболов заметил потерю, а в т. C догнал ее. Обозначим скорость течения $\upsilon_т$, скорость лодки $\upsilon_л$, тогда расстояние s_1 от точки потери до точки ее обнаружения $s_1 = (\upsilon_л - \upsilon_т)t$.
Расстояние от точки обнаружения B до т. C, где рыболов ее догнал, $s_2 = (\upsilon_т + \upsilon_л)t$.
Расстояние от точки потери до точки находки $s = s_2 - s_1$.
Решим совместно полученные уравнения.

$$\begin{cases} s_2 = (\upsilon_т + \upsilon_л)t \\ s_1 = (\upsilon_л - \upsilon_т)t \\ s = s_2 - s_1 \end{cases} \Rightarrow s = (\upsilon_т + \upsilon_л)t - (\upsilon_л - \upsilon_т)t = 2\upsilon_т t = 2 \cdot 2 \text{ м/с} \cdot 60 \text{ с} = 240 \text{ м}.$$

Ответ: $s = 240$ м.

№ 40*(н).

В общем виде уравнения прямолинейного равномерного движения велосипедиста и мотоциклиста в системе отсчета, связанной с землей, имеют вид:

$$x_1 = x_{01} + \upsilon_{1x}t \text{ и } x_2 = x_{02} + \upsilon_{2x}t \quad (1).$$

Из приведенных в условии задачи графиков следует, что начальные координаты велосипедиста и мотоциклиста равны $x_{01} = 400$ м и $x_{02} = 0$, соответственно. Проекции скоростей:

$$\upsilon_{1x} = \frac{1200 \text{ м} - 400 \text{ м}}{80 \text{ с}} = 10 \text{ м/с}, \quad \upsilon_{2x} = \frac{1200 \text{ м}}{60 \text{ с}} = 20 \text{ м/с}.$$

Тогда, подставляя в (1), получим $x_1 = 400 + 10t$ и $x_2 = 20t$.
Уравнение движения велосипедиста в системе отсчета, связанной с мотоциклистом: $x'_1 = x_1 - x_2 = 400 + 10t - 20t = 400 - 10t$.
Смысл, полученного выражения заключается в том, что при первоначальном расстоянии в 400 м велосипедист первые 40 с приближается к мотоциклисту на 10 м за каждую секунду, а затем удаляется от него с такой же по модулю скоростью. Их встреча произошла в тот момент, когда $x' = 0$, т. е. при $t = 40$ с.
Ответ: $x'_1 = 400 - 10t$.

№ 41*(н).

Дано:
а) $\upsilon_{1x} = 2$ м/с
б) $\upsilon_{1x} = 6$ м/с
в) $\upsilon_{1x} = -2$ м/с

$x_1 = x_1(t)$ — ?
$x_2 = x_2(t)$ — ?

Решение:
Из изображенного в условии задачи графика видно, что начальная координата второго автомобиля $x_{02} = 200$ м, а проекция относительной скорости

$$\upsilon'_{2x} = \frac{0 - 200 \text{ м}}{50 \text{ с}} = -4 \text{ м/с}.$$

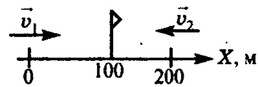
Скорость второго автомобиля относительно первого определяется выражением: $\vec{\upsilon}'_2 = \vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1$, где υ_2 и υ_1 — скорости автомобилей относительно неподвижной системы отсчета, т. е. земли. Из векторного соотношения следует, что $v'_{2x} = v_{2x} - v_{1x}$, откуда проекция скорости второго автомобиля в системе отсчета, связанной с землей, $v_{2x} = v'_{2x} + v_{1x}$.

Для первого автомобиля начальная координата $x_{01} = 0$ (по условию задачи). Тогда уравнения движения имеют вид:

$$x_1 = x_{01} + v_{1x}t = v_{1x}t \quad \text{и} \quad x_2 = x_{02} + v_{2x}t = 200 + (v'_{2x} + v_{1x})t.$$

В случае а) $v_{1x} = 2$ м/с. Тогда

$$x_1 = 2t,\ x_2 = 200 + (-4 + 2)t = 200 - 2t.$$



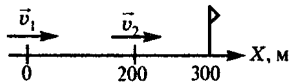
Автомобили движутся навстречу друг другу до момента времени $t_в$, определяемого из равенства координат:

$$2t_в = 200 - 2t_в \Rightarrow t_в = 200\ \text{м}/4\ \text{м/с} = 50\ \text{с}.$$

Далее автомобили будут удаляться друг от друга.

В случае б) $v_{1x} = 6$ м/с. Тогда

$$x_1 = 6t,\ x_2 = 200 + (-4 + 6)t = 200 + 2t.$$



Сначала первый автомобиль догоняет второй автомобиль ($v_{1x} > v_{2x}$). Встреча автомобилей произойдет в момент времени $t_в$, определяемый из уравнения:

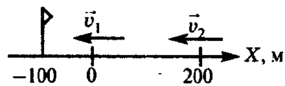
$$6t_в = 200 + 2t_в \Rightarrow t_в = 200\ \text{м}/4\ \text{м/с} = 50\ \text{с}.$$

Координата встречи $x_в = 6\ \text{м/с} \cdot 50\ \text{с} = 300$ м.

После встречи первый автомобиль удаляется от второго на 20 м за каждую секунду.

В случае в) $v_{1x} = -2$ м/с. Тогда

$$x_1 = -2t,\ x_2 = 200 + (-4 - 2)t = 200 - 6t.$$

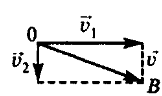


Второй автомобиль догоняет первый.

Координата встречи $x_в = -100$ м.

№ 42(41).

Дано:	Решение:
$v_1 = 12$ см/мин $v_2 = 5$ см/мин	Скорость резца в системе отсчета, связанной с корпусом станка, равна сумме скоростей $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$:
v — ?	

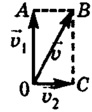


$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \Rightarrow v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{144 + 25} = 13\ \text{см/мин}.$$

Ответ: $v = 13$ см/мин.

№ 43(42).

Дано:	Решение:
$v_1 = 20$ м/с $v_2 = 10$ м/с	Скорость вертолета относительно земли равна векторной сумме скорости вертолета относительно неподвижного воздуха и скорости ветра
v — ?, α — ?	



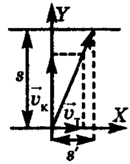
$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{20^2 + 10^2} = \sqrt{500} \approx 22{,}4\ \text{м/с}.$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{AB}{OA} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 26{,}6^\circ \text{ к востоку от меридиана.}$$

Ответ: $v \approx 22{,}4$ м/с, $\alpha = 26{,}6^\circ$.

№ 44(43).

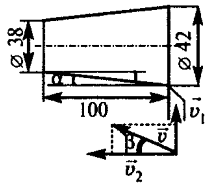


Дано:	Решение:
$v_к = 4$ м/с	Время переправы можно определить как $t = s/v_к$.
$v_т = 1$ м/с	За это время катер будет снесен на расстояние
$s = 800$ м	$s' = tv_т$, т. е. $s' = v_т s/v_к$.
s' — ?	

$$s' = \frac{1\text{ м/с} \cdot 800\text{ м}}{4\text{ м/с}} = 200\text{ м}.$$

Ответ: $s' = 200$ м.

№ 45(44).



Дано:	Решение:
$v_2 = 25$ см/мин	Вектор скорости резца $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$.
v_1 — ?	всегда направлен по касательной к

траектории его движения, поэтому

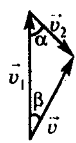
$$\angle\alpha = \angle\beta \text{ и } \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\beta.$$

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\frac{42}{2} - \frac{38}{2}}{100} = 0{,}02;\quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow$$

$$v_1 = v_2 \operatorname{tg}\alpha = v_2 \operatorname{tg}\beta = 25\text{ см/мин} \cdot 0{,}02 = 0{,}5\text{ см/мин}.$$

Ответ: $v_1 = 0{,}5$ см/мин.

№ 46.



Дано:	Решение:
$v_1 = 90$ км/ч $= 25$ м/с	Скорость вертолета относительно Земли
$v_2 = 10$ м/с; $\alpha = 45°$	$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$,
β — ?, v — ?	где $\vec{v}_1$ — скорость вертолета относительно неподвижного воздуха, $\vec{v}_2$ — скорость ветра.

Из рисунка следует

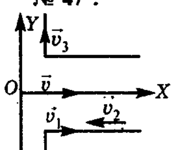
$$\begin{cases} \dfrac{\sin\alpha}{v} = \dfrac{\sin\beta}{v_2} \\ v^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin\beta = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot \dfrac{v_2}{v_1} \\ v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - \sqrt{2} \cdot v_1 v_2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin\beta = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{10}{25} = \frac{\sqrt{2}}{5};\ \beta = 21{,}5° \text{ к востоку от меридиана,}$$

$$v = \sqrt{625 + 100 - \sqrt{2} \cdot 25 \cdot 10} \approx 19{,}3\text{ м/с}.$$

Ответ: $\beta = 21{,}5°$, $v = 19{,}3$ м/с.

№ 47*.



В системе отсчета, связанной с трамваем, пешеходы имеют скорости

$$\vec{v}_1' = \vec{v}_1 - \vec{v},\ \vec{v}_2' = \vec{v}_2 - \vec{v},\ \vec{v}_3' = \vec{v}_3 - \vec{v} \quad (1).$$

Векторы скоростей могут быть записаны через проекции на оси OX и OY следующим образом:

$$\vec{v} = (v;0);\ \vec{v}_1 = (v_1;0);\ \vec{v}_2 = (-v_1;0);\ \vec{v}_3 = (0;v_1) \quad (2),$$

где $v_1 = 1$ м/с. Из (1) и (2) получим:

$$\begin{aligned} \vec{v_1'} &= (v_1 - v;\ 0) = (-1{,}4\ \text{м/с};\ 0); \\ \vec{v_2'} &= (-v_1 - v;\ 0) = (-3{,}4\ \text{м/с};\ 0); \qquad (3) \\ \vec{v_в'} &= (-v;\ -v_1) = (-2{,}4\ \text{м/с};\ 1\ \text{м/с}). \end{aligned}$$

Соотношения (3) позволяют рассчитать модули скоростей:

$$\begin{aligned} \left|\vec{v_1'}\right| &= \left|v_1 - v\right| = 1{,}4\ \text{м/с}; \\ \left|\vec{v_2'}\right| &= \left|v_1 + v\right| = 3{,}4\ \text{м/с}; \qquad (4) \\ \left|\vec{v_в'}\right| &= \sqrt{v^2 + v_1^2} = 2{,}6\ \text{м/с}. \end{aligned}$$

Т. е. ответ на вопрос а) задачи дают соотношения (4), а на вопрос б) соотношения (3).

4. Скорость при прямолинейном неравномерном движении

№ 48(н).

Дано:	Решение:
$s_1 = 40$ м; $t_1 = 5$ с $s_2 = 100$ м; $t_2 = 10$ с $s_3 = 20$ м; $t_3 = 5$ с	По определению средней скорости прохождения пути
$v_{ср1}$ — ? $v_{ср2}$ — ? $v_{ср3}$ — ? $v_{ср}$ — ?	

$$v_{ср1} = \frac{s_1}{t_1} = \frac{40\ \text{м}}{5\ \text{с}} = 8\ \text{м/с}; \quad v_{ср2} = \frac{s_2}{t_2} = \frac{100\ \text{м}}{10\ \text{с}} = 10\ \text{м/с};$$

$$v_{ср3} = \frac{s_3}{t_3} = \frac{20\ \text{м}}{5\ \text{с}} = 4\ \text{м/с}.$$

Средняя скорость на всем пути

$$v_{ср} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{160\ \text{м}}{20\ \text{с}} = 8\ \text{м/с}.$$

(Заметим, что полученное значение не равно $(v_1 + v_2 + v_3)/3$!)

Ответ: $v_{ср1} = 8$ м/с, $v_{ср2} = 10$ м/с, $v_{ср3} = 4$ м/с, $v_{ср} = 8$ м/с.

№ 49*(48).

Дано:	Решение:
$v_1 = 10$ м/с $v_2 = 15$ м/с	Пусть s — весь путь автомобиля. По определению средней скорости прохождения пути
$v_{ср}$ — ?	

$$v_{ср} = \frac{s}{t_1 + t_2},\ \text{где}\ t_1 = \frac{s}{2} + v_1\ \text{и}\ t_2 = \frac{s}{2} + v_2$$

— времена прохождения первой и второй половины пути, соответственно. Тогда

$$v_{ср} = \frac{s}{\dfrac{s}{2v_1} + \dfrac{s}{2v_2}} = \frac{s}{\dfrac{s}{2}\left(\dfrac{1}{v_1} + \dfrac{1}{v_2}\right)} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}.$$

Подставим данные:

$$v_{ср} = \frac{2 \cdot 10\ \text{м/с} \cdot 15\ \text{м/с}}{10\ \text{м/с} + 15\ \text{м/с}} = 12\ \text{м/с}.$$

Среднее арифмитическое значений v_1 и v_2 равно

$$(10\ \text{м/с} + 15\ \text{м/с})/2 = 12{,}5\ \text{м/с} > v_{ср}.$$

Приведем также строгое математическое доказательство неравенства

$$\frac{v_1+v_2}{2} \geq \frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}.$$

Составим разность

$$A = \frac{v_1+v_2}{2} - \frac{2v_1v_2}{v_1+v_2} = \frac{(v_1+v_2)^2 - 4v_1v_2}{2(v_1+v_2)} = \frac{v_1^2+v_2^2+2v_1v_2-4v_1v_2}{2(v_1+v_2)} = \frac{(v_1-v_2)^2}{2(v_1+v_2)} \geq 0$$

для положительных v_1 и v_2.

Равенство $A = 0$ достигается в случае $v_1 = v_2$.

Ответ: $v_{ср} = 12$ м/с.

№ 50(49).

l — длина коробка. $\Delta t = 1$ с$/50 = 0{,}02$ с. $AB = 2l = 100$ мм.

$t_2 = 4 \cdot 0{,}02$ с $= 0{,}08$ с — время горизонтального движения.

Движение AB — ускоренное.

$t_1 = 5 \cdot 0{,}02$ с $= 0{,}1$ с — 5 положений шарика.

Средняя скорость на участке AB:

$v_{ср1} = AB/t_1 = 100$ мм$/0{,}1$ с $= 1000$ мм/с $= 1$ м/с.

Движение шарика на горизонтальном отрезке равномерное, следовательно в точке C его скорость

$v_2 = 4 \cdot 50$ мм$/0{,}08$ с $= 2500$ мм/с $= 2{,}5$ м/с.

Ответ: $v_{ср1} = 1$ м/с; $v_2 = 2{,}5$ м/с.

№ 51(50).

Дано:	Решение:
$v_0 = 10$ м/с; $v = 0$ $a = 200$ м/с^2	По уравнению скорости равноускоренного движения $$v_x = v_{0x} + a_x t \Rightarrow t = \frac{v_x - v_{0x}}{a_x},$$
t — ?	где $v_x = v = 0$, $v_{0x} = v_0$, $a_x = -a$ (движение замедленное).

$$t = \frac{v_0}{a} = \frac{10\text{ м/с}}{200\text{ м/с}^2} = 0{,}05\text{ с}.$$

Ответ: удар длился 0,05 с.

№ 52(51).

Дано:	Решение:
$v_0 = 0$ $v_1 = 0{,}6$ м/с $v_2 = 3$ м/с $t_1 = 10$ с $a_1 = a_2$	Из уравнения скорости равноускоренного движения $$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t}.$$ Преобразуем формулу. При равноускоренном движении: $$v_{0x} = v_0 = 0, v_x = v, a_x = a \Rightarrow a = v/t.$$
t_2 — ?	Для данного случая имеем:

$$\begin{cases} a_1 = \dfrac{v_1}{t_1} \\ a_2 = \dfrac{v_2}{t_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{t_1 v_2}{v_1} = \frac{10\text{ с} \cdot 3\text{ м/с}}{0{,}6\text{ м/с}} = 50\text{ с}.$$

Ответ: $t_2 = 50$ с.

№ 53(52).

Дано:
$\upsilon_0 = 4$ м/с, $t = 20$ с
$a = 0{,}3$ м/с^2

υ — ?

Решение:

$$\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t$$

При равноускоренном движении

$$\upsilon = \upsilon_0 + at = 4 \text{ м/с} + 0{,}3 \text{ м/с}^2 \cdot 20 \text{ с} = 10 \text{ м/с}.$$

Ответ: $\upsilon = 10$ м/с.

№ 54(53).

Дано:
$\upsilon_0 = 12$ м/с
$\upsilon = 20$ м/с
$a = 0{,}4$ м/с^2

t — ?

Решение:

По уравнению скорости равноускоренного движения

$$\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t$$

Движение равноускоренное: $\upsilon = \upsilon_0 + at \Rightarrow$

$$t = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{a} = \frac{20 \text{ м/с} - 12 \text{ м/с}}{0{,}4 \text{ м/с}^2} = 20 \text{ с}.$$

Ответ: $t = 20$ с.

№ 55(54).

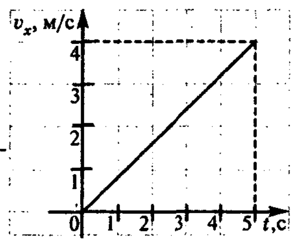
Дано:
$\upsilon_x = 0{,}8t$; $t_1 = 5$ с

$\upsilon_x(t)$ — ?, υ_1 — ?

Решение:

По определению

$$\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t; \ \upsilon_x = 0{,}8t.$$



Сравнивая уравнения, получим: $\upsilon_{0x} = 0$.
Построим график по общим правилам построения линейных функций:

t	0	5
υ_x	0	4

Скорость в конце пятой секунды, т. е. через 5 с $\upsilon_1 = 4$ м/с.
Ответ: $\upsilon_1 = 4$ м/с.

№ 56(55).

Дано:
$\upsilon_0 = 72$ км/ч $= 20$ м/с
$\upsilon = 54$ км/ч $= 15$ м/с
$t = 20$ с

$\upsilon_x = \upsilon_x(t)$ — ?

Решение:

Уравнение скорости $\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t$. Находим

$$a_x = \frac{\upsilon_x - \upsilon_{0x}}{t} = \frac{15 \text{ м/с} - 20 \text{ м/с}}{20 \text{ с}} = -0{,}25 \text{ м/с}^2.$$

Подставляем в (1) $\upsilon_x = 20 - 0{,}25t$ — уравнение данного движения.

Определяем точки для построения графика

t	0	20	40
υ_x	20	15	10

Ответ: $\upsilon_x = 20 - 0{,}25t$.

№ 57(56).

Точка пересечения графика (см. рис. № 17 задачника) с осью v_x показывает нам значение скорости в момент времени $t = 0$, т. е. $v_{0x} = 1$ м/с.
Для определения ускорения возьмем два значения времени, — например, $t_1 = 0$ и $t_2 = 6$ с — и соответствующие им значения скорости $v_1 = v_{0x} = 1$ м/с и $v_2 = 4$ м/с и воспользуемся формулой

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t} = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{4\text{ м/с} - 1\text{ м/с}}{6\text{ с}} = 0{,}5\text{ м/с}^2\ (t = t_2 - t_1).$$

Подставляем полученные данные в уравнение скорости

$$v_x = v_{0x} + a_x t,\ \text{получаем}\ v_x = 1 + 0{,}5t.$$

Ответ: $v_x = 1 + 0{,}5t$.

№ 58(57).

Аналогично решению задачи № 57, находим по графикам (рис. № 18 задачника) значения v_{0x} и a_x для каждого из графиков и подставляем их в уравнение $v_x = v_{0x} + a_x t$.

$$\text{I}\quad v_{0\text{I}x} = 0;\quad a_{\text{I}x} = \frac{10\text{ м/с}}{8\text{ с}} = 1{,}25\text{ м/с}^2;\ v_{\text{I}x} = 1{,}25t.\ (\ )$$

$$\text{II}\quad v_{0\text{II}x} = 5\text{ м/с};\quad a_{\text{II}x} = \frac{20\text{ м/с} - 5\text{ м/с}}{3\text{ с}} = 5\text{ м/с}^2;\ v_{\text{II}x} = 5 + 5t.$$

$$\text{III}\quad v_{0\text{III}x} = 20;\quad a_{\text{III}x} = \frac{0 - 20\text{ м/с}}{5\text{ с}} = -4\text{ м/с}^2;\ v_{\text{III}x} = 20 - 4t.$$

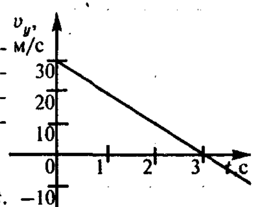
Ответ: $v_{\text{I}x} = 1{,}25t$, $v_{\text{II}x} = 5 + 5t$, $v_{\text{III}x} = 20 - 4t$.

№ 59(58).

Дано:
$v_0 = 30$ м/с
$a = 10$ м/с^2
$t_1 = 2$ с
$t_2 = 3$ с
$t_3 = 4$ с

$v_y = v_y(t)$ — ?
v_1 — ?
v_2 — ?
v_3 — ?

Решение:
По графику (рис. 19 задачника) видно, что ускорение a направлено противоположно направлению скорости. Это указывает на равнозамедленное движение.

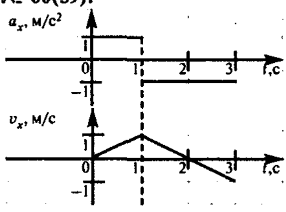


Уравнение скорости: $v_y = v_{0y} + at$.
$v_{0y} = 30$ м/с, $a_y = -a \Rightarrow v_y = 30 - 10t$.
$v_1 = 30 - 10 \cdot 2 = 10$ м/с
$v_2 = 30 - 10 \cdot 3 = 0$, $v_3 = 30 - 10 \cdot 4 = -10$ м/с

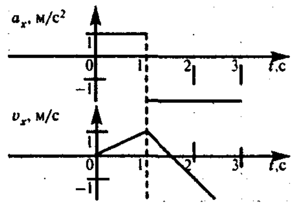
Ответ: $v_y = 30 - 10t$, $v_1 = 10$ м/с, $v_2 = 0$; $v_3 = -10$ м/с.

№ 60(59).

а)



б)



Единственным свойством скорости как функции от времени, не заданного явно в условии задачи, является ее непрерывность. Учитывая это свойство, получаем график, изображенный на рисунках.

5. Перемещение при равноускоренном движении

№ 61(60).

Дано:
$a_1 = 2a_2$
$t_1 = t_2$
$v_{01} = v_{02} = 0$

s_1/s_2 — ?
v_1/v_2 — ?

Решение:
1) Запишем уравнение перемещения:

$$s_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2},$$

где $s_x = s$; $v_{0x} = v_0 = 0$; $a_x = a$ — все проекции положительны.
Получаем для двух тел:

$$\left.\begin{aligned} s_1 &= a_1 t_1^2/2 \\ s_2 &= a_2 t_2^2/2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{s_1}{s_2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{2a_2}{a_2} = 2.$$

2) Запишем уравнение скорости $v_x = v_{0x} + a_x t$, где $v_x = v$; $v_{0x} = v_0 = 0$; $a_x = a$.
Получаем для двух тел:

$$\begin{cases} v_1 = a_1 t_1 \\ v_2 = a_2 t_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{2a_2}{a_2} = 2.$$

Ответ: $s_1 = 2s_2$ — перемещение троллейбуса в 2 раза больше перемещения трамвая; $v_1 = 2v_2$ — скорость троллейбуса в 2 раза больше скорости трамвая.

№ 62(61).

Дано:
$t_1 = 1$ с
$s_1 = 10$ см $= 0,1$ м
$t_2 = 3$ с
$a_1 = a_2$
$v_{01} = v_{02} = 0$

s_2 — ?

Решение:
1) Запишем уравнение перемещения:

$$s_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

С учетом знаков проекций получим: $s = at^2/2$.
Для двух перемещений имеем:

$$\begin{cases} s_1 = \dfrac{a_1 t_1^2}{2} \\ s_2 = \dfrac{a_2 t_2^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{s_1}{s_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2} \Rightarrow s_2 = \frac{s_1 t_2^2}{t_1^2} = \frac{0,1\text{ м}\cdot(3\text{ с})^2}{(1\text{ с})^2} = 0,9\text{ м}.$$

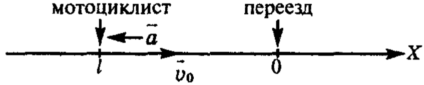
Ответ: $s_2 = 0,9$ м.

№ 63(н).

Дано:
$l = 10$ м
$v_0 = 20$ км/ч $= 5,6$ м/с
$a = 1$ м/с^2
$t = 1$ с

x — ?

Решение:
1) Выберем ось X так, как показано на рисунке.



Таким образом, начало отсчета координаты x находится на переезде, а начальная координата мотоциклиста $x_0 = -l = -10$ м.
В общем виде уравнение прямолинейного равномерного движения мотоциклиста имеет вид: $x = x_0 + v_{0x}t + a_x t^2/2$. (1)

Из рисунка видно, что проекция начальной скорости $v_{0x} = v_0$, а проекция ускорения $a_x = -a$ (мотоциклист тормозит). Подставляя в (1), получим

$$x = -l + v_0 t - \frac{at^2}{2}.$$

Подставим данные:

$$x = -10 + 5,6 \text{ м/с} \cdot 1 \text{ с} - \frac{1 \text{ м/с}^2 \cdot 1 \text{ с}^2}{2} = -4,9 \text{ м}.$$

Таким образом, мотоциклист не доехал до переезда 4,9 м.

Ответ: $x = -4,9$ м.

№ 64(63).

Дано:
$v_0 = 0$
$a = 0,6$ м/с^2
$s = 30$ м
t — ?

Решение:

Воспользуемся уравнением перемещения:

$$s_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Так как $v_0 = 0$ и движение ускоренное, то

$$s = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \text{ м}}{0,6 \text{ м/с}^2}} = 10 \text{ с}.$$

Ответ: $t = 10$ с.

№ 65(64).

Дано:
$v_0 = 0$
$s_1 = l$
$t_1 = 3$ с
$s_2 = 9l$
t_2 — ?

Решение:

Зависимость перемещения от времени:

$$\begin{cases} s_x = v_{0x} + \dfrac{at^2}{2} \\ s_x = s;\ v_{0x} = v_0 = 0 \Rightarrow \\ a_x = a \end{cases} \begin{cases} s_1 = \dfrac{at_1^2}{2} - \text{для одного вагона,} \\ s_2 = \dfrac{at_2^2}{2} - \text{для девяти вагонов.} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{at_1^2}{at_2^2} = \frac{t_1^2}{t_2^2} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{s_2 t_1^2}{s_1}} = \sqrt{\frac{9l \cdot 9 \text{ с}^2}{l}} = 9 \text{ с}.$$

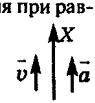
Ответ: $t_2 = 9$ с.

№ 66.

Дано:
$v_0 = 0$
$t = 10$ с
$h = 5$ км $= 5 \cdot 10^3$ м
a — ?, v — ?

Решение:

Воспользуемся уравнениями скорости и перемещения при равноускоренном движении:



$$v_x = v_{0x} + a_x t,\ s_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2},$$

где $s_x = h$, $v_x = v$, $v_{0x} = v_0 = 0$, $a_x = a$. Отсюда

$$h = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2h}{t^2} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^3 \text{ м}}{(10 \text{ с})^2} = 100 \text{ м/с}^2.$$

$$v = at = 100 \text{ м/с}^2 \cdot 10 \text{ с} = 1000 \text{ м/с}.$$

Ответ: $a = 100$ м/с^2, $v = 1000$ м/с.

№ 67.

Дано:	Решение:
$v_0 = 0$ $a = 616$ км/с^2 = $= 6{,}16 \cdot 10^5$ м/с^2 $s = 41{,}5$ км = $= 5 \cdot 10_3$ м v — ?	Воспользуемся безвременной формулой перемещения: $s_x = \dfrac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$. После преобразования получаем: $s = \dfrac{v^2}{2a} \Rightarrow v = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \cdot 6{,}16 \cdot 10^5\ \text{м/с}^2 \cdot 0{,}415\ \text{м}} = 715$ м/с.

Ответ: $v = 715$ м/с.

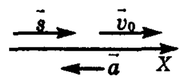
№ 68.

Дано:	Решение:
$v_0 = 0$ $a_1 = a_2 = a$ $s_2 = 2s_1$ v_2/v_1 — ?	Воспользуемся итоговой формулой задачи № 67: $v = \sqrt{2as} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = \sqrt{2as_1} \\ v_2 = \sqrt{2as_2} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{v_2}{v_1} = \dfrac{\sqrt{2as_2}}{\sqrt{2as_1}} = \sqrt{\dfrac{s_2}{s_1}} = \sqrt{\dfrac{2s_1}{s_1}} = \sqrt{2} \approx 1{,}4.$

Ответ: скорость пули в конце ствола ружья в 1,4 раза больше, чем в середине.

№ 69.

Дано:	Решение:
$v_0 = 72$ км/ч = $= 20$ м/с $t = 5$ с $v = 0$ s — ?	Воспользуемся уравнениями скорости и перемещения: $v_x = v_{0x} + a_x t,\ s_x = v_{0x}t + \dfrac{a_x t^2}{2}$, где $v_x = v = 0;\ v_{0x} = v_0;\ s_x = s;\ a_x = -a$.



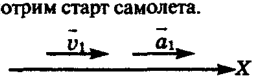
Отсюда: $0 = v_0 - at;\ v_0 = at \Rightarrow a = v_0/t$.

$$\text{Путь } s = v_0 t - \frac{(v_0/t)t^2}{2} = v_0 t - \frac{v_0 t}{2} = \frac{v_0 t}{2} = \frac{20\ \text{м/с} \cdot 5\ \text{с}}{2} = 50\ \text{м}.$$

Ответ: $s = 50$ м.

№ 70.

Дано:	Решение:
$s_1 = 1215$ м; $v_{01} = 0$; $v_1 = 270$ км/ч $s_2 = 710$ м; $v_{02} = 230$ км/ч; $v_2 = 0$ a_2/a_1 — ?, t_1/t_2 — ?	1. Рассмотрим старт самолета.



$$s_{1x} = \frac{v_{1x}^2 - v_{01x}^2}{2a_{1x}},\ v_{1x} = v_{01x} + a_{1x}t_1.$$

Проекции всех векторов положительные. Отсюда

$$s_1 = \frac{v_1^2}{2a_1} \Rightarrow a_1 = \frac{v_1^2}{2s_1}, (1) \qquad v_1 = a_1 t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_1}{a_1}. (2)$$

2. Рассмотрим теперь торможение самолета.

$$s_{2x} = \frac{v_{2x}^2 - v_{02x}^2}{2a_{2x}},\ v_{2x} = v_{02x} + a_{2x}t_2.$$

Проекция вектора ускорения — отрицательна. Отсюда

$$s_2 = \frac{-v_{02}^2}{-2a_2} \Rightarrow a_2 = \frac{v_{02}^2}{2s_2}, (1') \qquad 0 = v_{02} - a_2 t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{v_{02}}{a_2}. (2')$$

3. Решим совместно (1) и (1′), (2) и (2′).

$$\left|\frac{a_2}{a_1}\right| = \frac{v_{02}^2 2s_1}{v_1^2 2s_2} = \frac{v_{02}^2 s_1}{v_1^2 s_2} = \frac{(64\ \text{м/с})^2\, 1215\ \text{м}}{(75\ \text{м/с})^2\, 710\ \text{м}} = 1{,}25 \Rightarrow a_2 = 1{,}25a_1.$$

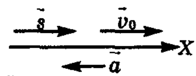
$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{v_1 a_2}{v_{02} a_1} = \frac{75\ \text{м/с} \cdot 1{,}25a_1}{64\ \text{м/с} \cdot a_1} = 1{,}46 \Rightarrow t_1 = 1{,}46t_2.$$

Ответ: $a_2 = 1{,}25a_1$, $t_1 = 1{,}46t_2$.

№ 71.

Дано:
$v_1 = v_2 = 0$
$v_{01} = 15$ км/ч
$s_1 = 1{,}5$ м
$v_{02} = 90$ км/ч
$a_2 = a_1 = a$
s_2 — ?

Решение:



По формуле:

$$s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x},\ \text{где } s_x = s;\ v_x = v = 0;\ v_{0x} = v_0.$$

С учетом знаков проекций на ось X формула преобразуется:

$$s = \frac{v_0^2}{2a}.$$

Запишем ее для двух тормозных путей и найдем их отношение:

$$\begin{cases} s_1 = \dfrac{v_{01}^2}{2a} \\ s_2 = \dfrac{v_{02}^2}{2a} \end{cases} \Rightarrow \frac{s_1}{s_2} = \frac{v_{01}^2}{v_{02}^2} \Rightarrow s_2 = \frac{s_1 v_{02}^2}{v_{01}^2} = \frac{1{,}5\ \text{м} \cdot (90\ \text{км/ч})^2}{(15\ \text{км/ч})^2} = 54\ \text{м}.$$

Ответ: $s_2 = 54$ м.

№ 72(н).

Дано:
$v_{01} = 0$
$v_{02} = 30$ м/с
$a_1 = 5$ м/с^2
$t_2 = 10$ с
s — ?

Решение:
Движение тела состоит из двух участков: равноускоренного с нулевой начальной скоростью ($v_{01} = 0$) и равнозамедленного с начальной скоростью $v_{02} = 30$ м/с. Время движения на первом участке найдем из уравнения для скорости $v = v_{01} + a_1t_1$. Т. к. $v = v_{02}$, то $t_1 = v_{02}/a_1 = 30/5 = 6$ с.

Тогда путь:

$$s_1 = v_{01}t_1 + \frac{a_1t_1^2}{2} = \frac{5\ \text{м/с}^2 \cdot 36\ \text{с}^2}{2} = 90\ \text{м}.$$

Путь на втором участке

$$s_2 = v_{02}t_2 - \frac{a_2t_2^2}{2}.$$

Ускорение a_2 выразим из уравнения для скорости $v = v_{02} - a_2t_2$ с учетом $v = 0$: $a_2 = v_{02}/t_2 = (30\ \text{м/с})/10\ \text{с} = 3$ м/с^2. Тогда

$$s_2 = 30\ \text{м/с} \cdot 10\ \text{с} - \frac{3\ \text{м/с}^2 \cdot 100\ \text{с}^2}{2} = 150\ \text{м},$$

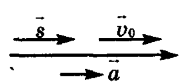
а весь путь $s = s_1 + s_2 = 90\ \text{м} + 150\ \text{м} = 240$ м.

Ответ: $s = 240$ м.

№ 73.

Дано:
$v_0 = 0$, $a_1 = 3a_2$
1) $t_1 = t_2$, 2) $s_1 = s_2$
v_1/v_2 — ?

Решение:



1) Воспользуемся уравнением

$$v_x = v_{0x} + a_xt.$$

Так как движение ускоренное,

то $v_x = v$, $v_{0x} = v_0 = 0$, $a_x = a$. Отсюда $v = at$. Для двух тел имеем:

$$\begin{cases} v_1 = a_1 t_1 \\ v_2 = a_2 t_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{a_1 t_1}{a_2 t_2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{3a_2}{a_2} = 3.$$

2) Воспользуемся безвременной формулой с учетом, что $v_0 = 0$:

$$s = \frac{v^2}{2a} \Rightarrow v = \sqrt{2as}.$$

Для двух тел имеем:

$$\begin{cases} v_1 = \sqrt{2a_1 s_1} \\ v_2 = \sqrt{2a_2 s_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{2a_1 s_1}}{\sqrt{2a_2 s_2}} = \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} = \sqrt{\frac{3a_2}{a_2}} = \sqrt{3} \approx 1,7.$$

Ответ: 1) $v_1/v_2 = 3$; 2) $v_1/v_2 \approx 1,7$.

№ 74.

Дано:	Решение:
$v_x = 6t$ $t = 0$ $x_0 = 0$ $t_1 = 10$ с	Уравнение координаты равноускоренного движения имеет вид: $x = x_0 + v_{0x}t + a_x t^2/2$. (1) Чтобы написать его для данного движения, надо вместо x_0, v_{0x}, и a_x подставить значения, взятые из данных задачи. Запишем уравнение скорости $v_x = v_{0x} + a_x t$ и сравним его с уравнением $v_x = 6t$, данным в задаче. Сравнение дает: $a_x = 6$ м/с^2, $v_{0x} = 0$.
$x = x(t)$ — ? s_1 — ?	

Чтобы написать его для данного движения, надо вместо x_0, v_{0x}, и a_x подставить значения, взятые из данных задачи.
Запишем уравнение скорости $v_x = v_{0x} + a_x t$ и сравним его с уравнением $v_x = 6t$, данным в задаче. Сравнение дает: $a_x = 6$ м/с^2, $v_{0x} = 0$.

Подставив полученные данные в уравнение (1), получим $x = 3t^2$.

Т. к. путь в данной задаче совпадает с координатой, то $s_1 = x = 3t^2$.

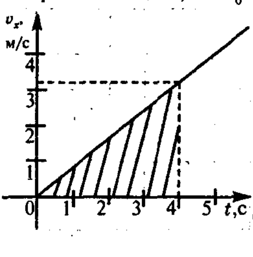
$$s_1 = 3 \text{ м/с}^2 \cdot (10 \text{ с})^2 = 300 \text{ м}.$$

Ответ: $x = 3t^2$, $s_1 = 300$ м.

№ 75.

Дано:	Решение:
$x = 0,4t^2$ $t = 4$ с	Зависимость скорости от времени имеет вид: $v_x = v_{0x} + a_x t$. Запишем уравнение зависимости координаты от времени и сравним его с данным: $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$, $x = 0,4t^2$.
$v_x = v_x(t)$ — ? s — ?	

Из сравнения видно, что $x_0 = 0$, $v_{0x} = 0$, $a_x = 0,8$ м/с^2. Подставим полученные данные в уравнение скорости и получим: $v_x = 0,8t$.



Определим точки для построения графика:

t	0	5
v_x	0	4

Путь, пройденный телом, можно найти

1) аналитически по формуле:

$$s = x = 0,4t^2 = 0,4 \cdot 16 = 6,4 \text{ м};$$

2) по графику: путь численно равен площади фигуры, ограниченной графиком. На графике

видно, что заштрихованная фигура — прямоугольный треугольник. Отсюда $s = ab/2$, где $a = 4$ с, $b = 3{,}2$ м/с.

$$s = 4\ \text{с} \cdot 3{,}2\ \text{м/с} \div 2 = 6{,}4\ \text{м}.$$

Ответ: $s = 6{,}4$ м.

№ 76.

Дано:
$x = -0{,}2t^2$
$t = 5$ с

x_1 — ?
s — ?

Решение:
Запишем уравнение зависимости координаты от времени и сравним его с данным:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2},\ x = -0{,}2t^2. \ (1)$$

Получим, $a_x = -0{,}4$ м/с^2, $v_x = -0{,}4t$. (2)

Из уравнений (1) и (2) следует, что проекции скорости и перемещения имеют одинаковые знаки. Следовательно, движение точки равноускоренное, но направлено в сторону противоположную направлению оси X.

$$x_1 = -0{,}2 \cdot (5)^2 = -5\ \text{м} \Rightarrow s = |x_1| = 5\ \text{м}.$$

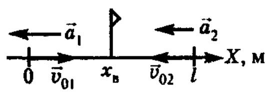
Ответ: $x_1 = -5$ м, $s = 5$ м.

№ 77(н).

Дано:
$v_{01} = 5$ м/с
$v_{02} = 1{,}5$ м/с
$a_1 = a_2 = a = 0{,}2$ м/с^2
$l = 130$ м

$t_в$ — ?
l_1 — ?
l_2 — ?

Решение:
Выберем ось X так, как показано на рисунке, и покажем на нем направление начальных скоростей и ускорений велосипедистов.



Запишем теперь уравнения движения велосипедистов

$$x_1 = x_{01} + v_{01x}t + \frac{a_{1x}t^2}{2} = v_{01}t - \frac{at^2}{2},$$

$$x_2 = x_{02} + v_{02x}t + \frac{a_{2x}t^2}{2} = l - v_{02}t - \frac{at^2}{2}.$$

(Здесь мы учли, что модули ускорений одинаковы).

В момент встречи ($t = t_в$) координаты велосипедистов равны ($x_{1в} = x_{2в} = x_в$):

$$v_{01}t_в - \frac{at_в^2}{2} = l - v_{02}t_в - \frac{at_в^2}{2},$$

отуда искомый промежуток времени

$$t_в = \frac{l}{v_{01} + v_{02}}.$$

Подставим данные:

$$t_в = \frac{130\ \text{м}}{5\ \text{м/с} + 1{,}5\ \text{м/с}} = 20\ \text{с}.$$

Путь, пройденный первым велосипедистом до встречи, равен его координате в момент встречи:

$$l_1 = x_{1в} = v_{01}t_в - \frac{at_в^2}{2}.$$

Подставляя данные, получим:

$$l_1 = 5\ \text{м/с} \cdot 20\ \text{с} - \frac{0{,}2\ \text{м/с}^2 \cdot (20\ \text{с})^2}{2} = 60\ \text{м}.$$

Путь второго велосипедиста

$$l_2 = l - l_1 = 130 \text{ м} - 60 \text{ м} = 70 \text{ м}.$$

Ответ: $t_в = 20$ с, $l_1 = 60$ м, $l_2 = 70$ м.

№ 78.

Дано:	Решение:
$s = 100$ м; $t = 20$ с; $a = 0,3$ м/с^2	Воспользуемся формулой перемещения (все величины положительные):
v_0 — ?, v — ?	$s_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} \Rightarrow s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$.

$$v_0 = \frac{2s - at^2}{2t} = \frac{2 \cdot 100 \text{ м} - 0,3 \text{ м/с}^2 \cdot (20 \text{ с})^2}{2 \cdot 20 \text{ с}} = 2 \text{ м/с}.$$

$$v = v_0 + at = 2 \text{ м/с} + 0,3 \text{ м/с}^2 \cdot 20 \text{ с} = 8 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v_0 = 2$ м/с, $v = 8$ м/с.

№ 79.

Дано:	Решение:
$t = 20$ с; $s = 340$ м; $v = 19$ м/с	Воспользуемся формулой для пути при равноускоренном движении, в которой средняя скорость рассчитывается как полусумма начальной и конечной скоростей:
v_0 — ? a — ?	

$$s = \frac{v + v_0}{2}t \Rightarrow v_0 = \frac{2s}{t} - v = \frac{2 \cdot 340 \text{ м}}{20 \text{ с}} - 19 \text{ м/с} = 15 \text{ м/с}.$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{19 \text{ м/с} - 15 \text{ м/с}}{20 \text{ с}} = 0,2 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $v_0 = 15$ м/с, $a = 0,2$ м/с^2.

№ 80.

Дано:	Решение:
1) $x_1 = -0,4t^2$; 2) $x_2 = 400 - 0,6t$; 3) $x_3 = -300$	1) Сравним уравнение движения велосипедиста с общим уравнением движения:
x — ? v_{0x} — ?	

$$x_1 = -0,4t^2$$

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Сравнивая, находим, что велосипедист в момент начала наблюдения находится в точке с координатой $x_{01} = 0$ и движется ускоренно без начальной скорости $v_{01x} = 0$ в сторону противоположную выбранному направлению оси OX с ускорением $a_{1x} = -0,8$ м/с^2.

2) Сравним уравнение движения пешехода с общим уравнением движения:

$$x_2 = 400 - 0,6t$$

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Находим: пешеход в момент начала наблюдения находится в точке с координатой $x_{02} = 400$ м и движется равномерно ($a_2 = 0$) в сторону противоположную выбранному направлению оси OX с начальной скоростью $v_{02x} = -0,6$ м/с.

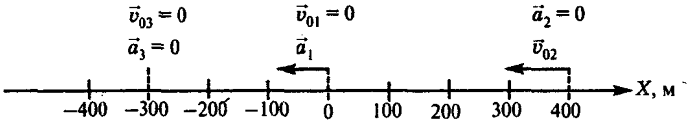
3) Сравним уравнение движения бензовоза с общим уравнением движения:

$$x_3 = -300$$

$$x = x_0 + \upsilon_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Находим: безновоз в момент начала наблюдения находится в точке с координатой $x_{03} = -300$ м и не движется ($a_3 = 0$, $\upsilon_{03x} = 0$).

На основе полученных данных сделаем рисунок.



Ответ: 1) $x_{01} = 0$, $\upsilon_{01x} = 0$, $a_{1x} = -0{,}8$ м/с^2;

2) $x_{02} = 400$ м, $\upsilon_{02x} = -0{,}6$ м/с, $a_2 = 0$;

3) $x_{03} = -300$ м, $\upsilon_{03x} = 0$, $a_3 = 0$, $\upsilon_{0x3} = 0$.

№ 81.

Дано:

1) $x_1 = 10t + 0{,}4t^2$

2) $x_2 = 2t - t^2$

3) $x_3 = -4t + 2t^2$

4) $x_4 = -t - 6t^2$

$\upsilon_x = \upsilon_x(t)$ — ?

Решение:

1) Сравним уравнение движения первой материальной точки с общим уравнением движения:

$$\begin{cases} x_1 = 10t + 0{,}4t^2 \\ x = x_0 + \upsilon_{0x}t + \dfrac{a_x t^2}{2} \end{cases} \Rightarrow x_{01} = 0;\ \upsilon_{01x} = 10\text{ м/с};\ a_{01x} = 0{,}8\text{ м/с}^2.$$

Подставляя значения υ_{01x} и a_{01x} в уравнение скорости $\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t$, получим $\upsilon_{1x} = 10 + 0{,}8t$. Первая материальная точка в момент начала наблюдения находилась в точке начала координат и двигалась в направлении, выбранном положительным, с начальной скоростью 10 м/с и ускорением 0,8 м/с^2.

2) Аналогично первому случаю получаем:

$$\begin{cases} x_2 = 2t - t^2 \\ x = x_0 + \upsilon_{0x}t + \dfrac{a_x t^2}{2} \end{cases} \Rightarrow x_{02} = 0;\ \upsilon_{02x} = 2\text{ м/с};\ a_{2x} = -2\text{ м/с}^2 \Rightarrow \upsilon_{2x} = 2 - 2t.$$

Вторая точка в момент начала наблюдения находилась в точке начала координат и двигалась в положительном направлении с начальной скоростью 2 м/с равнозамедленно с ускорением 2 м/с^2. Через $t = 1$ с скорость тела будет равна 0, и при продолжении движения по этому закону тело будет двигаться в сторону противоположную направлению оси OX равноускоренно.

3) Аналогично предыдущим случаям:

$$\begin{cases} x_3 = -4t + 2t^2 \\ x = x_0 + \upsilon_{0x}t + \dfrac{a_x t^2}{2} \end{cases} \Rightarrow x_{03} = 0;\ \upsilon_{03x} = -4\text{ м/с};\ a_{3x} = 4\text{ м/с}^2 \Rightarrow \upsilon_{3x} = -4 + 4t.$$

Третья точка в момент начала наблюдения находилась в точке начала координат и двигалась в сторону противоположную направлению оси OX с ускорением 4 м/с^2. Через 1 с скорость тела будет равна 0 и при дальнейшем движении точка будет двигаться по направлению оси X равноускоренно.

4) Аналогично предыдущим случаям:

$$\begin{cases} x_4 = -t - 6t^2 \\ x = x_0 + \upsilon_{0x}t + \dfrac{a_x t^2}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$x_{04} = 0;\ \upsilon_{04x} = -1 \text{ м/с};\ a_{4x} = -12 \text{ м/с}^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \upsilon_{4x} = -1 - 12t.$$

Четвертая точка в момент начала наблюдения находилась в точке начала координат и двигалась в сторону противоположную направлению оси OX с начальной скоростью 1 м/с равноускоренно с ускорением 12 м/с^2.

Определим точки для построения графика:

1) $\upsilon_{1x} = 10 + 0{,}8t$

t	0	2
υ_x	10	11,6

2) $\upsilon_{2x} = 2 - 2t$

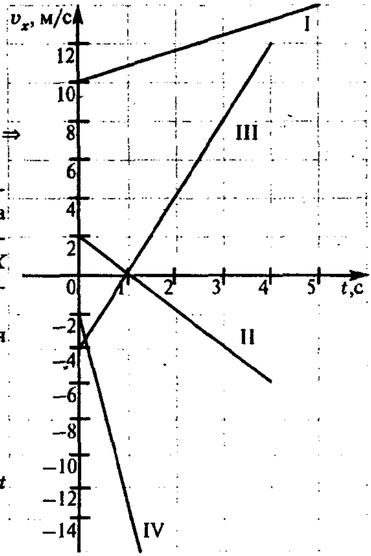
t	0	2
υ_x	2	–2

3) $\upsilon_{3x} = -4 + 4t$

t	0	2
υ_x	–4	4

4) $\upsilon_{4x} = -1 - 12t$

t	0	1
υ_x	–1	–13



Ответ: $\upsilon_{1x} = 10 + 0{,}8t$, $\upsilon_{2x} = 2 - 2t$, $\upsilon_{3x} = -4 + 4t$, $\upsilon_{4x} = -1 - 12t$.

№ 82.

Проанализируем графики на рисунке 18, найдем для каждого графика значения a_x и υ_{0x} и подставим их в уравнение движения

$$x = x_0 + \upsilon_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}:$$

I) $x_0 = 0$; $\upsilon_{0x} = 0$; $a_x = (\upsilon_x - \upsilon_{0x})/t = (10 \text{ м/с} - 0)/8 \text{ с} = 1{,}25 \text{ м/с}^2 \Rightarrow x_1 = 0{,}625t^2$.

II) $x_0 = 0$; $\upsilon_{0x} = 5$ м/с; $a_x = (\upsilon_x - \upsilon_{0x})/t = (20 \text{ м/с} - 5 \text{ м/с})/3 \text{ с} = 5 \text{ м/с}^2 \Rightarrow$
$$\Rightarrow x_2 = 5t - 2{,}5t^2.$$

III) $x_0 = 0$; $\upsilon_{0x} = 20$ м/с; $a_x = (\upsilon_x - \upsilon_{0x})/t = (0 - 20 \text{ м/с})/5 \text{ с} = -4 \text{ м/с}^2 \Rightarrow$
$$\Rightarrow x_3 = 20t - 2t^2.$$

Ответ: $x_1 = 0{,}625t^2$; $x_2 = 5t - 2{,}5t^2$; $x_3 = 20t - 2t^2$.

№ 83(н).

Дано:	Решение:
$l_1 = 40$ м, $t_1 = 10$ с $l_2 = 20$ м	По смыслу задачи скорость мальчика на вершине горы υ_{01} равна нулю. Тогда, считая движение по горе равноускоренным, запишем:
υ — ?, a_1 — ? a_2 — ?, $t_{\text{общ}}$ — ? $\upsilon_{\text{ср}}$ — ?	$$l_1 = \upsilon_{01}t + \frac{a_1 t_1^2}{2} = \frac{a_1 t_1^2}{2}.$$

Отсюда найдем ускорение на первом участке:

$$a_1 = \frac{2l_1}{t_1^2} = \frac{2 \cdot 40\ \text{м}}{(10\ \text{с})^2} = 0,8\ \text{м/с}^2.$$

Скорость v_1 в конце горы найдем, используя уравнение для скорости при равноускоренном движении:

$$v_1 = v_{01}t + a_1t_1 = \frac{2l_1}{t_1} = \frac{2 \cdot 40\ \text{м}}{10\ \text{с}} = 8\ \text{м/с}.$$

Эта скорость является начальной для горизонтального участка: $v_{02} = v_1$. Учитывая далее, что движение по горизонтальному участку равнозамедленное до остановки, из уравнения для скорости получим: $0 = v_1 - a_2t_2$, или $v_1 = a_2t_2$ (1).

Путь при равнозамедленном движении

$$l_2 = v_{02}t_2 - \frac{a_2t_2^2}{2} = v_1t_2 - \frac{a_2t_2^2}{2}\ (2).$$

Решая совместно уравнения (1) и (2) относительно a_2 и t_2, получим

$$a_2 = \frac{v_1^2}{2l_2} = \frac{2l_1^2}{l_2t_1^2} = \frac{2 \cdot (40\ \text{м})^2}{20\ \text{м} \cdot (10\ \text{с})^2} = 1,6\ \text{м/с}^2, \qquad t_2 = \frac{2l_2}{v_1} = \frac{l_2t_1}{l_1} = \frac{20\ \text{м} \cdot 10\ \text{с}}{40\ \text{м}} = 5\ \text{с}.$$

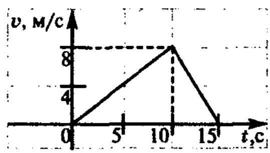
Общее время движения

$$t_{общ} = t_1 + t_2 = 10\ \text{с} + 5\ \text{с} = 15\ \text{с}.$$

Средняя путевая скорость по определению:

$$v_{ср} = \frac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2} = \frac{60\ \text{м}}{15\ \text{с}} = 4\ \text{м/с}.$$

Построим график зависимости модуля скорости от времени.



Ответ: $v_1 = 8$ м/с, $a_1 = 0,8$ м/с, $a_2 = 1,6$ м/с, $t_{общ} = 15$ с, $v_{ср} = 4$ м/с.

№ 84.

Дано:
$v_{01} = 0$ м
$a_1 = 1$ м/с^2
$t_1 = 4$ с
$v_1 = v_2 = v_{03}$
$a_2 = 0$
$t_2 = 0,1$ мин $= 6$ с
$s_3 = 20$ м
$v_3 = 0$

$v_{ср}$ — ?, $v_x(t)$ — ?

Решение:

Весь путь разбит на три участка.

$$v_{ср} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3}.\ (1)$$

Чтобы найти $v_{ср}$, нужно определить путь, пройденный велосипедистом на первом и втором участках, и время движения на третьем участке. Для этого воспользуемся уравнениями скорости и перемещения:

$$v_x = v_{0x} + a_xt,\ s_x = v_{0x}t + \frac{a_xt^2}{2}.$$

Тогда:

1) $v_1 = a_1t_1 = 1\ \text{м/с}^2 \cdot 4\ \text{с} = 4\ \text{м/с}$, $\qquad s_1 = \dfrac{a_1t^2}{2} = \dfrac{1\ \text{м/с}^2 \cdot (4\ \text{с})^2}{2} = 8\ \text{м}$.

2) $s_2 = v_2t_2 = v_1t_2 = 4\ \text{м/с} \cdot 6\ \text{с} = 24$ м.

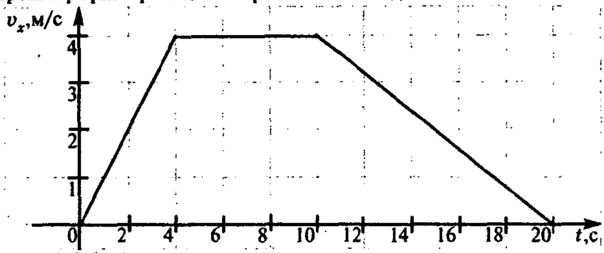
3) Чтобы найти время движения на третьем участке решим систему уравнений:

$$\begin{cases} s_x = \dfrac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x} \Rightarrow a_{3x} = \dfrac{-v_{03}^2}{2s_3} \\ v_x = v_{0x} + a_xt \Rightarrow t_3 = \dfrac{-v_{03}}{a_{3x}} \end{cases} \Rightarrow t_3 = \frac{-v_{03}}{-v_{03}^2/2s_3} = \frac{2s_3}{v_{03}} = \frac{2 \cdot 20\ \text{м}}{4\ \text{м/с}} = 10\ \text{с}.$$

Подставим полученные данные в формулу (1):

$$v_{ср} = \frac{8\text{ м} + 24\text{ м} + 20\text{ м}}{4\text{ с} + 6\text{ с} + 10\text{ с}} = 2{,}6\text{ м/с}.$$

Построим график проекции скорости велосипедиста:



Ответ: $v_{ср} = 2{,}6$ м/с, $v_x(t) = v_{0x} + a_x t$.

№ 85*.

Дано:	Решение:
$v_{ср} = 72$ км/ч $t = 20$ мин $= 1/3$ ч $t_1 = 4$ мин $= 1/15$ ч v — ?	Начертим приблизительный график движения поезда:

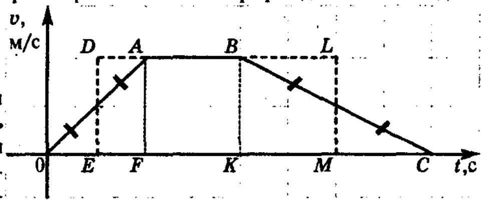


График $v_x(t)$ — ломаная линия $OABC$. Площадь фигуры, ограниченной этим графиком, численно равна пути, пройденному телом. Проведем через точки E и M, соответствующие моментам достижения поездом скорости равной половине максимальной при его ускорении и торможении, вертикальные отрезки прямых DE и LM. Тогда из рисунка видно, что площадь фигуры $OABC$ равна площади прямоугольника $EDLM$.

По условию: $OF + KC = t_1$, $OC = t$, $OE = OF/2$, $MC = KC/2$. $S_{EDLM} = ED \cdot EM$.

$$EM = OC - (OE + MC) = OC - \left(\frac{OF}{2} + \frac{KC}{2}\right) = OC - \left(\frac{OF + KC}{2}\right) = t - \frac{t_1}{2}.$$

$$ED = v \Rightarrow S_{EDLM} = v\left(t - \frac{t_1}{2}\right) = v\left(\frac{2t - t_1}{2}\right) (1).$$

Также из определения средней скорости $s = v_{ср} \cdot t$ (2).

Левые части уравнений (1) и (2) равны, следовательно, равны и правые:

$$v\left(\frac{2t - t_1}{2}\right) = v_{ср}t \Rightarrow v = \frac{v_{ср}t}{\left(\frac{2t - t_1}{2}\right)} = \frac{2v_{ср}t}{2t - t_1} = \frac{2 \cdot 72\text{ км/ч} \cdot \frac{5}{15}\text{ ч}}{2 \cdot \frac{5}{15}\text{ ч} - \frac{1}{15}\text{ ч}} = \frac{48\text{ км}}{0{,}6\text{ ч}} = 80\text{ км/ч}.$$

Ответ: $v = 80$ км/ч.

№ 86.

Дано:
$x_1 = 2t + 0{,}2t^2$
$x_2 = 80 - 4t$
$t_1 = 5$ с, $t_2 = t_0$
$x_2' = 0$

а) x_A — ?, t_A — ?
б) s_1 — ?, в) x_1' — ?

Решение:
Первый автомобиль движется в положительном направлении оси X ускоренно с начальной скоростью $\upsilon_{01} = 2$ м/с и ускорением $a_1 = 0{,}4$ м/с. Второй автомобиль в момент начала отсчета времени находился в точке с координатой 80 м и двигался равномерно со скоростью $\upsilon_{02} = 4$ м/с в сторону противоположную положительному направлению оси X.

а) Найдем место и время встречи автомобилей:

$$\begin{cases} x_1 = 2t + 0{,}2t^2 \\ x_2 = 80 - 4t \end{cases} \Rightarrow 2t + 0{,}2t^2 = 80 - 4t \Rightarrow t^2 = \frac{80 - 6t}{0{,}2} = 400 - 30t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^2 + 30t - 400 = 0 \Rightarrow$$

время встречи $t_A = 10$ с (второй корень не подходит). Координата встречи

$$x_A = x_2 = 80 - 4t = 80 \text{ м} - 4 \text{ м/с} \cdot 10 \text{ с} = 40 \text{ м}.$$

Встреча автомобилей произойдет через 10 с после начала отсчета времени в точке с координатой 40 м.

б) $s_1 = x_2 - x_1$ — расстояние между автомобилями через 5 с.

$s_1 = 80 - 4t - 2t - 0{,}2t^2 = 80 \text{ м} - 4 \text{ м/с} \cdot 5 \text{ с} - 2 \text{ м/с} \cdot 5 \text{ с} - 0{,}2 \text{ м/с}^2 \cdot (5 \text{ с})^2 = 45 \text{ м}.$

в) Найдем время t_2', когда второй автомобиль находился в точке начала отсчета: $x_2' = 80 - 4t_2' \Rightarrow t_2' = 80 \div 4 = 20$ с.

Теперь найдем, где в это же время находился первый автомобиль:

$$x_1' = 2 \text{ м/с} \cdot 20 \text{ с} + 0{,}2 \text{ м/с}^2 \cdot (20 \text{ с})^2 = 40 \text{ м} + 80 \text{ м} = 120 \text{ м}.$$

Ответ: а) $x_A = 40$ м, $t_A = 10$ с; б) $s_1 = 45$ м; в) $x_1' = 120$ м.

№ 87.

Дано:
$s = 6{,}9$ м
$x_1 = 6{,}9$ м
$a_1 = 0{,}2$ м/с^2
$\upsilon_{01} = 0$
$x_2 = 0$
$a_2 = 0{,}4$ м/с^2
$\upsilon_{02} = 2$ м/с

$x = x(t)$ — ?
x' — ?
t' — ?

Решение:
Подставляем данные задачи в общее уравнение движения и получаем: $x_1 = 6{,}9 + 0{,}1t^2$ и $x_2 = 2t + 0{,}2t^2$.

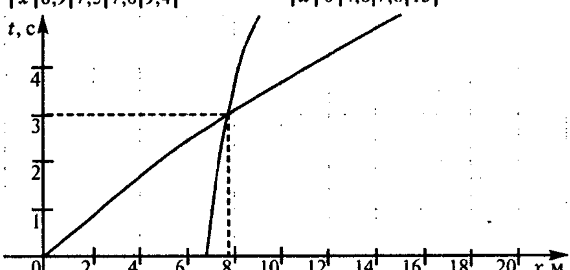
Определим точки для построения графика:

$x_1 = 6{,}9 + 0{,}1t^2$

t	0	2	3	5
x	6,9	7,3	7,8	9,4

$x_2 = 2t + 0{,}2t^2$

t	0	2	3	5
x	0	4,8	7,8	15



При определении точек графика в обоих уравнениях совпали точки $t = 3$ с и $x = 7{,}8$ м. Из графика видно, что эти точки и являются временем и местом встречи автомобилей, следовательно, $x' = 7{,}8$ м, $t' = 3$ с.

Ответ: $x_1 = 6{,}9 + 0{,}1t^2$; $x_2 = 2t + 0{,}2t^2$; $x' = 7{,}8$ м, $t' = 3$ с.

№ 88*.

Дано:
$x_1 = 15 + t^2$
$x_2 = 8t$

x' — ?
t' — ?

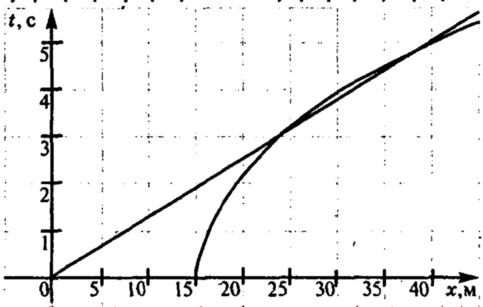
Решение:
Решим задачу аналогично предыдущей.
Определим точки для построения графика:

$x_1 = 15 + t^2$

t	0	2	3	4	5
x	15	19	24	31	40

$x_2 = 8t$

t	0	2	3	4	5
x	0	16	24	32	40



При определении точек графика в обоих уравнениях совпало по две точки. Из графика видно, что эти точки и являются временем и местом встречи мотоциклистов, следовательно, мотоциклисты встретятся два раза в точках:

$$x'_1 = 24 \text{ м},\ t'_1 = 3 \text{ с};\ x'_2 = 40 \text{ м},\ t'_2 = 5 \text{ с}.$$

Ответ: $x'_1 = 24$ м, $t'_1 = 3$ с; $x'_2 = 40$ м, $t'_2 = 5$ с.

6. Равномерное движение тела по окружности

№ 89.

Дано:
$\nu_1 = 30$ об/мин $= 0{,}5$ с$^{-1}$
$\nu_2 = 1500$ об/мин $= 25$ с$^{-1}$
$\nu_3 = 8400$ об/мин $= 140$ с$^{-1}$
$\nu_4 = 96\,000$ об/мин $=$
$= 1600$ с$^{-1}$

T_1 — ?, T_2 — ?
T_3 — ?, T_4 — ?

Решение:
Период и частота вращения связаны формулой

$$T = 1/\nu.$$

$$T_1 = 1/\nu_1 = 1/0{,}5 \text{ с}^{-1} = 2 \text{ с};$$

$$T_2 = 1/\nu_2 = 1/25 \text{ с}^{-1} = 0{,}04 \text{ с};$$

$$T_3 = 1/\nu_3 = 1/140 \text{ с}^{-1} \approx 0{,}0071 \text{ с} = 7{,}1 \text{ мс};$$

$$T_4 = 1/\nu_4 = 1/1600 \text{ с}^{-1} = 0{,}00625 \text{ с} = 625 \text{ мкс}.$$

Ответ: $T_1 = 2$ с, $T_2 = 0{,}04$ с; $T_3 = 7{,}1$ мс, $T_4 = 625$ мкс.

№ 90.

Дано:	Решение:
T = 27 сут 7 ч 43 мин = = 2 360 580 с	Частоту вращения Луны вокруг Земли найдем по формуле: $\nu = 1/T$. Отсюда
ν — ?	$\nu = 1/2\,360\,580$ с $= 0{,}00000042$ с$^{-1} = 4{,}2 \cdot 10^7$ с$^{-1}$.

Ответ: $\nu = 4{,}2 \cdot 10^7$ с$^{-1}$.

№ 91.

Дано:	Решение:
D = 300 мм = 0,3 м υ = 35 м/с ν_1 = 1400 об/мин = = 70/3 с$^{-1}$ ν_2 = 2800 об/мин = = 140/3 с$^{-1}$	Скорость точек круга при его вращении определяется по формуле: $\upsilon = 2\pi r\nu = D\pi\nu$ $(2r = D)$. Найдем значения υ_1 (при ν_1) и υ_2 (при ν_2) и сравним с предельной скоростью вращения:
υ_1 — ?, υ_2 — ?	$\upsilon_1 = 3{,}14 \cdot 0{,}3$ м $\cdot$ 70/3 с$^{-1}$ = 21,98 м/с; $\upsilon_2 = 3{,}14 \cdot 0{,}3$ м $\cdot$ 140/3 с$^{-1}$ = 43,96 м/с.

Ответ: из результатов вычисления видим, что посадка круга на вал электродвигателя, совершающего 2800 об/мин невозможна, так как в этом случае скорость точек рабочей поверхности круга превышает предельно допустимую, т. е. 35 м/с.

№ 92.

Дано:	Решение:
ν_1 = 1500 об/мин = 25 с$^{-1}$ s = 90 км = 9 $\cdot$ 10^4 м υ = 180 км/ч = 50 м/с	Количество оборотов за время t определяется по формуле: $N = t\nu$. Время найдем по формуле: $t = s/\upsilon \Rightarrow N = s\nu/\upsilon$.
N — ?	$N = 25$ с$^{-1} \cdot 9 \cdot 10^4$ м $\div$ 50 м/с = 45 000.

Ответ: N = 45 000.

№ 93.

Дано:	Решение:
T = 4 с r = 2 м	Скорость вращения определяется по формуле: $\upsilon = 2\pi r\nu$. $\nu = 1/T \Rightarrow \upsilon = 2\pi r/T$.
υ — ?	$\upsilon = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2$ м $\div$ 4 с = 3,14 м/с.

Ответ: υ = 3,14 м/с.

№ 94.

Дано:	Решение:
$D_1 = 2D_2$	Скорость передних колес: $\upsilon_1 = D_1\pi\nu_1$, задних — $\upsilon_2 = D_2\pi\nu_2$.
ν_1/ν_2 — ?	Относительно земли скорости равны. Отсюда $D_1\pi\nu_1 = D_2\pi\nu_2 \Rightarrow \nu_1/\nu_2 = D_2/D_1 = D_2/2D_2 = 1/2 \Rightarrow \nu_2 = 2\nu_1$.

Ответ: частота вращения передних колес в два раза больше, чем задних.

№ 95.

Дано:	Решение:
$R_1 = 3R_2$ h = 10 м Δt = 20 с	Пусть R_1 — радиус рукоятки, а R_2 — радиус вала, на который наматывается трос. Линейная скорость точек вала, отстоящих от оси вращения на максимальное расстояние (радиус вала) $\upsilon_2 = h/\Delta t$. Угло-
υ_1 — ?	вая скорость вращения вала и рукоятки одинакова, поэтому,

используя формулу $\omega = \upsilon/r$, получим

$$\frac{\upsilon_1}{R_1} = \frac{\upsilon_2}{R_2} \Rightarrow \upsilon_1 = \upsilon_2 \frac{R_1}{R_2} = \frac{3h}{\Delta t} = \frac{3 \cdot 10\ \text{м}}{20\ \text{с}} = 1{,}5\ \text{м/с}.$$

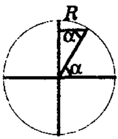
Ответ: $\upsilon_1 = 1{,}5$ м/с.

№ 96.

Дано:
$\alpha = 60°$
$R_З = 6378$ км

υ — ?

Решение:
Для прибытия в пункт назначения раньше (по местному времени), чем время вылета, самолет должен двигаться на запад со скоростью, превышающей линейную скорость точек Земли на данной 60-й параллели.



Радиус этой параллели найдем из соотношения

$$R = R_З \cos 60° = 6378\ \text{км} \cdot 0{,}5 = 3189\ \text{км}.$$

Скорость вращения Земли на данной параллели

$$\upsilon = \frac{2\pi r}{t} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 3189\ \text{км}}{24\ \text{ч}} = 834\ \text{км/ч}.$$

Так как скорость современных пассажирских самолетов больше скорости вращения Земли, такой маневр вполне возможен.

Ответ: $\upsilon = 834$ км/ч.

№ 97.

Дано:
$T = 88{,}85$ мин $= 5331$ с
$h = 230$ км
$R_З = 6378$ км

υ — ?

Решение:
Скорость определяем по формуле:

$$\upsilon = \frac{2\pi r}{T}.$$ Радиус орбиты $r = R_З + h \Rightarrow$

$$\upsilon = \frac{2\pi(R_З + h)}{T} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot (6378\ \text{км} + 230\ \text{км})}{5331\ \text{с}} \approx 7{,}8\ \text{км/с}.$$

Ответ: $\upsilon = 7{,}8$ км/с.

№ 98.

Дано:
$R_2 = 4R_1$
$T_2 = 8T_1$

υ_1/υ_2 — ?

Решение:
Зависимость линейной скорости от радиуса R и периода обращения T выражается формулой: $\upsilon = 2\pi R/T$.
Запишем формулы для обоих радиусов и периодов и разделим первое уравнение на второе:

$$\begin{cases} \upsilon_1 = 2\pi R_1/T_1 \\ \upsilon_2 = 2\pi R_2/T_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{2\pi R_1/T_1}{2\pi R_2/T_2} = \frac{R_1 T_2}{R_2 T_1} = \frac{R_1 \cdot 8T_1}{4R_1 \cdot T_1} = 2.$$

Ответ: скорость спутника уменьшится в 2 раза.

№ 99.

Дано:
$r_М = 3r_С$
$T_С = 60T_С$

$\upsilon_С/\upsilon_М$ — ?

Решение:
Запишем выражения для скоростей стрелок и найдем их отношение:

$$\begin{cases} \upsilon_С = 2\pi r_С/T_С \\ \upsilon_М = 2\pi r_М/T_М \end{cases} \Rightarrow \frac{\upsilon_С}{\upsilon_М} = \frac{2\pi r_С/T_С}{2\pi r_М/T_М} = \frac{r_С T_М}{r_М T_С} = \frac{r_С \cdot 60T_С}{3r_С T_С} = 20.$$

Ответ: скорость секундной стрелки в 20 раз больше скорости минутной.

№ 100.

Дано:	Решение:
$\nu_1 = 1200$ об/мин $r_1 = 8$ см; $r_2 = 32$ см $r_3 = 11$ см; $r_4 = 55$ см	Ременная передача (см. рис. 21 задачника) обеспечивает равенство линейных скоростей вращения. Следовательно, для I и II шкивов
ν_4 — ?	

$$\begin{cases} \upsilon_1 = 2\pi r_1 \nu_1 \\ \upsilon_2 = 2\pi r_2 \nu_2 \end{cases} \Rightarrow r_1\nu_1 = r_2\nu_2 \Rightarrow \nu_2 = \frac{r_1\nu_1}{r_2}.$$

У II и III шкивов, жестко закрепленных на одном валу, одинакова частота вращения. Следовательно, $\nu_3 = \nu_2 = r_1\nu_1/r_2$.

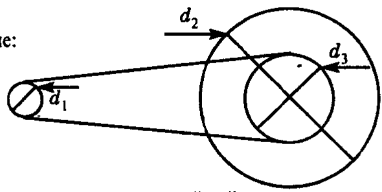
Для пары III и IV шкивов отношение аналогично первой паре:

$$\nu_4 = \frac{r_3\nu_3}{r_4};\ \nu_3 = \nu_2 = \frac{r_1\nu_1}{r_2} \Rightarrow \nu_4 = \frac{r_3 r_1 \nu_1}{r_4 r_2}.$$

$$\nu_4 = \frac{8\ \text{см} \cdot 11\ \text{см} \cdot 1200\ \text{об/мин}}{55\ \text{см} \cdot 32\ \text{см}} = 60\ \text{об/мин}.$$

Ответ: $\nu_4 = 60$ об/мин.

№ 101.



Дано:	Решение:
$\nu_3 = 1200$ об/мин $= 20\ \text{с}^{-1}$ $d_1 = 600$ мм $= 0{,}6$ м $d_2 = 300$ мм $= 0{,}3$ м $d_3 = 120$ мм $= 0{,}12$ м	
υ_1 — ?	

Линейная скорость точек на валу двигателя равна линейной скорости точек поверхности шкива циркулярной пилы. Эти скорости равны $\upsilon_3 = d_3\pi\nu_3$ и $\upsilon_2 = d_2\pi\nu_2$, где $\nu_2 = \nu_1$ — частота вращения шкива и пилы.

Для зубьев пилы скорость равна $\upsilon_1 = d_1\pi\nu_1$.

Имеем систему из трех уравнений: $\begin{cases} \upsilon_3 = d_3\pi\nu_3 \\ \upsilon_2 = d_2\pi\nu_2\,; \\ \upsilon_1 = d_1\pi\nu_1 \end{cases}$

а так же $\upsilon_3 = \upsilon_2$ — один ремень, $\nu_2 = \nu_1$ — один вал $\Rightarrow$

$$\nu_2 = \frac{d_3\nu_3}{d_2} \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{d_3\nu_3\pi d_1}{d_2} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}12\ \text{м} \cdot 20\ \text{с}^{-1} \cdot 0{,}6\ \text{м}}{0{,}3\ \text{м}} \approx 15\ \text{м/с}.$$

Ответ: $\upsilon_1 = 15$ м/с.

№ 102.

Дано:	Решение:
1) $d = 70$ см $= 0{,}7$ м $z_1 = 18$, $z_2 = 48$ $\nu_1 = 1\ \text{с}^{-1}$ 2) $d = 50$ см $= 0{,}5$ м $z_1 = 15$, $z_2 = 48$ $\nu_2 = 1\ \text{с}^{-1}$	Скорость движения велосипедиста равна линейной скорости точек обода колеса, то есть $\upsilon = d\pi\nu$, где ν — частота вращения колеса, равная частоте вращения зубчатки z_1, то есть $\nu = \nu_1$, а υ — скорость вращения зубчатки z_1,
$\upsilon_п$ — ?, $\upsilon_к$ — ?	

равная скорости вращения зубчатки z_2 (они объединены одной цепью). Имеем систему уравнений:
$$\begin{cases} \upsilon = d\pi\nu \\ \upsilon_1 = d_1\pi\nu_1 \\ \upsilon_2 = d_2\pi\nu_2 \end{cases}.$$
Решая эту систему уравнений и учитывая, что количество зубьев на колесе прямо пропорционально диаметру колеса, имеем $\upsilon_1 = \upsilon_2$; $\nu = \nu_1$; $\upsilon = d\pi\nu \Rightarrow$
$$\nu_1 = \frac{d_2\nu_2}{d_1} = \frac{z_2\nu_2}{z_1} \Rightarrow \upsilon = \frac{\pi d z_2 \nu_2}{z_1}.$$
Подставляя полученные данные, получим
$$1)\ \upsilon_п = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}7\ м \cdot 48 \cdot 1\ с^{-1}}{18} = 5{,}86\ м/с \approx 21\ км/ч.$$
$$2)\ \upsilon_к = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}5\ м \cdot 48 \cdot 1\ с^{-1}}{15} = 5\ м/с = 18\ км/ч.$$
Ответ: $\upsilon_п \approx 21$ км/ч; $\upsilon_к = 18$ км/ч.

№ 103.

Дано:	Решение:
$R = 800$ м $\upsilon = 20$ м/с	Ускорение найдем по формуле:
$a_ц$ — ?	$a_ц = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{(20\ м/с)^2}{800\ м} = 0{,}5\ м/с^2.$

Ответ: $a_ц = 0{,}5$ м/с^2.

№ 104.

Дано:	Решение:
$R = 6{,}96 \cdot 10^8$ м $\upsilon = 2 \cdot 10^3$ м/с	Центростремительное ускорение точек экватора Солнца найдем по формуле:
$a_ц$ — ? T — ?	$a_ц = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{(2 \cdot 10^3\ м/с)^2}{6{,}96 \cdot 10^8\ м} = \frac{4 \cdot 10^6\ м^2/с^2}{6{,}96 \cdot 10^8\ м} \approx 0{,}57 \cdot 10^{-2}\ м/с^2 =$

$$= 5{,}7 \cdot 10^{-3}\ м/с^2.$$
Период найдем по из формулы:
$$\upsilon = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi R}{\upsilon} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}96 \cdot 10^8\ м}{2 \cdot 10^3\ м/с} = 2185440\ с \approx 25{,}3\ сут.$$
Ответ: $a_ц = 5{,}7 \cdot 10^{-3}$ м/с^2, $T \approx 25{,}3$ сут.

№ 105.

Дано:	Решение:
$d = 600$ мм $= 0{,}6$ м $T = 0{,}046$ с	Скорость найдем по формуле: $\upsilon = \frac{2\pi R}{T} = \frac{\pi d}{T} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}6\ м}{0{,}046\ с} \approx 40{,}95\ м/с = 41\ м/с.$
$a_ц$ — ? υ — ?	Центростремительное ускорение:

$$a_ц = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{\upsilon^2}{d/2} = \frac{2\upsilon^2}{d} = \frac{2 \cdot (41\ м/с)^2}{0{,}6\ м} \approx 5600\ м/с^2 = 5{,}6\ км/с^2.$$
Ответ: $\upsilon = 41$ м/с, $a_ц = 5{,}6$ км/с^2.

№ 106.

Дано:	Решение:
$R = 40$ м $a_ц = g = 9{,}81$ м/с$^2 \approx 10$ м/с^2	Скорость движения автомобиля найдем по формуле: $a_ц = \dfrac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{Rg} = \sqrt{40\ м \cdot 10\ м/с^2} = 20$ м/с.
v — ?	

Ответ: $v = 20$ м/с.

№ 107.

Дано:	Решение:
$d = 7{,}5$ м $\nu = 93{,}8$ об/мин $=$ $= 93{,}8/60\ с^{-1}$	Зная, что $a_ц = v^2/R$ и $v = 2\pi R\nu$, получим:
$a_ц$ — ?	

$$a_ц = \frac{(2\pi R\nu)^2}{R} = \frac{4\pi^2R^2\nu^2}{R} = 4\pi^2R\nu^2 = 2\pi^2 d\nu^2 =$$

$$= 2 \cdot (3{,}14)^2 \cdot 7{,}5\ м \cdot \left(\frac{93{,}8}{60}\ с^{-1}\right)^2 \approx 362\ м/с^2.$$

Ответ: $a_ц = 362$ м/с^2.

№ 108.

Дано:	Решение:
$v = 72$ км/ч $=$ $= 20$ м/с $\nu = 8\ с^{-1}$	По определению $v = 2\pi R\nu \Rightarrow R = v/2\pi\nu$. Подставим полученную формулу для R в формулу для $a_ц$:
$a_ц$ — ?	

$$a_ц = \frac{v^2}{v/2\pi\nu} = \frac{2\pi\nu v^2}{v} = 2\pi\nu v = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 8\ с^{-1} \cdot 20\ м/с =$$

$$= 1004{,}8\ м/с^2 \approx 1\ км/с^2.$$

Ответ: $a_ц = 1$ км/с^2.

№ 109.

Дано:	Решение:
$R_1 = 2R_2$ а) $v_1 = v_2$ б) $T_1 = T_2$	Рассмотрим случай а) при $v_1 = v_2$:
$a_{ц1}/a_{ц2}$ — ?	

$$\begin{cases} a_{ц1} = v_1^2/R_1 \\ a_{ц2} = v_2^2/R_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{a_{ц1}}{a_{ц2}} = \frac{v_1^2/R_1}{v_2^2/R_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_2}{2R_2} = 1 : 2.$$

В случае б) $T_1 = T_2$, отсюда получим:

$$a_ц = \frac{v_2}{R};\ v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow a_ц = \frac{4\pi^2R^2}{T^2R} = \frac{4\pi^2R}{T^2}.$$

Отсюда:

$$\begin{cases} a_{ц1} = 4\pi^2R_1/T_1^2 \\ a_{ц2} = 4\pi^2R_2/T_2^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{a_{ц1}}{a_{ц2}} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{2R_2}{R_2} = 2.$$

Ответ: а) 1 : 2; б) 2.

№ 110.

Дано:	Решение:
$R_1 = 8R_2$ $40\nu_1 = \nu_2$	Воспользуемся соотношением: $v = 2\pi R\nu$ (1) $\Rightarrow$
v_1/v_2 — ? $a_{ц1}/a_{ц2}$ — ?	

$$a_ц = \frac{(2\pi R\nu)^2}{R} = \frac{4\pi^2R^2\nu^2}{R} = 4\pi^2R\nu^2.\ (2)$$

Распишем формулы (1) и (2) для обоих колес:

$$\begin{cases} \upsilon_1 = 2\pi R_1\nu_1 \\ \upsilon_2 = 2\pi R_2\nu_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{2\pi R_1\nu_1}{2\pi R_2\nu_2} = \frac{R_1\nu_1}{R_2\nu_2} = \frac{8R_2 \cdot \nu_1}{R_2 \cdot 40\nu_1} = \frac{1}{5} = 1:5.$$

$$\begin{cases} a_{ц1} = 4\pi^2R_1\nu_1^2 \\ a_{ц2} = 4\pi^2R_2\nu_2^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{a_{ц1}}{a_{ц2}} = \frac{4\pi^2R_1\nu_1^2}{4\pi^2R_2\nu_2^2} = \frac{R_1\nu_1^2}{R_2\nu_2^2} = \frac{8R_2 \cdot \nu_1^2}{R_2 \cdot 1600\nu_1^2} = \frac{1}{200} = 1:200.$$

Ответ: $\upsilon_1/\upsilon_2 = 1:5$; $a_{ц1}/a_{ц2} = 1:200$.

№ 111.

Дано:	Решение:
$s,\ t,\ d$	Известно, что линейная скорость точек обода колеса равна скорости ав-
ν — ?	томобиля, но с другой стороны $\upsilon = \pi d\nu$ и $\upsilon = s/t$. Левые части двух урав-
$a_ц$ — ?	нений равны, следовательно равны и правые $\Rightarrow \pi d\nu = s/t \Rightarrow \nu = s/\pi dt$.

Центростремительное ускорение определим по формуле: $a_ц = 4\pi^2R\nu^2$ (см. задачу № 110). Отсюда получим:

$$a_ц = 4\pi^2R\nu^2 = 2d\pi^2\nu^2 = 2d\pi^2\left(\frac{s}{\pi dt}\right)^2 = \frac{2d\pi^2s^2}{\pi^2d^2t^2} = \frac{2s^2}{dt^2}.$$

Ответ: $\nu = s/\pi dt$, $a_ц = 2s^2/dt^2$.

ГЛАВА II
ОСНОВЫ ДИНАМИКИ

7. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета. Масса тел. Сила. Равнодействующая нескольких сил

№ 112.

а) Подводная лодка покоится в толще воды. Сила притяжения лодки к Земле компенсируется архимедовой выталкивающей силой, действующей на лодку со стороны воды вертикально вверх.

б) Лодка лежит на дне. Сила притяжения лодки к Земле компенсируется силой упругости грунта.

№ 113.

Так как парашютист двигается прямолинейно и равномерно, то притяжение его к Земле компенсируется сопротивлением воздуха и выталкивающей силой воздуха.

№ 114.

Поскольку шарик покоится, то действующие на него притяжение Земли и натяжение нити компенсируются выталкивающим действием воздуха. Шарик пришел в ускоренное движение, так как выталкивающая сила воздуха больше притяжения шарика к Земле.

№ 115.

Нет, так как трение колес автомобиля о землю и сопротивление воздуха ничем не компенсируются.

№ 116.

Во время толчка на вагон действуют тепловоз и трение колес о рельсы. Если действие тепловоза преодолеет трение, то вагон придет в движение. После толчка вагон придет в движение, и на него будет действовать только сила трения, следовательно, вагон будет двигаться замедленно.

№ 117.

Так как система отсчета, связанная с Землей, считается инерциальной, то по определению любая система отсчета, которая движется относительно Земли равномерно и прямолинейно, тоже будет инерциальной. Этому условию удовлетворяют случаи б) и д).

№ 118.

Аналогично задаче № 117 система отсчета, связанная с автомобилем, будет инерциальной в случае а) и приблизительно инерциальной в случаях г) и д).

№ 119.

Так как падающее яблоко относительно поверхности Земли движется ускоренно в вертикальном направлении и покоится в горизонтальном, то все отклонения от вертикали связаны с неравномерностью в движении поезда. Следовательно, в случае

а) поезд движется равномерно и прямолинейно или неподвижен;

б) поезд стал двигаться замедленно. Так как поезд замедляет ход, а яблоко продолжает двигаться, то оно отклоняется при падении вперед;

в) поезд ускоряет свое движение, а яблоко по инерции стремится сохранить свое состояние покоя и поэтому отклоняется назад;

г) движение поезда не является прямолинейным, он поворачивает.

№ 120.

Дано:	Решение:
$R_2 = 2R_1$	Обозначим массы шариков m_1 и m_2 и, соответственно, радиусы
m_1/m_2 — ?	окружностей, по которым они движутся R_1 и R_2. Т. к. шарики

движутся по окружности, то они имеют центростремительные ускорения:

$$a_{ц1} = \frac{v_1^2}{R_1} = 4\pi^2 R_1 n^2, \qquad a_{ц2} = \frac{v_2^2}{R_2} = 4\pi^2 R_2 n^2,$$

где n — частота вращения стержня. Эти ускорения шариков обеспечивает сила упругости соединяющей их нити. Т. к. шарики не скользят вдоль стержня, то $F_{у1} = F_{у2}$. Значит $m_1 4\pi^2 R_1 n^2 = m_2 4\pi^2 R_2 n^2$, откуда

$$m_1 R_1 = m_2 R_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{2R_1}{R_1} = 2.$$

Ответ: $m_1/m_2 = 2$.

№ 121.

Дано:	Решение:
$m_1 = 100$ т	При взаимодействии двух тел отношение модулей ускорений двух
$a_2/a_1 = 5$	тел обратно пропорционально отношению масс взаимодействую-
m_2 — ?	щих тел: $\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow m_2 = \frac{m_1 a_1}{a_2} = \frac{m_1}{5} = \frac{100\text{ т}}{5} = 20$ т.

Ответ: $m_2 = 20$ т.

№ 122.

Дано:	Решение:
$R_1 = 2R_2$	При взаимодействии двух шаров: $m_1/m_2 = a_2/a_1$. (1)
a_1/a_2 — ?	

$$m = \rho V,\ V = \frac{4\pi R^3}{3} \Rightarrow m = \frac{\rho 4\pi R^3}{3} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = \rho 4\pi R_1^3/3 \\ m_2 = \rho 4\pi R_2^3/3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\rho 4\pi R_1^3/3}{\rho 4\pi R_2^3/3} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 = \left(\frac{2R_2}{R_2}\right)^3 = 8.$$

Подставим полученное соотношение в (1), найдем: $a_2/a_1 = 8 \Rightarrow a_2 = 8a_1$.

Ответ: ускорение второго шара в 8 раз больше первого; ответ задачи не зависит от начальных скоростей шаров.

№ 123.

Дано:	Решение:
$R_1 = R_2$	При взаимодействии двух шаров:
$\rho_1 = 7{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3	$\dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{a_2}{a_1}(1)$. $\begin{cases} m_1 = \rho_1 V \\ m_2 = \rho_2 V \end{cases} \Rightarrow \dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{\rho_1}{\rho_2}$.
$\rho_2 = 11{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3	
a_1/a_2 — ?	Подставим полученное отношение в (1):

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{a_2}{a_1} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{11{,}3 \cdot 10^3\ \text{кг/м}^3}{7{,}8 \cdot 10^3\ \text{кг/м}^3} \approx 1{,}4.$$

Ответ: ускорение стального шарика в 1,4 раза больше ускорения свинцового.

№ 124.

Введем обозначения:

m_1 — масса первой тележки;

υ_{01} — проекция скорости первой тележки до столкновения;

υ_1 — проекция скорости первой тележки после столкновения;

m_2 — масса второй тележки;

υ_{02} — проекция скорости второй тележки до столкновения;

υ_2 — проекция скорости второй тележки после столкновения.

Первая тележка замедлила свое движение за время удара с 3 м/с до 1 м/с, вторая тележка за это же время изменила направление своего движения на противоположное.

Дано:	Решение:
$\upsilon_{01x} = 3$ м/с	$\dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{\lvert a_2\rvert}{\lvert a_1\rvert}(1)$. $\begin{cases} \lvert a_2\rvert = \dfrac{\lvert \upsilon_{2x} - \upsilon_{02x}\rvert}{t} \\ \lvert a_1\rvert = \dfrac{\lvert \upsilon_{1x} - \upsilon_{01x}\rvert}{t} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{\lvert a_2\rvert}{\lvert a_1\rvert} = \dfrac{\lvert \upsilon_{2x} - \upsilon_{02x}\rvert}{\lvert \upsilon_{1x} - \upsilon_{01x}\rvert}.(2)$
$\upsilon_{1x} = 1$ м/с	
$\upsilon_{02x} = -1$ м/с	
$\upsilon_{2x} = 1$ м/с	
m_1/m_2 — ?	Подставим (2) в (1), получим:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\lvert \upsilon_{2x} - \upsilon_{02x}\rvert}{\lvert \upsilon_{1x} - \upsilon_{01x}\rvert} = \frac{\lvert 1\ \text{м/с} - (-1\ \text{м/с})\rvert}{\lvert 1\ \text{м/с} - 3\ \text{м/с}\rvert} = \frac{2\ \text{м/с}}{2\ \text{м/с}} = 1 \Rightarrow m_1 = m_2.$$

Ответ: $m_1 = m_2$.

№ 125.

Введем обозначения:

υ_{01} — начальная скорость первого тела; υ_1 — конечная скорость первого тела;
υ_{02} — начальная скорость второго тела; υ_2 — конечная скорость второго тела.

Дано:
$\upsilon_{01} = 3$ м/с
$\upsilon_1 = \upsilon_2 = 0$
$m_1 = 400$ г $= 0{,}4$ кг
$m_2 = 600$ г $= 0{,}6$ кг

υ_{02} — ?

Решение:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{|a_2|}{|a_1|} (1). \begin{cases} |a_2| = \dfrac{|\upsilon_2 - \upsilon_{02}|}{t} \\ |a_1| = \dfrac{|\upsilon_1 - \upsilon_{01}|}{t} \end{cases} \Rightarrow \frac{|a_2|}{|a_1|} = \frac{|\upsilon_2 - \upsilon_{02}|}{|\upsilon_1 - \upsilon_{01}|}. (2)$$

Подставим (2) в (1), получим:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{|\upsilon_2 - \upsilon_{02}|}{|\upsilon_1 - \upsilon_{01}|} = \frac{|\upsilon_{02}|}{|\upsilon_{01}|} \Rightarrow \upsilon_{02} = \frac{m_1 |\upsilon_{01}|}{m_2} = \frac{0{,}4 \text{ кг} \cdot 3 \text{ м/с}}{0{,}6 \text{ кг}} = 2 \text{ м/с}.$$

Ответ: $\upsilon_{02} = 2$ м/с.

№ 126.

Дано:
$\upsilon_{01} = 0{,}3$ м/с
$\upsilon_{02} = 0$
$\upsilon_1 = 0{,}2$ м/с
$\upsilon_2 = 0{,}4$ м/с
$m_1 = 60$ т

m_2 — ?

Решение:

Воспользуемся формулами (1) и (2) задачи № 125.

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{|a_2|}{|a_1|} (1). \qquad \frac{|a_2|}{|a_1|} = \frac{|\upsilon_2 - \upsilon_{02}|}{|\upsilon_1 - \upsilon_{01}|} = \frac{|\upsilon_2|}{|\upsilon_1 - \upsilon_{01}|}. (2)$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{|\upsilon_2|}{|\upsilon_1 - \upsilon_{01}|} \Rightarrow m_2 = \frac{m_1 |\upsilon_1 - \upsilon_{01}|}{|\upsilon_2|}.$$

$$m_2 = \frac{60 \text{ т} \cdot |0{,}2 \text{ м/с} - 0{,}3 \text{ м/с}|}{0{,}4 \text{ м/с}} = \frac{60 \text{ т} \cdot 0{,}1 \text{ м/с}}{0{,}4 \text{ м/с}} = 15 \text{ т}.$$

Ответ: $m_2 = 15$ т.

№ 127.

а) Момент удара. На мяч действуют сила тяжести и сила со стороны ноги футболиста (сила упругости). Сила со стороны футболиста больше силы тяжести, и мяч движется вверх.

б) Во время полета мяча вверх на него действует сила тяжести, направленная вертикально вниз, сила сопротивления воздуха, направленная против движения мяча, т. е. тоже вниз, поэтому мяч движется замедленно.

в) Мяч после остановки изменяет направление движения и движется вниз ускоренно, так как сила тяжести, действующая на мяч, больше силы сопротивления воздуха, направленной против движения мяча, т. е. вверх. Движение мяча ускоренное.

г) В момент удара мяча о землю на мяч действуют сила тяжести, направленная вниз, и сила упругости, направленная вверх. Так как сила упругости больше, то мяч отскакивает, и т. д.

№ 128.

а) Шарик лежит на горизонтальном столе. На шарик действуют сила тяжести, направленная вертикально вниз, и сила упругости, направленная вертикально вверх.

б) На шарик действуют те же силы, что и в случае а), плюс сила упругости со стороны руки, направленная горизонтально.

в) На шарик действуют сила тяжести, сила реакции опоры, действующие в вертикальной плоскости. В горизонтальном направлении на шарик действуют сила трения и сила сопротивления воздуха, направленные против движения. Движение шарика замедленное.

г) Во время падения шарика на него действуют сила тяжести и сила сопротивления воздуха. Сила тяжести больше, поэтому движение шарика ускоренное.

№ 129.

а) В неподвижном лифте на человека действуют сила тяжести и сила реакции опоры. Они равны, их равнодействующая равна нулю.

б) На человека действуют те же силы, что и в случае а), но сила реакции опоры больше, поэтому движение ускоренное.

в) Ситуация аналогична случаю а).

г) На человека действуют те же силы, но сила тяжести больше, поэтому движение замедленное.

№ 130.

а) На автомобиль действуют сила тяжести, направленная вертикально вниз, и сила реакции опоры, направленная вертикально вверх. Силы равны по величине, их равнодействующая равна нулю.

б) Сила тяги (маскимальная сила трения покоя) больше силы трения. Сила реакции опоры равна силе тяжести.

в) Сила тяги равна силе трения. Сила реакции опоры равна силе тяжести.

г) Сила тяги равна силе трения. Сила реакции опоры меньше силы тяжести. Разность силы тяжести и силы реакции опоры придает автомобилю центростремительное ускорение.

д) Сила тяги имеет составляющую, направленную к центру окружности. Она обеспечивает центростремительное ускорение. Векторная сумма силы реакции опоры и силы тяжести равна нулю.

е) Сила трения больше силы тяги, сила реакции опоры равна силе тяжести.

№ 131.

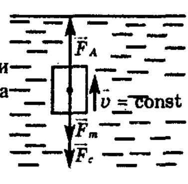
а) Сумма всех сил равна нулю. Самолет движется равномерно и прямолинейно.

б) Равнодействующая сил, действующих на самолет, отлична от нуля и направлена вдоль вектора скорости, поэтому движение самолета прямолинейное и ускоренное.

в) и г) Равнодействующая сила, действующих на самолет, отлична от нуля и направлена перпендикулярно скорости. Движение самолета будет криволинейным.

№ 132.

Движение пузырька вверх будет равномерным, если сумма силы тяжести и силы сопротивления будет равна Архимедовой силе (речь идет о модулях сил).



№ 133.

В общем случае модуль равнодействующей двух сил   и   можно найти по теореме косинусов:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha},$$

где α — угол между направлениями $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ может изменяться от 0 до 180°. Отсюда

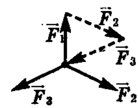
$$|F_1 - F_2| \le F \le |F_1 + F_2|.$$

Подставляя значения $F_1 = 10$ Н и $F_2 = 14$ Н, получим 4 Н $\le F \le$ 24 Н.

Это условие не выполняется для $F = 2$ Н и $F = 30$ Н.

Ответ: равнодействующая двух сил не может быть равна 2 Н и 30 Н.

№ 134.

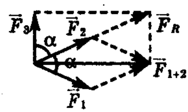


Дано:	Решение:
$F_1 = F_2 = F_3$ $F_R = 0$	Для решения воспользуемся методом сложения векторов, когда каждый следующий вектор параллельно переносится в конец предыдущего, а
α — ?	

вектор суммы соединяет начало первого и конец последнего. В этом случае равнодействующая трех равных по модулю сил будет равна нулю, если векторы образуют равносторонний треугольник. Т. к. силы приложены к одной точке, угол между каждой парой сил равен 120°.

Ответ: $\alpha = 120°$.

№ 135.



Дано:	Решение:
$F_1 = F_2 = F_3 = 200$ Н $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 60°$	Найдем модуль суммы первой пары сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$:
F_R — ?	$F_{1+2} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}.$

$$F_{1+2} = \sqrt{(200\text{ Н})^2 + (200\text{ Н})^2 + 2\cdot 200\text{ Н}\cdot 200\text{ Н}\cdot\cos 60°} = 200\sqrt{3}\text{ Н}.$$

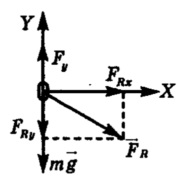
Из рисунка видно, что угол между $\vec{F}_{1+2}$ и $\vec{F}_3$ равен 90°.

Равнодействующую трех сил находим, как гипотенузу прямоугольного треугольника:

$$F_R = \sqrt{F_3^2 + F_{1+2}^2} = \sqrt{(200\text{ Н})^2 + \left(200\sqrt{3}\text{ Н}\right)^2} = 400\text{ Н}.$$

Ответ: $F_R = 400$ Н.

№ 136.



Дано:	Решение:
$F_x = 300$ Н $F_y = 500$ Н $m = 90$ кг $g = 10$ м/с^2	Изобразим силы, действующие на парашютиста, на рисунке. Найдем проекции равнодействующей силы F_R на оси координат: $F_{Rx} = F_x = 300$ Н,
F_R — ?	$F_{Ry} = F_y - mg = 500$ Н $- 900$ Н $= -400$ Н.

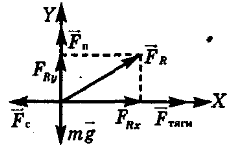
Модуль равнодействующей всех сил равен:

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(300\text{ Н})^2 + (400\text{ Н})^2} = 500\text{ Н}.$$

Ответ: $F_R = 500$ Н.

№ 137.

Дано:	Решение:
$F_т = 550$ кН	Изобразим силы, действующие на самолет, на рисунке.
$F_п = 555$ кН	Найдем проекции равнодействующей силы на оси координат X и Y.
$F_{тяги} = 162$ кН	Ось X направим в направлении движения самолета, а ось Y вертикально вверх.
$F_с = 150$ кН	
F_R — ?	



$$F_{Rx} = F_{тяги} - F_с = 162 \text{ кН} - 150 \text{ кН} = 12 \text{ кН},$$

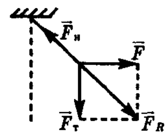
$$F_{Ry} = F_п - F_т = 555 \text{ кН} - 550 \text{ кН} = 5 \text{ кН}.$$

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(12 \text{ кН})^2 + (5 \text{ кН})^2} = 13 \text{ кН}.$$

Ответ: $F_R = 13$ кН.

№ 138.

Дано:	Решение:
$F = 12$ Н	Изобразим силы на рисунке.
$m = 1{,}6$ кг	Так как груз находится в покое, то сила натяжения нити должна уравновешивать сумму сил
$g = 10$ м/с^2	тяжести $m\vec{g}$ и $\vec{F}$. Отсюда сила натяжения нити:
$F_н$ — ?	



$$F_н = F_R = \sqrt{F_т^2 + F^2} = \sqrt{(mg)^2 + F^2}.$$

$$F_н = \sqrt{(16 \text{ Н})^2 + (12 \text{ Н})^2} = \sqrt{400 \text{ Н}} = 20 \text{ Н}.$$

Ответ: $F_н = 20$ Н.

8. Второй закон Ньютона. Третий закон Ньютона

№ 139.

Дано:	Решение:
$F_1 = 15$ кН	По второму закону Ньютона $F = ma$.
$a_1 = 0{,}5$ м/с^2	Запишем систему уравнений для двух случаев:
$F_2 = 60$ кН	
$m_1 = m_2$	
a_2 — ?	

$$\begin{cases} F_1 = m_1 a_1 \\ F_2 = m_2 a_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{a_1}{a_2} \Rightarrow a_2 = \frac{F_2 a_1}{F_1} = \frac{60 \text{ кН} \cdot 0{,}5 \text{ м/с}^2}{15 \text{ кН}} = 2 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a_2 = 2$ м/с^2.

№ 140.

Дано:	Решение:
$F_1 = 60$ Н	По второму закону Ньютона $F = ma$.
$a_1 = 0{,}8$ м/с^2	Запишем систему уравнений для двух случаев:
$a_2 = 2$ м/с^2	
$m_1 = m_2$	
F_2 — ?	

$$\begin{cases} F_1 = m_1 a_1 \\ F_2 = m_2 a_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{a_1}{a_2} \Rightarrow F_2 = \frac{F_1 a_2}{a_1} = \frac{60 \text{ Н} \cdot 2 \text{ м/с}^2}{0{,}8 \text{ м/с}^2} = 150 \text{ Н}.$$

Ответ: $F_2 = 150$ Н.

№ 141.

Дано:
$F_1 = F_2$
$a_1 = 2$ м/с²
$m_1 = 4$ кг
$m_2 = 10$ кг
a_2 — ?

Решение:
По второму закону Ньютона $F = ma$.
Запишем систему уравнений для двух случаев:

$$\begin{cases} F_1 = m_1 a_1 \\ F_2 = m_2 a_2 \end{cases} \Rightarrow m_1 a_1 = m_2 a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{m_1 a_1}{m_2} = \frac{4\text{ кг} \cdot 2\text{ м/с}^2}{10\text{ кг}} = 0{,}8\text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a^2 = 0{,}8$ м/с².

№ 142.

Дано:
$F_1 = F_2$
$a = 3$ м/с²
$a_1 = 2$ м/с²
$m = 4$ т
Δm — ?

Решение:
$\Delta m = m_1 - m \Rightarrow m_1 = m + \Delta m$.
Запишем систему уравнений для порожнего автомобиля и для нагруженного автомобиля:

$$\begin{cases} F = ma \\ F_1 = m_1 a_1 \end{cases} \Rightarrow ma = (m + \Delta m)a_1 \Rightarrow m + \Delta m = \frac{ma}{a_1} \Rightarrow$$

$$\Delta m = \frac{ma}{a_1} - m = \frac{4\text{ т} \cdot 0{,}3\text{ м/с}^2}{0{,}2\text{ м/с}^2} - 4\text{ т} = 2\text{ т}.$$

Ответ: $\Delta m = 2$ т.

№ 143.

В таблице 6 различных условий, т. е. 6 задач. Решим их последовательно и найдем значения неизвестных. Для их нахождения воспользуемся вторым законом Ньютона: $F = ma$.

1) Дано:
$F = 2$ Н, $m = 8$ кг
a — ?

Решение:

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{2\text{ Н}}{8\text{ кг}} = 0{,}25\text{ м/с}^2.$$

2) Дано:
$F = 6$ мН $= 6 \cdot 10^{-3}$ Н
$m = 3$ г $= 3 \cdot 10^{-3}$ кг
a — ?

Решение:

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{6 \cdot 10^{-3}\text{ Н}}{3 \cdot 10^{-3}\text{ кг}} = 2\text{ м/с}^2.$$

3) Дано:
$a = 0{,}4$ м/с², $m = 200$ кг
F — ?

Решение:

$$F = ma = 200\text{ кг} \cdot 0{,}4\text{ м/с}^2 = 80\text{ Н}.$$

4) Дано:
$a = 2$ км/с² $= 2 \cdot 10^3$ м/с²; $m = 10$ г $= 0{,}01$ кг
F — ?

Решение:
$F = ma = 0{,}01\text{ кг} \cdot 2 \cdot 10^3\text{ м/с}^2 =$
$= 20$ Н.

5) Дано:
$a = 0{,}1$ м/с², $F = 20$ Н
m — ?

Решение:

$$F = ma \Rightarrow m = \frac{F}{a} = \frac{20\text{ Н}}{0{,}1\text{ м/с}^2} = 200\text{ кг}.$$

6) Дано:
$F = 1$ кН $= 10^3$ Н
$a = 5$ см/с² $= 5 \cdot 10^{-2}$ м/с²
m — ?

Решение:
$F = ma \Rightarrow m = \dfrac{F}{a} = \dfrac{10^3\text{ Н}}{5 \cdot 10^{-2}\text{ м/с}^2} = 0{,}2 \cdot 10^5\text{ кг} =$
$= 20$ т.

Заполним таблицу.

a	0,25 м/с^2	2 м/с^2	0,4 м/с^2	2 км/с^2	0,1 м/с^2	5 см/с^2
m	8 кг	3 г	200 кг	10 г	200 кг	20 т
F	2 Н	6 мН	80 Н	20 Н	20 Н	1 кН

№ 144.

Дано:
$F = 90$ кН $= 9 \cdot 10^4$ Н
$m = 60$ т $= 6 \cdot 10^4$ кг
a — ?

Решение:

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{9 \cdot 10^4 \text{ Н}}{6 \cdot 10^4 \text{ кг}} = 1,5 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a = 1,5$ м/с^2.

№ 145.

Дано:
$2F_1 = F_2$
$m_1 = 2$ т
$m_2 = 8$ т
a_1/a_2 — ?

Решение:
Запишем уравнения второго закона Ньютона для легкового и грузового автомобилей и найдем их отношение:

$$\begin{cases} F_1 = m_1a_1 \\ F_2 = m_2a_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1a_1}{m_2a_2} \Rightarrow \frac{F_1}{2F_1} = \frac{2\text{ т} \cdot a_1}{8\text{ т} \cdot a_2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{a_1}{4a_2} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = 2.$$

Ответ: скорость легкового автомобиля в 2 раза больше, чем грузового.

№ 146.

Дано:
$m = 0,5$ кг
$t = 0,02$ с
$v_0 = 0$
$v = 10$ м/с
$F_{ср}$ — ?

Решение:
Сила находится по второму закону Ньютона: $F = ma$. (1)
Чтобы найти ускорение, воспользуемся уравнением скорости равноускоренного движения:

$$a = \frac{v - v_0}{t}. (2)$$

Учитывая, что $v_0 = 0$, подставим (2) в (1) и получим:

$$F_{ср} = \frac{mv}{t} = \frac{0,5 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}}{0,02 \text{ с}} = 250 \text{ Н}.$$

Ответ: $F_{ср} = 250$ Н.

№ 147.

Дано:
$m = 42,5$ кг
$s = 5$ м
$F = 19,6$ кН $= 19,6 \cdot 10^3$ Н
$v_0 = 0$
v — ?

Решение:
Скорость схода снаряда определим по формуле:

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow v = \sqrt{2as}. (1)$$

Ускорение находим из формулы второго закона Ньютона:

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m}. (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим:

$$v = \sqrt{\frac{2Fs}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 19,6 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot 5 \text{ м}}{42,5 \text{ кг}}} \approx 68 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v = 68$ м/с.

№ 148.

Дано:	Решение:
$m_3 = m_1 + m_2$ $F_1 = F_2 = F_3 = F$ $a_1 = 0{,}4$ м/с^2; $a_2 = 0{,}1$ м/с^2	Составим уравнения второго закона Ньютона для порожнего прицепа, груженого и соединенных вместе:
$a_3 - ?$	

$$\underbrace{m_1 = \frac{F_1}{a_1} = \frac{F}{a_1};\ m_2 = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F}{a_2}}_{\Downarrow}$$

$$m_3 = \frac{F}{a_1} + \frac{F}{a_2} = F\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}\right) = F\left(\frac{a_1 + a_2}{a_1 a_2}\right).$$

$$a_3 = \frac{F}{m_3} = F\Big/F\left(\frac{a_1 + a_2}{a_1 a_2}\right) = \frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2} = \frac{0{,}4\text{ м/с}^2 \cdot 0{,}1\text{ м/с}^2}{0{,}4\text{ м/с}^2 + 0{,}1\text{ м/с}^2} = 0{,}08\text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a_3 = 0{,}08$ м/с^2.

№ 149.

Дано:	Решение:
$m_1 = m$ $s_1 = 40$ см $= 0{,}4$ м $\Delta m = 200$ г $= 0{,}2$ кг $m_2 = m_1 + \Delta m$ $s_2 = 20$ см $= 0{,}2$ м $F_1 = F_2$ $\upsilon_0 = 0$ $t_1 = t_2 = t$	$\begin{cases} F_1 = m_1 a_1 \\ F_2' = m_2 a_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = m a_1 \\ F_2 = (m + \Delta m) a_2 \end{cases} \Rightarrow m a_1 = (m + \Delta m) a_2 \Rightarrow$
$m - ?$	

$$\Rightarrow m a_1 = m a_2 + \Delta m a_2 \Rightarrow m\,(a_1 - a_2) = \Delta m a_2 \Rightarrow m = \frac{\Delta m a_2}{a_1 - a_2}.$$

Ускорение находим из формулы

$$s = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow a_1 = \frac{2s_1}{t^2};\ a_2 = \frac{2s_2}{t^2} \Rightarrow$$

$$m = \frac{\Delta m \dfrac{2s_2}{t^2}}{\dfrac{2s_1}{t^2} - \dfrac{2s_2}{t^2}} = \frac{\Delta m s_2}{s_1 - s_2} = \frac{0{,}2\text{ кг} \cdot 0{,}2\text{ м}}{0{,}4\text{ м} - 0{,}2\text{ м}} = 0{,}2\text{ кг}.$$

Ответ: $m = 0{,}08$ м/с^2.

№ 150.

Дано:	Решение:
$m = 2$ кг	На графике можно выделить три участка.
$F_x - ?$	1. $0 \le t \le 5$ с,

$$a_{1x} = \frac{\upsilon_x - \upsilon_{0x}}{t_1} = \frac{10\text{ м/с}}{5\text{ с}} = 2\text{ м/с}^2.$$

$$F_{1x} = m a_{1x} = 2\text{ кг} \cdot 2\text{ м/с}^2 = 4\text{ Н}.$$

2. $5\text{ с} \le t \le 10$ с, $\upsilon_{2x} = 10$ м/с $=$ const, $a_{2x} = 0$, $F_{2x} = 0$.

3. $10\text{ с} \le t \le 20$ с,

$$a_{3x} = \frac{\upsilon_x - \upsilon_{0x}}{t_1} = \frac{0 - 10\text{ м/с}}{10\text{ с}} = -1\text{ м/с}^2.$$

$$F_{3x} = m a_{3x} = 2\text{ кг} \cdot \left(-1\text{ м/с}^2\right) = -2\text{ Н}.$$

Ответ: $F_{1x} = 4$ Н, $F_{2x} = 0$, $F_{3x} = -2$ Н.

№ 151.

Так как силы, действующие на каждое из полушарий, были равны по модулю, противоположны по направлению, и шар покоился, то обойтись меньшим количеством лошадей можно. Если закрепить второе полушарие к неподвижному предмету, то понадобится восемь лошадей.

№ 152.

По третьему закону Ньютона силы, действующие на каждое из взаимодействующих тел, равны по модулю и противоположны по направлению. Но ускорения, которые возникают при действии равных по модулю сил, очень сильно отличаются из-за огромной разницы масс этих тел (комара и автомобиля).

№ 153.

При свободном полете космического корабля на космонавта не действует сила трения покоя и при броске массивного предмета, по третьему закону Ньютона, космонавт тоже придет в движение.

Если космонавт выпустит предмет из рук без толчка, то взаимодействия космонавта и предмета нет, и космонавт не изменит своего положения относительно корабля.

№ 154.

В первом случае, по третьему закону Ньютона, на дно и борт лодки действуют противоположные по направлению, но равные по модулю силы. Во втором случае на лодку действует только одна сила, вторая же приложена к берегу или ко дну водоема.

№ 155.

Этот случай невозможен, потому что сила, которая действует на голову вверх, равна силе, действующей в плече человека вниз.

№ 156.

а) В исходном положении на правую чашу весов действуют вес сосуда с водой P и сила натяжения нити $F_н = mg$, где m — масса подвешенной гири. Сумма этих сил $(P + F_н)$ и уравновешена на весах.

б) Гиря опущена в воду. На правую чашу весов действует сумма сил $P_1 + F_{н1}$, где $F_{н1} = F_н - F_A$ (сила натяжения уменьшается на величину силы Архимеда, действующей на груз в воде). $P_1 = P + F_A$ — вес сосуда стал больше на величину силы Архимеда. Именно с такой силой, согласно третьему закону Ньютона, гиря действует на воду, т. е. имеем: $P_1 + F_{н1} = P + F_A + F_н - F_A = P + F_н \Rightarrow$ равновесие не нарушается.

в) Гиря лежит на дне сосуда. $F_н = 0$, но появляется дополнительная сила, которая давит на дно сосуда. Численно она равна силе натяжения нити, т. к. когда система находится в покое $|F_н| = |mg|$. Таким образом и в этом случае $|P_2| = P + |F_н|$, следовательно равновесие не нарушается.

№ 157.

Дано:	Решение:
$F_1 = 4$ Н $F_2 = 8$ Н $V = 0{,}2\ дм^3 = 0{,}2 \cdot 10^{-3}\ м^3$ $\rho = 10^3$ км/м³ $g = 10\ м/с^2$	После погружения груза в сосуд показания верхнего и нижнего динамометров изменятся. На груз в воде будет действовать сила Архимеда, направленная вверх, поэтому показания верхнего динамометра уменьшатся и станут равными:
$F_1' - ?, F_2' - ?$	$F_1' = F_1 - F_A.$

$$F_A = \rho g V = 10^3\ км/м^3 \cdot 10\ м/с^{23} \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-3}\ м^3 = 2\ Н \Rightarrow$$
$$F_1' = 4\ Н - 2\ Н = 2Н.$$

Согласно третьему закону Ньютона сила, равная по модулю F_A, но направленная вниз, изменит и показания нижнего динамометра:

$$F_2' = F_2 + F_A = 8\ Н + 2\ Н = 10\ Н.$$

Ответ: $F_1' = 2Н$, $F_2' = 10$ Н.

№ 158*.

Дано:	Решение:
$m = 54\ г = 54 \cdot 10^{-3}$ кг $g = 10\ м/с^2$ $\rho_в = 10^3$ км/м³ $\rho_{ал} = 2{,}7 \cdot 10^3$ км/м³	При погружении груза в воду на груз начинает действовать сила Архимеда, она уменьшает силу натяжения нити, т. е. сила, действующая на правую чашку весов, уменьшается на силу F_A.
$\Delta m - ?$	

$$\left.\begin{aligned} F_A &= \rho_в g V \\ V &= \frac{m}{\rho_{ал}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow F_A = \frac{\rho_в}{\rho_{ал}} gm.$$

По третьему закону Ньютона на эту же величину увеличится сила, действующая на левую чашку весов. Поэтому левая чашка весов перевесит правую, и, для того чтобы восстановить равновесие, на нее надо поставить гирю весом $2F_A$.

$$\Delta m = \frac{2F_A}{g} = \frac{2gm\rho_в/\rho_{ал}}{g} = 2m\frac{\rho_в}{\rho_{ал}} =$$
$$= 2 \cdot 54 \cdot 10^{-3}\ кг \cdot \frac{10^3\ кг/м^3}{2{,}7 \cdot 10^3\ кг/м^3} = 40 \cdot 10^{-3}\ кг = 40\ г.$$

Ответ: $\Delta m = 40$ г.

9. Силы упругости. Гравитационные силы

№ 159.

Дано:	Решение:
$\Delta l_1 = 2\ см = 2 \cdot 10^{-2}$ м $F_{упр1} = 20$ Н $\Delta l_2 = 6\ см = 6 \cdot 10^{-2}$ м	По закону Гука: $F_{упр} = k\lvert\Delta l\rvert \Rightarrow$ $F_{упр1} = k\lvert\Delta l_1\rvert \Rightarrow k = \frac{F_{упр1}}{\lvert\Delta l_1\rvert} = \frac{20\ Н}{2 \cdot 10^{-2}\ м} = 1$ кН/м.
$k - ?, F_{упр2} - ?$	$F_{упр2} = k\lvert\Delta l_2\rvert = 10^3\ Н/м \cdot 6 \cdot 10^{-2}\ м = 60$ Н.

Ответ: $k = 1$ кН/м, $F_{упр2} = 60$ Н.

№ 160.

Дано:	Решение:
$k = 100$ кН/м $= 10^5$ Н/м	По закону Гука: $F_{упр} = k\lvert\Delta l\rvert \Rightarrow$
$\Delta l = 1$ мм $= 10^{-3}$ м	$F_{упр} = 10^5$ Н/м $\cdot\ 10^{-3}$ м $= 100$ Н.
$F_{упр}$ — ?	

Ответ: $F_{упр} = 100$ Н.

№ 161.

Дано:	Решение:
$k = 0{,}5$ кН/м $= 5 \cdot 10^2$ Н/м	В состоянии равновесия сила тяжести рыбы урав-
$m = 200$ г $= 0{,}2$ кг	новешена силой упругости. Отсюда получим:
Δl — ?	

$$\begin{cases} F_{упр} = mg \\ F_{упр} = k\lvert\Delta l\rvert \end{cases} \Rightarrow mg = k\lvert\Delta l\rvert \Rightarrow \Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{0{,}2\ кг \cdot 10\ м/с^2}{5 \cdot 10^2\ Н/м} = 4 \cdot 10^{-3}\ м = 4\ мм.$$

Ответ: $\Delta l = 4$ мм.

№ 162.

Дано:	Решение:
$l_1 = 360$ мм $= 360 \cdot 10^{-3}$ м	По закону Гука: $F_{упр} = k\lvert\Delta l\rvert \Rightarrow$
$l_1' = 230$ см $= 230 \cdot 10^{-3}$ м	
$F_{упр1} = 4{,}35$ кН $= 4{,}35 \cdot 10^3$ Н	
$l_2 = 442$ мм $= 442 \cdot 10^{-3}$ м	
$l_2' = 273$ мм $= 273 \cdot 10^{-3}$ м	
$F_{упр2} = 4{,}4$ кН $= 4{,}4 \cdot 10^3$ Н	
k_1 — ?, k_2 — ?	

$$k_1 = \frac{F_{упр1}}{\lvert\Delta l_1\rvert} = \frac{F_{упр1}}{\lvert l_1' - l_1\rvert} = \frac{4{,}35 \cdot 10^3\ Н}{\lvert 230 \cdot 10^{-3}\ м - 360 \cdot 10^{-3}\ м\rvert} =$$

$$= \frac{4{,}35 \cdot 10^3\ Н}{130 \cdot 10^{-3}\ м} \approx 33{,}5 \cdot 10^3\ Н/м.$$

$$k_2 = \frac{F_{упр2}}{\lvert\Delta l_2\rvert} = \frac{F_{упр2}}{\lvert l_2' - l_2\rvert} =$$

$$= \frac{4{,}4 \cdot 10^3\ Н}{\lvert 273 \cdot 10^{-3}\ м - 442 \cdot 10^{-3}\ м\rvert} = \frac{4{,}4 \cdot 10^3\ Н}{169 \cdot 10^{-3}\ м} \approx 26 \cdot 10^3\ Н/м.$$

Ответ: $k_1 = 33{,}5 \cdot 10^3$ Н/м, $k_2 = 26 \cdot 10^3$ Н/м.

№ 163.

Дано:	Решение:
$l_1 = l_2$	По закону Гука: $F_{упр} = k\lvert\Delta l\rvert$, по третьему закону Нью-
$k_1 = 100$ Н/м	тона $F_{упр1} = F_{упр2} \Rightarrow$
$\Delta l_1 = 5$ см $= 5 \cdot 10^{-2}$ м	
$\Delta l_2 = 1$ см $= 10^{-2}$ м	
k_2 — ?	

$$\begin{cases} F_{упр1} = k_1\lvert\Delta l_1\rvert \\ F_{упр2} = k_2\lvert\Delta l_2\rvert \end{cases} \Rightarrow k_1\lvert\Delta l_1\rvert = k_2\lvert\Delta l_2\rvert \Rightarrow k_2 = \frac{k_1\lvert\Delta l_1\rvert}{\lvert\Delta l_2\rvert}.$$

$$k_2 = \frac{100\ Н/м \cdot 5 \cdot 10^{-2}\ м}{10^{-2}\ м} = 500\ Н/м.$$

Ответ: $k_2 = 500$ Н/м.

№ 164.

Рассматривая рис. 28 задачника, видим, что под действием одной и той же силы натяжения $F = 3$ у.е. стальная пружина растянута на $\Delta l_1 = 1$ у.е., а медная на $\Delta l_2 = 2$ у.е. Тогда согласно закону Гука:

$$\begin{cases} k_с = \dfrac{F_{упр}}{|\Delta l_1|} = \dfrac{3}{1} = 3 \\ k_м = \dfrac{F_{упр}}{|\Delta l_2|} = \dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{k_с}{k_м} = \dfrac{3}{3/2} = 2.$$

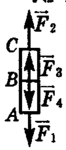
Ответ: жесткость стальной проволоки в два раза больше, чем медной.

№ 165.

Дано:	Решение:
$F_{упр0} = 0$, $l_0 = 1$ м $F_{упр1} = 2$ Н, $l_1 = 1{,}2$ м	По закону Гука: $F_{упр} = k\|\Delta l\| \Rightarrow$
k — ?	$k = \dfrac{F_{упр1}}{\|\Delta l_1\|} = \dfrac{F_{упр1}}{\|l_1' - l_1\|} = \dfrac{2\ Н}{\|1{,}2\ м - 1\ м\|} = \dfrac{2\ Н}{0{,}2\ м} = 10$ Н/м.

Ответ: $k = 10$ Н/м.

№ 166.



Мысленно разрежем кусок проволоки AC пополам и покажем силы, действующие на всю проволоку и на ее части. Как вся проволока, так и отдельные ее части находятся в равновесии, следовательно:

$$\begin{cases} \vec F_1 + \vec F_2 = 0 \\ \vec F_1 + \vec F_3 = 0 \\ \vec F_4 + \vec F_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec F_1 = -\vec F_2 = -\vec F_3 = \vec F_4.$$

Модули всех указанных сил равны:

$$|F| = |F_1| = |F_2| = |F_3| = |F_4|.$$

Так как половинки идентичны, то жесткости их одинаковы т. е.

$$k_1 = k_2 = k.$$

Для половинок имеем:

$$\begin{cases} F = k_1|\Delta l_1| \\ F = k_2|\Delta l_2| \end{cases} \Rightarrow k_1|\Delta l_1| = k_2|\Delta l_2| \Rightarrow \Delta l_1 = \Delta l_2.$$

Для всего куска

$$F = k|\Delta l| = k(|\Delta l_1| + |\Delta l_2|) = k2|\Delta l_1| \Rightarrow$$

получим

$$\begin{cases} F = k_1|\Delta l_1| \\ F = 2k|\Delta l_1| \end{cases} \Rightarrow k_1|\Delta l_1| = 2k|\Delta l_1| \Rightarrow k_1 = 2k.$$

Ответ: $k_1 = 2k$.

№ 167*.

Дано:	Решение:
k_1 k_2 $F_1 = F_2 = F$	По закону Гука: $F_{упр} = k\|\Delta l\|$, по третьему закону Ньютона $F_{упр1} = F_{упр2} \Rightarrow$
k — ?	

$$\begin{cases} |\Delta l_1| = \dfrac{F_1}{k_1} \\ |\Delta l_2| = \dfrac{F_2}{k_2} \end{cases}. (1)$$

Общая деформация пружины при последовательном их соединении

$$|\Delta l| = |\Delta l_1| + |\Delta l_2| \ (2).$$

Подставляя в (2) формулы (1) и учитывая, что $|\Delta l| = F/k$, а также, что $F_1 = F_2 = F$:

$$\frac{F}{k} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} \Rightarrow k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}.$$

Ответ: $k = \dfrac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$.

№ 168.

Дано:	Решение:
$k = 100$ кН/м $= 10^5$ Н/м $m = 2$ т $= 2 \cdot 10^3$ кг $a = 0{,}5$ м/с^2 $\mu = 0$	По второму закону Ньютона на тело, движущееся с ускорением, действует сила $F = ma$. (1) Под действием этой силы канат деформируется, что
Δl — ?	можно определить по закону Гука: $F_{упр} = k|\Delta l|$. (2)

Так как левые части уравнений (1) и (2) равны, то равны и правые. Отсюда

$$ma = k\Delta l \Rightarrow \Delta l = \frac{ma}{k} = \frac{2 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot 0{,}5 \text{ м/с}^2}{10^5 \text{ Н/м}} = 0{,}01 \text{ м}.$$

Ответ: $\Delta l = 0{,}01$ м.

№ 169.

Дано:	Решение:
$m_1 = 8$ т $= 8 \cdot 10^3$ кг $m_2 = 20$ т $= 2 \cdot 10^4$ кг $r = 100$ м $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^2/кг^2	По закону всемирного тяготения $F = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$. $F = \dfrac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 8 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot 2 \cdot 10^4 \text{ кг}}{(10^2 \text{ м})^2} =$
F — ?	$= 106{,}72 \cdot 10^{-8}$ Н ≈ 1 мкН.

Ответ: $F = 1$ мкН.

№ 170.

Дано:	Решение:
$m_1 = m_2 = 10\,000$ т $= 10^7$ кг $r = 100$ м $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^2/кг^2	По закону всемирного тяготения $F = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$. $F = \dfrac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 10^7 \text{ кг} \cdot 10^7 \text{ кг}}{(10^2 \text{ м})^2} = 0{,}667$ Н.
F — ?	

Ответ: $F = 0{,}667$ Н.

№ 171.

Дано:	Решение:
$M_З = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг $M_Л = 7{,}35 \cdot 10^{22}$ кг $r = 3{,}844 \cdot 10^8$ м $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^2/кг^2	$F = G\dfrac{M_З M_Л}{r^2}$. $F = \dfrac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24} \text{ кг} \cdot 7{,}35 \cdot 10^{22} \text{ кг}}{(3{,}84 \cdot 10^8 \text{ м})^2} =$
F — ?	$= 2 \cdot 10^{20}$ Н.

Ответ: $F = 2 \cdot 10^{20}$ Н.

№ 172.

Дано:	Решение:
$M_З$ m $h = r$ $h = 5r$	Записываем уравнение закона всемирного тяготения для двух положений космического корабля: у поверхности Земли и на расстоянии равном радиусу. Получим
F/F_1 — ?	

$$\begin{cases} F = G\dfrac{M_З m}{r^2} \\ F_1 = G\dfrac{M_З m}{(r+h)^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F}{F_1} = \frac{G\dfrac{M_З m}{r^2}}{G\dfrac{M_З m}{(r+h)^2}} = \frac{(r+h)^2}{r^2} \Rightarrow$$

$$1)\, h = r{:}\ \frac{F}{F_1} = \frac{(r+h)^2}{r^2} = \frac{(2r)^2}{r^2} = 4;$$

$$2)\, h = 5r{:}\ \frac{F}{F_1} = \frac{(r+h)^2}{r^2} = \frac{(r+5r)^2}{r^2} = \frac{36r^2}{r^2} = 36.$$

Ответ: 1) притяжение уменьшится в 4 раза; 2) уменьшится в 36 раз.

№ 173.

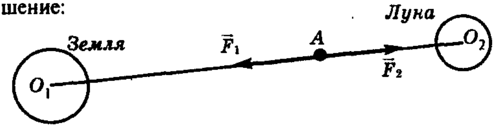
Дано:	Решение:
$M_З$, $r_З$ m $F/F_1 = 100$	Воспользуемся решением задачи № 172:
h — ?	

$$\frac{F}{F_1} = \frac{(r_З+h)^2}{r_З^2} = 100 \Rightarrow \frac{r_З+h}{r_З} = 10 \Rightarrow h = 10r_З - r_З = 9r_З.$$

Ответ: на расстоянии 9 земных радиусов.

№ 174.

Дано:	Решение:
$M_З = 81M_Л$ $r = 60r_З$ $F_1 = F_2$	
h — ?	



Пусть тело находится в точке A, тогда по условию задачи отрезок $O_1A = h$, а $O_2A = (60r_З - h)$. Отсюда

$$\begin{cases} F_1 = G\dfrac{M_З m}{h^2} \\ F_2 = G\dfrac{M_Л m}{(60r_З - h)^2} \end{cases};\ F_1 = F_2 \Rightarrow G\frac{M_З m}{h^2} = G\frac{M_Л m}{(60r_З - h)^2} \Rightarrow$$

$$\frac{M_З}{h^2} = \frac{M_Л}{(60r_З - h)^2};\ M_З = 81M_Л \Rightarrow \frac{81M_Л}{h^2} = \frac{M_Л}{(60r_З - h)^2} \Rightarrow$$

$$h^2 = 81(60r_З - h)^2 \Rightarrow h = 9(60r_З - h) = 540r_З - 9h \Rightarrow$$

$$h + 9h = 540r_З \Rightarrow 10h = 540r_З \Rightarrow h = 54r_З.$$

Ответ: в точке, отстоящей на 54 земных радиуса от центра Земли, или на 6 земных радиусов от центра Луны.

№ 175.

Дано:	Решение:
$r = r_1 = r_2$	Запишем формулы закона всемирного тяготения для случаев 1) и 2):
1) $m = m_1 = m_2$	$$F_1 = G\frac{m^2}{r^2} \text{ и } F_2 = G\frac{\frac{3m^2}{2}}{r^2}.$$
2) $m_3 = m/2$	
$m_4 = 3m/2$	
F_2 — ?	Разделим первое уравнение на второе и найдем F_2:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{G\frac{m^2}{r^2}}{G\frac{\frac{3m^2}{2}}{r^2}} = \frac{4}{3} \Rightarrow F_2 = \frac{3F_1}{4} = 0,75F_1.$$

Ответ: $F_2 = 0,75F_1$.

№ 176.

Дано:	Решение:
$h = r/2$	Формула ускорения свободного падения имеет вид:
$g_0 = 9,8$ м/с^2	$$g = G\frac{M_З}{r^2}.$$
g — ?	

Если тело находится на поверхности Земли на уровне моря, то формула примет вид:

$$g_0 = G\frac{M_З}{r^2}.(1)$$

Если на высоте h, то

$$g = G\frac{M_З}{(r+h)^2}.(2)$$

Найдем отношение (2) к (1):

$$\frac{g}{g_0} = \frac{G\frac{M_З}{(r+h)^2}}{G\frac{M_З}{r^2}} = \frac{r^2}{(r+h)^2} = \frac{r^2}{(3r/2)^2} = \frac{4}{9} \Rightarrow g = \frac{4g_0}{9} = \frac{4 \cdot 9,8\text{ м/с}^2}{9} \approx 4,4\text{ м/с}^2.$$

Ответ: $g = 4,4$ м/с^2.

№ 177.

Дано:	Решение:
$r = 2420$ км $= 2,42 \cdot 10^6$ м	Формула ускорения свободного падения имеет вид:
$g = 3,72$ м/с^2	$$g = G\frac{M}{r^2} \Rightarrow M = \frac{gr^2}{G}.$$
$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^2/кг^2	
M — ?	

$$M = \frac{gr^2}{G} = \frac{3,72\text{ м/с}^2 \cdot (2,42 \cdot 10^6\text{ м})^2}{6,67 \cdot 10^{-11}\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}^2}} \approx 3,27 \cdot 10^{23}\text{ кг}.$$

Ответ: $M = 3,27 \cdot 10^{23}$ кг.

№ 178.

Дано:	Решение:
$r_м = 0,53r_З$; $M_м = 0,11M_З$	Запишем формулы ускорения свободного падения для Земли и Марса и найдем их отношение:
$g_м$ — ?	

$$\begin{cases} g_з = G\dfrac{M_з}{r_з^2} \\ g_м = G\dfrac{M_м}{r_м^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{g_з}{g_м} = \frac{M_з r_м^2}{M_м r_з^2} = \frac{M_з(0{,}53r_з)^2}{0{,}11M_з r_з^2} = \frac{0{,}2809}{0{,}11} = 2{,}55 \Rightarrow$$

$$g_м = \frac{g_з}{2{,}55} = \frac{9{,}81\ м/с^2}{2{,}55} \approx 3{,}85\ м/с^2.$$

Ответ: $g_м = 3{,}85$ м/с^2.

№ 179*.

Дано:	Решение:
$M_C = 1{,}989 \cdot 10^{30}$ кг $r_C = 6{,}96 \cdot 10^8$ м 1) $M_A = 50M_C$ $D_A = 328D_C$ $r_A = 328r_C$ 2) $M_э = 0{,}31M_C$ $D_э = 0{,}16D_C$ $r_э = 0{,}16r_C$	Воспользуемся формулой, выведенной в задаче № 178:
g_A — ?, $g_э$ — ?	

$$\frac{g_C}{g_A} = \frac{M_C r_A^2}{M_A r_C^2} = \frac{M_C(328r_C)^2}{50M_C r_C^2} = \frac{(328)^2}{50} = 2151{,}68 \Rightarrow$$

$$g_A = \frac{g_C}{2151{,}68} = \frac{G\frac{M_C}{r_C^2}}{2151{,}68} = \frac{GM_C}{2151{,}68r_C^2} =$$

$$= \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{Н \cdot м^2}{кг^2} \cdot 1{,}989 \cdot 10^{30}\ кг}{2151{,}68 \cdot (6{,}96 \cdot 10^8\ м)^2} \approx 0{,}13\ м/с^2.$$

$$\frac{g_C}{g_э} = \frac{M_C r_э^2}{M_э r_C^2} = \frac{M_C(0{,}016r_C)^2}{0{,}31M_C r_C^2} = \frac{(0{,}016)^2}{0{,}31} = 8{,}258 \cdot 10^{-4} \Rightarrow g_э = \frac{g_C}{8{,}258 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= \frac{GM_C}{8{,}258 \cdot 10^{-4} \cdot r_C^2} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{Н \cdot м^2}{кг^2} \cdot 1{,}989 \cdot 10^{30}\ кг}{8{,}258 \cdot 10^{-4} \cdot (6{,}96 \cdot 10^8\ м)^2} \approx 330\ км/с^2.$$

Ответ: $g_A = 0{,}13$ м/с^2, $g_э = 330$ км/с^2.

№ 180.

Дано:	Решение:
$r = 6100$ км $= 6{,}1 \cdot 10^6$ м $\rho = 5200$ кг/м^3 $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^2/кг^2	Формула ускорения свободного падения имеет вид: $g = G\dfrac{m}{r^2}$;
g — ?	

$$m = \rho V;\ V = \frac{4\pi r^3}{3} \Rightarrow g = \frac{4G\rho\pi r^3}{3r^2} = \frac{4G\rho\pi r}{3}.$$

$$g = \frac{4 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{Н \cdot м^2}{кг^2} \cdot 5200\ кг/м^3 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}1 \cdot 10^6\ м}{3} \approx 8{,}8\ м/с^2.$$

Ответ: $g = 8{,}8$ м/с^2.

10. Сила тяжести. Вес тела, движущегося с ускорением. Перегрузки. Невесомость

№ 181.

Дано:	Решение:
$m = 750$ кг $r = 1{,}737 \cdot 10^6$ м $M_Л = 7{,}35 \cdot 10^{22}$ кг $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^2/кг^2 $g_З = 9{,}8$ м/с^2	1) Силу тяжести тела на Земле находим из формулы силы тяжести: $F_З = mg_З = 750$ кг $\cdot$ 9,8 м/с^2 = 7350 Н = 7,35 кН. 2) Так как $g_Л$ нам неизвестно, то силу тяжести на Луне найдем из формулы закона всемирного тяготения:
$F_З$ — ?, $F_Л$ — ?	

$$F_Л = G\frac{mM_Л}{r_Л^2} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 750\text{ кг} \cdot 7{,}35 \cdot 10^{22}\text{ кг}}{\left(1{,}737 \cdot 10^6\text{ м}\right)^2} \approx 1218{,}63\text{ Н} = 1{,}22\text{ кН}.$$

Ответ: $F_З$ = 7,35 кН, $F_Л$ = 1,22 кН.

№ 182.

Дано:	Решение:
$\Delta g = 0{,}1$ см/с^2 = = 10^{-3} м/с^2 $m = 80$ кг	Силы тяжести, действующие на человека у основания телебашни и верхней смотровой площадки, равны mg и mg_1, соответственно.
ΔF — ?	

$$\begin{cases} F = mg \\ F_1 = mg_1 \end{cases} \Rightarrow \Delta F = F - F_1 = mg - mg_1 = m\left(g - g_1\right) = m\Delta g.$$

$$\Delta F = 80\text{ кг} \cdot 10^{-3}\text{ м/с}^2 = 8 \cdot 10^{-2}\text{ Н}.$$

Ответ: $\Delta F = 8 \cdot 10^{-2}$ Н.

№ 183.

Дано:	Решение:
$g = 9{,}77$ м/с^2 $g_1 = 9{,}81$ см/с^2 $m = 80$ т $= 9 \cdot 10^4$ кг $h = 11$ км $= 1{,}1 \cdot 10^4$ м	Задача решается аналогично № 182. Уравнения сил тяжести на Земле и высоте h соответственно равны mg и mg_1.
ΔF — ?	

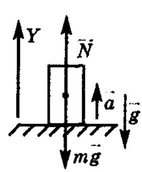
$$\begin{cases} F = mg \\ F_1 = mg_1 \end{cases} \Rightarrow \Delta F = m\Delta g.$$

$$\Delta F = 9 \cdot 10^4\text{ кг} \cdot \left(9{,}81\text{ м/с}^2 - 9{,}77\text{ м/с}^2\right) = 9 \cdot 10^4\text{ кг} \cdot 0{,}04\text{ Н} = 3{,}6\text{ кН}.$$

Ответ: ΔF = 3,6 кН.

№ 184.

Дано:	Решение:
$a = 20$ м/с^2 $g = 10$ м/с^2 $m = 80$ кг	На космонавта в летящей с ускорением $\vec{a}$ ракете действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и реакция опоры $\vec{N}$. Запишем уравнение второго закона Ньютона: $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}.$
P — ?	



В проекциях на ось Y уравнение примет вид:

$$ma = N - mg \Rightarrow N = ma + mg \Rightarrow N = m(a + g).$$

Вес космонавта, согласно третьему закону Ньютона, численно равен реакции опоры: $P = N = m(a + g)$.

$$P = 80 \text{ кг} \cdot (20 \text{ м/с}^2 + 10 \text{ м/с}^2) = 2400 \text{ Н} = 2{,}4 \text{ кН}.$$

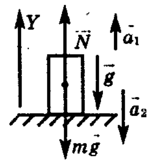
Ответ: $P = 2{,}4$ кН.

№ 185.

Дано:
$v_{01} = 0$
$v_1 = 7$ м/с
$v_{02} = v_1 = 7$ м/с
$v_2 = 0$
$t_1 = t_2 = 15$ с
$m = 80$ кг

ΔP — ?

Решение:



В начале и конце подъема лифт движется ускоренно: в начале равноускоренно, в конце равнозамедленно, но по модулю ускорения равны:
$$a_1 = \frac{v_1 - v_{01}}{t_1} = \frac{7 \text{ м/с}}{15 \text{ с}} \approx 0{,}47 \text{ м/с}^2;$$

$$a_2 = \left|\frac{v_2 - v_{02}}{t_2}\right| = \left|\frac{-7 \text{ м/с}}{15 \text{ с}}\right| \approx 0{,}47 \text{ м/с}^2.$$

Вес человека численно равен силе реакции опоры. По второму закону Ньютона: $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}$.

В проекциях на ось Y уравнение примет вид:
$$\pm ma = N - mg \Rightarrow P = N = mg \pm ma.$$

$$\begin{cases} P_1 = mg + ma \\ P_2 = mg - ma \end{cases} \Rightarrow \Delta P = \pm ma.$$

$$\Delta P = \pm 80 \text{ кг} \cdot 0{,}47 \text{ м/с}^2 = \pm 37{,}6 \text{ Н}.$$

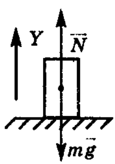
Ответ: $\Delta P = \pm 37{,}6$ Н.

№ 186.

Дано:
1) $P_1 = 2P$
2) $P_2 = P/2$
$P = mg$

a_1 — ?
a_2 — ?

Решение:



Воспользуемся решением задачи № 185:

1) $P_1 = 2mg \Rightarrow 2mg = m(a_1 + g) \Rightarrow 2g = a_1 + g \Rightarrow$
$$a_1 = g.$$

2) $P_2 = \dfrac{mg}{2} \Rightarrow \dfrac{mg}{2} = m(g - a_2) \Rightarrow \dfrac{g}{2} = g - a_2 \Rightarrow a_2 = \dfrac{g}{2}.$

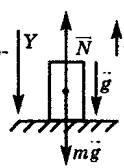
Ответ: $a_1 = g$, $a_2 = g/2$.

№ 187.

Дано:
$a = 8{,}38$ м/с^2
$m = 70$ кг
$r_Л = 1{,}737 \cdot 10^6$ м
$M_Л = 7{,}35 \cdot 10^{22}$ кг
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^2/кг^2

P — ?

Решение:



По второму закону Ньютона в проекции на ось Y имеем:
$$-ma = mg - N \Rightarrow$$
$$P = N = mg + ma = m(a + g). \ (1)$$
$$g = G\frac{M_Л}{r^2} \ (2).$$

Подставим (2) в (1) и получим:

$$P = m\left(G\frac{M_Л}{r^2} + a\right) = 70 \text{ кг} \cdot \left(6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot \frac{7{,}35 \cdot 10^{22} \text{ кг}}{(1{,}737 \cdot 10^6 \text{ м})^2} + 8{,}38 \text{ м/с}^2\right) \approx 700 \text{ Н}.$$

Ответ: $P = 700$ Н.

№ 188.

Дано:
$r_1 = 20$ м
$\upsilon_1 = 10$ м/с
$r_2 = 10$ м
$\upsilon_2 = 5$ м/с
$m = 40$ кг

P_1 — ?
P_2 — ?

Решение:
Случай А.
Расставим силы тяжести $m\vec{g}$ и нормальной реакции опоры $\vec{N}_1$, сообщающие мальчику центростремительное (нормальное) ускорение $\vec{a}_ц$ (рис. А). Запишем второй закон Ньютона:

$$m\vec{a}_ц = m\vec{g} + \vec{N}_1.$$

В проекции на ось Y имеем: $N_1 - mg = ma_ц$, откуда

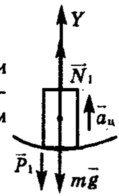


рис. А

$$N_1 = m(g + a_ц).$$

Учитывая, что центростремительное ускорение $a_ц = \upsilon_1^2/r_1$, получим

$$N_1 = m\left(g + \upsilon_1^2/r_1\right).$$

В соответствии с третьим законом Ньютона вес мальчика $\vec{P}_1 = -\vec{N}_1$. Для модуля силы получим

$$P_1 = N_1 = m\left(g + \frac{\upsilon_1^2}{r_1}\right) = 40\text{ кг}\cdot\left(10\text{ м/с}^2 + \frac{(10\text{ м/с})^2}{20\text{ м}}\right) = 600\text{ Н}.$$

Случай В.
Аналогично случаю А получим в проекции на ось Y (рис. В):

$$mg - N_2 = ma_ц = m\upsilon_2^2/r_2.$$

Вес мальчика в случае В:

$$P_2 = N_2 = m\left(g - \frac{\upsilon_2^2}{r_2}\right) = 40\text{ кг}\cdot\left(10\text{ м/с}^2 - \frac{(5\text{ м/с})^2}{10\text{ м}}\right) = 300\text{ Н}.$$

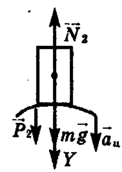


рис. В

Ответ: $P_1 = 600$ Н, $P_2 = 300$ Н.

№ 189.

Дано:
$M_р = 300\text{ т} = 3\cdot 10^6$ кг
$F_т = 4F_1 + F_2$
$F_1 = 1\text{ МН} = 10^6$ Н
$F_2 = 940\text{ кН} =$
$= 0{,}94\cdot 10^6$ Н
$g = 9{,}8$ м/с^2

P/P_0 — ?

Решение:
Перегрузка определяется отношением:

$$\frac{P}{P_0} = \frac{m(a+g)}{mg} = \frac{a+g}{g}. \quad (1)$$

По второму закону Ньютона:

$$M_рa = F_т \Rightarrow M_рa = 4F_1 + F_2 \Rightarrow a = \frac{4F_1 + F_2}{M_р}. \quad (2)$$

Подставим (2) в (1) и получим:

$$\frac{P}{P_0} = \frac{g+a}{g} = 1 + \frac{a}{g} = 1 + \frac{4F_1 + F_2}{M_рg} = 1 + \frac{4\cdot 10^6\text{ Н} + 0{,}94\cdot 10^6\text{ Н}}{3\cdot 10^5\text{ кг}\cdot 9{,}8\text{ м/с}^2} \approx 2{,}7.$$

Ответ: $P/P_0 = 2{,}7$.

№ 190.

Дано:
$\upsilon_1 = 50$ м/с
$\upsilon_2 = 10$ м/с
$t = 1$ с

P/P_0 — ?

Решение:
Перегрузка определяется отношением: P/P_0, где P — вес тела, движущегося с ускорением, P_0 — исходный вес.
Исходный вес парашютиста $P_0 = mg$. Его вес при раскрытии парашюта $P = m(g + a)$. Тогда

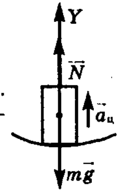
$$\frac{P}{P_0} = \frac{m(a+g)}{mg} = \frac{a+g}{g}. \quad |a| = \frac{|v - v_0|}{t} = \frac{40\ \text{м/с}}{1\ \text{с}} = 40\ \text{м/с}^2,$$

$$\frac{P}{P_0} = \frac{40\ \text{м/с}^2 + 10\ \text{м/с}^2}{10\ \text{м/с}^2} = 5.$$

Ответ: $P/P_0 = 5$.

№ 191.

Дано:	Решение:
$r = 800$ м	По второму закону Ньютона: $m\vec{a}_ц = m\vec{g} + \vec{N}$.
$v = 200$ м/с	В проекции на ось Y имеем:
$g = 10$ м/с^2	$ma_ц = N - mg \Rightarrow P = N = ma_ц + mg \Rightarrow P = m(a_ц + g)$.
P/P_0 — ?	Перегрузка летчика равна отношению его веса к исходному весу.



$$\frac{P_1}{P} = \frac{m(a_ц + g)}{mg} = \frac{a_ц + g}{g};\ a_ц = \frac{v^2}{r} \Rightarrow \frac{P_1}{P} = \frac{\frac{v^2}{r} + g}{g}.$$

$$\frac{P_1}{P} = \frac{\frac{(200\ \text{м/с})^2}{800\ \text{м}} + 10\ \text{м/с}^2}{10\ \text{м/с}^2} = 6.$$

Ответ: летчик становится тяжелее в 6 раз.

№ 192.

Бегущий человек время от времени отрывает обе ноги от земли — свободно движется в поле силы тяжести Земли. В это время он испытывает состояние невесомости, т. к. движение его к Земле является свободным падением. В момент касания Земли бегун испытывает перегрузку, т. к. кратковременно движение в вертикальной плоскости замедляется и ускорение направлено вверх.

№ 193.

Правильный вариант ответа г). В течение всего времени ускорение тела равно ускорению свободного падения, т. е. тело в течение всего времени движения находится в состоянии невесомости.

№ 194.

Дано:	Решение:
$r_3 = 6{,}371 \cdot 10^6$ м	1) Запишем выражения для поверхности Земли и
$h = 327$ км $= 0{,}327 \cdot 10^6$ м	на высоте h:
F_m/F_{m1} — ?	

$$\begin{cases} F_m = G\dfrac{M_3 m}{r_3^2} \\ F_{m1} = G\dfrac{M_3}{(r_3 + h)^2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{F_m}{F_{m1}} = \frac{(r_3 + h)^2}{r_3^2} = \frac{(6{,}371 \cdot 10^6\ \text{м} + 0{,}372 \cdot 10^6\ \text{м})^2}{(6{,}371 \cdot 10^6\ \text{м})^2} \approx 1{,}1.$$

Т. е. сила тяжести, действующая на космонавта на поверхности Земли, на 10 % больше, чем на орбите.

2) Космонавт находится в состоянии невесомости, т. к. центростремительное ускорение корабля равно ускорению силы тяжести.

№ 195.

Действия рычажных и пружинных весов основано на существовании силы, действующей на весы, пропорциональной массе тела.

В свободно летящем космическом корабле это можно создать, заставив двигаться сами весы с ускорением. Т. е. положить тела на чаши рычажных весов и сообщить им ускорение. Тела поочередно подвешивать к динамометру и сообщать одинаковые ускорения.

№ 196.

Да, можно. Сила, действующая на материал, связана не столько с весом молотка, сколько с огромным ускорением, возникающим в момент удара. Поэтому в состоянии невесомости обработка ударом возможна, но затруднена большой отдачей молотка.

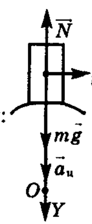
№ 197.

1) На тело, подброшенное на Луне, действует только сила тяжести и его ускорение равно ускорению свободного падения на Луне.

2) На Земле существует воздушная оболочка, которая препятствует движению тела, и оно двигается с ускорением меньшим или большим ускорения свободного падения в зависимости от направления движения. Поэтому считать его невесомым можно лишь приближенно.

№ 198.

Дано:	Решение:
$r = 40$ м	Составим уравнение второго закона динамики:
$P = 0$	$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}$.
v — ?	В проекции на ось Y: $ma = N - mg$.



Вес тела численно равен силе реакции опоры, т. е. $P = N$. Получаем:

$$P = N = mg - ma \Rightarrow P = m(g - a);\ a = a_ц = v^2/r,$$

учитывая значения a и P, получаем:

$$P = m\left(g - \frac{v^2}{r}\right) = 0 \Rightarrow g - \frac{v^2}{r} = 0 \Rightarrow \frac{v^2}{r} = g.$$

$$v = \sqrt{rg} = \sqrt{40\ \text{м} \cdot 10\ \text{м/с}^2} = 20\ \text{м/с}.$$

Ответ: $v = 20$ м/с.

11. Движение под действием силы тяжести по вертикали

№ 199.

Дано:	Решение:
h, $v_0 = 0$	Падение небольшого предмета можно считать равноскоренным. Скорость и время движения определяются из уравнений:
$g = 10$ м/с^2	
t — ?, v — ?	$v = v_0 + gt,\ h = v_0 t + gt^2/2.$

Учитывая, что $\upsilon_0 = 0$, получаем

$$\upsilon = gt \ (1),\ h = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \ (2).$$

Время определяется по формуле (2), по формуле (1) находится скорость в момент падения тела с высоты h.

№ 200.

Дано:	Решение:
$h_1 = 5$ см $= 0{,}05$ м $h_2 = 20$ см $= 0{,}2$ м $t_1 = 0{,}1$ с $t_2 = 0{,}2$ с	Примем за начало отсчета, т. е. начало наблюдения, верхнее положение шарика, тогда следующие положения обозначим индексами 1 (т. е. h_1 и t_1), и 2 (т. е. h_2 и t_2). Запишем уравнеия зависимости высоты от времени для положений 1 и 2.
g — ?	

$$\begin{cases} h_1 = \upsilon_0 t_1 + \dfrac{gt_1^2}{2} \\ h_2 = \upsilon_0 t_2 + \dfrac{gt_2^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \upsilon_0 = \dfrac{2h_1 - gt_1^2}{2t_1} \\ \upsilon_0 = \dfrac{2h_2 - gt_2^2}{2t_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{2h_1 - gt_1^2}{2t_1} = \frac{2h_2 - gt_2^2}{2t_2} \Rightarrow 2h_1t_2 - gt_1^2t_2 =$$

$$= 2h_2t_1 - gt_2^2t_1 \Rightarrow 2h_1t_2 - 2h_2t_1 = gt_1^2t_2 - gt_2^2t_1 \Rightarrow 2(h_1t_2 - h_2t_1) = gt_1t_2(t_1 - t_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g = \frac{2(h_1t_2 - h_2t_1)}{t_1t_2(t_1 - t_2)} = \frac{2(0{,}05\text{ м} \cdot 0{,}2\text{ с} - 0{,}2\text{ м} \cdot 0{,}1\text{ с})}{0{,}1\text{ с} \cdot 0{,}2\text{ с} \cdot (0{,}1\text{ с} - 0{,}2\text{ с})} = 10\text{ м/с}^2.$$

Ответ: $g = 10$ м/с^2.

№ 201.

Дано:	Решение:
$t_1 = 2t_2$ $\upsilon_{01} = \upsilon_{02} = 0$	Напишем уравнения для скорости υ и вертикальной координаты y, которую направим вертикально вниз:
υ_1/υ_2 — ? h_1/h_2 — ?	

$$\upsilon(t) = \upsilon_0 t + gt = gt$$

$$y(t) = y_0 + \upsilon_0 t + \frac{gt^2}{2} = \frac{gt^2}{2}$$

(начальную координату y_0 приняли за ноль).

Конечные скорости тел: $\upsilon_1 = gt_1$ и $\upsilon_2 = gt_2$, откуда

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{2t_2}{t_2} = 2.$$

Отношение конечных координат равно отношению модулей перемещений тел:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{gt_1^2/2}{gt_2^2/2} = \frac{t_1^2}{t_2^2} = 4.$$

Ответ: $\upsilon_1/\upsilon_2 = 2$, $h_1/h_2 = 4$.

№ 202.

Дано:	Решение:
$h = 57{,}5$ м $g = 9{,}8$ м/с^2 $\upsilon_0 = 0$	Для определения времени падения воспользуемся формулой зависимости высоты от времени:
υ — ?, t — ?	

$$h = \upsilon_0 t + \frac{gt^2}{2} \Rightarrow h = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5{,}75\text{ м}}{9{,}8\text{ м/с}^2}} \approx 3{,}4\text{ с}.$$

Для определения скорости падения тела воспользуемся формулой:

$$h = \frac{v^2 - v_0^2}{2g} \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8\ \text{м/с}^2 \cdot 5,75\ \text{м}} \approx 33,57\ \text{м/с} = 33,6\ \text{м/с}.$$

Ответ: $t = 3,4$ с, $v = 33,6$ м/с.

№ 203.

Дано:
$h_1 = 5$ м
$h_2 = 2$ м
$v_{01} = 0$
$v_2 = 0$
$g = 10$ м/с^2

t_2 — ?, a — ?

Решение:

Ускорение при движении в воде можно определить по формуле:

$$h_{2y} = \frac{v_{2y}^2 - v_{02y}^2}{2a_y} \Rightarrow a = \frac{v_{02}^2}{2h_2} (1).$$

Скорость, с которой пловец входит в воду, равна скорости, которую он достигает при свободном падении у воды.

$$v_{02} = v_1 = \sqrt{2gh_1} (1).$$

Из формул (1) и (2) получаем:

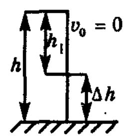
$$a = \frac{2gh_1}{2h_2} = \frac{gh_1}{h_2} = \frac{10\ \text{м/с}^2 \cdot 5\ \text{м}}{2\ \text{м}} = 25\ \text{м/с}^2.$$

Время движения в воде можно определить по формуле:

$$a = \frac{v_{02}}{t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{v_{02}}{a} = \frac{\sqrt{2gh_1}}{a} = \frac{\sqrt{2 \cdot 10\ \text{м/с}^2 \cdot 5\ \text{м}}}{25\ \text{м/с}^2} = 0,4\ \text{с}.$$

Ответ: $t_2 = 0,4$ с, $a = 25$ м/с^2.

№ 204.



Дано:
$h = 80$ м
$g = 10$ м/с^2
$v_0 = 0$

Δh — ?

Решение:

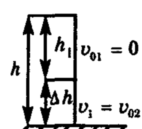
Для определения перемещения Δh в последнюю секунду падения можно воспользоваться формулой $\Delta h = h - h_1$. Здесь $h = 80$ м, т. е. перемещение тела за время t; h_1 — перемещение тела за время $(t - 1)$ первых секунд. Т. к. $h = gt^2/2$, а $h_1 = g(t-1)^2/2$, то получим:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80\ \text{м}}{10\ \text{м/с}^2}} = 4\ \text{с};\ h_1 = \frac{g(t-1)^2}{2} = \frac{10\ \text{м/с}^2 \cdot 9\ \text{с}^2}{2} = 45\ \text{м};$$

$$\Delta h = h - h_1 = 80\ \text{м} - 45\ \text{м} = 35\ \text{м}.$$

Ответ: $\Delta h = 35$ м.

№ 205*.



Дано:
$\Delta t = 2$ с
$\Delta h = 60$ м
$g = 10$ м/с^2

t — ?

Решение:

Перемещение, совершенное телом за 2 последние секунды, определяется выражением:

$$\Delta h = v_{02} \cdot \Delta t + \frac{g \cdot \Delta t^2}{2},$$

здесь v_{02} — начальная скорость при перемещении на последних 60 метрах. Отсюда

$$v_{02} = \frac{2\Delta h - g\Delta t^2}{2\Delta t} = \frac{2 \cdot 60\ \text{м} - 10\ \text{м/с}^2 \cdot 4\ \text{с}^2}{2 \cdot 2\ \text{с}} = 20\ \text{м/с};$$

$v_{02} = v_1$ — скорость в конце h_1, т. к. $v_{01} = 0$.

$$h_1 = \frac{v_1^2}{2g} \Rightarrow h_1 = \frac{v_{02}^2}{2g} = \frac{(20\ \text{м/с})^2}{2 \cdot 10\ \text{м/с}^2} = 20\ \text{м};$$

$$h = h_1 + \Delta h = 20\ \text{м} + 60\ \text{м} = 80\ \text{м};$$

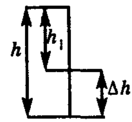
$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80\ \text{м}}{10\ \text{м/с}^2}} = 4\ \text{с}.$$

Ответ: $t = 4$ с.

№ 206*.

Дано: $t = n$, $v_0 = 0$; Δh — ?

Решение:



Воспользуемся рисунком. Видно, что

$$\Delta h = h - h_1\ (1),$$

$$h = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow h = \frac{gn^2}{2},\ h_1 = \frac{g(n-1)^2}{2}.\ (2)$$

Подставим (2) в (1), получим

$$\Delta h = \frac{gn^2}{2} - \frac{g(n-1)^2}{2} = \frac{g}{2}\left[n^2 - (n-1)^2\right] = \frac{g}{2}\left(n^2 - n^2 + 2n - 1\right) = \frac{g}{2}(2n-1).$$

Ответ: $\Delta h = \frac{g}{2}(2n-1)$.

№ 207.

Дано: $t_1 = 1$ с, $h = 20$ м, $v_{02} = 0$, $g = 10$ м/с^2; Δt — ?, v_{01} — ?

Решение:

Начальную скорость можно определить по формуле:

$$h = v_{01}t_1 + \frac{gt_1^2}{2} \Rightarrow$$

$$v_{01} = \frac{2h - gt_1^2}{2t_1} = \frac{2 \cdot 20\ \text{м} - 10\ \text{м/с}^2 \cdot 1\ \text{с}^2}{2 \cdot 1\ \text{с}} = 15\ \text{м/с}.$$

Разность между длительностями свободного падения и падения брошенного тела $\Delta t = t_2 - t_1$, где

$$t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow \Delta t = 2\ \text{с} - \sqrt{\frac{2 \cdot 20\ \text{м}}{10\ \text{м/с}^2}} = 1\ \text{с}.$$

Ответ: $\Delta t = 1$ с, $v_{01} = 15$ м/с.

№ 208.

Дано: $t_1 = t_2$, h_1, h_2, $v_{01} = 0$; v_{02} — ?

Решение:

Запишем уравнения для h_1 и h_2 с учетом, что время движения одинаково:

$$h_1 = \frac{gt_1^2}{2}\ (1);\quad h_2 = v_{02}t_1 + \frac{gt_1^2}{2}\ (2).$$

Вычтем из уравнения (2) уравнение (1):

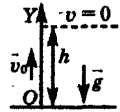
$$h_2 - h_1 = v_{02}t_1 \Rightarrow v_{02} = (h_2 - h_1)/t_1.$$

Значение t_1 определим из первого уравнения системы:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} \Rightarrow v_{02} = \frac{h_2 - h_1}{\sqrt{2h_1/g}} = (h_2 - h_1)\sqrt{\frac{g}{2h_1}}.$$

Ответ: $v_{02} = (h_2 - h_1)\sqrt{\frac{g}{2h_1}}$.

№ 209.



Дано:	Решение:
$t = 6$ с	Воспользуемся уравнением: $y = v_{0y}t_1 + \frac{g_y t_1^2}{2}$.
$g = 10$ м/с^2	Тело движется вверх, уравнение примет вид:
v_0 — ?	$$y = h = v_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2},$$
h — ?	

здесь t_1 — время подъема тела.

Конечная скорость при подъеме тела равна 0, т. е.

$$v_y = v_0 y + g_y t_1 \Rightarrow v_0 - g t_1 = 0 \Rightarrow v_0 = g t_1.$$

Время подъема тела равно времени его падения, т. е.

$$2t_1 = 6\text{ с} \Rightarrow t_1 = 3\text{ с}.$$

Найдем скорость и максимальную высоту подъема:

$$v_0 = 3\text{ с} \cdot 10\text{ м/с}^2 = 30\text{ м/с};$$

$$h = 30\text{ м/с} \cdot 3\text{ с} - \frac{10\text{ м/с}^2 \cdot 9\text{ с}^2}{2} = 45\text{ м}.$$

Ответ: $v_0 = 30$ м/с, $h = 45$ м.

№ 210(н).

Дано:	Решение:
$r_Л = 1{,}737 \cdot 10^6$ м	Воспользуемся соотношением между максимальной вы-
$r_З = 6{,}371 \cdot 10^6$ м	сотой подъема и начальной скоростью (см. задачу № 209):
$M_Л = 7{,}35 \cdot 10^{22}$ кг	$$h = \frac{v_0^2}{2g}.$$
$M_З = 5{,}976 \cdot 10^{24}$ кг	
$h_Л/h_З$ — ?	Для Земли $h_З = \frac{v_0^2}{2g_З}$, для Луны $h_Л = \frac{v_0^2}{2g_Л}$,

где $g_З$ и $g_Л$ — ускорение свободного падения на Земле и Луне, соответственно. Отношение высот подъема $h_Л/h_З = g_З/g_Л$. Воспользуемся формулой (1), выведенной в задаче № 178:

$$\frac{h_Л}{h_З} = \frac{g_З}{g_Л} = \frac{M_З r_Л^2}{M_Л r_З^2}.$$

Подстановка числовых значений дает:

$$\frac{h_Л}{h_З} = \frac{5{,}976 \cdot 10^{24}\text{ кг} \cdot \left(1{,}737 \cdot 10^6\text{ м}\right)^2}{7{,}35 \cdot 10^{22}\text{ кг} \cdot \left(6{,}371 \cdot 10^6\text{ м}\right)^2} = 6.$$

Ответ: $h_Л = 6h_З$.

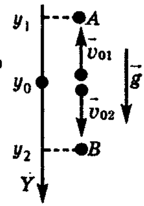
№ 211.

Дано:	Решение:
$h_2 = 4h_1$	Воспользуемся решением задачи № 209:
$v_{01} = 0$	$$h = \frac{v_0^2}{2g}.$$
$v_1 = v_2$	
v_{02} — ?	Запишем это выражение для двух высот h_2 и h_1 и разделим h_2 на h_1:

$$\begin{cases} h_2 = v_{02}^2/2g \\ h_1 = v_{01}^2/2g \end{cases} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{v_{02}^2}{v_{01}^2} \Rightarrow \frac{v_{02}}{v_{01}} = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} = \sqrt{\frac{4h_1}{h_1}} = 2.$$

Ответ: $v_{02} = 2v_{01}$.

№ 212.



Дано:
$t_1 = 1$ с
$t_2 = 5$ с
$t_3 = t$
$v_{01} = v_{02} = 2$ м/с
Δy — ?

Решение:
Напишем уравнение движения для каждого из тел:

$$\begin{cases} y_1 = y_0 - v_0t + \dfrac{gt^2}{2} \\ y_2 = y_0 - v_0t + \dfrac{gt^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \Delta y = y_2 - y_1 =$$

$$= y_0 + v_0t + \frac{gt^2}{2} - y_0 + v_0t - \frac{gt^2}{2} = 2v_0t.$$

Подставляя в полученную формулу значения времени, получим:

$$\Delta y_1 = 2 \cdot 2\ \text{м/с} \cdot 1\ \text{с} = 4\ \text{м},$$
$$\Delta y_2 = 2 \cdot 2\ \text{м/с} \cdot 5\ \text{с} = 20\ \text{м},$$
$$\Delta y_t = 2 \cdot 2\ \text{м/с} \cdot t\ \text{с} = 4t\ \text{м}.$$

Ответ: $\Delta y_1 = 4$ м, $\Delta y_2 = 20$ м, $\Delta y_t = 4t$ м.

№ 213.

Дано:
$t_1 = t_2$
$v_{01} = 1{,}5v_{02}$
h_1/h_2 — ?

Решение:
Воспользуемся результатом решения задачи № 209:

$$h = \frac{v_0^2}{2g}.$$

Тогда:

$$\begin{cases} h_1 = v_{01}^2/2g \\ h_2 = v_{02}^2/2g \end{cases} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{v_{01}^2}{v_{02}^2} = \frac{(1{,}5v_{02})^2}{v_{02}^2} = 2{,}25.$$

Ответ: $h_1/h_2 = 2{,}25$.

№ 214.

Дано:
$v_0 = 800$ м/с
$t = 6$ с
$g = 10$ м/с^2
v — ?
h — ?

Решение:
Высота поднятия снаряда определяется по формуле:

$$h = v_0t - \frac{gt^2}{2} = 800\ \text{м/с} \cdot 6\ \text{с} - \frac{10\ \text{м/с}^2 \cdot (6\ \text{с})^2}{2} = 4620\ \text{м}.$$

Скорость снаряда при попадании:

$$v = v_0 - gt = 800\ \text{м/с} - 10\ \text{м/с}^2 \cdot 6\ \text{с} = 740\ \text{м/с}.$$

Реальные значения высоты подъема и скорости попадания снаряда будут меньше, т. к. на снаряд действует сила сопротивления воздуха.

Ответ: $v = 740$ м/с, $h = 4620$ м.

№ 215.

Дано:
$v_0 = 30$ м/с
$v = v_0/3 = 10$ м/с
$g = 10$ м/с^2
t — ?
h — ?

Решение:
Зависимость проекции скорости от времени имеет вид: $v_y = v_{0y} - g_yt$. Если ось Y направить вверх, то $v_y = v_0 - gt$ (1). По условию задачи $v_y = \pm\, v_0/3$. Подставляя эти значения в уравнение (1):

$$\frac{v_0}{3} = v_0 - gt_1, \quad -\frac{v_0}{3} = v_0 - gt_2,$$

получим время $t_1 = \dfrac{2v_0}{3g} = \dfrac{2 \cdot 30\ \text{м/с}}{3 \cdot 10\ \text{м/с}^2} = 2$ с, $t_2 = \dfrac{4v_0}{3g} = \dfrac{4 \cdot 30\ \text{м/с}}{3 \cdot 10\ \text{м/с}^2} = 4$ с.

Подставляя t_1 (или t_2) в уравнение координаты ($y_0 = 0$)

$$y = v_0 t - \frac{gt^2}{2},$$

получим искомую высоту

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = 30\ \text{м/с} \cdot 2\ \text{с} - \frac{10\ \text{м/с}^2 \cdot (2\ \text{с})^2}{2} = 40\ \text{м}.$$

Ответ: $t_1 = 2$ с, $t_2 = 4$ с, $h = 40$ м.

№ 216(н).

Дано:	Решение:
$t_1 = t_2$	Воспользуемся результатом решения задачи № 209:
$3v_{01} = v_{02}$	$$h = \frac{v_0^2}{2g}.$$
h_2/h_1 — ?	

Тогда:

$$\begin{cases} h_1 = v_{01}^2/2g \\ h_2 = v_{02}^2/2g \end{cases} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{v_{02}^2}{v_{01}^2} = \frac{(3v_{01})^2}{v_{01}^2} = 9.$$

Ответ: при втором бросании мяч поднимется выше в 9 раз.

№ 217.

Дано:	Решение:
$v_0 = 20$ м/с	Воспользуемся уравнением
а) $y_а = 15$ м	$$y = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \Rightarrow y = 20t - 5t^2.$$
б) $y_б = 20$ м	
в) $y_в = 25$ м	Решим уравнение для случаев: а), б) и в).
$y = y(t)$ — ?	
$t_а$ — ?	
$t_б$ — ?	
$t_в$ — ?	

а) $20t - 5t^2 = 15$
$5t^2 - 20t + 15 = 0$
$t^2 - 4t + 3 = 0$
$t_{а1} = 1$ с, $t_{а2} = 3$ с

б) $20t - 5t^2 = 20$
$5t^2 - 20t + 20 = 0$
$t^2 - 4t + 4 = 0$
$t_б = 2$ с

в) $20t - 5t^2 = 25$
$5t^2 - 20t + 25 = 0$
$t^2 - 4t + 5 = 0$
$t_в$ — решений не имеет.

Действительно, максимальная высота подъема тела

$$h = \frac{v_0^2}{2g} = 20\ \text{м}$$

(см. задачу № 209).

Ответ: $y = 20t - 5t^2$; а) на высоте 15 м тело будет через 1 с и 3 с; б) через 2 с; в) высоты 25 м тело не достигнет.

№ 218*.

Дано:	Решение:
$v_0 = 20$ м/с	Уравнение координаты тела, движущегося вертикально, имеет вид:
$y_0 = 25$ м	$$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{g_y t^2}{2}.$$
$y = y(t)$ — ?	Если ось Y направлена вверх, то получим:
t — ?	

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2},$$

где y_0 — начальная координата тела, v_0 — начальная скорость.
В случае а), когда за начало отсчета берется точка бросания ($y_0 = 0$), получим:

$$y = 20t - 5t^2.$$

В случае б), когда $y_0 = 25$ м: $y = 25 + 20t - 5t^2$.
Решаем уравнение а). В случае падения тела на землю $y = -25$:

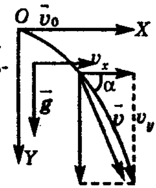
$$-25 = 20t - 5t^2$$
$$5t^2 - 20t - 25 = 0$$
$$t^2 - 4t - 5 = 0$$
$$t_1 = 5 \text{ с}$$

(значение $t_2 = -1$ с не имеет смысла).
Ответ: $y = 20t - 5t^2$, $t = 5$ с.

12. Движение под действием силы тяжести в случае, когда начальная скорость направлена под углом к горизонту. Движение искусственных спутников и планет

№ 219(н).

Дано:	Решение:
$v_0 = 10$ м/с	Уравнение для скорости имеет вид: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$.
$\alpha = 45°$	Ось X направлена вправо, а ось Y — вертикально вниз.
t — ?	



Тогда проекции скорости

$$v_x = v_{0x} + g_x t = v_0 \text{ и } v_y = v_{0y} + g_y t = gt.$$

Из рисунка видно, что

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{gt}{v_0} \Rightarrow t = \frac{v_0 \operatorname{tg}\alpha}{g}.$$

Подставляя значения, получим:

$$t = \frac{10 \text{ м/с} \cdot 1}{10 \text{ м/с}^2} = 1 \text{ с}.$$

Ответ: $t = 1$ с.

№ 220.

Дано:	Решение:
$v_{01} = 2$ м/с	Так как снаряды всегда будут находиться на одной высоте,
$v_{02} = 4$ м/с	расстояние между ними можно определить по формуле:
$l_0 = 10$ см $= 0{,}1$ м	$l = l_0 + l_1$, где l_0 — длина трубки пистолета.
$t = 0{,}1$ с	$l_1 = v_{01}t + v_{02}t = t(v_{01} + v_{02}) \Rightarrow l = l_0 + t(v_{01} + v_{02})$.
l — ?	$l = 0{,}1 \text{ м} + 0{,}1 \text{ с} \cdot (2 \text{ м/с} + 4 \text{ м/с}) = 0{,}7 \text{ м}$.

Ответ: $l = 0{,}7$ м.

№ 221.

Дано:	Решение:
$h = 20$ м, $l = 6$ м	Время полета найдем из формулы:
$g = 10$ м/с^2	$h = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \text{ м}}{10 \text{ м/с}^2}} = 2 \text{ с}.$
t — ?, v_0 — ?	

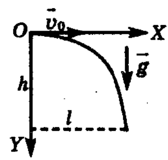
Дальность полета находится по формуле: $l = v_0 t \Rightarrow$

$$v_0 = \frac{l}{t} = \frac{6\text{ м}}{2\text{ с}} = 3\text{ м/с}.$$

Ответ: $t = 2$ с, $v_0 = 3$ м/с.

№ 222.

Дано:	Решение:
$h_1 = h_2$ $v_{02} = 2v_{01}$ l_2/l_1 — ? t_2/t_1 — ?	Выберем систему отсчета ось X — вправо, ось Y — вниз. Тогда координаты точки будут находиться по формулам:



$$\begin{cases} y = \dfrac{gt^2}{2} = h \\ x = v_0 t = l \end{cases}.$$

Запишем уравнения высот для обоих случаев:

$$\begin{cases} h_1 = \dfrac{gt_1^2}{2} \\ h_2 = \dfrac{gt_2^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{\dfrac{gt_1^2}{2}}{\dfrac{gt_2^2}{2}} = \frac{t_1^2}{t_2^2} \Rightarrow \frac{t_1^2}{t_2^2} = 1 \Rightarrow t_1 = t_2.$$

Как мы видим, изменение скорости тела на время полета не влияет.

Запишем уравнения для определения дальности полета тела при двух скоростях:

$$\begin{cases} l_1 = v_{01} t \\ l_2 = v_{02} t \end{cases} \Rightarrow \frac{l_2}{l_1} = \frac{v_{02} t}{v_{01} t} = \frac{v_{02}}{v_{01}} = \frac{2v_{01}}{v_{01}} = 2.$$

Ответ: время полета не изменится, дальность полета увеличится в два раза.

№ 223.

Дано:	Решение:
$h_1/2 = h_2$ $l_1 = l_2$ v_{02}/v_{01} — ?	Воспользуемся формулами дальности и высоты полета:

$$\begin{cases} h_1 = \dfrac{gt_1^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} \Rightarrow l = v_0\sqrt{\dfrac{2h}{g}}. \\ l = v_0 t \end{cases}$$

Запишем полученное уравнение для двух случаев:

$$\begin{cases} l_1 = v_{01}\sqrt{\dfrac{2h_1}{g}} \\ l_2 = v_{02}\sqrt{\dfrac{2h_2}{g}} \end{cases} \Rightarrow v_{01}\sqrt{\frac{2h_1}{g}} = v_{02}\sqrt{\frac{2h_2}{g}} \Rightarrow \frac{v_{02}}{v_{01}} = \frac{\sqrt{\dfrac{2h_1}{g}}}{\sqrt{\dfrac{2h_2}{g}}} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} = \sqrt{\frac{h_1}{\dfrac{h_1}{2}}} = \sqrt{2} \approx 1,4.$$

Ответ: для того чтобы дальность полета тела осталась прежней, его скорость нужно увеличить в 1,4 раза.

№ 224.

Дано:	Решение:
$H = 1$ м, $h = 0,64$ м $v_0 = \text{const}$, $g = 10$ м/с^2 l — ?	Направим Y — вверх, а X — вправо, тогда для движения снаряда по вертикали имеем:

$$y = v_0 t - gt^2/2 = H; \ v = v_0 - gt.$$

Так как в верхней точке траектории $v = 0$, получим:

$$v_0 = gt \Rightarrow H = gt - \frac{gt^2}{2} = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \Rightarrow v_0 = g\sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{2gH}.$$

Дальность полета снаряда

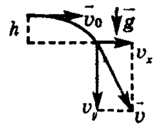
$$l = v_0 t,\ t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow l = \sqrt{2gH} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2\sqrt{Hh} = 2\sqrt{1\ \text{м} \cdot 0,64\ \text{м}} = 1,6\ \text{м}.$$

Ответ: $l = 1,6$ м.

№ 225.

Дано:
$h = 5$ м
$v_0 = 6$ м/с
$g = 10$ м/с^2
v — ?
α — ?

Решение:
Для определения времени полета мальчика воспользуемся формулой:



$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5\ \text{м}}{10\ \text{м/с}^2}} = 1\ \text{с}.$$

Скорость в момент достижения мальчиком воды определим по теореме Пифагора:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2},$$

где $v_x = v_0$ — т. к. горизонтальная составляющая скорости не изменяется; $v_y = gt$ — скорость свободного падения.

$$v = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2} = \sqrt{36\ \text{м}^2/\text{с}^2 + \left(10\ \text{м/с}^2 \cdot 1\ \text{с}\right)^2} \approx 11,7\ \text{м/с}.$$

Направление скорости можно определить из прямоугольного треугольника:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{gt}{v_0} = \frac{10\ \text{м/с}^2 \cdot 1\ \text{с}}{6\ \text{м/с}} \approx 1,67 \approx 59°.$$

Ответ: $v = 11,7$ м/с, $\alpha = 59°$.

№ 226.

Дано:
$l = h$
$v_0 = 10$ м/с
$g = 10$ м/с^2
h — ?

Решение:
Дальность полета тела определяется по формуле:

$$l = v_0 t \Rightarrow t = \frac{l}{v_0}\ (1).$$

Высоту бросания найдем по формуле:

$$h = \frac{gt^2}{2}\ (2).$$

Подставим (1) в (2) и получим:

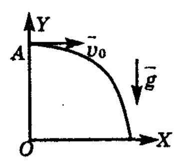
$$h = \frac{gl^2}{2v_0^2}.\ \text{Т. к. } l = h, \text{ то } h = \frac{gh^2}{2v_0^2} \Rightarrow h = \frac{2v_0^2}{g} = \frac{2 \cdot 100\ \text{м}^2/\text{с}^2}{10\ \text{м/с}^2} = 20\ \text{м}.$$

Ответ: $h = 20$ м.

№ 227.

Дано:
$h = AO = 20$ м, $v_0 = 6$ м/с
$x = x(t)$ — ?, $y = y(t)$ — ?
$y = y(x)$ — ?, t — ?, l — ?

Решение:
Из рисунка мы видим, что тело брошено горизонтально со скростью v_0, отсюда:



$x = v_0 t$ — тело движется в горизонтальном направлении равномерно и прямолинейно со скоростью v_0;

$y = h - gt^2/2$ — в вертикальном направлении тело равноускоренно падает с высоты h.

Подставим значения и получим:

$$\begin{cases} x = 10t \\ y = 20 - 5t^2 \end{cases}.$$

Из первого уравнения системы $t = x/10 \Rightarrow$

$$y = 20 - 5\frac{x^2}{100} = 20 - 0{,}05x^2.$$

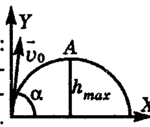
Решая уравнения системы, определим время и дальность полета.

Время полета:	Дальность полета:
$y = 20 - 5t^2 = 0$	$x = 10t = l$
$5t^2 = 20$	$l = 10$ м/с $\cdot$ 2 с
$t^2 = 4$	$l = 20$ м
$t = 2$ с	

Ответ: $x = 10t$, $y = 20 - 5t^2$, $y = 20 - 0{,}05x^2$, $t = 2$ с, $l = 20$ м.

№ 228.

Дано:	Решение:
$t = 12$ с α	Проекция скорости на ось Y изменяется по закону: $v_y = v_{0y} - g_y t$. В верхней точке траектории проекция скорости $v_y = 0$, а время подъема снаряда равно половине времени движения, т. е. $t_1 = t/2 = 6$ с.
h_{max} — ?	



Подставляя значения, получим: $v_{0y} = gt_1$.

Так как вертикальное движение тела до точки A, т. е. до полной остановки, является равнозамедленным, определяем высоту h_{max}:

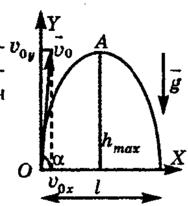
$$h_{max} = v_{0y}t_1 - \frac{gt_1^2}{2} \Rightarrow h_{max} = gt_1t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = \frac{gt_1^2}{2}.$$

$$h_{max} = \frac{10\text{ м/с}^2 \cdot 36\text{ с}^2}{2} = 180\text{ м}.$$

Ответ: $h_{max} = 180$ м.

№ 229.

Дано:	Решение:
$v_0 = 20$ м/с $g = 10$ м/с^2 $\alpha = 50°$	Движение мяча по оси OX является равномерным, а по оси OY равноускоренным движением, следовательно эти движения описываются уравнениями: $\begin{cases} x = v_{0x}t \\ y = v_{0y}t - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases}$;
h_{max} — ? t — ? l — ?	



Проекции начальной скорости v_{0x} и v_{0y} находятся

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha,$$
$$v_{0y} = v_0 \sin\alpha.$$

Подставляем в уравнения движения:

$$\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha \cdot t \\ y = v_0 \sin\alpha \cdot t - gt^2/2 \end{cases}.$$

Т. к. в момент падения мяча $y = 0$, уравнение $y(t)$ можно использовать для определения времени полета t:

$$v_0 \sin\ \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = 0 \Rightarrow t = \frac{2v_0 \sin\ \alpha}{g}. (1)$$

Подставив значение t в уравнение $x(t)$, получим формулу для определения дальности полета мяча:

$$l = x = \frac{2v_0 \sin\ \alpha \cdot \cos\ \alpha}{g}. (2)$$

Время полета мяча до точки A — высшей точке траектори равно половине времени полета, т. е.

$$t_1 = \frac{t}{2} = \frac{2v_0 \sin\ \alpha}{2g} = \frac{v_0 \sin\ \alpha}{g}. (3)$$

Подставим (3) в уравнение $y(t)$ и найдем максимальную высоту подъема:

$$y = h_{max} = v_0 \sin\ \alpha \cdot \frac{v_0 \sin\ \alpha}{g} - \frac{g\left(\frac{v_0 \sin\ \alpha}{g}\right)^2}{2} = \frac{v_0^2 \sin^2\ \alpha}{g} - \frac{v_0^2 \sin^2\ \alpha}{2g} =$$

$$= \frac{v_0^2 \sin^2\ \alpha}{2g}. (4)$$

Мы получили формулы для определения времени (1) и дальности полета (2), и максимального подъема мяча (4).

Вычисления:

$$t = \frac{2v_0\ \sin\ \alpha}{g} = \frac{2 \cdot 20\ м/с \cdot \sin\ 50^\circ}{10\ м/с^2} \approx 3{,}1\ с;$$

$$l = \frac{2 \cdot (20\ м/с)^2 \cdot \sin\ 50^\circ \cdot \cos\ 50^\circ}{10\ м/с^2} = 40\ м;$$

$$h_{max} = \frac{(20\ м/с)^2 \cdot \sin^2\ 50^\circ}{2 \cdot 10\ м/с^2} = 12\ м.$$

Ответ: $h_{max} = 12$ м, $t = 3{,}1$ с, $l = 40$ м.

№ 230.

Дано:	Решение:
$v_0 = 40$ м/с $\alpha = 60^\circ$	Для решения задачи воспользуемся соотношениями для дальности полета l и максимальной высоты подъема h_{max}, полученными при
h_{max} — ? l — ?	решении задачи № 229:

$$h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\ \alpha}{2g}\ \text{и}\ l = \frac{2v_0^2 \cos\ \alpha \cdot \sin\ \alpha}{g}.$$

$$h_{max} = \frac{(40\ м/с)^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2 \cdot 10\ м/с^2} = 60\ м, \quad l = \frac{2(40\ м/с)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}}{10\ м/с^2} \approx 140\ м.$$

Ответ: $h_{max} = 60$ м, $l = 140$ м.

№ 231.

Дано:	Решение:
h	Воспользуемся соотношениями, полученными при решении задачи № 229:
$\alpha = 45°$	
$g = 10$ м/с^2	
l — ?	

$$h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \text{ и } l = \frac{2v_0^2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha}{g}.$$

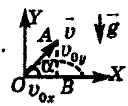
Поделим эти соотношения и получим:

$$\frac{l}{h_{max}} = \frac{\dfrac{2v_0^2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha}{g}}{\dfrac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}} = \frac{4 \cos \alpha}{\sin \alpha} = 4\text{tg}\,\alpha = 4\text{tg}\,45° = 4 \Rightarrow l = 4h.$$

Ответ: $l = 4h$.

№ 232(н).

Дано:	Решение:
$v_0 = 140$ м/с	Координатные оси X и Y показаны на рисунке.
$\alpha = 30°$	Из треугольника OAB имеем:
v_{0x} — ?	
v_0 — ?	
$t_{дв}$ — ?	
l — ?	



$$\sin \alpha = \frac{v_{0y}}{v_0} \text{ и } \cos \alpha = \frac{v_{0x}}{v_0}.$$

Отсюда

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha = 140 \text{ м/с} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 121 \text{ м/с},$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha = 140 \text{ м/с} \cdot \frac{1}{2} = 70 \text{ м/с}.$$

Зависимость координаты y от времени имеет вид:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2} = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}.$$

В момент падения $y = 0$, поэтому

$$t\left(v_0 \sin \alpha - \frac{gt}{2}\right) = 0.$$

Откуда $t = 0$ (начало полета) и $t = \dfrac{2v_0 \sin \alpha}{g}$.

Это и есть время, через которое ядро упадет на землю. Подстановка числовых значений дает $t_{дв} = 14$ с.

Для определения дальности полета воспользуемся зависимостью координаты x от времени:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{g_x t^2}{g} = v_0 \cos \alpha \cdot t.$$

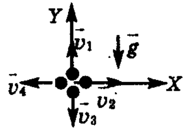
Подстановка $t = t_{дв}$ дает искомую дальность полета ядра:

$$l = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{(140 \text{ м/с})^2 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2}}{10 \text{ м/с}^2} = 1{,}7 \text{ км}.$$

Ответ: $v_{0x} = 121$ м/с, $v_0 = 70$ м/с, $t_{дв} = 14$ с, $l = 1{,}7$ км.

№ 233*.

Дано:	Решение:
$v_1 = v_2 = v_3 = v_4 = v_0$	Направим оси координат так, как указано на рисунке, и напишем уравнения движения тел по осям X и Y.
$x = x(t)$ — ?	
$y = y(t)$ — ?	



$$1)\, x = 0;\ y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}; \qquad 2)\, x = v_0 t;\ y = -\frac{gt^2}{2};$$

$$3)\, x = 0;\ y = -v_0 t - \frac{gt^2}{2}; \qquad 4)\, x = -v_0 t;\ y = -\frac{gt^2}{2};$$

Рассмотрим пары тел 1—3 и 2—4. Для 1—3 расстояние между телами через время t

$$v_0 t - \frac{gt^2}{2} - \left(-v_0 t - \frac{gt^2}{2}\right) = 2v_0 t.$$

Расстояние между телами 2—4 через время t

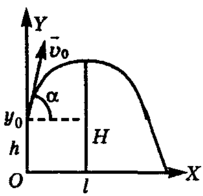
$$v_0 t - (-v_0 t) = 2v_0 t.$$

Как видим, расстояния между телами 1—3 и 2—4 со временем изменяются по закону $2v_0 t$. При этом все тела движутся вертикально вниз с ускорением g.

Ответ: тела во время полета будут располагаться по вершинам квадрата, длины диагоналей которого увеличиваются со временем по закону $2v_0 t$, а центр движется вертикально вниз с ускорением свободного падения.

№ 234*.

Дано:	Решение:
$h = 20$ м	Уравнения движения тела имеют вид:
$v_0 = 10$ м/с	
$g = 10$ м/с^2	
$\alpha = 30°$	
1) $t_1 = 2$ с	
2) $y_1 = 0$	
$x = x(t)$ — ?	
$y = y(t)$ — ?	
$y = y(x)$ — ?	
1) x_1 — ? y_1 — ?	
2) t_2 — ?	
3) l — ?	



$$\begin{cases} x = v_{0x} t \\ y = y_0 + v_{0y} t - \dfrac{g_y t^2}{2} \end{cases}.$$

Так как $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$, $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$, $y_0 = h$, а $g_y = g$, то получим:

$$\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha \cdot t \\ y = h + v_0 \sin\alpha \cdot t - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases}.$$

Подставим значения:

$$\begin{cases} x = 10\cos 30° \cdot t \\ y = 20 + 10\sin 30° \cdot t - \dfrac{10t^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8{,}7t \\ y = 20 + 5t - 5t^2 \end{cases}. (1)$$

Для нахождения зависимости $y = y(x)$ выразим из первого уравнения t через x и подставим во второе:

$$\begin{cases} t = x/8{,}7 \\ y = 20 + 5x/8{,}7 - 5 \cdot (x/8{,}7)^2 \end{cases} \Rightarrow y = 20 + 0{,}58x + 0{,}065x^2. (2)$$

Для нахождения координат мяча через 2 с подставим значение $t_1 = 2$ с в систему (1):

$$1)\begin{cases} x = 8{,}7\text{ м/с}\cdot 2\text{ с} = 17{,}4\text{ м} \\ y = 20\text{ м} + 5\text{ м/с}\cdot 2\text{ с} - 5\text{ м/с}\cdot(2\text{ с})^2 = 10\text{ м} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 17{,}4\text{ м} \\ y_1 = 10\text{ м} \end{cases}.$$

2) Для определения времени падения подставим в уравнение $y(t)$ из системы (1) значение $y_2 = 0$:

$$20 + 5t_2 - 5t_2^2 = 0$$

$$t_2^2 - t_2 - 4 = 0$$

$$t_2 = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 4}$$

$$t_2 = 0{,}5 \pm 2{,}1$$

$$t_2 = 2{,}6$$

(второй корень не подходит).

3) Для нахождения дальности полета подставим значение t_2 в уравнение $x(t)$ из системы (1): $x = l = 8{,}7 \cdot 2{,}6 = 22{,}62$ м.

Ответ: $x = 8{,}7t$, $y = 20 + 5t - 5t^2$; $y = 20 + 0{,}58x - 0{,}065x^2$;
1) $x_1 = 17{,}4$ м, $y_1 = 10$ м; 2) $t_2 = 2{,}6$ с, 3) $l = 22$ м.

№ 235*.

Направив ось X вправо, а Y — вверх, запишем уравнения движения шарика:

$$\begin{cases} x = v_{0x}t \\ y = v_{0y}t - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases}; \qquad v_y = v_{0y} - gt.$$

1) В верхней точке траектории $v_y = 0$, следовательно

$$v_{0y} - gt = 0 \Rightarrow t = \frac{v_{0y}}{g} \Rightarrow y = v_{0y}\frac{v_{0y}}{g} - \frac{g}{2}\left(\frac{v_{0y}}{g}\right)^2 = h \Rightarrow h = \frac{v_{0y}^2}{g} \Rightarrow v_{0y} = \sqrt{2gh} =$$

$$= \sqrt{2\cdot 10\text{ м/с}^2\cdot 0{,}6\text{ м}} = 3{,}43\text{ м/с}.$$

2) Для определения времени полета решаем уравнение

$$y = v_{0y} - \frac{gt^2}{2} = 0 \Rightarrow t_{\text{п}} = \frac{2v_{0y}}{g} = \frac{2\cdot 3{,}43\text{ м/с}}{10\text{ м/с}^2} \approx 0{,}7\text{ с}.$$

3) Для определения v_{0x} подставляем время полета в формулу дальности полета:

$$x = v_{0x}t_{\text{п}} = l \Rightarrow v_{0x} = \frac{l}{t_{\text{п}}} = \frac{1{,}15\text{ м/с}}{0{,}7\text{ с}} \approx 1{,}64\text{ м/с}.$$

4) Зная проекции v_{0x} и v_{0y}, находим модуль начальной скорости:

$$v_0 = \sqrt{v_{0y}^2 + v_{0x}^2} = \sqrt{(1{,}64\text{ м/с})^2 + (3{,}43\text{ м/с})^2} \approx 3{,}8\text{ м/с}.$$

5) Зная время полета и количество вспышек, определяем интервал между вспышками:

$$\tau = \frac{t_{\text{п}}}{10} = \frac{0{,}7\text{ с}}{10} \approx 0{,}07\text{ с}.$$

Ответ: $t_{\text{п}} = 0{,}7$ с, $\tau = 0{,}07$ с, $v_0 = 3{,}8$ м/с.

№ 236.

Дано:	Решение:
$\alpha_1 = 30°$, $\alpha_2 = 60°$	Воспользуемся соотношениями для дальности полета l и
$v_{01} = v_{02}$	h_{max}, полученными при решении задачи № 229:
l_1/l_2 — ?	$h_{max1} = \dfrac{v_{01}^2 \sin^2 \alpha_1}{2g}$ (1), $h_{max2} = \dfrac{v_{02}^2 \sin^2 \alpha_2}{2g}$ (2),
h_{max1}/h_{max2} — ?	

$$l_1 = \frac{2v_{01}^2 \cos \alpha_1 \cdot \sin \alpha_1}{g} = \frac{v_{01}^2 \sin 2\alpha_1}{g} \;(3),\quad l_2 = \frac{2v_{02}^2 \cos \alpha_2 \cdot \sin \alpha_2}{g} = \frac{v_{02}^2 \sin 2\alpha_2}{g} \;(4).$$

Разделив (1) на (2), получим (с учетом $v_{01} = v_{02}$):

$$\frac{h_{max1}}{h_{max2}} = \left(\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}\right)^2 = \left(\frac{1/2}{\sqrt{3}/2}\right)^2 = \frac{1}{3}.$$

Разделим (3) на (4):

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{\sin 2\alpha_1}{\sin 2\alpha_2} = \frac{\sin 60°}{\sin 120°} = 1.$$

Ответ: $h_{max1}/h_{max2} = 1/3$, $l_1/l_2 = 1$.

№ 237.

Дано:	Решение:
$r = 3{,}844 \cdot 10^8$ м	Для определения скорости Луны воспользуемся
$M = 5{,}976 \cdot 10^{24}$ кг	вторым законом Ньютона: $F = ma_ц$, где сила гра-
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^2/кг^2	витаций $F = G\dfrac{Mm}{r^2}$,
v — ?	

а центростремительное ускорение Луны $a_ц = v^2/r$. Тогда

$$G\frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{G\frac{M}{r}} = \sqrt{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot \frac{5{,}976 \cdot 10^{24}\ \text{кг}}{3{,}844 \cdot 10^8\ \text{м}}} \approx 10^3\ \text{м/с} = 1\ \text{км/с}.$$

Ответ: $v = 1$ км/с.

№ 238.

Дано:	Решение:
$h = 600$ км $= 6 \cdot 10^5$ м	Для определения орбитальной скорости спутника
$r_3 = 6{,}371 \cdot 10^6$ м	можно воспользоваться формулой из предыдущей
$M = 5{,}976 \cdot 10^{24}$ кг	задачи с учетом, что радиус орбиты $r = r_3 + h$:
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^2/кг^2	$v = \sqrt{GM/(r_3 + h)}$.
v — ?, T — ?	

$$v = \sqrt{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot \frac{5{,}976 \cdot 10^{24}\ \text{кг}}{6{,}371 \cdot 10^6\ \text{м} + 0{,}6 \cdot 10^6\ \text{м}}} \approx 7{,}57\ \text{км/с}.$$

Период обращения T можно найти из формулы:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi(r+h)}{v} = \frac{2 \cdot 3{,}14\left(6{,}371 \cdot 10^6\ \text{м} + 0{,}6 \cdot 10^6\ \text{м}\right)}{7{,}57 \cdot 10^3\ \text{м/с}} \approx 5783\ \text{с} \approx$$

$\approx 96{,}5$ мин.

Ответ: $v = 7{,}57$ км/с, $T = 96{,}5$ мин.

№ 239.

Дано:	Решение:
$r = 9400$ км $= 9{,}4 \cdot 10^6$ м $T = 7$ ч 40 мин $= 27\,600$ с $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^2/кг^2	Из формулы орбитальной скорости (см. № 237) $v = \sqrt{G\frac{M}{r}} \Rightarrow M = \frac{v^2 r}{G}$. (1)
$M_м$ — ?	Скорость находим из формулы: $v = 2\pi r/T$. (2)

Подставим (2) в (1), получим:

$$M = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 \cdot \frac{r}{G} = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2 G} = \frac{4 \cdot (3{,}14)^2 \cdot (9{,}4 \cdot 10^6\ \text{м})^3}{(27{,}6 \cdot 10^3\ \text{с})^2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}} \approx 6{,}45 \cdot 10^{23}\ \text{кг}.$$

Ответ: $M = 6{,}45 \cdot 10^{23}$ кг.

№ 240.

Дано:	Решение:
$h_1 = 21\,600$ км $= 21{,}6 \cdot 10^6$ м $h_2 = 600$ км $= 0{,}6 \cdot 10^6$ м $r = 6400$ км $= 6{,}4 \cdot 10^6$ м	Из формулы орбитальной скорости:
v_1/v_2 — ?	

$$\begin{cases} v_1 = \sqrt{G\dfrac{M}{r+h_1}} \\ v_2 = \sqrt{G\dfrac{M}{r+h_2}} \end{cases}.$$

Разделим первое уравнение на второе:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{G\dfrac{M}{r+h_1}}}{\sqrt{G\dfrac{M}{r+h_2}}} = \sqrt{\frac{r+h_2}{r+h_1}} = \sqrt{\frac{6{,}4 \cdot 10^6\ \text{м} + 0{,}6 \cdot 10^6\ \text{м}}{6{,}4 \cdot 10^6\ \text{м} + 21{,}6 \cdot 10^6\ \text{м}}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}.$$

Ответ: скорость спутника на высоте 21 600 км в 2 раза меньше.

№ 241.

Дано:	Решение:
$r_з = r_в = r$ $M_в = 0{,}815\,M_з$	Из формулы орбитальной скорости:
$v_з/v_в$ — ?	

$$\begin{cases} v_з = \sqrt{G\dfrac{M_з}{r}} \\ v_в = \sqrt{G\dfrac{M_в}{r}} \end{cases}.$$

Разделим первое уравнение на второе:

$$\frac{v_з}{v_в} = \frac{\sqrt{G\dfrac{M_з}{r}}}{\sqrt{G\dfrac{M_в}{r}}} = \sqrt{\frac{M_з}{M_в}} = \sqrt{\frac{M_з}{0{,}815 M_з}} = \sqrt{\frac{1}{0{,}815}} \approx 1{,}11.$$

Ответ: скорость спутника Земли в 1,11 раз больше.

№ 242(н).

Дано:	Решение:
$r = 3{,}9 \cdot 10^5$ км $= 3{,}9 \cdot 10^8$ м	Воспользуемся законом Всемирного тяготения и вторым законом Ньютона:
$\upsilon = 1$ км/с $= 10^3$ м/с	$$\frac{M_л \upsilon^2}{r} = G\frac{M_л M_з}{r^2},$$
$M_з$ — ?	

откуда масса Земли:

$$M_з = \frac{r\upsilon^2}{G} = \frac{\left(10^3\ \text{м/с}\right)^2 \cdot 3{,}9 \cdot 10^8\ \text{м}}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}} \approx 5{,}85 \cdot 10^{24}\ \text{кг}.$$

Ответ: $M_з = 5{,}85 \cdot 10^{24}$ кг.

№ 243.

Дано:	Решение:
$T_1 = 88$ мин $= 5280$ с	По второму закону Ньютона
$T_2 = 91$ мин $= 5460$ с	$$\frac{m\upsilon^2}{r} = G\frac{Mm}{r^2} \Rightarrow \upsilon^2 = G\frac{M}{r}.$$
r_2/r_1 — ?, υ_1/υ_2 — ?	

Скорость находим из формулы: $\upsilon = 2\pi r/T$. (1)

Отсюда получим:

$$G\frac{\text{M}}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 \Rightarrow G\frac{\text{M}}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow r^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}. \quad (2)$$

Из формулы (2) получим систему уравнений:

$$\begin{cases} r_1 = \sqrt[3]{\dfrac{GMT_1^2}{4\pi^2}} \\ r_2 = \sqrt[3]{\dfrac{GMT_2^2}{4\pi^2}} \end{cases} \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \frac{\sqrt[3]{\dfrac{GMT_2^2}{4\pi^2}}}{\sqrt[3]{\dfrac{GMT_1^2}{4\pi^2}}} = \sqrt[3]{\frac{T_2^2}{T_1^2}} = \sqrt[3]{\left(\frac{5460}{5280}\right)^2} = \sqrt[3]{1{,}06} = 1{,}01.$$

Из полученного результата делаем вывод, что расстояние увеличилось.

Найдем отношение скоростей из формулы (1):

$$\begin{cases} \upsilon_1 = 2\pi r_1/T_1 \\ \upsilon_2 = 2\pi r_2/T_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \frac{2\pi r_2/T_2}{2\pi r_1/T_1} = \frac{r_2 T_1}{r_1 T_2} = 1{,}01 \cdot \frac{5280\ \text{с}}{5460\ \text{с}} = 0{,}98.$$

Скорость уменьшилась.

Ответ: расстояние увеличилось, скорость уменьшилась.

13. Трение покоя. Коэффициент трения. Сила трения скольжения. Сила сопротивления среды

№ 244.

На предмет, лежащий на столе, действуют сила трения $\vec{F}_{тр}$, сила притяжения со стороны магнита $\vec{F}_м$, а также сила тяжести и сила реакции опоры. Сила притяжения со стороны магнита растет по мере приближения магнита к предмету и, когда она достигает максимального значения, большего, чем максимальная сила трения покоя $F_{тр} = \mu N = \mu mg$, предмет приходит в движение.

№ 245.

На контейнер в горизонтальном направлении действует только сила трения. Т. к. контейнер покоится относительно автомобиля, то по второму закону Ньютона

$$\vec{F}_{тр} = m\vec{a}, (1)$$

где m — масса контейнера, a — ускорение автомобиля.

Рассмотрим указанные случаи:

а) $F_{тр} = 0$, т. к. $a = 0$;

б) $F_{тр}$ направлена согласно (1) вперед по движению автомобиля;

в) $F_{тр} = 0$, т. к. $a = 0$;

г) $F_{тр}$ направлена к центру окружности, по которой движется автомобиль;

д) $F_{тр}$ направлена против направления движения автомобиля, так же как и его ускорение.

№ 246.

На яблоко и коробку конфет в горизонтальном направлении действует только сила трения. Поскольку предметы движутся вместе с вагоном,

$$\vec{F}_{тр} = ma,\ F_{тр} = \mu|N|,\ \text{т. е. } \mu|N| = |ma|.$$

Для яблока: $ma_1 = kN$, $a_1 = kN/m < a$. Таким образом ускорение яблока меньше ускорения вагона, возникает относительное движение тела и вагона. Яблоко движется. Следовательно, kN/m для яблока меньше, чем аналогичная величина для коробки.

№ 247.

Дано:	Решение:
$\mu = 0{,}3$	Для автомобиля по второму закону Ньютона $F_{тр} = ma$. Макси-
$g = 10$ м/с^2	мальная сила трения покоя, которая равна силе трения скольже-
a — ?	ния $F_{тр} = \mu N$.

$\mu N = ma$, т. к. $N = mg \Rightarrow \mu mg = ma \Rightarrow a = \mu g = a = 0{,}3 \cdot 10$ м/с$^2 = 3$ м/с^2.

Ответ: $a = 3$ м/с^2.

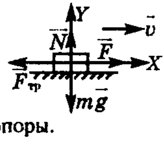
№ 248.

Дано:	Решение:
$m_э = 180$ т	В проекции на направление движения $ma = F_{тр} - F_c$ (1). Для дви-
$\mu_1 = 0{,}2$	жения состава необходимо выполнение условия $F_{тр} \geq F_c$ (2). Т. к.
$\mu_2 = 0{,}006$	$F_{тр} \leq \mu_1 N_1 = \mu_1 m_э g$, $F_c = \mu_2 N_2 = \mu_2 m_c g$, то подставив в уравнение (2),
m_c — ?	получим: $\mu_1 m_э g \geq \mu_2 m_c g \Rightarrow$ максимальная масса состава

$$m_c = \frac{\mu_1}{\mu_2} m_э = \frac{0{,}2}{0{,}006} \cdot 180 \text{ т} = 6000 \text{ т}.$$

Ответ: $m_c = 6000$ т.

№ 249.



Дано:	Решение:
$m = 0{,}2$ кг	На тело действуют силы:
$F = 0{,}6$ Н	— в горизонтальном направлении: сила, при-
μ — ?	ложенная учеником, и сила трения;
	— вертикально: сила тяжести и сила реакции опоры.

Т. к. движение тела равномерное:

$$\vec{F} + \vec{F}_{тр} + \vec{N} + m\vec{g} = 0 \quad (1).$$

Направим ось X вправо, а Y вверх, и запишем уравнение (1) в проекциях на оси X и Y:

$$\begin{cases} F - F_{тр} = 0 \\ N - mg = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = F_{тр} \\ N = mg \end{cases}$$

$$F_{тр} = \mu N = \mu mg = F \Rightarrow \mu = \frac{F}{mg} = \frac{0,6\ Н}{0,2\ кг \cdot 10\ м/с^2} = 0,3.$$

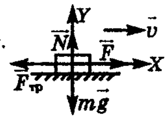
Ответ: $\mu = 0,3$.

№ 250.

Дано:
$g = 10$ м/с^2
$F = 0,5$ кН $= 0,5 \cdot 10^3$ Н
$\mu = 0,1$

m — ?

Решение:



Движение груза на упряжке равномерное. По условию: $\sum \vec{F} = 0$

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{тр} = 0 \quad (1).$$

Направим оси X и Y, как показано на рисунке.

Запишем уравнение (1) в проекциях на эти оси:

$$\begin{cases} F - F_{тр} = 0 \\ N - mg = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = F_{тр} \\ N = mg \end{cases}$$

$$F_{тр} = \mu N = \mu mg = F \Rightarrow m = \frac{F}{\mu g} = \frac{0,5 \cdot 10^3\ Н}{0,1 \cdot 10\ м/с^2} = 500\ кг.$$

Ответ: $m = 500$ кг.

№ 251.

Дано:
$m = 23$ т $= 23 \cdot 10^3$ кг
$F = 2,3$ кН $= 2,3 \cdot 10^3$ Н

μ — ?

Решение:

Задача решается аналогично задачам № 249 и № 250:

$$\mu = \frac{F}{mg} = \frac{2,3 \cdot 10^3\ Н}{23 \cdot 10^3\ кг \cdot 10\ м/с^2} = 0,01.$$

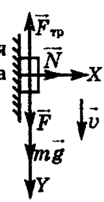
Ответ: $\mu = 0,01$.

№ 252.

Дано:
$m = 50$ г $= 50 \cdot 10^{-3}$ кг
1) $g = 10$ м/с^2
$F = 1,5$ Н
$\mu = 0,2$

1) N — ?, 2) F — ?

Решение:



Рассмотрим случай, когда магнит движется вниз. Тогда направление сил указано на рисунке. $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{тр} = 0$,

$$Y:\ mg + F - F_{тр} = 0,$$

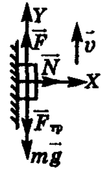
$$\Rightarrow F_{тр} = mg + F.$$

По определению:

$$F_{тр} = \mu N \Rightarrow \mu N = mg + F \Rightarrow N = \frac{mg + F}{\mu}.$$

$$N = \frac{50 \cdot 10^{-3}\ кг \cdot 10\ м/с^2 + 1,5\ Н}{0,2} = 10\ Н.$$

2) Во втором случае, т. е. когда магнит движется вверх, сила трения направлена вниз (см. рис.).



$$\vec{F} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр} + \vec{N} = 0,$$

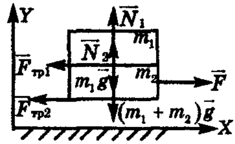
$$Y: F - mg - F_{тр} = 0,$$

$$F_{тр} = \mu N \Rightarrow F = mg + \mu N.$$

$$F = 50 \cdot 10^{-3}\ кг \cdot 10\ м/с^2 + 0,2 \cdot 10\ Н = 2,5\ Н.$$

Ответ: $N = 10$ Н, $F = 2,5$ Н.

№ 253.



Дано:	Решение:
$m = m_1 = m_2 = 1$ кг	На нижний брусок действуют
$\mu = 0,2$	силы:
$g = 10$ м/с^2	$F_{тр1}$ — на верхнюю грань,
F — ?	$F_{тр2}$ — на нижнюю грань.

Уравнение первого закона Ньютона для сил, действующих на нижний брусок, имеет вид:

$$(m_1 + m_2)\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{тр1} + \vec{F}_{тр2} + \vec{F} = 0.$$

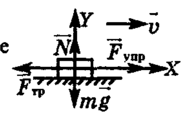
В проекциях на оси это уравнение имеет вид:

$$\begin{cases} F - F_{тр1} - F_{тр2} = 0 \\ F_{тр1} = \mu N_1 = \mu m_1 g \\ F_{тр2} = \mu N_2 = \mu (m_1 + m_2) g \end{cases} \Rightarrow F = \mu m_1 g + \mu (m_1 + m_2) g.$$

Т. к. $m_1 = m_2 = m \Rightarrow F = 3mg\mu = 3 \cdot 1\ кг \cdot 10\ м/с_2 \cdot 0,3 = 9\ Н.$

Ответ: $F = 9$ Н.

№ 254.



Дано:	Решение:
$m = 2$ кг	Запишем уравнение движения тела, а также
$k = 100$ Н/м	запишем его в проекциях на оси X и Y:
$\mu = 0,1$	$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{упр} + \vec{F}_{тр} = 0,$
Δl — ?	

$$\begin{cases} F_{упр} - F_{тр} = 0 \\ N - mg = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{тр} = F_{упр} \\ F_{тр} = \mu N = \mu mg \Rightarrow k|\Delta l| = \mu mg \Rightarrow |\Delta l| = \dfrac{\mu mg}{k}. \\ F_{упр} = k|\Delta l| \end{cases}$$

$$|\Delta l| = \frac{0,3 \cdot 2\ кг \cdot 10\ м/с^2}{100\ Н/м} = 0,06\ м.$$

Ответ: $\Delta l = 0,06$ м.

№ 255.

Эксперимент показывает, что раньше упадет коробок, брошенный ребром вниз, т. к. сила сопротивления воздуха, действующая на коробок, зависит от лобового сечения, а оно меньше у этого коробка (силы тяжести, действующие на оба коробка, одинаковы). Т. е. сила сопротивления, действующая на этот коробок, меньше, его ускорение больше и он упадет раньше.

№ 256.

На оба кружка действует одинаковая сила лобового сопротивления, но она гораздо меньше силы тяжести монеты и сравнима с силой тяжести кружка, поэтому бумажный кружок падает медленнее монеты. Если же кружок лежит на монете и падает вместе с ней, то на него не действует сила сопротивления воздуха, и кружок падает вместе с монетой под действием силы тяжести.

№ 257.

Искусственный спутник Земли находится за пределами Земли, где нет атмосферы, нет атмосферы и на Луне, следовательно, нет силы сопротивления воздуха.

№ 258.

Сила сопротивления воды зависит от площади лобового сечения, а оно меньше при вертикальном положении пловца.

№ 259.

Когда бежишь по дну, сила сопротивления воды больше, так как больше площадь лобового сечения, а когда плывешь, то сила лобового сечения меньше и меньше сила сопротивления.

№ 260.

Дано:	Решение:
$\upsilon_1 = 72$ км/ч $= 20$ м/с	Т. к. сила сопротивления воздуха прямо пропорциональна квадрату относительной скорости, то можно записать
$\upsilon_2 = 15$ м/с	
F_{c1}/F_{c2} — ?	

$$\frac{F_{c1}}{F_{c2}} = \left(\frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{\upsilon_1 - \upsilon_2}\right)^2,$$

где $(\upsilon_1 + \upsilon_2)$ — скорость воздуха относительно автомобиля при встречном ветре, $(\upsilon_1 - \upsilon_2)$ — скорость воздуха относительно автомобиля при попутном ветре.

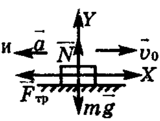
$$\frac{F_{c1}}{F_{c2}} = \left(\frac{20\text{ м/с} + 15\text{ м/с}}{20\text{ м/с} - 15\text{ м/с}}\right)^2 = 49.$$

Ответ: сила сопротивления воздуха увеличилась в 49 раз.

14. Движения под действием силы трения

№ 261.

Дано:	Решение:
$m = 50$ кг	Составим уравнение второго закона Ньютона и запишем его в проекциях на оси координат:
$s = 20$ м	
$t = 10$ с	
$\upsilon = 0$	
$F_{тр}$ — ?	
μ — ?	



$$\sum \vec{F} = m\vec{a}, \quad m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a},$$

$$\begin{cases} -F_{тр} = -ma \\ N - mg = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{тр} = ma \ (1) \\ N = mg \\ F_{тр} = \mu mg \end{cases} \Rightarrow \mu mg = ma \Rightarrow \mu = \frac{a}{g}. \ (2)$$

Ускорение найдем из кинематических формул:

$$\begin{cases} s = \upsilon_0 t - at^2/2 \\ \upsilon_0 = at \end{cases} \Rightarrow s = at^2 - \frac{at^2}{2} = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2s}{t^2}.$$

Подставим выражение для a в уравнения (1) и (2):

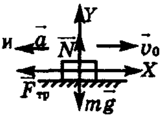
$$F_{тр} = \frac{2sm}{t^2} = \frac{2 \cdot 20\ м \cdot 50\ кг}{(10\ с)^2} = 20\ Н. \qquad \mu = \frac{2s}{gt^2} = \frac{2 \cdot 20\ м}{10\ м/с^2 \cdot (10\ с)^2} = 0,04.$$

Ответ: $F_{тр} = 20$ Н, $\mu = 0,04$.

№ 262.

Дано:
$\mu = 0,4$
$v_0 = 12$ м/с
$v = 0$
t — ?

Решение:
Составим уравнение второго закона Ньютона и запишем его в проекциях на оси координат:



$$\sum \vec{F} = m\vec{a}, \quad m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a},$$

$$\begin{cases} -F_{тр} = -ma \\ N - mg = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{тр} = ma \\ N = mg \\ F_{тр} = \mu mg \end{cases} \Rightarrow \mu mg = ma \Rightarrow a = \mu g.$$

Время определяется из уравнения:

$$v = v_0 - at \Rightarrow v_0 = at \Rightarrow t = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{\mu g} = \frac{12\ м/с}{0,4 \cdot 10\ м/с^2} = 3\ с.$$

Ответ: $t = 3$ с.

№ 263.

Дано:
$\mu = 0,6$
$s = 12$ м
$v = 0$
$v_1 = 30$ км/ч
v_0 — ?

Решение:
Для нахождения скорости движения воспользуемся формулой

$$s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2as} \ (1).$$

Для нахождения ускорения воспользуемся формулой, выведенной в задачах № 262 и № 261: $a = \mu g$ (2).

Подставим (2) в (1), получим:

$$v_0 = \sqrt{2\mu g s} = \sqrt{2 \cdot 0,6 \cdot 10\ м/с^2 \cdot 12\ м} = 12\ м/с \approx 43,2\ км/ч.$$

Ответ: да, нарушил.

№ 264.

Дано:
$\mu = 0,3$
$g = 10$ м/с^2
a — ?

Решение:
Причиной движения стакана является его сила трения о лист бумаги. Максимальная сила трения покоя определяется по формуле:
$F_{тр} = \mu mg = ma \Rightarrow$ максимальное ускорение стакана

$$a = \mu g = 0,3 \cdot 10\ м/с^2 = 3\ м/с^2.$$

Если лист движется с большим ускорением, то стакан соскальзывает с листа. Формула ускорения показывает, что ускорение a не зависит от массы стакана.

Ответ: $a = 3$ м/с^2.

№ 265.

Дано:
$a_1 = 1,6$ м/с^2
$a_2 = 2$ м/с^2
μ_1 — ?, μ_2 — ?

Решение:
Задача решается аналогично предыдущей. Т. е. для определения коэффициента трения воспользуемся формулой:

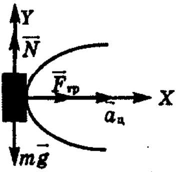
$$a = \mu g \Rightarrow \mu = a/g.$$

$$\mu_1 = \frac{a_1}{g} = \frac{1,6\ м/с^2}{10\ м/с^2} = 0,16. \quad \mu_2 = \frac{a_2}{g} = \frac{2\ м/с^2}{10\ м/с^2} = 0,2.$$

Из условия задачи следует, что: $0,16 < \mu < 0,2$.

Ответ: $0,16 < \mu < 0,2$.

№ 266.



Когда автомобиль заходит на поворот, он приобретает центростремительное ускорение. В проекциях на оси координат получим:

$$\begin{cases} F_{тр} = ma_ц \\ N = mg \end{cases} \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = \mu mg \Rightarrow v \le \sqrt{\mu g r}.$$

Автомобиль может проехать поворот радиусом r и коэффициентом трения μ со скоростью $v \le \sqrt{\mu g r}$. (1)

Т. е. при заходе на поворот автомобиль должен снизить скорость. При листопаде, гололеде, в сырую погоду коэффициент трения колес о дорогу уменьшается, водитель должен быть очень внимательным, чтобы не нарушить условия (1).

№ 267.

Дано:	Решение:
$\mu = 0,6$ $\mu_1 = 0,1$ $r = 16$ м $g = 10\ м/с^2$	Ситуация аналогична задаче № 266:
v — ? v/v_1 — ?	

$$\frac{mv^2}{r} = \mu mg \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{\mu g r} = \sqrt{0,4 \cdot 10\ м/с^2 \cdot 16\ м} = 8\ м/с.$$

$$v_1 = \sqrt{\mu_1 g r} = \sqrt{0,1 \cdot 10\ м/с^2 \cdot 16\ м} = 4\ м/с.$$

$$\frac{v}{v_1} = \frac{8\ м/с}{4\ м/с} = 2.$$

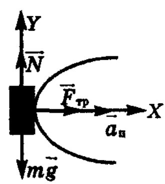
Ответ: $v = 8$ м/с, скорость уменьшится в два раза.

№ 268.

Дано:	Решение:
$\mu = 0,25$ $v = 36$ км/ч $= 10$ м/с $g = 10\ м/с^2$	$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{упр}$. В проекциях на оси координат:
r — ?	

$$\begin{cases} F_{тр} = ma_ц \\ N = mg \end{cases} \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = \mu mg \Rightarrow$$

$$r = \frac{v^2}{\mu g} = \frac{(10\ м/с)^2}{0,25 \cdot 10\ м/с^2} = 40\ м.$$



Ответ: $r = 40$ м.

№ 269.

Дано:	Решение:
$r = 7$ см $= 0,07$ м $n = 78$ об/мин	За основу при расчетах можно взять формулу (1) из задачи № 268:
μ — ?	

$$\mu g = \frac{v^2}{r},$$

а также использовать связь между линейной и угловой скоростями

$$v = 2\pi rn \Rightarrow \frac{(2\pi rn)^2}{r} = \mu g \Rightarrow \mu = \frac{4\pi^2 rn^2}{g} = \frac{4 \cdot (3{,}14)^2 \cdot 0{,}07\ \text{м} \cdot \left(\frac{78}{60\ \text{с}}\right)^2}{10\ \text{м/с}^2} \approx 0{,}48.$$

Ответ: $\mu = 0{,}48$.

15. Движение под действием нескольких сил

Движение в горизонтальном и вертикальном направлении

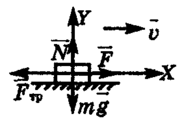
№ 270.

Дано:
$m = 400\ \text{г} = 0{,}4\ \text{кг}$
1) $v = \text{const}$
$F_1 = 1\ \text{Н}$
2) $F_2 = 2\ \text{Н}$

a — ?

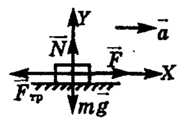
Решение:
Рассмотрим первый случай.

$$\sum \vec{F} = 0,$$
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_{тр} + m\vec{g} + \vec{N} = 0,$$
$$\Rightarrow F_1 = F_{тр} = \mu mg.$$



Теперь рассмотрим второй случай.

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} + \vec{F}_2,$$
$$\begin{cases} ma = F_2 - F_{тр} \\ N = mg \end{cases},$$
$$F_{тр} = \mu N = \mu mg, \quad ma = F_2 - \mu mg.$$



$$\begin{cases} F_2 = ma + \mu mg \\ F_1 = \mu mg \end{cases} \Rightarrow ma = F_2 - F_1 \Rightarrow a = \frac{F_2 - F_1}{m} = \frac{2\ \text{Н} - 1\ \text{Н}}{0{,}4\ \text{кг}} = 2{,}5\ \text{м/с}^2.$$

Ответ: $a = 2{,}5\ \text{м/с}^2$.

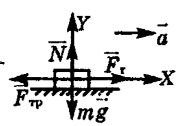
№ 271.

Дано:
$m = 15\ \text{т} = 15 \cdot 10^3\ \text{кг}$
$a = 0{,}7\ \text{м/с}^2$
$\mu = 0{,}03$
$g = 10\ \text{м/с}^2$

$F_т$ — ?

Решение:
Составим уравнение второго закона Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{F}_т + \vec{F}_{тр} + \vec{N} + m\vec{g}.$$



Запишем это уравнение в проекциях на оси координат, которые направлены, как показано на рисунке

$$\begin{cases} ma = F_т - F_{тр} \\ N - mg = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_т = ma + F_{тр} \\ F_{тр} = \mu N = \mu mg \end{cases} \Rightarrow F_т = ma + \mu mg \Rightarrow F_т = m(a + \mu g).$$

$$F_т = 15 \cdot 10^3\ \text{кг} \cdot \left(0{,}7\ \text{м/с}^2 + 0{,}03 \cdot 10\ \text{м/с}^2\right) = 15 \cdot 10^3\ \text{Н} = 15\ \text{кН}.$$

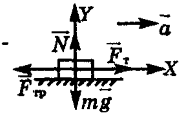
Ответ: $F_т = 15\ \text{кН}$.

№ 272.

Дано:
$m = 3250\,т = 325 \cdot 10^4$ кг
$F_т = 650$ кН $= 65 \cdot 10^4$ Н
$\mu = 0{,}005$, $g = 10$ м/с^2

a — ?

Решение:



Составим уравнение второго закона Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{F}_т + \vec{F}_{тр} + \vec{N} + m\vec{g}.$$

Запишем это уравнение в проекциях на оси координат, которые направлены, как показано на рисунке

$$\begin{cases} ma = F_т - F_{тр} \\ N - mg = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ma = F_т - F_{тр} \\ F_{тр} = \mu N = \mu mg \end{cases} \Rightarrow ma = F_т - \mu mg \Rightarrow a = \frac{F_т - \mu mg}{m}.$$

$$a = \frac{65 \cdot 10^4\ Н - 0{,}005 \cdot 325 \cdot 10^4\ кг \cdot 10\ м/с^2}{325 \cdot 10^4\ кг} = 0{,}15\ м/с^2.$$

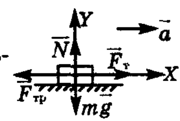
Ответ: $a = 0{,}15$ м/с^2.

№ 273.

Дано:
$m = 1\,т = 10^3$ кг
$t = 20$ с
$v_0 = 0$
$v = 30$ м/с
$\mu = 0{,}05$
$g = 10$ м/с^2

$F_т$ — ?

Решение:



Составим уравнение второго закона Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{F}_т + \vec{F}_{тр} + \vec{N} + m\vec{g}.$$

Запишем это уравнение в проекциях на оси координат, которые направлены, как показано на рисунке

$$\begin{cases} ma = F_т - F_{тр} \\ N - mg = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_т = ma + F_{тр} \\ F_{тр} = \mu N = \mu mg \end{cases} \Rightarrow$$

$$F_т = ma + \mu mg \Rightarrow F_т = m(a + \mu g). \quad (1)$$

Ускорение определим из уравнения скорости:

$$v_x = v_{0x} + a_x t \Rightarrow a = \frac{v}{t}.$$

Подставим выражение для ускорения в уравнение (1):

$$F_т = m\left(\frac{v}{t} + \mu g\right) = 10^3\ кг \cdot \left(\frac{30\ м/с}{20\ с} + 0{,}05 \cdot 10\ м/с^2\right) = 2 \cdot 10^3\ Н.$$

Ответ: $F_т = 2$ кН.

№ 274.

Дано:
$a = 0{,}1$ м/с^2
$F_т = 300$ кН $= 3 \cdot 10^5$ Н
$\mu = 0{,}005$
$g = 10$ м/с^2

m — ?

Решение:

Задача решается аналогично предыдущей. Воспользуемся формулой (1):

$$F_т = m(a + \mu g) \Rightarrow m = \frac{F_т}{a + \mu g}.$$

$$m = \frac{3 \cdot 10^5\ Н}{0{,}1\ м/с^2 + 0{,}005 \cdot 10\ м/с^2} = 2 \cdot 10^6\ кг = 2000\ т.$$

Ответ: $m = 2000$ т.

№ 275.

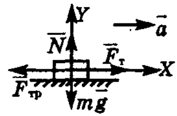
Дано:
$k = F_т/mg = 0{,}11$
$\mu = 0{,}06$

a — ?

Решение:

Уравнение движения:

$$m\vec{a} = \vec{F}_т + \vec{F}_{тр} + \vec{N} + m\vec{g}.$$



В проекциях на оси:

$$\begin{cases} ma = F_т - F_{тр} \\ N - mg = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_т = ma + F_{тр} \\ F_{тр} = \mu N = \mu mg \end{cases} \Rightarrow F_т = ma + \mu mg.$$

Разделим обе части уравнения на mg, получим:

$$\frac{F_т}{mg} = \frac{ma}{mg} + \frac{\mu mg}{mg} \Rightarrow \frac{F_т}{mg} = \frac{a}{g} + \mu \Rightarrow a = \left(\frac{F_т}{mg} - \mu\right)g = (k - \mu)g.$$

$$a = (0{,}11 - 0{,}06) \cdot 10 \text{ м/с}^2 = 0{,}5 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a = 0{,}5$ м/с^2.

№ 276*.

Дано:
$m = 4$ т $= 4 \cdot 10^3$ кг
$t_1 = 20$ с, $t_2 = 20$ с
$t_3 = 80$ с
$v_{01} = 0$
$v_1 = 10$ м/с
$v_{AB} = 10$ м/с
$v_{03} = v_{AB} = v_1 = 10$ м/с
$v_3 = 0$
$F_{т3} = 0$

F_{0A} — ?, F_{AB} — ?

Решение:

Уравнения движения для каждого из участков движения автобуса имеют вид:

$$ma = F_{0A} - F_{тр} \ (1);$$
$$0 = F_{AB} - F_{тр} \ (2),\ a_{AB} = 0;$$
$$ma_{BC} = F_{тр} \ (3),\ F_{BC} = 0.$$

Из графика:

$$a_{0A} = \frac{v_A - v_0}{t_{0A}} = \frac{10 \text{ м/с}}{20 \text{ с}} = 0{,}5 \text{ м/с}^2.$$

$$a_{BC} = \left|\frac{v_C - v_B}{t_{BC}}\right| = \left|\frac{-10 \text{ м/с}}{80 \text{ с}}\right| = 0{,}125 \text{ м/с}^2.$$

Из (3) находим

$$F_{тр} = ma_{BC} = -4 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot (-0{,}125 \text{ м/с}^2) = 500 \text{ Н}.$$

Сила тяги на участке AB из уравнения (2): $F_{AB} = F_{тр} = 500$ Н.

Сила тяги на участке ОА из уравнения (1):

$$F_{0A} = ma_{0A} + F_{тр} = 4 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot 0{,}5 \text{ м/с}^2 + 500 \text{ Н} = 2500 \text{ Н} = 2{,}5 \text{ кН}.$$

Ответ: $F_{0A} = 2{,}5$ кН, $F_{AB} = 500$ Н.

№ 277.

Дано:
$F_н = 15$ кН $= 15 \cdot 10^3$ Н
$m = 500$ кг
$g = 10$ м/с^2

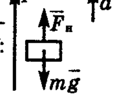
a — ?

Решение:

Составим уравнение второго закона Ньютона и запишем его в проекциях на ось Y:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_н \Rightarrow ma = F_н - mg \Rightarrow$$

$$a = \frac{F_н - mg}{m}.$$



$$a = \frac{15 \cdot 10^3 \text{ Н} - 500 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2}{500 \text{ кг}} = 20 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a = 20$ м/с^2.

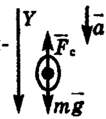
№ 278.

Дано:	Решение:
$a = 25$ м/с^2 $m = 1$ т $= 10^3$ кг $g = 10$ м/с^2	Задача аналогична предыдущей. Уравнение движения: $ma = F_н - mg \Rightarrow F_н = m(a+g)$. $F_н = 10^3$ кг $\cdot$ (25 м/с^2 + 10 м/с^2) = 35 $\cdot$ 10^3 Н = 35 кН.
$F_н$ — ?	

Ответ: $F_н = 35$ кН.

№ 279.

Дано:	Решение:
$h = 10$ м $m = 65$ кг $v_0 = 0$ $v = 13$ м/с	Составим уравнение второго закона Ньютона и найдем его проекцию на ось Y. $m\vec{a} = m\vec{g} - \vec{F}_с \Rightarrow ma = mg - F_с \Rightarrow$ $F_с = m(g - a)$. (1)
$F_с$ — ?	Ускорение найдем, решая безвременную формулу зависимости



скорости, высоты и ускорения движения тела.

$$h_y = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2a_y} \Rightarrow h = \frac{v^2}{2a} \Rightarrow a = \frac{v^2}{2h}.$$

Подставим выражение для ускорения в (1):

$$F_с = m\left(g - \frac{v^2}{2h}\right) = 65 \text{ кг} \cdot \left(10 \text{ м/с}^2 - \frac{(13 \text{ м/с})^2}{2 \cdot 10 \text{ м}}\right) \approx 100 \text{ Н}.$$

Ответ: $F_с = 100$ Н.

№ 280.

Дано:	Решение:
$h = 25$ м $t = 2{,}5$ с $v_0 = 0$ $g = 10$ м/с^2	Задача решается аналогично предыдущей, т. е. получаем аналогичное уравнение движения: $ma = mg - F_с$. Отсюда сила сопротивления $F_с = mg - ma$. Разделим на $mg \Rightarrow$
α — ?	$\alpha = \frac{F_с}{mg} = 1 - \frac{a}{g}$. (1)

Из кинематики знаем, что

$$h = v_0 t - \frac{at^2}{2} \Rightarrow h = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2h}{t^2}. (2)$$

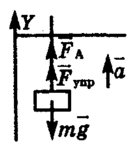
Подставим формулу (2) в (1):

$$\alpha = 1 - \frac{2h}{gt^2} = 1 - \frac{2 \cdot 25 \text{ м}}{10 \text{ м/с}^2 \cdot (2{,}5 \text{ с})^2} = 0{,}2.$$

Ответ: $\alpha = 0{,}2$.

№ 281*.

Дано:	Решение:
k, m a ρ_1, ρ_2	На стальную отливку действуют силы: $m\vec{g}$ — сила тяжести; $\vec{F}_А$ — сила Архимеда, т. е. выталкивающая сила;
x — ?	$\vec{F}_{упр}$ — сила упругости троса.



Составим уравнение второго закона Ньютона и запишем его в проекции на ось Y:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_A + \vec{F}_{упр} \Rightarrow ma = -mg + F_A + F_{упр}. (1)$$

Масса отливки $m = \rho_1 V \Rightarrow V = \dfrac{m}{\rho_1}$ — объем отливки,

$$F_A = \rho_2 g V = \frac{\rho_2}{\rho_1} gm, \quad F_{упр} = kx.$$

Полученные выражения подставим в (1) и получим:

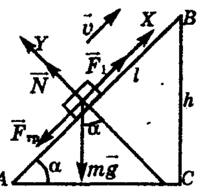
$$ma = kx + \rho_2 gv + mg \Rightarrow kx = ma + mg - \frac{\rho_2}{\rho_1} gm \Rightarrow$$

удлинение троса $x = \dfrac{m\left(a + g - \dfrac{\rho_2}{\rho_1} g\right)}{k} = \dfrac{m}{k}\left[a + g\left(1 - \dfrac{\rho_2}{\rho_1}\right)\right].$

Ответ: $x = \dfrac{m}{k}\left[a + g\left(1 - \dfrac{\rho_2}{\rho_1}\right)\right].$

Движение по наклонной плоскости

№ 282.



Дано:
$m = 26$ кг
$h = 5$ м
$l = 13$ м
$\mu = 0{,}05$
$g = 10$ м/с^2

F_1 — ?
F_2 — ?

Решение:

1) Рассмотрим случай, когда груз поднимается вверх. Сделаем пояснительный рисунок, расставив все силы, действующие на груз.

Составим уравнение движения груза и запишем его в проекциях на оси координат:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} + \vec{F}_1 = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -mg \sin\alpha + F_1 - F_{тр} = 0 \\ N - mg\cos\alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = mg\sin\alpha + F_{тр} \\ F_{тр} = \mu N = \mu mg\cos\alpha \end{cases} \Rightarrow$$

$$F_1 = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha). (1)$$

Из ABC:

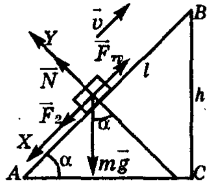
$$\sin\alpha = \frac{h}{l}, \quad \cos\alpha = \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}.$$

Подставим полученные выражения в формулу (1):

$$F_1 = mg\left(\frac{h}{l} + \mu\frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}\right) = 26\text{ кг}\cdot 10\text{ м/с}^2 \cdot \left(\frac{5\text{ м}}{13\text{ м}} + 0{,}5\cdot\frac{\sqrt{(13\text{ м})^2 - (5\text{ м})^2}}{13\text{ м}}\right) =$$

$= 220$ Н.

2) Теперь рассмотрим случай, когда груз движется вниз.
Задача решается аналогично.



$$m\vec{g}+\vec{N}+\vec{F}_{тр}+\vec{F}_2=0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} mg\sin\alpha+F_2-F_{тр}=0 \\ N-mg\cos\alpha=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_2=F_{тр}-mg\sin\alpha \\ F_{тр}=\mu N=\mu mg\cos\alpha \end{cases} \Rightarrow$$

$$F_2=\mu mg\cos\alpha-mg\sin\alpha=mg(\mu\cos\alpha-\sin\alpha).$$

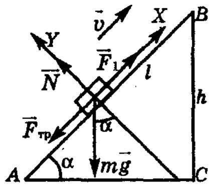
$$\sin\alpha=\frac{h}{l},\quad \cos\alpha=\frac{\sqrt{l^2-h^2}}{l} \Rightarrow$$

$$F_2=mg\left(\mu\frac{\sqrt{l^2-h^2}}{l}-\frac{h}{l}\right)=26\text{ кг}\cdot 10\text{ м/с}^2\cdot\left(0,5\cdot\frac{\sqrt{(13\text{ м})^2-(5\text{ м})^2}}{13\text{ м}}-\frac{5\text{ м}}{13\text{ м}}\right)=$$

$= 20$ Н.

Ответ: $F_1 = 220$ Н, $F_2 = 20$ Н.

№ 283.



Дано:	Решение:
$m = 600$ кг, $\mu = 0,05$	Задача решается аналогично № 282 (1), Воспользуемся формулой (1): $F = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$.
$g = 10$ м/с^2, $\alpha = 20°$	
F — ?	

$$F=600\text{ кг}\cdot 10\text{ м/с}^2\cdot(\sin 20°+0,05\cdot\cos 20°)=$$

$= 2300$ Н.

Ответ : $F = 2,3$ кН.

№ 284.

Дано:	Решение:
$m = 200$ г $= 0,2$ кг	Решение аналогично решению задачи № 282(1). Т. е. в проекциях на оси получим:
$h = 20$ см $= 0,2$ м	
$l = 1$ м	
$F = 1$ Н	
μ — ?	

$$\begin{cases} -mg\sin\alpha+F-F_{тр}=0 \\ N-mg\cos\alpha=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F=mg\sin\alpha+F_{тр} \\ F_{тр}=\mu N=\mu mg\cos\alpha \end{cases} \Rightarrow$$

$$F-mg\sin\alpha-\mu mg\cos\alpha=0 \Rightarrow \mu mg\cos\alpha=F-mg\sin\alpha \Rightarrow$$

$$\mu=\frac{F-mg\sin\alpha}{mg\cos\alpha}.$$

$$\sin\alpha=\frac{h}{l},\quad \cos\alpha=\frac{\sqrt{l^2-h^2}}{l} \Rightarrow \mu=\frac{F-mg\frac{h}{l}}{mg\frac{\sqrt{l^2-h^2}}{l}}.$$

$$\mu=\frac{1\text{ Н}-0,2\text{ кг}\cdot 10\text{ м/с}^2\cdot\frac{0,2\text{ м}}{1\text{ м}}}{0,2\text{ кг}\cdot 10\text{ м/с}^2\cdot\frac{\sqrt{(1\text{ м})^2-(0,2\text{ м})^2}}{1\text{ м}}}\approx 0,31.$$

Ответ: $\mu = 0,31$.

№ 285.

Дано:
$m = 2$ кг
$h = 10$ см $= 0{,}1$ м
$l = 50$ см $= 0{,}5$ м
$g = 10$ м/с^2
$(F_1 - F_2)$ — ?

Решение:
Для решения задачи воспользуемся уравнениями (1) и (2) из задачи № 282:

$$\begin{cases} F_1 = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) \\ F_2 = mg(\mu\cos\alpha - \sin\alpha) \end{cases}.$$

Из первого уравнения вычтем второе

$$F_1 - F_2 = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) - mg(\mu\cos\alpha - \sin\alpha) =$$

$$= mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha - \mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha = 2mg\sin\alpha.$$

$$\sin\alpha = \frac{h}{l} \Rightarrow F_1 - F_2 = \frac{2mgh}{l}.$$

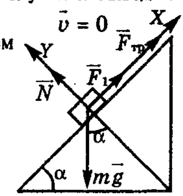
$$F_1 - F_2 = \frac{2 \cdot 2\,\text{кг} \cdot 10\,\text{м/с}^2 \cdot 0{,}1\,\text{м}}{0{,}5\,\text{м}} = 8\ \text{Н}.$$

Ответ: $F_1 - F_2 = 8$Н.

№ 286*.

Дано:
α
F_1
F_2
μ — ?

Решение:
Нарисуем пояснительные рисунки для каждого случая и выведем уравнения движения для каждого случая.



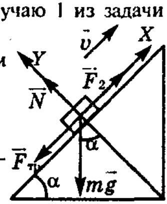
1)Составим уравнение движения груза и запишем его в проекциях на оси координат:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} + \vec{F}_1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} -mg\sin\alpha + F_1 + F_{тр} = 0 \\ N - mg\cos\alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$F_1 = -mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha = 0 \Rightarrow$$

$$F_1 = mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha).(1)$$

2)Рассмотрим теперь второй случай. Он аналогичен случаю 1 из задачи № 282. Следовательно, $F_2 = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$. (2)



Теперь сложим первое уравнение со вторым, а затем вычтем из первого второе, получим:

$$\begin{cases} F_1 + F_2 = 2mg\sin\alpha \\ F_1 - F_2 = 2\mu mg\cos\alpha \end{cases}.$$

Разделим первое уравнение на второе и найдем коэффициент сопротивления:

$$\frac{F_1 - F_2}{F_1 + F_2} = \frac{2\mu mg\cos\alpha}{2mg\sin\alpha} = \frac{\mu\cos\alpha}{\sin\alpha} \Rightarrow \mu = \frac{F_1 - F_2}{F_1 + F_2}\operatorname{tg}\alpha.$$

Ответ: $\mu = \frac{F_1 - F_2}{F_1 + F_2}\operatorname{tg}\alpha$.

№ 287.

Дано:
$\alpha = 30^\circ$
$F_1 > F_2$
μ — ?

Решение:
Сила, с которой надо равномерно тянуть груз по наклонной плоскости, определяется уравнением (2) из задачи № 286.

$$F_1 = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha).$$

Для равномерного поднятия груза надо приложить силу: $F_2 = mg$.

По условию задачи $F_1 > F_2$, следовательно

$$mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) > mg \Rightarrow \sin\alpha + \mu\cos\alpha > 1 \Rightarrow$$

$$\mu\cos\alpha > 1 - \sin\alpha \Rightarrow \mu > \frac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha},\ \mu > \frac{1-\sin 30°}{\cos 30°},\ \mu > 0{,}58.$$

Ответ: $\mu > 0{,}58$.

№ 288.

Дано:

$m = 50$ кг

$h = 3$ м

$l = 5$ м

$\mu = 0{,}2$

$g = 10$ м/с^2

1) $v = 0$

2) $v = \text{const}$

3) $a = 1$ м/с^2

F_1 — ?

F_2 — ?

F_3 — ?

Решение:

Рассмотрим последовательно три случая:

1) $v = 0$ (надо удержать груз).

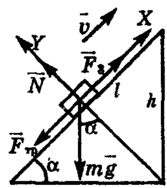
Этот случай аналогичен условию 1 задачи № 286. Следовательно, $F_1 = mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$. (1)

2) $v = \text{const}$ (надо равномерно тянуть груз вверх).

Этот случай аналогичен условию 2 задачи № 286.

$$F_2 = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha).\ (2)$$

3) Уравнение движения и проекции на оси:



$$\vec{mg} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} + \vec{F}_з = m\vec{a} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} F_з - F_{тр} - mg\sin\alpha = ma \\ N - mg\cos\alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$F_з = ma + mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha \Rightarrow$$

$$F_з = m\left(a + g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\right).\ (3)$$

$$\sin\alpha = \frac{h}{l} = \frac{3\text{ м}}{5\text{ м}} = 0{,}6.$$

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} = \frac{\sqrt{(5\text{ м})^2 - (3\text{ м})^2}}{5\text{ м}} = 0{,}8.$$

$$F_1 = 50\text{ кг} \cdot 10\text{ м/с}^2 \cdot (0{,}6 - 0{,}2 \cdot 0{,}8) = 220\text{ Н}.$$

$$F_2 = 50\text{ кг} \cdot 10\text{ м/с}^2 \cdot (0{,}6 + 0{,}2 \cdot 0{,}8) = 380\text{ Н}.$$

$$F_3 = 50\text{ кг} \cdot \left(1\text{ м/с}^2 + 10\text{ м/с}^2 \cdot (0{,}6 + 0{,}2 \cdot 0{,}8)\right) = 430\text{ Н}.$$

Ответ: $F_1 = 220$ Н, $F_2 = 380$ Н, $F_3 = 430$ Н.

№ 289.

Дано:

$m = 4\text{ т} = 4 \cdot 10^3$ кг

$a = 0{,}2$ м/с^2

$\mu = 0{,}04$

$h/l = 0{,}02$

F — ?

Решение:

Задача решается аналогично условию 3 задачи № 288, т. е. по формуле (3):

$$F_з = m\left(a + g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\right).$$

$$\sin\alpha = \frac{h}{l}.$$

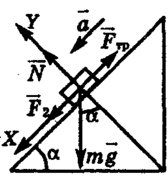
Угол мал: $\sin\alpha \ll 1$, в этом случае $\cos\alpha \approx 1$.

$$F_з = 4 \cdot 10^3\text{ кг} \cdot \left(0{,}2\text{ м/с}^2 + 10\text{ м/с}^2 \cdot (0{,}02 + 0{,}04 \cdot 1)\right) = 3{,}2\text{ кН}.$$

Ответ: $F = 3{,}2$ кН.

№ 290.

Дано:	Решение:
$m = 3000\ т = 3 \cdot 10^6$ кг $g = 10$ м/с^2 $\mu = 0{,}008$ $h/l = 0{,}003$ $F_{т1} = 300$ кН $= 0{,}3 \cdot 10^6$ Н $F_{т2} = 150$ кН $= 0{,}15 \cdot 10^6$ Н $F_{т3} = 90$ кН $= 0{,}09 \cdot 10^6$ Н	Сделаем пояснительный рисунок. Нарисуем силы, действующие на поезд, и оси координат. Выведем уравнение движения, а затем будем только подставлять данные и решать задачу для трех случаев.
a_1 — ?, a_2 — ?, a_3 — ?	По второму закону Ньютона:



$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} + \vec{F}_т = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} F_т - F_{тр} + mg\ \sin\alpha = ma \\ N - mg\ \cos\alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$ma = F_т - \mu mg\ \cos\alpha + mg\ \sin\alpha \Rightarrow a = \frac{F_т}{m} - g\,(\mu\ \cos\alpha - \sin\alpha),$$

$$\sin\alpha = \frac{h}{l},\quad \cos\alpha \approx 1 \Rightarrow a = \frac{F_т}{m} - g\left(\mu - \sin\frac{h}{l}\right).$$

$$a_1 = \frac{0{,}3 \cdot 10^6\ \text{Н}}{3 \cdot 10^6\ \text{кг}} - 10\ \text{м/с}^2 \cdot (0{,}008 - 0{,}003) = 0{,}05\ \text{м/с}^2$$

(движение равноускоренное).

$$a_2 = \frac{0{,}15 \cdot 10^6\ \text{Н}}{3 \cdot 10^6\ \text{кг}} - 10\ \text{м/с}^2 \cdot (0{,}008 - 0{,}003) = 0$$

(движение равномерное).

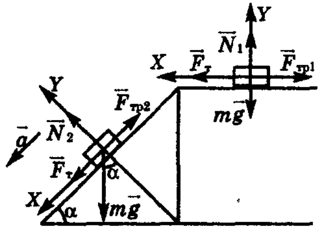
$$a_3 = \frac{0{,}09 \cdot 10^6\ \text{Н}}{3 \cdot 10^6\ \text{кг}} - 10\ \text{м/с}^2 \cdot (0{,}008 - 0{,}003) = -0{,}02\ \text{м/с}^2.$$

Т. к. модуль ускорения получился отрицательным, делаем вывод, что ускорение a направлено против оси X, т. е. движение равнозамедленное.

Ответ: $a_1 = 0{,}05$ м/с^2 (равноускоренное), $a_2 = 0$ (равномерное), $a_3 = -0{,}02$ м/с^2 (равнозамедленное).

№ 291.

Дано:	Решение:
$m = 300$ кг $\mu = 0{,}04$ $h/l = 0{,}002$ $F_т = 180$ Н $\upsilon_{01} = 0$ $\upsilon_{02} = \upsilon_1$ $t_1 = t_2 = t/2$ $t = 10$ с	Скорость υ_2 находится из уравнения: $\upsilon_2 = \upsilon_{02} + a_2 t_2 \Rightarrow$ $\upsilon_{02} = \upsilon_1 = \upsilon_{01} + a_1 t_1 \Rightarrow$ $\upsilon_2 = a_1 t_1 + a_2 t_2 \Rightarrow$ $\upsilon_2 = \frac{t}{2}(a_1 + a_2).$ (1) Для нахождения скорости нужно найти ускорения на горизонтальном и вертикальном участках движения.
υ_2 — ?	



На горизонтальном участке:

$$m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{тр1} + \vec{F}_т = m\vec{a}_1 \Rightarrow \begin{cases} F_т - F_{тр1} = ma_1 \\ N_1 - mg \end{cases} \Rightarrow a_1 = \frac{F_т - \mu mg}{m}.$$

$$a_1 = \frac{180\ \text{Н} - 0,04 \cdot 300\ \text{кг} \cdot 10\ \text{м/с}^2}{300\ \text{кг}} = 0,2\ \text{м/с}^2.$$

На склоне:

$$m\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{\text{тр2}} + \vec{F}_{\text{т}} = m\vec{a}_2 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} F_{\text{т}} - F_{\text{тр2}} + mg\sin\alpha = ma_2 \\ N_2 - mg\cos\alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow a_2 = \frac{F_{\text{т}} + mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha}{m}.$$

$$\sin\alpha = \frac{h}{l},\quad \cos\alpha \approx 1\,(\text{т. к. } \sin\alpha \text{ мал}) \Rightarrow a_2 = \frac{F_{\text{т}} + mg\left(\frac{h}{l} - \mu\right)}{m}.$$

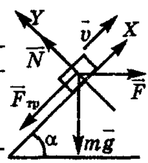
$$a_1 = \frac{180\ \text{Н} + 300\ \text{кг} \cdot 10\ \text{м/с}^2 \cdot (0,02 - 0,04)}{300\ \text{кг}} = 0,4\ \text{м/с}^2.$$

$$v_2 = \frac{10\ \text{с}}{2}\left(0,2\ \text{м/с}^2 + 0,4\ \text{м/с}^2\right) = 3\ \text{м/с}.$$

Ответ: $v_2 = 3$ м/с.

№ 292(н).

Дано:	Решение:
$m = 2$ кг	Силы, действующие на брусок, показаны на рисунке. По условию задачи брусок движется равномерно, поэтому его ускорение $a = 0$. Тогда
$\mu = 0,3$	
$\alpha = 30°$	
F — ?	



$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{F} = 0.\ (1)$$

Выберем оси координат так, как показано на рисунке. Тогда проекции уравнения (1) будут иметь вид:

$$X\!: F\cos\alpha - mg\sin\alpha - F_{\text{тр}} = 0\ (2);$$

$$Y\!: N - mg\cos\alpha - F\sin\alpha = 0\ (3).$$

Выражая нормульную реакцию опоры N из уравнения (3) и используя соотношение $F_{\text{тр}} = \mu N$, с помощью (2) получим искомую силу

$$F = \frac{mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}.$$

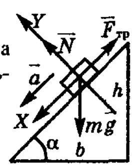
Подставляя числовые значения, получим:

$$F = \frac{2 \cdot 10\ \text{м/с}^2 \cdot \left(1/2 + 0,3 \cdot \sqrt{3}/2\right)}{\sqrt{3}/2 - 0,3 \cdot 1/2} \approx 21,4\ \text{Н}.$$

Ответ: $F = 21,4$ Н.

№ 293.

Дано:	Решение:
h	В момент начала скольжения ускорение еще равно 0, а максимальная сила трения покоя равна силе трения скольжения. Уравнение второго закона Ньютона имеет вид:
b	
$a = 0$	
μ — ?	



$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} = 0 \Rightarrow$$

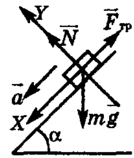
$$\begin{cases} -F_{\text{тр}} + mg\sin\alpha = 0 \\ N - mg\cos\alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mg\sin\alpha = F_{\text{тр}} \\ F_{\text{тр}} = \mu mg\cos\alpha \end{cases} \Rightarrow$$

$$mg\ \sin\alpha = \mu mg\ \cos\alpha \Rightarrow \mu = \frac{mg\ \sin\alpha}{mg\ \cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha.$$

$$tg\ \alpha = \frac{h}{b}, \Rightarrow \mu = \frac{h}{b}.$$

Ответ: $\mu = h/b$.

№ 294.



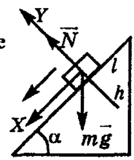
Дано:	Решение:
$\mu = 0{,}2$	Уравнение динамики движения:
$\alpha = 30°$	$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} -F_{тр} + mg\ \sin\alpha = ma \\ N - mg\ \cos\alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow$
a — ?	

$$ma = mg\ \sin\alpha - \mu mg\ \cos\alpha \Rightarrow a = g(\sin\alpha - \mu\ \cos\alpha).$$

$$a = 10\ м/с^2 \cdot (\sin\ 30° - 0{,}2 \cdot \cos\ 30°) \approx 3{,}3\ м/с^2.$$

Ответ: $a = 3{,}3$ м/с^2.

№ 295*.



Дано:	Решение:
$\mu = 0,\ v_{01} = v_{02} = 0$	Определим значение скорости в конце
$h,\ l = nh$	движения и время в каждом из случаев.
t_2/t_1 — ?	1) Тело падает свободно.
v_2/v_1 — ?	$v_1 = v_{01} + at_1 \Rightarrow t_1 = v_1/g.$

$$h = \frac{v_1^2}{2g} \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh}. (1) \qquad t_1 = \frac{\sqrt{2gh}}{g} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}. (2)$$

2) Тело соскальзывает.

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a} \Rightarrow X: ma = mg\ \sin\alpha,$$

$$a = g\ \sin\alpha,\ \sin\alpha = \frac{h}{l} = \frac{h}{nh} = \frac{1}{n} \Rightarrow a = \frac{g}{n},$$

$$v_2 = v_{02} + at_2 \Rightarrow v_2 = \frac{g}{n}t_2,$$

$$l = \frac{v_2^2}{2a} \Rightarrow v_2 \Rightarrow \sqrt{2al} = \sqrt{2anh} = \sqrt{\frac{2gnh}{n}} = \sqrt{2gh}; (3)$$

$$t_2 = \frac{nv_2}{g} = \frac{n\sqrt{2gh}}{g} = n\sqrt{\frac{2h}{g}}; (4).$$

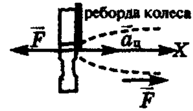
$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{2gh}} = 1 \Rightarrow v_1 = v_2.$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{n\sqrt{\frac{2h}{g}}}{\sqrt{\frac{2h}{g}}} = n \Rightarrow t_2 = nt_1.$$

Ответ: скорости движения тел одинаковы; время движения второго тела в n раз больше, чем первого.

Движение по окружности

№ 296.



Дано:
$m = 24 т = 24 \cdot 10^3$ кг
$r = 100$ м
$\upsilon = 18$ км/ч $= 5$ м/с
$\upsilon_1 = 2\upsilon = 10$ м/с^2

F — ?, F_1/F — ?

Решение:
При повороте колесо трамвая взаимодействует с рельсой. Сила действия рельса на реборду колеса трамвая и есть искомая сила давления (по третьему закону Ньютона). В проекции на ось X:

$$\begin{cases} ma_ц = F \\ a_ц = \dfrac{\upsilon^2}{r} \end{cases} \Rightarrow F = \frac{m\upsilon^2}{r}; \quad F_1 = \frac{m\upsilon_1^2}{r}.$$

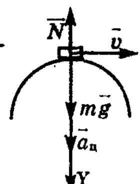
$$F = \frac{24 \cdot 10^3\text{ кг} \cdot (5\text{ м/с})^2}{100\text{ м}} = 6 \cdot 10^3\text{ Н} = 6\text{ кН}.$$

$$F_1 = \frac{24 \cdot 10^3\text{ кг} \cdot (10\text{ м/с})^2}{100\text{ м}} = 24 \cdot 10^3\text{ Н} = 24\text{ кН}.$$

$$F_1/F = 24\text{ кН}/6\text{ кН} = 4.$$

Ответ: $F = 6$ кН; сила давления увеличится в 4 раза.

№ 297.



Дано:
$m = 2 т = 2 \cdot 10^3$ кг
$r = 40$ м
$\upsilon = 36$ км/ч $= 10$ м/с
$g = 10$ м/с^2

P — ?

Решение:
Сила давления на мост равна весу автомобиля, $P = N$.

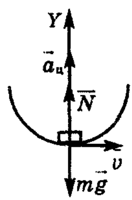
$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}_ц \Rightarrow mg - N = ma \Rightarrow$$

$$\begin{cases} N = m(g - a_ц) \\ a_ц = \dfrac{\upsilon^2}{r} \end{cases} \Rightarrow P = m\left(g - \frac{\upsilon^2}{r}\right).$$

$$P = 2 \cdot 10^3\text{ кг} \cdot \left(10\text{ м/с}^2 - \frac{(10\text{ м/с})^2}{40\text{ м}}\right) = 15 \cdot 10^3\text{ Н} = 15\text{ кН}.$$

Ответ: $P = 15$ кН.

№ 298.



Дано:
$m = 50$ кг
$l = r = 4$ м
$\upsilon = 6$ м/с
$g = 10$ м/с^2

P — ?

Решение:
По второму закону Ньютона:

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}_ц \Rightarrow N - mg = ma \Rightarrow$$

$$\begin{cases} P = N = m(g + a_ц) \\ a_ц = \dfrac{\upsilon^2}{r} \end{cases} \Rightarrow P = m\left(g + \frac{\upsilon^2}{r}\right).$$

$$P = 50\text{ кг} \cdot \left(10\text{ м/с}^2 + \frac{(6\text{ м/с})^2}{4\text{ м}}\right) = 950\text{ Н}.$$

Ответ: $P = 950$ Н.

№ 299.

Дано:
$m = 0{,}4$ кг
$r = 1$ м
а) $n_1 = 0{,}4\ \text{с}^{-1}$
б) $n_2 = 0{,}5\ \text{с}^{-1}$
в) $n_3 = 1\ \text{с}^{-1}$
$P_в$ — ?, $P_н$ — ?

Решение:
Задача решается аналогично задачам № 297 и 298. Определить силу, с которой груз действует на стержень, т. е. вес тела в верхней точке можно по формуле:

$$P_в = m(g - a_ц)\ (1),$$

в нижней:

$$P_н = m(g + a_ц)\ (2).$$

Ускорение при движении тела по окружности может быть определено по формуле: $a_ц = 4\pi^2 n^2 r$ (3).

Подставим (3) в уравнения (1) и (2), получим:

$$P_в = m\left(g - 4\pi^2 n^2 r\right) \quad P_н = m\left(g + 4\pi^2 n^2 r\right).$$

$$1)\ P_{в1} = 0{,}4\ \text{кг} \cdot \left(10\ \text{м/с}^2 - 4 \cdot (3{,}14)^2 \cdot \left(0{,}4\ \text{с}^{-1}\right)^2 \cdot 1\ \text{м}\right) \approx 1{,}4\ \text{Н}.$$

$$P_{н1} = 0{,}4\ \text{кг} \cdot \left(10\ \text{м/с}^2 + 4 \cdot (3{,}14)^2 \cdot \left(0{,}4\ \text{с}^{-1}\right)^2 \cdot 1\ \text{м}\right) \approx 6{,}6\ \text{Н}.$$

$$2)\ P_{в2} = 0{,}4\ \text{кг} \cdot \left(10\ \text{м/с}^2 - 4 \cdot (3{,}14)^2 \cdot \left(0{,}5\ \text{с}^{-1}\right)^2 \cdot 1\ \text{м}\right) = 0\ \text{Н}.$$

$$P_{н2} = 0{,}4\ \text{кг} \cdot \left(10\ \text{м/с}^2 + 4 \cdot (3{,}14)^2 \cdot \left(0{,}5\ \text{с}^{-1}\right)^2 \cdot 1\ \text{м}\right) \approx 8\ \text{Н}.$$

$$3)\ P_{в3} = 0{,}4\ \text{кг} \cdot \left(10\ \text{м/с}^2 - 4 \cdot (3{,}14)^2 \cdot \left(1\ \text{с}^{-1}\right)^2 \cdot 1\ \text{м}\right) = -12\ \text{Н}.$$

Следовательно, сила действует вверх.

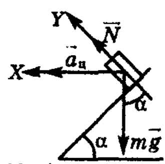
$$P_{н3} = 0{,}4\ \text{кг} \cdot \left(10\ \text{м/с}^2 + 4 \cdot (3{,}14)^2 \cdot \left(1\ \text{с}^{-1}\right)^2 \cdot 1\ \text{м}\right) \approx 20\ \text{Н}.$$

Ответ: а) $P_{в1} = 1{,}4$ Н, вниз; $P_{н1} = 6{,}6$ Н; б) $P_{в2} = 0$, $P_{н2} = 8$ Н; в) $P_{в3} = 12$ Н, вверх; $P_{н3} = 20$ Н.

№ 300.

Дано:
$r = 40$ м
$\alpha = 40°$
$g = 10\ \text{м/с}^2$
v — ?

Решение:



$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}_ц \Rightarrow \begin{cases} N \sin\alpha = ma_ц \\ N \cos\alpha = mg \end{cases}.$$

$$a_ц = \frac{v^2}{r} \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = \frac{mg \sin\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow$$

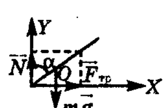
$$\frac{v^2}{r} = g\,\text{tg}\,\alpha \Rightarrow v = \sqrt{rg\,\text{tg}\,\alpha} = \sqrt{40\ \text{м} \cdot 10\ \text{м/с}^2 \cdot \text{tg}\,40°} \approx 18\ \text{м/с}.$$

Ответ: $v = 18$ м/с.

№ 301.

Дано:
$r = 100$ м
$\mu = 0{,}4$
$g = 10\ \text{м/с}^2$
v — ?, α — ?

Решение:



Запишем уравнение второго закона Ньютона:

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}_ц.$$

Запишем его в проекции на оси координат:

$$\begin{cases} N\sin\alpha = ma_ц \\ N\cos\alpha = mg \end{cases},\ a_ц = \frac{v^2}{r} \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = \frac{mg\sin\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \frac{v^2}{r} = g\,\mathrm{tg}\,\alpha \Rightarrow \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{v^2}{rg}.$$

$$\begin{cases} F_{тр} = ma_ц \\ F_{тр} = \mu N \\ N = mg \end{cases} \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = \mu mg \Rightarrow v = \sqrt{\mu rg} = \sqrt{0,4 \cdot 100\ м \cdot 10\ м/с^2} = 20\ м/с.$$

Мотоциклист должен наклоняться так, чтобы равнодействующая сил трения и нормальной реакции опоры $R = N + F_{тр}$ проходила через центр тяжести мотоциклиста (точка O). Поэтому

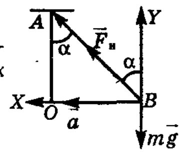
$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{F_{тр}}{N} = \frac{\mu N}{N} = \mu = 0,4.$$

Следовательно $\alpha = \mathrm{arctg}\,\mu \approx 22°$.

Ответ: $v = 20$ м/с, $\alpha = 22°$.

№ 302.

Дано:	Решение:
$l = 60\ см = 0,6\ м$ $\alpha = 30°$ $g = 10\ м/с^2$	Запишем уравнение второго закона Ньютона в векторной форме и в проекциях на оси:
v — ?	



$$m\vec{g} + \vec{F}_н = m\vec{a}_ц \Rightarrow \begin{cases} F_н\sin\alpha = ma_ц \\ F_н\cos\alpha = mg \end{cases}.$$

$$a_ц = \frac{v^2}{r} \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = \frac{mg\sin\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \frac{v^2}{r} = g\,\mathrm{tg}\,\alpha \Rightarrow v = \sqrt{rg\,\mathrm{tg}\,\alpha}. (1)$$

Радиус окружности, описываемой грузом в горизонтальной плоскости, можно найти из треугольника OAB:

$$\sin\alpha = \frac{r}{l} \Rightarrow r = l\sin\alpha.$$

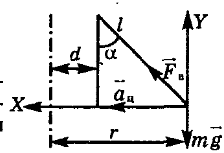
Подставим в (1):

$$v = \sqrt{gl\sin\alpha \cdot tg\,\alpha} = \sqrt{10\ м/с^2 \cdot 0,6\ м \cdot \sin 30° \cdot \mathrm{tg}\,30°} \approx 1,3\ м/с.$$

Ответ: $v = 1,3$ м/с.

№ 303*.

Дано:	Решение:
$d = 5\ см = 0,05\ м$ $l = 8\ см = 0,08\ м$ $\alpha = 40°$ $g = 10\ м/с^2$	$v = 2\pi rn \Rightarrow n = \frac{v}{2\pi r}.$ Задача сводится к определению радиуса окружности, которую описывает тело, и скорости вращения груза. Из рисунка видно, что
n — ?	



$$r = d + l\sin\alpha (1).$$

$$m\vec{a}_ц = m\vec{g} + \vec{F}_н \Rightarrow \begin{cases} ma_ц = F_н\sin\alpha \\ 0 = F_н\cos\alpha - mg \end{cases} \Rightarrow ma_ц = mg \cdot \mathrm{tg}\,\alpha \Rightarrow a_ц = g \cdot \mathrm{tg}\,\alpha \Rightarrow$$

$$\frac{v^2}{r} = g \cdot \mathrm{tg}\,\alpha \Rightarrow v = \sqrt{(d + l\sin\alpha) \cdot g \cdot \mathrm{tg}\,\alpha}. (2)$$

Подставим полученные выражения в формулу для определения частоты вращения n:

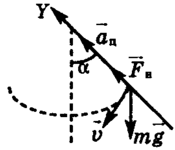
$$n = \frac{\sqrt{(d + l\ \sin\ \alpha) \cdot g \cdot \operatorname{tg} \alpha}}{2\pi (d + l\ \sin\ \alpha)} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g \cdot \operatorname{tg}\alpha}{(d + l\ \sin\ \alpha)}}.$$

$$n = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14}\sqrt{\frac{10\ \text{м/с}^2 \cdot tg\ 40\ ^\circ}{0{,}05\ \text{м} + 0{,}08\ \text{м} \cdot \sin\ 40\ ^\circ}} = 1{,}4\ \text{с}^{-1}.$$

Ответ: $n = 1{,}4$ с$^{-1}$.

№ 304.

Дано:	Решение:
$m = 100$ г $= 0{,}1$ кг $v = 2$ м/с $l = 40$ см $= 0{,}4$ м $\alpha = 60^\circ$ $g = 10$ м/с^2	Т. к. нет специальных оговорок, считаем, что тело вращается вертикально в плоскости. В проекциях на ось Y получим:
$F_н$ — ?	



$$ma_ц = -mg\ \cos\ \alpha + F_н \Rightarrow$$

$$F_н = m\left(a_ц + g\ \cos\ \alpha\right).$$

$$a_ц = \frac{v^2}{l} \Rightarrow F_н = m\left(\frac{v^2}{l} + g\ \cos\ \alpha\right).$$

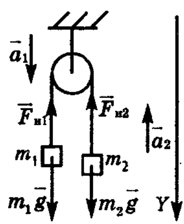
$$F_н = 0{,}1\ \text{кг} \cdot \left(\frac{4\ \text{м}^2/\text{с}^2}{0{,}4\ \text{м}} + 10\ \text{м/с}^2\ \cos\ 60\ ^\circ\right) = 1{,}5\ \text{Н}.$$

Ответ: $F_н = 1{,}5$ Н.

Движение связанных тел

№ 305.

Дано:	Решение:
$m_1 = 0{,}3$ кг $m_2 = 0{,}2$ кг $g = 10$ м/с^2	Пусть нити невесомы и растяжимы, трение в блоке отсутствует, тогда: $\lvert F_{н1}\rvert = \lvert F_{н2}\rvert = F_н.$
a — ? $F_н$ — ?	Грузы движутся с одинаковым по модулю ускорением. Запишем уравнения в вектороной форме, а потом в проекции на ось Y.



$$\begin{cases} m_1\vec{a}_1 = m_1\vec{g} + \vec{F}_н \\ m_2\vec{a}_2 = m_2\vec{g} + \vec{F}_н \end{cases}; \qquad \begin{cases} m_1 a = m_1 g - F_н \\ -m_2 a = m_2 g - F_н \end{cases}.$$

Вычтем из первого уравнения системы второе:

$$a\left(m_1 + m_2\right) = g\left(m_1 - m_2\right) \Rightarrow$$

$$a = g\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = 10\ \text{м/с}^2 \cdot \frac{0{,}3\ \text{кг} - 0{,}2\ \text{кг}}{0{,}3\ \text{кг} + 0{,}2\ \text{кг}} = 2\ \text{м/с}^2.$$

Силу натяжения нити найдем из уравнения:

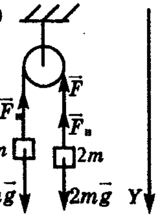
$$F_н = m_1\left(g - a\right).$$

$$F_н = 0{,}3\ \text{кг} \cdot \left(10\ \text{м/с}^2 - 2\ \text{м/с}^2\right) = 2{,}4\ \text{Н}.$$

Ответ: $a = 2$ м/с^2, $F_н = 2{,}4$ Н.

№ 306.

1)



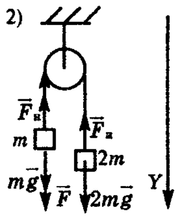
Дано:	Решение:
$m_1 = m$	1) Рассмотрим первый случай. Система находится в равновесии, тогда:
$m_2 = 2m$	$\begin{cases} 0 = m\vec g + \vec F_н \\ 0 = 2m\vec g + \vec F_н + \vec F \end{cases}$; $\begin{cases} 0 = mg - F_н \\ 0 = 2mg - F_н - F \end{cases}$.
$g = 10\ м/с^2$	Из первого уравнения находим: $F_н = mg$.
1) $a = 0$	Сила F, действующая со стороны ладони, так же равна mg.
2) $a = 0$	
3) $a \neq 0$	
$F_н$ — ?	

2) Теперь рассмотрим второй случай.

$$\begin{cases} 0 = m\vec g + \vec F_н + \vec F \\ 0 = 2m\vec g + \vec F_н \end{cases}; \quad \begin{cases} 0 = mg - F_н + F \\ 0 = 2mg - F_н \end{cases}.$$

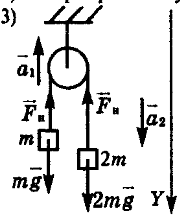
Из второго уравнения: $F_н = 2mg$.

2)



3) Теперь третий случай.

3)



$$\begin{cases} m\vec a_1 = m\vec g + \vec F_н \\ 2m\vec a_2 = 2m\vec g + \vec F_н \end{cases};$$

$$\begin{cases} -ma = mg - F_н \\ 2ma = 2mg - F_н \end{cases}.$$

Из второго уравнения вычтем первое:

$2ma + ma = 2mg - mg \Rightarrow 3ma = mg \Rightarrow a = g/3$,

$F_н = m(a + g) = m(g/3 + g) = 4/3 \cdot mg$.

Ответ: 1) $F_н = mg$; 2) $F_н = 2mg$; 3) $F_н = 4/3 \cdot mg$.

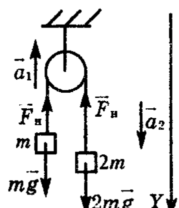
№ 307.

Дано:	Решение:
$m_1 = 0{,}3$ кг, $m_2 = 0{,}34$ кг	Аналогично задаче № 305 получим:
$t = 2$ с, $s = 1{,}2$ м	$\begin{cases} m_1\vec a = m_1\vec g + \vec F_н \\ m_2\vec a = m_2\vec g + \vec F_н \end{cases}$; $\begin{cases} -m_1 a = m_1 g - F_н \\ m_2 a = m_2 g - F_н \end{cases}$.
g — ?	

Из второго уравнения вычитаем первое:

$$m_2 a + m_1 a = m_2 g - m_1 g,$$

$$a(m_1 + m_2) = g(m_2 - m_1) \Rightarrow g = \frac{m_1 + m_2}{m_2 - m_1}\,(1).$$



Ускорение a найдем из уравнения:

$$s = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2s}{t^2}.$$

Подставив это выражение в (1), получим:

$$g = \frac{2s(m_1 + m_2)}{t^2(m_2 - m_1)} = \frac{2 \cdot 1{,}2\ м \cdot (0{,}34\ кг + 0{,}3\ кг)}{4\ с^2 \cdot (0{,}34\ кг - 0{,}3\ кг)} =$$

$$= 9{,}6\ м/с^2.$$

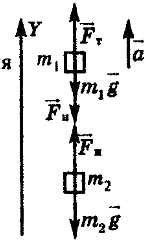
Ответ: $g = 9{,}6\ м/с^2$.

№ 308.

Дано:
$m_1 = 27{,}2\ т = 27{,}2 \cdot 10^3\ кг$
$m_2 = 15{,}3\ т = 15{,}3 \cdot 10^3\ кг$
$g = 10\ м/с^2$
$a = 0{,}6\ м/с^2$

$F_н$ — ?, $F_т$ — ?

Решение:
Составим уравнения движения для каждого тела:



$$\begin{cases} m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{F}_н + \vec{F}_т \\ m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{F}_н \end{cases};$$

$$\begin{cases} m_1a = F_т - m_1g - F_н \\ m_2a = -m_2g + F_н \end{cases}.$$

$$a(m_1 + m_2) = F_т - g(m_1 + m_2) \Rightarrow$$

$$F_т = (m_1 + m_2)(a + g) =$$

$$= (27{,}2 \cdot 10^3\ кг + 15{,}3 \cdot 10^3\ кг)(0{,}6\ м/с^2 + 10\ м/с^2) = 450{,}5\ кН.$$

$$F_н = m_2(a + g) = 15{,}3 \cdot 10^3\ кг\ (0{,}6\ м/с^2 + 10\ м/с^2) = 162{,}2\ кН.$$

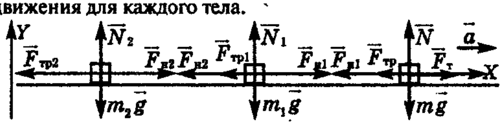
Ответ: $F_н = 162{,}2$ кН, $F_т = 450{,}5$ кН.

№ 309.

Дано:
$m = 100\ т =$
$= 10 \cdot 10^4\ кг$
$m_1 = m_2 =$
$= 50\ т = 5 \cdot 10^4\ кг$
$g = 10\ м/с^2$
$a = 0{,}1\ м/с^2$
$\mu = 0{,}006$

$F_т$ — ?
$F_{н1}$ — ?
$F_{н2}$ — ?

Решение:
Сделаем пояснительный рисунок и составим уравнения движения для каждого тела.



$$\begin{cases} m\vec{a} = \vec{F}_т + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{н1} + \vec{F}_{тр} \\ m_1\vec{a} = \vec{F}_{н1} + m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{н2} + \vec{F}_{тр1}; \\ m_2\vec{a} = \vec{F}_{н2} + m_2\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{тр2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} ma = F_т - F_{тр} - F_{н1} \\ m_1a = F_{н1} - F_{тр1} - F_{н2}; \\ m_2a = F_{н2} - F_{тр2} \end{cases} \quad \begin{matrix} F_{тр} = \mu mg \\ F_{тр1} = \mu m_1g; \\ F_{тр2} = \mu m_2g \end{matrix} \quad \begin{cases} ma = F_т - \mu mg - F_{н1} \\ m_1a = F_{н1} - \mu m_1g - F_{н2}. \\ m_2a = F_{н2} - \mu m_2g \end{cases} (1)$$

Сложим уравнения системы, получим:

$$a(m + m_1 + m_2) = F_т - \mu mg - \mu m_1g - \mu m_2g \Rightarrow$$

$$F_т = a(m + m_1 + m_2) + \mu(m + m_1 + m_2)g = (m + m_1 + m_2)(a + \mu g) =$$

$$= (10 \cdot 10^4\ кг + 5 \cdot 10^4\ кг + 5 \cdot 10^4\ кг) \cdot (0{,}1\ м/с^2 + 0{,}006 \cdot 10\ м/с^2) = 32\ кН.$$

Из уравнений системы (1) получаем:

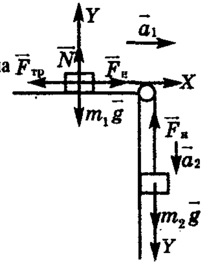
$$F_{н1} = F_т - m(a + \mu g) =$$

$$= 32 \cdot 10^3\ Н - 10 \cdot 10^4\ кг \cdot (0{,}1\ м/с^2 + 0{,}006 \cdot 10\ м/с^2) = 16\ кН.$$

$$F_{н2} = m_2(a + \mu g) = 5 \cdot 10^4\ кг \cdot (0{,}1\ м/с^2 + 0{,}006 \cdot 10\ м/с^2) = 8\ кН.$$

Ответ: $F_т = 32$ кН, $F_{н1} = 16$ кН, $F_{н2} = 8$кН.

№ 310.



Дано:	Решение:
$m_1 = 400$ г $= 0,4$ кг	Составим уравнения второго закона Ньютона для каждого из тел.
$m_2 = 100$ г $= 0,1$ кг	
$v_0 = 0$	
$s = 80$ см $= 0,8$ м	
$t = 2$ с	
μ — ?	

$$\begin{cases} m_1\vec{a} = \vec{F}_н + m_1\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} \\ m_2\vec{a} = \vec{F}_н + m_2\vec{g} \end{cases};$$

В проекциях на оси:

$$\begin{cases} m_1 a = F_н - F_{тр} \\ m_2 a = -F_н + m_2 g \end{cases}; \quad F_{тр} = \mu m_1 g \Rightarrow \begin{cases} m_1 a = F_н - \mu m_1 g \\ m_2 a = -F_н + m_2 g \end{cases}.$$

Сложим уравнения системы:

$$a(m_2 + m_1) = m_2 g - \mu m_1 g \Rightarrow \mu m_1 g = m_2 g - a(m_2 + m_1) \Rightarrow \mu = \frac{m_2 g - a(m_2 + m_1)}{m_1 g}.$$

Ускорение a можно найти из формулы:

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot 0,8\ м}{4\ с^2} = 0,4\ м/с^2.$$

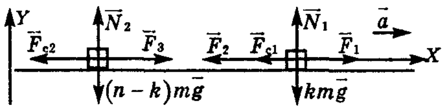
$$\mu = \frac{0,1\ кг \cdot 10\ м/с^2 - 0,4\ м/с^2 \cdot (0,1\ кг + 0,4\ кг)}{0,4\ кг \cdot 10\ м/с^2} = 0,2.$$

Ответ: $\mu = 0,2$.

№ 311*.

Дано:	Решение:
$m_1 = m_2 = \ldots = m_n = m$	Первое тело на рисунке — совокупность первых k вагонов (считая от начала поезда). Второе тело — совокупность оставшихся $(n - k)$ вагонов.
a, μ	
F_{k+1} — ?	

На первое тело действуют силы:



F_1 — сила натяжения между электровозом и первым вагоном.
F_{c1} — сила сопротивления, действующая на k вагонов.
F_2 — сила натяжения сцепки между k и $(k + 1)$ вагонами.
N_1 — сила реакции опоры.
kmg — сила тяжести, действующая на k вагонов.

На второе тело действуют следующие силы:
F_3 — сила натяжения сцепки между k и $(k + 1)$ вагонами ($F_2 = F_3$).
F_{c2} — сила сопротивления, действующая на $(n - k)$ вагонов.
N_2 — сила реакции опоры.
$(n - k)mg$ — сила тяжести, действующая на $(n - k)$ вагонов.

Для решения задачи удобно рассматривать движение второго тела, т. е. $(n - k)$ вагонов.

$$(n-k)m\vec{a} = \vec{F}_3 + (n-k)m\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{c2} \Rightarrow$$

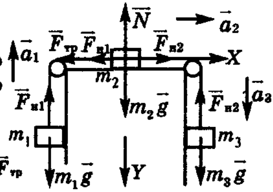
$$\begin{cases}(n-k)ma = F_3 - F_{c2} \\ 0 = N_2 - (n-k)mg\end{cases},$$

$$F_{c2} = \mu N_2 = \mu(n-k)mg \Rightarrow (n-k)ma = F_3 - \mu(n-k)mg \Rightarrow$$

$$F_3 = (n-k)ma + \mu(n-k)mg = (n-k)(a+\mu g)m = F_{k+1}.$$

Ответ: $F_{k+1} = (n-k)(a-\mu g)m$.

№ 312*.



Дано:
$m_1 = m = 1$ кг
$m_2 = m = 1$ кг
$m_3 = 2m = 2$ кг
$g = 10$ м/с^2
$\mu = 0,2$

a — ?
$F_{н1}$ — ?
$F_{н2}$ — ?

Решение:

Составим уравнения второго закона Ньютона для каждого из тел.

$$\begin{cases} m_1\vec{a}_1 = m_1\vec{g} + \vec{F}_{н1} \\ m_2\vec{a}_2 = m_2\vec{g} + \vec{F}_{н1} + \vec{N} + \vec{F}_{н2} + \vec{F}_{тр} \\ m_3\vec{a}_3 = m_3\vec{g} + \vec{F}_{н2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 a = F_{н1} - m_1 g \\ m_2 a = -\mu mg + F_{н2} - F_{н1} \\ m_3 a = m_3 g - F_{н2} \end{cases}.$$

Сложим уравнения системы:

$$a(m_1 + m_2 + m_3) = g(m_3 - \mu m_2 - m_1) \Rightarrow$$

$$a = \frac{g(m_3 - \mu m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2 + m_3)} = \frac{g(1-\mu)}{4} = \frac{10\text{ м/с}^2 \cdot (1-0,2)}{4} = 2\text{ м/с}^2.$$

$$F_{н1} = m_1(a+g) = 1\text{ кг} \cdot (2\text{ м/с}^2 + 10\text{ м/с}^2) = 12\text{ Н}.$$

$$F_{н2} = m_3(g-a) = 2\text{ кг} \cdot (10\text{ м/с}^2 - 2\text{ м/с}^2) = 16\text{ Н}.$$

Ответ: $a = 2$ м/с^2, $F_{н1} = 12$ Н, $F_{н2} = 16$ Н.

№ 313(н).

Дано:
$h = 1$ кг
$l = 1$ кг
$m = 2$ кг
$\mu = 0,25$
а) $M = 0,1$ кг
б) $M = 0,25$ кг
в) $M = 0,3$ кг
г) $M = 0,35$ кг
д) $M = 0,5$ кг

a — ?
$F_{тр}$ — ?
T — ?

Решение:

Рассчитаем сначала значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$ (см. рис. 44 задачника), которые понадобятся в дальнейшем:

$$\sin\alpha = \frac{h}{l} = \frac{0,6\text{ м}}{1\text{ м}} = 0,6;$$

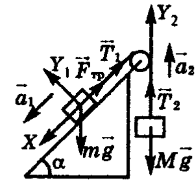
$$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-(0,6)^2} = 0,8.$$

Найдем также значение $F_{тп} = mg\sin\alpha$ — модуль составляющей силы тяжести $m\vec{g}$ по направлению наклонной плоскости:

$$F_{тп} = 0,5\text{ кг} \cdot 10\text{ м/с}^2 \cdot 0,6 = 3\text{ Н}.$$

Теперь проведем анализ возможных ситуаций, ведь тела могут покоиться, а вращение блока может происходить как по часовой стрелке, так и против.

Если $F_{тп}$ превышает значение Mg — величину силы тяжести для второго груза, — то сила трения, действующая на первый груз, будет направлена вверх. Этот случай реализуется в пунктах а) и б), где $Mg = 1$ Н и $Mg = 2{,}5$ Н, соответственно.



В проекциях на координатные оси на основании второго закона Ньютона имеем (с учетом $a_1 = a_2 = a$, $T_1 = T_2 = T$):

$$X_1: mg\sin\alpha - F_{тр} - T = ma \ (1);$$
$$Y_1: N - mg\cos\alpha = 0 \ (2);$$
$$Y_2: T - Mg = Ma \ (3).$$

Так как сила трения скольжения $F_{тр} = \mu N$ (4), получим из (1) и (4)

$$a = \frac{g(m\sin\alpha - \mu m\cos\alpha - M)}{M + m}. \ (5)$$

Для случая а) величина ускорения

$$a = \frac{10\ м/с^2 \cdot (0{,}5\ кг \cdot 0{,}6 - 0{,}25 \cdot 0{,}5\ кг \cdot 0{,}8 - 0{,}1\ кг)}{0{,}1\ кг + 0{,}5\ кг} \approx 1{,}7\ м/с^2,$$

направленная вверх сила трения

$$F_{тр} = \mu mg\cos\alpha = 0{,}25 \cdot 0{,}5 \cdot 10\ м/с^2 \cdot 0{,}8 = 1\ Н,$$

сила натяжения нити

$$T = M(g + a) = 0{,}1\ кг \cdot (10\ м/с^2 + 1{,}7\ м/с^2) = 1{,}2\ Н$$

находятся из уравнения (3).

Случай б).

Подставляя в (5) значение $M = 0{,}25$ кг получим $a = -1{,}6$ м/с^2. Отрицательный результат для модуля ускорения означает, что грузы покоятся ($a = 0$), а соотношение (4) для трения скольжения не выполняется. Силой трения в случае б) является направленная вверх сила трения покоя.

$$F_{тр} = mg\sin\alpha - Mg = 0{,}5\ кг \cdot 10\ м/с^2 \cdot 0{,}6 - 0{,}25\ кг \cdot 10\ м/с^2 = 0{,}5\ Н.$$

Так как ускорение $a = 0$, то из (3) имеем

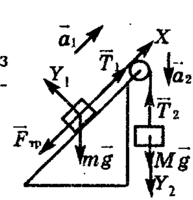
$$T = Mg = 0{,}25\ кг \cdot 10\ м/с^2 = 2{,}5\ Н.$$

В случае в) $F_{тп} = Mg = 3$ Н. Поэтому $a = 0$, $F_{тр} = 0$, а $T = 3$ Н.

Для случаев г) и д) выполняется условие:

$$F_{тп} = mg\sin\alpha < Mg.$$

По этой причине сила трения, действующая на груз массой m, будет направлена вниз по наклонной плоскости. Аналогично пунктам а) и б) имеем



$$X_1: T - mg\sin\alpha - F_{тр} = ma \ (6);$$
$$Y_1: N - mg\cos\alpha = 0 \ (7);$$
$$Y_2: Mg - T = Ma \ (8).$$

С учетом соотношения (4), получим из (6) — (8):

$$a = \frac{g(M - m\sin\alpha - \mu m\cos\alpha)}{M + m}. \ (9)$$

Для случая г) $a = -0{,}6$ м/с^2. Как и в случае б) делаем вывод, что $a = 0$ (тела покоятся), соотношение (4) не имеет места, а

$$F_{тр} = Mg - mg\sin\alpha = 0{,}5\ Н.$$

Сила натяжения $T = Mg = 3{,}5$ Н.

В случае д) подстановка в (9) $M = 0{,}5$ кг дает $a = 1$ м/с^2. Сила трения

$$F_{тр} = \mu mg\cos\alpha = 1 \text{ Н},$$

сила натяжения нити из уравнения (8):

$$T = Mg - Ma = 4{,}5 \text{ Н}.$$

Ответ: а) $a = 1{,}7$ м/с^2, $F_{тр} = 1$ Н (вверх), $T = 1{,}2$ Н;
б) $a = 0$, $F_{тр} = 0{,}5$ Н (вверх), $T = 2{,}5$ Н;
в) $a = 0$, $F_{тр} = 0$, $T = 3$ Н;
г) $a = 0$, $F_{тр} = 0{,}5$ Н (вниз), $T = 3{,}5$ Н;
д) $a = 1$ м/с^2, $F_{тр} = 1$ Н (вниз), $T = 4{,}5$ Н.

ГЛАВА III
ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

16. Импульс тела. Изменение импульса. Закон сохранения импульса

№ 314.

Дано:	Решение:
$m_1 = 10$ т $= 10^4$ кг	По определению: $p = mv$, или
$v_1 = 36$ км/ч $= 10$ м/с	
$m_2 = 1$ т $= 10^3$ кг	$p_1 = m_1v_1 = 10^4$ кг $\cdot$ 10 м/с $= 10^5$ кг $\cdot$ м/с.
$v_2 = 25$ м/с	$p_2 = m_2v_2 = 10^3$ кг $\cdot$ 25 м/с $= 25 \cdot 10^3$ кг $\cdot$ м/с.
p_1 — ?, p_2 — ?	

Ответ: $p_1 = 10^5$ кг $\cdot$ м/с; $p_1 = 25 \cdot 10^3$ кг $\cdot$ м/с.

№ 315.

Дано:	Решение:
$p_1 = p_2$	По условию: $p_1 = p_2$
$m_1 = 160$ г $= 0{,}16$ кг	
$m_2 = 8$ г $= 0{,}008$ кг	
$v_2 = 600$ м/с	
v_1 — ?	

$$\begin{cases} p_1 = m_1v_1 \\ p_2 = m_2v_2 \end{cases} \Rightarrow m_1v_1 = m_2v_2 \Rightarrow v_1 = \frac{m_2v_2}{m_1}.$$

$$v_1 = \frac{0{,}008 \text{ кг} \cdot 600 \text{ м/с}}{0{,}16 \text{ кг}} = 30 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v_1 = 30$ м/с.

№ 316.

Дано:	Решение:
$V_{св} = V_{ст} = V$; $v_{св} = v_{ст} = v$	По определению: $p = mv$.
$\rho_{св} = 11{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3	
$\rho_{ст} = 7{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3	
$p_{св}/p_{ст}$ — ?	

$$\begin{cases} p_{св} = m_{св}v \\ p_{ст} = m_{ст}v \end{cases}; \begin{cases} m_{св} = \rho_{св}V \\ m_{ст} = \rho_{ст}V \end{cases} \Rightarrow \frac{p_{св}}{p_{ст}} = \frac{\rho_{св}Vv}{\rho_{ст}Vv} = \frac{\rho_{св}}{\rho_{ст}}.$$

$$\frac{p_{св}}{p_{ст}} = \frac{11{,}3 \cdot 10 \text{ кг/м}^3}{7{,}8 \cdot 10 \text{ кг/м}^3} = 1{,}45 \Rightarrow p_{св} = 1{,}45p_{ст}.$$

Ответ: $p_{св} = 1{,}45p_{ст}$.

№ 317.

Дано:
$m = 2000\ т = 2 \cdot 10^6$ кг
$v_0 = 36$ км/ч $= 10$ м/с
$v = 72$ км/ч $= 20$ м/с

Δp — ?

Решение:
Изменение импульса: $\Delta p = p_2 - p_1$.

$$\begin{cases} p_2 = mv \\ p_1 = mv_0 \end{cases} \Rightarrow \Delta p = mv - mv_0 = m(v - v_0).$$

$$\Delta p = 2 \cdot 10^6\ кг \cdot (20\ м/с - 10\ м/с) = 2 \cdot 10^7\ кг \cdot м/с.$$

Ответ: $\Delta p = 2 \cdot 10^7$ кг · м/с.

№ 318.

Дано:
$m = 100\ г = 0{,}1$ кг
$v_1 = 10$ м/с
$\Delta t_1 = 0{,}05$ с
$\Delta t_2 = 0{,}01$ с

Δp — ?
$F_{ср1}$ — ?
$F_{ср2}$ — ?

Решение:
Рассмотрим абсолютно неупругий удар. Шарик после удара остается на горизонтальной площадке, его конечная скорость $v_2 = 0$ (рис.1).

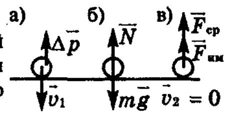


рис. 1

Изменение (приращение) импульса шарика

$$\Delta\vec{p}_1 = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = -\vec{p}_1.$$

Модуль изменения импульса

$$|\Delta\vec{p}_1| = |-\vec{p}_1| = mv_1 = 0{,}1\ кг \cdot 10\ м/с = 1\ кг \cdot м/с.$$

Если шарик лежит на неподвижной плите, то со стороны плиты на него действует сила реакции опоры $\vec{N}$, равная по модулю силе тяжести mg: $N = mg$ (рис. 1). При ударе шарика о площадку возникает дополнительная сила упругости, связанная с изменением импульса шарика:

$$\vec{F}_{им} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}.$$

Ее модуль

$$F_{им} = \left|\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}\right|.$$

Средняя сила, действующая на шарик со стороны площадки

$$F_{ср} = F_{им} + mg = \left|\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}\right| + mg.$$

. В случае абсолютно неупругого соударения

$$F_{ср1} = m\left(g + \frac{v_1}{\Delta t_1}\right) = 0{,}1\ кг \cdot \left(10\ м/с^2 + \frac{10\ м/с}{0{,}05\ с}\right) = 21\ Н.$$

2. В случае абсолютно упругого удара скорость шарика после удара $\vec{v}_2 = -\vec{v}_1$ (рис. 2). Изменение импульса шарика

$$\Delta\vec{p} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = -m\vec{v}_1 - m\vec{v}_1 = -2m\vec{v}_1.$$

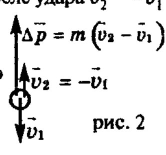


рис. 2

Аналогично случаю 1 найдем среднюю силу, действующую на шарик во время удара:

$$F_{ср2} = m\left(g + \frac{2v_1}{\Delta t_2}\right) = 0{,}1\ кг \cdot \left(10\ м/с^2 + \frac{2 \cdot 10\ м/с}{0{,}01\ с}\right) = 201\ Н.$$

Во втором случае действием силы тяжести во время удара можно пренебречь.

Ответ: $\Delta p_1 = 1$ кг · м/с; $\Delta p_2 = 2$ кг · м/с, $F_{ср1} = 21$ Н; $F_{ср2} = 201$ Н.

№ 319.

Дано:	Решение:
$m = 400$ г $= 0{,}4$ кг	По определению импульса: $\vec{F}_{ср} \cdot \Delta t = \Delta\vec{p}$.
$\upsilon_1 = 25$ м/с	1. В первом случае удар упругий: $\upsilon_1 = \upsilon_2$ и
$t_1 = 0{,}025$ с	$F_{ср1} \cdot \Delta t_1 = 2m\upsilon_1 \Rightarrow$
$t_2 = 0{,}04$ с	$F_{ср1} = \dfrac{2m\upsilon_1}{\Delta t_1} = \dfrac{2 \cdot 0{,}4\text{ кг} \cdot 25\text{ м/с}}{0{,}025\text{ с}} = 800$ Н.
$F_{ср1}$ — ?	
$F_{ср2}$ — ?	2. Во втором случае удар мяча неупругий, тогда $\upsilon_2 = 0$ и $\Delta p = m\upsilon_1$. Следовательно,

$$F_{ср2} = \frac{m\upsilon_1}{\Delta t_2} = \frac{0{,}4\text{ кг} \cdot 25\text{ м/с}}{0{,}04\text{ с}} = 250\text{ Н}.$$

Ответ: $F_{ср1} = 800$ Н, $F_{ср2} = 250$ Н.

№ 320.

Дано:	Решение:
$x = 5 - 8t + 4t^2$	Значение скорости можно определить из уравнения скорости: $\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t$ (1).
$m = 2$ кг	Найдем υ_{0x} и a_x из уравнения координаты:
$t_1 = 2$ с	
$t_2 = 4$ с	
p_1 — ?	
p_2 — ?	
$F_{ср}$ — ?	

$$\begin{cases} x = x_0 + \upsilon_{0x}t + \dfrac{a_x t}{2} \\ x = 5 - 8t + 4t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \upsilon_{0x} = -8\text{ м/с} \\ a = 8\text{ м/с}^2 \end{cases}.$$

Подставим эти значения в (1). Получим $\upsilon_x = -8 + 8t \Rightarrow$

$$\upsilon_1 = -8\text{ м/с} + 8\text{ м/с}^2 \cdot 2\text{ с} = 8\text{ м/с};$$
$$\upsilon_2 = -8\text{ м/с} + 8\text{ м/с}^2 \cdot 4\text{ с} = 24\text{ м/с}.$$

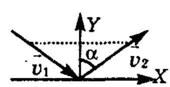
По определению: $p = m\upsilon \Rightarrow$

$$p_1 = m\upsilon_1 = 2\text{ кг} \cdot 8\text{ м/с} = 16\text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$
$$p_2 = m\upsilon_2 = 2\text{ кг} \cdot 24\text{ м/с} = 48\text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$
$$F_{ср} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_2 - p_1}{t_2 - t_1} = \frac{48\text{ кг} \cdot \text{м/с} - 16\text{ кг} \cdot \text{м/с}}{4\text{ с} - 2\text{ с}} = 16\text{ Н}.$$

Ответ: $p_1 = 16$ кг · м/с, $p_2 = 48$ кг · м/с, $F_{ср} = 16$ Н.

№ 321.

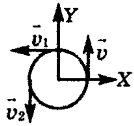
Дано:	Решение:
$m = 100$ г $= 0{,}1$ кг	Сделаем пояснительный рисунок.
$\upsilon_1 = 20$ м/с	По определению $\Delta\vec{p} = m\vec{\upsilon}_2 - m\vec{\upsilon}_1$. (1)
$\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$	Направим оси координат, как указано на рисунке. Запишем уравнение (1) в проекциях на оси координат:
$\alpha = 60°$	$\Delta p_x = m\upsilon_{2x} - m\upsilon_{1x} = 0$ $(\upsilon_{1x} = \upsilon_{2x})$,
Δp — ?	



$$\Delta p_y = m\upsilon_{2y} - m\upsilon_{1y} = m\upsilon_2\cos\alpha - (-m\upsilon_1\cos\alpha) = 2m\upsilon\cos\alpha.$$
$$\Delta p = 2m\upsilon\cos\alpha = 2 \cdot 0{,}1\text{ кг} \cdot 20\text{ м/с} \cdot \cos 60° = 2\text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Ответ: $\Delta p = 2$ кг · м/с.

№ 322.



Дано:	Решение:
$m = 1$ кг	Сделаем пояснительный рисунок.
$v = 10$ м/с	Изменение импульса определяется по формуле:
$v = v_1 = v_2$	$\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$. (1)
$\alpha = 60°$	1. За четверть периода $\Delta\vec{p}_1 = m\vec{v}_1 - m\vec{v}$.
Δp_1 — ?	В проекциях на оси
Δp_2 — ?	
Δp_3 — ?	

$$\begin{cases}(\Delta p_1)_x = -mv_1 - 0 = -mv = -10\ \text{кг}\cdot\text{м/с}\\ (\Delta p_1)_y = 0 - mv_1 = -mv = -10\ \text{кг}\cdot\text{м/с}\end{cases} \Rightarrow$$

$$\Delta p_1 = \sqrt{(\Delta p_1)_x^2 + (\Delta p_1)_y^2} = \sqrt{200\ (\text{кг}\cdot\text{м/с})^2} \approx 14\ \text{кг}\cdot\text{м/с}.$$

2. Изменение импульса за половину периода: $\Delta\vec{p}_2 = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$.
В проекциях на оси

$$(\Delta p_2)_x = 0 - 0 = 0,\ (\Delta p_2)_y = -mv_2 - mv = -2mv = -20\ \text{кг}\cdot\text{м/с}.$$

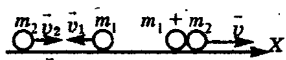
По модулю $|\Delta p_2| = 20$ кг · м/с.

3. Через период точка возвращается в исходное положение, следовательно, импульс ее равен исходному и изменение импульса равно 0.

$$\Delta p_3 = 0.$$

Ответ: $\Delta p_1 = 14$ кг · м/с, $\Delta p_2 = 20$ кг · м/с, $\Delta p_3 = 0$.

№ 323(н).



Дано:	Решение:
$m_1 = 2$ кг	Воспользуемся законом сохране-
$v_1 = 2$ м/с	ния импульса: $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}$.
$m_2 = 6$ кг	В проекциях на ось X имеем:
$v_2 = 2$ м/с	$m_2v_2 - m_1v_1 = (m_1 + m_2)v_x$.
v — ?	Отсюда проекция скорости составного тела

$$v_x = \frac{m_2v_2 - m_1v_1}{m_1 + m_2} = \frac{6\ \text{кг}\cdot 2\ \text{м/с} - 2\ \text{кг}\cdot 2\ \text{м/с}}{2\ \text{кг} + 6\ \text{кг}} = 1\ \text{м/с}.$$

Проекция скорости положительна, следовательно, направления скоростей v_2 и v совпадают.

Ответ: $v = 1$ м/с.

№ 324(н).

Дано:	Решение:
$m_1 = 50$ кг	Воспользуемся законом сохранения проекции импульса на го-
$m_2 = 200$ кг	ризонтальное направление: $m_1v_1 = (m_1 + m_2)v_2 \Rightarrow$
$v_1 = 0{,}2$ м/с	
v_2 — ?	

$$v_2 = \frac{m_1v_1}{m_1 + m_2} = \frac{50\ \text{кг}\cdot 0{,}2\ \text{м/с}}{50\ \text{кг} + 200\ \text{кг}} = 0{,}04\ \text{м/с}.$$

Ответ: $v_2 = 0{,}04$ м/с.

№ 325(н).

Дано:
$m_1 = 20$ т
$m_2 = 30$ т
$v_1 = 0,3$ м/с
$v_2 = 0,2$ м/с

v — ?

Решение:
Запишем закон сохранения импульса:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}.$$

Так как направления скоростей совпадают,то

$$m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v_2 \Rightarrow$$

$$v = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} = \frac{20\text{ т} \cdot 0,3\text{ м/с} + 30\text{ т} \cdot 0,2\text{ м/с}}{20\text{ т} + 30\text{ т}} = 0,24\text{ м/с}.$$

Ответ: $v = 0,24$ м/с.

№ 326(324).

Дано:
$M = 200$ кг
$m = 20$ г $= 0,02$ кг
$v_п = 500$ м/с
$v_1 = 0$
$n = 2$

v_0 — ?

Решение:
Закон сохранения импульса после двух выстрелов имеет вид:

$$(M + 2m)\vec{v}_0 = 2m\vec{v}_п + 2m\vec{v}_1.$$

Так как выстрел произведен по ходу лодки, то проекции скоростей по знаку совпадают и

$$Mv_0 = 2mv_п \Rightarrow$$

$$v_0 = \frac{2mv_п}{M + 2m} = \frac{2mv_п}{M} = \frac{2 \cdot 500\text{ м/с} \cdot 0,02\text{ м/с}}{200\text{ кг}} = 0,1\text{ м/с}.$$

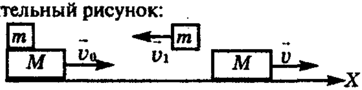
Ответ: $v_0 = 0,1$ м/с^2.

№ 327(325).

Дано:
$M = 200$ кг
$m = 50$ кг
$v_0 = 1$ м/с
1) $v_1 = 4$ м/с
2) $v_2 = 2$ м/с
3) $v_3 = 6$ м/с

v — ?

Решение:
1. Рассмотрим первый случай: мальчик прыгает с кормы. Сделаем пояснительный рисунок:



Закон сохранения импульса:

$$(M + m)\vec{v}_0 = m\vec{v}_1 + M\vec{v}.$$

В проекции на ось X:

$$(M + m)v_0 = Mv - mv_1 \Rightarrow v = \frac{(M + m)v_0 + mv_1}{M}.$$

$$v = \frac{(200\text{ кг} + 50\text{ кг}) \cdot 1\text{ м/с} + 50\text{ кг} \cdot 4\text{ м/с}}{200\text{ кг}} = 2,25\text{ м/с}.$$

2. Второй и третий случай: мальчик прыгает с носа лодки. Сделаем пояснительный рисунок:

Уравнение закона сохранения импульса

$$(M + m)\vec{v}_0 = m\vec{v}_2 + M\vec{v}.$$

В проекции на ось X:

$$(M+m)v_0 = Mv_x + mv_2 \Rightarrow v_x = \frac{(M+m)v_0 - mv_2}{M}.$$

Находим скорость для второго и третьего случаев:

$$2)v_x = \frac{(200\text{ кг}+50\text{ кг})\cdot 1\text{ м/с} - 50\text{ кг}\cdot 2\text{ м/с}}{200\text{ кг}} = 0{,}75\text{ м/с}.$$

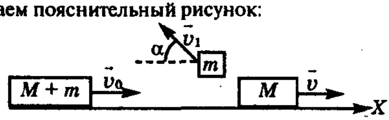
$$3)v_x = \frac{(200\text{ кг}+50\text{ кг})\cdot 1\text{ м/с} - 50\text{ кг}\cdot 6\text{ м/с}}{200\text{ кг}} = -0{,}25\text{ м/с}.$$

Как мы видим, в третьем случае направление движение лодки изменилось на противоположное.

Ответ: 1) $v = 2{,}25$ м/с, 2) $v = 0{,}75$ м/с, 3) $v_x = -0{,}25$ м/с.

№ 328*(326).

Дано:	Решение:
$M = 750\text{ т} = 750\cdot 10^3$ кг	Сделаем пояснительный рисунок:
$m = 30$ кг	
$v_1 = 1\text{ км/с} = 10^3$ м/с	
$\alpha = 60°$	
Δv — ?	



Закон сохранения импульса: $(M+m)\vec{v}_0 = M\vec{v} + m\vec{v}_1$.

В проекции на ось X:

$(M+m)v_0 = Mv - mv_1\cos\alpha$, т. к. $m \ll M$, то $Mv_0 = Mv - mv_1\cos\alpha$.

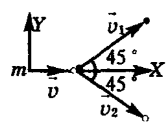
$$M(v - v_0) = mv_1\cos\alpha \Rightarrow \Delta v = \frac{mv_1\cos\alpha}{M}.$$

$$\Delta v = \frac{30\text{ кг}\cdot 10^3\text{ м/с}\cdot\cos 60°}{750\cdot 10^3\text{ кг}} = 0{,}02\text{ м/с}.$$

Ответ: $\Delta v = 0{,}02$ м/с.

№ 329*(327).

Дано:	Решение:
$m_1 = m_2 = m$	Сделаем пояснительный рисунок.
$v = 10$ м/с	По закону сохранения импульса:
v_1 — ?, v_2 — ?	$m\vec{v} = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2$.



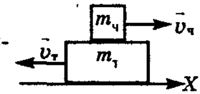
В проекциях на оси:

$$\begin{cases} mv = mv_1\cos 45° + mv_2\cos 45° \\ 0 = mv_1\sin 45° - mv_2\sin 45° \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = v_2 \\ mv = 2mv_1\cos 45° \end{cases} \Rightarrow$$

$$v_1 = \frac{v}{2\cos 45°} = \frac{10\text{ м/с}}{2\frac{\sqrt{2}}{2}} = 7{,}1\text{ м/с}. \qquad v_1 = v_2 = 7{,}1\text{ м/с}.$$

Ответ: $v_1 = 7{,}1$ м/с, $v_2 = 7{,}1$ м/с.

№ 330*(328).



Дано:	Решение:
$m_т = 20$ кг	Воспользуемся законом сохранения импульса $0 = m_т\vec{\upsilon}_т + m_ч\left(\vec{\upsilon}_т + \vec{\upsilon}_ч\right)$.
$m_ч = 60$ кг	Спроецируем уравнение на ось X:
$\upsilon_ч = 1$ м/с	$0 = -m_т\upsilon_т + m_ч\left(-\upsilon_т + \upsilon_ч\right)$.
$\upsilon_т$ — ?	Отсюда скорость тележки:

$$\upsilon_т = \frac{m_ч\upsilon_ч}{m_т + m_ч} = \frac{60\text{ кг}\cdot 1\text{ м/с}}{60\text{ кг} + 20\text{ кг}} = 0,75\text{ м/с}.$$

Ответ: $\upsilon_т = 0,75$ м/с.

17. Механическая работа. Кинетическая и потенциальная энергия

№ 331(329).

Дано:	Решение:
$m = 20$ мг $= 2\cdot 10^{-5}$ кг	$A = Fs$; $F = mg \Rightarrow A = mgs$.
$s = 2$ км $= 2\cdot 10^3$ м	$A = 2\cdot 10^{-5}\text{ кг}\cdot 10\text{ м/с}^2\cdot 2\cdot 10^3\text{ м} = 0,4$ Дж.
$g = 10$ м/с^2	
A — ?	

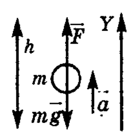
Ответ: $A = 0,4$ Дж.

№ 332(330).

Дано:	Решение:
$l = 5$ м	$A = Fs$; $F = mg$; $m = \rho V$; $V = lS \Rightarrow$
$S = 100$ см$^2 = 100\cdot 10^{-4}$ м^2	$A = \rho lSgs$.
$s = 12$ м, $g = 10$ м/с^2	$A = 7,8\cdot 10^3\text{ кг/м}^3\cdot 5\text{ м}\cdot 100\cdot 10^{-4}\text{ м}^2\times$
$\rho = 7,8\cdot 10^3$ кг/м^3	$\times\ 10\text{ м/с}^2\cdot 12\text{ м} = 46\,800$ Дж $= 46,8$ кДж.
A — ?	

Ответ: $A = 46,8$ кДж.

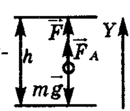
№ 333(331).



Дано:	Решение:
$m = 2$ кг	По второму закону Ньютона: $m\vec{a} = \vec{F} + m\vec{g}$.
$s = 1$ м	В проекции на ось Y:
$g = 10$ м/с^2	$ma = F - mg \Rightarrow F = m(g + a)$.
$a = 3$ м/с^2	$A = Fs = m(g + a)s$.
A — ?	$A = 2\text{ кг}\cdot(10\text{ м/с}^2 + 3\text{ м/с}^2)\cdot 1\text{ м} = 26$ Дж.

Ответ: $A = 26$ Дж.

№ 334(332).



Дано:	Решение:
$s = 5$ м, $V_к = 0,6$ м^3	Сделаем пояснительный рисунок.
$\rho_к = 2,5\cdot 10^3$ кг/м^3, $\rho_в = 10^3$ кг/м^3	$A = Fs$.
A — ?	

$$\vec{F} + \vec{F}_A + m\vec{g} = 0$$

$$F + F_A - mg = 0, (1) \text{ где } F_A = \rho_в g V_к,\ m = \rho_к V_к.$$

Подставим значения F_A и m в (1), получим

$$F + \rho_в g V_к - \rho_к g V_к = 0 \Rightarrow F = gV_к(\rho_к - \rho_в).$$

Подставим значение силы в формулу работы, получим:

$$A = gV_к(\rho_к - \rho_в)s.$$

$$A = 10 \text{ м/с}^2 \cdot 0{,}6 \text{ м}^3 \cdot (2{,}5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 - 10^3 \text{ кг/м}^3) \cdot 5 \text{ м} = 45 \text{ кДж}.$$

Ответ: $A = 45$ кДж.

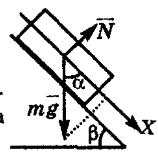
№ 335(333).

Дано:	Решение:
$F = 200$ Н	По определению работы:
$s = 10$ м, $\alpha = 45°$	$A = Fs\cos\alpha.$
A — ?	$A = 200 \text{ Н} \cdot 10 \text{ м} \cdot \cos 45° = 1414$ Дж.

Ответ: $A = 1414$ Дж.

№ 336(334).

Дано:	Решение:
$m = 10$ т $=$	По определению работы:
$= 10^4$ кг	$A = mgs\cos\alpha.(1)$
$s = 100$ м	α — угол между направлением силы и направле-
$\beta = 4°$	нием движения. На рисунке из треугольника
A — ?	видно, что $\alpha = 90° - \beta$.



Подставив значение α в (1), получим:

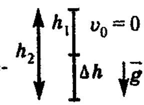
$$A = mgs\cos(90° - \beta) \Rightarrow A = mgs\sin\beta.$$

$$A = 10^4 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 100 \text{ м} \cdot \sin 4° = 700\,000 \text{ Дж} = 700 \text{ кДж}.$$

Ответ: $A = 700$ кДж.

№ 337(335).

Дано:	Решение:
$v_0 = 0$	Сделаем пояснительный рисунок.
A_2/A_1 — ?	Пусть все время падения будет равно $2t$. Тогда перемещение тела за первую половину времени



$$h_1 = \frac{gt^2}{2},$$

а за все время $$h = \frac{4gt^2}{2} = 2gt^2.$$

Перемещение за вторую половину времени:

$$h_2 = h - h_1 \Rightarrow 2gt^2 - \frac{gt^2}{2} = \frac{3gt^2}{2}.$$

Отношение работ силы тяжести

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{mgh_2}{mgh_1} = \frac{h_2}{h_1} = \frac{3gt^2}{2} \bigg/ \frac{gt^2}{2} = 3.$$

Таким образом $A_2 = 3A_1$, т. е. за вторую половину времени сила тяжести совершает работу, в три раза большую, чем за первую.

Ответ: $A_2 = 3A_1$.

№ 338(336).

Дано:

$m = 100\text{ г} = 0{,}1\text{ кг}$

$h = 5\text{ м}$

$g = 10\text{ м/с}^2$

а) $m\vec{g} \uparrow\downarrow \vec{s}_1$

б) $m\vec{g} \uparrow\uparrow \vec{s}_2$

в) $\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$

A_1 — ?, A_2 — ?

A — ?

Решение:

Сделаем пояснительный рисунок.

а) $m\vec{g} \uparrow\downarrow \vec{s}_1$ — тело движется вверх.

$$A_1 = m\vec{g}\vec{s}_1 = mgh\cos 180° = -mgh.$$

$$A_1 = -0{,}1\text{ кг} \cdot 10\text{ м/с}^2 \cdot 5\text{ м} = -5\text{ Дж}.$$

б) $m\vec{g} \uparrow\uparrow \vec{s}_2$ — тело движется вниз.

$$A_2 = m\vec{g}\vec{s}_2 = mgh\cos 0° = mgh.$$

$$A_2 = 0{,}1\text{ кг} \cdot 10\text{ м/с}^2 \cdot 5\text{ м} = 5\text{ Дж}.$$

в) $A = A_1 + A_2 = -5\text{ Дж} + 5\text{ Дж} = 0\text{ Дж}.$

Ответ: $A_1 = -5$ Дж, $A_2 = 5$ Дж, $A = 0$.

№ 339(337).

Дано:

$m_1 = 8\text{ кг}$

$h = 10\text{ м}$

$m_0/h = 400\text{ г/м} = 0{,}4\text{ кг/м}$

$g = 10\text{ м/с}^2$

A — ?

Решение:

Общая работа $A = A_1 + A_2$, где $A_1 = m_1gh$ — работа по подъему ведра массой m_1, $A_2 = m_2gh/2$ — работа по подъему троса, т. к. масса тросса m_2 равномерно распределена по всей его длине.

$$\begin{cases} A = m_1gh + \dfrac{m_2gh}{2} \\ m_2 = m_0h \end{cases} \Rightarrow A = m_1gh + \frac{m_0gh^2}{2} = gh\left(m_1 + \frac{m_0h}{2}\right).$$

$$A = 10\text{ м/с}^2 \cdot 10\text{ м} \cdot \left(8\text{ кг} + \frac{0{,}4\text{ кг/м} \cdot 10\text{ м}}{2}\right) = 1000\text{ Дж}.$$

Ответ: $A = 1000$ Дж.

№ 340(338).

Дано:

$F_1 = 30\text{ Н}$

$F_2 = 40\text{ Н}$

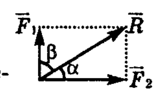
$s = 10\text{ м}$

A_1 — ?

A_2 — ?

A — ?

Решение:



Сделаем пояснительный рисунок.

Перемещение совпадает по направлению с результирующей силой, тогда:

$$\begin{cases} A_1 = F_1s\cos\beta \\ A_2 = F_2s\cos\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\beta = \dfrac{F_1}{R} \\ \cos\alpha = \dfrac{F_2}{R} \end{cases}; R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}.$$

$$A_1 = \frac{F_1^2 s}{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}} = \frac{(30\text{ Н})^2 \cdot 10\text{ м}}{\sqrt{(30\text{ Н})^2 + (40\text{ Н})^2}} = 180\text{ Дж}.$$

$$A_2 = \frac{F_2^2 s}{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}} = \frac{(40\text{ Н})^2 \cdot 10\text{ м}}{\sqrt{(30\text{ Н})^2 + (40\text{ Н})^2}} = 320\text{ Дж}.$$

$$A = s\sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 10\text{ м} \cdot \sqrt{(30\text{ Н})^2 + (40\text{ Н})^2} = 500\text{ Дж}.$$

Ответ: $A_1 = 180$ Дж, $A_2 = 320$ Дж, $A = 500$ Дж.

№ 341(339).

Дано:
$m_1 = 3m_2$
$v_2 = 3v_1$

$E_{к2}/E_{к1}$ — ?

Решение:
По определению: $E_к = \dfrac{mv^2}{2}$.

Запишем формулы для мяча и шайбы и найдем их отношение:

$$\begin{cases} E_{к1} = \dfrac{m_1v_1^2}{2} \\ E_{к2} = \dfrac{m_2v_2^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{E_{к2}}{E_{к1}} = \frac{m_2v_2^2}{m_1v_1^2} = \frac{m_2(3v_1)^2}{3m_2v_1^2} = \frac{9v_1^2}{3v_1^2} = 3.$$

$E_{к2} = 3E_{к1}$, т.е. кинетическая энергия шайбы в три раза больше, чем кинетическая энергия футбольного мяча.

Ответ: $E_{к2} = 3E_{к1}$.

№ 342(340).

Дано:
$m = 6{,}6$ т $= 6{,}6 \cdot 10^3$ кг
$v = 7{,}8$ км/с $= 7{,}8 \cdot 10^3$ м/с

$E_к$ — ?

Решение:
По определению: $E_к = \dfrac{mv^2}{2}$.

$$E_к = \frac{6{,}6 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot (7{,}8 \cdot 10^3 \text{ м/с})^2}{2} \approx 200 \text{ ГДж}.$$

Ответ: $E_к = 200$ ГДж.

№ 343(341).

Дано:
$m = 4$ кг
$v_1 = 2$ м/с
$v_2 = 8$ м/с

A — ?

Решение:
По теореме о кинетической энергии: $A = E_{к2} - E_{к1} \Rightarrow$

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2} = \frac{4 \text{ кг} \cdot \left((8 \text{ м/с})^2 - (2 \text{ м/с})^2\right)}{2} = 120 \text{ Дж}.$$

Ответ: $A = 120$ Дж.

№ 344(342).

Дано:
$m_2 = 18m_1$, $v_1 = 6v_2$

p_1/p_2 — ?
$E_{к1}/E_{к2}$ — ?

Решение:
По определению: $p = mv$, $E_к = \dfrac{mv^2}{2}$.

Запишем выражения для импульсов и кинетических энергий для автомобилей и найдем их отношения:

$$\begin{cases} p_1 = m_1v_1 \\ p_2 = m_2v_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1v_1}{m_2v_2} = \frac{m_1 6v_2}{18m_1v_2} = \frac{1}{3}.$$

$$\begin{cases} E_{к1} = \dfrac{m_1v_1^2}{2} \\ E_{к2} = \dfrac{m_2v_2^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{E_{к1}}{E_{к2}} = \frac{m_1v_1^2}{m_2v_2^2} = \frac{m_1(6v_2)^2}{18m_1v_2^2} = 2.$$

$p_2 = 3p_1$ — импульс самосвала в 3 раза больше, чем импульс легкового автомобиля.

$E_{к1} = 2E_{к2}$ — кинетическая энергия легкового автомобиля в 2 раза больше, чем кинетическая энергия самосвала.

Ответ: $p_2 = 3p_1$, $E_{к1} = 2E_{к2}$.

№ 345(343).

Дано:	Решение:
$p = 8$ кг · м/с	По определению:
$E_к = 16$ Дж	
m — ?	
v — ?	

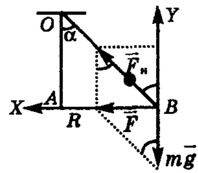
$$\begin{cases} p = mv \\ E_к = \dfrac{mv^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{p}{E_к} = \frac{mv}{\frac{mv^2}{2}} = \frac{2}{v} \Rightarrow v = \frac{2E_к}{p}.$$

$$v = \frac{2 \cdot 16\ Дж}{8\ кг \cdot м/с} = 4\ м/с. \qquad m = \frac{p}{v} = \frac{8\ кг \cdot м/с}{4\ м/с} = 2\ кг.$$

Ответ: $m = 2$ кг, $v = 4$ м/с.

№ 346*(344).

Дано:	Решение:
$m = 100$ г $= 0{,}1$ кг	Сделаем пояснительный рисунок.
$l = 40$ см $= 0{,}4$ м	По второму закону Ньютона:
$\alpha = 60°$	$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_н$.
$g = 10$ м/с^2	В проекциях на оси получим:
$E_к$ — ?	



$$\begin{cases} ma = F_н \sin\alpha \\ 0 = F_н \cos\alpha - mg \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} ma = F_н \sin\alpha \\ mg = F_н \cos\alpha \end{cases} \Rightarrow ma = mg\,\mathrm{tg}\,\alpha. (1)$$

Центростремительное ускорение: $a_ц = v^2/R$. (2)

Подставим (2) в (1), получим: $mv^2/R = mg\ \mathrm{tg}\ \alpha \Rightarrow mv^2 = mgR\ \mathrm{tg}\ \alpha$.

Из треугольника OAB: $R = AB = l \sin\alpha$; $mv^2 = mgl \sin\alpha\, \mathrm{tg}\,\alpha$. (2)

По определению $E_к = mv^2/2$, подставим значение mv^2, получим:

$$E_к = \frac{mgl\ \sin\ \alpha\,\mathrm{tg}\,\alpha}{2} = \frac{0{,}1\ кг \cdot 10\ м/с^2 \cdot 0{,}4\ м \cdot \sin\ 60° \cdot \mathrm{tg}\ 60°}{2} = 0{,}03\ Дж.$$

Ответ: $E_к = 0{,}03$ Дж.

№ 347(345).

Дано:	Решение:
$m = 2$ т $= 2 \cdot 10^3$ кг	По определению потенциальной энергии:
$E_п = 10$ кДж $= 10^4$ Дж	$E_п = mgh \Rightarrow h = E_п/mg$.
$g = 10$ м/с^2	
h — ?	

$$h = \frac{10^4\ Дж}{2 \cdot 10^3\ кг \cdot 10\ м/с} = 0{,}5\ м.$$

Ответ: $h = 0{,}5$ м.

№ 348(346).

Дано:	Решение:
$m = 300$ кг	По определению потенциальной энергии:
$h = 1{,}5$ м	$E_п = mgh$.
$g = 10$ м/с^2	$E_п = 300$ кг · 10 м/с^2 · 1,5 м = 4500 Дж = 4,5 кДж.
$E_п$ — ?	

Ответ: $E_п = 4{,}5$ кДж.

№ 349(347).

Дано:	Решение:
$m = 200$ г $= 0{,}2$ кг	По теореме о потенциальной энергии:
$h_1 = 6$ м	$A = -mg(h - h_0)$.
$h_2 = 8$ м	В случае, когда камень летит вверх до максимальной высоты: $h_0 = 0$, $h = h_2 = 8$ м $\Rightarrow$
A_1 — ?	$A_1 = -0{,}2$ кг $\cdot$ 10 м/с^2 $\cdot$ (8 м – 0) = –16 Дж.
A_2 — ?	Во втором случае, когда камень с высоты 8 м падает на балкон: $h_0 = h_2 = 8$ м, $h = h_1 = 6$ м $\Rightarrow$
A — ?	
$E_п$ — ?	

$$A_2 = -0{,}2\text{ кг} \cdot 10\text{ м/с}^2 \cdot (6\text{ м} - 8\text{ м}) = 4\text{ Дж}.$$

Работа силы тяжести на всем пути:

$$A = A_1 + A_2 = -16\text{ Дж} + 4\text{ Дж} = -12\text{ Дж}.$$

$$E_п = -A = 12\text{ Дж}.$$

Ответ: $A_1 = -16$ Дж, $A_2 = 4$ Дж, $A = -12$ Дж, $E_п = 12$ Дж.

№ 350(348).

Дано:	Решение:
$l = 2$ м	По определению потенциальной энергии: $E_п = mgh$,
$m = 100$ кг	где h — высота центра тяжести тела над уровнем земли.
$g = 10$ м/с^2	Для данной задачи $A = E_п$, для стержня $h = l/2 \Rightarrow A = mgl/2$.
A — ?	

$$A = \frac{100\text{ кг} \cdot 10\text{ м/с}^2 \cdot 2\text{м}}{2} = 1000\text{ Дж} = 1\text{ кДж}.$$

Ответ: $A = 1$ кДж.

№ 351(349).

Дано:	Решение:
$x = 8$ см $= 0{,}08$ м	Из графика видно, что зависимость является прямо пропорциональной, т. е. $F_x = kx$. При $x = 0{,}1$ м $F_x = 1000$ Н $\Rightarrow k = F_x/x$.
$E_п$ — ?	

$$k = 1000\text{ Н}/0{,}1\text{ м} = 10^4\text{ Н/м}.$$

Жесткость пружины пропорциональна тангенсу угла α наклона прямой $F_x(x)$ к оси абсцисс. По рисунку, фигура, ограниченная графиком, осью OX и перпендикуляром, опущенным из точки A, — прямоугольный треугольник. Его площадь:

$$S = \frac{xF_x}{2} = \frac{xkx}{2} = \frac{kx^2}{2}.$$

Формула потенциальной энергии деформированного тела: $E_п = \dfrac{kx^2}{2}$.

Как видно, площадь треугольника численно равна потенциальной энергии растянутой пружины:

$$E_п = \frac{10^4\text{ Н/м} \cdot (0{,}08\text{ м})^2}{2} = 32\text{ Дж}.$$

Ответ: $E_п = 32$ Дж.

№ 352(350).

Дано:	Решение:
$x = 3$ см $= 0{,}03$ м	$F_x = kx$, $E_п = kx^2/2 \Rightarrow$
$F_x = 20$ Н	$E_п = \dfrac{F_x x}{2} = \dfrac{20\text{ Н} \cdot 0{,}03\text{ м}}{2} = 0{,}3$ Дж.
$E_п$ — ?	

Ответ: $E_п = 0{,}3$ Дж.

№ 353(351).

Дано:	Решение:
$x = 0{,}5$ см $= 5 \cdot 10^{-3}$ м	Работа внешних сил при растяжении пружины
$k = 40$ кН/м $= 40 \cdot 10^3$ Н/м	равна изменению ее потенциальной энергии:
A — ?	$A = kx^2/2$.

$$A = \frac{40 \cdot 10^3\text{ Н/м} \cdot \left(5 \cdot 10^{-3}\text{ м}\right)^2}{2} = 0{,}5\text{ Дж}.$$

Ответ: $A = 0{,}5$ Дж.

№ 354(352).

Дано:	Решение:
$x_1 = 4$ мм $= 4 \cdot 10^{-3}$ м	Работа, необходимая для растяжения пружины из не-
$x_2 = 4$ см $= 4 \cdot 10^{-2}$ м	деформированного состояния на x, равна:
$A_1 = 0{,}02$ Дж	$A = k(\Delta x)^2/2$. (1)
A_2 — ?	Запишем формулу (1) для Δx_1 и Δx_2 и разделим их друг на друга:

$$\begin{cases} A_1 = \dfrac{k(x_1)^2}{2} \\ A_2 = \dfrac{k(x_2)^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{k(x_1)^2}{k(x_2)^2} = \frac{(x_1)^2}{(x_2)^2} \Rightarrow A_2 = \frac{A_1(x_2)^2}{(x_1)^2}.$$

$$A_2 = \frac{0{,}02\text{ Дж} \cdot \left(4 \cdot 10^{-2}\text{ м}\right)^2}{\left(4 \cdot 10^{-3}\text{ м}\right)^2} = 2\text{ Дж}.$$

Ответ: $A_2 = 2$ Дж.

№ 355(353).

Дано:	Решение:
$F_1 = 0$	Работа, которую совершает внешняя сила над пружиной:
$F_2 = 10$ Н	$A = \dfrac{k\left(x_2^2 - x_1^2\right)}{2}$. (1)
$F_3 = 20$ Н	
$F_4 = 30$ Н	По закону Гука: $F_{упр} = kx \Rightarrow x = F_{упр}/k$.
$A_1 : A_2 : A_3$ — ?	Подставим значение x в (1), получим (с учетом, что $F = F_{упр}$):

$$A = \frac{k\left(F_2^2 - F_1^2\right)}{2k^2} = \frac{F_2^2 - F_1^2}{2k}. \ (2)$$

Запишем формулу (2) для A_1; A_2; A_3:

$$A_1 = \frac{F_2^2 - F_1^2}{2k};\ A_2 = \frac{F_3^2 - F_2^2}{2k};\ A_3 = \frac{F_4^2 - F_3^2}{2k} \Rightarrow$$

$$A_1 : A_2 : A_3 = \left(F_2^2 - F_1^2\right) : \left(F_3^2 - F_2^2\right) : \left(F_4^2 - F_3^2\right).$$

$$A_1 : A_2 : A_3 = 10^2 : \left(20^2 - 10^2\right) : \left(30^2 - 20^2\right).$$

$$A_1 : A_2 : A_3 = 100 : 300 : 500.$$

$$A_1 : A_2 : A_3 = 1 : 3 : 5.$$

Ответ: $A_1 : A_2 : A_3 = 1 : 3 : 5$.

№ 356(354).

Дано:	Решение:
$F = 40$ Н $k = 500$ Н/м	Работа по растяжению пружины от x_1 до x_2:
A — ?	$$A = \frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2} = \frac{k\left(x_2^2 - x_1^2\right)}{2}. \quad (1)$$

Для решения уравнения (1) определяем x_1 и x_2. По закону Гука

$$F = kx_2 \Rightarrow x_2 = F/k = 40 \text{ Н}/500 \text{ Н/м} = 0{,}08 \text{ м}.$$

x_2 — максимальное растяжение пружины. Тогда растяжение пружины, соответтствующее середине шкалы динамометра:

$$x_1 = x_2/2 = 0{,}08 \text{ м}/2 = 0{,}04 \text{ м}.$$

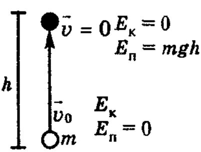
$$A = \frac{500 \text{ Н/м} \cdot \left((0{,}08 \text{ м})^2 - (0{,}04 \text{ м})^2\right)}{2} = 1{,}2 \text{ Дж}.$$

Ответ: $A = 1{,}2$ Дж.

18. Закон сохранения энергии. Превращение энергии при действии силы тяжести; силы упругости; силы трения

№ 357(355).

Дано:	Решение:
$m = 0{,}5$ кг $\upsilon_0 = 4$ м/с $\upsilon = 0$	1) В момент броска тело обладает кинетической энергией:
A — ? $E_п$ — ? $\Delta E_к$ — ?	$$E_{к0} = \frac{m\upsilon_0^2}{2} = \frac{0{,}5 \text{ кг} \cdot (4 \text{ м/с})^2}{2} = 4 \text{ Дж}.$$ 2) В точке максимального подъема: $$\upsilon = 0,\ E_к = 0,\ E_п = mgh.$$



Изменение потенциальной энергии будет положительное, а изменение кинетической — отрицательное:

$$E_{к0} = 4 \text{ Дж},\ E_к = 0,\ \Delta E_к = -4 \text{ Дж}.$$

3) Работа силы тяжести будет отрицательная, т. к. сила тяжести направлена вниз, а перемещение — вверх.

По закону сохранения энергии:

$$E_п = E_{к0} = 4 \text{ Дж},\ E_{п0} = 0,\ A = -\Delta E_п = -4 \text{ Дж}.$$

Ответ: $A = -4$ Дж, $E_п = 4$ Дж, $\Delta E_к = -4$Дж.

№ 358(356).

Дано:
$m = 400$ г $= 0{,}4$ кг
$h_0 = 2$ м
$h = 0$

$E_к$ — ?

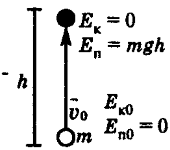
Решение:
В момент удара о землю тело обладает только кинетической энергией, которая численно равна потенциальной энергии тела в момент начала падения на высоте 2 м. Т. е. по закону сохранения энергии:

$$\begin{cases} E_к = \dfrac{mv^2}{2} \\ E_п = mgh \end{cases} \Rightarrow E_п = E_к \Rightarrow E_к = mgh.$$

$$E_к = 0{,}4\text{ кг} \cdot 10\text{ м/с}^2 \cdot 2\text{ м} = 8\text{ Дж}.$$

Ответ: $E_к = 8$ Дж.

№ 359(357).



Дано:
$m = 100$ г $= 0{,}1$ кг
$v_0 = 10$ м/с

$E_п$ — ?

Решение:
В момент броска тело обладает кинетической энергией:

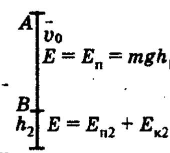
$$E_{к0} = {mv_0^2}/{2},$$

потенциальная энергия его равна 0. При подъеме кинетическая энергия уменьшается, потенциальная увеличивается. На максимальной высоте, согласно закону сохранения и превращения энергии:

$$E_{к0} = E_п \Rightarrow E_п = E_{к0} = \frac{mv_0^2}{2}.$$

Ответ: $E_п = 5$ Дж.

№ 360(358).



Дано:
$m = 3$ кг
$h_1 = 5$ м
$h_2 = 2$ м

$E_{п2}$ — ?
$E_{к2}$ — ?

Решение:
Следаем пояснительный рисунок.
В верхней точке A тело обладает только потенциальной энергией, следовательно:

$$E = E_{п1} = mgh_1,\ E_{к1} = 0.$$

По закону сохранения и превращения энергии в точке B на высоте 2 м у тела есть и кинетическая и потенциальная энергия, их сумма равна энергии этого тела в точке A.

Следовательно в точке B: $E = E_{к2} + E_{п2}$.
Потенциальная энергия в точке B: $E_{п2} = mgh_2 = 3\text{ кг} \cdot 10\text{ м/с}^2 \cdot 2\text{ м} = 60$ Дж.
Для нахождения кинетической энергии в точке B можно воспользоваться уравнением: $E_{п1} = E_{к2} + E_{п2} \Rightarrow E_{к2} = E_{п1} - E_{п2} = mgh_1 - E_{п2}$.

$$E_{к2} = 3\text{ кг} \cdot 10\text{ м/с}^2 \cdot 5\text{ м} - 60\text{ Дж} = 90\text{ Дж}.$$

Ответ: $E_{п2} = 60$ Дж, $E_{к2} = 90$ Дж.

№ 361(359).

Дано:
$v_0 = 10$ м/с, $E_к = E_п$
$g = 10$ м/с^2

h — ?

Решение:
По закону сохранения и превращения энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{mv^2}{2}, (1)$$

где m — масса камня, v_0 — начальная скорость, h — высота, v — скорость на высоте h. По условию задачи:

$$mgh = \frac{mv^2}{2}. (2)$$

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{mv^2}{2} \\ mgh = \frac{mv^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{mv_0^2}{2} = mgh + mgh = 2mgh \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{4g}.$$

$$h = \frac{(10 \text{ м/с})^2}{4 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = 2,5 \text{ м}.$$

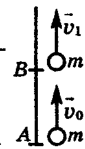
Ответ: $h = 2,5$ м.

№ 362(360).

Дано:
$m = 50$ г $= 0,05$ кг
$v_0 = 30$ м/с
$t = 2$ с

$E_{п1}$ — ?
$E_{к1}$ — ?

Решение:



В момент начала движения в точке A тело обладает только кинетической энергией.

$$E = E_к = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{0,05 \text{ кг} \cdot (30 \text{ м/с})^2}{2} = 22,5 \text{ Дж}.$$

Через 2 с скорость тела станет равной: $v_1 = v_0 - gt$.

$$v_1 = 30 \text{ м/с} - 10 \text{ м/с}^2 \cdot 2 \text{ с} = 10 \text{ м/с}.$$

Т. е. в точке B кинетическая энергия $E_{к1} = \frac{mv_1^2}{2}$,

а потенциальная — $E_{п1} = E_к - E_{к1}$ (по закону сохранения и превращения энергии).

$$E_{к1} = \frac{0,05 \text{ кг} \cdot (10 \text{ м/с})^2}{2} = 2,5 \text{ Дж}.$$

$$E_{п1} = 22,5 \text{ Дж} - 2,5 \text{ Дж} = 20 \text{ Дж}.$$

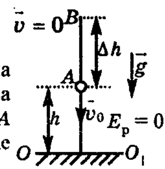
Ответ: $E_{п1} = 20$ Дж, $E_{к1} = 2,5$ Дж.

№ 363(н).

Дано:
h
а) $\Delta h = 10$ м
б) $\Delta h = h$

v_0 — ?

Решение:



Сделаем пояснительный рисунок.

Потенциальную энергию примем за ноль на уровне OO_1. Запишем условие равенства полной механической энергии в точках A (начальная точка) и B (конечная точка, где скорость мяча равна нулю):

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = mg(h + \Delta h),$$

откуда искомая скорость $v_0 = \sqrt{2g\Delta h}$.

В случае а) $\Delta h = 10$ м, поэтому $v_0 = \sqrt{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 10 \text{ м}} \approx 14$ м/с.

В случае б) $\Delta h = h$, поэтому $v_0 = \sqrt{2gh}$.

Ответ: $v_0 = 14$ м/с, $v_0 = \sqrt{2gh}$.

№ 364(362).

Дано:	Решение:
v_0, h	По закону сохранения энергии:
v — ?	$mv_0^2/2 = mv^2/2 + mgh.$

Здесь $\dfrac{mv_0^2}{2}$ — энергия в момент броска;

$\dfrac{mv^2}{2}$ — кинетическая энергия на высоте h;

mgh — потенциальная энергия на высоте h.

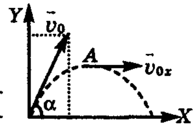
Разделим уравнение (1) на m, получим:

$$\frac{v_0^2}{2} = \frac{v^2 + 2gh}{2} \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}.$$

Ответ: $v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$.

№ 365(363).

Дано:	Решение:
$m = 10\text{ г} = 0{,}01\text{ кг}$	Проекция скорости на ось X:
$v = 600$ м/с	$v_{0x} = v_0 \cos\alpha.$
$E_к = 450$ Дж	В верхней точке траектории вертикальная составляющая скорости равна 0, поэтому:
α — ?	



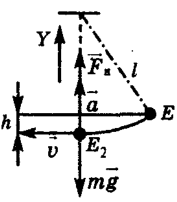
$$E_к = \frac{mv_x^2}{2} = \frac{m}{2}v_0^2\cos^2\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{\frac{2E_к}{mv_0^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 450\text{ Дж}}{0{,}01\text{ кг} \cdot (600\text{ м/с})^2}} = 0{,}5;$$

$\alpha = 60°$.

Ответ: $\alpha = 60°$.

№ 366(364).

Дано:	Решение:
$m = 25$ кг	Сделаем пояснительный рисунок.
$l = 2{,}5$ м	В точке 1 $E_1 = E_{п1} = mgh$, $E_{к1} = 0$.
$F_н = 550$ Н	В точке 2 $E_2 = E_{к2} = mv^2/2$, $E_{п2} = 0$.
h — ?	По закону сохранения и превращения энергии:



$$mgh = \frac{mv^2}{2}.$$

По второму закону Ньютона для положения 2: $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_н$.

В проекциях на ось OY:

$$\begin{cases} ma_y = -mg + F_н \\ a_y = a_ц = \dfrac{v^2}{r} = \dfrac{v^2}{l} \end{cases} \Rightarrow \frac{mv^2}{l} = F_н - mg.$$

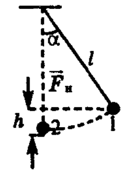
Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} mv^2/2 = mgh \\ mv^2/l = F_н - mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mv^2 = 2mgh \\ mv^2 = l(F_н - mg) \end{cases} \Rightarrow 2mgh = l(F_н - mg) \Rightarrow$$

$$h = \frac{l(F_н - mg)}{2mg} = \frac{2{,}5\ м \cdot (550\ Н - 25\ кг \cdot 10\ м/с^2)}{2 \cdot 25\ кг \cdot 10\ м/с^2} = 1{,}5\ м.$$

Ответ: $h = 1{,}5$ м.

№ 367*(365).



Дано:	Решение:
m	Сделаем пояснительный рисунок.
α	Воспользуемся уравнением из предыдущей задачи:
$F_н$ — ?	$2mgh = l(F_н - mg)$. (1)

По рисунку видно, что $h = l - l\cos\alpha = l(1 - \cos\alpha)$.

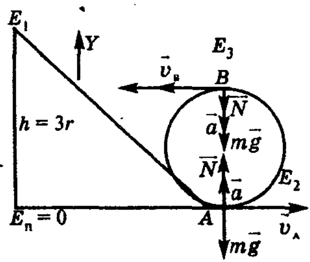
Подставим полученное выражение в формулу (1):

$$2mgl(1 - \cos\alpha) = l(F_н - mg) \Rightarrow 2mg(1 - \cos\alpha) = F_н - mg \Rightarrow$$

$$F_н = 2mg(1 - \cos\alpha) + mg = mg(2 - 2\cos\alpha + 1) = mg(3 - 2\cos\alpha).$$

Ответ: $F_н = mg(3 - 2\cos\alpha)$.

№ 368*(366).



Дано:	Решение:
m	Сделаем пояснительный рисунок.
$h = 3r$	$E_1 = 3mgr;\ E_2 = \dfrac{mv_A^2}{2};$
P_1 — ?	$E_3 = \dfrac{mv_B^2}{2} + 2rmg.$
P_2 — ?	

Запишем уравнение второго закона Ньютона для нижней точки петли (т. е. точки A):

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}.$$

В проекции на ось OY:

$$\begin{cases} ma = N - mg \\ a = \dfrac{v_A^2}{r} \end{cases} \Rightarrow P_1 = N = mg + \frac{mv_A^2}{r}. (1)$$

В уравнении (1) нам неизвестно значение скорости. Его найдем из закона сохранения энергии. На высоте h тело имеет запас потенциальной энергии $E_1 = 3mgr$, а в точке A $E_2 = mv_A^2/r$.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{mv_A^2}{2} = 3mgr \Rightarrow v_A^2 = 6gr. (2)$$

Подставим уравнение (2) в формулу (1), получим:

$$P_1 = mg + \frac{6mgr}{r} = 7mg.$$

2) Аналогично, вес тела в точке B:

$$P_2 = \frac{mv_B^2}{2} - mg.$$

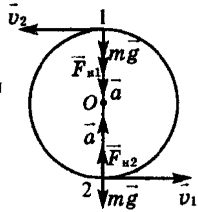
Составим уравнение закона сохранения энергии:

$$E_1 = E_3 \Rightarrow 3mgr = \frac{mv_B^2}{2} + 2mgr \Rightarrow \frac{mv_B^2}{2} = 2mgr \Rightarrow v_B^2 = 2gr \Rightarrow$$

$$P_2 = 2mgr/2 - mg = mg.$$

Ответ: $P_1 = 7mg$, $P_2 = mg$.

№ 369*(367).



Дано:	Решение:
m, x	Сделаем пояснительный рисунок.
$\Delta F_н$ — ?	Расставим силы, запишем выражения для силы натяжения нити $F_н$ в точках 1 и 2:

$$\begin{cases} \text{точка 1: } F_{н1} = \dfrac{mv_1^2}{r} - mg \\ \text{точка 2: } F_{н2} = \dfrac{mv_2^2}{r} + mg \end{cases}$$

Из второго уравнения системы вычтем первое, получим:

$$F_{н2} - F_{н1} = \frac{mv_2^2}{r} - \frac{mv_1^2}{r} + 2mg \Rightarrow \Delta F_н = \frac{mv_2^2 - mv_1^2}{r} + 2mg.(1)$$

Запишем уравнение закона сохранения энергии:

$$\frac{mv_1^2}{r} = \frac{mv_2^2}{r} + 2mgr,(2)$$

где mv_2^2/r — кинетическая энергия в точке 2 ($E_{н2} = 0$);
mv_1^2/r — кинетическая энергия в точке 1;
$2mgr$ — потенциальная энергия в точке 1.
Решаем совместно уравнения (1) и (2):

$$\begin{cases} \Delta F_н = \dfrac{mv_2^2 - mv_1^2}{r} + 2mg \\ \dfrac{mv_1^2}{r} = \dfrac{mv_2^2}{r} + 2mgr \end{cases} \Rightarrow mv_2^2 - mv_1^2 = 4mgr \Rightarrow \Delta F_н = \frac{4mgr}{r} + 2mg = 6mg.$$

Ответ: $\Delta F_н = 6mg$.

№ 370(368).

Дано:	Решение:
$m = 45$ кг	При выстреле из пружинного пистолета потенциальная
$\Delta l = 3$ см $= 0{,}03$ м	энергия упруго деформированной пружины преобразуется
$k = 1$ кН/м $=$	в кинетическую энергию «снаряда»: $E_п = E_к$, т. е.
$= 10^3$ Н/м	$\dfrac{k(\Delta l)^2}{2} = \dfrac{mv^2}{2}.$
v — ?	

Отсюда искомая скорость

$$v = \Delta l\sqrt{\frac{k}{m}} = 0{,}03\text{ м}\cdot\sqrt{\frac{10^3\text{ Н/м}}{45\text{ кг}}} = 0{,}14\text{ м/с}.$$

Ответ: $v = 0{,}14$ м/с.

№ 371(369).

Дано:	Решение:
а) $\Delta l_2 = 2\Delta l_1$	Запишем закон сохранения энергии для данных случаев:
б) $k_2 = 2k_1$	$\dfrac{k_1(\Delta l_1)^2}{2} = \dfrac{m_1v_1^2}{2}$; $\quad \dfrac{k_2(\Delta l_2)^2}{2} = \dfrac{m_2v_2^2}{2}.$
в) $m_2 = 2m_1$	
v_1/v_2 — ?	Разделим второе уравнение на первое, получим:

$$\frac{m_2v_2^2}{m_1v_1^2} = \frac{k_2(\Delta l_2)^2}{k_1(\Delta l_1)^2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{k_2(\Delta l_2)^2 m_1 / k_1(\Delta l_1)^2 m_2}.(1)$$

Решаем уравнение (1) для трех случаев, указанных в условии, учитывая, что все остальные компоненты не меняются.

1) $\Delta l_2 = 2\Delta l_1,\ m_2 = m_1,\ k_2 = k_1$ 2) $\Delta l_2 = \Delta l_1,\ m_2 = m_1,\ k_2 = 2k_1$

$$\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \sqrt{\frac{k_2(2\Delta l_2)^2 m_1}{k_1(\Delta l_1)^2 m_2}} = 2. \qquad \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \sqrt{\frac{2k_1(\Delta l_2)^2 m_1}{k_1(\Delta l_1)^2 m_2}} = \sqrt{2}.$$

3) $\Delta l_2 = \Delta l_1,\ m_2 = 2m_1,\ k_2 = k_1$

$$\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \sqrt{\frac{k_1(\Delta l_2)^2 m_1}{k_1(\Delta l_1)^2 2m_1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Ответ: 1) увеличится в 2 раза; 2) увеличится в $\sqrt{2}$ раза; 3) уменьшится в $\sqrt{2}$ раза.

№ 372(370).

Дано:	Решение:
m k x	1) При выстреле вверх: $\frac{kx^2}{2} = mgx + \frac{mv^2}{2}$, т. е. потенциальная энергия сжатой пружины $kx^2/2$ идет на возвращение телу потенциальной энергии mgx и сообщение ему кинетической энергии. Отсюда скорость
υ — ? υ_1 — ?	

$$\upsilon = \sqrt{\frac{kx^2}{m} - 2gx}.$$

2) При выстреле горизонтально — $mgx = 0 \Rightarrow$

$$\upsilon_1 = \sqrt{\frac{kx^2}{m}}.$$

Как мы видим, при выстреле вертикально вверх скорость меньше.

Ответ: $\upsilon = \sqrt{\frac{kx^2}{m} - 2gx}$.

№ 373(371).

Дано:	Решение:
$m = 60$ кг $h = 4$ м $x = 1$ м	По закону сохранения энергии: $mg(h + x) = \frac{kx^2}{2}$. (1) $mg(h + x)$ — изменение потенциальной энергии гимнаста при падении с высоты h и деформации x. Известно, что $F_{упр} = kx$. (2)
$F_{упр}$ — ?	Решаем совместно (1) и (2), получим:

$$\begin{cases} mg(h+x) = \frac{kx^2}{2} \\ F_{упр} = kx \end{cases} \Rightarrow mg(h+x) = \frac{F_{упр}x}{2} \Rightarrow F_{упр} = \frac{2mg(h+x)}{x}.$$

$$F_{упр} = \frac{2 \cdot 60\ кг \cdot 10\ м/с^2 \cdot (4\ м + 1\ м)}{1\ м} = 6000\ Н = 6\ кН.$$

Ответ: $F_{упр} = 6$ кН.

№ 374(372).

Дано:
$F = 26$ Н
$m = 50$ г $= 0{,}05$ кг
$l = 1$ м
$k = 2{,}5$ кН/м $=$
$= 2{,}5 \cdot 10^3$ Н/м

$F_н$ — ?

Решение:
Сделаем пояснительный рисунок.

$$E_1 = mg(l + x), \qquad E_2 = kx^2/2.$$

Запишем уравнение закона сохранения энергии:

$$mg\,(l + x) = \frac{kx^2}{2}.\ (1)$$

$$F_н = kx.\ (2)$$

Определим силу натяжения лески, появляющуюся при ее деформации и сравним с силой F, т. е. с силой, которую леска выдерживает (прочностью на разрыв).

Решим уравнение (1).

$$x^2 - \frac{2mg}{k}x - \frac{2mgl}{r} = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{mg}{k} \pm \sqrt{\frac{m^2g^2}{k^2} + 2\frac{mgl}{k}}.$$

$$x_{1,2} = \frac{0{,}05\ \text{кг} \cdot 10\ \text{м/с}^2}{2{,}5 \cdot 10^3\ \text{Н/м}} \pm \sqrt{\frac{(0{,}05\ \text{кг})^2 \cdot (10\ \text{м/с}^2)^2}{(2{,}5 \cdot 10^3\ \text{Н/м})^2} + 2\frac{0{,}05\ \text{кг} \cdot 10\ \text{м/с}^2 \cdot 1\ \text{м}}{2{,}5 \cdot 10^3\ \text{Н/м}}} \approx$$

$$\approx 0{,}02\ \text{м}.$$

Ясно, что подходит один корень (второй отрицательный).

$$F_н = kx = 2{,}5 \cdot 10^3\ \text{Н/м} \cdot 0{,}02\ \text{м} = 50\ \text{Н}.$$

$F_н > F$ — сила натяжения, которая возникает в леске (50 Н), больше силы, на которую рассчитана эта леска, следовательно, леска порвется.

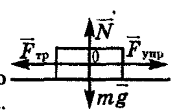
Ответ: леска порвется.

№ 375(373).

Дано:
$m = 800$ г $= 0{,}8$ кг
$l = 10$ см $= 0{,}1$ м
$k = 100$ Н/м
$g = 10$ м/с^2
$\mu = 0{,}25$

A_1/A_2 — ?

Решение:
Сделаем пояснительный рисунок.



1) Определим работу по растяжению пружины до начала движения бруска.

Этот процесс идет до тех пор пока $F_{упр}$ не сравняется с силой трения скольжения $F_{тр}$: $F_{упр} = F_{тр}$.

$$\begin{cases} F_{упр} = kx \\ F_{тр} = \mu N = \mu mg \end{cases} \Rightarrow kx = \mu mg \Rightarrow x = \frac{\mu mg}{k}.\ (1)$$

Работа по растяжению пружины до начала движения: $A_2 = kx^2/2 \Rightarrow$

$$A_2 = \frac{(\mu mg)^2 k}{2k^2} = \frac{(\mu mg)^2}{2k}.$$

2) Определим работу по преодолению трения. По определению работы

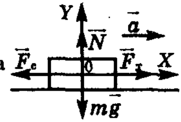
$$A = Fs \Rightarrow A_1 = F_{тр}\,l = \mu mgl.$$

3) Найдем отношение A_1 к A_2, получим:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\mu mgl}{(\mu mg)^2/2k} = \frac{2lk}{\mu mg} = \frac{2 \cdot 0{,}1\ \text{м} \cdot 100\ \text{Н/м}}{0{,}25 \cdot 0{,}8\ \text{кг} \cdot 10\ \text{м/с}^2} = 10.$$

Ответ: $A_1/A_2 = 10$.

№ 376(374).



Дано:
$m = 15$ т $= 15 \cdot 10^3$ кг
$l = 10$ м
$a = 1{,}4$ м/с^2
$\mu = 0{,}02$

$A_т$ — ?
$A_с$ — ?
$E_к$ — ?

Решение:
Сделаем пояснительный рисунок.
Запишем уравнение второго закона Ньютона: $m\vec{a} = \vec{F}_т + \vec{F}_с + m\vec{g} + \vec{N}$.
в проекции на ось OX:

$$\begin{cases} ma = F_т - F_{тр} \\ F_с = \mu mg \end{cases} \Rightarrow F_т - \mu mg \Rightarrow F_т = m(a + \mu g).$$

По определению работы $A = Fs\cos\alpha$.

$$A_т = F_т l = m(a + \mu g)l.$$

$$A_т = 15 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \left(1{,}4 \text{ м/с}^2 + 0{,}02 \cdot 10 \text{ м/с}^2\right) \cdot 10 \text{ м} = 240 \text{ кДж}.$$

Работа силы сопротивления $A_с = -F_{тр}l = -\mu mgl$.

$$A_с = -0{,}02 \cdot 15 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 10 \text{ м} = -30 \text{ кДж}.$$

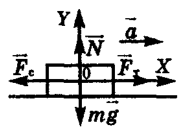
Кинетическая энергия определяется по формуле: $E_к = mv^2/2$.
Скорость можно определить по формуле

$$s = l = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{v^2}{2a} \Rightarrow v = \sqrt{2al} \Rightarrow E_к = \frac{m\left(\sqrt{2al}\right)^2}{2} = \frac{2mal}{2} = mal.$$

$$E_к = 15 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot 1{,}4 \text{ м/с}^2 \cdot 10 \text{ м} = 210 \text{ кДж}.$$

Ответ: $A_т = 240$ кДж, $A_с = -30$ кДж, $E_к = 210$ кДж.

№ 377(375).



Дано:
$m = 20$ т $= 20 \cdot 10^3$ кг
$t = 20$ с
$g = 10$ м/с^2
$\mu = 0{,}05$

$A_т$ — ?
$\Delta E_к$ — ?

Решение:
Сделаем пояснительный рисунок.
По второму закону Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{F}_т + \vec{F}_с + m\vec{g} + \vec{N}.$$

В проекции на ось OX: $ma = F_т - \mu mg \Rightarrow F_т = m(a + \mu g)$.
Ускорение можно найти из графика:

$$a = a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t} = \frac{20 \text{ м/с} - 10 \text{ м/с}}{20 \text{ с}} = 0{,}5 \text{ м/с}^2.$$

$$F_т = 20 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \left(0{,}5 \text{ м/с}^2 + 0{,}05 \cdot 10 \text{ м/с}^2\right) = 20 \text{ кН}.$$

$$\begin{cases} A_т = F_т s \\ s = s_x = \dfrac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x} \end{cases} \Rightarrow A_т = F_т \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}.$$

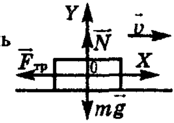
$$A_т = 20 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \frac{(20 \text{ м/с})^2 - (10 \text{ м/с})^2}{2 \cdot 0{,}5 \text{ м/с}^2} = 6 \text{ МДж}.$$

$$\Delta E_к = \frac{m\left(v^2 - v_0^2\right)}{2} = \frac{20 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \left((20 \text{ м/с})^2 - (10 \text{ м/с})^2\right)}{2} = 3 \text{ МДж}.$$

Ответ: $A_m = 6$ МДж, $\Delta E_к = 3$ МДж.

№ 378(376).

Дано:	Решение:
$m = 2$ т $= 2 \cdot 10^3$ кг	В горизонтальном направлении на автомобиль действует сила трения
$s = 50$ м	$$F_{тр} = \mu mg.$$
$\mu = 0{,}4$	По определению: $A = Fs\cos\alpha$.
$A_{тр}$ — ?	Т. к. $\cos\alpha = \cos 180° = -1 \Rightarrow A_{тр} = -F_{тр}s = -\mu mgs$.
$\Delta E_к$ — ?	$A_{тр} = -0{,}4 \cdot 2 \cdot 10^3$ кг $\cdot 10$ м/с$^2 \cdot 50$ м $= -400$ кДж.



По теореме о кинетической энергии работа силы трения равна изменению кинетической энергии тела $\Delta E_к = A_{тр} = -400$ кДж.

Ответ: $A_{тр} = -400$ кДж, $\Delta E_к = -400$ кДж.

№ 379(н).

Дано:	Решение:
$m = 6$ т $= 6 \cdot 10^3$ кг	Определим кинетическую энергию $E_к$ свайной части молота, воспользовавшись законом сохранения энергии:
$l = 10$ см $= 0{,}1$ м	$$mgh = E_к.$$
$h = 1{,}4$ м	
F — ?	Так как массой сваи по условию задачи можно пренебречь,

то вся кинетическая энергия свайной части молота передается свае. Изменение механической энергии сваи равно работе сил сопротивления грунта: $\Delta E = A_{сопр}$. Учитывая, что $\Delta E = -E_к$, а $A_{сопр} = -Fl$, получим $E_к = Fl$. Т. к. кинетическая энергия сваи $E_к = mgh$, то $mgh = Fl$, откуда средняя сила сопротивления грунта

$$F = \frac{mgh}{l} = \frac{6 \cdot 10^3\ \text{кг} \cdot 10\ \text{м/с}^2 \cdot 1{,}4\ \text{м}}{0{,}1\ \text{м}} = 840\ \text{кН}.$$

Ответ: $F = 840$ кН.

№ 380(378).

Дано:	Решение:
$v = 0$	Аналогично задаче № 378 работа силы трения равна изменению кинетической энергии.
$m = 1500$ т $= 1{,}5 \cdot 10^6$ кг	$$-F_{тр}s = -\frac{mv_0}{2} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2F_{тр}s}{m}}.$$
$F_{тр} = 150$ кН $= 15 \cdot 10^4$ Н	
$s = 500$ м	$$v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot 15 \cdot 10^4\ \text{Н} \cdot 500\ \text{м}}{1{,}5 \cdot 10^6\ \text{кг}}} = 10\ \text{м/с}.$$
v_0 — ?	

Ответ: $v_0 = 10$ м/с.

№ 381(379).

Дано:	Решение:
$s = 36$ м	Согласно предыдущим задачам, по закону сохранения энергии
$v = 8$ м/с	$A_{тр} = \Delta E_к = -\mu mgs$.
$v_0 = 10$ м/с	
μ — ?	$$\Delta E_к = \frac{m\left(v^2 - v_0^2\right)}{2} \Rightarrow -\mu mgs = -\frac{m\left(v^2 - v_0^2\right)}{2} \Rightarrow \mu = \frac{v^2 - v_0^2}{2gs}.$$
α — ?	

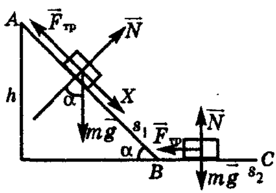
$$\mu = \frac{(10\ \text{м/с})^2 - (8\ \text{м/с})^2}{2 \cdot 10\ \text{м/с}^2 \cdot 36\ \text{м}} = 0,05.$$

Относительная величина кинетической энергии, перешедшая во внутреннюю при торможении:

$$\alpha = \frac{\Delta E_к}{\left(\frac{mv_0}{2}\right)^2} = \frac{v_0^2 - v^2}{v_0^2} = \frac{(10\ \text{м/с})^2 - (8\ \text{м/с})^2}{(10\ \text{м/с})^2} = 0,36 = 36\ \%.$$

Ответ: $\mu = 0,05$; $\alpha = 36\ \%$.

№ 382(380).



Дано:
m_1
m_2
$\mu_1 = \mu_2 = \mu$
s_2/s_1 — ?

Решение:
Сделаем пояснительный рисунок. На вершине сортировочной горки в точке A вагон имел потенциальную энергию $E_п = mgh$, которая расходуется на преодоление силы трения при движении по склону AB и горизонтальному участку BC.

$$A_{тр} = A_{тр AB} + A_{тр BC}$$

$$A_{тр AB} = -\mu m g s_1 \cos\alpha; \ A_{тр BC} = -\mu m g s_2.$$

Изменение механической энергии равно работе силы трения:

$$\Delta E = \Delta E_п = A_{тр} \Rightarrow -mgh = A_{тр} \Rightarrow$$

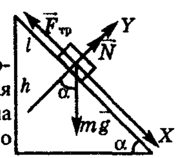
$$mgh = \mu m g s_1 \cos\alpha + \mu m g s_2 \Rightarrow$$

$$s_2 = \frac{h}{\mu} - s_1 \cos\alpha.$$

Как мы видим, s_2 не зависит от массы, следовательно, вагоны, имеющие различную массу, пройдут до остановки одинаковые расстояния.

Ответ: расстояния, пройденные вагонами, одинаковые.

№ 383(381).



Дано:
l
α
μ
$v_0 = 0$
v — ?

Решение:
На высоте h наклонной плоскости тело имеет потенциальную энергию $E_п = mgh$. Соскальзывая вниз, тело расходует потенциальную энергию на приобретение кинетической энергии и работу по преодолению силы трения: $A'_{тр} = -A_{тр}$.

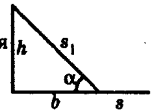
$$A'_{тр} = F_{тр} l = \mu m g l \cos\alpha.$$

$$\begin{cases} mgh = \mu m g l \cos\alpha + \dfrac{mv^2}{2} \\ h = l \sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \frac{mv^2}{2} = mgl \sin\alpha - \mu m g l \cos\alpha \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{2gl(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}.$$

Ответ: $v = \sqrt{2gl(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}$.

№ 384*(382).



Дано:	Решение:
$s = 35$ м $h = 2$ м $b = 5$ м	Задача аналогична задаче № 382. Воспользуемся конечной формулой из № 382:
μ — ?	

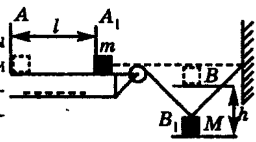
$$s_2 = \frac{h}{\mu} - s_1 \cos\alpha \left(\cos\alpha = \frac{b}{s_1}\right) \Rightarrow$$

$$s_2 = \frac{h}{\mu} - b \Rightarrow \frac{h}{\mu} = s + b \Rightarrow \mu = \frac{h}{s+b}.$$

$$\mu = \frac{2\ \text{м}}{35\ \text{м} + 5\ \text{м}} = 0{,}05.$$

Ответ: $\mu = 0{,}05$.

№ 385*(383).



Дано:	Решение:
l h m M	Пока груз A не двигался, энергия системы была равна 0. В момент, когда тела заняли положения A_1 и B_1 груз B приобрел потенциальную энергию относительно первоначального положения: $E_п = -Mgh$ (1).
μ — ?	

При этом сила трения, действующая на тело A совершила работу:

$$A = l(-F_{тр}) = -lmg\mu \ (2).$$

Изменение потенциальной энергии равно работе силы трения:

$$A = E_п \Rightarrow Mgh = lmg\mu \Rightarrow \mu = Mh/lm.$$

Ответ: $\mu = Mh/lm$.

№ 386*(384).

Дано:	Решение:
$m = 10$ кг $h = 5$ м	На высоте h санки имели потенциальную энергию $E_п = mgh$, при скатывании санок вниз потенциальная энергия санок израсходовалась на работу по преодолению силы трения: $A'_{тр} = mgh$.
A — ?	

При подъеме надо:

1) совершить работу по подъему санок (она равна работе по преодолению силы трения) $A_1 = A'_{тр} = mgh$,

2) вернуть санкам исходную потенциальную энергию:

$A = A_1 + mgh = 2mgh = 2 \cdot 10\ \text{кг} \cdot 10\ \text{м/с}^2 \cdot 5\ \text{м} = 1000$ Дж $= 1$ кДж.

Ответ: $A = 1$ кДж.

№ 387*(385).

Дано:	Решение:
l x F	1) Растянув пружину, мы сообщаем системе потенциальную энергию упругодеформированного тела: $$E_п = \frac{kx^2}{2}.$$
μ — ?	

2)После того как брусок отпустили, запас потенциальной энергии расходуется на работу по преодолению силы трения, т. е.

$$A'_{тр} = F_{тр}l = \mu mgl.$$

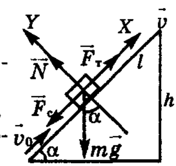
3) По закону Гука $F_{упр} = kx$.

Решаем уравнения 1), 2) и 3).

$$\begin{cases} E_п = \dfrac{kx^2}{2} \\ A'_{тр} = \mu mgl \Rightarrow \dfrac{Fx}{2} = \mu mgl \Rightarrow \mu = \dfrac{Fx}{2mgl}. \\ F = kx \end{cases}$$

Ответ: $\mu = \dfrac{Fx}{2mgl}$.

№ 388(386).



Дано:	Решение:
$m = 5$ т $= 5 \cdot 10^3$ кг $l = 200$ м $h = 4$ м $v_0 = 15$ м/с $v = 5$ м/с $\mu = 0{,}09$	1) Изменение потенциальной энергии бензовоза $\Delta E_п = mgh$. (1) $\Delta E_п = 5 \cdot 10^3$ кг $\cdot$ 10 м/с^2 $\cdot$ 4 м = 200 кДж. 2) Изменение кинетической энергии бензовоза $\Delta E_к = \dfrac{m(v^2 - v_0^2)}{2} = \dfrac{5 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot ((5 \text{ м/с})^2 - (15 \text{ м/с})^2)}{2} = -500$ кДж.
$\Delta E_п$ — ? $\Delta E_к$ — ? $A_{сопр}$ — ? $A_т$ — ? $F_{тр}$ — ?	3) Работа силы сопротивления $A_{сопр} = -F_c l = -\mu mgl\cos\alpha$. $\cos\alpha \approx 1 \left(\cos\alpha = \sqrt{1 - \left(\dfrac{h}{k}\right)^2} \approx 1\right)$. $A_{сопр} = -0{,}09 \cdot 5 \cdot 10^3$ кг $\cdot$ 10 м/с^2 $\cdot$ 200 м = –900 кДж.

4) Работа силы тяги равна разности полной механической энергии и работы силы сопротивления.

$$A_т = (\Delta E_п + \Delta E_к) - A_{сопр}.$$
$$A_т = (200 \text{ кДж} - 500 \text{ кДж}) + 900 \text{ кДж} = 600 \text{ кДж}.$$

5) Силы тяги бензовоза определим по формуле:

$$F_т = \frac{A_т}{l} = \frac{600 \cdot 10^3 \text{ Дж}}{200 \text{ м}} = 3 \text{ кН}.$$

Ответ: $\Delta E_п = 200$ кДж, $\Delta E_к = -500$ кДж, $A_{сопр} = -900$ кДж, $A_т = 600$ кДж, $F_{тр} = 3$ кН.

№ 389(387).

Дано:	Решение:
$m = 80$ кг $h = 200$ м $v = 50$ м/с $v_0 = 0$	Работа силы сопротивления равна изменению полной механической энергии: $A_c = \Delta E$. 1) На высоте h механическая энергия $E = E_п = mgh$. 2) В конце полета перед раскрытием парашюта $E_к = mv^2/2$.
A_c — ?	$A_c = E_п - E_к = \dfrac{mv^2}{2} - mgh = m\left(\dfrac{v^2}{2} - gh\right)$.

$$A_c = 80\text{ кг} \cdot \left(\frac{(50\text{ м/с})^2}{2} - 10\text{ м/с}^2 \cdot 200\text{ м}\right) = -60\,000\text{ Дж} = -60\text{ кДж}.$$

Т. к. сила сопротивления направлена против движения, то работа этой силы отрицательна.

Ответ: $A_c = -60$ кДж.

№ 390(388).

Дано:	Решение:
$m = 9{,}6$ г $= 9{,}6 \cdot 10^{-3}$ кг $s_1 = 100$ м $v_1 = 825$ м/с $s_2 = 200$ м $v_2 = 746$ м/с $v_3 = 675$ м/с	Работа силы сопротивления равна изменению кинетической энергии.
A_{c1} — ?, A_{c2} — ?	

$$A_{c1} = \frac{m\left(v_2^2 - v_1^2\right)}{2} \text{ — на первых ста метрах.}$$

$$A_{c2} = \frac{m\left(v_3^2 - v_2^2\right)}{2} \text{ — на вторых ста метрах.}$$

$$A_{c1} = \frac{9{,}6 \cdot 10^{-3}\text{ кг} \cdot \left((746\text{ м/с})^2 - (825\text{ м/с})^2\right)}{2} =$$

$$= -595{,}7\text{ Дж} = -0{,}6\text{ кДж}.$$

$$A_{c2} = \frac{9{,}6 \cdot 10^{-3}\text{ кг} \cdot \left((675\text{ м/с})^2 - (746\text{ м/с})^2\right)}{2} = -484{,}2\text{ Дж} = -0{,}48\text{ кДж}.$$

Ответ: $A_{c1} = -0{,}6$ кДж, $A_{c2} = -0{,}48$ кДж.

№ 391(389).

Дано:	Решение:
$m = 2$ т $= 2 \cdot 10^3$ кг $v_1 = 50$ м/с $v_2 = 30$ м/с $h = 420$ м	Работа силы сопротивления воздуха равна изменению полной механической энергии самолета: $A_c = \Delta E$. На высоте h у самолета $E_1 = mgh + \frac{mv_1^2}{2}$. при достижении дорожки аэродрома
A_c — ?	

$$E_2 = \frac{mv_2^2}{2}.$$

$$A_c = E_2 - E_1 = \frac{mv_2^2}{2} - mgh - \frac{mv_1^2}{2} - = m\left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} - gh\right).$$

$$A_c = 2 \cdot 10^3\text{ кг} \cdot \left(\frac{(50\text{ м/с})^2 - (30\text{ м/с})^2}{2} - 10\text{ м/с}^2 \cdot 420\text{ м}\right) = -10\text{ МДж}.$$

Ответ: $A_c = -10$ МДж.

№ 392(390).

Дано:	Решение:
$m = 100$ кг $l = 100$ м, $h = 8$ м $v_0 = 0$, $v = 10$ м/с	Аналогично предыдущей задаче, работа силы сопротивления равна изменению полной механической энергии. На горе высотой h сани обладали лишь потенциальной энергией $E_п = mgh$, в конце горы — $E_к = mv^2/2$.
F_c — ?	

$$\begin{cases} A_c = \dfrac{mv^2}{2} - mgh \\ A_c = -F_c l \end{cases} \Rightarrow F_c l = mgh - \frac{mv^2}{2} \Rightarrow F_c = \frac{m}{l}\left(gh - \frac{v^2}{2}\right).$$

$$F_c = \frac{100\ \text{кг}}{100\ \text{м}}\left(10\ \text{м/с}^2 \cdot 8\ \text{м} - \frac{\left(10\ \text{м/с}^2\right)^2}{2}\right) = 30\ \text{Н}.$$

Ответ: $F_c = 30$ Н.

19. Мощность. КПД. Движение жидкостей и газов

№ 393(391).

Дано:	Решение:
$F_т = 220$ кН $= 220 \cdot 10^3$ Н	По определению:
$v = 2340$ км/ч $= 650$ м/с	
N — ?	

$$N = \frac{A}{t};\ A = F_т s;\ v = \frac{s}{t} \Rightarrow$$

$N = F_т v$ — при равномерном движении.

$$N = 220 \cdot 10^3\ \text{Н} \cdot 650\ \text{м/с} = 143 \cdot 10^6\ \text{Вт} = 143\ \text{МВт}.$$

Ответ: $N = 143$ МВт.

№ 394(392).

Дано:	Решение:
$N = 30$ МВт $= 30 \cdot 10^6$ Вт	Согласно предыдущей задаче: $N = F_т v \Rightarrow$
$v = 900$ км/ч $= 250$ м/с	
$F_т$ — ?	

$$F_т = \frac{N}{4v} = \frac{30 \cdot 10^6\ \text{Вт}}{4 \cdot 250\ \text{м/с}} = 30 \cdot 10^3\ \text{Н} = 30\ \text{кН}.$$

Ответ: $F_т = 30$ кН.

№ 395(393).

Дано:	Решение:
$F_g = N_{оп} = 100$ Н	При равномерном вращении $N = F_т v$;
$v = 30$ м/с, $\mu = 0{,}2$	
N — ?	

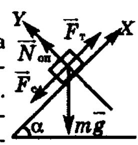
$$F_т = F_{тр} = \mu N_{оп} \Rightarrow N = \mu N_{оп} v.$$

$$N = 0{,}2 \cdot 100\ \text{Н} \cdot 30\ \text{м/с} = 600\ \text{Вт}.$$

Ответ: $N = 600$ Вт.

№ 396(н).

Дано:	Решение:
$m = 1500$ т $= 1{,}5 \cdot 10^6$ кг	Покажем на рисунке силы, действующие на поезд. Здесь $\vec{F}_т$ — сила тяги, $\vec{F}_c$ — сила сопротивления, $\vec{N}_{оп}$ — нормальная реакция опоры. Так как поезд по условию движется равномерно (ускорение $a = 0$), то из проекции второго закона на ось X получим:
$v = 16$ м/с	
$\alpha = 0{,}004$	
$\mu = 0{,}006$	
N — ?	

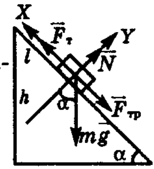


$F_т - F_c - mg\sin\alpha = 0$, откуда $F_т = F_c + mg\sin\alpha = \mu N_{оп} + mg\sin\alpha$.
Из проекции второго закона Ньютона на ось Y: $N_{оп} = mg\cos\alpha$.

Тогда сила тяги поезда $F_т = \mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha$.
Теперь учтем, что угол $\alpha = 0{,}004$ (в радианах) мал, поэтому $\sin\alpha \approx \alpha$, а $\cos\alpha \approx 1$.
Отсюда $F_т = mg(\alpha + \mu)$. Полезная мощность локомотива $N = F_т v = mg(\alpha + \mu)v$.
$N = 1{,}5 \cdot 10^6\,кг \cdot 10\,м/с^2 \cdot 16\,м/с \cdot (0{,}004 + 0{,}006) = 2{,}4 \cdot 10^6\,Вт = 2{,}4\,МВт$.
Ответ: $N = 2{,}4$ МВт.

№ 397(395).

Дано:
$N = 72\,кВт = 72 \cdot 10^3\,Вт$
$m = 5\,т = 5 \cdot 10^3\,кг$
$h/l = 0{,}2$
$\mu = 0{,}4$
v — ?



Решение:
Сделаем пояснительный рисунок.
Считая давление трактора равномерным, запишем уравнение движения трактора:

$$m\vec g + \vec F_т + \vec N + \vec F_{тр} = 0.$$

В проекции на ось X: $F_т = F_{тр} + mg\sin\alpha$;
$F_{тр} = \mu mg\cos\alpha$; $F_т = \mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha$.

$$\sin\alpha = \frac{h}{l}, \qquad \cos\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{h}{l}\right)^2}.$$

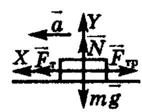
$$N = F_т v \Rightarrow v = \frac{N}{F_т} = \frac{N}{mg\left(\mu\sqrt{1 - \left(\frac{h}{l}\right)^2} + \frac{h}{l}\right)}.$$

$$v = \frac{72 \cdot 10^3\,Вт}{5 \cdot 10^3\,кг \cdot 10\,м/с^2 \cdot \left(0{,}4\sqrt{1 - 0{,}04} + 0{,}2\right)} \approx 2{,}4\,м/с.$$

Ответ: $v = 2{,}4$ м/с.

№ 398(396).

Дано:
$m = 1\,т = 10^3\,кг$, $s = 300\,м$
$v = 30\,м/с$, $v_0 = 0$, $\mu = 0{,}03$
N — ?



Решение:
По определению:

$$N = \frac{A}{t};\ A = F_т s \Rightarrow N = \frac{F_т s}{t}.$$

Время можно найти из уравнений:

$$\begin{cases} s = \dfrac{at^2}{2} \\ a = \dfrac{v}{t} \end{cases} \Rightarrow s = \frac{vt}{2} \Rightarrow t = \frac{2s}{v} = \frac{2 \cdot 300\,м}{30\,м/с} = 20\,с.$$

Силу тяги определим из уравнения движения тела: $m\vec a = \vec F_т + \vec N + \vec F_{тр}$.
В проекции на ось X:

$$F_т = F_{тр} + ma \Rightarrow F_т = \mu mg + ma = m(\mu g + a); a = \frac{v^2}{2s} \Rightarrow$$

$$F_т = m\left(\mu g + \frac{v^2}{2s}\right) = 10^3\,кг \cdot \left(0{,}03 \cdot 10\,м/с^2 + \frac{(30\,м/с)^2}{2 \cdot 300\,м}\right) = 1800\,Н.$$

$$A = 1800\,Н \cdot 300\,м = 540\,000\,Дж.$$

$$N = \frac{540\,000\,Дж}{20\,с} = 27\,000\,Вт = 27\,кВт.$$

Ответ: $N = 27$ кВт.

№ 399*(н).

Дано:
$m = 12$ т $= 12 \cdot 10^3$ кг
$l = 180$ м
$h = 12$ м
$v_1 = 10$ м/с
$v_2 = 5$ м/с
$\mu = 0{,}03$

$N_{ср}$ — ?

Решение:
По определению средняя мощность: $N_{ср} = A/\Delta t$, где A — работа силы тяги, а Δt — время движения троллейбуса. Время движения определим из отношения пройденного пути к средней скорости при равнозамедленном движении:

$$\Delta t = \frac{l}{v_{ср}} = \frac{l}{\frac{v_1 + v_2}{2}} = \frac{2l}{v_1 + v_2} = \frac{2 \cdot 180\text{ м}}{10\text{ м/с} + 5\text{ м/с}} = 24\text{ с}.$$

Для нахождения работы силы тяги A воспользуемся выражением для изменения механической энергии:

$$\Delta E = A + A_c \Rightarrow A = \Delta E - A_c.$$

$$\Delta E = E_{кон} - E_{нач} = \frac{mv_2^2}{2} + mgh - \frac{mv_1^2}{2} = m\left(gh + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2}\right).$$

$$\Delta E = 12 \cdot 10^3\text{ кг} \cdot \left(10\text{ м/с}^2 \cdot 12\text{ м} + \frac{(5\text{ м/с})^2 - (10\text{ м/с})^2}{2}\right) = 990 \cdot 10^3\text{ Дж}.$$

$A_c = -F_c l$ — работа силы сопротивления. Сила сопротивления $F_c = \mu N$, где $N = mg\cos\alpha$ — нормальная реакция опоры (см. задачу № 289). Учитывая, что $\cos\alpha = \sqrt{l^2 - h^2}/l$, получим:

$$A_c = -\mu mgl\frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} = -\mu mg\sqrt{l^2 - h^2}.$$

$$A_c = -0{,}03 \cdot 12 \cdot 10^3\text{ кг} \cdot 10\text{ м/с}^2 \cdot \sqrt{(180\text{ м})^2 - (12\text{ м})^2} \approx -834 \cdot 10^3\text{ Дж}.$$

$$A = 990 \cdot 10^3\text{ Дж} + 834 \cdot 10^3\text{ Дж} = 1824 \cdot 10^3\text{ Дж}.$$

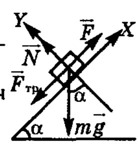
$$N_{ср} = \frac{1824 \cdot 10^3\text{ Дж}}{24\text{ с}} = 76 \cdot 10^3\text{ Вт} = 76\text{ кВт}.$$

Ответ: $N_{ср} = 76$ кВт.

№ 400(398).

Дано:
$m = 400$ кг
$h = 12$ м
$\mu = 0{,}3$
$\alpha = 30°$

A — ?
η — ?



Решение:
1) Работа по подъему груза по наклонной плоскости $A = Fs$.
Найдем значение силы F из уравнения движения тела, считая его движение равномерным:

$$\vec{F} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} = 0.$$

В проекциях на оси:

$$\begin{cases} F - F_{тр} - mg\sin\alpha = 0 \\ N - mg\cos\alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = F_{тр} + mg\sin\alpha \\ F_{тр} = \mu mg\cos\alpha \end{cases} \Rightarrow$$

$$F = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha),\ s = \frac{h}{\sin\alpha} \Rightarrow A = mgh\frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\sin\alpha}.$$

$$A = 400\text{ кг} \cdot 10\text{ м/с}^2 \cdot 2\text{ м} \cdot \left(\frac{\sin 30° + 0{,}3 \cdot \cos 30°}{\sin 30°}\right) \approx 12 \cdot 10^2\text{ Дж}.$$

2) По определению $\eta = \frac{A_п}{A_з} \cdot 100\%$.

Здесь $A_п$ — это полезная работа, которую необходимо совершить, чтобы поднять груз на высоту h: $A_п = mgh$.

$A_з = A$ — это работа, которая совершается при подъеме тела по наклонной плоскости на высоту h.

Подставим данные в формулу для η, получим:

$$\eta = \frac{mgh}{A_з} \cdot 100\% = \frac{400\ кг \cdot 10\ м/с^2 \cdot 2\ м}{12 \cdot 10\ Дж} \cdot 100\% \approx 66\%.$$

Ответ: $A = 12$ кДж, $\eta = 66\%$.

№ 401(399).

Дано:	Решение:
$l = 2$ м, $h = 0{,}6$ м, $\mu = 0{,}1$	Задача решается аналогично № 400.
η — ?	

$$\eta = A_п/A_з \cdot 100\%.$$

$$\begin{cases} A_п = mgh \\ A_з = mgh\dfrac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\sin\alpha} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\eta = \frac{mgh}{mgh\dfrac{\sin\alpha+\mu\cos\alpha}{\sin\alpha}} \cdot 100\% = \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha+\mu\cos\alpha} \cdot 100\%.$$

$$\sin\alpha = \frac{h}{l},\ \cos\alpha = \sqrt{1-\frac{h^2}{l^2}}$$

$$\eta = \frac{\dfrac{h}{l}}{\dfrac{h}{l}+\mu\sqrt{1-\dfrac{h^2}{l^2}}} \cdot 100\% = \frac{h}{h+\mu\sqrt{l^2-h^2}} \cdot 100\%.$$

$$\eta = \frac{0{,}6\ м}{0{,}6\ м + 0{,}1\sqrt{1\ м^2 - 0{,}36\ м^2}} \cdot 100\% \approx 88\%.$$

Ответ: $\eta = 88\%$.

№ 402(н).

Дано:	Решение:
$q = 6$ м^3/с	КПД электростанции: $\eta = \frac{A_п}{A_з} \cdot 100\%$.
$h = 20$ м	
$N = 1200$ л. с.	Здесь $A_п = N\Delta t$ — полезная работа, Δt — промежуток време-
$\rho = 1 \cdot 10^3$ кг/м^3	ни. Затраченная работа $A_з = mgh$, где m — масса воды, кото-
η — ?	рая проходит через плотину за время Δt.

Тогда

$$\eta = \frac{N\Delta t}{mgh} \cdot 100\%.$$

Так как $m = \rho V$, а объем воды $V = q\Delta t$, то

$$\eta = \frac{N}{q\rho gh} \cdot 100\%.$$

Выражая мощность в ваттах:
$N = 1200$ л. с. $= 1200 \cdot 736 = 883\,200$ Вт, получим

$$\eta = \frac{883\,200 \text{ Вт}}{6 \text{ м}^3/\text{с} \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 20 \text{ м}} \cdot 100\% = 75\%.$$

Ответ: $\eta = 75\%$.

№ 403(н).

Дано:
$s_1 = 1$ м^2
$s_2 = 20$ см$^2 = 2 \cdot 10^{-3}$ м^2
$v_1 = 2$ м/с

v_2 — ?, q — ?

Решение:
Для нахождения скорости v_2 понижения уровня воды в баке воспользуемся уравнением неразрывности: $s_1v_1 = s_2v_2$, откуда

$$v_2 = \frac{s_1v_1}{s_2}.$$

Расход воды в банке определим как произведение найденной скорости v_2 на площадь сечения бака: $q = v_2s_2 = s_1v_1$.

Вычисления дают:

$$v_2 = \frac{1 \text{ м}^2 \cdot 2 \text{ м/с}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}.$$

$$q = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \cdot 2 \text{ м/с} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Ответ: $v_2 = 0{,}004$ м/с, $q = 0{,}004$ м^3/с.

№ 404(402).

Дано:
$v_1 = 10$ см/с
$d_1 = 4d_2$

v_2 — ?

Решение:
По условию стационарного движения: $s_1v_1 = s_2v_2$.

$$\left.\begin{aligned} s_1 &= \frac{\pi d_1^2}{4} \\ s_2 &= \frac{\pi d_2^2}{4} \end{aligned}\right\}$$ — площади поперечного сечения широкой и узкой частей трубы. Отсюда

$$v_2 = \frac{s_1v_1}{s_2} = \frac{\frac{\pi d_1^2}{4}v_1}{\frac{\pi d_2^2}{4}} = \frac{d_1^2v_1}{d_2^2} = \frac{16d_2^2v_1}{d_2^2} = 16v_1.$$

$$v_2 = 16 \cdot 10 \text{ см/с} = 160 \text{ см/с}.$$

Ответ: $v_2 = 160$ см/с.

№ 405(403).

Дано:
$V = 500$ м^3
$V_1 = 10V$
$d = 0{,}6$ м
$t = 1$ ч $= 3600$ с

v — ?

Решение:

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= vs\Delta t \\ s &= \frac{\pi d^2}{4} \\ V_1 &= 10V \end{aligned}\right\} \Rightarrow 10V = \frac{v\pi d^2\Delta t}{4} \Rightarrow v = \frac{4 \cdot 10V}{\pi d^2\Delta t}.$$

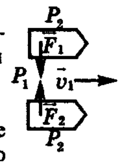
$$v = \frac{4 \cdot 10 \cdot 500 \text{ м}^3}{3{,}14 \cdot (0{,}6 \text{ м})^2 \cdot 3600 \text{ с}} \approx 4{,}9 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v = 4{,}9$ м/с.

№ 406(404).

Скорость воздуха в струе уменьшается от центра к краю, а давление наоборот больше там, где меньше скорость, т. е. она меньше в центре струи, а по краям потока больше, поэтому шарик удерживается в центре.

№ 407(н).



Скорость воды v_1 между баржами превышает скорость v_2 воды в водоеме, где плывут баржи. Согласно уравнению Бернулли

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + P_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + P_2.$$

Так как $h_1 = h_2$, а $v_1 > v_2$, то давление P_1 между баржами меньше давления в водоеме. Разность давлений приводит к появлению сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, перпендикулярных напрвлению движения барж.

№ 408(406).

Дано:	Решение:
$s = 4$ мм^2 = $= 4 \cdot 10^{-6}$ м^2	$V = V_1 t$ — объем воды, вытекший за сутки.
$h = 80$ см $= 0{,}8$ м	$V_1 = sv$ — объем воды, протекающий через поперечное сечение за 1 с.
$g = 10$ м/с^2	$v = \sqrt{2gh}$ — скорость, с которой вода вытекает из отверстия (форула Торричелли).
$t = 24 \cdot 3600$ с	
V — ?	Подставим V_1 и v, получим:

$$V = st\sqrt{2gh} = 4 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2 \cdot 24 \cdot 3600\ \text{с} \cdot \sqrt{2 \cdot 10\ \text{м/с}^2 \cdot 0{,}8\ \text{м}} \approx 1{,}38\ \text{м}^3.$$

Ответ: $V = 1{,}38$ м^3.

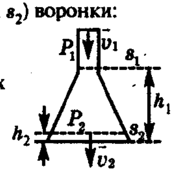
№ 409(407).

Мы знаем, что давление в трубке зависит от скорости течения жидкости, а скорость от сечения трубки. Там, где сечение больше скорость меньше и давление жидкости на стенки больше, и наоборот. В широкой части трубки статическое давление больше, и, когда оно превышает давление воды в трубке C, из нее выделяются пузырьки. В узкой части трубки статическое давление меньше и, если оно меньше атмосферного, то жидкость поднимается по трубке B.

№ 410(н).

Запишем уравнение Бернулли для двух сечений (s_1 и s_2) воронки:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + P_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + P_2.$$



Пренебрегая разницей в гидростатических давлениях ($\rho g h_1 = \rho g h_2$), получим:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + P_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + P_2.$$

Скорость в узкой части воронки больше, чем в широкой: $v_1 > v_2$. Следовательно, давление $P_1 < P_2$. Разность давлений приводит к появлению сил, стремящихся прижать бумажный фильтр к узкой части воронки, поэтому вынуть фильтр из воронки указанным способом нельзя.

ГЛАВА IV
МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

20. Колебательное движение

№ 411(409).

Дано:	Решение:
$t = 8$ с	Период колебаний определяется по формуле:
$N = 32$	$T = t/N = 8\text{ с}/32 = 0{,}25$ с.
T — ?	Частота определяется по формуле:
ν — ?	$\nu = N/t = 32/8\text{ с} = 4$ Гц.

Ответ: $T = 0{,}25$ с, $\nu = 4$ Гц.

№ 412(410).

Дано:	Решение:
$\nu_к = 600$ Гц	Период колебаний определяется по формуле:
$T_ш = 5 \cdot 10^{-3}$ с	$N_к = \nu_к t = 600\text{ Гц} \cdot 60\text{ с} = 36 \cdot 10^3$.
$t = 1$ мин $= 60$ с	$N_ш = t/T_ш = 60\text{ с}/5 \cdot 10^{-3}\text{ с} = 12 \cdot 10^3$.
$N_к$ — ?	$N_к - N_ш = 36 \cdot 10^3 - 12 \cdot 10^3 = 24 \cdot 10^3$.
$N_ш$ — ?	Как мы видим, комар делает на $24 \cdot 10^3$ взмахов крыльями
$(N_к - N_ш)$ — ?	больше, чем шмель.

Ответ: комар делает на $24 \cdot 10^3$ взмахов крыльями больше, чем шмель.

№ 413(411).

Дано:	Решение:
$x_м = 1$ мм	За период T точка проходит расстояние $s_1 = 4x_м$.
$\nu = 1$ кГц $= 10^3$ Гц	За время t количество колебаний
$t = 0{,}2$ с	$N = t/T = \nu\, t$.
s — ?	Т. е. расстояние, пройденное за время t, равно

$$s = s_1 N = 4x_м \nu\, t = 4 \cdot 1\text{ мм} \cdot 10^3\text{ Гц} \cdot 0{,}2\text{ с} = 800\text{ мм} = 80\text{ см}.$$

Ответ: $s = 80$ см.

№ 414(412).

Дано:	Решение:
$\nu_1 = 420$ Гц	$\Delta n = n_1 - n_2$ — разность взмахов крыльев.
$\nu_2 = 300$ кГц	$n_1 = \nu_1 t_1$ — количество колебаний крыльев пчелы, летящей за
$\upsilon_1 = 0{,}2$ с	нектаром.
$\upsilon_2 = 0{,}2$ с	$n_2 = \nu_2 t_2$ — количество колебаний крыльев пчелы, летящей с
$s = 0{,}2$ с	нектаром.
Δn — ?	$t_1 = \dfrac{s}{\upsilon_1}$; $t_2 = \dfrac{s}{\upsilon_2}$ — время полета пчелы за нектаром и обр атно.

Преобразовав выражения, получим:

$$\Delta n = \nu_1 \frac{s}{\upsilon_1} - \nu_2 \frac{s}{\upsilon_2} = s\left(\frac{\nu_1}{\upsilon_1} - \frac{\nu_2}{\upsilon_2}\right) = 500\text{ м} \cdot \left(\frac{420\text{ Гц}}{7\text{ м/с}} - \frac{300\text{ Гц}}{6\text{ м/с}}\right) = 5000.$$

Ответ: $\Delta n = 5000$.

№ 415(413).

а) нужно отвести маятник от положения равновесия;

б) нужно толкнуть маятник.

№ 416(414).

Дано:
$m = 640$ г $= 0{,}64$ кг
$k = 0{,}4$ кН/м $= 400$ Н/м
$v = 1$ м/с
x — ?

Решение:
Воспользуемся законом сохранения энергии:

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{kx_m^2}{2}, (1)$$

где $mv^2/2$ — энергия груза в точке положения равновесия, $kx^2/2$ — энергия груза в исходной точке.

Из (1) получим

$$x = v\sqrt{\frac{m}{k}} = 1 \text{ м/с} \cdot \sqrt{\frac{0{,}64 \text{ кг}}{400 \text{ Н/м}}} = 0{,}04 \text{ м}.$$

Ответ: $x = 0{,}04$ м.

№ 417(415).

Дано:
$x_м = 6$ см $= 0{,}06$ см
$k = 0{,}5$ кН/м $= 500$ Н/м
$v_м = 3$ м/с
m — ?

Решение:
Задача аналогична задаче № 416. Воспользуемся формулой (1):

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{kx_м^2}{2} \Rightarrow m = \frac{kx_м^2}{v_м}.$$

$$m = \frac{500 \text{ Н/м} \cdot (0{,}06 \text{ м})^2}{3 \text{ м/с}} = 0{,}2 \text{ кг}.$$

Ответ: $m = 0{,}2$ кг.

№ 418(416).

Дано:
$m_1 = m_2$
$k_1 = 4k_2$
$v_{м1} = v_{м2}$
x_2/x_1 — ?

Решение:
Запишем уравнение закона сохранения энергии для двух шаров и найдем их отношение:

$$\begin{cases} \dfrac{m_1v_{м1}^2}{2} = \dfrac{k_1x_1^2}{2} \\ \dfrac{m_2v_{м2}^2}{2} = \dfrac{k_2x_2^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{k_2x_2^2}{k_1x_1^2} = \frac{m_2v_{м2}^2}{m_1v_{м1}^2} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}} = \sqrt{\frac{4k_2}{k_2}} = \sqrt{4} = 2.$$

Т. е. второй груз надо отклонить на вдвое большее расстояние, чем первый.

Ответ: $x_2 = 2x_1$.

№ 419(н).

Дано:
$m = 100$ г $= 0{,}1$ кг
A — ?
T — ?
ν — ?
F_{max} — ?

Решение:
Из графика определяем амплитуду и период колебаний:
$A = 0{,}5$ м и $T = 0{,}8$ с.
Частота колебаний $\nu = 1/T = 1/0{,}8$ с $= 1{,}25$ Гц.
Максимальное ускорение

$$a_{max} = A\omega_0^2 = A(2\pi\nu)^2 = 4A\pi^2\nu^2.$$

Масксимальная сила по второму закону Ньютона

$$F_{max} = ma_{max} = 4mA\pi^2\nu^2.$$

$$F_{max} = 4 \cdot 0{,}1 \text{ кг} \cdot 0{,}5 \text{ м} \cdot (3{,}14)^2 \cdot (1{,}25 \text{ с}^{-1})^2 = 3{,}1 \text{ Н}.$$

Ответ: $A = 0{,}5$ м, $T = 0{,}8$ с, $\nu = 1{,}25$ Гц, $F_{max} = 3{,}1$ Н.

№ 420(419).

Дано:	Решение:
$t = 16$ с $k = 250$ Н/м $N = 20$	Период колебания груза на пружине определяется по формуле: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.
m — ?	

По определению: $T = t/N \Rightarrow$

$$\frac{t}{N} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{t^2}{N^2} = 4\pi^2\frac{m}{k} \Rightarrow m = \frac{kt^2}{4\pi^2N^2}.$$

$$m = \frac{250 \text{ Н/м} \cdot (16 \text{ с})^2}{4 \cdot (3{,}14)^2 \cdot 400} \approx 4 \text{ кг}.$$

Ответ: $m = 4$ кг.

№ 421(420).

Дано:	Решение:
$m_1 = m + 0{,}1$ кг $k_1 = k$ $\nu_1 = \nu/1{,}41$	Запишем формулы, по которым определяются частоты колебаний грузов массами m и m_1: $\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ (1); $\nu_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_1}}$ (2).
m — ?	

Разделим уравнение (1) на (2), получим:

$$\frac{\nu}{\nu_1} = \frac{\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}}{\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_1}}} = \sqrt{\frac{m}{m_1}} \Rightarrow \frac{m}{m_1} = \left(\frac{\nu}{\nu_1}\right)^2 \Rightarrow m_1 = m\left(\frac{\nu}{\nu_1}\right)^2 \Rightarrow$$

$$m + 0{,}1 \text{ кг} = m(1{,}41)^2 = 2m \Rightarrow 2m - m = 0{,}1 \text{ кг} \Rightarrow m = 0{,}1 \text{ кг}.$$

Ответ: $m = 0{,}1$ кг.

№ 422(421).

Дано:	Решение:
$n = 3/4$	Воспользуемся формулой для нахождения периода колебаний пружинного маятника при условии, что жгут подчиняется закону Гука:
T_2/T_1 — ?	

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}}, \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}}.$$

Здесь k_1 — жесткость целого жгута, а k_2 — жескость 1/4 части жгута. Отсюда отношение периодов $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}}$.

Жесткость 1/4 части жгута в 4 раз больше жесткости целого жгута: $k_2 = 4k_1$. Тогда $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{k_1}{4k_1}} = \frac{1}{2}$.

Ответ: период колебаний уменьшится в 2 раза.

№ 423(н).

Дано:	Решение:
$m = 400$ г $= 0{,}4$ кг	Полная механическая энергия колебаний E равна сумме
$k = 250$ Н/м	кинетической и потенциальной энергии маятника:
$A = 15$ см $= 0{,}15$ м	$E = E_к + E_р = \dfrac{mv^2}{2} + \dfrac{kx^2}{2}$.
E — ?	
v_{max} — ?	В точках максимального отклонения смещения $x = A$, а

скорость $v = 0$. Поэтому

$$E = \frac{kA^2}{2} = \frac{250\ \text{Н/м} \cdot (0{,}15\ \text{м})^2}{2} = 2{,}8\ \text{Дж}.$$

В положении равновесия скорость максимальноа, а смещение $x = 0$. Поэтому в этом положении

$$E = \frac{mv_{max}^2}{2} \Rightarrow \frac{mv_{max}^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \Rightarrow$$

$$v_{max} = A\sqrt{\frac{k}{m}} = 0{,}15\ \text{м}\ \sqrt{\frac{250\ \text{Н/м}}{0{,}4\ \text{кг}}} \approx 3{,}8\ \text{м/с}.$$

Ответ: $E = 2{,}8$ Дж, $v_{max} = 3{,}8$ м/с.

№ 424(423).

Дано:	Решение:
$l_2 = 3l_1$	Для маятников с длиной l_1 и l_2 имеем:
ν_1/ν_2 — ?	$\nu_1 = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{l_1}}$; $\nu_2 = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{l_2}} \Rightarrow \dfrac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt{\dfrac{l_2}{l_1}} = \sqrt{\dfrac{3l_1}{l_1}} = \sqrt{3} \Rightarrow \nu_2 = \dfrac{\nu_1}{\sqrt{3}}$.

Ответ: частота уменьшилась в $\sqrt{3}$ раз.

№ 425(424).

Дано:	Решение:
$t_1 = t_2 = t$	Воспользуемся формулой
$N_1 = 10$	$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$, где $T = \dfrac{t}{N}$.
$N_2 = 30$	
l_1/l_2 — ?	

$$\begin{cases} \dfrac{t_1}{N_1} = 2\pi\sqrt{\dfrac{l_1}{g}} & \text{— для второго маятника,} \\ \dfrac{t_2}{N_2} = 2\pi\sqrt{\dfrac{l_2}{g}} & \text{— для второго маятника.} \end{cases}$$

Разделим первое уравнение на второе:

$$\frac{\dfrac{t_1}{N_1}}{\dfrac{t_2}{N_2}} = \frac{2\pi\sqrt{\dfrac{l_1}{g}}}{2\pi\sqrt{\dfrac{l_2}{g}}} \Rightarrow \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 = \left(\frac{30}{10}\right)^2 = 9.$$

Длина первого маятника в 9 раз больше длины второго.

Ответ: $l_1 = 9l_2$.

№ 426(н).

Дано:	Решение:
$l_2 = l_1/3$	Полная механическая энергия маятника равна его кинетической
$A_2 = 2A_1$	энергии в момент прохождения положения равновесия, когда
E_2/E_1 — ?	скорость максимальна:

$$E = E_p + E_к = 0 + \frac{mv_{max}^2}{2}.$$

Максимальная скорость связана с амплитудой A и циклической частотой ω_0: $v_{max} = A\omega_0$. Так как для математического маятника

$$\omega_0 = \sqrt{g/l},$$

то полная механическая энергия

$$E = \frac{mv_{max}^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2} = \frac{mgA^2}{2l}.$$

В первом случае

$$E_1 = \frac{mgA_1^2}{2l_1}. (1)$$

Во втором случае

$$E_2 = \frac{mgA_2^2}{2l_2}. (2)$$

Поделив (2) на (1), получим

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \frac{l_1}{l_2} = 2^2 \cdot 3 = 12.$$

Ответ: увеличится в 12 раз.

№ 427(425).

Дано:	Решение:
$t = 1$ мин $= 60$ с	Воспользуемся формулой:
$l = 80$ см $= 0{,}8$ м	$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, где $T = \frac{t}{N} \Rightarrow \frac{t}{N} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2 N^2 l}{t^2}.$
$N = 34$	
g — ?	

$$g = \frac{4 \cdot (3{,}14)^2 \cdot (34)^2 \cdot 0{,}8 \text{ м}}{(60 \text{ с})^2} \approx 10{,}1 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $g = 10{,}1$ м/с^2.

№ 428(426).

Маятник на металлическом стрежне приближенно можно считать математическим. Для математического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

1) При повышении температуры увеличивается длина l. Период увеличивается, часы отстают.

2) При поднятии в гору g уменьшается, T — увеличивается, часы отстают.

3) При переезде из Мурманска в Ташкент g уменьшается (от Северного полюса к экватору g уменьшается), период увеличивается, часы отстают.

Ответ: часы будут отставать во всех трех случаях.

№ 429*(427).

Дано:	Решение:
$t_1 = t_2 = t$ $N_1 = 50$ $N_2 = 30$ $l_2 = l_1 + 0,32$	Воспользуемся формулой
l_1 — ? l_2 — ?	

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}},\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}},\ T = \frac{t}{N} \Rightarrow$$

$$\frac{t_1}{N_1} = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}\ (1),\quad \frac{t_2}{N_2} = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}\ (2).$$

Разделим первое уравнение системы на второе, получим:

$$\frac{\frac{t_1}{N_1}}{\frac{t_2}{N_2}} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}} \Rightarrow \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 = \frac{900}{2500} \Rightarrow \frac{l_1}{l_1 + 0,32\text{ м}} = \frac{9}{25} \Rightarrow$$

$$25l_1 = 9l_1 + 0,32\text{ м}\cdot 9 \Rightarrow 16l_1 = 2,88\text{ м} \Rightarrow l_1 = 0,18\text{ м};\ l_2 = 0,5\text{ м}.$$

Ответ: $l_1 = 0,18$ м, $l_2 = 0,5$ м.

№ 430(428).

По графику видно, что

1. Амплитуда колебания 1 в два раза больше амплитуды колебания 2.
2. Период колебания 2 в два раза меньше периода колебания 1.
3. Частота колебания 2 в два раза больше частоты колебания 1.

№ 431(429).

По графику: $T = 0,2$ с (это время одного полного колебания), тогда $\nu = 1/T = 5$ Гц. Точка пересечения графика с осью x — это амплитуда — $x_м = 10$ см.

№ 432(430).

Свободными являются колебания: в — ветки дерева, г — струны музыкального инструмента, д — конца стрелки компаса, ж — чашек рычажных весов, т. к. эти колебания являются затухающими.

№ 433(431).

Используется явление резонансса. Частота действия вынуждающей силы должна совпадать с собственной частотой колебаний.

№ 434(432).

Команды надо подавать через промежутки времени равные периоду собственных колебаний автомобиля.

№ 435(433).

Частота раскачивания спортсмена на батуте определяется натяжением сетки и массой спортсмена.

№ 436(434).

Период колебаний машины: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

По формуле видно, что больше период нагруженной машины. С другой стороны, $v = l/T$, т. е. скорость, при которой наступает меньшее резонансное раскачивание.

№ 437(н).

Дано:	Решение:
$t = 1{,}6$ с	Вода начнет особенно сильно выплескиваться, если будет
$l = 60$ см $= 0{,}6$ м	выполнено условие резонанса:
v — ?	

$$v\frac{T}{2} = l,$$

где v — скорость мальчика. Отсюда

$$v = \frac{2l}{T} = \frac{2 \cdot 0{,}6\ \text{м}}{1{,}6\ \text{с}} = 0{,}75\ \text{м/с} = 2{,}7\ \text{км/ч}.$$

Ответ: $v = 2{,}7$ км/ч.

№ 438(435).

Дано:	Решение:
$v = 6$ м/с	По определению: $\lambda = vT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{3\ \text{м}}{0{,}6\ \text{м/с}} = 0{,}5$ с.
$\lambda = 3$ м	
T — ?	$T = \frac{1}{\nu} \Rightarrow \nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{0{,}6\ \text{м/с}}{3\ \text{м}} = 2$ Гц.
ν — ?	

Ответ: $T = 0{,}5$ с, $\nu = 2$ Гц.

№ 439(436).

Дано:	Решение:
$t = 10$ с	По определению: $v = \frac{\lambda}{T}$, но $T = \frac{t}{N} \Rightarrow v = \frac{\lambda N}{t}$.
$\lambda = 1{,}2$ м	
$N = 20$	$v = \frac{1{,}2\ \text{м} \cdot 20}{10\ \text{с}} = 2{,}4$ м/с.
v — ?	

Ответ: $v = 2{,}4$ м/с.

№ 440(437).

Дано:	Решение:
$t = 50$ с	Из определения равномерного движения: $s = vt$.
$\lambda = 0{,}5$ м	Скорость определяется по формуле $v = \lambda/t$.
$N_1 = 20$	Период можно найти из отношения промежутка времени к коли-
$t_1 = 5$ с	честву всплесков: $T = \frac{t_1}{N_1} = \frac{5\ \text{с}}{20} = 0{,}25$ с.
s — ?	

$$v = \frac{0{,}5\ \text{м}}{0{,}25\ \text{с}} = 2\ \text{м/с}, \quad s = 2\ \text{м/с} \cdot 50\ \text{с} = 100\ \text{м}.$$

Ответ: $s = 100$ м.

№ 441(н).

Дано:	Решение:
$v = 2{,}4$ м/с, $\nu = 2$ Гц	Уравнение волны, распространяющейся в положи-
$\Delta x_1 = 10$ см $= 0{,}1$ м	тельном направлении оси X имеет вид:
$\Delta x_2 = 60$ см $= 0{,}6$ м	$y = y_{max}\cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_0\right)$,
$\Delta x_3 = 90$ см $= 0{,}9$ м	
$\Delta x_4 = 120$ см $= 1{,}2$ м	где y — смещение частиц среды, y_{max} — амплитуда
$\Delta x_5 = 140$ см $= 1{,}4$ м	смещения, ω — циклическая частота колебаний источ-
$\Delta\varphi_1, \dots \Delta\varphi_5$ — ?	ника, λ — длина волны, φ_0 — начальная фаза.

Аргумент косинуса, т. е. $\varphi = \omega t - \dfrac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_0$, является фазой.

Разность фаз $\Delta\varphi = 2\pi\Delta x/\lambda$, где Δx — расстояние между точками на одном луче. Учитывая связь длины волны λ со скоростью υ и частотой: $\lambda = \upsilon/\nu$, получим

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\nu}{\upsilon}\Delta x.$$

Подстановка числовых значений дает:

$$\Delta\varphi_1 = \frac{2\pi \cdot 2\ \text{с}^{-1}}{2,4\ \text{м/с}} \cdot 0,1\ \text{м} = \frac{\pi}{6}. \qquad \Delta\varphi_2 = \frac{2\pi \cdot 2\ \text{с}^{-1}}{2,4\ \text{м/с}} \cdot 0,6\ \text{м} = \pi.$$

$$\Delta\varphi_3 = \frac{2\pi \cdot 2\ \text{с}^{-1}}{2,4\ \text{м/с}} \cdot 0,9\ \text{м} = \frac{3\pi}{2}. \qquad \Delta\varphi_4 = \frac{2\pi \cdot 2\ \text{с}^{-1}}{2,4\ \text{м/с}} \cdot 1,2\ \text{м} = 2\pi.$$

$$\Delta\varphi_5 = \frac{2\pi \cdot 2\ \text{с}^{-1}}{2,4\ \text{м/с}} \cdot 1,4\ \text{м} = \frac{7\pi}{3}.$$

Ответ: $\Delta\varphi_1 = \pi/6$, $\Delta\varphi_2 = \pi, \Delta\varphi_3 = 3\pi/2, \Delta\varphi_4 = 2\pi, \Delta\varphi_5 = 7\pi/3$.

№ 442(438).

Дано:	Решение:
$\lambda_1 = 4,3$ м $\lambda_2 = 0,25$ м $\upsilon = 340$ м/с	По определению: $\nu = \dfrac{1}{T}$, а $T = \dfrac{\lambda}{\upsilon} \Rightarrow \nu = \dfrac{\upsilon}{\lambda}$.
ν_1 — ? ν_2 — ?	$\nu_1 = \dfrac{340\ \text{м/с}}{4,3\ \text{м}} \approx 79$ Гц. $\nu_2 = \dfrac{340\ \text{м/с}}{0,25\ \text{м}} = 1360$ Гц.

Ответ: $\nu_1 = 79$ Гц, $\nu_2 = 1360$ Гц.

№ 443(439).

Дано:	Решение:
$\nu_1 = 90$ Гц $\nu_2 = 9000$ Гц $\upsilon = 340$ м/с	Задача решается аналогично предыдущей: $\lambda = \dfrac{\upsilon}{\nu} \Rightarrow$
λ_1 — ? λ_2 — ?	$\lambda_1 = \dfrac{340\ \text{м/с}}{90\ \text{Гц}} \approx 3,8$ м, $\lambda_2 = \dfrac{340\ \text{м/с}}{9000\ \text{Гц}} \approx 0,038$ м.

Ответ: $\lambda_1 = 3,8$ м, $\lambda_2 = 0,038$ м.

№ 444(440).

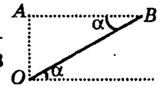
Дано:	Решение:
$t = 15$ с, $\upsilon = 340$ м/с	Т. к. скорость света во много раз больше скорости звука
s — ?	($c = 3 \cdot 10^8$ м/с), то можно считать, что световой сигнал

достигает человека почти мгновенно. Тогда за промежуток времени $t = 15$ с звуковой сигнал распространится до человека, т. е.

$$s = \upsilon t = 340\ \text{м/с} \cdot 15\ \text{с} = 5100\ \text{м} = 5,1\ \text{км}.$$

Ответ: $s = 5,1$ км.

№ 445(441).



Дано:
$v_з = 15$ с
$\alpha = 73°$
v_c — ?

Решение:
За время Δt, пока звук распространяется на расстояние AO, самолет пролетает расстояние AB. В соответствии с этим имеем:

$$\begin{cases} AO = v_з \Delta t \\ AB = v_c \Delta t \end{cases} \Rightarrow \frac{AO}{AB} = \operatorname{tg}\alpha \Rightarrow v_c = \frac{v_з}{\operatorname{tg}\alpha}.$$

$$v_c = \frac{340 \text{ м/с}}{\operatorname{tg} 73°} = \frac{340 \text{ м/с}}{3,2709} \approx 104 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v_c = 104$ м/с.

№ 446(442).

Дано:
$t_{зв} = 2$ с
$t = 36$ с
$v_{зв} = 340$ м/с
v — ?

Решение:
$(v + v_{зв})$ — скорость звука относительно мотоциклов.

$$\begin{cases} s = (v + v_{зв})t_{зв} \\ s = vt \end{cases} \Rightarrow (v + v_{зв})t_{зв} = vt \Rightarrow vt_{зв} + v_{зв}t_{зв} = vt \Rightarrow$$

$$v(t - t_{зв}) = v_{зв}t_{зв} \Rightarrow v = \frac{v_{зв}t_{зв}}{t - t_{зв}} = \frac{2 \text{ с} \cdot 340 \text{ м/с}}{36 \text{ с} - 2 \text{ с}} = 20 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v = 20$ м/с.

№ 447(443).

Дано:
$t_1 - t_2 = 45$ с
$v_{воз} = 340 \text{ м/с} = v_1$
$v_{вод} = 1400 \text{ м/с} = v_2$
s — ?

Решение:
Запишем формулы для определения расстояния по воздуху и по воде:

$$s = v_1 t_1 \ (1) \text{ и } s = v_2 t_2 \ (2).$$

Так как расстояния s одинаковы, то

$$v_1 t_1 = v_2 t_2 \Rightarrow v_1(t_2 + 45) = v_2 t_2,$$

$t_2 = \dfrac{45 v_1}{v_2 - v_1}$ — подставим в (2), получим:

$$s = v_2 \frac{45 v_1}{v_2 - v_1} \Rightarrow s = \frac{45 v_1 v_2}{v_2 - v_1}.$$

$$s = \frac{45 \text{ с} \cdot 340 \text{ м/с} \cdot 1400 \text{ м/с}}{1400 \text{ м/с} - 340 \text{ м/с}} \approx 20\,207 \text{ м} \approx 20 \text{ км}.$$

Ответ: $s = 20$ км.

№ 448(н).

Частоты волны не меняется при переходе из одной среды (воздух) в другую (вода). Длина волны в воздухе $\lambda_{воз} = v_{воз}/\nu$, в воде $\lambda_{вод} = v_{вод}/\nu$. Тогда отношение длин волны в воде и воздухе равно отношению скоростей волны в этих средах:

$$\frac{\lambda_{вод}}{\lambda_{воз}} = \frac{v_{вод}}{v_{воз}}.$$

Из таблиц находим, что скорость звука в воде $v_{вод} = 1500$ м/с, а в воздухе — $v_{воз} = 330$ м/с. Тогда

$$\frac{\lambda_{вод}}{\lambda_{воз}} = \frac{1500 \text{ м/с}}{330 \text{ м/с}} = 4,5.$$

Таким образом, при переходе звука из воздуха в воду длина волны увеличится в 4,5 раза.

№ 449(445).

Частота звука, издаваемого насекомыми, определяется частотой колебаний крыльев насекомых, т. е. чем выше звук, тем чаще насекомое машет крыльями. Звук, издаваемый комарами, выше,значит крыльями он машет чаще.

№ 450(446).

Высота звука, издаваемого дрелью, тем выше, чем больше частота вращения. Эта частота больше у дрели, работающей в режиме холостого хода.

№ 451(447).

Дано:	Решение:
$s = 68$ м	Человек услышит эхо через время:
$v_{зв} = 340$ м/с	$$\Delta t = \frac{2s}{v} = \frac{2 \cdot 68\ \text{м}}{340\ \text{м/с}} = 0,4\ \text{с}.$$
Δt — ?	

Ответ: $\Delta t = 0,4$ с.

№ 452(448).

Дано:	Решение:
$\Delta t = 0,6$ с	Глубина моря определяется по формуле:
$v = 1400$ м/с	$$h = \frac{\Delta t v}{2}.$$
h — ?	

Δt — время распространения звука до дна и обратно.

$$\Delta t = \frac{0,6\ \text{с} \cdot 1400\ \text{м/с}}{2} = 420\ \text{м}.$$

Ответ: $h = 420$ м.

№ 453(449).

В пустом зале звук многократно отражается от стен, тогда как в зале, заполненном зрителями, звук поглощается.

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

ГЛАВА V
ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

22. Количество вещества. Постоянная Авогадро. Масса и размеры молекул. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов

№ 454(450).

Дано:	Решение:
$m_{Al} = 5{,}4$ кг	*Количество вещества* — это величина, оцениваемая числом
ν — ?	частиц, содержащихся в этом веществе.

Под частицами понимают тождественные структурные элементы вещества — атомы, молекулы, ионы и т. п. Единицей количества вещества служит *моль*. *Моль* равен количеству вещества системы, содержащей столько же частиц, сколько атомов содержится в 0,012 кг изотопа углерода ^{12}C. При решении задач часто используют понятие «молярная масса». *Молярной массой M* называют величину, равную отношению массы вещества m к количеству вещества ν:

$$M = \frac{m}{\nu}.$$

В системе СИ она выражается в *кг/моль*. Чтобы узнать молярную массу любого вещества нужно определить его относительную молекулярную массу по таблице Менделеева. Далее берется количество граммов этого вещества, числено равное его молекулярной массе и выражается в единицах кг/моль. Например, алюминиевая отливка в качестве повторяющихся структурных элементов (частиц) имеет атомы алюминия. Относительная молекулярная масса Al приблизительно равна 27. Значит, его молярная масса M равна 27 г/моль = 0,027 кг/моль. Отсюда количество вещества в отливке составит:

$$\nu = \frac{m}{M} = \frac{5,4\ \text{кг}}{0,027\ \text{кг/моль}} = 200\ \text{моль}.$$

Ответ: $\nu = 200$ моль.

№ 455(451).

Дано:	Решение:
$\nu = 500$ моль	Определим молярную массу углекислого газа CO_2. Одна моле-
m_{CO_2} — ?	кула углекислого газа содержит один атом углерода и два ато-
	ма кислорода. Отсюда ее относительная молекулярная масса

равна 12 + 2 · 16 = 44, а молярная масса, соответственно будет

44 г/моль = 0,044 кг/моль.

По определению, масса m углекислого газа будет равна произведению молярной массы M на количество вещества (молей) ν:

$$m = M\nu = 0{,}044\ \text{кг/моль} \cdot 500\ \text{моль} = 22\ \text{кг}.$$

Ответ: $m = 22$ кг.

№ 456(452).

Дано:	Решение:
$\nu = 100$ моль $\rho_{рт} = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3	Определим сначала массу 100 молей ртути. Из таблицы Менделеева находим молярную массу ртути $M_{рт} = 0{,}2$ кг/моль. Общая масса ртути составит
V — ?	

$$m = M\nu = 0{,}2\ \text{кг/моль} \cdot 100\ \text{моль} = 20\ \text{кг}.$$

Зная плотность ртути, находим ее объем:

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{20\ \text{кг}}{13{,}6 \cdot 10^3\ \text{кг/м}^3} = 1{,}47 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3 \approx 1{,}5\ \text{дм}^3 = 1{,}5\ \text{л}.$$

Ответ: $V = 1{,}5$ л.

№ 457(453).

Дано:	Решение:
$\nu_{св} = \nu_{ол}$ $\rho_{св} = 7{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3 $\rho_{ол} = 11{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3	По определению: $\nu = \dfrac{m}{M}$, $m = \rho V$, где ν — количество вещества, m — его масса, M — его молярная масса, ρ — плотность и V — объем вещества. Из равенства количества вещества имеем
$m_{св}/m_{ол}$ — ? $V_{св}/V_{ол}$ — ?	$\dfrac{m_{св}}{M_{св}} = \dfrac{m_{ол}}{M_{ол}} \Rightarrow \dfrac{m_{св}}{m_{ол}} = \dfrac{M_{св}}{M_{ол}}.$

Определяем молярные массы олова и свинца по таблице Менделеева:

$$M_{св} = 0{,}119\ \text{кг/моль и}\ M_{ол} = 0{,}207\ \text{кг/моль}.$$

Отсюда:

$$\frac{m_{св}}{m_{ол}} = \frac{0{,}207\ \text{кг/моль}}{0{,}119\ \text{кг/моль}} \approx 1{,}7.$$

Далее, выражая объем вещества через массу и плотность, получим:

$$\frac{V_{св}}{V_{ол}} = \frac{m_{св}\rho_{ол}}{m_{ол}\rho_{св}} = \frac{0{,}207\ \text{кг/моль} \cdot 7{,}3 \cdot 10^3\ \text{кг/м}^3}{0{,}119\ \text{кг/моль} \cdot 11{,}3 \cdot 10^3\ \text{кг/м}^3} \approx 1{,}1.$$

Ответ: у свинцового тела масса в 1,7 раза больше, чем у оловянного, а объем больше в 1,1 раза.

№ 458(454).

Дано:	Решение:
$\nu_{в2} = \nu_{аз2}$ $V_{аз2} = 2$ м^3 $\nu_{к2} = \nu_{аз2}$	Считаем, что азот, водород и кислород в нормальных условиях являются идеальными газами. А по закону Авогадро для идеальных газов одинаковые количества вещества различных газов при одинаковых температурах и давлениях занимают одинаковые объемы.
$V_{в2}$ — ?, $V_{к2}$ — ?	

Следовательно, и кислород и водород займут объем 2 м^3.

Ответ: $V_{в2} = 2$ м^3, $V_{к2} = 2$ м^3.

№ 459(455).

Дано:	Решение:
$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$	Молярную массу вещества M можно выразить через массу одной частицы m_0 формулой
$m_в$ — ?, $m_{в2}$ — ?	

$$M = m_0 N_A,$$

где N_A — постоянная Авогадро, которая показывает, сколько частиц содержится в одном моле вещества. Отсюда для молекул водорода:

$$m_{в2} = \frac{M_{в2}}{N_A} = \frac{0,002\ \text{кг/моль}}{6,022 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}} = 3,3 \cdot 10^{-27}\ \text{кг}.$$

Масса атома водорода в два раза меньше и составляет $1{,}7 \cdot 10^{-27}$ кг.

Ответ: $m_в = 1{,}7 \cdot 10^{-27}$ кг, $m_{в2} = 3{,}3 \cdot 10^{-27}$ кг.

№ 460(456).

Дано:	Решение:
$m_{CO_2} = 1\ г = 10^{-3}$ кг	Количество вещества ν можно определить как отношение числа частиц N этого вещества к постоянной Авогадро N_A:
N — ?	

$$\nu = \frac{N}{N_A} \Rightarrow N = \nu N_A.$$

Найдем, какое количество вещества ν содержит 1 г углекислого газа. Его молярная масса $M = 0{,}044$ кг/моль (см. задачу № 455). Следовательно,

$$\nu = \frac{m}{M} = \frac{10^{-3}\ \text{кг}}{0,044\ \text{кг/моль}} = \frac{1}{44}\ \text{моля}.$$

Отсюда число молекул

$$N = \nu N_A = 1/44\ \text{моль} \cdot 6,022 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1} = 0,137 \cdot 10^{23} \approx 1,4 \cdot 10^{22}.$$

Ответ: $N = 1{,}4 \cdot 10^{22}$.

№ 461(457).

Дано:	Решение:
$m_{Ал} = 135\ г = 0{,}135$ кг	Аналогично задаче № 460, находим:
N — ?	

$$N = \frac{N_A m}{M},$$

где N_A — число Авогадро, m — масса предмета, M — молекулярная масса алюминия.

$M = 0{,}027$ кг/моль (см. задачу № 454).

Подставляя числовые значения, получим:

$$N = \frac{6,022 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1} \cdot 0,135\ \text{кг}}{0,027\ \text{кг/моль}} = 30 \cdot 10^{23}\ \text{штук} = 3 \cdot 10^{24}.$$

Ответ: $N = 3 \cdot 10^{24}$.

№ 462(458).

Дано:	Решение:
$S = 20\ см^2 = 2 \cdot 10^{-3}\ м^2$	Объем покрытия равен $V = Sd$. Масса покрытия
$d = 1$ мкм $= 10^{-6}$ м	$m_c = \rho_c V = \rho_c S d,$
N — ?	где ρ_c — плотность серебра, равная $10{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Молярная масса серебра равна $M = 0{,}108$ кг/моль (находим по таблице Менделеева). Окончательно, число атомов серебра составит (см. задачу № 454).

$$N = \frac{N_A m}{M} = \frac{N_A \rho_c S d}{M_c}.$$

$$N = \frac{6,022 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1} \cdot 10,5 \cdot 10^3\ \text{кг/м}^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^2 \cdot 10^{-6}\ \text{м}}{0,108\ \text{кг/моль}} = 1,2 \cdot 10^{20}.$$

Ответ: $N = 1,2 \cdot 10^{20}$.

№ 463(459).

Дано:	Решение:
N_A, ρ, V, m, M	Число частиц N вещества равно произведению постоянной Авогадро N_A на количество вещества ν: $N = \nu N_A$.
N/m — ?	Если учесть, что $\nu = m/M$, то в теле массой m будет содержаться
N/V — ?	число частиц $N_m = N_A m/M$.
N_m — ?	Так как $m = \rho V$, то $N_V = N_A \rho V/M$ — будет равно числу частиц в
N_V — ?	объеме V вещества.

Соответственно, на единицу массы будет приходиться $\frac{N_m}{m} = \frac{N_A}{M}$ частиц, а на единицу объема $\frac{N_V}{V} = \frac{N_A \rho}{M}$ частиц.

Ответ: $\frac{N}{m} = \frac{N_A}{M}$; $\frac{N_V}{V} = \frac{N_A \rho}{M}$; $N_m = \frac{N_A m}{M}$; $N_V = \frac{N_A \rho V}{M}$.

№ 464(460).

Дано:	Решение:
$n_{рт} = 3 \cdot 10^{16}\ \text{м}^{-3}$	Найдем, какое количество вещества находится в 1 м^3
$n_{хл2} = 8,5 \cdot 10^{18}\ \text{м}^{-3}$	воздуха:
$m_{рт}$ — ?	$\nu_{рт} = \frac{n_{рт}}{N_A} = \frac{3 \cdot 10^{16}\ \text{м}^{-3}}{6,022 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}} = 5 \cdot 10^{-8}\ \text{моль/м}^3.$
$m_{хл2}$ — ?	

$$\nu_{хл2} = \frac{n_{хл2}}{N_A} = \frac{8,5 \cdot 10^{18}\ \text{м}^{-3}}{6,022 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}} = 1,4 \cdot 10^{-5}\ \text{моль/м}^3.$$

Молярная масса ртути равна 0,2 кг/моль,
а хлора — 2 • 35,5 г/моль = 0,071кг/моль.
Отсюда легко находим массы веществ в 1 м^3 воздуха:

$$m_{рт} = \nu_{рт} M_{рт} = 5 \cdot 10^{-8}\ \text{моль/м}^3 \cdot 0,2\ \text{кг/моль} = 10^{-8}\ \text{кг/м}^3 = 0,01\ \text{мг/м}^3.$$

$$m_{хл} = \nu_{хл} M_{хл} = 1,4 \cdot 10^{-5}\ \text{моль/м}^3 \cdot 0,071\ \text{кг/моль} = 10^{-6}\ \text{кг/м}^3 = 1\ \text{мг/м}^3.$$

Обращение с ртутью требует предельной осторожности, т. к. даже небольшое ее количество, пролитое в помещении, может создать предельно допустимую концентрацию паров металла в воздухе (0,01 мг/м^3) вследствие испарения.

Ответ: $m_{рт} = 0,01$ мг/м^3, $m_{хл2} = 1$ мг/м^3.

№ 465(461).

Дано:	Решение:
$m = 1\ \text{мг} = 10^{-6}\ \text{кг}$	Подсчитаем, сколько молекул водорода содержится в 1 мг
$d = 2,3 \cdot 10^{-10}\ \text{м}$	этого газа. Его молярная масса M равна 0,002 кг/моль.
l — ?	Следовательно, количество вещества ν составит:

$$\nu = \frac{m}{M} = \frac{10^{-6}\ \text{кг}}{0,002\ \text{кг/моль}} = 5 \cdot 10^{-4}\ \text{моль} \Rightarrow$$

$$N = \nu N_A = 5 \cdot 10^{-4}\ \text{моль} \cdot 6,022 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1} = 3 \cdot 10^{20}.$$

Общая длина гипотетической нити, составленной из N молекул, будет:

$$l = dN = 2,3 \cdot 10^{-10}\ \text{м} \cdot 3 \cdot 10^{20} = 6,9 \cdot 10^{10}\ \text{м}.$$

Так как среднее расстояние от Земли до Луны составляет $3,844 \cdot 10^8$ м, то l превосходит его в

$$6,9 \cdot 10^{10}\ \text{м}/3,844 \cdot 10^8\ \text{м} \approx 180\ \text{раз}.$$

Ответ: $l = 6,9 \cdot 10^{10}$ м, больше в 180 раз.

№ 466(462).

Дано:	Решение:
$m = 200\ \text{г} = 0,2\ \text{кг}$ $t = 20$ сут N/t — ?	Молярная масса M воды (H_2O) равна 0,018 кг/моль. В 0,2 кг воды содержится:

$$N = \nu N_A = \frac{N_A m}{M} = \frac{6,022 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1} \cdot 0,2\ \text{кг}}{0,018\ \text{кг/моль}} =$$

$$= 6,7 \cdot 10^{24}\ \text{молекул}.$$

Такое количество молекул испарилось за время

$$t = 20\ \text{сут} = 480\ \text{час} = 480 \cdot 3600\ \text{с} = 1,728 \cdot 10^6\ \text{с}.$$

Отсюда средняя скорость испарения будет

$$\frac{N}{t} = \frac{6,7 \cdot 10^{24}}{1,728 \cdot 10^6\ \text{с}} \approx 3,9 \cdot 10^{18}\ \text{с}^{-1}.$$

Ответ: $N/t = 3,9 \cdot 10^{18}\ \text{с}^{-1}$.

№ 467(463).

Дано:	Решение:
$S = 20\ \text{км}^2 = 2 \cdot 10^7\ \text{м}^2$ $h = 10$ м $m = 0,01\ \text{г} = 10^{-5}\ \text{кг}$ $V_1 = 2\ \text{см}^3 = 2 \cdot 10^{-6}\ \text{см}^3$ N — ?	Объем воды в озере составляет $V = Sh = 2 \cdot 10^7\ \text{м}^2 \cdot 10\ \text{м} = 2 \cdot 10^8\ \text{м}^3.$ В наперстке оказалась часть всей воды, равная $\frac{V_1}{V} = \frac{2 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^3}{2 \cdot 10^8\ \text{м}^3} = 10^{-14}.$

Следовательно, в нем окажется такая же часть массы соли, а именно:

$$m \cdot 10^{-14} = 10^{-5}\ \text{кг} \cdot 10^{-14} = 10^{-19}\ \text{кг}.$$

Задача сводится к нахождению числа молекул поваренной соли массой 10^{-19} кг.

$$N = \nu N_A = \frac{N_A m}{M} = \frac{6,022 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1} \cdot 10^{-19}\ \text{кг}}{0,0585\ \text{кг/моль}} = 10^6.$$

Ответ: $N \approx 10^6$.

№ 468*(464).

Дано:	Решение:
$\rho = 2200\ \text{кг/м}^3$ d — ?	Очевидно, что 1 моль поваренной соли содержит N_A молекул. Поскольку молекула соли состоит из одного иона Na и

одного иона Cl, общее число ионов в 1 моль соли будет равно $2N_A$. Кубическая ячейка соли состоит из 8 ионов (4 иона Na и 4 иона Cl). Каждый ион входит в состав 8 ячеек (8 кубов имеют общую вершину), поэтому в среднем на один ион приходится объем одной ячейки d^3, где d — расстояние между ионами в ячейке. Очевидно, объем одного моля соли составит $2d^3N_A$. С другой стороны, этот объем будет равен массе одного моля соли (молярной массе), деленной на плотность: M/ρ. Получаем уравнение $2d^3N_A = M/\rho$. Откуда:

$$d = \sqrt[3]{\frac{M}{2N_A\rho}} = \sqrt[3]{\frac{0,0585\ \text{кг/моль}}{2 \cdot 6,022 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1} \cdot 2200\ \text{кг/м}^3}} = 2,8 \cdot 10^{-10}\ \text{м}.$$

Ответ: $d = 2,8 \cdot 10^{-10}$ м.

№ 469(465).

Дано:	Решение:
$p_2/p_1 = 4$	Согласно молекулярно-кинетической теории газов, давление в сосуде p связано со средней квадратичной скоростью молекул $v_{ср.кв.}$ уравнением
$v_{ср.кв.2}/v_{ср.кв.1}$ — ?	

$$p = \frac{nm_0v^2_{ср.кв.}}{3},$$

где n — концентрация молекул в сосуде, а m_0 — масса одной молекулы. Отсюда отношение давлений

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{v^2_{ср.кв.2}}{v^2_{ср.кв.1}} \Rightarrow \frac{v_{ср.кв.2}}{v_{ср.кв.1}} = \sqrt{\frac{p_2}{p_1}} = \sqrt{4} = 2.$$

То есть средняя квадратичная скорость после нагревания возрастет в 2 раза.
Ответ: средняя квадратичная скорость увеличилась в 2 раза.

№ 470(466).

Дано:	Решение:
$n_1 = n_2$	Воспользуемся формулой из задачи № 469:
$v_{ср.кв.1} = v_{ср.кв.2}$	
p_2/p_1 — ?	

$$p = \frac{nm_0v^2_{ср.кв.}}{3},$$

В условиях нашей задачи n и $v_{ср.кв.}$ кислорода и водорода равны. Следовательно, отношение давлений $p_2/p_1 = m_{01}/m_{02}$, где m_{01} — масса молекулы кислорода, а m_{02} — масса молекулы водорода. Отношение масс молекул можно заменить на отношение их относительных молярных масс. По таблице Менделеева найдем

$$\frac{m_{01}}{m_{02}} = \frac{2 \cdot 16}{2 \cdot 1} = 16 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 16.$$

То есть, давление кислорода в 16 раз превышает давление водорода.
Ответ: давление кислорода в 16 раз больше.

№ 471(467).

Дано:	Решение:
$V_1/V_2 = 3$	Воспользуемся формулой из задачи № 469:
$v_{ср.кв.1} = v_{ср.кв.2}$	
p_2/p_1 — ?	

$$p = \frac{nm_0v^2_{ср.кв.}}{3},$$

где n — концентрация молекул, т. е. отношение N/V, где N — общее число молекул в сосуде объемом V. Так как при сжатии газа никакие параметры, кроме V, не изменились, можем записать:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{NV_1}{NV_2} = \frac{V_1}{V_2} = 3.$$

То есть давление газа увеличилось в 3 раза.

Ответ: давление газа увеличится в 3 раза.

№ 472(468).

Дано:	Решение:
$\rho = 1{,}35$ кг/м^3	Воспользуемся формулой из задачи № 469:
$v_{ср.кв.} = 500$ м/с	$p = \dfrac{nm_0v^2_{ср.кв.}}{3}$,
p — ?	

где $n = N/V$ — концентрация молекул. Отсюда $p = \dfrac{Nm_0v^2_{ср.кв.}}{V}$.

$$\begin{cases} p = \dfrac{Nm_0v^2_{ср.кв.}}{V} \\ \rho = \dfrac{Nm_0}{V} \end{cases} \Rightarrow p = \frac{\rho v^2_{ср.кв.}}{3}.$$

$$p = \frac{1{,}35\ кг/м^3 \cdot (500\ м/с)^2}{3} = 112500\ Па = 112{,}5\ кПа.$$

Ответ: $p = 112{,}5$ кПа.

№ 473(469).

Дано:	Решение:
$m = 6$ кг	Воспользуемся формулой, выведенной в предыдущей задаче:
$V = 5$ м^3	$p = \dfrac{\rho v^2_{ср.кв.}}{3} \Rightarrow v_{ср.кв.} = \sqrt{\dfrac{3p}{\rho}} = \sqrt{\dfrac{3pV}{m}}.$
$p = 200$ кПа $= 2 \cdot 10^5$ Па	
$v_{ср.кв.}$ — ?	

$$v_{ср.кв.} = \sqrt{\frac{3 \cdot 2 \cdot 10^5\ Па \cdot 5\ м^3}{6\ кг}} \approx 710\ м/с.$$

Ответ: $v_{ср.кв.} = 710$ м/с.

№ 474(470).

Дано:	Решение:
$v_{ср.кв.} = 700$ м/с	Давление газа: $p = \dfrac{nm_0v^2_{ср.кв.}}{3}$,
$p = 0{,}2$ МПа $= 2 \cdot 10^5$ Па	где n — концентрация молекул, m_0 — масса одной молекулы. $m_0 = M/N_A \Rightarrow$
n — ?	

$$p = \frac{nMv^2_{ср.кв.}}{N_A} \Rightarrow n = \frac{3pN_A}{Mv^2_{ср.кв.}}.$$

$$n = \frac{3 \cdot 2 \cdot 10^5\ Па \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23}\ моль^{-1}}{0{,}032\ кг/моль \cdot (700\ м/с)^2} = 2{,}3 \cdot 10^{25}\ м^{-3}.$$

Ответ: $n = 2{,}3 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$.

№ 475(471).

Дано:	Решение:
$p = 101\ 325$ Па	Воспользуемся формулой из задачи № 473:
$\rho_{аз} = 1{,}25$ кг/м^3, $\rho_к = 1{,}43$ кг/м^3	$v_{ср.кв.} = \sqrt{\dfrac{3p}{\rho}}.$
$v_{ср.кв.аз}$ — ?, $v_{ср.кв.к}$ — ?	

$$v_{\text{ср.кв.аз}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 101325\ \text{Па}}{1{,}25\ \text{кг/м}^3}} = 493\ \text{м/с}.$$

$$v_{\text{ср.кв.к}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 101325\ \text{Па}}{1{,}43\ \text{кг/м}^3}} = 461\ \text{м/с}.$$

Ответ: $v_{\text{ср.кв.аз}} = 493$ м/с, $v_{\text{ср.кв.к}} = 461$ м/с.

№ 476(472).

Дано:	Решение:
$n = 3 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$ $p = 20$ кПа $=$ $= 2 \cdot 10^4$ Па	$p = \frac{n m_0 v^2_{\text{ср.кв.}}}{3}$, где $m_0 v^2_{\text{ср.кв.}} = 2E_{\text{ср}} \Rightarrow p = \frac{2nE_{\text{ср}}}{3} \Rightarrow E_{\text{ср}} = \frac{3p}{2n}$.
$E_{\text{ср}}$ — ?	$E_{\text{ср}} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 10^4\ \text{Па}}{2 \cdot 3 \cdot 10^{25}\ \text{м}^{-3}} = 10^{-21}$ Дж.

Ответ: $E_{\text{ср}} = 10^{-21}$ Дж.

№ 477(473).

Дано:	Решение:
$V_1/V_2 = 3$ $E_{\text{ср}2}/E_{\text{ср}1} = 2$	Как следует из решения предыдущей задачи, давление газа
p_2/p_1 — ?	$p = \frac{2nE_{\text{ср}}}{3}$,

где $n = N/V$ — концентрация молекул и $E_{\text{ср}}$ — их средняя кинетическая энергия. Возьмем отношение давлений в конце и в начале воздействия:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1 E_{\text{ср}2}}{V_2 E_{\text{ср}1}} = 3 \cdot 2 = 6.$$

Это значит, что после воздействия на газ его давление увеличилось в 6 раз.
Ответ: давление газа увеличится в 6 раз.

23. Энергия теплового движения молекул. Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры. Скорости молекул газа

№ 478(474).

Дано:	Решение:
$E_{\text{ср}} = 6{,}21 \cdot 10^{-21}$ Дж	Средняя кинетическая энергия поступательного дви-
t — ?	жения молекул газа выражается через температуру T

формулой:
$$E_{\text{ср}} = \frac{3kT}{2},$$

где T — абсолютная температура по шкале Кельвина, k — постоянная Больцмана. Отсюда

$$T = \frac{2E_{\text{ср}}}{3k} = \frac{2 \cdot 6{,}21 \cdot 10^{-21}\ \text{Дж}}{3 \cdot 1{,}138 \cdot 10^{-23}\ \text{Дж/К}} = 300\ ^\circ\text{K}.$$

Поскольку абсолютная температура связана с температурой по шкале Цельсия соотношением $T = t\ ^\circ\text{C} + 273\ ^\circ\text{C}$, то $t = T - 273\ ^\circ\text{C} = 300\ ^\circ\text{K} - 273\ ^\circ\text{C} = 27\ ^\circ\text{C}$.
Ответ: $t = 27\ ^\circ\text{C}$.

№ 479(475).

Дано:	Решение:
$E_{ср2} = 2E_{ср1}$ $t_1 = -73\ °C$	В выражении для средней кинетической энергии поступательного движения молекул входит температура по шкале Кельвина (абсолютная температура). Выразим темпетратуру t_1 по шкале Кельвина: $T_1 = t_1 + 273\ °C = -73\ °C + 273\ °C = 200$ K.
t_2 — ?	

Для одноатомного газа формула $E_{ср} = 3kT/2$ определяет полную механическую энергию молекулы (вращательное и колебательные движения атомов в молекуле отсутствуют). По условию для средней кинетической энергии молекул газа $E_{ср2} = 2E_{ср1} \Rightarrow$

$$\frac{3kT_2}{2} = \frac{2 \cdot 3kT_1}{2} \Rightarrow T_2 = 2T_1 = 2 \cdot 200\ \text{K} = 400\ \text{K} \Rightarrow$$

$$t_2 = T_2 - 273\ °C = 400\ \text{K} - 273\ °C = 127\ °C.$$

Ответ: $t_2 = 127\ °C$.

№ 480(476).

Дано:	Решение:
$t_1 = 7\ °C$, $t_2 = 35\ °C$	Выразим температуру газа по шкале Кельвина:
$(E_{ср2} - E_{ср1})/E_{ср1} \cdot 100\ \%$ — ?	$T_1 = 7\ °C + 273\ °C = 280$ K. $T_2 = 35\ °C + 273\ °C = 308$ K.

По условию задачи необходимо узнать, на сколько процентов увеличится средняя кинетическая энергия молекул, т. е. посчитать величину

$$\frac{E_{ср2} - E_{ср1}}{E_{ср1}} \cdot 100\% = \frac{\frac{3kT_2 - 3kT_1}{2}}{\frac{3kT}{2}} \cdot 100\% \Rightarrow \frac{T_2 - T_1}{T_1} \cdot 100\% =$$

$$= \frac{28\ \text{K}}{280\ \text{K}} \cdot 100\% = 10\ \%.$$

Здесь уместно заметить, что всегда ΔT K $= \Delta t$ °C.

Ответ: средняя кинетическая энергия увеличивается на 10 %.

№ 481(477).

Дано:	Решение:
$T = 290$ K $p = 0{,}8$ МПа $= 8 \cdot 10^5$ Па	$E_{ср} = \frac{3kT}{2} = \frac{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{Дж/К} \cdot 290\ \text{K}}{2} = 6 \cdot 10^{-21}$ Дж.
$E_{ср}$ — ? n — ?	Чтобы найти n воспользуемся формулой из задачи № 477:

$$p = \frac{2nE_{ср}}{3} \Rightarrow n = \frac{3p}{2E_{ср}} = \frac{3p}{2\frac{3kT}{2}} = \frac{p}{kT}.$$

$$n = \frac{8 \cdot 10^5\ \text{Па}}{1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{Дж/К} \cdot 290\ \text{K}} = 2 \cdot 10^{26}\ \text{м}^{-3}.$$

Ответ: $E_{ср} = 6 \cdot 10^{-21}$ Дж, $n = 2 \cdot 10^{26}$ м$^{-3}$.

№ 482(478).

Дано:	Решение:
$n = 10^{25}$ м$^{-3}$ $p = 100$ кПа $= 10^5$ Па	Воспользуемся формулой полученной в предыдущей задаче: $p = nkT$. Из нее найдем температуру:
T — ?	$$T = \frac{p}{nk} = \frac{10^5\ \text{Па}}{10^{25}\ \text{м}^{-3} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{Дж/К}} = 725\ \text{К}.$$

Ответ: $T = 725$ К.

№ 483(479).

Дано:	Решение:
$p_1 = 101325$ Па $p_2 = 19399$ Па $T_1 = 288{,}15$ К $T_2 = 216{,}65$ К	Из задачи № 481: $P = nkT$. Отсюда $$n = \frac{p}{kT} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1} = \frac{101325\ \text{Па} \cdot 216{,}65\ \text{К}}{19399\ \text{Па} \cdot 288{,}15\ \text{К}} \approx 3{,}9.$$
n_1/n_2 — ?	

Ответ: концентрация молекул меньше в 3,9 раза.

№ 484(480).

Дано:	Решение:
$t_в = 27$ °С	Из задачи № 481: $p = nkT$, а также $p = \frac{nm_0 v^2_{ср.кв.}}{3}$, отсюда
$v_{ср.кв.}$ — ?	

$$nkT = \frac{nm_0 v^2_{ср.кв.}}{3} \Rightarrow kT = \frac{m_0 v^2_{ср.кв.}}{3}.$$

Умножим обе части равенства на число Авогадро N_A: $N_A kT = \frac{N_A m_0 v^2_{ср.кв.}}{3}$.

Произведение kN_A равно R — универсальной газовой постоянной, а произведение $m_0 N_A$ по определению равно M — молярной массе. Следовательно,

$$RT = \frac{Mv^2_{ср.кв.}}{3} \Rightarrow v_{ср.кв.} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8{,}31\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 300\ \text{К}}{0{,}002\ \text{кг/моль}}} = 1933\ \text{м/с} \approx$$

$\approx 1{,}9$ км/с.

Здесь мы учли, что для водорода $M = 0{,}002$ кг/моль и 27 °С = 300 К.

Ответ: $v_{ср.кв.} = 1{,}9$ км/с.

№ 485(481).

Дано:	Решение:
$T_к = T_в$	Воспользуемся формулой из задачи № 484:
$v_{ср.кв.в}/v_{ср.кв.к}$ — ?	$$v_{ср.кв.} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \Rightarrow \frac{v_{ср.кв.в}}{v_{ср.кв.к}} = \sqrt{\frac{M_к}{M_в}}.$$

По таблице Менделеева $M_к = 32$ г/моль, $M_в = 2$ г/моль $\Rightarrow$

$$\frac{v_{ср.кв.в}}{v_{ср.кв.к}} = \sqrt{\frac{32\ \text{г/моль}}{2\ \text{г/моль}}} = \sqrt{16} = 4.$$

Следовательно, средняя квадратичная скорость молекул кислорода в 4 раза меньше средней квадратичной скорости молекул водорода при одинаковой температуре.

Ответ: в 4 раза меньше.

№ 486(482).

Дано:	Решение:
$v_{\text{ср.кв.}} = 830$ м/с	Воспользуемся формулой из задачи № 484: $RT = \dfrac{Mv^2_{\text{ср.кв.}}}{3}$,
T — ?	

где R — универсальная газовая постоянная, T — абсолютная темпетратура и M — молярная масса газа. Для молекулы азота

$$M = 2 \cdot 14 = 28 \text{ г/моль} = 0{,}028 \text{ кг/моль}.$$

Подставим данные в формулу и получим:

$$T = \frac{Mv^2_{\text{ср.кв.}}}{3R} = \frac{0{,}028 \text{ кг/моль} \cdot 688900 \text{ м}^2/\text{с}^2}{3 \cdot 8{,}31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}} = 774 \text{ К}.$$

Ответ: $T = 774$ К.

№ 487(483).

Дано:	Решение:
$t_1 = 30$ °С, $t_2 = -30$ °С	Из формулы $v_{\text{ср.кв.}} = \sqrt{\dfrac{3RT}{M}}$ получим:
$v_{\text{ср.кв.1}}/v_{\text{ср.кв.2}}$ — ?	

$$\frac{v_{\text{ср.кв.1}}}{v_{\text{ср.кв.2}}} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = \sqrt{\frac{273\ ^\circ\text{C} + 30\ ^\circ\text{C}}{273\ ^\circ\text{C} - 30\ ^\circ\text{C}}} = \sqrt{\frac{303}{243}} = 1{,}12.$$

Ответ: в 1,12 раз больше.

№ 488(484).

Дано:	Решение:
T, $v_{\text{ср.кв.}}$	Воспользуемся формулой из задачи № 484:
N — ?	

$$kT = \frac{m_0 v^2_{\text{ср.кв.}}}{3},$$

где m_0 — масса одной молекулы газа. Если масса одной молекулы m_0 кг, то 1 кг газа содержит

$$N = \frac{1 \text{ кг}}{m_0} = \frac{v^2_{\text{ср.кв.}}}{3kT} \cdot 1 \text{ кг молекул.}$$

Ответ: $N = \dfrac{v^2_{\text{ср.кв.}}}{3kT} \cdot 1$ кг молекул.

№ 489(485).

Дано:	Решение:
$m = 1{,}75 \cdot 10^{-12}$ кг	Считаем, что скорость пылинки можно рассчитать по формуле:
$v_{\text{ср.кв.1}}/v_{\text{ср.кв.2}}$ — ?	

$$v_{\text{ср.кв.}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}.$$

Для воздуха масса одной молекулы равна молярной массе воздуха, деленной на число Авогадро N_A:

$$m_0 = \frac{M}{N_A} = \frac{0{,}029 \text{ кг/моль}}{6{,}022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}} = 4{,}8 \cdot 10^{-26} \text{ кг}.$$

Отношение средних квадратичных скоростей молекулы воздуха и пылинки составит:

$$\frac{v_{\text{ср.кв.1}}}{v_{\text{ср.кв.2}}} = \sqrt{\frac{m}{m_0}} = \sqrt{\frac{1{,}75 \cdot 10^{-12} \text{ кг}}{4{,}8 \cdot 10^{-26} \text{ кг}}} = 6 \cdot 10^6.$$

Ответ: меньше в $6 \cdot 10^6$ раз.

№ 490(н).

Дано:	Решение:
$p = 124$ кПа $= 124 \cdot 10^3$ Па $\rho = 1{,}6$ кг/м^3	Воспользуемся соотношением, связывающим давление p, температуру T и концентрацию молекул n: $p = nkT$, где k — постоянная Больцмана. Умножим и разделим правую часть этого соотношения на m_0 — массу одной молекулы кислорода. Учтем также, что $n = N/V$, где N — число молекул в объеме V: $$p = \frac{kTNm_0}{m_0V}.$$
$v_{ср.кв.}$ — ? n — ? $E_{ср}$ — ? T — ?	

Так как произведение числа молекул на массу одной молекулы есть масса газа: $m = m_0N$, а плотность газа $\rho = m/V$, то

$$p = \frac{\rho kT}{m_0}.$$

Отсюда выразим температуру газа

$$T = \frac{pm_0}{\rho k}.$$

Учитывая, что масса молекулы кислорода

$m_0 = M_r \cdot 1$ а. е. м $= 32 \cdot 1$ а. е. м, рассчитаем

$$T = \frac{124 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot 32 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}}{1{,}6 \cdot 10 \text{ кг/м}^3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}} \approx 300 \text{ К}.$$

Средняя кинетическая энергия молекул кислорода

$$E_{ср} = \frac{3kT}{2} = \frac{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К} \cdot 300 \text{ К}}{2} = 6{,}2 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}.$$

Среднюю квадратичную скорость молекул найдем из соотношения

$$E_{ср} = \frac{m_0 v^2_{ср.кв.}}{2} \Rightarrow v_{ср.кв.} = \sqrt{\frac{2E_{ср}}{m_0}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}2 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}}{32 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}}} \approx 480 \text{ м/с}.$$

Концентрацию молекул n найдем из соотношения $p = nkT$:

$$n = \frac{p}{kT} = \frac{124 \cdot 10^3 \text{ Па}}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К} \cdot 300 \text{ К}} = 3 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

Ответ: $v_{ср.кв.} = 480$ м/с, $n = 3 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$, $E_{ср} = 6{,}2 \cdot 10^{-21}$ Дж, $T = 300$ К.

№ 491(н).

Размытие полоски при конденсации атомов серебра на внутренней поверхности вращающегося цилиндра в опыте Штерна указывает на тот факт, что не все атомы серебра движутся с одинаковой скоростью. Встречаются очень «быстрые» атомы, скорости которых во много раз превосходят среднюю квадратичную скорость. Но есть и «медленные» атомы, скорость которых близка к нулю. Получение распределения молекул (атомов) по скоростям выходит за рамки школьной программы.

№ 492(487).

Дано:	Решение:
$R_1 = 1{,}2$ см, $R_2 = 16$ см $\nu = 45$ с$^{-1}$, $d = 1{,}12$ см $T = 1500$ К	Если средняя квадратичная скорость атомов серебра равна $v_{ср.кв.}$, то расстояние между цилиндрами $R_2 - R_1$ они пролетают за время $\Delta t = \dfrac{R_2 - R_1}{v_{ср.кв.}}$.
$v_{ср.кв.}$ — ?	

Это время можно вычислить, зная угловую частоту вращения цилиндров и угол смещения полоски серебра. Угол смещения полоски приблизительно равен $\varphi = d/R_2$. Если угловая скорость равна $\omega = 2\pi\nu$, то время пролета атомов найдем из выражения $\omega = \varphi/\Delta t \Rightarrow \Delta t = \varphi/\omega = d/R_2 2\pi\nu$. Приравняем оба выражения для Δt:

$$\frac{R_2 - R_1}{\upsilon_{\text{ср.кв.}}} = \frac{d}{2\pi\nu R_2} \Rightarrow \upsilon_{\text{ср.кв.}} = \frac{2\pi\nu R_2 (R_2 - R_1)}{d}.$$

$$\upsilon_{\text{ср.кв.}} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 45\ \text{с}^{-1} \cdot 0,16\ \text{м} \cdot (0,16\ \text{м} - 0,0112\ \text{м})}{0,0112\ \text{м}} \approx 600\ \text{м/с}.$$

Теоретическое значение $\upsilon_{\text{ср.кв.}}$ атомов серебра найдем из формулы

$$\upsilon_{\text{ср.кв.}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,31\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 1500\ \text{К}}{0,108\ \text{кг/моль}}} \approx 590\ \text{м/с}.$$

Ответ: $\upsilon_{\text{ср.кв.}} = 600$ м/с, $\upsilon_{\text{ср.кв.}} = 590$ м/с.

24. Уравнения состояния идеального газа

№ 493(488).

Дано:	Решение:
$p = 200$ кПа $= 2 \cdot 10^5$ Па $T = 240$ К $V = 40$ л $= 4 \cdot 10^{-2}$ м^3	Количество вещества ν по определению называется отношением массы вещества m к его молярной массе M: $\nu = m/M$.
ν — ?	

Из уравнения Клапейрона-Менделеева $pV = \frac{RTm}{M}$ находим

$$\nu = \frac{m}{M} = \frac{pV}{RT} = \frac{2 \cdot 10^5\ \text{Па} \cdot 4 \cdot 10^{-2}\ \text{м}^3}{8,31\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 240\ \text{К}} = 4\ \text{моль}.$$

Ответ: $\nu = 4$ моль.

№ 494(489).

Дано:	Решение:
$m = 2$ кг $t = 12\ ^\circ\text{C} = 285$ К $V = 20$ л $= 2 \cdot 10^{-2}$ м^3	Из уравнения состояния идеального газа $pV = \frac{RTm}{M}$ находим $p = \frac{RTm}{VM}$.
p — ?	

Принимаем для воздуха $M = 0,029$ кг/моль и подставляем данные из условия:

$$p = \frac{8,31\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 285\ \text{К} \cdot 2\ \text{кг}}{2 \cdot 10^{-2}\ \text{м}^3 \cdot 0,029\ \text{кг/моль}} = 8,2 \cdot 10^6\ \text{Па} = 8,2\ \text{МПа}.$$

Ответ: $p = 8,2$ МПа.

№ 495(490).

Дано:	Решение:
$m_{\text{ар}} = 0,02$ кг, $m_{\text{г}} = 0,002$ кг $T = 301$ К $V = 25$ л $= 2,5 \cdot 10^{-2}$ м^3	Давление смеси газов по закону Дальтона равно сумме парциальных давлений каждого газа, занимающего тот же объем при той же температуре,
p — ?	что и вся смесь. Следовательно, общее давление

$$p = p_{ар} + p_г = \frac{RTm_{ар}}{VM_{ар}} + \frac{RTm_г}{VM_г} = \frac{RT}{V}\left(\frac{m_{ар}}{M_{ар}} + \frac{m_г}{M_г}\right).$$

Для аргона $M_{ар} = 0{,}04$ кг/моль, а для гелия $M_г = 0{,}004$ кг/моль (см. таблицу Менделеева). Окончательно,

$$p = \frac{8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К} \cdot 301\ К \cdot}{2{,}5 \cdot 10^{-2}\ м^3}\left(\frac{0{,}02\ кг}{0{,}04\ кг/моль} + \frac{0{,}002\ кг}{0{,}004\ кг/моль}\right) = 100\ кПа.$$

Ответ: $p = 100$ кПа.

№ 496(491).

Дано:	Решение:
$p = 101325$ Па $T = 273$ К $V = 64$ м^3	Молярную массу метана CH_4 найдем по таблице Менделеева: $M = 12 + 4 \cdot 1 = 16$ г/моль $= 0{,}016$ кг/моль. Из уравнения Клапейрона — Менделеева находим массу:
m — ?	

$$m = \frac{pVM}{RT} = \frac{101325\ Па \cdot 64\ м^3 \cdot 0{,}016\ кг/моль}{8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К} \cdot 273\ К} = 45{,}7\ кг.$$

Здесь в качестве нормальных условий принимаем $T = 273$ К и $p = 101325$ Па.

Ответ: $m = 45{,}7$ кг.

№ 497(492).

Дано:	Решение:
$p = 100$ кПа $= 10^5$ Па $T = 20\ °C = 293$ К $V = 1{,}45$ м^3 $\rho = 861$ кг/м^3	Для того чтобы узнать объем, занимаемый жидким воздухом, зная его плотность, надо найти массу жидкого воздуха. Массу сжимаемого воздуха найдем из уравнения Клапейрона — Менделеева, приняв молярную массу воздуха $M = 0{,}029$ кг/моль:
$V_ж$ — ?	

$$m = \frac{pVM}{RT}.$$

Объем жидкого воздуха $V_ж$ выразим как

$$V_ж = \frac{m}{\rho} = \frac{pVM}{RT\rho} = \frac{10^5\ Па \cdot 1{,}45\ м^3 \cdot 0{,}029\ кг/моль}{8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К} \cdot 293\ К \cdot 861\ кг/м^3} = 2 \cdot 10^{-3}\ м^3 = 2\ л.$$

Ответ: $V_ж = 2$ л.

№ 498(493).

Дано:	Решение:
$V_в = V_{уг}$ $T_в = T_{уг}$ $V_в = V_{уг}$	Выразим давление газа p из уравнения Клапейрона — Менделеева: $p = \frac{RTm}{VM}$.
$p_в/p_{уг}$ — ?	Так как все параметры газов одинаковы, кроме молярных масс, то отношение давлений газов будет

$$\frac{p_в}{p_{уг}} = \frac{M_{уг}}{M_в},$$

где $M_{уг}$ — молярная масса углекислого газа, а $M_в$ — молярная масса водорода. Молярные массы газов найдем из таблицы Менделеева:

$$M_{уг} = 0{,}044\ кг/моль\ и\ M_в = 0{,}002\ кг/моль.$$

Отсюда:
$$\frac{p_в}{p_{уг}} = \frac{0{,}044\ кг/моль}{0{,}002\ кг/моль} = 22 \Rightarrow p_в = 22p_{уг}.$$

Ответ: давление водорода в 22 раза больше, чем углекислого газа.

№ 499(494).

Выразим давление газа через его объем как $p = \dfrac{\nu RT}{V}$, где ν — количество вещества, R — универсальная газовая постоянная, T — абсолютная температура. Для графика, приведенного на рисунке, $\nu = 1$ и $T = 260$ К, т. е. $p = 260R/V$.

Для случая а): количество вещества $\nu = 1$ и $T = 390$ К, т. е. $p = 390R/V$ — график $p(V)$ получится из данного в задачнике, если увеличить его ординаты в 1,5 раза.

Для случая б): количество вещества $\nu = 2$ и $T = 260$ К, т. е. $p = 2 \cdot 260R/V$ — график $p(V)$ получится из данного в задачнике, если увеличить его ординаты в 2 раза.

№ 500*(495).

Дано:	Решение:
$t_1 = 15\ ^\circ\text{C} = 288$ К	В условии задачи сказано, что в исходном и конечном
$m_2 = 0{,}6m_1$	состояниях газ занимает один и тот же объем V — а имен-
$\Delta t = 8\ ^\circ\text{C} = 8$ К	но, объем баллона. Меняется масса газа и его температу-
p_1/p_2 — ?	ра. Запишем уравнение Клапейрона — Менделеева для начального и конечного состояний газа:

$$p_1 = \frac{RT_1m_1}{VM} \text{ и } p_2 = \frac{RT_2m_2}{VM},$$

где m_1 — начальная масса газа, T_1 — начальная температура, $m_2 = 0{,}6m_1$ — конечная масса газа и $T_2 = T_1 - \Delta t = 288\text{ К} - 8\text{ К} = 280$ К — конечная температура газа. Возьмем отношение p_1/p_2 и после сокращения получим:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1m_1}{T_2m_2} = \frac{T_1}{0{,}6T_2} = \frac{288\text{ К}}{0{,}6 \cdot 280\text{ К}} = 1{,}7.$$

Ответ: давление газа уменьшилось в 1,7 раза.

№ 501(496).

По определению, плотность ρ газа равна отношению массы газа m к занимаемому им объему V: $\rho = m/V$. Находим отношение m/V из уравнения Клапейрона — Менделеева: $m/V = pM/RT$. Следовательно, отношение плотностей газов при одинаковых условиях будет равно отношению их молярных масс M:

$$\frac{\rho_м}{\rho_к} = \frac{M_м}{M_к} = \frac{0{,}016\text{ кг/моль}}{0{,}032\text{ кг/моль}} = \frac{1}{2}.$$

Следовательно, плотность метана в 2 раза меньше плотности кислорода.

№ 502(н).

Дано:	Решение:
$P = 101325$ Па	Запишем уравнение Клапейрона — Менделеева: $p = \dfrac{RTm}{VM}$.
$T = 273$ К	Плотность воздуха $\rho = m/V$. Тогда
$\rho = 1{,}29$ кг/м^3	
M — ?	

$$p = \frac{mRT}{VM} = \rho\frac{RT}{M} \Rightarrow M = \frac{\rho RT}{p}.$$

$$M = \frac{1,29\ \text{кг/м}^3 \cdot 8,31\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}} \cdot 273\ \text{К}}{101325\ \text{Па}} = 0,029\ \text{кг/моль} = 29\ \text{г/моль}.$$

Ответ: $M = 0{,}029$ кг/моль = 29 г/моль.

№ 503(498).

Дано:	Решение:
$з = 9120$ кПа = $= 9{,}12 \cdot 10^6$ Па $T = 750$ К	Считаем, что углекислый газ при указанных условиях является идеальным газом, т. е. его состояние описывается уравнением Клапейрона — Менделеева. Отсюда плотность газа:
ρ — ?	$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT} = \frac{9,12 \cdot 10^6\ \text{Па} \cdot 0,044\ \text{кг/моль}}{8,31\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}} \cdot 750\ \text{К}} = 64,4\ \text{кг/м}^3.$$

Ответ: $\rho = 64{,}4$ кг/м^3.

№ 504(499).

Дано:	Решение:
$p = 101325$ Па $m_а = 56$ г $= 0{,}056$ кг $m_{уг} = 44$ г $= 0{,}044$ кг $T = 273$ К	По определению, плотность смеси газов ρ равна отношению суммарной массы газов m к занимаемому смесью объему V: $\rho = m/V$. Так как в нашем случае $m = m_а + m_{уг}$, то плотность
ρ — ?	смеси $$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_а + m_{уг}}{V} = \frac{m_а}{V} + \frac{m_{уг}}{V} = \rho_а + \rho_{уг}$$

равна сумме плотностей газов, которые эту смесь составляют. Массы газов известны. Найдем объем. Давление смеси газов по закону Дальтона равно сумме парциальных давлений составляющих смеси: $p = p_а + p_{уг}$. Выразим парциальные давления из уравнения Клапейрона — Менделеева. Тогда

$$p = \frac{m_а RT}{M_а V} + \frac{m_{уг} RT}{M_{уг} V},$$

где V — объем, занимающий смесью газов. Отсюда

$$V = \frac{RT}{p}\left(\frac{m_а}{M_а} + \frac{m_{уг}}{M_{уг}}\right) \Rightarrow \rho = \frac{m_а + m_{уг}}{V} = (m_а + m_{уг})\frac{p}{RT}\left(\frac{m_а}{M_а} + \frac{m_{уг}}{M_{уг}}\right)^{-1}.$$

$$\rho = (0,056\ \text{кг} + 0,044\ \text{кг}) \cdot \frac{101325\ \text{Па}}{8,31\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}} \cdot 273\ \text{К}} \times$$

$$\times \left(\frac{0,056\ \text{кг}}{0,028\ \text{кг/моль}} + \frac{0,044\ \text{кг}}{0,044\ \text{кг/моль}}\right) = 1,49\ \text{кг/м}^3.$$

Ответ: $\rho = 1{,}49$ кг/м^3.

№ 505(500).

Дано:	Решение:
$p = 100$ кПа $= 10^5$ Па $S = 20$ м^2 $h = 2{,}5$ м $T_1 = 288$ К $T_2 = 298$ К	Объем комнаты $V = Sh$. В начале в комнате находилась масса воздуха $$m_1 = \frac{pVM}{RT_1}.$$ После нагревания масса воздуха стала
Δm — ?	$$m_2 = \frac{pVM}{RT_2}.$$

Следовательно, масса воздуха уменьшилась на величину $\Delta m = m_1 - m_2 \Rightarrow$

$$\Delta m = \frac{pVM}{R}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right) = \frac{pShM\,(T_2-T_1)}{RT_1T_2} =$$

$$= \frac{10^5\ \text{Па} \cdot 20\ \text{м}^2 \cdot 2,5\ \text{м} \cdot 0,029\ \text{кг/моль} \cdot 10\ \text{К}}{8,31\,\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}} \cdot 288\ \text{К} \cdot 298\ \text{К}} = 2\ \text{кг}.$$

Ответ: $\Delta m = 2$ кг.

№ 506*(501).

Дано:	Решение:
$p = 100$ кПа $= 10^5$ Па $V = 0{,}1$ м^3 $T_1 = 290$ К $T_2 = 340$ К	Шар будет подниматься вверх, если на него будет действовать подъемная сила. Подъемной силой называют равнодействующую выталкивающей силы и силы тяжести. Выталкивающая (архимедова) сила в данном случае равна весу вытесненного шаром воздуха
m — ?	

$F = m_1g$, где m_1 — масса окружающего воздуха, приходящегося на объем шара V. Сила тяжести равна $P = (m + m_2)g$, где m_2 — масса горячего воздуха внутри шара, а m — искомая масса бумажной оболочки шара. Условие подъема шара запишется в виде $F > P$ или $m_1 > m + m_2$. Массы горячего и холодного воздуха в объеме V найдем из уравнения Клапейрона — Менделеева:

$$m_1 = \frac{pVM}{RT_1} \text{ и } m_2 = \frac{pVM}{RT_2}.$$

Окончательно:

$$m < m_1 - m_2 = \frac{pVM}{R}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right) =$$

$$= \frac{10^5\ \text{Па} \cdot 0,1\ \text{м}^3 \cdot 0,029\ \text{кг/моль} \cdot \left(\frac{1}{290\ \text{К}} - \frac{1}{340\ \text{К}}\right)}{8,31\,\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}} = 17,7\ \text{г}.$$

Ответ: $m < 17{,}7$ г.

№ 507(502).

Дано:	Решение:
$p_1 = 0{,}2$ МПа $=$ $= 2 \cdot 10^5$ Па $p_2 = 101325$ Па $V_1 = 5$ л $= 5 \cdot 10^{-3}$ м^3 $t_1 = 15$ °C $= 288$ К $T_2 = 273$ К	На основании уравнения состояния идеального газа можем написать: $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = \frac{p_1V_1T_2}{p_2T_1}.$ $V_2 = \frac{2 \cdot 10^5\ \text{Па} \cdot 5 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3 \cdot 273\ \text{К}}{101325\ \text{Па} \cdot 288\ \text{К}} = 9,36 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3 \approx$ $\approx 9,4$ л.
V_2 — ?	

Ответ: $V_2 = 9{,}4$ л.

№ 508(503).

Дано:	Решение:
$p_1 = 80$ кПа $= 8 \cdot 10^4$ Па $V_1 = 0{,}75$ л $= 7{,}5 \cdot 10^{-4}$ м^3 $V_2 = 0{,}12$ л $= 1{,}2 \cdot 10^{-4}$ м^3 $t_1 = 50$ °C $= 323$ K $t_2 = 260$ °C $= 523$ K p_2 — ?	Считаем, что бензиново-воздушная (рабочая) смесь в цилиндрах двигателя автомобиля ведет себя как идеальных газ. На основании уравнения состояния идеального газа имеем: $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$. Следовательно, давление в цилиндре в конце такта сжатия составит:

$$p_2 = \frac{p_1V_1T_2}{V_2T_1} = \frac{8 \cdot 10^4 \text{ Па} \cdot 7{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 \cdot 523 \text{ K}}{1{,}2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 \cdot 323 \text{ K}} = 8{,}1 \cdot 10^5 \text{ Па} = 810 \text{ кПа}.$$

Ответ: $P_2 = 810$ кПа.

№ 509(н).

Дано:	Решение:
$з = 405{,}2$ кПа $=$ $= 405{,}2 \cdot 10^3$ Па $S = 8$ см$^2 = 8 \cdot 10^{-4}$ м^2 $m = 8{,}4$ кг $T = 300$ K $t = 20$ мин $=$ $= 1200$ с $= 1{,}2 \cdot 10^3$ с v — ?	Выразим объем метана, прошедшего по трубе за вермя t: $V = Sl = Svt$ (1). Воспользуемся затем уравнением состояния идеального газа: $pV = \frac{RTm}{M}$. Подставляя объем из (1), получим: $pSvt = \frac{RTm}{M} \Rightarrow v = \frac{RTm}{pSMt}$.

Учитывая, что химическая формула метана CH_4, определим его молярную массу:

$$M = (12 + 4 \cdot 1) \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} = 16 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Подставим числовые значения:

$$v = \frac{RTm}{pSMt} = \frac{8{,}31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 300 \text{ K} \cdot 8{,}4 \text{ кг}}{405{,}2 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot 8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot 16 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} \cdot 1{,}2 \cdot 10^3 \text{с}} =$$

$= 3{,}36$ м/с.

Ответ: $v = 3{,}36$ м/с.

№ 510(505).

Дано:	Решение:
$p_2 = 50p_1$ $V_1 = 17V_2$ $t_1 = 50$ °C $= 323$ K t_2 — ?	Считаем воздух идеальным газом и на основании уравнения состояния идеального газа имеем: $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$. Из него находим:

$$T_2 = \frac{T_1p_2V_2}{p_1V_1} = \frac{323 \text{ K} \cdot 50p_1V_2}{p_1 17V_2} = 950 \text{ K}.$$

$$t_2 = T_2 - 273 \text{ K} = 950 \text{ K} - 273 \text{ K} = 677 \text{ °C}.$$

Ответ: $t_2 = 677$ °C.

№ 511(506).

Дано:	Решение:
$p_2 = 1{,}25p_1$ $T_2 = 2T_1$	Запишем уравнение состояния идеального газа: $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$.
V_2/V_1 — ?	Отсюда отношение объемов будет равно: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1T_2}{p_2T_1} = \frac{p_1 \cdot 2T_1}{1{,}25p_1T_1} = 1{,}6.$

Следовательно, объем идеального газа возрос в 1,6 раза.

Ответ: объем увеличился в 1,6 раза.

№ 512(507).

Дано:	Решение:
$p_1 = 108$ кПа $P_2 = 110{,}6$ кПа $\Delta V/V = 4\ \%$ $t_1 = 7\ ^\circ\text{C} = 280$ K $t_2 = 37\ ^\circ\text{C} = 310$ K	Если в начале объем лодки составлял V_1, а при повышении температуры увеличился до V_2, то относительное увеличение объема составит: $\frac{V_2 - V_1}{V_1} = \frac{V_2}{V_1} - 1.$
$(V_2 - V_1)/V_1$ — ?	В процента х выразится как $\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right) \cdot 100\%.$

Отношение V_2/V_1 найдем из уравнения состояния идеального газа:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1T_2}{p_2T_1} \Rightarrow \left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right) \cdot 100\% = \left(\frac{p_1T_2}{p_2T_1} - 1\right) \cdot 100\% =$$

$$= \left(\frac{108\ \text{кПа} \cdot 310\ \text{K}}{110{,}6\ \text{кПа} \cdot 280\ \text{K}} - 1\right) \cdot 100\% = (1{,}08 - 1) \cdot 100\% = 8\%.$$

Следовательно, опасность разрыва лодки существует и надо стравить лишний воздух.

Ответ: опасность разрыва существует; необходимо стравить воздух.

№ 513(508).

Дано:	Решение:
$p_2 = p_1 + 120$ кПа $V_1 = 2V_2$ $T_2 = 1{,}1T_1$	Воспользуемся уравнением состояния идеального газа: $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{p_1 \cdot 2V_2}{T_1} = \frac{(p_1 + 120\ \text{кПа})V_2}{1{,}1T_1} \Rightarrow$
p_1 — ?	$2{,}2p_1 = p_1 + 120\ \text{кПа} \Rightarrow 1{,}2p_1 = 120\ \text{кПа} \Rightarrow p_1 = 100\ \text{кПа}.$

Ответ: $p_1 = 100$ кПа.

25. Изопроцессы

№ 514(509).

При вытекании жидкости объем, занимаемый воздухом, увеличивается. В изотермических условиях это приведет к снижению давления воздуха внутри бака. Когда давление воздуха в сумме с давлением столба жидкости на нижнюю часть бака станет равным атмосферному давлению, вытекание жидкости прекратится. Чтобы обеспечить дальнейшее свободное вытекание жидкости, необходимо вынуть пробку в верхней части бака, уравняв давление воздуха над жидкостью с атмосферным давлением.

№ 515(510).

При перемещении поршня влево на 1/3 новый объем V_2 станет равным 2/3 первоначального объема V_1. Соответственно, из уравнения Бойля — Мариотта для изотермического процесса $p_1V_1 = p_2V_2$ имеем

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

Давление увеличится в 1,5 раза.

При перемещении поршня на 1/3 вправо новый объем станет равным 4/3 первоначального. Следовательно, давление изменится в

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4} \approx 1,33.$$

Т. е. давление воздуха уменьшится в 1,33 раза.

Ответ: а) увеличится в 1,5 раза; б) уменьшится в 1,33 раза.

№ 516(511).

Дано:	Решение:
$p_2 = p_1 + 60$ кПа $V_1 = 8$ л $V_2 = 5$ л	Так как ни температура, ни масса газа не изменяются, можно применить закон Бойля — Мариотта: $pV = \text{const}$. В наших условиях $p_1V_1 = p_2V_2$. По условию $p_1 \cdot 8\text{ л} = (P_1 + 60\text{ кПа}) \cdot 5\text{ л} \Rightarrow 3p_1 = 300\text{ кПа} \Rightarrow$ $p_1 = 100$ кПа.
p_1 — ?	

Ответ: $p_1 = 100$ кПа.

№ 517(512).

Дано:	Решение:
$p_2 = 1,5p_1$ $V_2 = V_1 - 30$ мл	По закону Бойля — Мариотта: $p_1V_1 = p_2V_2$. Составим уравнение $p_1V_1 = 1,5p_1 \cdot (V_1 - 30\text{ мл}) \Rightarrow 0,5V_1 = 45\text{ мл} \Rightarrow$ $V_1 = 90$ мл.
V_1 — ?	

Ответ: $V_1 = 90$ мл.

№ 518(513).

Дано:	Решение:
$p_2 = 80$ кПа $V_ф = 0,5$ л $V_в = 0,3$ л	Считаем, что сначала во фляжке находился объем воздуха $V_1 = V_ф - V_в$ при атмосферном давлении $p_1 = 100$ кПа. Требуется узнать, на сколько увеличится объем воздуха (убавится воды), если его давление уменьшится до p_2 при постоянной температуре. Составим уравнение: $p_1V_1 = p_2(V_1 + \Delta V_в) \Rightarrow$
$\Delta V_в$ — ?	

$$\Delta V_в = \left(\frac{p_1}{p_2} - 1\right)V_1 = (V_ф - V_в)\left(\frac{p_1}{p_2} - 1\right) = 0,2\text{ л} \cdot \left(\frac{100\text{ кПа}}{80\text{ кПа}} - 1\right) = 0,05\text{ л} =$$

$$= 50\text{ мл} = 50\text{ см}^3.$$

Ответ: $\Delta V_в = 50$ см^3.

№ 519(514).

Дано:	Решение:
$h = 6$ м $V_1 = 10$ мм^3	Известно, что атмосферное давление примерно равно давлению водяного столба высотой 10 м. Следовательно, на глубине 6 м давление в пузырьке воздуха будет равно $1{,}6P_{атм}$. На поверхности водоема давление равно атмосферному.
$V_2 - ?$	

По закону Бойля — Мариотта: $1{,}6P_{атм}V_1 = P_{атм}V_2 \Rightarrow V_2 = 1{,}6V_1 = 16$ мм^3.
Ответ: $V_2 = 16$ мм^3.

№ 520(515).

Дано:	Решение:
$h = 50$ см $= 0{,}5$ м $V_1 = 1$ см^3 $V_2 = 5$ мм$^3 = 0{,}005$ см^3	Давление атмосферного воздуха под куполом паутины на глубине 0,5 м составляет $1{,}05P_{атм}$. Найдем сначала, какой объем воздуха $V_в$, находящегося при атмосферном давлении $P_{атм}$, необходимо сжать до давления $1{,}05P_{атм}$, чтобы получить объем $V_1 = 1$ см^3.
$N = V_в/V_2 - ?$	

Из уравнения Бойля — Мариотта $V_в = V_1\dfrac{1{,}05P_{атм}}{P_{атм}} = 1{,}05 \cdot 1\text{ см}^3 = 1{,}05\text{ см}^3$.

За один раз паучок может перенести объем V_2 воздуха при атмосферном давлении. Значит, ему необходимо сделать

$$N = \frac{V_в}{V_2} = \frac{1{,}05\text{ см}^3}{5 \cdot 10^{-3}\text{ см}^3} = 210 \text{ рейсов.}$$

Ответ: $N = 210$ рейсов.

№ 521(516).

Дано:	Решение:
$p = 100$ кПа $= 10^5$ Па $S = 24$ см$^2 = 2{,}4 \cdot 10^{-3}$ м^2 $\Delta l = 2$ см $= 0{,}02$ м $V = 240$ см$^3 = 2{,}4 \cdot 10^{-4}$ м^3	Сила F, которую нужно приложить к поршню, равна произведению площади поршня S на избыточное давление Δp, возникающее в цилиндре в результате смещения поршня:
$F - ?$	$F = S\Delta p = S(p_2 - p)$.

При смещении поршня влево объем воздуха в цилиндре становится

$$V_2 = V - S\Delta l,$$

а давление $p_2 = pV/V_2 = pV/(V - S\Delta l) \Rightarrow$

$$F = S(p_2 - p) = SP\left(\frac{V}{V - S\Delta l} - 1\right) = \frac{pS^2\Delta l}{V - S\Delta l} = \frac{10^5\text{ Па} \cdot 5{,}76 \cdot 10^{-6}\text{ м}^4 \cdot 0{,}02\text{ м}}{2{,}4 \cdot 10^{-4}\text{ м}^3 - 0{,}48 \cdot 10^{-4}\text{ м}^3} =$$

$= 60$ Н.

Для смещения поршня вправо к нему нужно приложить силу $F = S(p - p_2)$, где p_2 — новое давление в цилиндре. Новый объем

$$V_2 = V + S\Delta l,$$

а давление $p_2 = pV/V_2 = pV/(V + S\Delta l) \Rightarrow$

$$F = S(p_2 - p) = Sp\left(\frac{V}{V + S\Delta l} - 1\right) = \frac{pS^2\Delta l}{V + S\Delta l} = \frac{10^5\text{ Па} \cdot 5{,}76 \cdot 10^{-6}\text{ м}^4 \cdot 0{,}02\text{ м}}{2{,}4 \cdot 10^{-4}\text{ м}^3 + 0{,}48 \cdot 10^{-4}\text{ м}^3} =$$

$= 40$ Н.
Ответ: а) $F = 60$ Н; б) $F = 40$ Н.

№ 522(н).

Дано:	Решение:
$q = 3$ л/с	Процесс будем считать изотермическим. Пусть $V_1 = q \cdot 1$ с — объ-
$V_2 = 45$ л	ем порции. Тогда для порции воздуха, захватываемой из атмосферы
$n = 9$	и поступающей в баллон объемом V_2 за 1 с работы компрессора, по
t — ?	закону Бойля — Мариотта получим: $P_{атм} \cdot V_1 = \Delta p_1 V_2$, где $P_{атм}$ — ат-
	мосферное давление, Δp_1 — давление порции воздуха в баллоне.

Отсюда $\Delta p_1 = \dfrac{P_{атм}V_1}{V_2}$, причем $V_1 = q \cdot 1$ с.

По условию задачи конечное давление в баллоне превышает начальное (атмосферное) в $n = 9$ раз: $\Delta p = np_{атм} - p_{атм} = p_{атм}(n-1)$.
Объем поступившего из атмосферы воздуха за время t: $V = qt$. Тогда

$$P_{атм}(n-1) = \frac{P_{атм}qt_1}{V_2} \Rightarrow t = \frac{(n-1)V_2}{q} = \frac{(9-1)\cdot 45\text{ л}}{3\text{ л/с}} = 120\text{ с} = 2\text{ мин}.$$

Ответ: $t = 2$ мин.

№ 523(518).

Дано:	Решение:
h	Пусть сечение поршня будет S. Тогда в одной его половине, объе-
$p_1 = np_2$	мом $hS/2$, будет давление p_1, а в другой — p_2. После снятия стопо-
Δh — ?	ра поршень передвинется в сторону половинки, находящейся под

меньшим давлением p_2, на величину Δh. В обеих частях сосуда установится одинаковое давление p. Процесс изотермический, поэтому запишем уравнение Бойля — Мариотта для обеих частей сосуда. Пусть сначала в одной половинке объемом $hS/2$ было давление p_1. Тогда новый объем станет равным

$$V = \left(\frac{h}{2} + \Delta h\right)S \Rightarrow \frac{hSp_1}{2} = \left(\frac{h}{2} + \Delta h\right)Sp.$$

Соответственно, для другой половинки объем станет равным

$$V = \left(\frac{h}{2} - \Delta h\right)S \Rightarrow \frac{hSp_2}{2} = \left(\frac{h}{2} - \Delta h\right)Sp.$$

После сокращения на S и подстановки $p_1 = np_2$, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{hnp_2}{2} = \left(\dfrac{h}{2} + \Delta h\right)p \\ \dfrac{hp_2}{2} = \left(\dfrac{h}{2} - \Delta h\right)p \end{cases} \Rightarrow n = \frac{\dfrac{h}{2} + \Delta h}{\dfrac{h}{2} - \Delta h} \Rightarrow \Delta h = \frac{h(n-1)}{2(n+1)}.$$

Ответ: $\Delta h = \dfrac{h(n-1)}{2(n+1)}$.

№ 524(519).

Дано:	Решение:
$l = 60$ см, $l_0 = l/3$	После того как трубку с закрытым верхним концом выну-
$P = 76$ см рт. ст.	ли из ртути и часть ее вылилась, давление воздуха в трубке
l_x — ?	P_x вместе с давлением оставшегося столбика ртути l_x стало

равным атмосферному. Вытекание ртути происходило до тех пор, пока не установилось равновесие: снаружи на нижний торец трубки действует атмосферное давление, а изнутри — давление столбика ртути и воздуха над ним. Если измерять давление в сантиметрах ртутного столба, то можно записать $P_x + l_x = P$. Теперь, чтобы получить ответ, составим уравнение для P_x. До того как трубку вынули из ртути, воздух занимал объем $2lS/3$ (S — сечение трубки) при атмосферном давлении P. В конце его объем стал $(l - l_x)S$ под давлением P_x. Следовательно, $2lSP/3 = (l - l_x)SP_x$. Подставим сюда $P_x = P - l_x$ и после упрощения получим квадратное уравнение относительно l_x: $3l_x^2 - 3(P + l)l_x + lP = 0$. После подстановки числовых значений получится уравнение:

$$l_x^2 - 136l_x + 1520 = 0,$$

где l_x выражена в сантиметрах. Решая его, находим:

$$l_x = 68 \pm \sqrt{4624 - 1520} = 68 \pm 55{,}7 \text{ см}.$$

Очевидно, физический смысл имеет только решение

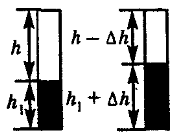
$$l_x = 68 \text{ см} - 55{,}7 \text{ см} = 12{,}3 \text{ см}.$$

В противном случае получилось бы $l_x > l$, что невозможно.

Ответ: $l_x = 12{,}3$ см.

№ 525(н).

Дано:	Решение:
$h = 40$ см $= 0{,}4$ м $h_1 = 5$ см $= 5 \cdot 10^{-2}$ м $P_{A1} = 75$ см рт. ст. $\Delta h = 1$ см	Запишем условие равновесия столбика ртути (по сути равенства давлений) для двух указанных в задаче случаев: $P_1 = P_{A1} - \rho g h_1$ (1), $P_2 = P_{A2} - \rho g h_2$ (2).
P_{A2} — ?	



Здесь ρ — плотность ртути, P_1 и P_2 — давления воздуха в трубке в первый и второй день, соответственно; P_{A1} и P_{A2} — атмосферные давления; h_1 и h_2 — высоты столбов ртути в трубке, причем $h_2 = h_1 + \Delta h$. Предполагая, что температура не изменялась, запишем закон Бойля — Мариотта для воздуха в трубке: $P_1V_1 = P_2V_2$, где объем $V_1 = hS$, а объем $V_2 = (h - \Delta h)S$ (S — площадь сечения трубки). Отсюда $P_1h = P_2(h - \Delta h)$ (3).

Решая совместно уравнения (1) и (3), получим атмосферное давление для второго дня:

$$P_{A2} = \frac{P_{A1}h - \rho g h_1 h + \rho g (h - \Delta h)(h_1 + \Delta h)}{h - \Delta h}.$$

или

$$P_{A2} = P_{A1}\frac{h}{h - \Delta h} + \rho g\left(h_1 + \Delta h - \frac{h_1 h}{h - \Delta h}\right).$$

Учитывая, что 1 мм рт. ст. = 133 Па, вычислим P_{A1}:

$$P_{A1} = \frac{750 \text{ мм рт. ст.} \cdot 133 \text{ Па}}{1 \text{ мм рт. ст.}} = 1{,}0231 \cdot 10^5 \text{ Па} \Rightarrow$$

$$P_{A2} = 99750 \text{ Па} \cdot \frac{0{,}4 \text{ м} \cdot}{0{,}4 \text{ м} - 0{,}01 \text{ м}} + 13{,}6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \times$$

$$\times\left(0{,}05 \text{ м} + 0{,}01 \text{ м} - \frac{0{,}05 \text{ м} \cdot 0{,}4 \text{ м}}{0{,}4 \text{ м} - 0{,}01 \text{ м}}\right) = 103474 \text{ Па}$$

$$\text{или } P_{A2} = \frac{103474 \text{ Па} \cdot 1 \text{ мм рт. ст.}}{133 \text{ Па}} = 778 \text{ мм рт. ст.}$$

Ответ: $P_{A2} = 103474$ Па $= 778$ мм рт. ст.

№ 526(521).

Дано:	Решение:
$t = 0\ ^\circ C = 273$ К	Воздух в камере колеса находится под давлением
$\Delta p = 0{,}17$ МПа $=$	$p = P_{атм} + \Delta P = 10^5$ Па $+ 1{,}7 \cdot 10^5$ Па $= 2{,}7 \cdot 10^5$ Па.
$= 1{,}7 \cdot 10^5$ Па	По закону Клайперона — Менделеева
ρ — ?	$$pV = \frac{RTm}{M}.$$

Отсюда плотность воздуха ($M = 0{,}029$ кг/моль) составит

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT} = \frac{2{,}7 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 0{,}029 \text{ кг/моль}}{8{,}31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 273 \text{ К}} = 3{,}45 \text{ кг/м}^3 \approx 3{,}5 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: $\rho = 3{,}5$ кг/м^3.

№ 527(522).

Дано:	Решение:
$t_1 = 27\ ^\circ C = 300$ К	В условиях задачи давление газа не меняется. Следователь-
$t_2 = 77\ ^\circ C = 350$ К	но, справедлив закон Гей — Люссака:
$V_1 = 6$ л	$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1} = \frac{6 \text{ л} \cdot 350 \text{ К}}{300 \text{ К}} = 7 \text{ л}.$$
V_2 — ?	

Ответ: $V_2 = 7$ л.

№ 528(523).

Дано:	Решение:
$t_1 = 20\ ^\circ C = 293$ К	Горячий воздух занимал весь объем колбы V. Охлажден-
$\Delta V = 20\%$	ный до температуры t_1 воздух занимает по условию 4/5 объ-
t_2 — ?	ема колбы. Если пренебречь разностью давлений воздуха

внутри заполненной водой колбы и атмосферным давлением (она равна высоте столбика воды внутри трубки), то процесс можно считать изобарным. По закону Гей — Люссака

$$\frac{V}{T_2} = \frac{\frac{4}{5}V}{T_1} \Rightarrow T_2 = \frac{5}{4}T_1 = \frac{5 \cdot 293 \text{ К}}{4} = 366 \text{ К} \Rightarrow$$

$$t_2 = T_2 - 273\ ^\circ C = 366 - 273\ ^\circ C = 93\ ^\circ C.$$

Ответ: $t_2 = 93\ ^\circ C$.

№ 529(524).

Дано:	Решение:
$T_2 = 1{,}4T_1$	Процесс происходит без изменения давления газа. Отсюда
$V_2 = V_1 + 40$ см^3	$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow V_1 = \frac{V_2 T_1}{T_2} = \frac{(V_1 + 40 \text{ см}^3)T_1}{1{,}4T_1} \Rightarrow$$
V_1 — ?	

$$1{,}4V_1 = V_1 + 40 \text{ см}^3 \Rightarrow 1{,}4V_1 - V_1 = 40 \text{ см}^3 \Rightarrow V_1 = \frac{40 \text{ см}^3}{0{,}4} = 100 \text{ см}^3.$$

Ответ: $V_1 = 100$ см^3.

№ 530(525).

Дано:	Решение:
$t_1 = 7\,^\circ\text{C} = 280\text{ K}$ $\Delta T = 20\text{ K}$ $l = 14$ см	Пусть сечение цилиндра равно S. При температуре T_1 воздух занимал объем lS. При повышении температуры на ΔT он стал занимать объем $(l + \Delta l)S$. На поршень не действуют
Δl — ?	дополнительные силы, поэтому давление воздуха внутри

цилиндра все время равно внешнему атмосферному давлению. Другими словами, процесс изобарный. По закону Гей — Люссака

$$\frac{lS}{T_1} = \frac{(l+\Delta l)S}{T_1 + \Delta T} \Rightarrow \Delta l = \frac{l\Delta T}{T_1} = \frac{14\text{ см} \cdot 20\text{ K}}{280\text{ K}} = 1\text{ см}.$$

Ответ: $\Delta l = 1$ см.

№ 531(526).

Дано:	Решение:
$T_2 = T_1 + 3\text{ K}$ $V_2 = V_1 + 0{,}01V_1$	Составим уравнение: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1 + 0{,}01V_1}{T_1 + 3\text{ K}}$.
t_1 — ?	После сокращения на V_1 получим: $T_1 + 3\text{ K} = 1{,}01T_1 \Rightarrow 0{,}01T_1 = 3\text{ K} \Rightarrow T_1 = 300\text{ K} \Rightarrow t_1 = 300\text{ K} - 273\,^\circ\text{C} = 27\,^\circ\text{C}$.

Ответ: $t_1 = 27\,^\circ\text{C}$.

№ 532(527).

Запишем уравнение Клапейрона — Менделеева: $pV = mRT/M$. Плотность газа $\rho = m/V = pM/RT$. При изобарном процессе $p = \text{const}$. Следовательно, $\rho = k/T$, где $k = pM/T = \text{const}$. То есть зависимость обратно пропорциональная — чем выше температура, тем меньше плотность газа.

Ответ: зависимость обратно пропорциональная.

№ 533(528).

Дано:	Решение:
$\rho_к = \rho_а$ $p_к = p_а = p_0$	Плотность азота при нормальных условиях равна $\rho_а = \frac{p_0 M_а}{RT_0}$ (см. задачу № 532).
$t_к$ — ?	Плотность кислорода $\rho_к = \frac{p_0 M_к}{RT_к}$.

Приравнивая плотности, получаем температуру кислорода

$$T_к = T_0 M_к / M_а = 273\text{ K} \cdot 32/28 = 312\text{ K}.$$

По шкале Цельсия это составит $t_к = 312\text{ K} - 273\text{ K} = 39\,^\circ\text{C}$.

Ответ: $t_к = 39\,^\circ\text{C}$.

№ 534(529).

Серебристая поверхность поглощает (и излучает) меньше тепловой энергии, чем темная. Аэростаты окрашивают в серебристый цвет, чтобы они меньше нагревались на солнце, так как при наличии нерастяжимой оболочки по мере нагревания внутреннее давление газа повышается, и он выходит через отверстие внизу оболочки. А после охлаждения аэростата потребуется дополнительная подкачка газа.

№ 535(530).

Температура воздуха в стакане понизится. При постоянном объеме это приведет к падению давления воздуха в нем. Атмосферное давление станет прижимать клеенку к краям стакана. Поэтому для отрыва стакана к нему необходимо приложить силу, равную произведению площади торца стакана на разность давлений воздуха вне и внутри стакана. Оценочные расчеты показывают, что эта сила может достигать величини нескольких десятков Ньютонов.

№ 536(531).

Дано:	Решение:
$t_1 = 27\ ^\circ C = 300$ K	Объем закрытого сосуда постоянен. По закону Шарля
$t_2 = -13\ ^\circ C = 260$ K	$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1} = \frac{75 \text{ кПа} \cdot 260 \text{ К}}{300 \text{ К}} = 65$ кПа.
$p_1 = 75$ кПа	
p_2 — ?	

Ответ: $p_2 = 65$ кПа.

№ 537(532).

Дано:	Решение:
$t_1 = 7\ ^\circ C = 280$ K	При изохорном процессе
$p_1 = 80$ кПа	$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 T_1}{p_1} = \frac{100 \text{ кПа} \cdot 280 \text{ К}}{80 \text{ кПа}} = 350$ К.
$p_2 = 100$ кПа	
t_2 — ?	По шкале Цельсия температура газа в лампочке
	$t_2 = T_2 - 273\ ^\circ C = 350 \text{ K} - 273\ ^\circ C = 77\ ^\circ C$.

Ответ: $t_2 = 77\ ^\circ C$.

№ 538(533).

Дано:	Решение:
$t_1 = -13\ ^\circ C = 260$ K	Истинное давление при температуре t_1 составляет
$\Delta p_1 = 160$ кПа	$p_1 = P_{атм} + \Delta p_1$, а при температуре t_1 $p_2 = P_{атм} + \Delta p_2$.
$t_2 = 37\ ^\circ C = 310$ K	Считаем, что объем камеры не изменился. По закону
Δp_2 — ?	Шарля

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1} \Rightarrow P_{атм} + \Delta p_2 = \frac{T_2 (P_{атм} + \Delta p_1)}{T_1} \Rightarrow$$

$$\Delta p_2 = \frac{T_2 (P_{атм} + \Delta p_1)}{T_1} - P_{атм} = \frac{310 \text{ K} (100 \text{ кПа} + 160 \text{ кПа})}{260 \text{ K}} - 100 \text{ кПа} = 210 \text{ кПа}.$$

Таким образом, давление в шине поднимется до 210 кПа сверх атмосферного.
Ответ: 210 кПа сверх атмосферного.

№ 539(534).

Дано:	Решение:
$T_2 = T_1 + 140$ K	Газ нагревали при постоянном объеме. Следовательно,
$p_2 = 1{,}5 p_1$	$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \frac{1{,}5 p_1}{T_1 + 140 \text{ K}} \Rightarrow T_1 + 140 \text{ K} = 1{,}5 T_1 \Rightarrow 0{,}5 T_1 = 140 \text{ K} \Rightarrow$
t_1 — ?	

$$T_1 = 280 \text{ K} \Rightarrow t_2 = T - 273\ ^\circ C = 280 \text{ K} - 273\ ^\circ C = 7\ ^\circ C.$$

Ответ: $t_1 = 7\ ^\circ C$.

№ 540(535).

Дано:	Решение:
$p_1 = 100$ кПа $S = 2{,}5$ см^2 = $= 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ м^2 $F_{тр} = 12$ Н $t_1 = -3$ °С $= 270$ К	Пробка вылетит из бутылки, если сила давления газа изнутри превысит сумму сил трения и давления газа снаружи. Таким образом, можем записать уравнение $$(p_2 - p_1) = F_{тр}/S,$$ где p_1 и p_2 — давление газа снаружи и внутри бутылки, а
t_2 — ?	S — сечение пробки. Отсюда $p_2 = p_1 + F_{тр}/S$.

Температуру воздуха в бутылке найдем по закону Шарля.

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 T_1}{p_1} = T_1 \frac{p_1 + \frac{F_{тр}}{S}}{p_1} = T_1\left(1 + \frac{F_{тр}}{Sp_1}\right) =$$

$$= 270 \text{ К}\left(1 + \frac{12 \text{ Н}}{2{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot 10^5 \text{ Па}}\right) = 270 \text{ К} \cdot 1{,}48 = 400 \text{ К}.$$

$$t_2 = 400 \text{ К} - 273 \text{ К} = 127 \text{ °С}.$$

Ответ: $t_2 = 127$ °С.

№ 541*(536).

Запишем уравнение Клапейрона — Менделеева: $pV = \dfrac{RTm}{M}$.

Выразим p через T: $p = \dfrac{RTm}{VM} = kT$, где коэффициент $k = \text{const}$ при изохорном процессе.

$k = mR/VM$ и представляет собой тангенс угла наклона прямой $p(T)$ в координатах p и T. При одинаковых массах, но разных объемах сосудов $k_2 > k_1$, если $V_2 < V_1$. То есть при большем объеме угол наклона графика меньше. При одинаковом объеме сосудов, но разных массах газов $k_2 > k_1$, если $m_2 > m_1$. То есть при большей массе угол наклона графика больше.

Ответ: а) при большем объеме угол наклона графика меньше; б) при большей массе угол наклона графика больше.

№ 542(537).

В предыдущей задаче мы показали, что тангенс угла наклона изохоры (графика $p(T)$) равен $\text{tg}\,\alpha = mR/VM$. Для одной и той же массы m отношение тангенсов $\text{tg}\,\alpha_1/\text{tg}\,\alpha_2 = V_1/V_2$ (равно обратному отношению объемов).

Ответ: $\text{tg}\,\alpha_1/\text{tg}\,\alpha_2 = V_1/V_2$.

№ 543(538).

Из уравнения Клапейрона — Менделеева выразим отношение V/T:

$$\frac{V}{T} = \frac{Rm}{pM}.$$

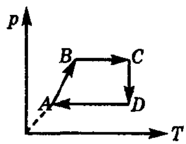
В точке 1 это отношение равно приблизительно четырем, а в точке 2 — единице. Следовательно, давление в точке 2 выше, т. к. m, R и M являются постоянными величинами.

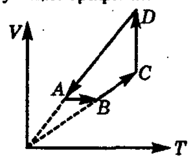
Ответ: давление газа увеличивается.

№ 544*(539).

Рассмотрим рис. 60. Участок AB является изохорой ($V = \text{const}$). Давление p на этом участке растет, а т. к. для изохоры $p/T = \text{const}$, то температура T

также растет. В координатах p, T участок AB представляется отрезком прямой, продолжение которой стремится к началу координат. В координатах V, T AB является отрезком, параллельным оси T (V = const). Участок BC, согласно рис. 60, является изобарой (p = const). Объем газа V растет при переходе от точки B к точке C. Следовательно, растет и температура T, т. к. для изобары V/T = const. В координатах p, T BC — отрезок прямой, параллельной оси T. В координатах V, T BC является отрезком прямой, продолжение которой стремится к началу координат. Участок CD на рис. 60 соответствует изотерме (T = const). Давление p растет, а объем V увеличивается при переходе от C к D. Следовательно, в координатах p, T это будет отрезок, параллельный оси p вниз от точки C. Заметим, что давление в точках A и D одинаково (см. рис. 60). Значит, ординаты точек A и D на графике p, T будут одинаковы. В координатах V, T отрезок CD тоже параллелен оси V (T = const), но т. к. объем V увеличивается, ордината точки D больше ординаты точки C. И, наконец, из рис. 60 видно, что DA — это изобара, причем объем газа уменьшается от точки D к точке A. Следовательно, уменьшается и температура T. В координатах p, T AD — отрезок прямой, продолжение которой стремится к началу координат. Вот соответствующие графики:





№ 545*(540).

При переходе 1 в 2 отношение $\frac{p}{T} = \frac{Rm}{VM}$ остается постоянным.

Значит, V = const и процесс является изохорным. Переход 2 в 3 является изобарным, а температура газа при этом растет. Из уравнения V/T = const следует, что на этом участке объем V растет прямо пропорционально росту температуры T. На участке 3–4 давление и температура уменьшаются, но не прямо пропорционально друг другу. Проведем изохоры через точки 3 и 4. Наклон второй изохоры будет меньше. Согласно решению задачи № 542 объем в точке 4 будет больше: $V_4 > V_3$. Следовательно, V увеличивается. И, наконец, переход 4 в 1 является изобарой с понижением температуры. Поэтому на участке 4—1 объем V уменьшается прямо пропорционально T.

26. Насыщенные и ненасыщенные пары. Зависимость температуры кипения от давления. Влажность воздуха

№ 546(541).

Если подышать на руку, то пары воды сконденсируются на ладони, выделится некоторое количество теплоты и возникает ощущение тепла. Если подуть на руку, то испарение влаги с поверхности усилится, что приведет к дополнительному отбору тепла от руки и возникнет ощущение холода. Кроме того, движущийся холодный воздух, по сравнению с покоящимся, эффективнее отбирает тепло за счет теплообмена с рукой.

№ 547(542).

Эфир испаряется значительно быстрее воды, т. е. в единицу времени масса испарившегося эфира будет значительно больше массы испарившейся воды при прочих равных условиях. А так как количество поглощенной теплоты в процессе парообразования равно произведению удельной теплоты парообразования на массу испарившейся жидкости, то для эфира это произведение будет большим.

№ 548(543).

Дано:	Решение:
$t = 14\ ^\circ C$	По таблице 5 определяем, что при температуре 14 °С давление насы-
$p = 1$ кПа	щенного пара равно 1,6 кПа. В нашем случае $p < 1{,}6$ кПа, значит, пар
ρ — ?	ненасыщенный.

Ответ: пар насыщенным не был.

№ 549(544).

Дано:	Решение:
$t = 25\ ^\circ C$	Из таблицы 5 видно, что плотность насыщенного пара при темпе-
$\rho = 23$ г/м^3	ратуре 26 °С равна 23 г/м^3. Следовательно, по условию задачи мы
p — ?	имеем насыщенный пар.

Ответ: пар насыщенный.

№ 550(545).

Дано:	Решение:
$V = 5$ л	Найдем абсолютную влажность воздуха в сосуде. По определению,
$m = 50$ мг	абсолютной влажностью называется масса пара в единице объема
t — ?	воздуха, т. е., фактически, плотность пара $\rho_п = m/V$. По условию

$$\rho_п = \frac{50\ мг}{5\ л} = \frac{50 \cdot 10^{-3}\ г}{5 \cdot 10^{-3}\ м^3} = 10\ г/м^3.$$

Такая плотность пара соответствует плотности насыщенного пара при температуре $t = 11\ ^\circ C$ (см. табл. 5). То есть, если данный сосуд охладить до 11 °С и ниже, то пар в нем станет насыщенным.

Ответ: $t \le 11\ ^\circ C$.

№ 551(546).

Дано:	Решение:
$S = 10$ см$^2 = 10^{-3}$ м^2	При движении поршня вверх в начальный момент време-
$t = 20\ ^\circ C$	ни образуется вакуум, который тотчас будет заполняться
$h = 15$ см $= 0{,}15$ м	парами воды вследствие ее кипения. (При $t = 20\ ^\circ C$ вода
m — ?	кипит уже при давлении 2,33 кПа, см. табл. 5).

После остановки поршня вода будет кипеть до тех пор, пока под поршнем не образуется насыщенный пар. Требуется определить, какая масса воды образовала насыщенный пар в объеме пространства между поршнем и поверхностью воды. По определению, плотность пара $\rho = m/V$, где m — масса воды в объеме V. Отсюда $m = \rho V$. По таблице 5 находим плотность насыщенного пара при $t = 20$ °С: $\rho = 17{,}3$ г/м^3. Окончательно, масса испарившейся воды:

$$m = \rho V = \rho S h = 17{,}3\ \text{г/м}^3 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^2 \cdot 0{,}15\ \text{м} = 2{,}6 \cdot 10^{-3}\ \text{г} = 2{,}6\ \text{мг}.$$

Ответ: $m = 2{,}6$ мг.

№ 552(547).

Дано:	Решение:
$t_1 = 20$ °С $t_2 = 5$ °С $V = 2$ л $=$ $= 2 \cdot 10^{-3}$ м^3	Плотность насыщенного пара при $t_1 = 20$ °С равна $\rho_{20} = 17{,}3$ г/м^3. При температуре 20 °С вся вода была в парообразном состоянии и ее масса составляла $m_1 = \rho_{20} V$. При температуре 5 °С часть воды сконденсировалась, а в парообразном состоянии осталось
m — ?	$m_2 = \rho_5 V$. Следовательно, сконденсировалось

$$m = m_1 - m_2 = (\rho_{20} - \rho_5)V = (17{,}3\ \text{г/м}^3 - 6{,}8\ \text{г/м}^3) \cdot 2 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3 = 21 \cdot 10^{-3}\ \text{г} = 21\ \text{мг}.$$

Ответ: $m = 21$ мг.

№ 553(548).

Дано:	Решение:
$t = 20$ °С $= 293$ К $\rho = 0{,}02$ г/м^3 $=$ $= 2 \cdot 10^{-5}$ кг/м^3 $M_{рт} = 0{,}2$ кг/моль	Несмотря на то, что насыщенный пар не является идеальным газом, для него справедливо уравнение $$p = \frac{\rho R T}{M}$$
p — ?	и, зная плотность ρ, можно определить давление p насыщенных паров.

$$p = \frac{2 \cdot 10^{-5}\ \text{кг/м}^3 \cdot 8{,}31\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 293\ \text{К}}{0{,}2\ \text{кг/моль}} = 0{,}24\ \text{Па}.$$

Ответ: $p = 0{,}24$ Па.

№ 554(549).

Дано:	Решение:
$t_1 = 0$ °С $= 273$ К $t_2 = 40$ °С $= 313$ К $p_1 = 24{,}7$ кПа $p_2 = 123$ кПа	Воспользуемся выражением, связывающим давление p и плотность ρ насыщенных паров: $$p = \frac{\rho R T}{M},$$
ρ_2/ρ_1 — ?	где M — молярная масса, R — универсальная газовая постоянная, T — абсолютная температура.

Очевидно,

$$\begin{cases} p_1 = \dfrac{\rho_1 R T_1}{M} \\ p_2 = \dfrac{\rho_2 R T_2}{M} \end{cases} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{\rho_2 T_2}{\rho_1 T_1} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{p_2 T_1}{p_1 T_2} = \frac{123\ \text{кПа} \cdot 273\ \text{К}}{24{,}7\ \text{кПа} \cdot 313\ \text{К}} = 4{,}34.$$

Следовательно, плотность насыщенных паров при 40 °С в 4,34 раза больше, чем при 0 °С.

Ответ: плотность пара при температуре 40 °С в 4,34 раза больше.

№ 555(550).

Дано:	Решение:
$t_1 = 50\ °C = 323$ K	Из уравнения Клапейрона — Менделеева следует, что дав-
$t_2 = 5\ °C = 278$ K	ление газа $p = nkT$, где n — концентрация молекул газа, k —
n_1/n_2 — ?	постоянная Больцмана, T — абсолютная температура.

Это уравнение получается из уравнения $p = \dfrac{mRT}{VM}$ подстановкой $m = m_0N$, $R = kN_A$, $M = m_0N_A$, где m_0 — масса одной молекулы, N_A — постоянная Авогадро.

Получаем $p = \dfrac{N}{V}kT = nkT$, где $n = N/V$ — число молекул N в единице объема V.

Так как $p_1 = n_1kT_1$ и $p_2 = n_2kT_2$, то $\dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{n_1T_1}{n_2T_2}$.

Величины давления насыщенных паров p_1 и p_2 берем из таблицы 5. Отсюда

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{p_1T_2}{p_2T_1} = \frac{12{,}3\ \text{кПа} \cdot 278\ \text{K}}{0{,}88\ \text{кПа} \cdot 323\ \text{K}} = 12.$$

Ответ: концентрация молекул больше в 12 раз.

№ 556(551).

В процессе кипения давление паров жидкости равно давлению ее насыщенного пара при температуре кипения. В частности, при температуре 100 °С давление насыщенных паров воды равно нормальному атмосферному (≈ 100 кПа). Давление паров воды в пробирке будет равно атмосферному, и давление над поверхностью воды также равно атмосферному. Поэтому уровень воды в трубке опустится до уровня воды в сосуде (разность уровней определяется разностью давлений внутри и вне трубки и равна нулю).

Ответ: уровень воды в трубке опустится до ее уровня в сосуде.

№ 557(552).

Давление воды на дне сосуда превышает атмосферное давление на величину ρgh, где ρ — плотность воды, g — ускорение свободного падения и h — высота столба воды. Для достаточно глубоких сосудов пренебрегать этой величиной нельзя, т. к. высота $h = 1$ м эквивалентна давлению в 10 кПа. Следовательно, давление на дне сосуда будет больше атмосферного, и температура кипения воды будет больше 100 °С.

Ответ: нельзя.

№ 558(553).

Дано:	Решение:
$t = 19\ °C$	Кипение жидкости начинается, когда давление насыщенного па-
p — ?	ра над ее поверхностью становится равным внешнему давлению.

По таблице 5 находим, что давление насыщенного пара при $t = 19\ °C$ равно 2,2 кПа. Следовательно, при внешнем давлении 2,2 кПа начнется кипение воды при 19 °С.

Ответ: $p = 2{,}2$ кПа.

№ 559(554).

Из термодинамики известно, что температура кипения жидкости повышается с ростом давления (уравнение Клапейрона — Клаузиуса). Этот эффект используется для ускорения приготовления пищи в кастрюлях-сковородках, происходящего за счет повышения температуры тепловой обработки продуктов (температуры кипения воды). Благодаря конструкции кастрюли в ней поддерживается приблизительно удвоенное атмосферное давление насыщенных паров воды, и кипение происходит примерно при 120 °С. Существенно, что при этом не происходит дополнительного расхода тепловой энергии нагревателя.

№ 560(555).

В физике под паром понимают вещество в газообразном состоянии при температуре ниже критической. Пар отличается от остальных газоообразных состояний тем, что претерпевает процесс сжижения при изотермическом сжатии. А, например, газ, который находится при температуре выше критической, не может быть превращен в жидкость ни при каком давлении. Белые клубы, образующиеся, когда теплый влажный воздух перемешивается с холодным, на самом деле представляют собой туман — взвесь мельчайших капелек воды, возникающих вследствие конденсации пара при понижении температуры.
Ответ: нет, это туман — мельчайшие капельки воды.

№ 561(556).

Очки находятся при температуре ниже точки росы, то есть такой температуры, при которой ненасыщенный пар при данной абсолютной влажности становится насыщенным. Происходит конденсация пара на охлажденной поверхности, и очки запотевают.

№ 562(557).

Температура воды на поверхности покрытой льдом реки близка к 0 °С. В результате испарения локальная концентрация паров воды (абсолютная влажность) у поверхности полыньи оказывается больше, чем плотность насыщенных паров при отрицательной температуре. Поэтому, охладившись, такой пар превращается в туман вследствие конденсации.

№ 563(558).

Клубы тумана образуются вследствие конденсации воды из пара при его охлаждении ниже точки росы. Плотность холодного воздуха больше плотности теплого, а плотность сухого воздуха больше плотности влажного при одинаковом давлении. Поэтому более теплый и влажный воздух, выходящий на улицу из комнаты, поднимается вверх. С улицы в комнату приходит холодный и сухой воздух. Поэтому он опускается вниз в среде теплого и влажного воздуха комнаты. В обоих случаях появляется туман.

№ 564(559).

В бане поддерживается достаточно высокая абсолютная влажность воздуха. Труба с холодной водой находится при температуре ниже точки росы для данной абсолютной влажности. Поэтому она запотевает вследствие конденсации на ней паров воды. На трубе с горячей водой конденсации не происходит. Наоборот, вода с ее поверхности испаряется лучше, так как температура трубы выше температуры окружающих предметов. Таким образом, труба с холодной водой выглядит влажной, а труба с горячей водой — сухой.

№ 565(560).

Зимой оконные стекла охлаждаются ниже 0 °С. Из влажного воздуха, находящегося внутри помещения, на них конденсируется пар, так как их температура ниже точки росы. Вода замерзает и образуется иней. Естественно, иней образуется со стороны стекла, обращенного внутрь помещения.

№ 566(561).

Дано:	Решение:
$t = 19\ ^\circ C$ $p_п = 1{,}1$ кПа φ — ?	По определению, относительной влажностью φ называется отношение парциального давления пара к давлению насыщенного пара при той же температуре. По таблице 5 находим,

что при $t = 19\ ^\circ C$ давление насыщенного пара равно 2,2 кПа. Следовательно, относительная влажность

$$\varphi = \frac{p_п}{p_{н.п.}} \cdot 100\% = \frac{1{,}1 \text{ кПа}}{2{,}2 \text{ кПа}} \cdot 100\% = 50\%.$$

Ответ: $\varphi = 50\%$.

№ 567(562).

Дано:	Решение:
$V = 4$ м^3 $t = 16\ ^\circ C$ $m = 40$ г φ — ?	Относительную влажность можно определить как отношение плотности пара (абсолютной влажности) к плотности насыщенного пара при той же температуре. Так как плотность пара $\rho_п = m/V$ и $\varphi = \rho_п/\rho_{н.п.} \cdot 100\%$, то находя по таблице 5 $\rho_{н.п.}$ при 16 °С, получим:

$$\varphi = \frac{m}{V\rho_{н.п.}} \cdot 100\% = \frac{40 \text{ г}}{4 \text{ м}^3 \cdot 13{,}6 \text{ г/м}^3} \cdot 100\% = 73{,}5\%.$$

Ответ: $\varphi = 73{,}5\%$.

№ 568(563).

Дано:	Решение:
$t = 18\ ^\circ C$ $t_р = 10\ ^\circ C$ φ — ?	Если при 10 °С образуется роса (происходит конденсация пара), то в комнате парциальное давление паров воды равно давлению насыщенного пара при 10 °С. По таблице 5 находим $p_п = 1{,}23$ кПа.

Парциальное давление насыщенного пара при 18 °С равно $p_{н.п.} = 2{,}07$ кПа. Следовательно, относительная влажность воздуха при 18 °С составляет

$$\varphi = \frac{p_п}{p_{н.п}} \cdot 100\% = \frac{1{,}23 \text{ кПа}}{2{,}07 \text{ кПа}} \cdot 100\% = 59\%.$$

Ответ: $\varphi = 59\%$.

№ 569(564).

Дано:	Решение:
$t_1 = 16\ ^\circ C$	Найдем сначала парциальное давление водяного пара при $t_1 = 16\ ^\circ C$.
$\varphi_1 = 65\%$	По определению отношение парциального давления пара к дав-
$\Delta T = 4$ K	лению насыщенного пара равно относительной влажности. То
$p_1 = p_2$	есть $\varphi_1 = p_п/p_{н.п.} \cdot 100\%$. Отсюда
φ_2 — ?	

$$p_п = \frac{\varphi_1 p_{н.п.}}{100\%} = \frac{65\% \cdot 1{,}81\ кПа}{100\%} = 1{,}18\ кПа.$$

($p_{н.п.}$ берем из таблицы 5). При понижении температуры на 4 K = 4 °C абсолютная влажность не изменится. Однако давление насыщенных паров при температуре $t_2 = t_1 - \Delta T = 16\ ^\circ C - 4\ ^\circ C = 12\ ^\circ C$ станет $p_{н.п.} = 1{,}40$ кПа (табл. 5). Отсюда относительная влажность будет

$$\varphi_2 = \frac{p_п}{p_{н.п.}} \cdot 100\% = \frac{1{,}18\ кПа}{1{,}40\ кПа} \cdot 100\% = 84\%.$$

Следовательно, $\varphi_2 - \varphi_1 = 84\% - 65\% = 19\%$.

Ответ: относительная влажность увеличится на 19%.

№ 570(565).

Дано:	Решение:
$t_1 = 16\ ^\circ C$	Роса выпадет, если абсолютная влажность воздуха при 8 °C станет
$\varphi = 55\%$	равной или превысит плотность насыщенных паров при этой тем-
$t_2 = 8\ ^\circ C$	пературе. Найдем абсолютную влажность из уравнения для относи-
$\rho_п$ — ?	тельной влажности при 16 °C:

$$\varphi = \frac{\rho_п}{\rho_{н.п.}} \cdot 100\% \Rightarrow \rho_п = \frac{\varphi \rho_{н.п.}}{100\%} = \frac{55\% \cdot 13{,}6\ г/м^3}{100\%} = 7{,}48\ г/м^3.$$

Плотность насыщенных паров при 8 °C должна быть 8,3 г/м^3, т. е. больше вычисленной нами величины $\rho_п$. Следовательно, роса не выпадет.

Ответ: роса не выпадет.

№ 571(566).

Дано:	Решение:
$V = 10$ л $= 0{,}01$ м^3	Если хлорид кальция поглотил всю воду, которая находи-
$t = 20\ ^\circ C$	лась в баллоне в виде пара, то абсолютная влажность в нем
$m = 0{,}13$ г	была
φ — ?	

$$\rho_п = \frac{m}{V} = \frac{0{,}13\ г}{0{,}01\ м^3} = 13\ г/м^3.$$

По таблице 5 найдем плотность насыщенного пара при $t = 20\ ^\circ C$. $\rho_{н.п.} = 17{,}3$ г/м^3. По определению, относительная влажность

$$\varphi = \frac{\rho_п}{\rho_{н.п.}} \cdot 100\% = \frac{13\ г/м^3}{17{,}3\ г/м^3} \cdot 100\% = 75\%.$$

Ответ: $\varphi = 75\ \%$.

№ 572(567).

Дано:	Решение:
$V = 1$ м^3, $\varphi_1 = 60\%$	Найдем абсолютную влажность воздуха при 20 °C:
$t_1 = 20\ ^\circ C$, $t_2 = 8\ ^\circ C$	
m — ?	

$$\rho_п = \frac{\varphi \rho_{н.п.}}{100\%} = \frac{60\% \cdot 17{,}3\ г/м^3}{100\%} = 10{,}38\ г/м^3.$$

Если известно, что выпала роса, то плотность водяного пара при 8 °C равна плотности насыщенных паров при этой температуре: $\rho_{н.п.} = 8{,}3$ г/м³. В объеме воздуха V при температуре 20 °C содержалось

$$m_1 = \rho_п \cdot V = 10{,}38 \text{ г/м}^3 \cdot 1 \text{ м}^3 = 10{,}38 \text{ г воды.}$$

При температуре 8 °C — $m_2 = \rho_{н.п.} \cdot V = 8{,}3$ г/м³ · 1 м³ = 8,3 г воды.
Следовательно, в виде росы выпало 10,38 г – 8,3 г = 2,08 г ≈ 2,1 г воды.
Ответ: $m = 2{,}1$ г.

№ 573*(568).

Дано:	Решение:
$V = 40$ л $= 0{,}04$ м³ $T = 290$ K $m = 0{,}4$ г	Абсолютная влажность (плотность) пара в цилиндре $\rho_п = \frac{m}{V} = \frac{0{,}4 \text{ г}}{0{,}04 \text{ м}^3} = 10 \text{ г/м}^3.$
φ — ?	Такая плотность соответствует плотности насыщенного пара при 11 °C. Следовательно, пар можно охладить в объеме цилиндра до 11 °C (изохорно) и он станет насыщенным.

При температуре 290 K = 17 °C плотность насыщенных паров равна 14,5 г/м³. Если пар изотермически сжать до объема

$$V_2 = \frac{m}{\rho_{н.п.}} = \frac{0{,}4 \text{ г}}{14{,}5 \text{ г/м}^3} = 0{,}0276 \text{ м}^3 = 27{,}6 \text{ л},$$

то он также станет насыщенным. Наконец, можно одновременно охлаждать и сжимать пар.

Ответ: изохорно — охладить пар до 11 °C; изотермически — сжать до 27,6 л; одновременно уменьшать объем и понижать температуру.

№ 574(569).

Дано:	Решение:
$t_с = 16$ °C $t_в = 8$ °C $\varphi = 30$ %	Разность показаний сухого и влажного термометров Δt составляет $\Delta t = t_с - t_в = 16$ °C – 8 °C = 8 °C. По таблице 6 находим, что при $\Delta t = 8$ °C (колонка 8 °C) и температуре сухого термометра $t_с = 16$ °C
φ — ?	(строчка 16 °C) относительная влажность равна 30%. Следовательно, волосяной гигрометр показывает правильную величину.

Ответ: показания гигрометра правильны.

№ 575(570).

Дано:	Решение:
$t_с = 14$ °C $t_в = 10$ °C	Находим $\Delta t = t_с - t_в = 14$ °C – 10 °C = 4 °C. По таблице 6 определяем относительную влажность $\varphi = 60\%$. Для температуры $t = 14$ °C
φ — ? $p_п$ — ? $\rho_п$ — ?	парциальное давление насыщенного пара равно $p_{н.п.} = 1{,}60$ кПа, а его плотность $\rho_{н.п.} = 12{,}1$ г/м³ (см. таблицу 5). Зная φ, $p_{н.п.}$ и $\rho_{н.п.}$, находим парциальное давление

$$p_п = \frac{\varphi p_{н.п}}{100\%} = \frac{60\% \cdot 1{,}60 \text{ кПа}}{100\%} = 0{,}96 \text{ кПа}$$

и плотность пара

$$\rho_п = \frac{\varphi \rho_{н.п.}}{100\%} = \frac{60\% \cdot 12{,}1 \text{ г/м}^3}{100\%} = 7{,}26 \text{ г/м}^3 \approx 7{,}3 \text{ г/м}^3.$$

Ответ: $\varphi = 60\%$, $p_п = 0{,}96$ кПа, $\rho_п = 7{,}3$ г/м³.

№ 576*(571).

Дано:	Решение:
$t_1 = 4\ ^\circ C$	Если показания сухого и влажного тепмометров при 4 °С одинако-
$\Delta t = 0$	вы, то относительная влажность воздуха равна 100% (насыщенный
$t_{c1} = 10\ ^\circ C$	пар). При этой температуре парциальное давление насыщенных
$t_{c2} = 16\ ^\circ C$	паров равно 0,81 кПа (табл. 5). При температуре 10 °С парциальное
$t_{в1}$ — ?	давление пара останется прежним (0,81 кПа), а давление насы-
$t_{в2}$ — ?	щенных паров станет 1,23 кПа. Отсюда относительная влажность

$$\varphi = \frac{p_п}{p_{н.п.}} \cdot 100\% = \frac{0,81\ кПа}{1,23\ кПа} \cdot 100\% = 66\%.$$

По таблице 6 температуре $t_{c1} = 10\ ^\circ C$ и влажности 66% соответствует $\Delta t = 3\ ^\circ C$. Следовательно, температура влажного термометра в первом случае будет

$$t_{в1} = t_{c1} - \Delta t = 10\ ^\circ C - 3\ ^\circ C = 7\ ^\circ C.$$

Аналогично, для второго случая:

$$\varphi = \frac{p_п}{p_{н.п.}} \cdot 100\% = \frac{0,81\ кПа}{1,81\ кПа} \cdot 100\% = 45\%.$$

По таблице 6 $\Delta t = 6\ ^\circ C$ и

$$t_{в2} = t_{c2} - \Delta t = 16\ ^\circ C - 6\ ^\circ C = 10\ ^\circ C.$$

Ответ: $t_{в1} = 7\ ^\circ C$, $t_{в2} = 10\ ^\circ C$.

27. Поверхностное натяжение. Смачивание. Капиллярные явления

№ 577(572).

Из соломинки начнет выходить воздух, так как мыльный пузырь будет стремиться под действием сил поверхностного натяжения уменьшить свой объем и внутри него образуется избыточное давление.

№ 578(573).

Дано:	Решение:
$l = 3$ см $= 0,03$ м	Считаем, что мыльная пленка полностью смачивает прово-
$h = 2$ см $= 0,02$ м	локу (краевой угол $\theta = 0$ рад). Сила поверхностного натяже-
F — ?, A — ?	ния равна произведению коэффициента поверхностного на-
	тяжения σ на длину контура l, на котором пленка растянута.

Так как у пленки две поверхности, то

$$F = 2\sigma l = 2 \cdot 40\ мН/м \cdot 0,03\ м = 2,4\ мН.$$

Работа против сил поверхностного натяжения равна

$$A = Fh = 2,4\ мН \cdot 0,02\ м = 48\ мкДж.$$

Ответ: $F = 2,4$ мН, $A = 48$ мкДж.

№ 579(574).

Дано:	Решение:
$l = 4$ см $= 0,04$ м	Спичка начнет двигаться от мыла. Мыло образуется плен-
$\sigma_в = 73$ мН/м	ку на поверхности воды. Одна сторона спички будет сма-
$\sigma_м = 40$ мН/м	чиваться мыльной пленкой, а другая — водой. Так как ко-
F — ?	эффициент поверхностного натяжения воды больше, чем

мыльной пленки, на спичку будет действовать сила, равная разности сил поверхностного натяжения воды и мыльной пленки:

$F = F_в - F_м = (\sigma_в - \sigma_м)l = (73 \text{ мН/м} - 40 \text{ мН/м}) \cdot 0{,}04 \text{ м} = 1{,}32 \text{ мН} \approx 1{,}3 \text{ мН}.$

Ответ: $F = 1{,}3$ мН.

№ 580(575).

Дано:	Решение:
$d = 1{,}2$ мм $= 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ м	Во время роста капли, вплоть до ее отрыва, сохраняется равенство сил поверхностного натяжения и веса капли: $mg = F_п$.
$\sigma = 0{,}073$ Н/м	По определению $F_п = \sigma l \cos\theta$, где σ – коэффициент поверхностного натяжения воды, l – длина контура смачивания
m — ?	($l = \pi d$), θ – краевой угол между плоскостью, касательной

к поверхности капли, и внутренней поверхностью кончика пипетки. Когда поверхность воды только начинает выходить за край пипетки, $\theta = \pi/2$. По мере роста капли угол θ уменьшается. Равновесие сохраняется, пока угол θ не обратится в ноль (у капли появится цилиндрическая шейка, равная диаметру отверстия пипетки). При дальнейшем росте m, вес капли увеличивается, а сила поверхностного натяжения — нет. Равновесие нарушается и капля отрывается. Итак, в момент отрыва $\theta = 0$ и

$$m = \frac{\sigma l}{g} = \frac{\sigma\pi d}{g} = \frac{0{,}073 \text{ Н/м} \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-3} \text{ м}}{9{,}8 \text{ м/с}^2} = 28 \cdot 10^{-6} \text{ кг} = 28 \text{ мг}.$$

Ответ: $m = 28$ мг.

№ 581(н).

Дано:	Решение:
$d = 2$ мм $= 2 \cdot 10^{-3}$ м	Воспользуемся результатом решения задачи № 580: $m = \frac{\sigma\pi d}{g}$, где m — масса одной капли.
$N = 40$	Масса N капель $m_N = mN$. Тогда $m = m_N/N$, а искомый ко-
$m_N = 1{,}9$ г $= 1{,}9 \cdot 10^{-3}$ кг	эффициент поверхностного натяжения:
σ — ?	$\sigma = \frac{m_N g}{N\pi d} = \frac{1{,}9 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 9{,}8 \text{ м/с}^2}{40 \cdot 3{,}14 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}} = 0{,}074$ Н/м.

Ответ: $\sigma = 0{,}074$ Н/м.

№ 582*(577).

Дано:	Решение:
$n_1 = 40$	Применим формулу, полученную в предыдущей задаче: $\sigma = \frac{mg}{n\pi d}$.
$n_2 = 48$	Массы горячей и холодной воды по условию равны:
$\rho_1 = \rho_2$	$m_1 = m_2$, а при условии равенства плотностей, объем воды, пропу-
σ_1/σ_2 — ?	щенной через капельницу, в обоих случаях одинаков. Поэтому различие в числе капель обусловлено только разными коэффициентами поверхностного натяжения горячей и холодной воды.

$$\begin{cases} \sigma_1 = \dfrac{mg}{n_1\pi d} \\ \sigma_2 = \dfrac{mg}{n_2\pi d} \end{cases} \Rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{48}{40} = 1{,}2.$$

То есть при нагревании коэффициент поверхностного натяжения воды уменьшился в 1,2 раза.

Ответ: коэффициент поверхностного натяжения воды уменьшился в 1,2 раза.

№ 583(578).

Дано:	Решение:
$d = 34$ мм $= 3{,}4 \cdot 10^{-2}$ м $l = 31$ мм $= 3{,}1 \cdot 10^{-2}$ м $k = 0{,}5$ Н/м σ — ?	Считаем, что в момент отрыва вода полностью смачивает кольцо ($\theta = 0$). Смачивается внутренняя и внешняя поверхность кольца. Так как кольцо тонкое, то считаем внутренний и внешний диаметры кольца приблизительно одинаковыми. Общая длина контура смачивания будет $l = \pi d + \pi d = 2\pi d$. В момент отрыва сила поверхностного натяжения $F_п$ равна силе

упругой деформации пружины kl. Так как $F_п = \sigma l \cos\theta = \sigma 2\pi d$, то из уравнения $\sigma 2\pi d = kl$ находим

$$\sigma = \frac{kl}{2\pi d} = \frac{0{,}5\ \text{Н/м} \cdot 3{,}1 \cdot 10^{-2}\ \text{м}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}4 \cdot 10^{-2}\ \text{м}} = 0{,}073\ \text{Н/м} = 73\ \text{мН/м}.$$

Ответ: $\sigma = 73$ мН/м.

№ 584(579).

Вода собирается в капельки на поверхности тех листов, которые ею не смачиваются. Для них краевой угол $\theta = \pi$. Если вода смачивает листья, она растекается по всей их поверхности. При этом краевой угол смачивания $\theta = 0$.

№ 585(580).

Перья птицы покрыты тонким слоем жира, вследствие чего не смачиваются водой. Влага собирается на них капельками и легко стряхивается, так как не удерживается, а наоборот, отталкивается от них.

№ 586(581).

Олифа заполняет все микротрещины и капилляры штукатурки. После полимеризации олифы поверхность не содержит дефектов и краска равномерно распределяется по ней. В противном случае основа краски (масло) вследствие капиллярного эффекта впитывалась бы в штукатурку, а наполнитель (красящий порошок) оставался на поверхности и осыпался.

№ 587(582).

Вода поднимается по капиллярам нити, из которой ткань изготовлена.

№ 588*(583).

Дано:	Решение:
$d = 0{,}5$ мм $= 5 \cdot 10^{-4}$ м $\sigma = 0{,}073$ Н/м m — ?	На столбик воды, поднявшейся по капилляру, действует сила тяжести mg (m — масса воды в столбике) и сила поверхностного натяжения $F_п = \sigma\pi d \cos\theta$. В равновесии эти силы равны. Считаем, что поверхность капилляра полностью смачивается водой ($\theta = 0$). Получаем $mg = \sigma\pi d$, откуда

$$m = \frac{\sigma\pi d}{g} = \frac{0{,}073\ \text{Н/м} \cdot 3{,}14 \cdot 5 \cdot 10^{-4}\ \text{м}}{9{,}8\ \text{м/с}^2} = 11{,}7 \cdot 10^{-6}\ \text{кг} = 11{,}7\ \text{мг}.$$

Ответ: $m = 11{,}7$ мг.

№ 589(584).

Дано:	Решение:
$d = 0{,}2$ мм $=$ $= 2 \cdot 10^{-4}$ м	Давление жидкости под искривленной поверхностью отличается от давления под горизонтальной поверхностью жидкости. Суммарное добавочное давление, которое создается под поверхностью с радиусами кривизны R_1 и R_2, дается формулой Лапласа
$\sigma = 0{,}073$ Н/м	
h — ?	

$$\Delta P = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Обычно R_1 и R_2 лежат во взаимноперпендикулярных плоскостях. R считается положительным, если центр кривизны лежит в жидкости и считается отрицательным, если центр кривизны находится вне жидкости. Для воды, находящейся между параллельными пластинами, поверхность представляет собой фрагмент цилиндра. Поэтому один из радиусов кривизны равен бесконечности, а второй $R = d/2$ (если смачивание полное), где d — расстояние между пластинами. Давление над вогнутой поверхностью воды между пластинами меньше окружающего на величину

$$\Delta P = \frac{\sigma}{R} = \frac{2\sigma}{d}.$$

За счет этой разности давлений вода поднимается на высоту h, причем в равновесии $\rho g h = \Delta P = 2\sigma/d$ ($\rho g h$ — давление стобика воды, высотой h). Отсюда

$$h = \frac{2\sigma}{d\rho g} = \frac{2 \cdot 0{,}073\ \text{Н/м}}{2 \cdot 10^{-4}\ \text{м} \cdot 10^3\ \text{кг/м}^3 \cdot 9{,}8\ \text{м/с}^2} = 0{,}074\ \text{м} = 7{,}4\ \text{см}.$$

Ответ: $h = 7{,}4$ см.

№ 590(585).

Можно. Вода, вдавливаясь в ячейки решета, которые следаны из волокон, несмачиваемых водой, образует выпуклые мениски. Избыточное давление под изогнутой поверхностью уравновешивает гидростатическое давление столба воды над ячейкой решета. Пусть площадь решета $S_р = 0{,}1$ м^2, а площадь его ячейки $S_я = 1$ мм$^2 = 10^{-6}$ м^2. Рассчитаем высоту h воды в решете с учетом $\cos\theta = 0$ (полное несмачивание) из уравнения: $\rho g h = 2\sigma/r$, где r — радиус ячейки.

Так как $r = \sqrt{\dfrac{S_я}{\pi}}$, то $h = \dfrac{2\sigma}{\rho g\sqrt{S_я/\pi}} \Rightarrow V = S_р h = \dfrac{2\sigma S_р}{\rho g\sqrt{S_я/\pi}}$.

$$V = \frac{2 \cdot 73 \cdot 10^{-3}\ \text{Н/м} \cdot 0{,}1\ \text{м}^2}{10^3\ \text{кг/м}^3 \cdot 10\ \text{м/с}^2 \cdot \sqrt{10^{-6}\ \text{м}^2/3{,}14}} \approx 2{,}6 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3 = 2{,}6\ \text{л}.$$

Ответ: Да, пока сила поверхностного натяжения больше или равна силе тяжести, действующей на воду.

№ 591(586).

Дано:	Решение:
$\sigma_в = 0{,}073$ Н/м, $\sigma_к = 0{,}024$ Н/м	Воспользуемся формулой для высоты подъема жидкости в капилляре $h = \dfrac{2\sigma\cos\theta}{\rho g r}$.
$\rho_в = 10^3$ кг/м^3, $\rho_к = 0{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3	
$h_в/h_к$ — ?	

Считаем, что керосин и вода одинаково хорошо смачивают поверхность капилляра ($\cos\theta_в = \cos\theta_к$). Записываем выражения для $h_в$ и $h_к$ и берем их отношение:

$$\frac{h_в}{h_к} = \frac{\sigma_в\rho_к}{\sigma_к\rho_в} = \frac{0,073\ Н/м \cdot 0,8 \cdot 10^3\ кг/м^3}{0,024\ Н/м \cdot 10^3\ кг/м^3} = 2,4.$$

Следовательно, высота подъема воды в 2,4 раза больше высоты подъема керосина.

Ответ: вода в 2,4 раза больше.

№ 592(587).

Дано:	Решение:
$h = 1,2$ см $=$ $= 0,012$ м	Из уравнения $h = \dfrac{2\sigma\cos\theta}{\rho g r}$ находим $r = \dfrac{2\sigma\cos\theta}{\rho g h}$.
r — ?	Полагаем $\theta = 0$ (полное смачивание). Для спирта $\sigma = 0,022$ Н/м (см. табл. 3) и $\rho = 0,79 \cdot 10^3$ кг/м^3 (табл. 1). Отсюда радиус

$$r = \frac{2\sigma}{\rho g h} = \frac{2 \cdot 0,022\ Н/м}{0,79 \cdot 10^3\ кг/м^3 \cdot 9,8\ м/с^2 \cdot 0,012\ м} = 0,47 \cdot 10^{-3}\ м = 0,47\ мм.$$

Ответ: $r = 0,47$ мм.

№ 593(588).

Дано:	Решение:
$h = 11$ мм $= 0,011$ м $r = 0,5$ мм $= 0,0005$ м $\sigma = 0,022$ Н/м	Если жидкость полностью смачивает капилляр, $$h = \frac{2\sigma}{\rho g r}$$
ρ — ?	— высота столбика подъема жикости. Отсюда

$$\rho = \frac{2\sigma}{rgh} = \frac{2 \cdot 0,022\ Н/м}{0,011\ м \cdot 9,8\ м/с^2 \cdot 0,0005\ м} = 0,82 \cdot 10^3\ кг/м^3 = 820\ кг/м^3.$$

Ответ: $\rho = 820$ кг/м^3.

№ 594(589).

Дано:	Решение:
$d = 3$ мм $=$ $= 3 \cdot 10^{-3}$ м	Используем формулу Лапласа, связывающую добавочное давление ΔP над кривой поверхностью жидкости с радиусами кривизны R_1 и R_2 и коэффициентом σ.
ΔP — ?	

$$\Delta P = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Для круглого капилляра $R_1 = R_2 = d/2\cos\theta$, где θ — угол смачивания. Считаем, что для ртути $\theta = 0$. Радиусы R_1 и R_2 положительны (выпуклый мениск). Следовательно, давление над поверхностью ртути превышает атмосферное давление на величину

$$\Delta P = \sigma\left(\frac{2}{d} + \frac{2}{d}\right) = \frac{4\sigma}{d} = \frac{4 \cdot 0,51\ Н/м}{3 \cdot 10^{-3}\ м} = 6,8 \cdot 10^2\ Н/м^2 = 680\ Па.$$

Так как давление $P = 101325$ Па соответствует 760 мм рт. ст., то давление $\Delta P = 680$ Па соответствует давлению:

$$\Delta P = 680\ Па/101325\ Па \cdot 760\ мм\ рт.\ ст. = 5,1\ мм\ рт.\ ст.$$

Ответ: $\Delta P = 5,1$ мм рт. ст.

№ 595(590).

Разность уровней воды в сообщающихся капиллярных трубках равна

$$\Delta h = h_1 - h_2 = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g r_1} - \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g r_2},$$

где r_1 и r_2 — радиусы капилляров. Так как при нагревании воды ее коэффициент поверхностного натяжения уменьшается, то разность уровней воды в трубках также уменьшается.

Ответ: разность уровней уменьшится.

№ 596(591).

Дано:
$\Delta h_в = 2{,}6$ см
$\Delta h_с = 1$ см

$\sigma_с$ — ?

Решение:

Поскольку $\Delta h = \dfrac{2\sigma\cos\theta}{\rho g}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)$, то для воды

$$\Delta h_в = \frac{2\sigma_в\cos\theta}{\rho_в g}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right),$$ а для спирта — $$\Delta h_с = \frac{2\sigma_с\cos\theta}{\rho_с g}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Возьмем отношение $\dfrac{\Delta h_в}{\Delta h_с} = \dfrac{\sigma_в\rho_с}{\rho_в\sigma_с}$.

Отсюда коэффициент поверхностного натяжения спирта

$$\sigma_с = \frac{\sigma_в\Delta h_с}{\Delta h_в\rho_в} = \frac{73\ \text{мН/м} \cdot 1\ \text{см} \cdot 0{,}79 \cdot 10^3\ \text{кг/м}^3}{2{,}6\ \text{см} \cdot 10^3\ \text{м}^3} = 22\ \text{мН/м} = 0{,}022\ \text{Н/м}.$$

Ответ: $\sigma_с = 0{,}022$ Н/м.

28. Механические свойства твердых тел

№ 597(592).

Кристаллы обладают выраженной анизотропией — неодинаковостью физических свойств по различным направлениям. В частности коэффициент линейного расширения для разных осей симметрии кристалла может быть разный. Вследствие этого кристалл при нагревании неодинаково удлиняется по разным направлениям, и куб может превратиться в параллелепипед.

№ 598(н).

Анизотропия — неодинаковость свойств (механических, тепловых, электрических и т. д.) по различным направлениям. Этим свойством обладают монокристаллы (тело, представляющее собой один кристалл) и жидкие кристаллы, у которых главным является анизотропия оптических свойств. Большинство же кристаллических тел — поликристаллы, состоящие из множества сросшихся кристаллов. Поликристаллы изотропны, т. е. обнаруживают одинаковые свойства по всем направлениям.

№ 599(н).

В узлах кристаллической решетки расположены частицы — молекулы, атомы или ионы. Силы притяжения между частицами уменьшаются при увеличении расстояния не так быстро, как увеличиваются силы отталкивания при уменьшении расстояния между частицами на ту же величину. В этом случае говорят, что силы отталкивания обладают большей интенсивностью, чем силы притяжения между частицами. Например, для молекул $F_{\text{прит}} \sim 1/r^7$, а $F_{\text{отт}} \sim 1/r^{13}$, где r — радиус между молекулами. По этой причине предел упругости при сжатии больше, чем при растяжении. Напомним, что пределом упругости называется максимальное напряжение (отношение силы к площади поперечного сечения), при котором еще не получаются остаточные деформации.

№ 600(595).

а) Ножка скамейки испытывает сжатие, так как сила направлена вдоль нее;

б) сиденье скамейки испытывает изгиб, так как сила направлена перпендикулярно ее поверхности;

в) струна испытывает растяжение, так как удлиняется при надавливании на нее;

г) винт мясорубки испытывает скручивание, так как сила направлена по касательной к оси;

д) кроме скручивания, сверло испытывает сжатие, так как на него давят во время работы;

е) зубья пилы испытывают деформацию сдвига, так как сила действует перпендикулярно кромке зуба параллельно продольной оси полотна пилы.

№ 601(596).

При вращении двери в стержне возникает деформация кручения. Кроме того на него со стороны петли действует сила давления, направленная вниз вдоль оси стержня. Такая сила вызывает деформацию сдвига.

№ 602(597).

Гимнаст изгибает перекладину. Кроме того, за счет трения ладоней о перекладину в ней возникает деформация скручивания.

№ 603(598).

Для уменьшения веса велосипеда, так как при одинаковой массе трубка лучше сопротивляется изгибу и сжатию, чем стержень.

№ 604(599).

Дано:
$d = 2$ мм $= 2 \cdot 10^{-3}$ м
$m = 10$ кг

σ — ?

Решение:

Механическим напряжением σ, возникающим в твердом теле, называют отношение силы F, действующей на него, к площади поперечного сечения S твердого тела: $\sigma = F/S$. По условию задачи на проволоку действует вес груза mg, а $S = \pi d^2/4$. Отсюда

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{4mg}{\pi d^2} = \frac{10\text{ кг} \cdot 9{,}8\text{ м/с}^2 \cdot 4}{3{,}14 \cdot 4 \cdot 10^{-6}\text{ м}^2} = 32 \cdot 10^6\text{ Н/м}^2 = 32\text{ МПа}.$$

Ответ: $\sigma = 32$ МПа.

№ 605(600).

Так как механическое напряжение обратно пропорционально площади поперечного сечения твердого тела, а площадь круга прямо пропорциональна квадрату диаметра, то в проволоке большего диаметра напряжение будет в 9 раз меньше.

№ 606(601).

Дано:	Решение:
$l = 5$ м $S = 100$ см$^2 = 10^{-2}$ м^2 $F = 10$ кН $= 10^4$ Н $\Delta l = 1$ см $= 10^{-2}$ м ε — ?, σ — ?	По определению механическое напряжение $\sigma = F/S$ и относительное сжатие $\varepsilon = \Delta l/l$.

$$\varepsilon = \frac{10^{-2}\text{ м}}{5\text{ м}} = 0{,}002;$$

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{10^4\text{ Н}}{10^{-2}\text{ м}^2} = 10^6\text{ Н/м}^2 = 1\text{ МПа}.$$

Ответ: $\varepsilon = 0{,}002$, $\sigma = 1$ МПа.

№ 607(602).

Дано:	Решение:
$l = 2$ м $\sigma = 35$ МПа $=$ $= 3{,}5 \cdot 10^7$ Па $E = 70$ ГПа $=$ $= 7 \cdot 10^{10}$ Па ε — ?, Δl — ?	По закону Гука механическое напряжение σ прямо пропорционально относительной деформации ε твердого тела: $\sigma = E\varepsilon$. Коэффициент пропорциональности называют модулем Юнга. Отсюда

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{3{,}5 \cdot 10^7\text{ Па}}{7 \cdot 10^{10}\text{ Па}} = 5 \cdot 10^{-4} = 0{,}0005.$$

Из определения относительной деформации ($\varepsilon = \Delta l/l$) находим

$$\Delta l = \varepsilon l = 0{,}0005 \cdot 2\text{ м} = 10^{-3}\text{ м} = 1\text{ мм}.$$

Ответ: $\varepsilon = 0{,}0005$, $\Delta l = 1$ мм.

№ 608(603).

Дано:	Решение:
$\varepsilon = 0{,}0001$ $E = 210$ ГПа $=$ $= 2{,}1 \cdot 10^{11}$ Па σ — ?	По закону Гука напряжение $\sigma = E\varepsilon = 2{,}1 \cdot 10^{11}$ Па $\cdot\ 0{,}0001 = 2{,}1 \cdot 10^8$ Па $= 210$ МПа. (E стали берем из таблицы 7).

Ответ: $\sigma = 210$ МПа.

№ 609(604).

Дано:	Решение:
$l_л = l_{ст}$ $S_л = S_{ст}$ $F_л = F_{ст}$ $E_л = 100$ ГПа $E_{ст} = 210$ ГПа $\Delta l_л/\Delta l_{ст}$ — ?	Из условия задачи ясно, что механические напряжения, возникающие в обеих проволоках, одинаковы, $\sigma_л = \sigma_{ст}$. Поэтому, вспоминая, что $\sigma = E\varepsilon$, получаем уравнение $E_л\varepsilon_л = E_{ст}\varepsilon_{ст}$. Так как по условию $l_л = l_{ст}$ и по определению $\varepsilon = \Delta l/l$, получаем $E_л\Delta l_л = E_{ст}\Delta l_{ст}$. Отсюда отношение абсолютных удлинений:

$$\frac{\Delta l_л}{\Delta l_{ст}} = \frac{E_{ст}}{E_л} = \frac{210\text{ ГПа}}{100\text{ ГПа}} = 2{,}1.$$

То есть латунная проволока получила удлинение в 2,1 раза большее, чем стальная.

Ответ: в 2,1 раза.

№ 610(605).

Дано:	Решение:
$l = 3$ м $S = 1$ мм$^2 = 10^{-6}$ м^2 $F = 210$ Н $E = 2{,}1 \cdot 10^{11}$ Па	Сила, действующая на сечение S, равна F. Ведь если проволоку растягивают с силой F и она находится в покое, значит к ее концам приложены равные и противоположно направленные силы F. Эта ситуация и описана в условии задачи. Поэтому напряжение $\sigma = F/S$.
Δl — ?, ε — ?	

Относительное удлинение:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{ES} = \frac{210\ \text{Н}}{2{,}1 \cdot 10^{11}\ \text{Па} \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2} = 10^{-3}.$$

Абсолютное удлинение:

$$\Delta l = \varepsilon l = 10^{-3} \cdot 3\ \text{м} = 3\ \text{мм}.$$

Ответ: $\varepsilon = 10^{-3}$, $\Delta l = 3$ мм.

№ 611(606).

По определению модуль упругости $E = \sigma/\varepsilon$. Из графика рисунка 68 видно, что это отношение равно $E = 2$ МПа$/10^{-4} = 2 \cdot 10^{10}$ Па $= 20$ ГПа.

Ответ: 20 ГПа.

№ 612(607).

Дано:	Решение:
$l = 4$ м $S = 0{,}5$ мм$^2 =$ $= 5 \cdot 10^{-7}$ м^2 $\Delta l = 2$ мм $=$ $= 2 \cdot 10^{-3}$ м $E = 2{,}1 \cdot 10^{11}$ Па	Относительное удлинение проволоки $\varepsilon = \Delta l/l$. Оно связано с напряжением, возникающим в проволоке при растяжении силой F, уравнением $\sigma = E\varepsilon$. Напряжение $\sigma = F/S$. Для того, чтобы растянуть проволоку, силу F надо приложить к обоим концам проволоки в противоположных направлениях. Окончательно:
F — ?	

$$F = \sigma S = E\varepsilon S = \frac{E\Delta l S}{l} =$$

$$= \frac{2{,}1 \cdot 10^{11}\ \text{Па} \cdot 2 \cdot 10^{-3}\ \text{м} \cdot 5 \cdot 10^{-7}\ \text{м}^2}{4\ \text{м}} = 52{,}5\ \text{Н}.$$

Ответ: $F = 52{,}5$ Н.

№ 613(608).

Дано:	Решение:
$d_1 = 0{,}2$ мм $d_2 = 0{,}4$ мм	Напряжение, возникающее в рыболовной лесе, обратно пропорционально площади ее сечения, а площадь сечения тонкой лесы в 4 раза меньше площади сечения толстой лесы ($d_1/d_2 = 0{,}5$).
$\varepsilon_1/\varepsilon_2$ — ?	

Значит, $\varepsilon_1/\varepsilon_2 = \sigma_1/\sigma_2 = S_2/S_1 = 4$. То есть относительное удлинение тонкой лесы в 4 раза больше.

Ответ: в 4 раза.

№ 614(609).

Когда проволоку согнули, ее длина l уменьшилась вдвое, а площадь поперечного сечения увеличилась вдвое. Сила, растягивающая проволоку, в обоих случаях одна и та же. Следовательно, механическое напряжение и пропорциональное ему относительное удлинение уменьшились в два раза.

Так как абсолютное удлинение $\Delta l = \varepsilon l$, а ε и l уменьшились в два раза, то Δl уменьшилось в 4 раза.
Ответ: абсолютное удлинение уменьшилось в 4 раза, а относительное — в 2 раза.

№ 615(610).

Абсолютное удлинение $\Delta l = \varepsilon l = \sigma l/E = Fl/SE$. Так как $l_1 = 2l$ и $S_1 = 4S$, то $\Delta l_1 = 2Fl/4SE = Fl/2SE = \Delta l/2$. То есть абсолютное удлинение уменьшится в 2 раза.
Ответ: уменьшится в 2 раза.

№ 616(611).

Дано:
$d = 0{,}12$ мм $= 1{,}2 \cdot 10^{-4}$ м
$F = 7{,}5$ Н
$\sigma_{пч}$ — ?

Решение:

$$\sigma_{пч} = \frac{F}{S} = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 7{,}5\ \text{Н}}{3{,}14 \cdot 1{,}44 \cdot 10^{-8}\ \text{м}^2} = 6{,}6 \cdot 10^8\ \text{Па} = 0{,}66\ \text{ГПа}.$$

Ответ: $\sigma_{пч} = 0{,}66$ ГПа.

№ 617(612).

Дано:
$d = 2$ мм $= 2 \cdot 10^{-3}$ м
$m = 2$ т $= 2 \cdot 10^3$ кг
$E = 2{,}1 \cdot 10^{11}$ Па
n — ?

Решение:
Общее сечение троса, состоящего из n проволок диаметром d, равно $S = n\pi d^2/4$. При подъеме груза на трос действует сила тяжести груза mg. Предел прочности на растяжение для стали берем из таблицы 7:

$$\sigma_{пч} = 500\ \text{МПа} = 5 \cdot 10^8\ \text{Па}.$$

Следовательно, должно выполняться неравенство

$$\sigma = \frac{mg}{S} = \frac{4mg}{n\pi d^2} < \sigma_{пч} \Rightarrow n > \frac{4mg}{\pi d^2 \sigma_{пч}} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 10^3\ \text{кг} \cdot 9{,}8\ \text{м/с}^2}{3{,}14 \cdot 4 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2 \cdot 5 \cdot 10^8\ \text{Па}} = 12{,}5.$$

Поэтому, в троссе должно быть не менее 13 проволок (n — целое число).
Ответ: трос должен состоять не менее, чем из 13 проволок.

№ 618(613).

Дано:
$\rho = 11{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3
$\sigma_{пч} = 15$ МПа $= 1{,}5 \cdot 10^7$ Па
h — ?

Решение:
Пусть сечение проволоки будет S. Если плотность свинца равна ρ, то его масса $m = \rho V = \rho hS$. Вес свинца, действующий как растягивающая сила, равен $mg = \rho hSg$. В свинцовой проволоке возникает напряжение

$$\sigma_{пч} = \frac{mg}{S} = \rho gh \Rightarrow h = \frac{\sigma_{пч}}{\rho g} = \frac{1{,}5 \cdot 10^7\ \text{Па}}{11{,}3 \cdot 10^3\ \text{кг/м}^3 \cdot 9{,}8\ \text{м/с}^2} = 135\ \text{м}.$$

Ответ: $h = 135$ м.

№ 619(614).

Дано:
m_1; l_1
m_2; l_2
l_0 — ?

Решение:
Пусть проволока имеет сечение S. Абсолютное удлинение проволоки в первом случае будет $(l_1 - l_0)$. Соответственно, относительное удлинение $\varepsilon_1 = (l_1 - l_0)/l_0$ и $\varepsilon_2 = (l_2 - l_0)/l_0$. Напряжение в проволоке в первом и во втором случае равны $\sigma_1 = m_1 g/S$ и $\sigma_2 = m_2 g/S$.

По закону Гука $\sigma_1 = E\varepsilon_1$ и $\sigma_1 = E\varepsilon_1$. Далее

$$\frac{m_1 g}{S} = \frac{E(l_1 - l_0)}{l_0} \text{ и } \frac{m_2 g}{S} = \frac{E(l_2 - l_0)}{l_0}.$$

Деля одно уравнение на другое, получим:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{l_1 - l_0}{l_2 - l_0} \Rightarrow l_0 = \frac{m_2 l_1 - m_1 l_2}{m_2 - m_1}.$$

Ответ: $l_0 = \dfrac{m_2 l_1 - m_1 l_2}{m_2 - m_1}$.

ГЛАВА VI
ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

29. Внутренняя энергия одноатомного газа. Работа и количество теплоты. Первый закон термодинамики. Адиабатный процесс

№ 620(615).

Дано:	Решение:
$\nu = 10$ моль $t = 27\ ^\circ\text{C} = 300$ К	Внутренняя энергия термодинамической системы складывается из кинетической энергии теплового движения молекул и потенциальной энергии их взаимодействия.
U — ?	

Молекулы идеального газа не взаимодействуют друг с другом и, следовательно, его внутренняя энергия равна только кинетической энергии хаотического теплового движения молекул. Для одноатомного газа, у которого нет вращательных и колебательных движений и атомов в молекуле, средняя кинетическая энергия (энергия поступательного движения) теплового движения одной молекулы равна

$$E_{ср} = \frac{3kT}{2},$$

где k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура. Так как в 1 моле вещества содержится N_A (число Авогадро) молекул, то внутренняя энергия одного моля одноатомного газа будет равна

$$U = N_A E_{ср} = \frac{3kN_A T}{2} = \frac{3RT}{2}.$$

Очевидно, что внутренняя энергия ν молей одноатомного газа составляет

$$U = \frac{3\nu RT}{2} = 1{,}5 \cdot 8{,}31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 300\ \text{К} = 37{,}4 \cdot 10^3\ \text{Дж} = 37{,}4\ \text{кДж}.$$

Ответ: $U = 37{,}4$ кДж.

№ 621(616).

Дано:	Решение:
$\nu = 10$ моль $M = 0{,}004$ кг/моль $\Delta T = 20\ ^\circ\text{C} = 20$ К	В предыдущей задаче мы показали, что внутренняя энергия одноатомного идеального газа равна $$U = \frac{3\nu RT}{2},$$
ΔU — ?	где $\nu = m/M$ — количество вещества, R — универсальная

газовая постоянная, T — абсолютная температура. Если количество вещества в неком процессе не меняется, то

$$\Delta U = \frac{3m}{2M} R\Delta T$$

(изменение внутренней энергии определяется изменением температуры системы). Считаем гелий (одноатомный газ) идеальным газом. Из условия задачи

$$\Delta U = \frac{3 \cdot 0,2\ \text{кг} \cdot 8,31\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 20\ \text{К}}{2 \cdot 0,004\ \text{кг/моль}} = 12,5 \cdot 10^3\ \text{Дж} = 12,5\ \text{кДж}.$$

Ответ: на 12,5 кДж.

№ 622(617).

Дано:	Решение:
$m_{ар} = m_г$ $M_{ар} = 0,04$ кг/моль $M_г = 0,004$ кг/моль $T_{ар} = T_г$	Аргон и гелий — одноатомные газы. Для них внутренняя энергия выражается формулой $U = \frac{3mRT}{2M}$.
$U_{ар}/U_г$ — ?	В условиях задачи $\frac{U_{ар}}{U_г} = \frac{M_г}{M_{ар}} = \frac{0,004\ \text{кг/моль}}{0,04\ \text{кг/моль}} = 0,1.$

Следовательно, внутренняя энергия гелия в 10 раз больше.

Ответ: внутренняя энергия гелия больше в 10 раз.

№ 623(618).

Изменение внутренней энергии зависит от начального и конечного состояния системы и не зависит от процесса, с помощью которого система переходит из первого во второе состояние. Так как

$$U = \frac{3\nu R\Delta T}{2},$$

то при изобарном (и любом другом) нагревании ($\Delta T > 0$) внутренняя энергия одноатомного газа увеличивается. При изохорном (или любом другом) охлаждении ($\Delta T < 0$) она уменьшается. При изотермическом процессе (и в том числе сжатии) $\Delta T = 0$ внутренняя энергия газа не меняется ($\Delta U = 0$).

Ответ: увеличивается; уменьшается; не изменяется.

№ 624(619).

Дано:	Решение:
$V = 60$ м^3 $p = 100$ кПа $= 10^5$ Па	Внутренняя энергия гелия $U = \frac{3mRT}{2M}$.
U — ?	Из уравнения Клапейрона — Менделеева $\frac{mRT}{M} = pV$.

Отсюда $U = \frac{3pV}{2} = 1,5 \cdot 10^5\ \text{Па} \cdot 60\ \text{м}^3 = 9 \cdot 10^6\ \text{Дж} = 9\ \text{МДж}.$

Ответ: $U = 9$ МДж.

№ 625(620).

Дано:	Решение:
$V_1 = 3,6V_2$ $p_2 = 1,2p_1$	Как мы нашли в предыдущей задаче, внутренняя энергия одноатомного газа выражается через давление p и объем V газа:
U_2/U_1 — ?	$U = 3pV/2$. Отсюда отношение $\frac{U_2}{U_1} = \frac{p_2V_2}{p_1V_1} = \frac{1,2p_1 \cdot V_2}{p_1 \cdot 3,6V_2} = \frac{1}{3}.$

То есть внутренняя энергия уменьшилась в 3 раза.

Ответ: уменьшилась в 3 раза.

№ 626(621).

Воспользуемся соотношением $U = 3PV/2$ для внутренней энергии газа. Нагревание изобарное, то есть $P_1 = P_2$. Так как объем колбы также не изменяется ($V_1 = V_2$), то внутренняя энергия оставшегося нагретого газа U_2 равна внутренней энергии U_1 газа, который был в колбе до нагревания.

Ответ: $U_1 = U_2$.

№ 627(622).

Дано:	Решение:
$m = 10$ кг $S = 1$ дм^2 $= 10^{-2}$ м^2 $h = 20$ см $= 0{,}2$ м $p_a = 100$ кПа $= 10^5$ Па A — ?	Давление газа, находящегося под поршнем, определяется наружным давлением p_a и давлением поршня mg/S: $p = p_a + mg/S$. Нагревание происходит при постоянном давлении, изменяется объем. Если поршень поднимается на h, то работа силы давления газа

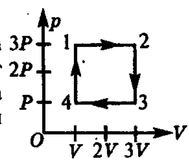
положительна (направление перемещения поршня сопадает с направлением действия силы давления).

$A = pSh = p_aSh + mgh = 10^5$ Па $\cdot$ 10^{-2} м^2 $\cdot$ $0{,}2$ м $+ 10$ кг $\cdot$ $9{,}8$ м/с^2 $\cdot 0{,}2$ м $=$
$= 200$ Дж $+ 19{,}6$ Дж $= 219{,}6$ Дж ≈ 220 Дж.

Ответ: $A = 220$ Дж.

№ 628(н).

Дано:	Решение:
$\nu = m/M = 4$ моль $T_1 = 250$ К A — ?	Циклический процесс изображен на рисунке. Прямая 1—2 соответствует изобарическому расширению газа при давлении $3p$, при этом объем увеличивается от V до $3V$.



Работа газа в этом процессе $A_{12} = 3p\,(3V - V) = 6pV$.

В процессе 2—3 изохорического охлаждения работа газа $A_{23} = 0$ (нет изменения объема).

В изобарическом сжатии при давлении p (прямая 3—4) работа газа отрицательна: $A_{34} = p\,(V - 3V) = -2pV$.

При изохорическом нагреве 4—1 работа газа $A_{41} = 0$.

Работа газа в циклическом процессе равна сумме работ на отдельных участках цикла:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = 6pV + (-2pV) = 4pV.$$

Для нахождения произведения давления p на объем V воспользуемся уравнением Клапейрона — Менделеева в состоянии 1, где давление газа $3p$, объем V, а температура T_1: $3pV = \nu RT_1$.

Отсюда находим $PV = \nu RT_1/3$. Подстановка в (1) дает искомую работу газа:

$$A = 4pV = 4\nu RT_1/3.$$

Подставим числовые значения:

$$A = \frac{4 \cdot 4\ \text{моль} \cdot 8{,}31\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 250\ \text{К}}{3} = 11{,}1\ \text{кДж}.$$

Заметим, что найденная работа газа за цикл $A = 4pV = 2p \cdot 2V$ соответствует площади прямоугольника 1—2—3—4. Этот факт можно в дальнейшем использовать для более быстрого решения подобных задач. При этом работа газа положительна, если циклический процесс в координатах $(p; V)$ осуществляется в направлении движения часовой стрелки, и отрицательна, если против.

Ответ: $A = 11{,}1$ кДж.

№ 629(624).

Работа газа при изобарном расширении $A = p\Delta V$. Из уравнения Клапейрона — Менделеева при $p = \text{const}$, $p\Delta V = \nu R\Delta T$. Отсюда $A = \nu R\Delta T$, ν — количество вещества.

Ответ: $A = \nu R\Delta T$.

№ 630(625).

Дано:	Решение:
$m_в = m_к$ $T_{в1} = T_{к1}$ $T_{в2} = T_{к2}$ $p = \text{const}$	Воспользуемся формулой, полученной в предыдущей задаче. Работа газа при изобарном расширении $$A = \frac{mR\Delta T}{M}.$$
$A_в/A_к$ — ?	По условию массы m разность температур ΔT газов одинаковы. Следовательно,

$$\frac{A_в}{A_к} = \frac{M_к}{M_в} = \frac{0{,}032 \text{ кг/моль}}{0{,}002 \text{ кг/моль}} = 16.$$

То есть работа, совершаемая водородом, в 16 раз больше работы, совершаемой кислородом.

Ответ: работа, совершаемая водородом, в 16 раз больше.

№ 631(н).

Дано:	Решение:
$m = 200$ г $= 0{,}2$ кг $\Delta T = 20$ К $M = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль	Работа газа в изобарическом процессе $A = p\Delta V$. Воспользуемся уравнением состояния идеального газа: $$pV = \nu RT.$$
A — ? Q — ?	Изменения левой и правой части этого соотношения равны: $\Delta(pV) = \Delta(\nu RT)$.

Так как давление p и количество выщества ν не изменяются, то $p\Delta V = \nu R\Delta T$. Тогда работа газа $A = \nu R\Delta T = mR\Delta T/M$. Подставим данные:

$$A = \frac{0{,}2 \text{ кг} \cdot 8{,}31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 20 \text{ К}}{29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}} = 1{,}15 \text{ кДж}.$$

Количество сообщений воздуху теплоты $Q = c_p m\Delta T$, где c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении. Значение c_p найдем из таблицы 2:

$$c_p = 1{,}01 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}.$$

Тогда

$$Q = 1{,}01 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)} \cdot 0{,}2 \text{ кг} \cdot 20 \text{ К} = 4{,}04 \text{ кДж}.$$

Ответ: $A = 1{,}15$ кДж, $Q = 4{,}04$ кДж.

№ 632(627).

Дано:
$\nu = 800$ моль
$\Delta T = 500$ К
$Q = 9{,}4$ МДж $= 9{,}4 \cdot 10^6$ Дж

A — ?
ΔU — ?

Решение:
Как показано в задаче № 629, работа идеального газа A при изобарном расширении вследствие нагревания на ΔT равна $A = \nu R \Delta T$, где μ — количество вещества, а R — универсальная газовая постоянная. По первому закону термодинамики количество теплоты, сообщенное системе, $Q = A + \Delta U$, где ΔU — приращение внутренней энергии системы. Отсюда $\Delta U = Q - A$. Окончательно:

$$A = 800 \text{ моль} \cdot 8{,}31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)} \cdot 500 \text{ К} = 3{,}3 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 3{,}3 \text{ МДж}.$$

$$\Delta U = 9{,}4 \cdot 10^6 \text{ Дж} - 6{,}1 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 6{,}1 \text{ МДж}.$$

Ответ: $A = 3{,}3$ МДж, $\Delta U = 6{,}1$ МДж.

№ 633(628).

Дано:
$m = 1$ кг
$\Delta T = 1$ К
$c_p = 1{,}05$ кДж/кг $\cdot$ К
$c_V = 0{,}75$ кДж/кг $\cdot$ К

A — ?

Решение:
Удельная теплоемкость численно равна количеству теплоты Q, которое необходимо сообщить 1 кг вещества для изменения его температуры на 1 К. По определению $c = Q/m\Delta T$. При изобарном нагревании теплота расходуется на совершение системой механической работы ($A = p\Delta V$) и на увеличение внутренней энергии системы (ΔU), т. е. собственно на нагревание. При изохорном нагревании работа не совершается, так как $\Delta V = 0$, а вся теплота расходуется только на нагревание (увеличение внутренней энергии) системы. Очевидно, что для нагревания одной и той же массы вещества на одинаковую температуру ΔT в первом случае необходимо затратить большее количество теплоты, чем во втором. Так как $Q = cm\Delta T$, то в первом случае $c_p m\Delta T = A + \Delta U$, во втором — $c_V m\Delta T = \Delta U$. Очевидно, $c_p > c_V$ и $A = c_p m\Delta T - c_V m\Delta T = m\Delta T(c_p - c_V)$.

$$A = 1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ К} \cdot (1{,}05 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К} - 0{,}75 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}) = 0{,}3 \text{ кДж}.$$

Ответ: $A = 0{,}3$ кДж.

№ 634(629).

Дано:
$m = 160$ г $= 0{,}16$ кг
$M = 0{,}032$ кг/моль
$t_1 = 27$ °С $= 300$ К
$p = \text{const}$
$V_2 = 2V_1$

A — ?
Q — ?
ΔU — ?

Решение:
Найдем сначала температуру, до которой нагрелся кислород при изобарном нагревании. По закону Гей — Люссака

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \text{ и } T_2 = \frac{T_1 V_2}{V_1} = \frac{2T_1 V_1}{V_1} = 2T_1.$$

Увеличение температуры составило

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 2T_1 - T_1 = T_1 = 300 \text{ К}.$$

Теперь находим механическую работу, совершенную газом:

$$A = \frac{mR\Delta T}{M} = \frac{0{,}16 \text{ кг} \cdot 8{,}31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 300 \text{ К}}{0{,}032 \text{ кг/моль}} =$$

$$= 1{,}25 \cdot 10^4 \text{ Дж} = 12{,}5 \text{ кДж}.$$

Количество теплоты, сообщенное кислороду, находим по формуле:

$$Q = c_p m\Delta T.$$

Значение удельной теплоемкости кислорода при постоянном давлении берем из таблицы 2 ($c_p = 0{,}913$ кДж/кг • К). Теперь

$$Q = 0{,}913 \cdot 10^3\ \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)} \cdot 0{,}16\ \text{кг} \cdot 300\ \text{К} = 43{,}8\ \text{кДж}.$$

Приращение внутренней энергии газа находим из первого закона термодинамики.

$$\Delta U = Q - A = 43{,}8\ \text{кДж} - 12{,}5\ \text{кДж} = 31{,}3\ \text{кДж}.$$

Ответ: $A = 12{,}5$ кДж, $Q = 43{,}8$ кДж, $\Delta U = 31{,}3$ кДж.

№ 635(630).

Количество теплоты Q, требуемое на изобарное нагревание массы m газа, дается формулой $Q = c_p m \Delta T$, где ΔT — увеличение абсолютной температуры газа, c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении. Работа, совершаемая газом при изобарном расширении, есть $A = mR\Delta T/M$. Отсюда

$$\frac{Q}{A} = \frac{c_p m \Delta T}{\frac{mR\Delta T}{M}} = \frac{c_p M}{R}.$$

Ответ: в $c_p M/R$ раз.

№ 636*(631).

Дано:	Решение:
$c_p = 1{,}01$ кДж/кг • К $M = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль	Из рассуждений, приведенных в задаче № 633, следует, что количество теплоты, необходимое для изобарного нагревания газа, больше количества теплоты, необходимого для изохорного нагревания того же количества газа на ту же температуру, на величину механической работы, совершенной газом.
Q_p/Q_V — ?	

Это заключение следует из того факта, что при изохорном нагревании газ не совершает работы. $Q_p = A + \Delta U$, $Q_V = \Delta U$. Следовательно, $Q_V = Q_p - A$. Таким образом отношение Q_p/Q_V можно преобразовать к виду $Q_p/(Q_p - A)$. Теперь выразим Q_p и A через термодинамические параметры: $Q_p = c_p m \Delta T$ и $A = mR\Delta T/M$. Окончательно

$$\frac{Q_p}{Q_V} = \frac{c_p m \Delta T}{c_p m \Delta T - \frac{mR\Delta T}{M}} = \frac{c_p M}{c_p M - R} = \frac{1010\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}} \cdot 0{,}029\ \text{кг/моль}}{1010\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}} \cdot 0{,}029\ \text{кг/моль} - 8{,}31\,\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}} =$$

$$= 1{,}4.$$

Ответ: в $\dfrac{c_p M}{c_p M - R} = 1{,}4$.

№ 637(632).

Дано:	Решение:
ΔT; ν $p = \text{const}$	Тепловая энергия, подводимая к одноатомному газу, расходуется на совершение газом работы и на нагревание газа (увеличение его внутренней энергии). Для одноатомного газа увеличение внутренней
Q — ?	

энергии составляет $\Delta U = 3\nu R\Delta T/2$ (см. задачи № 620, 621). Как уже неоднократно упоминалось (см. задачу № 629), работа идеального газа при изобарном нагревании равна $A = \nu R\Delta T$. Так как по первому закону термодина-

мики $Q = A + \Delta U$, то $Q = \nu R\Delta T + 3\nu R\Delta T/2 = 5\nu R\Delta T/2$.
Ответ: $Q = 5\nu R\Delta T/2$.

№ 638(633).

Используем формулы $\Delta U = 3\nu R\Delta T/2$, $A = \nu R\Delta T$ и $Q = 5\nu R\Delta T/2$. Отсюда $\Delta U/Q = 3/5 = 0,6$ и $A/Q = 2/5 = 0,4$.
Ответ: $\Delta U/Q = 0,6$; $A/Q = 0,4$.

№ 639(634).

Воспользуемся результатом решения задачи № 637. Количество теплоты, необходимое для изобарного нагревания количества ν идеального одноатомного газа на ΔT дается формулой $Q = 5\nu R\Delta T/2$. С другой стороны, $Q = c_p m\Delta T$. Так как $\nu = m/M$, где M — молярная масса газа, имеем равенство:

$$\frac{5mR\Delta T}{M} = c_p m\Delta T.$$

Откуда $c_p = 5R/2M$. Для гелия $M = 0,004$ кг/моль $\Rightarrow$

$$c_p = \frac{5 \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}}{2 \cdot 0,004 \text{ кг/моль}} = 5,2 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Ответ: $c_p = 5,2$ кДж/кг • К.

№ 640(635).

Сжатый углекислый газ расширяется в адиабатических условиях — без теплообмена с окружающей средой (достаточно быстро). В результате его температура понижается и он охлаждает воду, вступая с ней в теплообмен и частично растворяясь в ней.

№ 641(636).

Сжатый воздух в смеси с водяными парами вышел из сосуда наружу достаточно быстро, так что его теплообмен с окружающей средой не успел произойти. То есть смесь расширялась адиабатически, в результате чего температура влажного воздуха понизилась до точки росы, вода сконденсировалась и сосуд заполнился водяным туманом.

№ 642(637).

В первом случае, когда поршень двигали очень медленно, сжатие газа происходило изотермически. Газ успевал отдавать тепло в окружающую среду и его температура оставалась постоянной. Поэтому для первого случая кривая $A'B'$ — изотерма. Во втором случае, когда сжатие происходило очень быстро, теплообмен с окружающей средой не успевал произойти (адиабатический процесс) и газ нагревался. В результате его давление становилось больше, чем в первом случае, а объем оставался тот же. Потом газ охлаждался при постоянном объеме в результате теплообмена с окружающей средой. Следовательно, график перехода $A' \rightarrow B'$ состоит из двух участков. Первый участок — адиабата, выходящая из точки A'. Она идет круче изотермы $A'B'$ и оканчивается в точке, абсцисса которой равна абсциссе точки B'. Этот участок соответствует охлаждению газа до температуры окружающей среды при постоянном объеме. В координатах p, V — это вертикальная линия с абсциссой точки B'. График дается в ответе задачника (рис. 131) и здесь не приводится.

30. Изменение внутренней энергии тел в процессе теплопередачи

№ 643(638).

Дано: $m = 2$ кг; c_1 — ? c_2 — ? $T_{н1}$ — ? $T_{к1}$ — ? $T_{н2}$ — ? $T_{к2}$ — ?

Решение:

Как видно из графика I, начальная температура тела составляет $T_{н1} = 300$ K, а конечная температура равна $T_{к1} = 420$ K. Прирост температуры составил $\Delta T = 420\text{ K} - 300\text{ K} = 120$ K. Количество теплоты, подведенное к телу 1, равно $Q = 60$ кДж. По определению $Q = cm\Delta T$, где c — удельная теплоемкость. Отсюда

$$c_1 = \frac{Q}{m\Delta T} = \frac{60\text{ кДж}}{2\text{ кг} \cdot 120\text{ K}} = 0{,}25\text{ кДж/кг} \cdot \text{K} = 250\text{ Дж/кг} \cdot \text{K}.$$

Из графика II видно, что начальная температура тела составляет $T_{н2} = 340$ K, а конечная равна $T_{к2} = 420$ K. Нагревание произошло на $\Delta T = 420\text{ K} - 340\text{ K} = 80$ K. Количество подведенной теплоты $Q = 80$ кДж. Отсюда теплоемкость II тела

$$c_2 = \frac{Q}{m\Delta T} = \frac{80\text{ кДж}}{2\text{ кг} \cdot 80\text{ K}} = 0{,}5\text{ кДж/кг} \cdot \text{K} = 500\text{ Дж/кг} \cdot \text{K}.$$

Ответ: $c_1 = 250$ Дж/кг · K, $c_2 = 500$ Дж/кг · K, $T_{н1} = 300$ K, $T_{к1} = 420$ K, $T_{н2} = 340$ K, $T_{к2} = 420$ K.

№ 644(н).

Дано:
$m = 150\text{ г} = 0{,}15$ кг
$m_в = 230\text{ г} = 0{,}23$ кг
$t = 20$ °C
$t_1 = 100$ °C
$t_2 = 15$ °C
$C = 42$ Дж/K
$c_а = 0{,}89$ Дж/кг · K
$c_с = 0{,}13$ Дж/кг · K
$c_в = 4{,}19$ Дж/кг · K
$m_с$ — ?
$m_а$ — ?

Решение:

Введем обозначения: $m_с$ и $m_а$ — массы свинца и алюминия; $c_с$ и $c_а$ — удельная теплоемкость свинца и алюминия; $m_в$ и $c_в$ — масса и удельная теплоемкость воды. Составим уравнение теплового баланса $Q_{отд} = Q_{получ}$ (1). Отдают тепло свинцовые и алюминиевые опилки, охлаждаясь от начальной температуры $t_1 = 100$ °C до конечной (равновесной) температуры $t = 20$ °C:

$$Q_{отд} = c_а m_а(t_1 - t) + c_с m_с(t_1 - t) \ (2).$$

Получают тепло вода и калориметр, нагреваясь от начальной температуры $t_2 = 15$ °C до конечной температуры $t = 20$ °C:

$$Q_{получ} = c_в m_в(t - t_2) + C(t - t_2) \ (3).$$

Подставляя (2) и (3) в (1), получим

$$c_а m_а(t_1 - t) + c_с m_с(t_1 - t) = C(t - t_2) + c_с m_с(t - t_2)$$

или

$$(t_1 - t)(c_а m_а + c_с m_с) = (t - t_2)(C + c_с m_с) \ (4).$$

Теперь учтем, что общая масса смеси опилок равна сумме масс свинца и алюминия: $m = m_с + m_а$. Выразим отсюда $m_а = m - m_с$ и подставим в (4). Тогда

$$(t_1 - t)(c_а(m - m_с) + c_с m_с) = (t - t_2)(C + c_с m_с).$$

Отсюда масса свинца

$$m_c = \frac{c_в m(t_1 - t) - (t - t_2)(C + c_в m_в)}{(t_1 - t)(c_a - c_c)}.$$

Подставляя данные, получим:

$$m_c = \frac{890\,\frac{Дж}{кг\cdot К}\cdot 0,15\text{ кг}\cdot 80\text{ К} - 5\text{ К}\cdot\left(42\text{ Дж/К} + 4190\,\frac{Дж}{кг\cdot К}\cdot 0,23\text{ кг}\right)}{80\text{ К}\cdot 760\,\frac{Дж}{кг\cdot К}} =$$

$= 0,092$ кг $= 92$ г.

Тогда масса алюминиевых опилок: $m_a = 150$ г $- 92$ г $= 58$ г.

Ответ: $m_c = 92$ г, $m_a = 58$ г.

№ 645(640).

Дано:	Решение:
$m_1 = 250$ г $= 0,25$ кг	По условию задачи медное отдает тепло, а калориметр
$t_1 = 12$ °С	и масло — получают.
$m_2 = 500$ г $= 0,5$ кг	Количество отданного тепла $Q_2 = c_2m_2(t_2 - \theta)$.
$t_2 = 100$ °С	Калориметр получил: $Q = C(\theta - t_1)$ (предполагаем, что
$C = 63$ Дж/К	калориметр после заливки масла имел температуру t_1.
$c_2 = 380$ Дж/кг · К	Масло поглотило количество теплоты $Q_1 = c_1m_1(\theta - t_1)$.
$\theta = 33$ °С	По закону сохранения энергии $Q_2 = Q + Q_1$. Отсюда
c_1 — ?	$c_2m_2(t_2 - \theta) = C(\theta - t_1) + c_1m_1(\theta - t_1)$.

Теперь находим c_1: $c_1m_1(\theta - t_1) = c_2m_2(t_2 - \theta) - C(\theta - t_1)$. Окончательно:

$$c_1 = \frac{c_2m_2(t_2 - \theta)}{m_1(\theta - t_1)} - \frac{C}{m_1} = \frac{380\,\frac{Дж}{кг\cdot К}\cdot 0,5\text{ кг}\cdot 67\text{ К}}{0,25\text{ кг}\cdot 21\text{ К}} - \frac{63\text{ Дж/К}}{0,25\text{ кг}} = 2173\,\frac{Дж}{кг\cdot К} \approx$$

$\approx 2,2\,\frac{Дж}{кг\cdot К}$.

Здесь мы воспользовались тем фактом, что числовое значение разности температур по шкале Цельсия и абсолютной шкале совпадают.

Ответ: $c_1 = 2,2$ кДж/кг · К.

№ 646(641).

Дано:	Решение:
$V = 200$ л	Если плотность воды считать равной 1 кг/л, то суммарная масса
$t_1 = 10$ °С	холодной и горячей воды должна составлять 200 кг. По закону
$t_2 = 60$ °С	сохранения энергии количество теплоты, отданное горячей во-
$\theta = 40$ °С	дой, равно количеству теплоты, полученной холодной водой:
m_1 — ?	$cm_1(\theta - t_1) = cm_2(t_2 - \theta)$. Кроме того, $m_1 + m_2 = 200$ кг. Получаем
m_2 — ?	систему уравнений:

$$\begin{cases} m_1\cdot 30\ ^\circ\text{C} = m_2\cdot 20\ ^\circ\text{C} \\ m_1 + m_2 = 200\text{ кг} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_2 = \dfrac{m_1\cdot 30\ ^\circ\text{C}}{20\ ^\circ\text{C}} \\ m_1 + m_2 = 200\text{ кг} \end{cases} \Rightarrow m_1 + 1,5m_1 = 200\text{ кг} \Rightarrow$$

$$m_1 = \frac{200\text{ кг}}{2,5} = 80\text{ кг} \Rightarrow m_2 = 200\text{ кг} - m_1 = 200\text{ кг} - 80\text{ кг} = 120\text{ кг}.$$

Следовательно, нужно взять 80 л холодной воды и 120 л горячей.

Ответ: $m_1 = 80$ л, $m_2 = 120$ л.

№ 647*(642).

Дано:	Решение:
$t_1 = 10\ ^\circ C$ $t_2 = 100\ ^\circ C$ $t_3 = 100\ ^\circ C$ $\theta = 40\ ^\circ C$	Пусть M и c — масса и удельная теплоемкость воды, а m и c_1 — масса и удельная теплоемкость тела. В результате теплообмена вода нагрелась на $(\theta - t_1)$, а тело охладилось на $(t_2 - \theta)$ градусов. По закону сохранения энергии для первого случая
θ_1 — ?	$$c_1 m(t_2 - \theta) = cM(\theta - t_1).$$

Отсюда $\dfrac{cM}{c_1 m} = \dfrac{t_2 - \theta}{\theta - t_1}$.

Когда в воду опустили второе тело, оно охладилось на $(t_3 - \theta_1)$ градусов, а вода и первое тело нагрелись на $(\theta_1 - \theta)$ градусов. Здесь θ_1 — первая установившаяся температура. Запишем уравнение теплового баланса:

$$c_1 m(t_3 - \theta_1) = cM(\theta_1 - \theta) + c_1 m(\theta_1 - \theta).$$

Разделим обе части уравнения на $c_1 m$:

$$t_3 - \theta_1 = \frac{cM}{c_1 m}(\theta_1 - \theta) + (\theta_1 - \theta).$$

Подставим отношение $cM/c_1 m$ из первоначального уравнения и перегруппируем члены:

$$t_3 + \theta = \frac{t_2 - \theta}{\theta - t_1}(\theta_1 - \theta) + 2\theta_1 \Rightarrow t_3 + \theta + \theta\frac{t_2 - \theta}{\theta - t_1} = \theta_1\left(\frac{t_2 - \theta}{\theta - t_1} + 2\right).$$

Умножим обе части уравнения на $(\theta - t_1)$ и приведем подобные члены:

$$\theta_1(t_2 + \theta - 2t_1) = t_3\theta - t_3 t_1 - \theta t_1 + \theta t_2.$$

Отсюда

$$\theta_1 = \frac{t_3\theta - t_3 t_1 - \theta t_1 + \theta t_2}{t_2 + \theta_1 - 2t_1} =$$

$$= \frac{100\ ^\circ C \cdot 40\ ^\circ C - 100\ ^\circ C \cdot 10\ ^\circ C - 40\ ^\circ C \cdot 10\ ^\circ C + 40\ ^\circ C \cdot 100\ ^\circ C}{100\ ^\circ C + 40\ ^\circ C - 20\ ^\circ C} =$$

$$= \frac{6600\ ^\circ C^2}{120\ ^\circ C} = 55\ ^\circ C.$$

Ответ: $\theta_1 = 55\ ^\circ C$.

№ 648(643).

Дано:	Решение:
$V_в = 200$ л $q = 36$ МДж/м^3 = $= 36 \cdot 10^6$ Дж/м^3 $\Delta t = 27\ ^\circ C = 300$ K $p = 21$ кВт = $= 21 \cdot 10^3$ Вт $c = 4190$ Дж/кг · K $\eta = 80\%$	Пусть τ — время, необходимое для нагревания 200 кг воды до 24 °С. Тогда собственно на нагревание пошло количество теплоты $Q_п = P$. Учитывая коэффициент полезного действия водонагревателя η, в процессе сгорания газа необходимо получить количество теплоты $Q = Q_п/\eta$. Тогда объем сгоревшего газа составит $V_г = Q/q = Q_п/q\eta$. Из уравнения теплового баланса находим $p\tau = m_в c\Delta t$, где $m_в = 200$ кг — масса воды, c — ее теплоемкость. Отсюда время нагревания
τ — ? $V_г$ — ?	$$\tau = \frac{m_в c\Delta t}{p}.$$

$$\tau = \frac{200\ \text{К} \cdot 4190\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 24\ \text{К}}{21 \cdot 10^3\ \text{Вт}} = 958\ \text{с} \approx 16\ \text{мин}.$$

Объем сгоревшего газа

$$V = \frac{P\tau}{q\eta} = \frac{21 \cdot 10^3\ \text{Вт} \cdot 958\ \text{с}}{36 \cdot 10^6\ \text{Дж/м}^3 \cdot 0,8} = 0,7\ \text{м}^3 \approx 700\ \text{л}.$$

Ответ: $\tau = 16$ мин, $V_г = 700$ л.

№ 649(644).

У газов средняя кинетическая энергия молекул больше средней потенциальной энергии. У жидкостей средняя кинетическая энергия молекул незначительно меньше средней потенциальной энергии. Так как речь в задаче идет об одних и тех же молекулах воды H_2O, то получается, что при одинаковой температуре (100 °С) водяной пар обладает большей внутренней энергией, чем вода.

Можно рассуждать иначе. При конденсации пара выделяется количество теплоты $Q = rm$, где r — удельная теплота парообразования, m — масса пара. При этом получается вода при 100 °С. Следовательно, внутренняя энергия пара больше.

№ 650(н).

Дано:	Решение:
$t_1 = 10$ °С $t_2 = 100$ °С $C = 100$ Дж/К $c_в = 4190$ Дж/кг · К $V_в = 3$ л $=$ $= 3 \cdot 10^{-3}$ м^3 $V_г = 60$ л $=$ $= 6 \cdot 10^{-2}$ м^3 $q = 36$ МДж/м^3 $=$ $= 36 \cdot 10^6$ Дж/м^3	Чтобы нагреть воду от температуры $t_1 = 10$ °С до температуры кипения $t_2 = 100$ °С, ей необходимо передать количество теплоты $Q_в = c_в m_в(t_2 - t_1)$. Учитывая, что $m_в = \rho_в V_в$ ($\rho_в$ — плотность воды), получим $Q_в = c_в\rho_в V_в(t_2 - t_1)$. Для того, чтобы вскипятить воду, необходимо также нагреть и чайник, для чего требуется количество теплоты $Q_ч = C(t_2 - t_1)$. При сгорании газа выделяется количество теплоты $Q_г = qV_г$. По определению КПД равен отношению полезного количества теплоты к затраченному: $$\eta = \frac{Q_{полезн}}{Q_{затр}} \cdot 100\%.$$
η — ?	Тогда

$$\eta = \frac{Q_в + Q_ч}{Q_г} \cdot 100\% = \frac{(t_2 - t_1)(c_в\rho V_в + C)}{qV_г} \cdot 100\%.$$

Подставим данные:

$$\eta = \frac{90\ \text{К} \cdot \left(4190\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 10^3\ \text{кг/м}^3 \cdot 3 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3 + 100\ \text{Дж/кг}\right)}{36 \cdot 10^6\ \text{Дж/м}^3 \cdot 6 \cdot 10^{-2}\ \text{м}^3} \cdot 100\% = 53\%.$$

Ответ: $\eta = 53\%$.

№ 651(646).

Дано:	Решение:
$t_1 = 15$ °С, $t_2 = 100$ °С $m_1 = 1,5$ кг, $m_2 = 0,2$ кг	Сначала пар при 100 °С превратится в воду при 100 °С. При этом выделится количество теплоты $Q_1 = rm_2$ ($r = 2,3$ МДж/кг). Далее масса воды m_2 при 100 °С охладится до температуры θ. Уравнение теплового
θ — ?	

балланса запишется как $cm_1(\theta - t_1) = cm_2(100\ ^\circ\text{C} - \theta) + m_2 r$, откуда установившаяся температура

$$\theta_1 = \frac{m_2(c \cdot 100\ ^\circ + r) + cm_1 t_1}{cm_1 + cm_2} = \frac{m_2(100\ ^\circ + r/c) + m_1 t_1}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{0,2\ \text{кг} \cdot (100\ ^\circ\text{C} + 2300/4,19)\ ^\circ\text{C}\ + 1,5\ \text{кг} \cdot 15\ ^\circ\text{C}}{1,5\ \text{кг} + 0,2\ \text{кг}} = 89\ ^\circ\text{C}.$$

Строго говоря, величина r/c имеет размерность К (Кельвин), но поскольку по смыслу задачи речь идет о приращении температуры, для которой ΔT К $= \Delta t\ ^\circ$C, то мы выражаем r/c в градусах Цельсия. Очевидно, установившаяся температура воды не может превышать 100 °С. И если бы в результате вычислений получилось $\theta > 100\ ^\circ$C (так были заданы начальные условия), то это означало, что сконденсировалась только часть пара и уравнение теплового баланса нужно было писать по-другому.

Ответ: 89 °С.

№ 652(647).

Дано:
$m = 600$ г $= 0,6$ кг
$t = 10\ ^\circ$C
$q = 29$ МДж/кг $=$
$= 29 \cdot 10^6$ Дж/кг
$C = 100$ Дж/К
$c = 4190$ Дж/кг $\cdot$ К
$\eta = 35\%$

τ — ?
m_1 — ?

Решение:
Расход спирта в горелке будет составлять

$$u = \frac{2\ \text{г}}{1\ \text{мин}} = \frac{0,002\ \text{кг}}{60\ \text{с}} = 3,33 \cdot 10^{-5}\ \text{кг/с}.$$

Следовательно, горелка будет производить в одну секунду количество энергии $uq = W$ Дж/с. На нагревание воды расходуется только η часть этой энергии: $\eta W = \eta uq$. Колба нагревается вместе с водой. На нагревание колбы уйдет количество теплоты $Q_1 = C(100\ ^\circ - t)$. На нагревание воды — количество теплоты $Q_2 = cm(100\ ^\circ - t)$.

Если время нагревания воды до кипения равно τ, то уравнение теплового баланса будет $\eta W = Q_1 + Q_2$ или $\tau\eta uq = C(100\ ^\circ - t) + cm(100\ ^\circ - t)$. Отсюда

$$\tau = \frac{(C + cm)(100\ ^\circ - t)}{\eta qu} = \frac{\left(100\ \text{Дж/К} + 0,6\ \text{кг} \cdot 4190\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}\right)}{0,35 \cdot 2,9 \cdot 10^7\ \text{Дж/кг} \cdot 3,33 \cdot 10^{-5}\ \text{кг/с}} =$$

$$= \frac{2614 \cdot 90}{338}\ \text{с} = 695\ \text{с} \approx 11,6\ \text{мин} \approx 12\ \text{мин}.$$

При кипении воды от горелки ей ежесекундно передается ηW количество теплоты. Это количество теплоты расходуется на образование, скажем, m_1 количества пара. Следовательно, уравнение теплового баланса в этом случае станет $rm_1 = \eta W \cdot 1$ с. Количество ежесекундно выкипевшей воды:

$$m_1 = \frac{\eta W \cdot 1\ \text{с}}{r} = \frac{\eta qu \cdot 1\ \text{с}}{r} = \frac{0,35 \cdot 29 \cdot 10^6\ \text{Дж/кг} \cdot 3,33 \cdot 10^{-5}\ \text{кг/с} \cdot 1\ \text{с}}{23 \cdot 10^5\ \text{Дж/кг}} =$$

$$= 1,47 \cdot 10^{-4}\ \text{кг} \approx 0,15\ \text{г}.$$

Ответ: $\tau = 12$ мин, $m_1 = 0,15$ г.

№ 653*(648).

Дано:
$m_1 = 400$ г $= 0,4$ кг
$c_1 = 880$ Дж/кг • K
$m_2 = 2$ кг
$c_2 = 4190$ Дж/кг • K
$\eta = 40\%$
$t = 10$ °C
$T = 10$ мин $= 600$ с
$m_3 = 20$ г $= 0,02$ кг
$r = 2,3 \cdot 10^6$ Дж/кг

W — ?

Решение:
Если мощность горелки равна W, то на нагревание чайника и воды и на образование пара расходуется только ηW ее часть (η — КПД). За время T от горелки было получено количество теплоты ηWT. Оно было потрачено на нагревание чайника: $c_1m_1(100° - t)$, на нагревание воды до кипения: $c_2m_2(100° - t)$ и на испарение m_3 воды rm_3. По закону сохранения энергии

$$\eta WT = c_1m_1(100° - t) + c_2m_2(100° - t) + rm_3.$$

Отсюда мощность горелки:

$$W = \frac{(m_1c_1 + m_2c_2)(100° - t) + m_3r}{\eta T} =$$

$$= \frac{\left(0,4\ \text{кг} \cdot 880\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}} + 2\ \text{кг} \cdot 4190\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}\right) \cdot 90\ \text{K} + 0,02\ \text{кг} \cdot 2,3 \cdot 10^6\ \text{Дж/кг}}{0,4 \cdot 600\ \text{с}} =$$

$$= 3466\ \text{Дж/с} \approx 3,5 \cdot 10^3\ \text{Вт} = 3,5\ \text{кВт}.$$

Ответ: $W = 3,5$ кВт.

№ 654(649).

Дано:
$V = 2,8$ л $= 2,8 \cdot 10^{-3}$ м^3
$c_1 = 4190$ Дж/кг • K
$m_2 = 3$ кг
$c_2 = 460$ Дж/кг • K
$\theta = 60$ °C
$t_1 = 20$ °C
$t_2 = 460$ °C
$r = 2,3 \cdot 10^6$ Дж/кг

m_3 — ?

Решение:
Кусок стали отдает тепло, охлаждаясь от температуры t_2 до температуры θ. Количество отданного тепла $Q_2 = c_2m_2(t_2 - \theta)$. Вода массой

$$m_1 = \rho V = 1 \cdot 10^3\ \text{кг/м}^3 \cdot 2,8 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3 = 2,8\ \text{кг}$$

принимает тепло. Пусть испарилось m_3 воды. Тогда оставшаяся часть $(m_1 - m_3)$ нагрелась от температуры t_1 до θ, на что пошло количество теплоты

$$Q_1 = c_1(m_1 - m_3)(\theta - t_1).$$

Масса m_3 воды сначала нагрелась от t_1 до 100 °C, а затем испарилась. На это ушло количество теплоты $m_3c_1(100° - t) + m_3r$. Получаем уравнение теплового баланса:

$$c_2m_2(t_2 - \theta) = c_1(m_1 - m_3)(\theta - t_1) + m_3c_1(100° - t) + m_3r,$$

из которого находим m_3:

$$m_3 = \frac{m_2c_2(t_2 - \theta) - m_1c_1(\theta - t_1)}{c_1(100° - t) + r} =$$

$$= \frac{3\ \text{кг} \cdot 460\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}} \cdot 400\ \text{K} - 2,8\ \text{кг} \cdot 4190\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}} \cdot 40\ \text{K}}{4190\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}} \cdot 40\ \text{K} + 2,3 \cdot 10^6\ \text{Дж/кг}} = 0,033\ \text{кг} = 33\ \text{г}.$$

Ответ: $m_3 = 33$ г.

№ 655*(650).

Дано:
$t_1 = 10$ °C, $t_2 = 100$ °C, $\theta = 50$ °C
$c = 4190$ Дж/кг • K, $r = 2,3 \cdot 10^6$ Дж/кг

$\Delta m/m$ — ?

Решение:
Пусть в сосуде при температуре θ находится масса воды m, а масса сконденсировавшегося пара равна Δm.

Тогда в начале в сосуде находилось $(m - \Delta m)$ воды при температуре t_1. Эта вода принимает теплоту от пара при нагревании до температуры θ. Количество полученной теплоты $(m - \Delta m)c(\theta - t_1)$. Пар массы Δm сначала конденсируется при 100 °C и отдает Δmr количество теплоты. Далее горячая вода (100 °C) массой Δm охлаждается до температуры θ и отдает энергию $\Delta mc(100^\circ - \theta)$. По закону сохранения энергия

$$(m - \Delta m)c(\theta - t_1) = \Delta mr + \Delta mc(100^\circ - \theta).$$

$$mc(\theta - t_1) = \Delta mr + \Delta mc(100^\circ - \theta) + \Delta mc(\theta - t_1).$$

$$mc(\theta - t_1) = \Delta m[r + c(100^\circ - t_1)]/$$

Отсюда относительное количество сконденсировавшейся воды будет

$$\frac{\Delta m}{m} \cdot 100\% = \frac{c(\theta - t_1)}{r + c(100^\circ - t_1)} \cdot 100\% =$$

$$= \frac{4190 \, \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 40 \text{ К}}{2,3 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг} + 4190 \, \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 90 \text{ К}} \cdot 100\% = 6,3\%.$$

Ответ: $\Delta m/m = 6,3\%$.

№ 656(651).

Дано:	Решение:
$m = 600$ г $= 0,6$ кг $\lambda = 25$ кДж/кг $=$ $= 2,5 \cdot 10^4$ Дж/кг	Внутренняя энергия расплавленного свинца превышает внутреннюю энергию свинца в твердом состоянии при той же температуре на величину энергии, которую необходимо затратить на разрушение кристаллической решетки металла. Эту величину называют теплотой плавления.
ΔU — ?	

Отсюда $\Delta U = \lambda m = 2,5 \cdot 10^4$ Дж/кг $\cdot$ 0,6 кг $= 1,5 \cdot 10^4$ Дж $= 15$ кДж.

Ответ: внутренняя энергия расплавленного свинца на 15 кДж больше.

№ 657(н).

Дано:	Решение:
$t_1 = 0$ °C $\lambda = 25$ кДж/кг $=$ $= 2,5 \cdot 10^4$ Дж/кг $c_а = 0,89$ Дж/кг $\cdot$ К	Пусть V — объем алюминиевого куба. Чтобы куб мог полностью погрузиться в лед, надо расплавить точно такой же объем льда, для чего требуется количество теплоты $Q_л = \lambda m_л = \lambda \rho_л V$, где $\rho_л$ — плотность льда. Куб
T_2 — ?	может плавить лед до тех пор, пока его температура

больше $t_1 = 0$ °C. Следовательно, количество теплоты, выделившейся при остывании куба $Q_а = c_а m_а(t_2 - t_1) = c_а \rho_а V(t_2 - t_1)$.

Если пренебречь потерями тепла на нагрев окружающего пространства, то $Q_а = Q_л$, т. е. $\lambda \rho_л V = c_а \rho_а V(t_2 - t_1)$, откуда с учетом $t_1 = 0$ °C получим

$$t_2 = \lambda \rho_л / c_а \rho_а.$$

Переходя к абсолютной шкале температур, получим

$$T_2 = T_1 + \lambda \rho_л / c_а \rho_а.$$

Зозьмем значения для плотностей льда и алюминия из таблицы 1. Тогда

$$T_2 = 273 \text{ К} + \frac{334 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot 900 \, \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}}{2700 \text{ кг/м}^3 \cdot 890 \, \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}} = 400 \text{ К}.$$

Ответ: $T_2 = 400$ К.

№ 658(653).

Дано:
$m = 200$ кг
$c_1 = 2100$ Дж/кг • К
$c_2 = 4190$ Дж/кг • К
$\eta = 40\%$
$t_1 = -10$ °C
$t_2 = 20$ °C
$\lambda = 330$ кДж/кг = $= 3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг
$q = 10^7$ Дж/кг

M — ?

Решение:
При сжигании массы M дров выделяется количество теплоты qM. Учитывая КПД печки на нагревание воды и снега идет количество энергии ηqM. Эта энергия идет на то, чтобы сначала нагреть снег от температуры t_1 до 0 °C, затем расплавить его при 0 °C и далее нагреть получившуюся воду от 0 °C до t_2.

Для льда $Q_1 = mc_1(0° - t_1) + m\lambda$,

для воды $Q_2 = mc_2(t_2 - 0°)$.

Уравнение теплового баланса

$$\eta qM = Q_1 + Q_2 = m[c_1(0° - t_1) + \lambda + c_2(t_2 - 0°)].$$

Масса дров

$$M = \frac{m\left[c_1(-t_1) + \lambda + c_2 t_2\right]}{\eta q} =$$

$$= \frac{200\ \text{кг} \cdot \left[2100\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}} \cdot 10\ \text{К} + 3{,}3 \cdot 10^5\ \text{Дж/кг} \cdot 4190\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}} \cdot 20\ \text{К}\right]}{0{,}4 \cdot 10^7\ \text{Дж/кг}} =$$

$$= 21{,}74\ \text{кг} \approx 22\ \text{кг}.$$

Ответ: $M = 22$ кг.

№ 659(654).

Дано:
$c = 460$ Дж/кг • К
$\eta = 50\%$
$t_1 = 20$ °C
$t_2 = 1400$ °C
$\lambda = 82$ кДж/кг = $= 8{,}2 \cdot 10^4$ Дж/кг
$q = 29$ МДж/кг = $= 29 \cdot 10^6$ Дж/кг
$M = 2$ т $= 2 \cdot 10^3$ кг

m — ?

Решение:
Сжигая массу M каменного угля с теплотворной способностью q в печи с КПД η, можно получить энергию $Mq\eta$. Эта энергия расходуетсяна то, чтобы нагреть массу m стали от температуры t_1 до температуры плавления t_2 ($Q_1 = mc(t_2 - t_1)$) и расплавить ее ($Q_2 = m\lambda$). Получаем уравнение

$$Mq\eta = mc(t_2 - t_1) + m\lambda,$$

из которого находим массу стали:

$$m = \frac{M\eta q}{c(t_2 - t_1) + \lambda} =$$

$$= \frac{2 \cdot 10^3\ \text{кг} \cdot 2{,}9 \cdot 10^7\ \text{Дж/кг} \cdot 0{,}5}{460\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}} \cdot 1380\ \text{К} + 8{,}2 \cdot 10^4\ \text{Дж/кг}} = 40 \cdot 10^3\ \text{кг} = 40\ \text{т}.$$

Ответ: $m = 40$ т.

№ 660(655).

Дано:
$m_1 = 330$ г $= 0{,}33$ кг, $t_1 = 7$ °C
$m_2 = 350$ г $= 0{,}35$ кг, $t_2 = 232$ °C
$C = 100$ Дж/К, $\theta = 32$ °C
$c_1 = 4190$ Дж/кг • К, $c_2 = 230$ Дж/кг • К

λ — ?

Решение:
Олово, кристаллизуясь и охлаждаясь, отдает телпо воде и термостату. Если удельная теплота плавления олова λ, а его удельная теплоемкость c_2, то количество отданного тепла $m_2\lambda + m_2c_2(t_2 - \theta)$ равно

количеству тепла $Q = C(\theta - t_1) + m_1c_1(\theta - t_1)$. Отсюда

$$m_2\lambda + m_2c_2(t_2 - \theta) = C(\theta - t_1) + m_1c_1(\theta - t_1).$$

$$m_2\lambda = C(\theta - t_1) + m_1c_1(\theta - t_1) - m_2c_2(t_2 - \theta) \Rightarrow$$

$$\lambda = \frac{C(\theta - t_1) + c_1m_1(\theta - t_1) - c_2m_2(t_2 - \theta)}{m_2} =$$

$$= \frac{100\ \text{Дж/кг} \cdot 25\ \text{К} + 4190\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}} \cdot 0{,}33\ \text{кг} \cdot 25\ \text{К} - 230\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}} \cdot 0{,}35\ \text{кг} \cdot 200\ \text{К}}{0{,}35\ \text{кг}} =$$

$$= 6 \cdot 10^4\ \text{Дж/кг} = 60\ \text{кДж/кг}.$$

Ответ: $\lambda = 60$ кДж/кг.

№ 661(656).

Дано:	Решение:
$m_1 = 200$ г $= 0{,}2$ кг $t_1 = 25\ ^\circ$С $V = 6{,}4$ см^3 = $= 6{,}4 \cdot 10^{-6}$ м^3 $t_2 = -5\ ^\circ$С $\theta = 5\ ^\circ$С $c_1 = 4190$ Дж/кг $\cdot$ К $c_2 = 2100$ Дж/кг $\cdot$ К $\lambda = 330$ кДж/кг = $= 3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг n — ?	Масса одного кусочка льда m равна ρV, где ρ — плотность льда ($\rho = 0{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3). Пусть взято n кусочков льда общей массой $m = n\rho V$. Лед, нагреваясь от температуры t_2 до 0 °С, поглотит количество теплоты $mc_2(0^\circ - t_2)$, где c_2 — его удельная теплоемкость. Для плавления льда необходимо количество теплоты $m\lambda$. И на нагревание полученной воды от 0 °С до установившейся температуры θ требуется количество тепла $mc_1(\theta - 0^\circ)$. Все это тепло берется в результате охлаждения m_1 массы воды от температуры t_1 до θ: $Q = m_1c_1(t_1 - \theta)$. Получаем уравнение $m_1c_1(t_1 - \theta) = m[c_2(0^\circ - t_2) + \lambda + c_1(\theta - 0^\circ)]$.

Так как $m = n\rho V$, то количество кубиков n будет равно

$$n = \frac{c_1m_1(t_1 - \theta)}{\rho V\left[c_2(-t_2) + \lambda + c_1\theta\right]} =$$

$$= \frac{0{,}2\ \text{кг} \cdot 4190\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}} \cdot 20\ \text{К}}{0{,}9 \cdot 10^3\ \text{кг/м}^3 \cdot 6{,}4 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^3 \cdot \left(2100\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}} \cdot 5\ \text{К} + 3{,}3 \cdot 10^5\ \text{Дж/кг} + 4190\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}} \cdot 5\ \text{К}\right)} = 8.$$

Ответ: нужно бросить 8 кусочков.

№ 662(657).

Дано:	Решение:
$m_1 = 300$ г $= 0{,}3$ кг $t_1 = 17\ ^\circ$С $c_1 = 460$ Дж/кг $\cdot$ К $\theta = 7\ ^\circ$С $V = 1{,}5$ л $m_2 = 200$ г $= 0{,}2$ кг m_3 — ?	Считаем, что в начальный момент температура стального сосуда и воды в нем равна t_1. Пусть мокрый снег массы m_2 содержал m_3 воды. Тогда масса льда в нем составляла $(m_2 - m_3)$. Очевидно, температура снега и воды в нем была 0 °С. Плавление снега требует энергии $\lambda(m_2 - m_3)$. Далее получившаяся вода общей массой m_2 нагревалась до температуры θ, что потребовало еще $m_2c(\theta - 0^\circ)$ тепловой энергии.

Это тепло отдавал стальной сосуд, заполненный водой массой

$$m = \rho V = 10^3\ \text{кг/м}^3 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3 = 1{,}5\ \text{кг}.$$

Количество отданной теплоты составило $m_1c_1(t_1 - \theta) + mc(t_2 - \theta)$.

Записываем уравнение теплового баланса:

$$m_1c_1(t_1 - \theta) + mc(t_2 - \theta) = \lambda(m_2 - m_3) + m_2c(\theta - 0\,°).$$

Здесь λ и c — удельные теплота плавления и теплоемкость воды, соответственно, c_1 — удельная теплоемкость стали. Отсюда находим массу m_3 воды в куске мокрого снега:

$$m_3 = m_2 - \frac{m_1c_1(t_1 - \theta) + mc(t_1 - \theta) - m_2c\theta}{\lambda} = 0,2\ \text{кг} -$$

$$-\frac{0,3\ \text{кг} \cdot 460\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}} \cdot 10\ \text{К} + 1,5\ \text{кг} \cdot 4190\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}} \cdot 10\ \text{К} - 0,2\ \text{кг} \cdot 4190\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}} \cdot 7\ \text{К}}{3,3 \cdot 10^5\ \text{Дж/кг}} =$$

$$= 0,2\ \text{кг} - 0,177\ \text{кг} = 0,23\ \text{кг} = 23\ \text{г}.$$

Ответ: $m_3 = 23$ г.

№ 663(н).

Дано:

$m_1 = 52$ г $= 0,052$ кг
$m_2 = 250$ г $= 0,25$ кг
$t_1 = 9$ °C
$t_2 = 100$ °C
$m_3 = 259$ г $= 0,259$ кг
$t = 30$ ° C

r — ?

Решение:

Составим уравнение теплового баланса: $Q_{отд} = Q_{получ}$ (1). При конденсации пар отдает тепло: $Q_{отд1} = rm_п$, где $m_п$ — масса пара. Так как конечная температура $t = 30$ ° C, то пар конденсируется полностью, поэтому $m_п = m_3 - m_2 = 9$ г. Следовательно, $Q_{отд1} = r(m_3 - m_2)$. Охлаждаясь от $t_2 = 100$ °C до $t = 30$ ° C полученная при конденсации пара вода отдает тепло $Q_{отд2} = (m_3 - m_2)c_в(t_2 - t)$.

Общее количество отданной теплоты

$$Q_{отд} = Q_{отд1} + Q_{отд2} = (m_3 - m_2)[r + c_в(t_2 - t)].$$

Получает тепло вода массой m_2 и калориметр:

$$Q_{получ} = c_вm_2(t - t_1) + c_аm_1(t - t_1),$$

где $c_в$ и $c_а$ — удельные теплоемкости воды и алюминия, соответственно.

Подставим $Q_{отд}$ и $Q_{получ}$ в (1):

$$(m_3 - m_2)[r + c_в(t_2 - t)] + (c_вm_2 + c_аm_1)(t - t_1)$$

откуда найдем удельную теплоту паровообразования воды

$$r = \frac{(t - t_1)(c_вm_2 + c_аm_1) - (m_3 - m_2)c_в(t_2 - t)}{m_3 - m_2}.$$

Подставим данные:

$$r = \frac{21\ \text{К} \cdot \left(4190\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}} \cdot 0,25\ \text{кг} + 890\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}} \cdot 0,052\ \text{кг}\right) - 0,009\ \text{кг} \cdot 4190\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}} \cdot 70\ \text{К}}{0,009\ \text{кг}} =$$

$$= 2,26 \cdot 10^6\ \text{Дж/кг} = 2,26\ \text{МДж/кг}.$$

Ответ: $r = 2,236$ МДж/кг.

№ 664*(659).

Дано:

$m_1 = 300$ г $= 0,3$ кг; $M = 500$ г $= 0,5$ кг
$t_1 = -15$ °C; $t_2 = 100$ °C; $\theta = 25$ °C
$m_3 = 259$ г $= 0,259$ кг; $c_а = 890$ Дж/кг • К
$c_в = 4190$ Дж/кг • К, $c_л = 2100$ Дж/кг • К
$\lambda = 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг, $r = 2,3 \cdot 10^6$ Дж/кг

m_2 — ?, m_3 — ?

Решение:

Пусть в алюминиевом калориметре с удельной теплоемкостью $c_а$ находилась масса льда m_2 при t_1. Если из водяного пара массы m_3 сконденсировалась вода, то по условию задачи $m_2 + m_3 = M$.

Если установившаяся температура смеси $\theta = 25$ °С, то весь лед расплавился, а весь пар сконденсировался и в калориметре находится только вода. При этом сам калориметр также нагрелся до температуры θ. Очевидно, что тепловую энергию отдает пар и образовавшаяся горячая вода. При конденсации пара массой m_3 выделяется энергия rm_3. При охлаждении образовавшейся массы воды от 100 °С до θ выделяется еще $c_в m_3(100\ °C - \theta)$ тепловой энергии, где $c_в$ — удельная теплоемкость воды. Выделившееся количество теплоты расходуется на:

1) нагревание льда от температуры t_1 до 0 °С: $c_л m_2(0\ °C - t_1)$;
2) плавление льда: λm_2;
3) нагревание получившейся воды от 0 °С до θ: $c_в m_2(\theta - 0\ °)$;
4) нагревание калориметра от t_1 до θ: $c_а m_1(\theta - t_1)$.

Учитывая, что $m_3 = M - m_2$, запишем уравнение теплового баланса:

$$(M - m_2)[r + c_в(100\ °C - \theta)] = c_л m_2(-t_1) + \lambda m_2 + c_л m_1(\theta - t_1).$$

Отсюда находим массу льда m_2:

$$m_2 = \frac{M\left[r + c_в(100\ ° - \theta) - c_л m_1(\theta - t_1)\right]}{r + c_в(100\ ° - \theta) + c_л(-t_1) + \lambda + c_в\theta} = \frac{M\left[r + c_в(100\ ° - \theta) - c_л m_1(\theta - t_1)\right]}{r + c_в \cdot 100\ ° + c_л(-t_1) + \lambda} =$$

$$= \frac{0{,}5\ кг \cdot \left(2{,}3 \cdot 10^6\ Дж/кг + 4190\ \frac{Дж}{кг \cdot К} \cdot 75\ К - 880\ \frac{Дж}{кг \cdot К} \cdot 0{,}3\ кг \cdot 40\ К\right)}{2{,}3 \cdot 10^6\ Дж/кг + 4190\ \frac{Дж}{кг \cdot К} \cdot 100\ К + 2100\ \frac{Дж}{кг \cdot К} \cdot 15\ К + 3{,}3 \cdot 10^5\ Дж/кг} =$$

$$= \frac{1{,}3 \cdot 10^6\ Дж}{3{,}1 \cdot 10^6\ Дж/кг} = 0{,}42\ кг = 420\ г.$$

Масса пара $m_3 = M - m_2 = 0{,}5$ кг $- 0{,}42$ кг $= 0{,}08$ кг $= 80$ г.

Ответ: $m_2 = 420$ кг, $m_3 = 80$ г.

№ 665(н).

Дано:	Решение:
$m_3 = 380$ г $= 0{,}38$ кг	Введем обозначения:
$t_1 = 0$ °С	m_1 — масса воды;
$t_2 = 100$ °С	m_2 — масса льда;
$t = 70$ °С	m_3 — масса пара.
$C = 57$ Дж/К	Составим уравнение теплового баланса: $Q_{отд} = Q_{получ}$.
$V_1 = 2$ л $= 2 \cdot 10^{-3}$ м^3	Отдает тепло пар при конденсации и последующем ох-
m_2 — ?	лаждении от температуры t_2 до температуры t:

$$Q_{отд} = rm_3 + c_в m_3(t_2 - t).$$

Получают тепло:

а) лед при плавлении: $Q_{получ1} = \lambda m_2$;

б) вода при нагревании от $t_1 = 0$ °С до $t = 70$ °С:

$$Q_{получ2} = c_в m_1(t - t_1) + c_в m_2(t - t_1);$$

в) калориметр при нагревании от t_1 до t: $Q_{получ3} = C(t - t_1)$.

Подставляя в уравнение теплового баланса, получим:

$$rm_3 + c_в m_3(t_2 - t) = \lambda m_2 + (t - t_1)(c_в m_1 + C) + c_в m_2(t - t_1).$$

Отсюда искомая масса льда: $m_2 = \dfrac{rm_3 + c_в m_3(t_2 - t) - (t - t_1)(c_в m_1 + C)}{\lambda + c_в(t - t_1)}$.

Из таблицы 2 берем значения для удельной теплоты парообразованияводы $r = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг, удельной теплоты плавления льда $\lambda = 3{,}34 \cdot 10^5$ Дж/кг и удельной теплоемкости воды $c_в = 4190$ Дж/кг • К. Учитывая, что масса воды $m_1 = \rho V_1 = 2$ кг, найдем массу льда:

$$m_2 = \frac{2{,}3 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг} \cdot 0{,}38 \text{ кг} + 4190 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 0{,}38 \text{ кг} \cdot 30 \text{ К}}{3{,}34 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг} + 4190 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 70 \text{ К}} -$$

$$- \frac{70 \text{ К} \cdot \left(4190 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 2 \text{ кг} + 57 \text{ Дж/кг}\right)}{3{,}34 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг} + 4190 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 70 \text{ К}} = 0{,}52 \text{ кг}.$$

Ответ: $m_2 = 0{,}52$ кг.

31. Изменение внутренней энергии тел в процессе совершенной работы. Тепловые двигатели

№ 666(661).

Дано:	Решение:
$c = 460$ Дж/кг • К $m = 100$ г $= 0{,}1$ кг $l = 8$ см $= 0{,}08$ м $F = 40$ Н $n = 46$ $\eta = 50\%$ Δt — ?	Найдем механическую работу, которую совершил слесарь. Если сила направлена по движению напильника, то за один раз совершается работа Fl. Отсюда общая работа равна nFl. На нагревание напильника идет энергия ηnFl. Эта механическая энергия перешла в тепло $Q = \eta nFl$ и напильник нагрелся. Можно написать $Q = cm\Delta t$, где c и m — удельная теплоемкость и масса напильника.

Отсюда

$$\Delta t = \frac{\eta nFl}{cm} = \frac{0{,}5 \cdot 46 \cdot 40 \text{ Н} \cdot 0{,}08 \text{ м}}{460 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 0{,}1 \text{ кг}} = 1{,}6 \text{ К} = 1{,}6\ ^\circ\text{C}.$$

Последнее равенство имеет место, так как ΔT К $= \Delta t$ °С.

Ответ: на 1,6 °С.

№ 667(662).

Дано:	Решение:
c; h; $k\%$ Δt — ?	Пусть масса куска металла равна m. Механическая энергия куска металла равна mgh, где g — ускорение свободного падения.

В момент перед ударом вся потенциальная энергия перейдет в кинетическую, часть которой преобразуется в тепло при ударе. Доля переданной энергии — $k\%$ или в виде рациональной дроби $k\%/100\% = k/100$. Следовательно, в тепло перешло $Q = kmgh/100$ механической энергии. Кусок металла нагрелся и мы можем написать $Q = cm\Delta t$. Отсюда

$$\Delta t = kmgh/100cm = kgh/100c.$$

Ответ: $\Delta t = kgh/100c$.

№ 668(663).

При упругих ударах механическая энергия не переходит в тепловую, а при неупругих — переходит. Удар шарика о камень, конечно, не является абсолютно упругим, однако в тепло перешла не вся механическая энергия шарика, а только часть. Ведь шарик поднялся после удара на некоторую высоту и, следовательно, сохранил часть первоначальной потенциальной энергии. Первый шарик потратил всю энергию на работу против сил сопротивления грунта и нагрелся вследствие трения. Поэтому он нагрелся сильнее.

№ 669(664).

Дано:
$c = 130$ Дж/кг · К
$v = 200$ м/с
$\eta = 50\%$

Δt — ?

Решение:
Пусть пуля имеет массу m. Ее кинетическая энергия $T = mv^2/2$. В тепло перешло ηT количество механической энергии. Количество полученной теплоты $Q = cm\Delta t$, где c — удельная теплоемкость свинца. Очевидно,

$$Q = \eta T = \eta mv^2/2.$$

Отсюда

$$\Delta t = \frac{\eta mv^2}{2cm} = \frac{\eta v^2}{2c} = \frac{0{,}78 \cdot 40000\ \text{м}^2/\text{с}^2}{2 \cdot 130\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}} = 120\ \text{К}.$$

Ответ: $\Delta t = 120$ К.

№ 670(665).

Дано:
$c = 460$ Дж/кг · К
$v = 50$ м/с
$h = 500$ м

Δt — ?

Решение:
Работа против сил сопротивления воздуха будет равна разности энергий осколка в начале и в конце падения:

$$A = mgh - mv^2/2.$$

Она вся перешла в тепловую энергию $A = Q = cm\Delta t$, где c — удельная теплоемкость стали, m — масса осколка.

$$mgh - mv^2/2 = cm\Delta t \Rightarrow$$

$$\Delta t = \frac{gh - v^2/2}{c} = \frac{9{,}8\ \text{м/с}^2 \cdot 500\ \text{м} - 0{,}5 \cdot 2500\ \text{м}^2/\text{с}^2}{460\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}} = 8\ \text{К}.$$

Ответ: на 8 К.

№ 671*(666).

Дано:
c; l;
$k\%$; α

Δt — ?

Решение:
Шарик потерял механическую энергию равную $mg\Delta h$, где m — масса шарика, g — ускорение свободного падения, Δh — разность высот положения шарика в момент наивысшего подъема.

По геометрическим соображениям $\Delta h = l\cos\alpha$. (Опустим перпендикуляр из точки C на прямую OA и найдем расстояние от точки O до основания перпендикуляра из формул тригонометрии). В тепло перешла $k\%/100\% = k/100$ часть механической энергии шарика. $Q = kmgl\cos\alpha/100$ и $Q = cm\Delta t$. Отсюда

$$\Delta t = \frac{kmgl\cos\alpha}{100cm} = \frac{kgl\cos\alpha}{100c}.$$

Ответ: $\Delta t = kgl\cos\alpha/100c$.

№ 672(667).

Дано:
v; $2v$; m

Δt — ?

Решение:
Пусть масса каждого из шаров равна m. Считаем, что силы взаимодействия шаров во время удара (внутренние силы) значительно

превосходят все остальные внешние действующие силы и мы можем применить закон сохранения количества движения, так как система является замкнутой (изменение импульса системы в результате действия внешних сил пренебрежимо мало по сравнению с изменением импульса каждого из тел). Если после неупругого удара шары стали двигаться вместе со скоростью $\vec{u}$, то импульс системы шаров до удара ($m\vec{v} + m2\vec{v}$) равен импульсу системы после удара ($\vec{u}2m$). Отсюда, учитывая направление скоростей,

$$u = \frac{-mv + m2v}{2m} = \frac{v}{2}.$$

Кинетическая энергия шаров до удара равна

$$\frac{mv^2 + m(2v)^2}{2} = \frac{5mv^2}{2}.$$

Кинетическая энергия шаров после удара стала

$$\frac{2m(v/2)^2}{2} = \frac{mv^2}{4}.$$

Механическая энергия, равная разности кинетических энергий системы шаров до и после неупругого удара, перешла в тепловую энергию $Q = 2mc\Delta t$ шаров.

$$\frac{5mv^2}{2} - \frac{mv^2}{4} = 2mc\Delta t \Rightarrow \frac{9mv^2}{4} = 2mc\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{9mv^2}{8mc} = \frac{9v^2}{8c}.$$

Ответ: $\Delta t = 9v^2/8c$.

№ 673(668).

Дано:	Решение:
$c = 130$ Дж/кг • К $t_{пл} = 327$ °С $t_1 = 127$ °С $\lambda = 2{,}5 \cdot 10^4$ Дж/кг $\eta = 80\%$ v — ?	Если масса дробинки равна m, то ее кинетическая энергия $T = mv^2/2$, где v — скорость дробинки. Во внутреннюю энергию перешла часть этой энергии $\eta T = \eta mv^2/2$. Эта энергия должна пойти на нагревание дробинки до температуры плавления и собственно на плавление свинца. Запишем закон сохранения энергии:

$\eta mv^2/2 = mc(t_{пл} - t_1) + m\lambda$. Поэтому минимальная скорость дробинки должна составить

$$v = \sqrt{\frac{2c(t_{пл} - t_1) + 2\lambda}{\eta}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 130\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 200\ \text{К} + 2 \cdot 2{,}5 \cdot 10^4\ \text{Дж/кг}}{0{,}8}} =$$

$$= \sqrt{127500\ \text{м}^2/\text{с}^2} = 357\ \text{м/с}.$$

Ответ: $v = 357$ м/с.

№ 674(669).

Дано:	Решение:
m; v; M $q = 3{,}8 \cdot 10^6$ Дж/кг T/Q — ?	При сгорании массы M пороха выделяется энергия Mq, где q — удельная теплота сгорания пороха. Пуля при вылете имеет кинетическую энергию $T = mv^2/2$.

Отношение $T/Q \cdot 100\% = mv^2/2Mq \cdot 100\%$ показывает, сколько процентов от энергии, освободившейся при сгорании порохового заряда, составляет кинетическая энергия снаряда (пули).

Для снаряда: $\frac{T}{Q} = \frac{6{,}2\text{ кг} \cdot (680\text{ м/с})^2}{2 \cdot 1\text{ кг} \cdot 3{,}8 \cdot 10^6\text{ Дж/кг}} \cdot 100\% = 38\%.$

Для пули: $\frac{T}{Q} = \frac{0{,}008\text{ кг} \cdot (700\text{ м/с})^2}{2 \cdot 0{,}0016\text{ кг} \cdot 3{,}8 \cdot 10^6\text{ Дж/кг}} \cdot 100\% = 32\%.$

Ответ: снаряд — $T/Q = 38\%$, пуля — $T/Q = 32\%$.

№ 675(670).

При сгорании рабочей смеси освобождается ее внутренняя энергия, за счет которой двигателем и совершается механическая работа. Следовательно, внутренняя энергия рабочей смеси больше внутренней энергии продуктов сгорания.

№ 676(671).

Дано:	Решение:
$T = 1$ с	КПД идеальной тепловой машины равен
$t_1 = 117\ ^\circ\text{C} = 390$ K	$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\% = \frac{390\text{ K} - 300\text{ K}}{390\text{ K}} \cdot 100\% = 23\%.$
$t_2 = 27\ ^\circ\text{C} = 300$ K	
$Q_1 = 60$ кДж	Для любой тепловой машины
η — ?, N — ?, Q_2 — ?	$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \cdot 100\%,$

где Q_1 — количество теплоты, полученное от нагревателя рабочим телом, Q_2 — количество теплоты, отданное рабочим телом холодильнику. Находим

$$Q_2 = Q_1\left(1 - \frac{\eta}{100}\right) = 60\text{ кДж }(1 - 0{,}23) = 46\text{ кДж.}$$

Мощность машины равна отношению механической работы, совершенной ею, к промежутку времени, за который эта работа была совершена. По определению $A = Q_1 - Q_2$ и мощность

$$N = \frac{A}{T} = \frac{60\text{ кДж} - 46\text{ кДж}}{1\text{ с}} = 14\text{ кВт.}$$

Ответ: $\eta = 23\%$, $N = 14$ кВт, $Q_2 = 46$ кДж.

№ 677(672).

Дано:	Решение:
$T_2 = 280$ K	По определению КПД тепловой машины называют отно-
$A = 300$ Дж	шение полезной работы, совершаемой ею, к количеству
$Q_1 = 1000$ кДж	теплоты, полученной от нагревателя.
η — ?, T_1 — ?	$\eta = \frac{A}{Q_1} \cdot 100\% = \frac{300\text{ Дж}}{1000\text{ Дж}} \cdot 100\% = 30\%.$

КПД идеальной тепловой машины равен $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%,$

где T_1 — температура нагревателя, а T_2 — температура холодильника. Отсюда находим температуру нагревателя нашей идеальной тепловой машины:

$$T_1 = \frac{T_2}{1 - \eta/100} = \frac{280\text{ K}}{1 - 0{,}3} = 400\text{ K.}$$

Ответ: $\eta = 30\%$, $T_1 = 400$ K.

№ 678(н).

Дано:	Решение:
$t = 200\ ^\circ C$ $m = 400$ кг $Q_1 = 80$ кДж	КПД идеальной тепловой машины $$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \cdot 100\% = \left(1 - \frac{T_{хол}}{T_{нагр}}\right) \cdot 100\%,$$
η — ? Q_2 — ? h — ?	где Q_1 — полученное количество теплоты, Q_2 — отданное холодильнику количество теплоты, $T_{хол}$ — температура холодильника, $T_{нагр}$ — температура нагревателя. В нашем случае $T_{хол} = 273$ К (воздух при нормальных условиях), а $T_{нагр} = 273 + t = 473$ К.

Тогда КПД

$$\eta = \left(1 - \frac{273\ \text{К}}{473\ \text{К}}\right) \cdot 100\% = 42,3\%.$$

Из формулы для КПД находим переданное холодильнику количество теплоты

$$Q_2 = Q_1\left(1 - \frac{\eta}{100}\right) = 80\ \text{кДж}\,(1 - 0,423) = 46,16\ \text{кДж}.$$

Для нахождения максимальной высоты поднятия груза воспользуемся законом сохранения энергии: работа тепловой машины идет на увеличение потенциальной энергии груза: $A = mgh$, откуда $h = A/mg$. Работа A есть разность между Q_1 и Q_2. Тогда искомая высота

$$h = \frac{Q_1 - Q_2}{gm} = \frac{80\ \text{кДж} - 46,16\ \text{кДж}}{9,8\ \text{м/с}^2 \cdot 400\ \text{кг}} = 8,45\ \text{м}.$$

Ответ: $\eta = 42,3\%$; $Q_2 = 46,16$ кДж; $h = 8,45$ м.

№ 679(674).

Дано:	Решение:
$v = 108$ км/ч $= 30$ м/с $V = 3,7$ л $= 3,7 \cdot 10^{-3}$ м^3 $l = 100$ км $= 10^5$ м $\rho = 0,7 \cdot 10^3$ кг/м^3 $\eta = 25\%$ $q = 4,6 \cdot 10^7$ Дж/кг	На 100 км пути двигатель потребляет массу бензина $m = \rho V$. При сгорании бензина выделяется количество теплоты $Q = qm = q\rho V$, где q — теплота сгорания бензина. При КПД равном η, полезная работа, совершенная двигателем мотоцикла, будет $A = \eta Q = \eta q \rho V$. Эта работа была совершена за время $t = l/v$, где v — скорость мотоцикла.
N — ?	

По определению средняя мощность двигателя составит

$$N = \frac{A}{t} = \frac{\eta q \rho V v}{l} = \frac{0,25 \cdot 4,6 \cdot 10^7\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot 0,7 \cdot 10^3\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 3,7 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3 \cdot 30\ \frac{\text{м}}{\text{с}}}{10^5\ \text{м}} =$$

$$= 8,9 \cdot 10^3\ \text{Дж/с} = 8,9\ \text{кВт}.$$

Ответ: $N = 8,9$ кВт.

№ 680*(675).

Дано:
$t = 1$ ч $= 3600$ с
$V_н = 40$ л
$l = 80$ км $= 8 \cdot 10^4$ м
$l_н = 100$ км $= 10^5$ м
$\rho = 800$ кг/м^3
$\eta = 25\%$
$q = 4{,}2 \cdot 10^7$ Дж/кг
$N = 70$ кВт $= 7 \cdot 10^4$ Вт

ΔV — ?

Решение:
Найдем, сколько литров горючего израсходовал автобус, пройдя путь 80 км. Мощность двигателя по определению равна $N = A/t$, где A — работа, совершаемая за время t. Работа $A = \eta Q$, где η — КПД и Q — количество теплоты, выделившейся при сгорании объема V топлива. Если плотность топлива равна ρ, а его теплотворная способность q, то $Q = q\rho V$ (см. предыдущую задачу). Получаем уравнение $Nt = \eta Q = \eta q\rho V$. Отсюда

$$V = \frac{Nt}{\eta q\rho} = \frac{7 \cdot 10^4 \text{ Вт} \cdot 3600 \text{ с}}{0{,}25 \cdot 4{,}2 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг} \cdot 800 \text{ кг/м}^3} =$$

$$= 0{,}3 \text{ м}^3 = 30 \text{ л}.$$

То есть реально было израсходовано 30 л дизельного топлива на 80 км пути. По норме должно быть израсходовано 40 л $\cdot$ 80 км/100 км = 32 л. Значит водитель сэкономил в рейсе 32 л – 30 л = 2 л топлива.

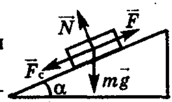
Ответ: $\Delta V = 2$ л.

№ 681*(676).

Дано:
$t = 40$ с
$l = 200$ м
$\rho = 0{,}7 \cdot 10^3$ кг/м^3
$\eta = 20\%$
$q = 4{,}6 \cdot 10^7$ Дж/кг
$N = 70$ кВт $= 7 \cdot 10^4$ Вт
$m = 4{,}6$ т $= 4{,}6 \cdot 10^3$ кг
$k = 0{,}02$
$\sin\alpha = 0{,}025$

V — ?

Решение:



Рассмотрим движение автомобиля вверх по наклонной плоскости. На автомобиль действуют четыре силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сил реакции опоры $\vec{N}$, сила сопротивления $\vec{F}_c$ и сила тяги двигателя $\vec{F}$. Работу по подъему автомобиля совершает сила тяги двигателя $\vec{F}$. По второму закону Ньютона произведение массы тела m на ускорение $\vec{a}$ равно равнодействующей всех сил, приложенных к телу: $m\vec{a} = \vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_c + m\vec{g}$. В проекции на направление движения $ma = F - F_c - mg\sin\alpha$. По определению коэффициентом сопротивления называют отношение силы сопротивления к силе тяжести.

Поэтому $F_c = kmg$. Отсюда $F = ma + mg(k + \sin\alpha)$. Далее находим ускорение a. Для равноускоренного движения без начальной скорости путь l, пройденный за время t, равен $l = at^2/2$. Отсюда

$$a = 2l/t^2 = 400 \text{ м}/1600 \text{ м} = 0{,}25 \text{ м/с}^2.$$

Работа, совершенная силой F на пути l, равна $A = Fl$. Если двигатель имеет КПД равный η, то количество теплоты, выделившееся при сгорании топлива объемом V, равно $Q = A/\eta$. Так как $Q = q\rho V$, где q — теплота сгорания, а ρ — плотность топлива, то $A = \eta Q = \eta q\rho V$. Получаем уравнение: $Fl = \eta q\rho V$. Из него находим объем израсходованного топлива:

$$V = \frac{Fl}{\eta q\rho} = \frac{mal + mgl(k + \sin\alpha)}{\eta q\rho} = \frac{ml\left[a + g(k + \sin\alpha)\right]}{\eta q\rho} =$$

$$= \frac{4{,}6 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot 200 \text{ м} \cdot \left[0{,}25 \text{ м/с}^2 + 9{,}8 \text{ м/с}^2 (0{,}02 + 0{,}025)\right]}{0{,}2 \cdot 4{,}6 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг} \cdot 0{,}7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3} = 10^{-4} \text{ м}^3 = 0{,}1 \text{ л}.$$

Ответ: $V = 0{,}1$ л.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

ГЛАВА VII
ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

32. Закон Кулона. Напряженность поля

№ 682(677).

Дано:	Решение:
$q = 10$ нКл $= 10^{-8}$ Кл $r = 3$ см $= 3 \cdot 10^{-2}$ м	По закону Кулона сила взаимодействия двух точечных электрических зарядов, находящихся в вакууме, прямо пропорциональна квадрату расстояния между
F — ?	

ними и направлена вдоль прямой, соединяющей заряды.

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}.$$

В системе СИ коэффициент пропорциональности

$$k = 1/4\pi\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^9\ \text{Н} \cdot \text{м}^2/\text{Кл}^2.$$

Подставляя данные из условия задачи, получим:

$$F = \frac{kq^2}{r^2} = \frac{9 \cdot 10^6\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot 10^{-16}\ \text{Кл}}{9 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2} = 10^{-3}\ \text{Н} = 1\ \text{мН}.$$

Ответ: $F = 1$ мН.

№ 683(678).

Дано:	Решение:
$q_1 = 1$ мкКл $= 10^{-6}$ Кл $q_2 = 10$ нКл $= 10^{-8}$ Кл $F = 9$ мН $= 9 \cdot 10^{-3}$ Н	По закону Кулона $$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}.$$
r — ?	Отсюда расстояние между зарядами:

$$r = \sqrt{\frac{k|q_1q_2|}{F}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^6\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot 10^{-6}\ \text{Кл} \cdot 10^{-8}\ \text{Кл}}{9 \cdot 10^{-3}\ \text{Н}}} = 10^{-1}\ \text{м} = 10\ \text{см}.$$

Ответ: $r = 10$ см.

№ 684(679).

Дано:	Решение:
$q_2 = 4q_1$ $F_1 = F_2$	Пусть сначала сила была равна: $F_1 = \frac{qq_1}{r_1^2}$, а потом стала $F_2 = \frac{qq_2}{r_2^2}$.
r_2/r_1 — ?	Подставим $q_2 = 4q_1$ и приравняем F_1 и F_2. Получим

$$\frac{q_1}{r_1^2} = \frac{4q_1}{r_2^2} \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\frac{4q_1}{q_1}} = 2.$$

То есть расстояние r_2 должно быть в 2 раза больше r_1.

Ответ: увеличить в 2 раза.

№ 685(680).

Дано:	Решение:
$\lvert q\rvert = 10$ нКл $= 10^{-8}$ Кл	а) Если заряды одноименные, то по закону Кулона шарики будут отталкиваться друг от друга с силой $F_к = kq^2/r^2$. На шарик B действуют четыре силы: сила натяжения нити AB T_{AB} и сила кулоновского отталкивания $F_к$ (направлены вверх), сила тяжести mg и сила натяжения BC T_{BC} (направлены вниз).
$m = 0{,}2$ г $= 2 \cdot 10^{-4}$ кг	
$BC = 3$ см $= 3 \cdot 10^{-2}$ м	
T_{AB} — ?	
T_{BC} — ?	

Так как шарик покоится, то $T_{AB} + F_к = mg + T_{BC}$. На шарик С действуют три силы: сила натяжения нити BC T_{BC} (направлена вверх), сила тяжести mg и сила кулоновского отталкивания $F_к$ (направлены вниз). Очевидно, что $T_{BC} = F_к + mg$, т. к. система покоится. Подставляя $F_к = kq^2/r^2$, получим:

$$T_{BC} = \frac{kq^2}{(BC)^2} + mg = \frac{9 \cdot 10^9\ \frac{Н \cdot м^2}{Кл^2} \cdot 10^{-16}\ Кл^2}{9 \cdot 10^{-4}\ м^2} + 2 \cdot 10^{-4}\ кг \cdot 9{,}8\ м/с^2 =$$

$$= 10^{-3}\ Н + 1{,}96 \cdot 10^{-3}\ Н \approx 3\ мН.$$

Теперь найдем силу натяжения нити T_{AB}:

$$T_{AB} = mg + T_{BC} - F_к = mg + (F_к + mg) - F_к = 2mg =$$
$$= 2 \cdot 2 \cdot 10^{-4}\ кг \cdot 9{,}8\ м/с^2 \approx 4\ мН.$$

б) Если заряды разноименные, то они будут притягиваться с той же силой $F_к$. Теперь на шарик B будут действовать все те же четыре силы, но направление силы $F_к$ изменится на противоположное. Поэтому мы можем написать

$$T_{AB} = mg + T_{BC} + F_к.$$

Для шарика C также направление силы $F_к$ изменится и $T_{BC} + F_к = mg$.
Отсюда $T_{BC} = mg - F_к = 1{,}96 \cdot 10{-3}$ Н $- 10{-3}$ Н $= 0{,}96$ мН ≈ 1 мН.
Сила $T_{AB} = 1{,}96$ мН $+ 0{,}96$ мН $+ 1$ мН ≈ 4 мН.
Ответ: а) $T_{AB} \approx 4$ мН, $T_{BC} \approx 3$ мН; б) $T_{AB} \approx 4$ мН, $T_{BC} \approx 1$ мН.

№ 686(681).

Дано:	Решение:
$r = 10$ см $= 0{,}1$ м	Избыточные электроны на шариках определяют заряд шариков q. Каждый электрон несет элементарный заряд e, поэтому $q = Ne$, где N — число избыточных электронов. Из закона Кулона
$F = 0{,}23$ мН $= 2{,}3 \cdot 10^{-4}$ Н	
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл	
N — ?	

$$F = k\frac{q^2}{r^2} = \frac{kN^2e^2}{r^2} \Rightarrow$$

$$N = \sqrt{\frac{Fr^2}{ke^2}} = \frac{r}{e}\sqrt{\frac{F}{k}} = \frac{0{,}1\ м}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Кл} \cdot \sqrt{\frac{2{,}3 \cdot 10^{-4}\ Н}{9 \cdot 10^9\ \frac{Н \cdot м^2}{Кл^2}}} = 10^{11}.$$

Ответ: $N = 10^{11}$.

№ 687(н).

Дано:	Решение:
$l = 30$ см $= 0{,}3$ м	Первоначально сила натяжения нити $T_1 = mg$.
$m = 100$ г $= 0{,}1$ кг; $q_1 = 20$ мкКл $= 2 \cdot 10^{-5}$ Кл	
q_2 — ?	

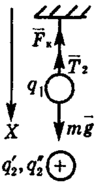


рис. 1

Чтобы уменьшить силу натяжения, надо снизу к первому шарику поднести шарик, заряженный одноименно (рис. 1). Условие равновесия шарика имеет вид: $\vec{T}_2 + m\vec{g} + \vec{F}_к = 0$.

В проекции на ось X: $mg - F_к - T_2 = 0$. По условию $T_2 = T_1/2$, тогда сила Кулона $F_к = mg/2$. Используя закон Кулона

$$F_к = \frac{kq_1q_2'}{l^2},$$

найдем заряд шарика

$$q_2' = \frac{mgl^2}{2kq_1} (1).$$

Рассмотрим случай невесомости, т. е. когда сила натяжения нити обращается в ноль ($T_2 = 0$). Тогда

$$\frac{kq_1q_2''}{l^2} = mg \Rightarrow q_2'' = \frac{mgl^2}{kq_1} (2).$$

Чтобы сила натяжения увеличилась, снизу необходимо поднести шарик, заряженный отрицательно (рис. 2). Условие равновесия шарика

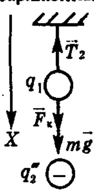


рис. 2

$mg + F_к - T_2 = 0$. По условию $T_2 = 4T_1 = 4mg$. Тогда сила Кулона, $F_к = 3mg$. Учитывая, что

$$F_к = \frac{kq_1|q_2'''|}{l^2}, \text{ найдем } |q_2'''| = \frac{3mgl^2}{kq_1}.$$

Учитывая, что заряд второго шарика должен быть отрицательным, получим:

$$q_2''' = -\frac{3mgl^2}{kq_1} (3).$$

Рассчитаем сначала заряд q_2'' в случае невесомости (2):

$$q_2'' = \frac{0{,}1\ кг \cdot 10\ м/с^2 \cdot (0{,}3\ м)^2}{9 \cdot 10^9\ \frac{Н \cdot м^2}{Кл^2} \cdot 2 \cdot 10^{-5}\ Кл} = 5 \cdot 10^{-7} = 0{,}05\ мкКл.$$

Тогда из (1) $q_2' = \frac{q_2''}{2} = 0{,}25$ мкКл, а из (3) $q_2''' = -3q_2'' = -1{,}5$ мкКл.

Ответ: $q_2' = 0{,}25$ мкКл, $q_2'' = 0{,}5$ мкКл, $q_2''' = -1{,}5$ мкКл.

№ 688(н).

Дано:	Решение:
$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг	Сила электрического отталкивания двух электронов на-
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл	ходится из закона Кулона:
$F_к/F_{гр}$ — ?	$F_к = \frac{ke^2}{r^2}$,

где r — расстояние между электронами. Из закона Всемирного тяготения определяем силу гравитационного притяжения электронов:

$$F_{гр} = \frac{Gm_e^2}{r^2}.$$

Тогда отношение:

$$\frac{F_к}{F_{гр}} = \frac{ke^2}{Gm_e^2} = \frac{9 \cdot 10^9\ \frac{Н \cdot м^2}{Кл^2} \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Кл)^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{Н \cdot м^2}{кг^2} \cdot (9{,}1 \cdot 10^{-31}\ кг)^2} = 4{,}2 \cdot 10^{42}.$$

Ответ: $F_к/F_{гр} = 4{,}2 \cdot 10^{42}$.

№ 689(684).

Дано:	Решение:
q, $4q$, r	До соприкосновения шарика взаимодействовали с силой
$F_1 = F_2$	$F_1 = k4q^2/r^2$.
x — ?	После соприкосновения заряд шариков стал $5q/2$, а сила —

$$F_2 = k25q^2/4x^2.$$

По условию $F_1 = F_2$: $k4q^2/r^2 = k25q^2/4x^2$. Откуда $x^2 = 25r^2/16$ и $x = 5r/4 = 1{,}25r$.
Ответ: $x = 1{,}25r$.

№ 690(685).

Дано:	Решение:
$q_1 = 10$ нКл $= 10^{-8}$ Кл	Согласно принципу суперпозиции электрических полей, сила взаимодействия двух зарядов системы рассчитывается так, как будто других зарядов нет. В системе зарядов сила, действующая на каждый из них, равна векторной сумме сил, действующих на данный заряд со стороны всех других зарядов системы. В нашем случае сила
$q_2 = 16$ нКл $= 16 \cdot 10^{-8}$ Кл	
$r = 7$ мм $= 7 \cdot 10^{-3}$ м	
$q_3 = 2$ нКл $= 2 \cdot 10^{-9}$ Кл	
$r_{13} = 3$ мм $= 3 \cdot 10^{-3}$ м	
$r_{23} = 4$ мм $= 4 \cdot 10^{-3}$ м	
F — ?	

отталкивания между 1 и 3 зарядами равна $F_{13} = k\dfrac{q_1q_2}{r_{13}^2}$,

а между 2 и 3 зарядами — $F_{23} = k\dfrac{q_2q_3}{r_{23}^2}$.

Силы F_{13} и F_{23} направлены противоположно, поэтому равнодействующая сила $\vec{F} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}$ будет по модулю равна

$$F = |F_{13} - F_{23}| = kq_3\left|\frac{q_1}{r_{13}^2} - \frac{q_2}{r_{23}^2}\right| =$$

$$= 9 \cdot 10^9\,\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot 2 \cdot 10^{-9}\ \text{Кл} \cdot \left|\frac{10^{-8}\ \text{Кл}}{9 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2} - \frac{1{,}6 \cdot 10^{-8}\ \text{Кл}}{16 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2}\right| =$$

$$= 18\,(1/9 - 1/10) \cdot 10^{-2}\ \text{Н} = 2 \cdot 10^{-3}\ \text{Н} = 2\ \text{мН}.$$

Ответ: $F = 2$ мН.

№ 691(686).

Пусть $DA = AC = CB = r$. Со стороны заряда $+q$ на заряд $q/2$ в точке C действует сила отталкивания в направлении от C к B, равная $kq^2/2r^2$. Со стороны заряда — q на заряд $q/2$ действует сила притяжения

$$F_\text{п} = \left|k\frac{-q^2}{2r^2}\right|,$$

направленная также от C к B. Равнодействующая сила будет равна сумме сил и составит kq^2/r^2. В точке D на заряд $q/2$ со стороны заряда $+q$ действует сила отталкивания $kq^2/2r^2$, направленная от A к D. Со стороны заряда $-q$ действует сила притяжения, равная

$$\left|k\frac{-q^2}{2(3r)^2}\right| = k\frac{q^2}{18r^2}.$$

Равнодействующая этих сил равна разности

$$k\frac{q^2}{2r^2}-k\frac{q^2}{18r^2}=k\frac{4q^2}{9r^2}.$$

Таким образом, в точке C действующая сила в $9/4 = 2{,}25$ раза больше, чем в точке D.

Ответ: в точке C в 2,25 раза больше.

№ 692(687).

Дано:	Решение:
$q_1 = 90$ нКл $q_2 = 10$ нКл $r = 4$ см	Пусть заряд q отстоит от заряда q_1 на расстояние x вдоль прямой, соединяющей заряды q_1 и q_2. Чтобы силы, действующие на заряд q со стороны одноименных зарядов q_1 и q_2, компенсировали друг друга, необходимо, чтобы q находился между q_1 и q_2.
x — ?	

Тогда расстояние от q до q_2 будет равно $(r - x)$. Запишем выражения для действующих сил и приравняем их друг другу.

$$k\frac{q_1q}{x^2}=k\frac{q_2q}{(r-x)^2}\Rightarrow\frac{(r-x)^2}{x^2}=\frac{q_2}{q_1}\Rightarrow\frac{r}{x}-1=\sqrt{\frac{q_2}{q_1}}\Rightarrow\frac{x}{r}=\frac{1}{1+\sqrt{\frac{q_2}{q_1}}}\Rightarrow$$

$$x=\frac{r}{1+\sqrt{\frac{q_2}{q_1}}}=\frac{4\text{ см}}{1+\sqrt{\frac{10\text{ нКл}}{90\text{ нКл}}}}=3\text{ см}.$$

То есть пробный заряд надо поместить в 3 см от большего и в $(r - x) = 1$ см от меньшего заряда.

Ответ: в 1 см от меньшего заряда и в 3 см от большего заряда.

№ 693(688).

Поскольку расстояние от центра шестиугольника до его вершины одинаково и равно a, то на заряд $+q$ действуют шесть равных по модулю сил kq^2/a^2. Со стороны зарядов $+q$ и $-q$, лежащих на диагонали, проходящей через центр шестиугольника, на заряд $+q$ действует результирующая сила $2kq^2/a^2$, направленная от $+q$ к $-q$. Со стороны остальных двух пар зарядов действуют такие же силы, направленные по двум другим центральным диагоналям. Задача сводится к нахождению векторной суммы этих трех сил. Складывая их по правилу параллелограмма и учитывая, что сумма крайних векторов равна среднему вектору (правильные треугольники), получим, что результирующая сила равна $2 \cdot 2kq^2/a^2 = 4kq^2/a^2$. Так как $k = 1/4\pi\varepsilon_0$, то $F = q^2/\pi\varepsilon_0 a^2$.

№ 694(689).

Дано:	Решение:
$q_1 = 40$ нКл $q_2 = -10$ нКл $r = 10$ см	Заряды q_1 и q_2 разноименные, следовательно, пробный заряд (независимо от знака) к одному из них будет притягиваться, а от другого отталкиваться. Необходимо, чтобы силы притяжения компенсировали силы отталкивания.
x — ?	

Если мы поместим пробный заряд между зарядами q_1 и q_2, то силы притяжения и отталкивания будут направлены в одну сторону и не смогут компенсировать друг друга. Следовательно, пробный заряд должен находиться на прямой, соединяющей q_1 и q_2, так, чтобы q_1 и q_2 были по одну сторону от него. Поскольку $|q_1| > |q_2|$, то пробный заряд q должен находиться со стороны заряда q_2. Тогда расстояние x от q до q_2 будет меньше расстояния $(r + x)$ от q до q_1 и компенсация сил возможна. Запишем равенство сил

$$k\frac{|q_1q|}{(r+x)^2} = k\frac{|q_2q|}{x^2} \Rightarrow \frac{(r+x)^2}{x^2} = \left|\frac{q_1}{q_2}\right| \Rightarrow \frac{r+x}{x} = \sqrt{\left|\frac{q_2}{q_1}\right|} \Rightarrow \frac{r}{x} = \sqrt{\left|\frac{q_2}{q_1}\right|} - 1 \Rightarrow$$

$$x = \frac{r}{\sqrt{\left|\frac{q_2}{q_1}\right|} - 1} = \frac{10\ \text{см}}{\sqrt{\frac{40\ \text{нКл}}{10\ \text{нКл}}} - 1} = 10\ \text{см}.$$

Расстояние до q_1 составит $(r + x) = 10$ см $+ 10$ см $= 20$ см. Очевидно, результат не зависит от величины и знака пробного заряда, так как согласно принципу суперпозиции полей, напряженность электрического поля, создаваемая в найденной точке зарядами q_1 и q_2, равна нулю. Следовательно, на любой электрический заряд там не будет действовать кулоновская сила.

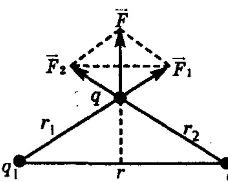
Ответ: в 10 см от заряда – 10 нКл и в 20 см от заряда 40 нКл.

№ 695(690).

Дано:
$|q_1| = |q_2| = 25$ нКл $= 2{,}5 \cdot 10^{-8}$ Кл
$r = 24$ см $= 0{,}24$ м
$q = 2$ нКл $= 2 \cdot 10^{-9}$ Кл
$r_1 = r_2 = 15$ см $= 0{,}15$ м
F — ?

Решение:
1. Заряды одноименные. Модули сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ равны друг другу и составляют величину

$$F_1 = F_2 = k\frac{q_1q}{r_1^2} = k\frac{q_2q}{r_2^2}.$$



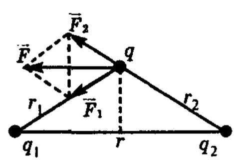
Сила $\vec{F}$ является векторной суммой сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ и находится по правилу параллелограмма. Из подобия треугольников находим

$$\frac{F/2}{F_1} = \sqrt{r_2^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2}\Big/r_2 \Rightarrow F = 2F_1\sqrt{1 - \left(\frac{r}{2r_2}\right)^2} = 2k\frac{q_2q}{r_2^2}\sqrt{1 - \left(\frac{r}{2r_2}\right)^2} =$$

$$= 2 \cdot 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot \frac{2{,}5 \cdot 10^{-8}\ \text{Кл} \cdot 2 \cdot 10^{-9}\ \text{Кл}}{0{,}0225\ \text{м}^2} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0{,}24\ \text{м}}{2 \cdot 0{,}15\ \text{м}}\right)^2} =$$

$$= 2{,}4 \cdot 10^{-5}\ \text{Н} = 24\ \text{мкН}.$$

2. Заряды разоименные (q_1 — отрицательный).
Из подобия треугольников



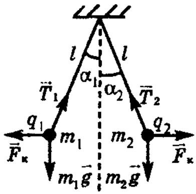
$$\frac{F/2}{F_2} = \frac{r/2}{r_2} \Rightarrow F = F_2\frac{r}{r_2} = k\frac{q_2q}{r_2^2} \cdot \frac{r}{r_2} =$$

$$= 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot \frac{2{,}5 \cdot 10^{-8}\ \text{Кл} \cdot 2 \cdot 10^{-9}\ \text{Кл}}{0{,}0225\ \text{м}^2} \cdot \frac{8}{5} =$$

$$= 3{,}2 \cdot 10^{-5}\ \text{Н} = 32\ \text{мкН}.$$

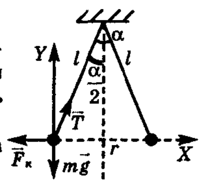
Ответ: 1) $F = 24$ мкН; 2) $F = 32$ мкН.

№ 696(691).



Обратимся к рисунку. Шарики взаимодействуют друг с другом посредством электрического поля. По третьему закону Ньютона в инерциальной системе отсчета тела взаимодействуют друг с другом с силами, равными по величине и противоположными по направлению. На каждый шарик действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, кулоновская сила $\vec{F}_к$ и сила натяжения нити $\vec{T}$. В условиях равновесия сумма всех сил равна нулю и угол отклонения нити α дается формулой $\operatorname{tg}\alpha = F_к/mg$. Как мы только что говорили, кулоновские силы для обоих шариков одинаковы независимо от величины зарядов и в случае равенства масс $m_1 = m_2$ углы отклонения будут одинаковы ($\alpha_1 = \alpha_2$). Если $m_1 < m_2$, то $\operatorname{tg}\alpha_1 < \operatorname{tg}\alpha_2$ и более тяжелый шарик отклонится на меньший угол. Ответ: а) одинаковые; б) угол отклонения второго больше.

№ 697(н).



Дано:	Решение:
$l = 1$ м $m = 2{,}7$ г $=$ $\doteq 2{,}7 \cdot 10^{-3}$ кг $\alpha = 60°$	Рассмотрим равновесие одного из шариков. Сумма сил Кулона $\vec{F}_к$, тяжести $m\vec{g}$ и натяжения нити $\vec{T}$ должна быть равна нулю: $\vec{F}_к + m\vec{g} + \vec{T} = 0$.
q — ?	Спроецируем векторное уравнение на координатные оси:

$$X\colon T\sin\alpha/2 - F_к = 0,$$
$$Y\colon T\cos\alpha/2 - mg = 0.$$

Исключая T из системы уравнений, получим $F_к = mg \cdot \operatorname{tg}\alpha/2$. Сила кулоновского отталкивания зарядов $F_к = kq^2/r^2$. Расстояние между зарядами $r = 2l\sin\alpha/2$. Тогда

$$\frac{kq^2}{4l^2\sin^2\frac{\alpha}{2}} = mg\cdot\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} \Rightarrow q = 2l\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{\frac{mg\cdot\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}{k}} =$$

$$= 2\cdot 1\text{ м}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2{,}7\cdot 10^{-3}\text{ кг}\cdot 10\text{ м/с}^2\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}}{9\cdot 10^9\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}}} = 1{,}32\cdot 10^{-6}\text{ Кл} = 1{,}32\text{ мкКл}.$$

Ответ: $q = 1{,}32$ мкКл.

№ 698(693).

Дано:	Решение:
$q = 2$ нКл $= 2\cdot 10^{-9}$ Кл $F = 0{,}4$ мкН $= 4\cdot 10^{-7}$ Н	По определению напряженностью электрического поля называется отношение силы $\vec{F}$, действующей на заряд q, к величине этого заряда $\vec{E} = \vec{F}/q$.
E — ?	

Находим $$E = \frac{F}{q} = \frac{4\cdot 10^{-7}\text{ Н}}{2\cdot 10^{-9}\text{ Кл}} = 200\text{ Н/Кл} = 200\text{ В/м}.$$

Ответ: $E = 200$ В/м.

№ 699(694).

Дано:	Решение:
$q = 12$ нКл $= 1{,}2 \cdot 10^{-8}$ Кл	По определению на заряд q в поле напряженностью $\vec{E}$ действует сила $\vec{F} = q\vec{E}$.
$E = 2$ кВ/м $= 2 \cdot 10^3$ В/м	$F = 1{,}2 \cdot 10^{-8}$ Кл $\cdot 2 \cdot 10^3$ В/м $= 2{,}4 \cdot 10^{-5}$ Н $=$
F — ?	$= 24$ мкН.

Ответ: $F = 24$ мкН.

№ 700(695).

Дано:	Решение:
$E = 10$ кВ/м $= 10^4$ В/м	На электрон в поле с напряженностью $\vec{E}$ действует
a — ?	сила $\vec{F} = e\vec{E}$, где e — заряд электрона.

По второму закону Ньютона $m\vec{a} = e\vec{E}$ и ускорение a равно

$$a = \frac{eE}{m} = 1{,}759 \cdot 10^{11}\ \text{Кл/кг} \cdot 10^4\ \text{В/м} \approx 1{,}76 \cdot 10^{15}\ \text{м/с}^2.$$

Ответ: $a = 1{,}76 \cdot 10^{15}$ м/с^2.

№ 701(696).

Дано:	Решение:
$q = 36$ нКл $=$	Величина напряженности электрического поля E, созда-
$= 3{,}6 \cdot 10^{-8}$ Кл	ваемого зарядом q, дается формулой $E = kq/r^2$, где r —
$r_1 = 9$ см $= 0{,}09$ м	расстояние от заряда до точки, в которой измеряется нап-
$r_2 = 18$ см $= 0{,}18$ м	ряженность поля.
E_1 — ?, E_2 — ?	

$$E_1 = k\frac{q}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot \frac{3{,}6 \cdot 10^{-8}\ \text{Кл}}{81 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2} = 40\ \text{кВ/м}.$$

$$E_2 = k\frac{q}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot \frac{3{,}6 \cdot 10^{-8}\ \text{Кл}}{0{,}0324\ \text{м}^2} = 10\ \text{кВ/м}.$$

Ответ: $E_1 = 40$ кВ/м, $E_2 = 10$ кВ/м.

№ 702(697).

Дано:	Решение:
q_1; q_2;	Заряд q_1 создает в точке C напряженность поля, рав-
$AC = 6$ см $= 6 \cdot 10^{-2}$ м	ную по модулю $k\lvert q_1\rvert/(AC)^2$, а точке D напряженность
$CB = BD = 3$ см $=$	$k\lvert q_1\rvert/(AC + BC + BD)^2$. Заряд q_2 создает в точке C
$= 3 \cdot 10^{-2}$ м	напряженность электрического поля $k\lvert q_2\rvert/(BC)^2$. В
E_C — ?, E_D — ?	точке D этот заряд создает напряженность $k\lvert q_2\rvert/(BD)^2 = k\lvert q_2\rvert/(BC)^2$, так как $CB = BD$.

Теперь приступим к вычислению проекции результирующего поля.

а) $q_1 = 40$ нКл $= 4 \cdot 10^{-8}$ Кл; $q_2 = 10$ нКл $= 10^{-8}$ Кл.

В точке C проекции $E_{1x} > 0$ и $E_{2x} < 0$.

$$E_{Cx} = E_1 - E_2 = k\frac{q_1}{(AC)^2} - k\frac{q_2}{(BC)^2} =$$

$$= 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-8}\ \text{Кл}}{36 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2} - 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot \frac{10^{-8}\ \text{Кл}}{9 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2} = 10^5\ \text{В/м} - 10^5\ \text{В/м} = 0.$$

В точке D проекции $E_{1x} > 0$ и $E_{2x} > 0$.

$$E_{Dx} = E_1 + E_2 = k\frac{q_1}{(AC+BC+BD)^2} + k\frac{q_2}{(BD)^2} =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-8}\ \text{Кл}}{144 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2} + 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot \frac{10^{-8}\ \text{Кл}}{9 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2} =$$

$$= 0,25 \cdot 10^5\ \text{В/м} + 10^5\ \text{В/м} = 1,25 \cdot 10^5\ \text{В/м} = 125\ \text{кВ/м}.$$

б) $q_1 = 4 \cdot 10^{-8}$ Кл; $q_2 = -10^{-8}$ Кл.
В точке C проекции $E_{1x} > 0$ и $E_{x2} < 0$.
$E_{Cx} = E_1 + E_2 = 10^5$ В/м $+ 10^5$ В/м $= 2 \cdot 10^5$ В/м $= 200$ кВ/м.
В точке D проекции $E_{1x} > 0$ и $E_{2x} < 0$.
$E_{Dx} = E_1 - E_2 = 0,25 \cdot 10^5$ В/м $- 10^5$ В/м $= -0,75 \cdot 10^5$ В/м $= -75$ кВ/м.

в) $q_1 = -4 \cdot 10^{-8}$ Кл; $q_2 = 10^{-8}$ Кл.
В точке C проекции $E_{1x} < 0$ и $E_{2x} < 0$.
$E_{Cx} = -E_1 - E_2 = -10^5$ В/м $- 10^5$ В/м $= -2 \cdot 10^5$ В/м $= -200$ кВ/м.
В точке D проекции $E_{1x} < 0$ и $E_{2x} > 0$.
$E_{Dx} = -E_1 + E_2 = -0,25 \cdot 10^5$ В/м $+ 10^5$ В/м $= 0,75 \cdot 10^5$ В/м $= 75$ кВ/м.

г) $q_1 = -4 \cdot 10^{-8}$ Кл; $q_2 = -10^{-8}$ Кл.
В точке C проекции $E_{1x} < 0$ и $E_{2x} > 0$.
$E_{Cx} = -E_1 + E_2 = 0$.
В точке D проекции $E_{1x} < 0$ и $E_{2x} < 0$.
$E_{Dx} = -E_1 - E_2 = -0,25 \cdot 10^5$ В/м $- 10^5$ В/м $= -1,25 \cdot 10^5$ В/м $= -125$ кВ/м.
Ответ: а) $E_{Cx} = 0$, $E_{Dx} = 125$ кВ/м; б) $E_{Cx} = 200$ кВ/м, $E_{Dx} = -75$ кВ/м;
в) $E_{Cx} = -200$ кВ/м, $E_{Dx} = 75$ кВ/м; г) $E_{Cx} = 0$, $E_{Dx} = -125$ кВ/м.

№ 703(698).

Дано:	Решение:
$q_1 = q_2 = 0,1$ мкКл $= 10^{-7}$ Кл $r = 6$ см $= 0,06$ м $r_1 = r_2 = 5$ см $= 0,5$ м	Решение задачи аналогично № 695 с той лишь разницей, что здесь мы будем складывать не силы, а напряженности электрических полей. а) пусть $q_1 = q_2 > 0$.
E — ?	Напряженности складываются так же, как силы на первом рисунке задачи № 695.

$$E = 2E_1\sqrt{1-\left(\frac{r}{2r_1}\right)^2} = 2k\frac{q_1}{r_1^2}\sqrt{1-\left(\frac{r}{2r_1}\right)^2} = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot \frac{10^{-7}\ \text{Кл}}{25 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2} \times$$

$$\times \sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2} = 5,76 \cdot 10^{-5}\ \text{Н/м} = 576\ \text{кВ/м}.$$

б) пусть $q_1 < 0$ и $q_2 > 0$, $|q_1| = |q_2|$. Из второго рисунка задачи № 695 ясно, как складываются напряженности поля в этом случае.

$$E = E_2\frac{r}{r_2} = k\frac{q_2}{r_2^2}\frac{r}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot \frac{10^{-7}\ \text{Кл}}{25 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2} \cdot \frac{6}{5} =$$

$$= 0,432 \cdot 10^6 \text{ Н/Кл} = 432 \text{ кВ/м}.$$

Ответ: а) $E = 576$ кВ/м; б) $E = 432$ кВ/м.

№ 704(699).

Дано:
$|q_2| = 4|q_1|$
$E = 0$
$r = a$
x — ?

Решение:
а) В случае одноименных зарядов точка нулевой напряженности поля может находиться только между зарядами, так как только в этом случае векторы напряженности электрического поля будут противоположно направлены и, следовательно, будут компенсировать друг друга. Пусть x — расстояние от меньшего заряда q_1 до искомой точки. Очевидно, искомая точка лежит на отрезке прямой, соединяющей заряды q_1 и q_2, так как из требования $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0$, следует, что $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ антипараллельны. Так как расстояние от искомой точки до заряда q_2 будет равно $(a - x)$, получаем уравнение

$$k\frac{q_1}{x^2} = k\frac{q_2}{(a-x)^2}. \text{ Так как } q_2 = 4q_1, \text{ то } \frac{a-x}{x} = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} = 2 \text{ и } x = a/3.$$

То есть искомая точка находится на расстоянии $a/3$ от меньшего заряда и на расстоянии $2a/3$ от большего заряда.

б) В случае разноименных зарядов точка нулевой напряженности также должна находиться на прямой, соединяющей q_1 и q_2 в силу равенства $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0$. Очевидно, она должна находиться вне отрезка, соединяющего заряды, чтобы компенсация имела место. Интуитивно ясно, что эта точка должна быть ближе к меньшему заряду и дальше от большего заряда. То есть она должна быть со стороны меньшего заряда. Пусть x — расстояние от искомой точки до заряда q_1. Тогда $(x + a)$ — расстояние от этой точки до заряда q_2. Напишем уравнение, отражающее равенство напряженностей:

$$k\frac{|q_1|}{x^2} = k\frac{|q_2|}{(a+x)^2} \Rightarrow \frac{a+x}{x} = \sqrt{\left|\frac{q_2}{q_1}\right|} = \sqrt{4} = 2 \text{ и } x = a.$$

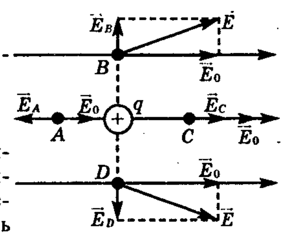
Таким образом, искомая точка находится на расстоянии a от заряда q_1 и на расстоянии $(a + a) = 2a$ от заряда q_2.

Ответ: а) на прямой, соединяющей заряды, на расстоянии $a/3$ от меньшего и $2a/3$ от большего; б) на той же прямой на расстоянии a от меньшего и $2a$ от большего.

№ 705(700).

Дано:
$q = 27$ нКл $= 2,7 \cdot 10^{-8}$ Кл
$E_0 = 40$ кВ/м $= 4 \cdot 10^4$ В/м
$r = 9$ см $= 0,09$ м
E — ?

Решение:
Обратимся к рисунку.



Заряд q создает вокруг себя сферически симметричное электрическое поле, напряженность которого убывает в зависимости от расстояния r по закону kq/r^2. Поэтому модуль вектора этого поля одинаков в точках A, B, C и D, отстоящих от заряда q на одинаковое расстояние r. Точки A и C лежат на силовой линии однородного электрического поля $\vec{E}_0$, проходящей через заряд q. Точки B и D лежат на перпендикуляре к вектору $\vec{E}_0$, проходящему через заряд q. Направление векторов напряженности поля, создаваемого зарядом q в точках A, B, C и D, показано на рисунке. Это векторы $\vec{E}_A$, $\vec{E}_B$, $\vec{E}_C$ и $\vec{E}_D$. По принципу суперпозиции полей в каждой точке пространства складываются векторы $\vec{E}_0$ и $\vec{E}_q$ — напряженности, создаваемой зарядом q. В точке A суммарный вектор $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_A$. В проекции на направление поля $\vec{E}_0$ получаем

$$E = E_0 - E_A = E_0 - k\frac{q}{r^2} = 4 \cdot 10^4\ \text{В/м} \cdot 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot \frac{2{,}7 \cdot 10^{-8}\ \text{Кл}}{81 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2} =$$

$$= 4 \cdot 10^4\ \text{В/м} - 3 \cdot 10^4\ \text{В/м} = 10^4\ \text{В/м} = 10\ \text{кВ/м}.$$

В точке C суммарный вектор $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_C$. В проекции на направление поля

$$E = E_0 + E_C = 4 \cdot 10^4\ \text{В/м} + 3 \cdot 10^4\ \text{В/м} = 7 \cdot 10^4\ \text{В/м} = 70\ \text{кВ/м}.$$

В точке B $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_B$. Модуль вектора $\vec{E}$ находим по теореме Пифагора

$$E = \sqrt{E_0^2 + E_B^2} = 10^4\sqrt{4^2 + 3^2}\ \text{В/м} = 5 \cdot 10^4\ \text{В/м} = 50\ \text{кВ/м}.$$

Очевидно, в точке D также $E = 50$ кВ/м.

Ответ: 10 кВ/м; 70 кВ/м;50 кВ/м;50 кВ/м.

№ 706(701).

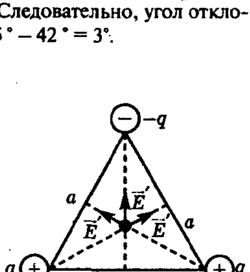
Дано:	Решение:
$\Delta q = 0{,}1q$ $\alpha = 45°$	
$\Delta\alpha$ — ?	

На шарик действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения нити $\vec{T}$ и кулоновская сила $\vec{F}_к = \vec{E}q$, где $\vec{E}$ — напряженность горизонтального электрического поля и q — заряд металлического шарика. Если α — угол отклонения нити от вертикали, то в равновесии $\operatorname{tg}\alpha = F_к/mg = Eq/mg$ (см. задачу № 697). Так как в начале $\alpha = 45°$, то $\operatorname{tg}\alpha = 1$ и $Eq = mg$. Отсюда напряженность электрического поля $E = mg/q$. После стекания с шарика заряда $\Delta q = 0{,}1q$ на нем остался заряд $0{,}9q$ и кулоновская сила стала $F'_к = 0{,}9Eq$. Так как напряженность электрического поля не изменилась и осталась равной $E = mg/q$, мы можем выразить $F'_к = 0{,}9mgq/q = 0{,}9mg$. Новый угол отклонения α' найдем из условия равновесия шарика $\operatorname{tg}\alpha' = F'_к/mg = 0{,}9mg/mg = 0{,}9$. Отсюда $\alpha' = \operatorname{arctg} 0{,}9 = 42°$. Следовательно, угол отклонения уменьшится на величину $\Delta\alpha = \alpha - \alpha' = 45° - 42° = 3°$.

Ответ: на 3°.

№ 707(702).

Дано:	Решение:
a	
E — ?	



Обратимся к рисунку. По принципу суперпозиции полей каждый заряд создает в центре правильного треугольника напряженность электрического поля $\vec{E}'$, равную по модулю kq/r^2, где $r = a/\sqrt{3}$ — расстояние от центра треугольника до его вершины. Таким образом $E' = k3q/a^2$. Результирующая напряженность будет равна векторной сумме напряженностей $\vec{E}'$, создаваемых зарядами, находящимися в вершинах треугольника. В силу симметрии системы вектор результирующей напряженности поля направлен от центра треугольника к заряду $-q$. Его модуль равен

$$E = E' + 2E' \cos 60^\circ = k\frac{3q}{a^2} + 2k\frac{3q}{a^2} \cdot \frac{1}{2} = k\frac{6q}{a^2}.$$

Подставляя $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, получим $E = \dfrac{6q}{4\pi\varepsilon_0 a^2} = \dfrac{3q}{2\pi\varepsilon_0 a^2}$.

Ответ: $E = 3q/2\pi\varepsilon_0 a^2$.

№ 708(703).

Дано:	Решение:
q, $\vec{E}$, m	На шарик действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$, направленная
$y(x)$ — ?	вертикально вниз, и кулоновская сила $\vec{F} = E\vec{q}$, направленная горизонтально вдоль оси X.

Таким образом шарик движется вниз равноускоренно с ускорением g и горизонтально с ускорением $a = Eq/m$. Поскольку его начальная скорость равна нулю, то изменение координат шарика от времени дается следующими кинематическими уравнениями

$$\begin{cases} y = y_0 + \dfrac{gt^2}{2} \\ x = x_0 + \dfrac{at^2}{2} \end{cases}.$$

Полагая для простоты начальные координаты равными нулю ($x_0 = 0$ и $y_0 = 0$) и исключая время t из уравнений, получим $y = mgx/qE$. Таким образом шарик будет двигаться по прямой $y = mgx/qE$ равноускоренно.

Ответ: прямолинейное, равноускоренное: $y = mgx/qE$.

33. Проводники в электрическом поле. Поле заряженного шара и пластины. Диэлектрики в электрическом поле

№ 709(704).

Наличие заряда на гильзе определим по наличию у нее электрического поля.

1) Если поднести к гильзе положительно заряженный предмет (например, стеклянную палочку, натертую шелком), то при наличии положительного заряда гильза будет отталкиваться от этого предмета. Если гильза имеет отрицательный заряд или не заряжена, она будет притягиваться к положительно заряженному предмету. Последний случай будет иметь место, потому что из-за электростатической индукции на противоположных сторонах гильзы соберутся заряды разного знака, причем отрицательные заряды будут ближе к положительно заряженному предмету.

2) Если поднести к гильзе отрицательно заряженный предмет (например, эбонитовую палочку, натертую шерстью), то при наличии отрицательного заряда гильза будет отталкиваться от этого предмета. Если гильза заряжена положительно или не заряжена, она будет притягиваться.

3) Если поднести к гильзе незаряженный проводник, например, такую же алюминиевую гильзу на шелковой нити, то незаряженная гильза двигаться не будет. Заряженная гильза сначала притянется к незаряженной вследствие электростатической индукции, а после касания гильз они будут отталкиваться, так как заряд распределится между ними и они будут отталкиваться, так как заряд распределится между ними и они станут одинаково заряженными.

4) Можно коснуться гильзы стержнем электрометра и если его стрелка отклонится — гильза заряжена.

№ 710(705).

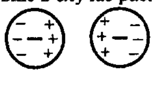
Если бы электрометр был заряжен отрицательно, то по мере приближения к нему отрицательно заряженного предмета отклонение стрелки монотонно увеличивалось бы. Это должно происходить вследствие электростатической индукции, когда электростатическое поле отрицательно заряженного предмета заставляло бы электроны оттекать к стрелке независимо от расстояния до электрометра. Так как отклонение стрелки меняется немонотонно, то заряд на электрометре был положительный. При этом по мере приближения отрицательного заряда происходит перезарядка стрелки электрометра с плюса на минус и ее отклонение меняется указанным образом.
Ответ: положительный.

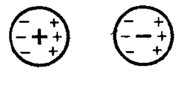
№ 711(706).

Вследствие электростатической индукции на листочке фольги произойдет разделение зарядов. Если фольга лежит на металлической заземленной поверхности, она зарядится зарядом противоположного знака, так как заряды одноименного знака уйдут в «землю». При этом притяжение между фольгой и палочкой всегда будет иметь место. Если фольга лежит на сухом стекле, она останется электрически нейтральной. При этом расстояние от электрических слоев на противоположных поверхностях фольги до заряженного предмета будет примерно одинаковым, так как толщина фольги много меньше расстояния до заряженной палочки. И только когда палочка приблизится на расстояние, сопоставимое с толщиной фольги, произойдет притяжение. Ясно, что в первом случае притяжение будет с большего расстояния.
Ответ: в первом.

№ 712(707).

Если расстояние между шарами сравнимо с их радиусами, то вследствие электростатической индукции произойдет перераспределение зарядов по поверхности. Если шары заряжены одноименно, например, отрицательно, то распределение зарядов будет таким, как показано на рисунке *а*. При этом внутренние слои как бы экранируют основной заряд, ослабляя отталкивание. Если шары заряжены разноименно, то перераспределение зарядов приведет к усилению притяжения, как это проиллюстрировано на рисунке *б*.
Ответ: больше в случае разноименных зарядов.

а) 

б) 

№ 713(708).

Приведем шары в соприкосновение. Поднесем палочку сбоку к одному из шаров. Произойдет разделение зарядов вследствие электростатической индукции по противоположным поверхностям системы двух контактирующих шаров. Не меняя положение палочки отодвинем дальний шар от ближнего к палочке. Произойдет пространственное разделение зарядов. Уберем заряженную палочку. Так как шары были электрически нейтральны, то сумма избыточных отрицательных зарядов на одном из шаров будет равняться сумме избыточных положительных зарядов на другом шаре. Что и требовалось осуществить.

№ 714(709).

Под действием внешнего поля произойдет перераспределение зарядов на поверхности шара. Шар поляризуется и станет диполем. Поле этого диполя исказит внешнее однородное поле. Можно также утверждать, что поверхность проводника является эквипотенциальной поверхностью, а линии напряженности электрического поля всегда перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям. Поэтому вблизи шара поле будет искажено.
Ответ: не останется.

№ 715(710).

Изолированный незаряженный проводник поляризуется в электрическом поле заряженного электрометра. При этом на ближнем конце проводника соберутся заряды, противоположные заряду электрометра. Они «оттянут» часть заряда стержня электрометра от стрелки и его показания уменьшатся. Если поднести заземленный проводник, то он зарядится противоположным зарядом в поле электрометра, так как одноименные заряды стекут в «землю». При этом взаимодействие с электрометром будет сильнее, чем в случае с поляризованным изолированным проводником (диполем) и показания электрометра уменьшатся сильнее, чем в первом случае.
Ответ: уменьшились, причем во втором случае больше.

№ 716(711).

Наэлектризованное тело поляризует гильзу и она становится диполем. При прикосновении к гильзе пальцем, заряды одноименного (с наэлектризованным телом) знака перетекают на тело человека, а гильза становится заряженной противоположным зарядом. При этом возникает электростатическое притяжение более сильное, чем в случае с диполем, так как поле диполя слабее поля заряда и убывает сильнее с расстоянием.

№ 717(712).

Когда к шарам поднесли отрицательно заряженную палочку, шар A приобрел дополнительный отрицательный заряд, а шар B — положительный (вследствие электростатической индукции). Когда шары отодвинули, избыточный отрицательный заряд остался на шаре A и он всегда будет заряжен отрицательно. На шаре B остался индуцированный положительный заряд, и, если он меньше первоначального отрицательного заряда шара, то шар B останется отрицательно заряженным. Если индуцированный положительный заряд равен отрицательному заряду шара B, то он станет нейтральным.

И, наконец, если положительный индуцированный заряд больше первоначального отрицательного, то шар B станет положительно заряженным.

№ 718(713).

Дано:	Решение:
$R = 3$ см $= 0{,}03$ м $q = 16$ нКл $= 1{,}6 \cdot 10^{-8}$ Кл $r_1 = 2$ см $= 0{,}02$ м $r_2 = 4$ см $= 0{,}04$ м	Поверхностной плотностью заряда σ называется отношение заряда q, занимающего поверхность площадью S, к величине этой площади: $\sigma = q/S$. Площадь поверхности шара $S = 4\pi R^2$. Отсюда для шара радиуса R
$\sigma - ?, E_1 - ?, E_2 - ?$	

$$\sigma = \frac{q}{4\pi R^2} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-8}\ \text{Кл}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 9 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2} = 1{,}4 \cdot 10^{-6}\ \text{Кл/м}^2 = 1{,}4\ \text{мкКл/м}^2.$$

Напряженность электрического поля, создаваемого проводящей сферой радиуса R, зависит от расстояния r до центра сферы и дается выражением

$$E(r) = \begin{cases} 0, & \text{если } r < R \\ k\dfrac{|q|}{r^2}, & \text{если } r \geq R. \end{cases}$$

Так как по условию задачи $r_1 < R$, то в этой точке напряженность электрического поля равна нулю (внутри проводнящей сферы поле отсутствует). В точке $r_2 > R$ напряженность поля

$$E = k\frac{q}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-8}\ \text{Кл}}{16 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2} = 9 \cdot 10^4\ \text{Н/Кл} = 90\ \text{кВ/м}.$$

Ответ: $\sigma = 1{,}4$ мкКл/м^2, $E_1 = 0$, $E_2 = 90$ кВ/м.

№ 719(714).

Дано:	Решение:
σ; $d = 2R$	Определим заряд шара. Так как поверхностная плотность заряда $\sigma = q/S$, то $q = \sigma S = \sigma 4\pi R^2$. Расстояние от данной точки до центра
$E - ?$	

шара равно $r = 3R$. Отсюда напряженность электрического поля в данной точке

$$E = k\frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\sigma 4\pi R^2}{(3r)^2} = \frac{\sigma}{9\varepsilon_0}.$$

Ответ: $E = \sigma/9\varepsilon_0$.

№ 720(715).

Заряженный металлический лист несет заряды на обеих сторонах. Когда его свернут в цилиндр, на внутренней стороне зарядов почти не останется, так как электрическое поле сможет проникать внутрь проводящего цилиндра только с торцов. Большинство зарядов перейдут с внутренней поверхности на наружную и их поверхностная плотность увеличится.

№ 721(716).

Дано:	Решение:
$\sigma = 354$ нКл/м$^2 = 3{,}54 \cdot 10^{-7}$ Кл/м^2	Бесконечная заряженная пластина создает однородное электрическое поле, напряженность которого выражается через
$E - ?$	

поверхностную плотность заряда σ формулой $E = \sigma/2\varepsilon_0$, где ε_0 — электрическая постоянная в системе СИ. Находим

$$E = \frac{3{,}54 \cdot 10^{-7}\ \text{Кл/м}^2}{2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}} = 2 \cdot 10^4\ \text{Н/Кл} = 20\ \text{кВ/м}.$$

Ответ: $E = 20$ кВ/м.

№ 722(717).

Рассмотрим систему электрометр—заряженная палочка. Когда палочку подносят к электрометру, электрическое поле палочки индуцирует на конце стержня прибора заряд противоположного своему знака. По закону сохранения заряда на стрелке электрометра появится заряд того же знака, что и у палочки, численно равный заряду на конце стержня и палочки. Вследствие этого стрелка прибора покажет некоторое отклонение. Тепеть будем вдвигать стеклянную пластину в пространство между стержнем электрометра и заряженной палочкой так, чтобы они не контактировали друг с другом. Стекло является диэлектриком. В поле заряженной палочки диэлектрик поляризуется, на поверхности образуются связанные заряды, электрическое поле внутри него вследствие этого ослабляется в ε раз (ε — диэлектрическая проницаемость стекла). Однако вне стеклянной пластинки (в воздухе) напряженность электрического поля останется прежней. Диэлектрик как бы является «прозрачным» для электрического поля. Поэтому взаимодействие палочки и электрометра не изменится. Следовательно, вставка и удаление стеклянной пластины не вызовет изменений показаний электрометра и стрелка останется отклоненной. Если убрать заряженную палочку, то исчезнет внешний источник электрического поля. На электрометре не будет индуцированных зарядов, а диэлектрик не будет поляризован. При этом стрелка электрометра вернется к нулевой отметке, т. е. отклонится от первоначального положения.

Ответ: не отклонится; отклонится; не отклонится.

№ 723(718).

Дано:	Решение:
$\varepsilon_в = 3{,}5$ $\varepsilon_т = 7$ $\varepsilon_с = 6$ $E_т = 60$ В/м	Относительной диэлектрической проницаемостью среды ε называют физическую величину, равную отношению модуля напряженности E_0 электрического поля в вакууме к модулю напряженности E электрического поля в однородном диэлектрике: $\varepsilon = E_0/E$.
$E_в$ — ? $E_с$ — ? E_0 — ?	Зная напряженность поля в текстолите, найдем напряженность поля в вакууме: $E_0 = \varepsilon_т E_т = 7 \cdot 60$ В/м $= 420$ В/м. Напряженность поля в винипласте и слюде выражаем через E_0.

$$E_в = \frac{E_0}{\varepsilon_в} = \frac{420\ \text{В/м}}{3{,}5} = 120\ \text{В/м}.$$

$$E_с = \frac{E_0}{\varepsilon_с} = \frac{420\ \text{В/м}}{6} = 70\ \text{В/м}.$$

Ответ: $E_в = 120$ В/м, $E_с = 70$ В/м, $E_0 = 420$ В/м.

№ 724(719).

Дано:	Решение:
$\sigma = 40$ нКл/м^2 = $= 4 \cdot 10^{-8}$ Кл/м^2	В диэлектрической среде напряженность поля, создаваемого бесконечной заряженной пластиной, в ε раз меньше напряженности поля той же пластины в вакууме. Поэтому
$\varepsilon = 2{,}5$	
E — ?	

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{4 \cdot 10^{-8}\ \text{Кл/м}^2}{2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} \cdot 2{,}5} = 900\ \text{В/м}.$$

При этом считаем, что вблизи середины большой металлической заряженной пластины поле однородно.

Ответ: $E = 900$ В/м.

№ 725(720).

Дано:	Решение:
$F = 0{,}4$ мН = $= 4 \cdot 10^{-4}$ Н	Сила взаимодействия двух одинаковых зарядов q на расстоянии r в диэлектрической среде с проницаемостью ε выражается формулой
$r = 6$ см $= 0{,}06$ м	
$\varepsilon = 2{,}5$	
q — ?	

$$F = k\frac{q^2}{\varepsilon r^2} \Rightarrow$$

$$q = \sqrt{\frac{F\varepsilon r^2}{k}} = r\sqrt{\frac{F\varepsilon}{k}} = 6 \cdot 10^{-2}\ \text{м} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-4}\ \text{Н} \cdot 2{,}5}{9 \cdot 10^{9}\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}}} = 20\ \text{нКл}.$$

Ответ: $q = 20$ нКл.

№ 726(721).

Дано:	Решение:
$F_1 = F_2$	Пусть в воздухе величина зарядов была q_1, а в воде стала равной nq_1.
$q_2 = nq_1$	Сила взаимодействия зарядов в воздухе
$r_1 = r_2$	
$\varepsilon = 81$	
n — ?	

$$F_1 = k\frac{q_1^2}{r_1^2},$$

а в воде

$$F_1 = k\frac{n^2q_1^2}{\varepsilon r_1^2},$$

(с учетом $r_1 = r_2$). По условию $F_1 = F_2$ и тогда $n^2 = \varepsilon$ или $n = \sqrt{\varepsilon} = \sqrt{81} = 9$. То есть в воде величина зарядов должна быть в 9 раз больше, чем в воздухе.

Ответ: увеличить в 9 раз.

№ 727(722).

Дано:	Решение:
$F_1 = F_2$	Приравнивая силы, действующие между двумя одинаковыми зарядами q в воздухе и в керосине, получим уравнение
$q_1 = q_2 = q$	
$\varepsilon = 2{,}1$	
r_1/r_2 — ?	

$$k\frac{q^2}{r_1^2} = k\frac{q^2}{\varepsilon r_2^2} \Rightarrow \frac{r_1^2}{r_2^2} = \varepsilon \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{2{,}1} = 1{,}45.$$

То есть расстояние между зарядами в керосине должно быть меньше в 1,45 раза, чем расстояние между ними в воздухе.

Ответ: в керосине в 1,45 раза меньше, чем в воздухе.

№ 728(723).

Дано:	Решение:
$E = 20$ кВ/м $=$ $= 2 \cdot 10^4$ В/м $r = 3$ см $= 0{,}03$ м $q = 4$ нКл $=$ $= 4 \cdot 10^{-9}$ Кл ε — ?	Напряженность поля, создаваемого зарядом q на расстоянии r в диэлектрике с проницаемостью ε, равна

$$E = k\frac{q}{\varepsilon r^2} \Rightarrow$$

$$\varepsilon = \frac{kq}{Er^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot 4 \cdot 10^{-9}\ \text{Кл}}{2 \cdot 10^4\ \text{В/м} \cdot 9 \cdot 10^{-4}\ \text{м}} = 2.$$

Ответ: $\varepsilon = 2$.

№ 729(724).

Дано:	Решение:
$\varepsilon = 2{,}1$ $r_1 = 29$ см $= 0{,}29$ м $E_1 = E_2$ r_2 — ?	Напряженность поля точечного заряда в вакууме равна $E_0 = kq/r^2$, а в диэлектрической среде с проницаемостью ε – $E = kq/\varepsilon r^2$. Составляем уравнение $kq/r^2 = kq/\varepsilon r^2 \Rightarrow$

$$r_2^2 = \frac{r_1^2}{\varepsilon} \Rightarrow r_2 = \frac{r_1}{\sqrt{\varepsilon}} = \frac{0{,}29\ \text{м}}{\sqrt{2{,}1}} = 0{,}2\ \text{м} = 20\ \text{см}.$$

Ответ: $r_2 = 20$ см.

№ 730(725).

Дано:	Решение:
$\alpha = 60^\circ$ $\beta = 50^\circ$ ε — ?	После погружения шариков в жидкий диэлектрик напряженность электростатического поля уменьшилась в ε раз. В равновесии отношение силы отталкивания к силе тяжести равно тангенсу угла отклонения шариков от вертикали $F_к/mg = \text{tg}\,\alpha/2$ (см. задачу № 697).

Пусть длина нити будет равна l. Тогда в воздухе

$$F'_к = k\frac{q^2}{\left(2l\sin\frac{\alpha}{2}\right)^2},$$

а в диэлектрике

$$F''_к = k\frac{q^2}{\varepsilon\left(2l\sin\frac{\beta}{2}\right)^2}.$$

Так как

$$mg = \frac{F'_к}{\text{tg}\frac{\alpha}{2}} = \frac{F''_к}{\text{tg}\frac{\beta}{2}} \Rightarrow \frac{q^2}{\left(2l\sin\frac{\alpha}{2}\right)^2\text{tg}\frac{\alpha}{2}} = \frac{q^2}{\varepsilon\left(2l\sin\frac{\beta}{2}\right)^2\text{tg}\frac{\beta}{2}} \Rightarrow$$

$$\varepsilon = \frac{\text{tg}\frac{\alpha}{2}\sin^2\frac{\alpha}{2}}{\text{tg}\frac{\beta}{2}\sin^2\frac{\beta}{2}} = 1{,}7.$$

Ответ: $\varepsilon = 1{,}7$.

№ 731(726).

Дано:	Решение:
$m = 0{,}18$ г $= 1{,}8 \cdot 10^{-4}$ кг $E = 45$ кВ/м $= 4{,}5 \cdot 10^4$ В/м $\rho_1 = 1800$ кг/м^3 $\rho_2 = 900$ кг/м^3 q — ?	На шарик действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$ (направлена вертикально вниз), выталкивающая сила $\vec{F}_в$ и кулоновская сила $\vec{F}_к$ (направлены вертикально вверх). Так как шарик находится в покое, то $mg = F_к + F_в$. Выталкивающая

сила равна весу вытесненной жидкости: $F_в = g\rho_2 V$, где ρ_2 — плотность жидкости, V — объем шарика. Объем шарика найдем, зная его массу m и плотность ρ_1, $V = m/\rho_1$. Таким образом выталкивающая сила $F_в = mg\rho_2/\rho_1$. Кулоновская сила $F_к = qE$, где q — искомый заряд шарика, а E — напряженность электрического поля в диэлектрике. Получаем уравнение

$$mg = mg\frac{\rho_2}{\rho_1} + qE \Rightarrow q = \frac{mg}{E}\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) = \frac{1{,}8 \cdot 10^{-4}\ \text{кг} \cdot 9{,}8\ \text{м/с}^2}{4{,}5 \cdot 10^4\ \text{В/м}}\left(1 - \frac{1}{2}\right) =$$

$$= 1{,}96 \cdot 10^{-8}\ \text{Кл} \approx 20\ \text{нКл}.$$

Ответ: $q = 20$ нКл.

34. Энергия заряженного тела в электрическом поле. Разность потенциалов. Связь между напряженностью и напряжением

№ 732(727).

Дано:	Решение:
$\varphi_1 = 700$ В $\varphi_2 = 200$ В $\varphi_3 = -100$ В $\varphi_4 = 400$ В $q = 20$ нКл $=$ $= 2 \cdot 10^{-8}$ Кл A_1 — ? A_2 — ?	По определению разностью потенциалов $(\varphi_1 - \varphi_2)$ двух точек электрического поля называют величину, равную работе по перемещению единичного положительного заряда между этими точками, т. е. $\varphi_1 - \varphi_2 = A_{1\to 2}/q$. Поэтому работа поля будет: $A_1 = q(\varphi_1 - \varphi_2) = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл$(700\ \text{В} - 200\ \text{В}) = 10^{-5}$ Дж $= 10$ мкДж. $A_2 = q(\varphi_3 - \varphi_4) = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл$(-100\ \text{В} - 400\ \text{В}) = -10^{-5}$ Дж $=$ $= -10$ мкДж.

Ответ: $A_1 = 10$ мкДж, $A_2 = -10$ мкДж.

№ 733(728).

Дано:	Решение:
$q = -25$ нКл $=$ $= -2{,}5 \cdot 10^{-8}$ Кл $E = 1$ кВ/м $= 10^3$ В/м $l = 2$ см $= 0{,}02$ м A — ?, ΔU — ? $(\varphi_1 - \varphi_2)$ — ?	Так как электрическое поле однородно, то направления перемещения заряда и кулоновской силы, действующей на заряд в этом поле, противоположны. Поэтому работа поля будет равна $A = F_к l = \lvert q\rvert El\cos 180^\circ = -2{,}5 \cdot 10^{-8}$ Кл $\cdot\ 10^3$ В/м $\times$ $\times\ 0{,}02$ м $= -0{,}5$ мкДж.

Работа отрицательна, то есть она совершается против кулоновских сил и, следовательно, потенциальная энергия заряда в поле увеличивается. Работа кулоновских (консервативных) сил связана с изменением потенциальной энергией заряда соотношением: $\Delta U = -A = 0{,}5$ мкДж. По определению разность потенциалов между точками перемещения заряда q равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = A/q = -0{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{Дж}/(-2{,}5 \cdot 10^{-8}\ \text{Кл}) = 20\ \text{В}.$$

Ответ: $A = -0{,}5$ мкДж, $\Delta U = 0{,}5$ мкДж, $(\varphi_1 - \varphi_2) = 20$ В.

№ 734(729).

Дано:	Решение:
$A = 40$ мкДж =	Из определения разности потенциалов (см. задачу № 732)
$= 4 \cdot 10^{-5}$ Дж	находим
$\Delta\varphi = 1$ кВ $= 10^3$ В	$q = A/\Delta\varphi = 4 \cdot 10^{-5}\ \text{Дж}/10^3\ \text{В} = 4 \cdot 10^{-8}\ \text{Кл} = 40$ нКл.
q — ?	

Ответ: $q = 40$ нКл.

№ 735(730).

Дано:	Решение:
$q = 5$ нКл =	Направление действия кулоновской силы и направление пе-
$= 5 \cdot 10^{-9}$ Кл	ремещения заряда не совпадают, поэтому работа $A = F_к l \cos\alpha$,
$E = 60$ кВ/м =	где α — угол между направлением действия силы (в однород-
$= 6 \cdot 10^4$ В/м	ном поле — вдоль силовой линии) и направлением перемеще-
$l = 20$ см $= 0{,}2$ м	ния. Находим работу
$\alpha = 60°$	$A = qEl\cos\alpha = 5 \cdot 10^{-9}\ \text{Кл} \cdot 6 \cdot 10^4\ \text{В/м} \cdot 0{,}2\ \text{м} \cdot 0{,}5 =$
A — ?, ΔU — ?	$= 3 \cdot 10^{-5}\ \text{Дж} = 30$ мкДж.
$\Delta\varphi$ — ?	Изменение потенциальной энергии взаимодействия заряда

и поля $\Delta U = -A = -30$ мкДж. Разность потенциалов между начальной и конечной точками $\Delta\varphi = A/q = 3 \cdot 10^{-5}\ \text{Дж}/5 \cdot 10^{-9}\ \text{Кл} = 6 \cdot 10^3\ \text{В} = 6$ кВ.

Очевидно, что при перемещении отрицательного заряда знаки A и ΔU изменятся на противоположные (заряд станет $-q$ и направление кулоновской силы изменится на противоположное). Знак $\Delta\varphi$ не изменится, так как $\Delta\varphi = A/q = qEl\cos\alpha/q = El\cos\alpha$ не зависит от знака заряда.

Ответ: а) $A = 30$ мкДж, $\Delta U = -30$ мкДж, $\Delta\varphi = 6$ кВ;

б) $A = -30$ мкДж, $\Delta U = 30$ мкДж, $\Delta\varphi = 6$ кВ.

№ 736(731).

Дано:	Решение:
$\varphi_1 = 200$ В, $\varphi_2 = 300$ В	Электрическое поле совершило работу по перемеще-
$q = e =$	нию электрона, равную
$= -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл	$A = q\Delta\varphi = e(\varphi_1 - \varphi_2) = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл}(200\ \text{В} - 300\ \text{В}) =$
T — ?, ΔU — ?, v — ?	$= 1{,}6 \cdot 10^{-17}$ Дж.

Эта работа пошла на увеличение кинетической энергии электрона. Так как начальная скорость электрона по условию задачи равна нулю, то кинетическая энергия $T = A = 1{,}6 \cdot 10^{-17}$ Дж. Изменение потенциальной энергии электрона $\Delta U = -A = -1{,}6 \cdot 10^{-17}$ Дж. Скорость электрона находим из формулы для кинетической энергии $T = mv^2/2$. Отсюда

$$v = \sqrt{\frac{2T}{m}} = \sqrt{\frac{2q\Delta\varphi}{m}} = \sqrt{\frac{2e\Delta\varphi}{m}} = \sqrt{2 \cdot 1{,}759 \cdot 10^{11}\ \tfrac{\text{Кл}}{\text{кг}} \cdot 100\ \text{В}} = 5{,}9\ \text{Мм/с}.$$

Ответ: $T = 1{,}6 \cdot 10^{-17}$ Дж, $\Delta U = -1{,}6 \cdot 10^{-17}$ Дж, $v = 5{,}9$ Мм/с.

№ 737(н).

Дано:	Решение:
$q = 5$ мкКл $=$ $= 5 \cdot 10^{-6}$ Кл $Q = 20$ мкКл $=$ $= 2 \cdot 10^{-5}$ Кл $l = 18$ см $= 0{,}18$ м A — ?	Работа сил электростатического поля по перемещению заряда q из точки с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2 $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$. По условию задачи необходимо найти работу внешних сил $A' = -A = q(\varphi_2 - \varphi_1)$. Электростатическое поле, в котором движется заряд, создает заряженный шар. Потенциал этого поля $\varphi = kQ/r$, где r — расстояние от центра шара. На бесконечности ($r \to \infty$) $\varphi_1 = 0$.

Потенциал в точке, удаленной от центра шара на расстояние l: $\varphi_2 = kQ/l$. Отсюда искомая работа

$$A' = q\left(\frac{kQ}{l} - 0\right) = \frac{kqQ}{l} = \frac{9 \cdot 10^9\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot 5 \cdot 10^{-6}\ \text{Кл} \cdot 2 \cdot 10^{-5}\ \text{Кл}}{0{,}18\ \text{м}} = 5\ \text{Дж}.$$

Ответ: $A' = 5$ Дж.

№ 738(732).

Дано:	Решение:
$v_1 = 10$ Мм/с $=$ $= 10^7$ м/с $v_2 = 30$ Мм/с $=$ $= 3 \cdot 10^7$ м/с $\Delta\varphi$ — ?	Работа электрического поля по ускорению электрона равна увеличению его кинетической энергии (теорема о кинетической энергии). По определению эта работа равна $q\Delta\varphi$. Получаем уравнение $$e\Delta\varphi = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

Отсюда

$$\Delta\varphi = \frac{m}{2e}\left(v_2^2 - v_1^2\right) = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2\dfrac{e}{m}} = -\frac{9 \cdot 10^{14}\ \dfrac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - 10^{14}\ \dfrac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{2 \cdot 1{,}759 \cdot 10^{11}\ \dfrac{\text{Кл}}{\text{кг}}} = -2{,}27 \cdot 10^3\ \text{В} = -2{,}27\ \text{кВ}.$$

Ответ: $\Delta\varphi = -2{,}27$ кВ.

№ 739(733).

Дано:	Решение:
$m = 6{,}7 \cdot 10^{-27}$ кг $q = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ Кл $v = 20$ Мм/с $=$ $= 2 \cdot 10^7$ м/с $\Delta\varphi$ — ?	Работа, совершенная альфа-частицей против тормозящих сил электрического поля, равна изменению ее кинетической энергии $\Delta T = T_1 - T_2 = mv^2/2 - 0 = mv^2/2$. Отсюда $q(\varphi_1 - \varphi_2) = mv^2/2 \Rightarrow$ $$\Delta\varphi = \frac{mv^2}{2q} = \frac{6{,}7 \cdot 10^{-27}\ \text{кг} \cdot 4 \cdot 10^{14}\ \text{м}^2/\text{с}^2}{2 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл}} = 4{,}2\ \text{МВ}.$$

Ответ: $\Delta\varphi = 4{,}2$ МВ.

№ 740(734).

Дано:	Решение:
$m_а = 4m_р$ $q_а = 2q_р$ $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 = \Delta\varphi$ $T_а/T_р$ — ? $v_а/v_р$ — ?	Предполагаем, что в точке с потенциалом φ_1 скорости протона и α-частицы равны нулю. Работа поля при ускорении заряженных частиц равна $A = q\Delta\varphi$. Эта работа идет на приращение кинетической энергии частиц $\Delta T = T_2 - T_1$. По предположению $T_1 = 0$. Таким образом, для каждой частицы получаем уравнение

$$q_\alpha \Delta\varphi = \frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2} \text{ и } q_p \Delta\varphi = \frac{m_p v_p^2}{2},$$

где v_1 и v_2 — приобретенные скорости частиц. Деля первое уравнение на второе, получаем

$$\frac{q_\alpha}{q_p} = \frac{m_\alpha v_\alpha^2}{m_p v_p^2} \Rightarrow \frac{v_\alpha}{v_p} = \sqrt{\frac{q_\alpha m_p}{q_p m_\alpha}} = \sqrt{2 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

То есть скорость α-частиц в $\sqrt{2}$ раз меньше скорости протона. Отношение их кинетических энергий

$$\frac{T_\alpha}{T_p} = \frac{q_\alpha \Delta\varphi}{q_p \Delta\varphi} = \frac{q_\alpha}{q_p} = 2.$$

Следовательно, кинетическая энергия α-частицы в 2 раза больше кинетической энергии протона.

Ответ: кинетическая энергия α-частицы в 2 раза больше кинетической энергии протона.

№ 741(735).

Дано:	Решение:
$d = 10$ см $= 0{,}1$ м $\Delta\varphi = 2$ кВ $= 2 \cdot 10^3$ В	Для одного электрического поля справедливо соотношение $E = \Delta\varphi/d$, где d — расстояние между эквипотенциальными поверхностями с потенциалами φ_1 и φ_2.
E — ?	

$$E = \frac{\Delta\varphi}{d} = \frac{2 \cdot 10^3 \text{ В}}{0{,}1 \text{ м}} = 2 \cdot 10^4 \text{ В/м} = 20 \text{ кВ/м}.$$

Ответ: $E = 20$ кВ/м.

№ 742(736).

Дано:	Решение:
$AB = l = 0{,}1$ м $E = 60$ кВ/м $=$ $= 6 \cdot 10^4$ В/м	Воспользуемся для иллюстрации решения рис. 76 задачника. Для однородного электрического поля разность потенциалов $\Delta\varphi = Ed$, где d — кратчайшее расстояние между эквипотенциальными поверхностями с потенциалами φ_1 и φ_2.
$\Delta\varphi$ — ?	

Принято, что вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$ направлен в сторону убывания потенциала. То есть, если точка B на рис. 76 расположена правее точки A, то $\varphi_A - \varphi_B > 0$, если левее, то $\varphi_B - \varphi_A > 0$ или $\varphi_A - \varphi_B < 0$. Эквипотенциальные поверхности перпендикулярны направлению линий напряженности электрического поля. В случае однородного поля, они все перпендиклярны единственному направлению E.

а) Если точка B находится правее точки A ($\alpha = 0$), то

$$\varphi_A - \varphi_B = El = 6 \cdot 10^4 \text{ В/м} \cdot 0{,}1 \text{ м} = 6 \cdot 10^3 \text{ В} = 6 \text{ кВ}.$$

Если точка B левее точки A, то $\varphi_A - \varphi_B = -6$ кВ.

б) Если точки находятся на прямой, перпендикулярной линии напряженности, то $\varphi_A = \varphi_B$ и $\varphi_A - \varphi_B = 0$.

в) Если $\alpha = 45°$ и точка B находится правее точки A, то

$$\varphi_A - \varphi_B = El\cos\alpha = 6 \cdot 10^4 \text{ В/м} \cdot 0{,}1 \text{ м} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4{,}2 \cdot 10^3 \text{ В} = 4{,}2 \text{ кВ}.$$

Если B левее A, то $\varphi_A - \varphi_B = -4{,}2$ кВ.

Ответ: а) ±6 кВ; б) 0; в) ±4,2 кВ.

№ 743(737).

Дано:	Решение:
$AB = 8$ см $= 0{,}08$ м $E = 50$ кВ/м $= 5 \cdot 10^4$ В/м $\alpha = 30°$	Аналогично решению предыдущей задачи напряжение
$\Delta\varphi$ — ?	

$$U = \varphi_A - \varphi_B = E \cdot AB \cdot \cos\alpha =$$

$$= 5 \cdot 10^4 \text{ В/м} \cdot 0{,}08 \text{ м} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3{,}5 \cdot 10^3 \text{ В} = 3{,}5 \text{ кВ}.$$

Ответ: $\Delta\varphi = 3{,}5$ кВ.

№ 744(738).

Дано:	Решение:
$d = 4{,}8$ мм $= 4{,}8 \cdot 10^{-3}$ м $m = 10$ нг $= 10^{-11}$ кг $\Delta\varphi = 1$ кВ $= 10^3$ В $q = e =$ $= -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл	Пусть заряд капельки равен $q = Ne$, где e — заряд электрона. Между пластинами напряженность электрического поля равна $E = \Delta\varphi/d$. На капельку действуют две силы. Вверх — кулоновская сила $F_к = qE = Ne\Delta\varphi/d$. Вниз — сила тяжести mg. В равновесии $F_к = mg$, откуда
N — ?	

$$N = \frac{mgd}{e\Delta\varphi} = \frac{10^{-11} \text{ кг} \cdot 9{,}8 \text{ м/с}^2 \cdot 4{,}8 \cdot 10^{-3} \text{ м}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 10^3 \text{ В}} = 2{,}94 \cdot 10^3 = 3000.$$

Ответ: $N = 3000$.

№ 745(739).

Очевидно, в задаче имеется в виду металлический шар. На поверхности руки наведутся заряды знака, противоположного знаку заряда шара. Эти заряды своим полем вызовут перераспределение зарядов по поверхности шара. Плотность зарядов, а следовательно, и напряженность поля у поверхности станут неравномерными. Потенциал проводящего шара одинаков во всех его точках. Поэтому заряды перераспределятся по поверхности так, чтобы потенциал шара был везде одинаков.

Ответ: не будет; не будет; будет.

№ 746(740).

Точки B, C и D находятся на эквипотенциальной поверхности. Работа по переносу заряда в электрическом поле не зависит от пути, по которому этот перенос осуществлялся, а зависит лишь от разности потенциалов начальной и конечной точек. Так как разность потенциалов для всех трех случаев одинакова, то работа совершена одна и та же.

Ответ: одинаковы.

№ 747(741).

Плотность силовых линий на единицу поверхности больше для поверхности B, чем для поверхности C. Следовательно, напряженность поля в точке C больше, чем в точке D. Потенциал убывает в направлении линий напряженности электрического поля. Поэтому потенциал в точке C больше потенциала в точке.

Ответ: в точке C.

№ 748(742).

Считаем, что электрическое поле между пластинами однородно. Проекция напряженности поля между пластинами с потенциалами –50 В и +50 В

$$E_x = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{x} = \frac{-50\text{ В} - 50\text{ В}}{0{,}05\text{ м}} = -2\text{ кВ/м}.$$

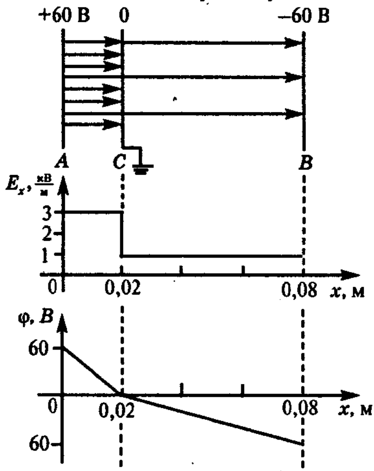
Знак минус указывает на то, что вектор напряженности электрического поля направлен от пластины +50 В к пластине –50 В (противоположно направлению оси X). Напряженность поля между пластинами +50 В и O равна

$$E_x = \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{x} = \frac{50\text{ В} - 0}{0{,}05\text{ м}} = 1\text{ кВ/м}.$$

Вектор $\vec{E}$ направлен от пластины +50 В к пластине O. Густота силовых линий между парами пластин отличается в 2 раза. Потенциал равномерно растет от пластины –50 В к пластине +50 В, а затем равномерно убывает до нуля. Напряженность поля испытывает скачок на пластине +50 В. Соответствующие графики приведены на рисунке 132 задачника.

№ 749(743).

Потенциал заземленной пластины C равен нулю.



Напряженность поля между пластинами A и C равна

$$E = \frac{\varphi_A - \varphi_C}{0{,}02\text{ м}} = \frac{60\text{ В} - 0}{0{,}02\text{ м}} = 3\text{ кВ/м}.$$

Напряженность поля между пластинами C и B равна

$$E = \frac{\varphi_C - \varphi_B}{0{,}06\text{ м}} = \frac{0 + 60\text{ В}}{0{,}06\text{ м}} = 1\text{ кВ/м}.$$

Силовые линии поля направлены от A к C и от C к B. Потенциал равномерно уменьшается от пластины A к пластине C и далее от пластины C к пластине B. Соответствующие графики приводятся на рисунке. Первоначально напряженность поля между пластинами A и B была

$$E = \frac{\varphi_A - \varphi_B}{0{,}08\ \text{м}} = \frac{60\ \text{В} + 60\ \text{В}}{0{,}08\ \text{м}} = 1{,}5\ \text{кВ/м}.$$

Значит, на участке AC напряженность возросла на 1,5 кВ/м, а на участке CB снизилась на 0,5 кВ/м.

35. Электроемкость конденсатора. Энергия заряженного конденсатора. Энергия электрического поля

№ 750(744).

Дано:	Решение:
$q = 1{,}42$ мкКл $= 1{,}42 \cdot 10^{-6}$ Кл $S = 401$ см^2 $= 4{,}01 \cdot 10^{-2}$ м^2	Для плоского конденсатора напряженность электрического поля между пластинами дается формулой $E = \sigma/\varepsilon_0\varepsilon$, где $\sigma = q/S$ — поверхностная плотность зарядов, ε — диэлектрическая проницаемость среды между пластинами. По условию задачи, вероятно, $\varepsilon = 1$.
E — ?	

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{1{,}42 \cdot 10^{-6}\ \text{Кл}}{8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} \cdot 4{,}01 \cdot 10^{-2}\text{м}^2} = 4 \cdot 10^6\ \text{Н/Кл} = 4\ \text{МВ/м}.$$

Ответ: $E = 4$ МВ/м.

№ 751(745).

Дано:	Решение:
$d = 4$ мм $= 4 \cdot 10^{-3}$ м $U = 3{,}8$ кВ $= 3{,}8 \cdot 10^3$ В $\varepsilon = 7$	Для емкости конденсатора C справедливо соотношение $C = q/U$, где q — заряд на обкладках, U — напряжением между ними. Для плоского конденсатора
σ — ?	

$$C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d} \Rightarrow \sigma = \frac{q}{S} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon U}{d} =$$

$$= \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} \cdot 7 \cdot 3{,}8 \cdot 10^3\ \text{В}}{4 \cdot 10^{-3}\text{м}} =$$

$$= 59 \cdot 10^{-6}\ \text{Кл/м}^2 = 59\ \text{мкКл/м}^2.$$

Ответ: $\sigma = 59$ мкКл/м^2.

№ 752(746).

Дано:	Решение:
$C_1 = 0{,}5$ мкФ $= 5 \cdot 10^{-7}$ Ф $C_2 = 5000$ пФ $= 5 \cdot 10^{-9}$ Ф $q_1 = q_2$	Поскольку заряд на конденсаторе равен $q = CU$, то $C_1U_1 = C_2U_2$. Отсюда $U_1/U_2 = C_2/C_1 = 10^{-2}$. То есть на второй конденсатор надо подать напряжение в 100 раз большее, чем на первый.
U_1/U_2 — ?	

Ответ: на втором в 100 раз больше.

№ 753(747).

Дано:
$C_1 = 200$ пФ $= 2 \cdot 10^{-10}$ Ф
$C_2 = 1$ мкФ $= 10^{-6}$ Ф
$U_1 = U_2$
q_1/q_2 — ?

Решение:
Напряжение на конденсаторе $U = q/C$. Получаем уравнение

$$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{2 \cdot 10^{-10}\ \text{Ф}}{10^{-6}\ \text{Ф}} = 2 \cdot 10^{-4}.$$

Иначе

$$q_2 = \frac{q_1}{2 \cdot 10^{-4}} = 5000 q_1.$$

Таким образом на втором конденсаторе заряд в 5000 раз больше, чем на первом.

Ответ: на втором в 5000 раз больше.

№ 754(748).

Дано:
$U = 1{,}4$ кВ $= 1{,}4 \cdot 10^3$ В
$q = 28$ нКл $= 2{,}8 \cdot 10^{-8}$ Кл
C — ?

Решение:
По определению

$$C = \frac{q}{U} = \frac{2{,}8 \cdot 10^{-8}\ \text{Кл}}{1{,}4 \cdot 10^3\ \text{В}} = 2 \cdot 10^{-11}\ \text{Ф} = 20\ \text{пФ}.$$

Ответ: $C = 20$ пФ.

№ 755(749).

Дано:
$U = 50$ В
$C = 58$ мкФ $= 5{,}8 \cdot 10^{-5}$ Ф
q — ?

Решение:
Заряд на обкладках конденсатора
$q = CU = 5{,}8 \cdot 10^{-5}$ Ф $\cdot$ 50 В $= 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ Кл $= 2{,}9$ мКл.

Ответ: $q = 2{,}9$ мКл.

№ 756(750).

Дано:
$U_m = 300$ В
$C = 100$ пФ $= 10^{-10}$ Ф
$q_1 = 50$ нКл $= 5 \cdot 10^{-8}$ Кл
q_m — ?

Решение:
Максимальный заряд, который можно накопить на данном конденсаторе $q_m = CU_m$, где U_m — максимально допустимое напряжение на обкладках.

$$q_m = 10^{-10}\ \text{Ф} \cdot 300\ \text{В} = 3 \cdot 10^{-8}\ \text{Кл} = 30\ \text{нКл}.$$

Значит заряд в 50 нКл накопить нельзя.

Ответ: $q_m = 30$ нКл, нельзя.

№ 757(751).

Дано:
$d_1 = 3d_2$
$S_1 = 2S_2$
C_2/C_1 — ?

Решение:
По формуле для емкости плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{S_2 d_1}{S_1 d_2} = \frac{3}{2} = 1{,}5.$$

То есть емкость увеличится в 1,5 раза.

Ответ: увеличится в 1,5 раза.

№ 758(752).

Дано:
$d_1 = d_2$; $S_1 = S_2$; $\varepsilon_1 = 2{,}2$; $\varepsilon_2 = 6$
C_2/C_1 — ?

Решение:
Так как $C = \varepsilon_0 \varepsilon S/d$ и $d_1 = d_2$, $S_1 = S_2$, то

$$C_2/C_1 = \varepsilon_2/\varepsilon_1 = 6/2{,}2 = 2{,}73.$$

Емкость конденсатора увеличится в 2,73 раза.

Ответ: увеличится в 2,73 раза.

№ 759(753).

Дано:
$U_1 = 400$ В
$U_2 = 50$ В
$d_1 = d_2$
$S_1 = S_2$

ε — ?

Решение:

Заряд не обкладках конденсатора не меняется. Значит

$$C_1U_1 = C_2U_2 \text{ и } C_2/C_1 = U_1/U_2 = 400 \text{ В}/50 \text{ В} = 8.$$

С другой стороны, из формулы $C = \varepsilon_0\varepsilon_1 S/d$ при условии $d_1 = d_2$ и $S_1 = S_2$ получаем $C_2/C_1 = \varepsilon_2/\varepsilon_1$. Если принять для воздуха $\varepsilon_1 = 1$, то искомая диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_2 = 8 \cdot \varepsilon_1 = 8$.

Ответ: $\varepsilon = 8$.

№ 760(754).

Заряд на электрометре остается постоянным (стержень изолирован) и фактически предложенная в условии задачи электрическая схема измеряет напряжение на обкладках конденсатора. По определению $U = q/C = qd/\varepsilon_0\varepsilon S$. Поскольку $q = \text{const}$, то уменьшить напряжение U можно, сблизив пластины (уменьшаем d), увеличив площадь пластин S, введя диэлектрик в пространство между пластинами ($\varepsilon > 1$). Увеличить напряжение можно, раздвигая пластины и уменьшая их площадь.

Ответ: сблизить пластины, ввести диэлектрик, увеличить площадь пластин; раздвинуть пластины, уменьшить рабочую площадь пластин.

№ 761(н).

Дано:
$D = 20$ см $= 0{,}2$ м
$d = 1$ мм $= 10^{-3}$ м

C — ?

Решение:

Используем формулу для емкости плоского конденсатора, целиком заполненного диэлектриком: $C = \varepsilon_0\varepsilon S/d$. Площадь одной пластины конденсатора $S = \pi D^2/4$. Тогда $C = \varepsilon_0\varepsilon\pi D^2/4d$. Из таблицы 8 находим относительную диэлектрическую проницаемость парафина $\varepsilon = 2$. Рассчитаем емкость конденсатора:

$$C = \frac{2 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\frac{\text{Ф}}{\text{м}} \cdot 3{,}14 \cdot (0{,}2 \text{ м})^2}{4 \cdot 10^{-3}\text{м}} = 5{,}6 \cdot 10^{-10} \text{ Ф} = 560 \text{ пФ}.$$

Ответ: $C = 560$ пФ.

№ 762(755).

Дано:
$C = 46$ пФ $= 4{,}6 \cdot 10^{-11}$ Ф, $\varepsilon = 1$
$S = 520$ см^2 $= 5{,}2 \cdot 10^{-2}$ м^2

d — ?

Решение:

Из формулы для емкости плоского конденсатора $C = \varepsilon_0\varepsilon S/d$ находим

$$d = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{C} = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\frac{\text{Ф}}{\text{м}} \cdot 1 \cdot 5{,}2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2}{4{,}6 \cdot 10^{-11}\text{Ф}} = 10^{-2} \text{ м} = 1 \text{ см}.$$

Ответ: $d = 1$ см.

№ 763(756).

Дано:
$E_m = 10$ МВ/м $= 10^7$ В/м, $\varepsilon = 7$
$S = 50$ см^2 $= 5 \cdot 10^{-3}$ м^2

q_m — ?

Решение:

Максимальное напряжение на обкладках конденсатора $U_m = E_m d$, где d — расстояние между пластинами. Максимальный заряд получаем из

формулы $q_m = CU_m = \varepsilon_0\varepsilon SE_m d/d = \varepsilon_0\varepsilon SE_m =$
$= 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м $\cdot 7 \cdot 5 \cdot 10^{-3}$ м$^2 \cdot 10^7$ В/м $= 3{,}1 \cdot 10^{-6}$ Кл $= 3{,}1$ мкКл.
Ответ: $q_m = 3{,}1$ мкКл.

№ 764(757).

Дано:	Решение:
$d_2 = 3d_1$ а) q = const б) U = const	а) Если конденсатор отключен от источника напряжения, то заряд на нем сохраняется. Так как $q = CU$, то $C_1U_1 = C_2U_2$. Если $d_2 = 3d_1$, то по формуле $C = \varepsilon_0\varepsilon S/d$ получаем $C_1 = 3C_2$ и $U_2 = 3U_1$, т. е. напряжение увеличится в 3 раза. Напряженность электрического поля $E_2 = U_2/d_2 = 3U_1/3d_1 = E_1$ не изменилась.
U — ? q — ?, E — ?	

б) Если конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения, то разность потенциалов на его обкладках остается постоянной U = const. Из равенства $U_1 = U_2$ получаем $q_1/C_1 = q_2/C_2$. Так как $C_1 = 3C_2$, то $q_2/q_1 = 1/3$. Это означает, что заряд на обкладках уменьшится в 3 раза. Напряженность поля $E_2 = U_2/d_2 = U_1/3d_1 = E_1/3$ также уменьшится в 3 раза.
Ответ: а) не изменился, увеличилось в 3 раза, не изменилась;
б) уменьшился в 3 раза, не изменилось, уменьшилась в 3 раза.

№ 765(н).

Дано:	Решение:
$R = 10$ мм $= 10^{-2}$ м $U = 2{,}4$ кВ $= 2{,}4 \cdot 10^3$ В $d = 1$ мм $= 10^{-3}$ м $\varepsilon = 2{,}1$	Определим емкость плоского конденсатора с учетом, что площадь одной пластины $S = \pi R^2$: $C = \varepsilon_0\varepsilon\pi R^2/d$. Воспользовавшись связью между емкостью конденсатора C, зарядом q и напряжением U, определим заряд конденсатора $q = CU = \varepsilon_0\varepsilon\pi R^2U/d$. Энергия заряженного конденсатора $W = CU^2/2 = \varepsilon_0\varepsilon\pi R^2U^2/2d$. Плотность энергии электростатического поля есть отношение энергии W к объему конденсатора V: $w = W/V$. Так как объем конденсатора $V = \pi R^2 d$, получим $w = \varepsilon_0\varepsilon U^2/2d^2$.
C — ?, q — ? W — ?, w — ?	Выполним рассчет искомых величин:

$$C = \frac{8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м} \cdot 2{,}1 \cdot 3{,}14 \cdot \left(10^{-2}\ \text{м}\right)^2}{10^{-3}\ \text{м}} = 5{,}84 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф} = 5{,}84\ \text{пФ}.$$

$$q = 5{,}84 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф} \cdot 2{,}4 \cdot 10^3\ \text{В} = 1{,}4 \cdot 10^{-8}\ \text{Кл}.$$

$$W = \frac{5{,}84 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф} \cdot 2{,}1 \cdot \left(2{,}4 \cdot 10^3\ \text{В}\right)^2}{2} = 16{,}8 \cdot 10^{-6}\ \text{Дж} = 16{,}8\ \text{мДж}.$$

$$w = \frac{8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м} \cdot 2{,}1 \cdot \left(2{,}4 \cdot 10^3\ \text{В}\right)^2}{2 \cdot \left(10^{-3}\ \text{м}\right)^2} = 53{,}5\ \text{Дж/м}^3.$$

Ответ: $C = 5{,}84$ пФ, $q = 1{,}4 \cdot 10^{-8}$ Кл, $W = 16{,}8$ мДж, $w = 53{,}5$ Дж/м^3.

№ 766(759).

Дано:	Решение:
$C = 800$ мкФ $= 8 \cdot 10^{-4}$ Ф $U = 300$ В, $t = 2{,}4$ мс $= 2{,}4 \cdot 10^{-3}$ с	Считаем, что вся энергия, запасенная в конденсаторе, расходуется в процессе вспышки лампы.
W — ?, P — ?	

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{8 \cdot 10^{-4}\ Ф \cdot 90000\ В^2}{2} = 36\ Дж.$$

Эта энергия выделилась за время t. Поэтому средняя мощность вспышки равна

$$P = \frac{W}{t} = \frac{36\ Дж}{2,4 \cdot 10^{-3}\ с} = 1,5 \cdot 10^4\ Вт = 15\ кВт.$$

Ответ: $W = 36$ Дж, $P = 15$ кВт.

№ 767(760).

Энергия конденсатора $W = CU^2/2$. Когда напряжение на кондесаторе увеличится в 4 раза, его энергия увеличится в 16 раз.

Ответ: увеличится в 16 раз.

№ 768(761).

Дано:	Решение:
$C_1 = 9C_2$	Из формулы $W = CU^2/2$ получаем равенство
$W_1 = W_2$	
$U_2/U_1 - ?$	

$$\frac{C_1U_1^2}{2} = \frac{C_1U_2^2}{2} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} = \sqrt{9} = 3.$$

То есть на второй конденсатор надо подать напряжение в 3 раза большее, чем на первый.

Ответ: на конденсатор меньшей емкости надо подать в 3 раза большее напряжение.

№ 769(762).

Дано:	Решение:
$C = 10$ мкФ $= 10^{-5}$ Ф	Энергия заряженного конденсатора W может быть
$q = 4$ мкКл $= 4 \cdot 10^{-6}$ Кл	выражена через q формулой $W = q^2/2C$, где C —
$W - ?$	емкость конденсатора. Получаем

$$W = \frac{16 \cdot 10^{-12}\ Кл^2}{2 \cdot 10^{-5}\ Ф} = 8 \cdot 10^{-7}\ Дж = 800\ нДж.$$

Ответ: $W = 800$ нДж.

№ 770(763).

Дано:	Решение:
$E = 500$ кВ/м $= 5 \cdot 10^5$ В/м	Для энергии плоского конденсатора $W = CU^2/2$.
$d = 1$ см $= 10^{-2}$ м	Подставив в эту формулу выражения $C = \varepsilon_0\varepsilon S/d$ и
$S = 200$ см$^2 = 2 \cdot 10^{-2}$ м^2	$U = Ed$, получим
$W - ?$	

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon SE^2d^2}{2d} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon SE^2d}{2} =$$

$$= 0,5 \cdot 8,8510^{-12}\,\frac{Кл^2}{Н \cdot м^2} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 10^{-2}\ м^2 \cdot 25 \cdot 10^{10}\ В^2/м^2 \cdot 10^{-2}\ м =$$

$$= 2,2 \cdot 10^{-8}\ Дж = 220\ мкДж.$$

Ответ: $W = 220$ мкДж.

№ 771(764).

Дано:	Решение:
$d = 2$ см $= 2 \cdot 10^{-3}$ м	Воспользуемся формулой, полученной в предыдущей
$U = 300$ В, $\varepsilon = 2,2$	задаче: $W = \varepsilon_0\varepsilon E^2Sd/2$. Величина Sd представляет со-
$w - ?$	бой объем между пластинами конденсатора.

Отсюда плотность энергии $w = W/V = W/Sd = \varepsilon_0\varepsilon E^2/2$. Подставим в эту формулу значение напряженности электрического поля между обкладками конденсатора $E = U/d$:

$$w = \frac{\varepsilon_0\varepsilon U^2}{2d^2} = 0{,}5 \cdot 8{,}8510^{-12}\,\frac{\text{Кл}^2}{\text{Н}\cdot\text{м}^2} \cdot 2{,}2 \cdot 10^{10}\ \text{В}^2/\text{м}^2 =$$

$$= 9{,}7 \cdot 10^{-2}\ \text{Дж/м}^3 = 97\ \text{мДж/м}^3.$$

Ответ: $w = 97$ мДж/м^3.

№ 772(765).

Дано:
$\varepsilon = 2{,}5$
W_2/W_1 — ?

Решение:
а) Когда конденсатор отключен от источника напряжения, заряд на его обкладках остается постоянным. Поэтому следует использовать формулу $W = q^2/2C$ для выражения энергии, запасенной в поле конденсатора. Поскольку $C = \varepsilon_0\varepsilon S/d$, то при заполнении маслом емкость конденсатора увеличится в 2,5 раза и, соответственно, его энергия уменьшится в 2,5 раза. Энергия будет израсходована на поляризацию диэлектрика.
б) Если конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения, то напряжение на его обкладках остается постоянным. Используем формулу $W = CU^2/2$ для энергии электрического поля конденсатора. Так как емкость конденсатора возросла в 2,5 раза в результате заполнения маслом пространства между пластинами, энергия конденсатора тоже увеличилась в 2,5 раза. Энергия увеличилась за счет источника постоянного напряжения.
Ответ: а) уменьшится в 2,5 раза; б) увеличится в 2,5 раза.

№ 773(766).

Дано:
$d_2 = d_1/2$
W_1/W_2 — ?
w_1/w_2 — ?

Решение:
а) В этом случае $q = \text{const}$ и $W = q^2/2C$. Если $d_2 = d_1/2$, то $C_2 = 2C_1$. Таким образом энергия конденсатора уменьшилась в 2 раза. Плотность энергии $w = W/Sd$, где S — площадь пластин.

$$w_2 = \frac{W^2}{Sd_2} = \frac{W_1/2}{Sd_1/2} = \frac{W_1}{Sd_1} = w_1.$$

То есть плотность энергии не изменилась.
б) В этом случае $U = \text{const}$ и $W = CU^2/2$. Энергия возрастет в 2 раза за счет увеличения емкости в 2 раза. Плотность энергии

$$w_2 = \frac{W^2}{Sd_2} = \frac{2W_1}{Sd_1/2} = \frac{4W_1}{Sd_1} = 4w_1,$$

т. е. возросла в 4 раза.
Ответ: а) уменьшилась в 2 раза, не изменилась;
б) увеличилась в 2 раза, увеличилась в 4 раза.

№ 774(767).

Дано:
$C = 20$ мкФ $= 2 \cdot 10^{-5}$ Ф
$U_2 = 2U_1$, $\Delta W = 0{,}3$ Дж
W_1 — ?, U_1 — ?

Решение:
Отношение энергий конденсатора до и после увеличения напряжения

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{U_1^2}{U_2^2} = \frac{1}{4}.$$

Разность этих значений по условию будет $\Delta W = W_2 - W_1 = 0{,}3$ Дж. Получаем систему из двух уравнений и, решая ее, находим $W_1 = 0{,}1$ Дж. Так как $W_1 = CU_1^2/2$, то

$$U_1 = \sqrt{\frac{2W}{C}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}1\ \text{Дж}}{2 \cdot 10^{-5}\ \text{Ф}}} = 10^2\ \text{В} = 100\ \text{В}.$$

Ответ: $W_1 = 0{,}1$ Дж, $U_1 = 100$ В.

ГЛАВА VIII
ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

36. Характеристики электрического тока и электрической цепи. Закон Ома для участка цепи и его следствия

№ 775(н).

Дано:	Решение:
$C = 100$ мкФ $= 10^{-4}$ Ф $U = 500$ В $\Delta t = 0{,}5$ с $I_{ср}$ — ?	По определению среднее значение силы тока $I_{ср} = \Delta q/\Delta t$, где Δq — заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за промежуток времени Δt. Так как конденсатор первоначально был не заряжен, то $\Delta q = q$ — конечный заряд конденсатора. Воспользовавшись определением емкости конденсатора $C = q/U$, найдем $q = CU$. Тогда

$$I_{ср} = \frac{CU}{\Delta t} = \frac{10^{-4}\ \text{Ф} \cdot 500\ \text{В}}{0{,}5\ \text{с}} = 0{,}1\ \text{А}.$$

Ответ: $I_{ср} = 0{,}1$ А.

№ 776(768).

Дано:	Решение:
$R = 84$ Ом $\rho = 42 \cdot 10^{-2}$ Ом · мм²/м $S = 1$ мм² l — ?	Сопротивление проводника R выражается в виде $R = \rho l/S$, где ρ — удельное сопротивление, l — длина, S — площадь поперечного сечения проводника. Отсюда находим длину проволоки

$$l = \frac{RS}{\rho} = \frac{84\ \text{Ом} \cdot 1\ \text{мм}^2}{42 \cdot 10^{-2}\ \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}} = 2 \cdot 10^2\ \text{м} = 200\ \text{м}.$$

Ответ: $l = 200$ м.

№ 777(769).

Из формулы для сопротивления проводника $R = \rho l/S$ видим, что длина проводника уменьшилась в 2 раза, а сечение увеличилось в 2 раза. Следовательно, сопротивление уменьшится в 4 раза.

№ 778(н).

Дано:	Решение:
$l = 5$ м $U = 12$ В j — ?	Плотность тока есть отношение силы тока I к площади S поперечного сечения проводника: $j = I/S$. Силу тока выразим из закона Ома для однородного участка цепи: $I = U/R$, где R — сопротивление проводника. Выразим сопротивление проводника через его

длину l, площадь поперечного сечения S и удельное сопротивление ρ: $R = \rho l/S$. Тогда сила тока $I = US/\rho l$, а плотность тока $j = U/\rho l$. Из таблицы 9 найдем удельное сопротивление константана: $\rho = 50 \cdot 10^{-8}$ Ом · м. Подставим данные:

$$j = \frac{12\ \text{В}}{50 \cdot 10^{-8}\ \text{Ом} \cdot \text{м} \cdot 5\ \text{м}} = 4,8 \cdot 10^6\ \text{А/м}^2 = 4,8\ \text{А/мм}^2.$$

Ответ: $j = 4,8$ А/мм².

№ 779(н).

Дано:	Решение:
$l = 5$ км $= 5 \cdot 10^3$ м	Масса меди равна произведению плотности меди D на
$R = 12$ Ом	объем провода V: $m = DV$. Объем провода $V = lS$, где S —
m — ?	площадь поперечного сечения провода. Сопротивление

провода $R = \rho l/S$, где ρ — удельное сопротивление меди. Выражая S из последнего соотношения: $S = \rho l/R$, получим объем провода $V = \rho l^2/R$. Тогда искомая масса меди $m = D\rho l^2/R$. Плотность меди $D = 8,9 \cdot 10^3$ кг/м³ находим из таблицы 1, а ее удельное сопротивление $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м из таблицы 9. Подставляя данные, получим

$$m = \frac{8,9 \cdot 10^3\ \text{кг/м}^3 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8}\ \text{Ом} \cdot \text{м} \cdot (5 \cdot 10^3\ \text{м})^2}{12\ \text{Ом}} = 315,2\ \text{кг}.$$

Ответ: $m = 315,2$ кг.

№ 780(771).

Дано:	Решение:
$U = 220$ В	а) Через реостат сопротивлением 30 Ом по закону Ома будет про-
I — ?	текать ток $I = U/R = 220$ В/30 Ом $= 7,3$ А. Предельно допустимый

ток через реостат равен 5 А, следовательно, этот реостат нельзя включать в сеть.
б) Аналогично для второго реостата $I = U/R = 220$ В/2000 Ом $= 0,11$ А. Предельно допустимый ток равен 0,2 А и такой реостат можно включать в сеть.
Ответ: а) нельзя; б) можно.

№ 781(772).

Дано:	Решение:
$I = 1$ А	Напряженность поля в проводнике равна $E = U/l$,
$\rho = 2,8 \cdot 10^{-2}$ Ом · мм²/м	где U — разность потенциалов на концах, l — дли-
$S = 1,4$ мм²	на проводника. По закону Ома $U = IR$. Подстав-
E — ?	ляя сюда $R = \rho l/S$, получаем $U = I\rho l/S$. Отсюда

напряженность электрического поля

$$E = \frac{U}{l} = \frac{I\rho}{S} = \frac{1\ \text{А} \cdot 2,8 \cdot 10^{-2}\ \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}}{1,4\ \text{мм}^2} = 20\ \text{мВ/м}.$$

Ответ: $E = 20$ мВ/м.

№ 782(773).

Дано:	Решение:
$I = 0,6$ А	Найдем сопротивление участ-
$\rho_1 = 12 \cdot 10^{-2}$ Ом · мм²/м, $S_1 = 0,48$ мм², $l_1 = 2$ м	ка цепи и из закона Ома вычис-
$\rho_2 = 42 \cdot 10^{-2}$ Ом · мм²/м, $S_2 = 0,21$ мм², $l_2 = 1$ м	лим напряжение. Проводники
U — ?	соединены последовательно,

значит общее сопротивление цепи равно сумме сопротивлений проволок.

$$R = \frac{\rho_1 l_1}{S_1} + \frac{\rho_2 l_2}{S_2} = \frac{12 \cdot 10^{-2}\ \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}} \cdot 2\ \text{м}}{0,48\ \text{мм}^2} + \frac{42 \cdot 10^{-2}\ \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}} \cdot 1\ \text{м}}{0,21\ \text{мм}^2} =$$

$$= 0,5\ \text{Ом} + 2\ \text{Ом} = 2,5\ \text{Ом}.$$

Напряжение, которое необходимо подвести к этому участку цепи,

$$U = IR = 0,6\ \text{А} \cdot 2,5\ \text{Ом} = 1,5\ \text{В}.$$

Ответ: $U = 1,5$ В.

№ 783(774).

Через проводники протекает одинаковый ток, так как они соединены последовательно. Из закона Ома можем записать $U_1/R_1 = U_2/R_2 = U_3/R_3$. Или в другом виде $U_1 : U_2 : U_3 = R_1 : R_2 : R_3$.

Из графика рис. 80 видно, что $U_1 = 1$ В, $U_2 = 2$ В, $U_3 = 3$ В. Поэтому сопротивление относятся как $R_1 : R_2 : R_3 = 1 : 2 : 3$.

Ответ: 1 : 2 : 3.

№ 784(775).

Дано:	Решение:
$U = 24$ В $R_1 = 4$ Ом $R_2 = 6$ Ом $U_3 = 4$ В	Через проводники, соединенные последовательно, протекает одинаковый ток I. На первом и втором сопротивлениях напряжение $U_{12} = U - U_3 = 24\ \text{В} - 4\ \text{В} = 20$ В. Их общее сопротивление $R_{12} = R_1 + R_2 = 4\ \text{Ом} + 6\ \text{Ом} = 10$ Ом. Отсюда находим ток в цепи $I = U_{12}/R_{12} = 20\ \text{В}/10\ \text{Ом} = 2$ А. Этот же ток протекает и через третье сопротивление. Получаем $R_3 = U_3/I = 4\ \text{В}/2\ \text{А} = 2$ Ом. Напряжения на первом и втором сопротивлениях равны:
R_3 — ? I — ? U_1 — ? U_2 — ?	$U_1 = IR_1 = 2\ \text{А} \cdot 4\ \text{Ом} = 8$ В, $U_2 = IR_2 = 2\ \text{А} \cdot 6\ \text{Ом} = 12$ В.

Ответ: $R_3 = 2$ Ом, $I = 2$ А, $U_1 = 8$ В, $U_2 = 12$ В.

№ 785(776).

Дано:	Решение:
$R = 240$ Ом $U_1 = 120$ В $U_2 = 220$ В $\rho = 1,1$ Ом · мм²/м $S = 0,55$ мм²	Электрическая лампочка рассчитана на ток $I = U_1/R = 120\ \text{В}/240\ \text{Ом} = 0,5$ А. Чтобы получить такой ток в цепи с напряжением 220 В, необходимо иметь сопротивление $R_2 = 220\ \text{В}/0,5\ \text{А} = 440$ Ом. Следовательно, добавочное сопротивление, которое нужно включить последовательно с
l — ?	лампочкой, равно $R_1 = R_2 - R = 440\ \text{Ом} - 240\ \text{Ом} = 200$ Ом.

Для нихромовой проволоки имеем равенство $R_1 = \rho l/S$. Отсюда

$$l = \frac{R_1 S}{\rho} = \frac{200\ \text{Ом} \cdot 0,55\ \text{мм}^2}{1,1\ \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}} = 100\ \text{м}.$$

Ответ: $l = 100$ м.

№ 786(777).

Дано:	Решение:
$U_1 = 45$ В, $U_2 = 30$ В $R = 20$ Ом	Спираль рассчитана на ток $I = U_2/R = 30\ \text{В}/20\ \text{Ом} = 1,5$ А. Отсюда сразу ясно, что реостат (*в*) не годится, так как
I — ?	рассчитан на меньший ток. При включении реостата (*а*)

в цепь с напряжением U_1 минимальный ток будет $I_1 = U_1/(R + 6\ Ом) = 45\ В/26\ Ом = 1{,}73\ А$, что превышает допустимый ток через спираль. Для реостата (*б*) $I_2 = U_1/(R + 30\ Ом) = 45\ В/50\ Ом = 0{,}9\ А$ — это минимальный ток. Очевидно, чтобы получить номинальный ток, необходимо уменьшить сопротивление реостата. Реостат (*б*) удовлетворяет всём параметрам.

Ответ: второй.

№ 787(778).

Дано:	Решение:
$I = 0{,}1\ А$ $\rho_1 = 12 \cdot 10^{-2}\ Ом \cdot мм^2/м$ $S_1 = 0{,}6\ мм^2$ $\rho_2 = 1{,}7 \cdot 10^{-2}\ Ом \cdot мм^2/м$ $S_2 = 0{,}85\ мм^2$ $l = 10^3\ м$ U — ?	Найдем сопротивление кабеля. Стальные жилы имеют сопротивление $R_1 = \rho_1 l/2S_1$, а медные — $R_2 = \rho_2 l/4S_2$. Так как жилы включены параллельно, то общее сопротивление R находим из формулы $$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow$$

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{\rho_1\rho_2 l^2}{4\rho_1 l S_2 + 2\rho_2 l S_1} = \frac{\rho_1\rho_2 l}{4\rho_1 S_2 + 2\rho_2 S_1} =$$

$$= \frac{12 \cdot 10^{-2}\ \frac{Ом \cdot мм^2}{м} \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-2}\ \frac{Ом \cdot мм^2}{м} \cdot 10^3\ м}{4 \cdot 12 \cdot 10^{-2}\ \frac{Ом \cdot мм^2}{м} \cdot 0{,}85\ мм^2 + 2 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-2}\ \frac{Ом \cdot мм^2}{м} \cdot 0{,}6\ мм^2} = 4{,}76\ Ом.$$

Падение напряжения на кабеле находим из закона Ома:

$$U = IR = 0{,}1\ А \cdot 4{,}76\ Ом = 0{,}48\ В.$$

Ответ: $U = 0{,}48$ В.

№ 788(779).

Сопротивление вольтметра очень велико, а сопротивление амперметра очень мало. Общее сопротивление цепи таким образом равно сопротивлению вольтметра (десятки и сотни кОм). Поэтому ток в цепи очень мал. К тому же амперметр полностью шунтирует лампочку и ток через нее не идет. Вольтметр показывает падение напряжения на батарее, т. е. 2 В, амперметр ток не показывает, лампочка не горит.

Ответ: лампочка не горит, вольтметр показывает примерно 2 В, амперметр показывает нуль.

№ 789(780).

Дано:	Решение:
$I_{A1} = 3\ А$ $I_{A2} = 10\ А$ $R_A = 385\ Ом$ $I_1 = 3{,}8 \cdot 10^{-5}\ А/дел.$ $n = 10\ дел.$ $R_{ш1}$ — ? $R_{ш2}$ — ?	Сопротивление шунта $R_ш$ включается параллельно гальванометру. Максимальный ток отклонения гальванометра равен $I_{max} = nI_1 = 38 \cdot 10^{-5}\ А$. Если через шунт протекает ток $I_ш$, то при параллельном включении шунта и гальванометра ток через амперметр $I_A = I_ш + I_{max}$. Напряжения на гальванометре и шунте равны. Следовательно, $R_A I_{max} = R_ш I_ш$. Далее

$$I_ш = I_{max}\frac{R_A}{R_ш},\ I_A = I_{max}\frac{R_A}{R_ш} + I_{max} \Rightarrow \frac{R_A}{R_ш} = \frac{I_A}{I_{max}} - 1 \Rightarrow R_ш = \frac{R_A}{I_A/I_{max} - 1}.$$

Для двух случаев I_A находим $R_ш$:

$$R_{ш1} = \frac{385 \text{ Ом}}{3 \text{ А}/38 \cdot 10^{-5} \text{ А} - 1} = \frac{385 \text{ Ом}}{7894} = 0,049 \text{ Ом}.$$

$$R_{ш2} = \frac{385 \text{ Ом}}{10 \text{ А}/38 \cdot 10^{-5} \text{ А} - 1} = \frac{385 \text{ Ом}}{26315} = 0,015 \text{ Ом}.$$

Ответ: $R_{ш1} = 0,049$ Ом, $R_{ш2} = 0,015$ Ом.

№ 790(781).

Дано:	Решение:
$U_1 = 3$ А $U_{V1} = 5$ В $U_{V2} = 15$ В $R_V = 2,3$ Ом $n = 10$ дел $R_{доб}$ — ?	Добавочное сопротивление $R_{доб}$ включается последовательно с гальванометром. Показания вольтметра отпределяются падением напряжения на гальванометре. Максимальное падение напряжения на гальванометре равно $U_{max} = nU_1 = 14 \cdot 10^{-3}$ В. Падение напряжения на вольтметре складывается из падения напряжения на $R_{доб}$ и R_V: $U_V = U_{доб} + U_{max}$. Ток через них одинаков,

следовательно, $U_{max}/R_V = U_{доб}/R_{доб}$. Далее

$$U_{доб} = U_{max} \frac{R_{доб}}{R_V} \Rightarrow U_V = U_{max} \frac{R_{доб}}{R_V} + U_{max} \Rightarrow R_{доб} = R_V\left(\frac{U_V}{U_{max}} - 1\right).$$

Находим добавочное сопротивление для обоих случаев.

$$R_1 = 2,3 \text{ Ом} \cdot \left(\frac{5 \text{ В}}{14 \cdot 10^{-3} \text{ В}} - 1\right) = 2,3 \cdot 356 \text{ Ом} = 820 \text{ Ом}.$$

$$R_2 = 2,3 \text{ Ом} \cdot \left(\frac{15 \text{ В}}{14 \cdot 10^{-3} \text{ В}} - 1\right) = 2,3 \cdot 1070 \text{ Ом} = 2460 \text{ Ом}.$$

Ответ: $R_1 = 820$ Ом, $R_2 = 2460$ Ом.

№ 791(782).

Дано:	Решение:
$U_V = 2$ В $I_A = 10$ мА $=$ $= 10^{-2}$ А $I_{max} = 100$ мкА $=$ $= 10^{-4}$ А $R = 200$ Ом $R_{доб}$ — ? $R_ш$ — ?	На гальванометре падает напряжение $U_{max} = RI_{max} = 200 \text{ Ом} \cdot 10^{-4} \text{ А} = 0,02$ В. Из решения предыдущей задачи находим добавочное сопротивление $R_{доб}$, которое необходимо включить последовательно с гальванометром $R_{доб} = R\left(\frac{U_V}{U_{max}} - 1\right) = 200 \text{ Ом} \cdot \left(\frac{2 \text{ В}}{0,02 \text{ В}} - 1\right) = 19800 \text{ Ом} =$ $= 19,8$ кОм.

Из решения задачи № 780 находим сопротивление шунта, который необходимо включить параллельно гальванометру, чтобы получить миллиамперметр.

$$R_ш = \frac{R}{I_A/I_{max} - 1} = \frac{200 \text{ Ом}}{10^{-2} \text{ А}/10^{-5} \text{ А} - 1} = 2,02 \text{ Ом}.$$

Ответ: $R_{доб} = 19,8$ кОм, $R_ш = 2,02$ Ом.

№ 792(783).

Дано:	Решение:
$R = 6$ кОм R_x — ?	1) Соединяя последовательно три равных резистора, мы получим сопротивление $R_x = 3R = 3 \cdot 6 \text{ кОм} = 18$ кОм.

2) Соединяя их параллельно, получим $R_x = R/3 = 6$ кОм$/3 = 2$ кОм.

3) Соединяя два резистора параллельно и один последовательно, получим
$$R_x = R/2 + R = 3R/2 = 3 \cdot 6 \text{ кОм}/2 = 9 \text{ кОм}.$$

4) Соединяя два резистора последовательно и включая параллельно им третий, получим $R_x = 2R^2/(2R + R) = 2R/3 = 2 \cdot 6$ кОм$/3 = 4$ кОм.

5) Соединяя два резистора последовательно, получим
$$R_x = 2R = 2 \cdot 6 \text{ кОм} = 12 \text{ кОм}.$$

6) Соединяя два резистора параллельно, получим
$$R_x = R/2 = 6 \text{ кОм}/2 = 3 \text{ кОм}.$$

7) И, наконец, беря один резистор, получим $R_x = R = 6$ кОм.

Ответ: $R_x = 18$ кОм, $R_x = 2$ кОм, $R_x = 9$ кОм, $R_x = 4$ кОм, $R_x = 12$ кОм, $R_x = 3$ кОм, $R_x = 6$ кОм.

№ 793(784).

Дано:	Решение:
$R_2 = nR_1$	Сопротивление последовательно включенных проводников
$U = \text{const}$	$R' = R_1 + R_2 = R_1(n + 1)$.
I_2/I_1 — ?	Сопротивление параллельно включенных проводников

$$R'' = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} = \frac{nR_1^2}{(n+1)R_1} = R_1\frac{n}{n+1}.$$

Ток в первом случае
$$I_1 = \frac{U}{R'} = \frac{U}{R_1(n+1)}.$$

Ток во втором случае
$$I_2 = \frac{U}{R''} = \frac{U(n+1)}{R_1n}.$$

Отношение токов
$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{(n+1)^2}{n}.$$

Следовательно, ток увеличится в $(n + 1)^2/n$.

Ответ: увеличится в $(n + 1)^2/n$.

№ 794(785).

Дано:	Решение:
$U = 3$ В	На добавочном резисторе должно падать напряжение $U_x = U_1 - U =$
$I = 0{,}3$ А	$= 5{,}4$ В $- 3$ В $= 2{,}4$ В. При параллельном включении ламп общий
$U_1 = 5{,}4$ В	ток в цепи должен быть $I_x = 4I = 4 \cdot 0{,}3$ А $= 1{,}2$ А. Следовательно,
$n = 4$	сопротивление добавочного резистора по закону Ома равно
R_x — ?	$R_x = U_x/I_x = 2{,}4$ В$/1{,}2$ А $= 2$ Ом.

Ответ: $R_x = 2$ Ом.

№ 795(786).

Сопротивление цепи в случае (*а*) равно $3R$. Ток в цепи $I_1 = U/3R$. Сопротивление цепи в случае (*б*) равно $R/2 + R = 3R/2$. Ток $I_2 = U/(3R/2) = 2U/3R$. Отношение $I_2/I_1 = 2$.

Ответ: увеличится в 2 раза.

№ 796(787).

Если сопротивление каждой лампы равно R, а номинальное напряжение U, то номинальный ток будет $I = U/R$. Схема включения ламп, приведенная на рис. 83, имеет сопротивление $R/2 + R = 3R/2$. Общий ток $I_x = U/(3R/2) = 2U/3R = 2I/3$. Через лампу *H1* будет протекать ток $2I/3$, через лампы *H2* и *H3* ток $I/3$. Мощность, выделяемая на лампах, пропорциональна квадрату тока. Следовательно, первая лампа будет гореть ярче, чем вторая и третья, так как выделяемая на ней мощность в 4 раза больше, но все же не в полный накал. Если выключить лампу *H1*, цепь разорвется и лампы погаснут. Если выключить *H2* или *H3*, оставшиеся лампы будут включены последовательно с *H1* и их общее сопротивление будет равно $2R$. Ток через них $I_x = U/2R = I/2$ и они будут гореть с неполным накалом. Если закоротить *H1*, то *H2* и *H3* будут гореть в номинальном режиме, так как к ним подводится напряжение U. Если закоротить *H2* или *H3*, то *H1* также будет гореть в номинальном режиме. К ней также подводится напряжение U.

№ 797(788).

Дано:	Решение:
$U = 90$ В $I = 0{,}5$ А $R_2 = R_1 = R$ $R_3 = 4R$	Общее сопротивление цепи складывается из сопротивления *H1* и параллельно включенных *H2* и *H3*. $$R_{23} = \frac{R_2R_3}{R_2 + R_3} = \frac{4R_2}{R + 4R} = \frac{4R}{5}.$$
R_1 — ?, R_3 — ? U_1 — ?, U_3 — ? I_2 — ?, I_3 — ?	Таким образом, общее сопротивление цепи $$R_{123} = R + 4R/5 = 9R/5.$$ По закону Ома $R_{123} = U/I$, где U — приложенное напряжение, I — потребляемый ток. $9R/5 = U/I$. Следовательно,

$$R = 5U/9I = 5 \cdot 90\text{ В}/(9 \cdot 0{,}5\text{ А}) = 100\text{ Ом}.$$

Сопротивление *H3* $R_3 = 4 \cdot 100$ Ом $= 400$ Ом. На лампе *H1* падает напряжение $U_1 = IR_1 = 0{,}5$ А $\cdot$ 100 Ом $= 50$ В. Следовательно, на лампах *H2* и *H3* падает напряжение $U_3 = U - U_1 = 90$ В $- 50$ В $= 40$ В. Отсюда находим токи через *H2* и *H3* (ток через лампу *H1* равен $I = 0{,}5$ А).

$$I_2 = \frac{U_3}{R_2} = \frac{40\text{ В}}{100\text{ Ом}} = 0{,}4\text{ А}, \quad I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{40\text{ В}}{400\text{ Ом}} = 0{,}1\text{ А}.$$

Ответ: $R_1 = 100$ Ом, $R_3 = 400$ Ом, $U_1 = 50$ В, $U_3 = 40$ В, $I_2 = 0{,}4$ А, $I_3 = 0{,}1$ А.

№ 798(789).

Дано:	Решение:
$R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом $R_3 = 3$ Ом, $R_4 = 4$ Ом	а) Сопротивление цепи представляет собой сопротивление R_1, к которому параллельно подключена цепочка
R_{AB} — ?, R_{AC} — ? R_{AD} — ?, R_{BC} — ? R_{BD} — ?, R_{CD} — ?	последовательно соединенных резисторов R_2, R_3, R_3. $$R_{AB} = \frac{R_1(R_2 + R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{1 \cdot (2 + 3 + 4)}{1 + 2 + 3 + 4}\text{ Ом} = 0{,}9\text{ Ом}.$$

б) Параллельное включение $(R_1 + R_2)$ и $(R_3 + R_4)$:

$$R_{AC} = \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{(1 + 2) \cdot (3 + 4)}{1 + 2 + 3 + 4}\text{ Ом} = 2{,}1\text{ Ом}.$$

в) Параллельное включение R_4 и $(R_1 + R_2 + R_3)$:

$$R_{AD} = \frac{R_4(R_1+R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3+R_4} = \frac{4\cdot(1+2+3)}{1+2+3+4}\text{ Ом} = 2,4\text{ Ом}.$$

г) Параллельное включение R_2 и $(R_1 + R_4 + R_3)$:

$$R_{AD} = \frac{R_2(R_1+R_4+R_3)}{R_1+R_2+R_3+R_4} = \frac{2\cdot(1+4+3)}{1+2+3+4}\text{ Ом} = 1,6\text{ Ом}.$$

д) Параллельное включение $(R_1 + R_4)$ и $(R_2 + R_3)$:

$$R_{BD} = \frac{(R_1+R_4)(R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3+R_4} = \frac{(1+4)\cdot(2+3)}{1+2+3+4}\text{ Ом} = 2,5\text{ Ом}.$$

е) Параллельное включение R_3 и $(R_1 + R_2 + R_4)$:

$$R_{CD} = \frac{R_3(R_1+R_2+R_4)}{R_1+R_2+R_3+R_4} = \frac{3\cdot(1+2+4)}{1+2+3+4}\text{ Ом} = 2,1\text{ Ом}.$$

Ответ: а) R_{AB} = 0,9 Ом, б) R_{AC} = 2,1 Ом, в) R_{AD} = 2,4 Ом, г) R_{BC} = 1,6 Ом, д) R_{BD} = 2,5 Ом, е) R_{CD} = 2,1 Ом.

№ 799(790).

Дано:
$I_3 = 2$ А
$R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 10$ Ом
$R_3 = 15$ Ом, $R_4 = 4$ Ом

I_1 — ?, I_2 — ?, I_4 — ?
U_1 — ?, U_2 — ?, U_3 — ?
U_4 — ?
U_{AB} — ?

Решение:

Очевидно, при параллельном соединении проводников

$$U_2 = U_3 = I_3R_3 = 2\text{ А}\cdot 15\text{ Ом} = 30\text{ В}.$$

$$U_2 = I_2R_2 \Rightarrow I_2 = U_2/R_2 = 30\text{ В}/10\text{ Ом} = 3\text{ А}.$$

$$I_1 = I_4 = I_2 + I_3 = 3\text{ А} + 2\text{ А} = 5\text{ А} \Rightarrow$$

$$U_1 = I_1R_1 = 5\text{ А}\cdot 2\text{ Ом} = 10\text{ В}.$$

$$U_4 = I_4R_4 = 5\text{ А}\cdot 4\text{ Ом} = 20\text{ В}.$$

$$U_{AB} = U_1 + U_2 + U_4 = 10\text{ В} + 30\text{ В} + 20\text{ В} = 60\text{ В}.$$

Ответ: I_1 = 5 А, I_2 = 3А, I_4 = 5 А, U_1 = 10 В, U_2 = 30 В, U_3 = 30 В, U_4 = 20 В, U_{AB} = 60 В.

№ 800(н).

Дано:
$U = 100$ В
$R = 21$ Ом

$R_{общ}$ — ?
$U_1, \ldots U_6$ — ?
$I_1, \ldots I_6$ — ?

Решение:

Резисторы R_4, R_5 и R_6 соединены последовательно, поэтому их общее сопротивление $R_{456} = R_4 + R_5 + R_6 = 3R$.

Составной резистор R_{456} соединен с резистором R_3 параллельно, поэтому

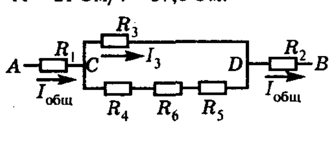
$$\frac{1}{R_{3456}} = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_{456}} \Rightarrow R_{3456} = \frac{R_3R_{456}}{R_3+R_{456}} = \frac{R3R}{R+3R} = \frac{3R}{4}.$$

Резисторы R_1, R_2 и составной резистор R_{3456} соединены последовательно, поэтому общее сопротивление цепи

$$R_{общ} = R_1 + R_2 + R_{3456} = R + R + 3R/4 = 11R/4.$$

Подставляя R = 21 Ом, получим $R_{общ}$ = 11 · 21 Ом/4 = 57,8 Ом.

Чтобы найти распределение токов и напряжений представим цепь в виде, показанном на рисунке.



Сила тока в резисторах R_1 и R_2 одинакова и равна общей силе тока в цепи:

$$I_{общ} = I_1 = I_2 = \frac{U}{R_{общ}} = \frac{U}{11R/4} = \frac{4U}{11R} = \frac{4 \cdot 100\ В}{11 \cdot 21\ Ом} = 1{,}73\ А.$$

Напряжения на этих резисторах также одинаковы:

$$U_1 = U_2 = I_{общ}R = \frac{4U}{11} = \frac{4 \cdot 100\ В}{11} = 36{,}4\ В.$$

Напряжение на составном резисторе R_{3456} (между точками C и D):

$$U_{CD} = U_{AB} - U_1 - U_2 = U - 2 \cdot 4U/11 = 3U/11.$$

Такое напряжение будет на резисторе R_3 и составном резисторе R_{456} (они соединены параллельно). Тогда

$$U_3 = \frac{3U}{11} = \frac{3 \cdot 100\ В}{11} = 27{,}3\ В.$$

Сила тока в резисторе R_3:

$$I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{3U}{11R} = \frac{3 \cdot 100\ В}{11 \cdot 21\ Ом} = 1{,}3\ А.$$

Сила тока в последовательно соединенных резисторах R_4, R_5, R_6 одинакова и равна разности

$$I_{общ} - I_3 = \frac{4U}{11R} - \frac{3U}{11R} = \frac{U}{11R}.$$

$$I_4 = I_5 = I_6 = 1{,}73\ А - 1{,}3\ А = 0{,}43\ А.$$

Напряжение на резисторах R_4, R_5 и R_6 по закону Ома:

$$U_4 = U_5 = U_6 = (I_{общ} - I_3)R = U/11 = 100\ В/11 = 9{,}1\ В.$$

Ответ: $R_{общ} = 57{,}8$ Ом; $I_1 = I_2 = 1{,}73$ А; $I_3 = 1{,}3$ А; $I_4 = I_5 = I_6 = 0{,}43$ А; $U_1 = U_2 = 36{,}4$ В; $U_3 = 27{,}3$ В; $U_4 = U_5 = U_6 = 9{,}1$ В.

№ 801*(792).

Дано:	Решение:
$U = 6$ В $I = 0{,}5$ А $R = 30$ Ом $U_1 = 3{,}5$ В $I_1 = 0{,}35$ А $U_2 = 2{,}5$ В $I_2 = 0{,}5$ А	Очевидно, что параллельно друг другу включать лампочки нельзя, так как они рассчитаны на разные напряжения. Нельзя также включать одну из лампочек параллельно источнику. Если включить лампочки последовательно, то сумма их номинальных напряжений как раз будет равняться напряжению источника. Найдем установившийся при этом ток. Для этого найдем сопротивление лампочек: $R_1 = U_1/I_1 = 3{,}5$ В$/0{,}35$ А $= 10$ Ом, $R_2 = U_2/I_2 = 2{,}5$ В$/0{,}5$ А $= 5$ Ом.

Общее сопротивление $R_{12} = R_1 + R_2 = 15$ Ом.

Установившийся ток

$$I_{12} = U/R_{12} = 6\ В/15\ Ом = 0{,}4\ А$$

больше номинального I_1 и меньше номинального I_2. Если зашунтировать лампочку 1 реостатом так, чтобы избыточный ток

$$\Delta I = I_2 - I_1 = 0{,}15\ А$$

протекал через него, то лампочки будут работать в нормальном режиме. Найдем сопротивление реостата

$$R_x = U_1/\Delta I = 3{,}5\ В/0{,}15\ А = 23{,}3\ Ом.$$

Ответ: лампочки соединить последовательно и параллельно первой из них подключить реостат, установив сопротивление примерно 23 Ом.

37. Работа и мощность тока

№ 802(793).

Дано:	Решение:
$U_1 = 90$ В	По закону Ома сопротивление лампочки
$I_1 = 0{,}28$ А	$R_1 = U_1/I_1 = 3{,}5$ В$/0{,}28$ А $= 12{,}5$ Ом.
$U_2 = 220$ В	По определению мощность лампочки
$P_2 = 60$ Вт	$P_1 = U_1I_1 = 3{,}5$ В $\cdot$ $0{,}28$ А $= 0{,}98$ Вт.
R_1 — ?, P_1 — ?	Для сетевой лампочки номинальный ток
I_2 — ?, R_2 — ?	$I_2 = P_2/U_2 = 60$ Вт$/220$ В $= 0{,}27$ А

и рабочее сопротивление

$$R_2 = U_2^2/P_2 = 46\,400 \text{ В}^2/60 \text{ В} = 807 \text{ Ом}.$$

Ответ: $R_1 = 12{,}5$ Ом, $P_1 = 0{,}98$ Вт, $I_2 = 0{,}27$ А, $R_2 = 807$ Ом.

№ 803(794).

Дано:	Решение:
$U = 220$ В	При подключении прибора с внутренним сопротивле-
$R_1 = R_2 = 80{,}7$ Ом	нием R к источнику стабильного напряжения потребля-
P_1 — ?, P_2 — ?	емая мощность подсчитывается по формлуле $P = U^2/R$.
P_3 — ?	Когда включена только одна спираль

$$P_1 = U^2/R_1 = 48\,400 \text{ В2}/80{,}7 \text{ Ом} = 600 \text{ Вт}.$$

Когда включены последовательно две спирали

$$R = R_1 + R_2 \Rightarrow P_2 = \frac{U^2}{R_1 + R_2} = \frac{U^2}{2R_1} = 300 \text{ Вт}.$$

Когда спирали включены параллельно, $R = R_1/2$ и мощность

$$P_3 = 2U^2/R_1 = 1200 \text{ Вт}.$$

Ответ: $P_1 = 600$ Вт, $P_2 = 300$ Вт, $P_3 = 1200$ Вт.

№ 804(н).

Дано:	Решение:
$R_1 = 360$ Ом	Так как лампочки включены в сеть параллельно, то напряже-
$R_2 = 240$ Ом	ния на них одинаковы: $U_1 = U_2 = U$ — напряжение в сети.
P_2/P_1 — ?	Мощность постоянного тока $P = U^2/R$. Поэтому

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{U^2/R_2}{U^2/R_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{360 \text{ Ом}}{240 \text{ Ом}} = 1{,}5.$$

Ответ: вторая лампочка потребляет мощность в 1,5 раза большую.

№ 805(796).

Дано:	Решение:
$R_1 = 0{,}5$ кОм =	Общее сопротивление 10 параллельно включенных ламп
= 500 Ом	$R = R_1/10 = 500$ Ом$/10 = 50$ Ом. По закону Ома через них
$n = 10$	протекает ток $I = U_1/R = 120$ В$/50$ Ом $= 2{,}4$ А. На реостате
$U_1 = 120$ В	падает напряжение $U = U_2 - U_1 = 220$ В $-$ 120 В $= 100$ В.
$U_2 = 220$ В	Следовательно, на нем выделяется мощность
P — ?	$P = UI = 100$ В $\cdot$ $2{,}4$ А $= 240$ Вт.

Ответ: $P = 240$ Вт.

№ 806(797).

Так как обе лампы рассчитаны на работу в сети 220 В, то сопротивление 40-ватной лампы в 2,5 раза больше, чем сопротивление 100-ватной. При последовательном включении через них протекает одинаковый ток и мощность, выделяемая на лампах, подсчитывается по формуле $P = I^2R$. Следовательно, на 40-ваттной лампе выделяется в 2,5 раза большая мощность.

№ 807(798).

Дано:
$R_2 = 0{,}9R_1$

P_2/P_1 — ?

Решение:
Первоначальная мощность плитки была $P_1 = U^2/R_1$. После укорочения спирали на 0,1 первоначальной длины ее сопротивление стало $R_2 = R_1 - 0{,}1R = 0{,}9R_1$, а выделяемая мощность

$$P_2 = U^2/R_2 = U^2/0{,}9R_1.$$

Беря отношение P_2/P_1, получаем $P_2/P_1 = 1/0{,}9 = 1{,}1$, т. е. мощность возросла в 1,1 раза.

Ответ: увеличилась в 1,1 раза.

№ 808(799).

Дано:
$U = 380$ В
$I = 20$ А
$m = 1$ т $= 10^3$ кг
$h = 19$ м
$t = 50$ с

η — ?

Решение:
Кран совершает полезную работу по подъему груза $A_п = mgh$. При этом из электрической сети было потреблено количество энергии $A_з = UIt$. По определению КПД

$$\eta = \frac{A_п}{A_з} \cdot 100\% = \frac{mgh}{UIt} \cdot 100\% =$$

$$= \frac{10\ кг \cdot 9{,}8\ м/с^2 \cdot 19\ м}{380\ В \cdot 20\ А \cdot 50\ с} \cdot 100\% \approx 50\%.$$

Ответ: $\eta = 50\%$.

№ 809(н).

Дано:
$U = 550$ В
$\eta = 80\%$
$m = 11$ т $= 1{,}1 \cdot 10^4$ кг
$v = 36$ км/ч $= 10$ м/с
$\mu = 0{,}02$

I — ?

Решение:
По определению КПД $\eta = \frac{A_п}{A_з} \cdot 100\%$.

$A_з$ — затраченная работа тока: $A_з = UI\Delta t$, где Δt — время работы двигателя троллейбуса. $A_п$ — полезная механическая работа: $A_п = F_т s$, где $F_т$ — сила тяги, а s — путь, пройденный троллейбусом за время Δt. По условию задачи движение равномерное, поэтому модули силы тяги и силы сопротивления движению равны: $F_т = F_{сопр}$.

Учитывая, что сила сопротивления равна произведению нормальной реакции опоры на коэффициент сопротивления, получим $F_т = \mu N = \mu mg$. Так как путь $s = v\Delta t$, получим полезную работу $A_п = \mu mg\, v\Delta t$. Тогда

$$\eta = \frac{\mu mgv\Delta t}{IU\Delta t} \cdot 100\% = \frac{\mu mgv}{IU} \cdot 100\%,$$

а искомая сил тока

$$I = \frac{\mu mgv \cdot 100\%}{\eta U}.$$

Подставим данные задачи:

$$I = \frac{0,02 \cdot 1,1 \cdot 10^4 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 10 \text{ м/с} \cdot 100\%}{80\% \cdot 550 \text{ В}} = 50 \text{ А}.$$

Ответ: $I = 50$ А.

№ 810(801).

Если сопротивление прибора равно R, то он потребляет из сети электрическую мощность $P = U^2/R$. Так как $R = \rho l/S$, где ρ — удельное сопротивление, l — длина, S — площадь поперечного сечения проволоки, то мощность нагревателя $P = U^2S/\rho l = U^2Sl/\rho l^2 = U^2V/\rho l^2$. Здесь $Sl = V$ — объем нагревательного элемента. При заданной мощности P и габаритах V устройства нагреватель с большим ρ будет иметь меньшую длину l спирали.

№ 811(н).

Дано:	Решение:
$U = 220$ В $I = 10$ А $R = 2$ Ом	Потребляемая электромотором мощность $P_{потр} = IU$. При работе электромотора выделяется тепловая мощность $P_{тепл} = I^2R$. Разность между $P_{потр}$ и $P_{тепл}$ есть полезная механическая мощность: $P_{мех} = IU - I^2R = I(U - IR)$. КПД электромотора с учетом $A = P\Delta t$:
P — ? η — ?	

$$\eta = \frac{A_п}{A_з} \cdot 100\% = \frac{P_{мех}\Delta t}{P_{потр}\Delta t} \cdot 100\% = \frac{I(U - IR)}{IU} \cdot 100\% = \left(1 - \frac{IR}{U}\right) \cdot 100\%.$$

Подставим данные:

$$P_{потр} = 10 \text{ А} \cdot 220 \text{ В} = 2200 \text{ Вт} = 2,2 \text{ кВт}.$$

$$\eta = \left(1 - \frac{10 \text{ А} \cdot 20 \text{ м}}{220 \text{ В}}\right) \cdot 100\% = 91\%.$$

Ответ: $P = 2,2$ кВт, $\eta = 91\%$.

№ 812(803).

Дано:	Решение:
$U = 220$ В $S = 0,84$ мм^2 $m = 2$ кг $t_1 = 20°$ С $t_2 = 100°$ С $\eta = 80\%$ $\rho = 0,42$ Ом $\cdot$ мм^2/м $\tau = 10$ мин $= 600$ с	Для того, чтобы нагреть воду до кипения, ей необходимо сообщить количество теплоты $Q = cm(t_2 - t_1)$. При этом от нагревателя с учетом КПД необходимо получить энергию $A = Q/\eta$. Эта энергия отбирается из электрической сети за время τ, следовательно, мощность нагревателя должна быть $$P = \frac{A}{\tau} = \frac{Q}{\eta\tau} = \frac{cm(t_2 - t_1)}{\eta\tau}.$$
l — ?	Чтобы такой нагреватель работал от напряжения U_1, его сопротивление должно быть

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{U^2\eta\tau}{cm(t_2 - t_1)}.$$

С другой стороны, . Отсюда длина проволоки

$$l = \frac{RS}{\rho} = \frac{U^2\eta\tau S}{cm(t_2 - t_1)} = \frac{48400 \text{ В}^2 \cdot 0,8 \cdot 600 \text{ с} \cdot 0,84 \text{ мм}^2}{4190 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 2 \text{ кг} \cdot 80 \text{ К} \cdot 0,42 \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}} = 69 \text{ м}.$$

Ответ: $l = 69$ м.

№ 813(н).

Дано:	Решение:
$R = 160$ Ом $m = 0{,}5$ кг $t_1 = 20^\circ$ C $t_2 = 100^\circ$ C $\eta = 80\%$ $\tau = 20$ мин $=$ $= 1{,}2 \cdot 10^3$ с m_1 — ?	КПД кипятильника $\eta = \frac{Q_{пол}}{Q_{затр}} \cdot 100\%$, где $Q_{пол}$ — полезное количество теплоты, $Q_{затр}$ — затраченное количество теплоты. Полезным процессом по условию задачи является нагрев воды температуры от $t_1 = 20^\circ$ C до температуры кипения $t_2 = 100^\circ$ C, а также парообразования воды: $Q_{пол} = c_в m(t_2 - t_1) + rm_1$. Здесь $c_в$ и r — удельная теплоемкость и удельная теплота парообразования воды, m_1 — масса выкипевшей воды.

Затраченное количество теплоты определим, воспользовавшись законом Джоуля—Ленца: $Q_{затр} = I^2R\tau = U^2\tau/R$. Подставим $Q_{пол}$ и $Q_{затр}$ в выражение для КПД:

$$\eta = \frac{c_в m(t_2 - t_1) + rm_1}{U^2\tau/R} \cdot 100\%.$$

Отсюда найдем искомую массу выкипевшей воды:

$$m_1 = \frac{\frac{2U^2\tau}{100\%} - c_в m(t_2 - t_1)}{r} =$$

$$= \frac{\frac{80\% \cdot (220\ \text{В})^2 1{,}2 \cdot 10^3\ \text{с}}{100\%} - 4{,}19 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 0{,}5\ \text{кг} \cdot 80\ \text{К}}{2{,}3 \cdot 10^6\ \text{Дж/кг}} =$$

$$= 0{,}053\ \text{кг} = 53\ \text{г}.$$

Ответ: $m_1 = 53$ г.

38. Электродвижущая сила. Закон Ома для полной цепи

№ 814(805).

Дано:	Решение:
$\mathcal{E} = 1{,}5$ В $I = 0{,}2$ А $t = 1$ мин $=$ $= 60$ с $A_{ст}$ — ?	Электродвижущая сила — физическая величина, равная отношению работы сторонних сил $A_{ст}$ по перемещению положительного заряда q_0 по замкнутой цепи к заряду q_0: $\mathcal{E} = A_{ст}/q_0$. Отсюда $A_{ст} = \mathcal{E}q_0$. В нашем примере заряд $q_0 = It$ и $A_{ст} = \mathcal{E}It = 1{,}5\ \text{В} \cdot 0{,}2\ \text{А} \cdot 60\ \text{с} = 18$ Дж.

Ответ: $A_{ст} = 18$ Дж.

№ 815(806).

Дано:	Решение:
$\mathcal{E} = 12$ В $r = 1$ Ом $R = 5$ Ом I — ? U — ?	По закону Ома для полной цепи: $I = \frac{\mathcal{E}}{r + R} = \frac{12\ \text{В}}{1\ \text{Ом} + 5\ \text{Ом}} = \frac{12\ \text{В}}{6\ \text{Ом}} = 2$ А. Напряжение на зажимах источника $U = IR = 2\ \text{А} \cdot 5\ \text{Ом} = 10$ В. Оно также равно разности ЭДС и падения напряжения на внутреннем сопротивлении источника: $U = \mathcal{E} - Ir$.

Ответ: $I = 2$ А, $U = 10$ В.

№ 816(807).

Дано:	Решение:
$\mathcal{E}$ $R = r$	По закону Ома для полной цепи: $I = \mathcal{E}/(r + R)$, где r — внутреннее сопротивление источника ЭДС, R — сопротивление внешней части цепи.
U — ?	Отсюда $\mathcal{E} = Ir + IR$. Произведение IR — это падение напряжение на

внешнем участке цепи. По условию $R = r$. Находим $Ir = \mathcal{E}/2$. Таким образом,

$$U = IR = Ir = \mathcal{E}/2.$$

Ответ: $U = \mathcal{E}/2$.

№ 817(808).

Дано:	Решение:
$\mathcal{E} = 4{,}5$ В $U = 4$ В $I = 0{,}25$ А	Из закона Ома для полной цепи $$r = \frac{\mathcal{E}}{I} - R = \frac{\mathcal{E}}{I} - \frac{U}{I} = \frac{\mathcal{E} - U}{I} = \frac{4{,}5\text{ В} - 4\text{ В}}{0{,}25\text{ А}} = 2\text{ Ом}.$$
r — ?	Здесь мы использовали тот факт, что если напряжение на лампочке

U и через нее протекает ток I, то ее сопротивление $R = U/I$ (закон Ома для однородного участка цепи).

Ответ: $r = 2$ Ом.

№ 818(809).

Дано:	Решение:
$\mathcal{E} = 30$ В $r = 2$ Ом $U = 28$ В $t = 5$ мин $=$ $= 300$ с	Напряжение на зажимах источника ЭДС $U = \mathcal{E} - Ir$. Отсюда сила тока $$I = \frac{\mathcal{E} - U}{r} = \frac{30\text{ В} - 28\text{ В}}{2\text{ Ом}} = \frac{2\text{ В}}{2\text{ Ом}} = 1\text{ А}.$$ Работа сторонних сил
$I_{ст}$ — ? A — ? A_r — ? A_R — ?	$$A_{ст} = \mathcal{E}q_0 = \mathcal{E}It = 30\text{ В} \cdot 1\text{ А} \cdot 300\text{ с} = 9000\text{ Дж} = 9\text{ кДж}.$$ Работа тока во внешней цепи $$A_R = UIt = 28\text{ В} \cdot 1\text{ А} \cdot 300\text{ с} = 8400\text{Дж} = 8{,}4\text{ кДж}.$$ Работа во внутренней части цепи

$$A_r = A_{ст} - A_R = 9\text{ кДж} - 8{,}4\text{ кДж} = 0{,}6\text{ кДж}.$$

Ответ: $I_{ст} = 1$ А, $A = 9$ кДж, $A_r = 0{,}6$ кДж, $A_R = 8{,}4$ кДж.

№ 819(810).

По закону Ома для полной цепи ток в ней равен $I = \mathcal{E}/(r + R)$, а напряжение на зажимах источника

$$U = IR = \frac{\mathcal{E}R}{r + R} = \frac{\mathcal{E}}{r/R + 1}.$$

Замыкая ключ, мы уменьшаем сопротивление нагрузки R в два раза. Поэтому ток в цепи возрастет, а напряжение на зажимах источника уменьшится.

Ответ: амперметра — увеличатся, вольтметра — уменьшатся.

№ 820(811).

Дано:	Решение:
$\mathcal{E} = 1{,}1$ В; $R = 2$ Ом $I = 0{,}5$ А	Сила тока при коротком замыкании (когда сопротивление нагрузки $R = 0$) $I_{кз} = \mathcal{E}/r$. Найдем внутреннее сопротивление
$I_{кз}$ — ?	источника ЭДС. Из закона Ома для полной цепи

$$r = \frac{\mathcal{E} - IR}{I}.$$

Тогда

$$I_{кз} = \frac{\mathcal{E}}{r} = \frac{I\mathcal{E}}{\mathcal{E} - IR} = \frac{0{,}5\ А \cdot 1{,}1\ В}{1{,}1\ В - 0{,}5\ А \cdot 2\ Ом} = 5{,}5\ А.$$

Ответ: $I_{кз} = 5{,}5$ А.

№ 821(н).

Дано:	Решение:
$I_1 = 0{,}5$ А $U_1 = 4$ В $I_2 = 0{,}9$ А $U_2 = 3{,}6$ В	Из закона Ома для полной цепи следует, что показания вольтметра, подключенного к зажимам источника тока: $U = \mathcal{E} - Ir$, где I — сила тока в цепи, $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока, r — его внутреннее сопротивление. Тогда имеем систему уравнений:
$\mathcal{E}$ — ? r — ?	$\begin{cases} U_1 = \mathcal{E} - I_1 r \\ U_2 = \mathcal{E} - I_2 r \end{cases}.$

Вычитая уравнения, получаем $U_1 - U_2 = (I_2 - I_1)r$, откуда

$$r = \frac{U_1 - U_2}{I_2 - I_1}.$$

Домножая первое уравнение на I_2, второе на I_1, а затем вычитая уравнения, получим

$$\mathcal{E} = \frac{U_1 I_2 - U_2 I_1}{I_2 - I_1}.$$

Подставим данные:

$$r = \frac{4\ В - 3{,}6\ В}{0{,}9\ А - 0{,}5\ А} = 1\ Ом;$$

$$\mathcal{E} = \frac{4\ В \cdot 0{,}9\ А - 3{,}6\ В \cdot 0{,}5\ А}{0{,}9\ А - 0{,}5\ А} = 4{,}5\ В.$$

Ответ: $\mathcal{E} = 4{,}5$ В, $r = 1$ Ом.

№ 822(813).

Дано:	Решение:
$I_1 = 1$ А $R_1 = 16$ Ом $I_2 = 1{,}8$ А $R_2 = 8$ Ом	Запишем закон Ома для полной цепи в обоих случаях $I_1(R_1 + r) = \mathcal{E}$ и $I_2(R_2 + r) = \mathcal{E}$. Приравнивая выражения, получим уравнение $I_1R_1 + I_1r = I_2R_2 + I_2r$. Отсюда $r = \frac{I_1R_1 - I_2R_2}{I_2 - I_1} = \frac{1\ А \cdot 16\ Ом - 1{,}8\ А \cdot 8\ Ом}{1{,}8\ А - 1\ А} = 2\ Ом.$
$\mathcal{E}$ — ? r — ?	Теперь находим ЭДС

$$\mathcal{E} = I_1R_1 + I_1r = 1\ А \cdot 16\ Ом + 1\ А \cdot 2\ Ом = 18\ В.$$

Ответ: $\mathcal{E} = 18$ В, $r = 2$ Ом.

№ 823(814).

Дано:	Решение:
$I_1 = 30$ А, $P_1 = 180$ Ом $I_2 = 10$ А, $P_2 = 100$ Ом	Найдем сопротивление внешней цепи в обоих случаях $R_1 = \frac{P_1}{I_1^2}$ и $R_2 = \frac{P_2}{I_2^2}.$
$\mathcal{E}$ — ?, r — ?	

Из этих равенств получаем $I_1R_1 = P_1/I_1$ и $I_2R_2 = P_2/I_2$. Воспользуемся формулами из предыдущей задачи для нахождения $\mathcal{E}$ и r.

$$r = \frac{I_1R_1 - I_2R_2}{I_2 - I_1} = \frac{I_2R_2 - I_1R_1}{I_1 - I_2} = \frac{P_2/I_2 - P_1/I_1}{I_1 - I_2} = \frac{10\ \text{В} - 6\ \text{В}}{30\ \text{А} - 10\ \text{А}} = 0{,}2\ \text{Ом}.$$

$$\mathcal{E} = I_1R_1 + I_1r = \frac{P_1}{I_1} + I_1r = 6\ \text{В} + 30\ \text{А} \cdot 0{,}2\ \text{Ом} = 12\ \text{В}.$$

Ответ: $\mathcal{E} = 12$ В, $r = 0{,}2$ Ом.

№ 824(815).

Дано:
$U_1 = 6$ В
$U_2 = 3$ В
U_3 — ?
U_4 — ?

Решение:
Пусть сопротивление резистора равно R, а внутреннее сопротивление источника тока r. Считаем, что сопротивление вольтметра бесконечно велико. В этом случае вольтметр сначала показывал напряжение, равное ЭДС источника: $\mathcal{E} = U_1 = 6$ В. Когда подсоединили сопротивление R, на зажимах источника напряжение стало

$$U_2 = IR = \frac{\mathcal{E}R}{r + R} = \frac{\mathcal{E}}{r/R + 1}.$$

Отсюда находим

$$\frac{r}{R} = \frac{\mathcal{E}}{U_2} - 1 = \frac{U_1}{U_2} - 1 = \frac{6\ \text{В}}{3\ \text{В}} - 1 = 1.$$

Следовательно, сопротивление R равно внутреннему сопротивлению источника тока. Если включить последовательно два таких резистора, то $R = 2r$ и

$$U_3 = \frac{\mathcal{E}}{1 + 1/2} = \frac{2\mathcal{E}}{3} = \frac{2 \cdot 6\ \text{В}}{3} 4\ \text{В}.$$

Если подключать их параллельно зажимам источника, то $R = r/2$ и

$$U_4 = \mathcal{E}/(1 + 2) = 6\ \text{В}/3 = 2\ \text{В}.$$

Ответ: $U_3 = 4$ В, $U_4 = 2$ В.

№ 825(816).

Дано:
$\mathcal{E} = 40$ В
$r = 0{,}04$ Ом
$S = 170$ мм^2
$l = 50$ м
$\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-2}$ Ом · мм^2/м
$I = 200$ А
U_1 — ?, U_2 — ?
P — ?

Решение:
Общая длина подводящих проводов равна $2l$, а их сопротивление $R = 2\rho l/S$. Так как на внутреннем сопротивлении источника происходит падение напряжения, то напряжение на его зажимах

$$U_1 = \mathcal{E} - Ir = 40\ \text{В} - 200\ \text{А} \cdot 0{,}04\ \text{Ом} = 32\ \text{В}.$$

Напряжение на сварочном аппарате отличается от напряжения на зажимах генератора на величину падения напряжения на подводящих проводах:

$$U_2 = U_1 - Ir = U_1 - \frac{I2\rho l}{S} = 32\ \text{В} - \frac{200\ \text{А} \cdot 2 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-2}\ \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}\ \text{В} \cdot 5\ \text{Ом}}{170\ \text{мм}^2} =$$

$$= 32\ \text{В} - 2\ \text{В} = 30\ \text{В}.$$

Мощность сварочной дуги $P = IU_2 = 200\ \text{А} \cdot 30\ \text{В} = 6000\ \text{Вт} = 6$ кВт.

Ответ: $U_1 = 32$ В, $U_2 = 32$ В, $P = 6$ кВт.

№ 826(н).

Дано:	Решение:
$n = 50$ $r = 0{,}1$ Ом $U = 128$ В $R = 300$ Ом $R_{пр} = 0{,}4$ Ом	Рассчитаем сначала общее сопротивление $n = 50$ параллельно соединенных ламп: $$\frac{1}{R_л} = \frac{n}{R} \Rightarrow R_л = \frac{R}{n} = \frac{300\ \text{Ом}}{50} = 6\ \text{Ом}.$$ Для определения силы тока воспользуемся законом Ома для полной цепи:
$\mathcal{E}$ — ?, $U_л$ — ? I — ?, $P_{пол}$ — ? P_r — ?, $P_{пр}$ — ?	$$I = \frac{\mathcal{E}}{r + \frac{R}{n} + R_{пр}} (1).$$

Здесь $R/n + R_{пр}$ — сумма сопротивлений ламп и подводящей линии есть сопротивление внешнего участка цепи. Напряжение на зажимах генератора $U = \mathcal{E} - Ir$. Выражая отсюда $\mathcal{E} = U + Ir$ и подставляя в (1), получим

$$I = \frac{U + I_r}{r + \frac{R}{n} + R_{пр}} \Rightarrow I = \frac{U}{\frac{R}{n} + R_{пр}} = \frac{128\ \text{В}}{6\ \text{Ом} + 0{,}4\ \text{Ом}} = 20\ \text{А}.$$

ЭДС генератора $\mathcal{E} = U + Ir = 128$ В + 20 А • 0,1 Ом = 130 В.

Напряжение на лампах $U_л = IR_л = 20$ А • 6 Ом = 120 В.

Полезная мощность выделяется на лампах:

$$P_{пол} = \frac{U_л^2}{R_л} = \frac{(120\ \text{В})^2}{6\ \text{Ом}} = 2400\ \text{Вт}.$$

Потеря мощности на внутреннем сопротивлении генератора

$$P_r = I^2 r = (20\ \text{А})^2 \cdot 0{,}1\ \text{Ом} = 40\ \text{Вт}.$$

Потеря мощности на проводящих проводах

$$P_{пр} = I^2 R_{пр} = (20\ \text{А})^2 \cdot 0{,}4\ \text{Ом} = 160\ \text{Вт}.$$

Ответ: $\mathcal{E} = 130$ В, $U_л = 120$ В, $I = 20$ А, $P_{пол} = 2{,}4$ кВт, $P_r = 40$ В, $P_{пр} = 160$ В.

№ 827(н).

Дано:	Решение:
$\mathcal{E} = 250$ В $r = 0{,}1$ Ом $l = 100$ м $P = 22$ кВт $U = 220$ В	С одной стороны, сила тока в цепи из определения мощности тока $I = P/U$. С другой стороны, по закону Ома для полной цепи сила тока $$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r + R_{пр}},$$
m — ?	где $R = U^2/P$ — сопротивление потербителя; $R_{пр}$ — сопротивление

подводящих проводов. Приравнивая выражения для силы тока:

$$\frac{P}{U} = \frac{\mathcal{E}}{R + r + R_{пр}},$$

получим сопротивление проводов

$$R_{пр} = \frac{\mathcal{E}U - Pr - U^2}{P} = \frac{U(\mathcal{E} - U)}{P} - r\ (1).$$

Выразим сопротивление провода через его длину $2l$ (т. к. линия двухпроводная) и площадь поперечного сечения S: $R_{пр} = 2\rho l/S$ (2), где ρ — удельное сопротивление алюминия. Масса алюминия $m = D2lS$, где D — плотность алюминия. Тогда, используя соотношения (1) и (2), получим

$$m = \frac{4l^2\rho D}{R_{пр}} = \frac{4l^2\rho D}{\frac{U(\mathscr{E}-U)}{P} - r} =$$

$$= \frac{4 \cdot (100\ м)^2 \cdot 2{,}8 \cdot 10^{-8}\ Ом \cdot м \cdot 2{,}7 \cdot 10^3\ кг/м^3}{\frac{220\ В \cdot (250\ В - 220\ В)}{22 \cdot 10^3\ Вт} - 0{,}1\ Ом} = 15{,}1\ кг.$$

Ответ: $m = 15{,}1$ кг.

№ 828(818).

Дано:	Решение:
$R_1 = 3$ Ом $R_2 = 12$ Ом $P_1 = P_2$	Пусть при подключении лампочки R_1 в цепи протекает ток I_1, а при подключении лампочки R_2 — ток I_2. Тогда из равенства мощностей
η_1 — ? η_2 — ? r — ?	$$R_1I_1^2 = R_2I_2^2 \Rightarrow I_1 = I_2\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}.$$ С другой стороны, $$I_1 = \frac{\mathscr{E}}{r+R_1} \text{ и } I_2 = \frac{\mathscr{E}}{r+R_2}.$$

Деля эти выражения друг на друга, получим

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r+R_2}{r+R_1}.$$

Но

$$\frac{I_1}{I_2} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}.$$

Получаем уравнение относительно неизвестного r:

$$\frac{r+R_2}{r+R_1} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \Rightarrow r = \frac{R_2 - R_1\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}}{\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} - 1} = \frac{R_2 - \sqrt{R_1R_2}}{\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} - 1} = \frac{12\ Ом - \sqrt{3\ Ом \cdot 12\ Ом}}{\sqrt{4} - 1} =$$

$$= 6\ Ом.$$

Общая мощность, выделяемая источником тока, равна $P = I\mathscr{E}$, полезная мощность $P_п = I\mathscr{E} - I^2r$. Коэффициент полезного действия будет равен

$$\eta = \frac{P_п}{P} \cdot 100\% = \frac{\mathscr{E}I - rI^2}{\mathscr{E}I} \cdot 100\% = \left(1 - \frac{rI}{\mathscr{E}}\right) \cdot 100\%.$$

Отношение $I/\mathscr{E}$ из закона Ома для полной цепи равно $1/(r + R)$. Таким образом:

$$\eta = \left(1 - \frac{r}{r+R}\right) \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\eta_1 = \left(1 - \frac{6\ Ом}{6\ Ом + 3\ Ом}\right) \cdot 100\% = 33\%.$$

$$\eta_2 = \left(1 - \frac{6\ Ом}{6\ Ом + 12\ Ом}\right) \cdot 100\% = 67\%.$$

Ответ: $\eta_1 = 33\%$, $\eta_2 = 67\%$, $r = 6$ Ом.

№ 829(819).

Дано:	Решение:
$\mathcal{E} = 9$ В	Если лампочки работают в номинальном режиме, то вместе они
$r = 1$ Ом	потребляют ток $I = nI_1 = 3 \cdot 0{,}3$ А $= 0{,}9$ А.
$n_1 = 3$	Падение напряжения на внутреннем сопротивлении источника
$U_1 = 6{,}3$ В	ЭДС равно $U_r = rI = 1$ Ом $\cdot$ 0,9 А = 0,9 В.
$I_1 = 0{,}3$ А	Отсюда можем найти падение напряжения на реостате
$n_2 = 2$	$U_R = \mathcal{E} - U_r - U_1 = 9$ В $- 0{,}9$ В $- 6{,}3$ В $= 1{,}8$ В,
P_2/P_1 — ?	так как по условию на лампочках падает напряжение U_1.

Сопротивление реостата $R = U_R/I = 1{,}8$ В/0,9 А = 2 Ом.
Номинальная мощность лампочки $P_1 = U_1I_1 = 6{,}3$ В $\cdot$ 0,3 А = 1,89 Вт.
Сопротивление лампочки $R_1 = U_1/I_1 = 6{,}3$ В/0,3 А = 21 Ом.
Когда одна лампочка перегорела, источник стал выдавать ток

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{r + R + R_1/2} = \frac{9\ \text{Ом}}{1\ \text{Ом} + 2\ \text{Ом} + 10{,}5\ \text{Ом}} = 0{,}6(6)\ \text{А}.$$

Половина этого тока стала протекать по каждой лампочке. Следовательно, мощность на лампочке стала равна

$$P_2 = \left(\frac{I_2}{2}\right)^2 R_1 = 2{,}33\ \text{Вт}.$$

Мощность возросла в

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{2{,}33\ \text{Вт}}{1{,}89\ \text{Вт}} = 1{,}23\ \text{раза}.$$

Ответ: увеличилась в 1,23 раза.

№ 830(820).

Дано:	Решение:
$\mathcal{E}$; r	Общее сопротивление резисторов равно $9r$. По цепи первона-
$R_1 = 3r$	чально протекал ток $I_1 = \mathcal{E}/(r + 9r) = \mathcal{E}/10r$. Напряжение на зажи-
I_2/I_1 — ?	мах источника было $U_1 = 9rI_1 = 9\mathcal{E}/10$. Полезная мощность сос-
U_2/U_1 — ?	тавляла $P_1 = U_1I_1 = 9\mathcal{E}^2/100r$. После параллельного соединения
P_2/P_1 — ?	резисторов их общее сопротивление стало равно r. Ток в цепи ус-
	тановился равным $I_2 = \mathcal{E}/(r + r) = \mathcal{E}/2r$. Напряжение на зажимах

источника стало $U_2 = rI_2 = \mathcal{E}/2$, а мощность — $P_2 = U_2I_2 = \mathcal{E}^2/4r$. Теперь находим отношение $I_2/I_1 = 5$; $U_2/U_1 = 5/9 = 1/1{,}8$; $P_2/P_1 = 25/9 = 2{,}8$.
Ответ: ток увеличится в 5 раз, напряжение уменьшится в 1,8 раза, мощность возрастет в 2,8 раза.

ГЛАВА IX
МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

39. Магнитное поле тока. Магнитная индукция. Магнитный поток. Закон Ампера. Сила Лоренца. Магнитные свойства вещества

№ 831(821).

Магнитная стрелка стремится ориентироваться вдоль линий магнитной индукции так, чтобы направление с Юга (S) на Север (N) совпадало с направлением вектора $\vec{B}$. По правилу «буравчика» — правого винта — находим, что в плоскости между проводниками вектор магнитной индукции направлен от наблюдателя за плоскость чертежа. В том же направлении повернется N — конец магнитной стрелки.

№ 832(822).

Судя по ориентации магнитной стрелки, вектор индукции магнитного поля в центре соленоида направлен справа налево. По правилу «буравчика» электрический ток должен протекать от правой клеммы к левой. В электродинамике принято считать за положительное направление тока направление от «+» к «–». Поэтому следует пометить правую клемму знаком «+», а левую — знаком «–».

№ 833(823).

Дано:	Решение:
$S = 1\ см^2 = 10^{-4}\ м^2$ $M = 2\ мкН \cdot м = 2 \cdot 10^{-6}\ Н \cdot м$ $I = 0{,}5\ А$	По определению модуль вектора магнитной индукции B равен отношению максимального вращательного момента M к произведению силы тока I, текущего в рамке, на площадь поверхности S, отхватываемой этим контуром.
B — ?	$$B = \frac{M}{IS} = \frac{2 \cdot 10^{-6}\ Н \cdot м}{0{,}5\ А \cdot 10^{-4}\ м^2} = 0{,}04\ Тл.$$

Ответ: $B = 0{,}04$ Тл.

№ 834(824).

Дано:	Решение:
$S = 400\ см^2 = 0{,}04\ м^2$ $M = 20\ мН \cdot м = 0{,}02\ Н \cdot м$ $B = 0{,}1\ Тл$	При указанной ориентации рамки относительно вектора $\vec{B}$ вращательный момент M максимален. Поэтому мы можем записать: $M = BIS$. Откуда
I — ?	$$I = \frac{M}{BS} = \frac{0{,}02\ Н \cdot м}{0{,}1\ Тл \cdot 0{,}04\ м^2} = 5\ А.$$

Ответ: $I = 5$ А.

№ 835(825).

Дано:	Решение:
$a = 10\ см = 0{,}1\ м$; $b = 5\ см = 0{,}05\ м$ $I = 2\ А$, $B = 0{,}05\ Тл$, $N = 200$	Площадь рамки $S = ab = 0{,}1\ м \cdot 0{,}05\ м = 5 \cdot 10^{-3}\ м^2$.
M — ?	На каждый виток рамки с током I в магнитном поле с индукцией B может

действовать максимальный вращательный момент $M_{max} = BIS$. Так как рамки включены последовательно, моменты складываются и общий вращательный момент равен

$$M = NBIS = 200 \cdot 0{,}05\ Тл \cdot 2\ А \cdot 5 \cdot 10^{-3}\ м^2 = 0{,}1\ Н \cdot м.$$

Ответ: $M = 0{,}1$ Н • м.

№ 836(826).

Дано:	Решение:
$l = 8$ см = $= 8 \cdot 10^{-2}$ м	Найдем площадь квадратного контура. Она равна $S_1 = (l/4)^2$. Площадь кругового контура $S_2 = \pi(l/2\pi)^2 = l^2/4\pi$. Максимальный вращательный момент находим из формулы $M = BIS$.
$B = 0{,}2$ Тл	
$I = 4$ А	$M_1 = BI(l/4)^2 = 0{,}2\ Тл \cdot 4\ А \cdot 4 \cdot 10^{-4}\ м^2 = 0{,}32\ мН \cdot м.$
M_1 — ?, M_2 — ?	$M_2 = BIl^2/4\pi = 0{,}2\ Тл \cdot 4\ А \cdot 5{,}1 \cdot 10^{-4}\ м^2 = 0{,}41\ мН \cdot м.$

Ответ: $M_1 = 0{,}32$ мН • м, $M_2 = 0{,}41$ мН • м.

№ 837(827).

Дано:	Решение:
$S = 60\ см^2 = 6 \cdot 10^{-3}\ м^2$	Магнитный поток внутри контура равен $\Phi = BS$.
$\Phi = 0{,}3\ мВб = 3 \cdot 10^{-4}$ Вб	Отсюда
B — ?	$B = \dfrac{\Phi}{S} = \dfrac{3 \cdot 10^{-4}\ Вб}{6 \cdot 10^{-3}\ м^2} = 0{,}05\ Тл.$

Ответ: $B = 0{,}05$ Тл.

№ 838(828).

Дано:	Решение:
$S = 50\ см^2 =$ $= 5 \cdot 10^{-3}\ м^2$	Магнитным потоком Φ через некоторую поверхность S называется скалярная величина, равна произведению модуля вектора магнитной индукции B на площадь этой поверхности S и косинус угла между нормалью к поверхности и вектором $\vec{B}$:
$B = 0{,}4$ Тл	
$\beta_1 = 90°$	
$\beta_2 = 45°$	$\Phi = BS\cos\alpha.$
$\beta_3 = 30°$	а) В этом случае $\alpha = 0$ и $\Phi = BS = 0{,}4\ Тл \cdot 5 \cdot 10^{-3}\ м^2 = 2$ мВб.
Φ_1 — ?	б) угол $\alpha = 45°$, $\Phi = BS\cos 45° = 2\ мВб \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 1{,}4$ мВб.
Φ_2 — ?	
Φ_3 — ?	в) угол между нормалью и вектором B $\alpha = 60°$,
	$\Phi = BS\cos 60° = 2\ мВб \cdot \dfrac{1}{2} = 1$ мВб.

Ответ: $\Phi_1 = 2$ мВб, $\Phi_2 = 1{,}4$ мВб, $\Phi_3 = 1$ мВб.

№ 839(829).

1. Проводник с током, направленным от плоскости чертежа к наблюдателю, находится в однородном магнитном поле, вектор индукции которого направлен слева направо (так будет ориентироваться магнитная стрелка между полюсами магнита). Определить направление силы Ампера, действующей на проводник.

По правилу левой руки направляем четыре вытянутые пальца на себя так, чтобы силовые линии магнитного поля входили в ладонь (ладонь повернута налево). Отогнутый большой палец покажет направление силы Ампера (наверх).

2. Проводник с током, текущим в направлении от наблюдателя за плоскость чертежа, находится в однородном магнитном поле, вектор индукции которого направлен снизу вверх. Определить направление силы Ампера, действующей на проводник.

По правилу левой руки направление силы Ампера — слева направо.

3. Проводник с током, текущим слева направо, находится в однородном магнитном поле, вектор индукции которого направлен сверху вниз. Определить направление силы Ампера, действующей на проводник.

По правилу левой руки сила Ампера направлена от наблюдателя за плоскость чертежа.

4. Проводник с током, направленным снизу вверх, помещен в однородное магнитное поле, вектор индукции которого направлен от наблюдателя за плоскость чертежа. Найти направление силы Ампера, действующей на проводник.

По правилу левой руки сила Ампера направлена слева направо.

5. Проводник с током помещен в однородное магнитное поле, вектор индукции которого направлен слева направо. На проводник действует сила Ампера, направленная сверху вниз. Определить направление тока.

Применяем правило левой руки. Направляем отогнутый большой палец вниз (по направлению действия силы Ампера). Ладонь поворачиваем налево, чтобы силовые линии поля входили в нее. Вытянутые пальцы покажут направление тока (от наблюдателя за плоскость чертежа).

6. На проводник с током, текущим слева направо, действует сила Ампера, направленная снизу вверх. Найти направление линий индукции магнитного поля.

По правилу левой руки силовые линии входят в ладонь, ориентированную большим пальцем вверх, а вытянутыми остальными пальцами налево. Силовые линии направлены от наблюдателя за плоскость чертежа.

7. Проводник с током, текущим от наблюдателя за плоскость чертежа, находится между полюсами магнита. На проводник действует сила Ампера, направленная справа налево. Найти направление вектора магнитной индукции и обозначить полюса магнита.

По правилу левой руки силовые линии магнитного поля направлены сверху вниз. Значит, северный полюс магнита сверху, а южный — внизу.

8. Проводник с током, текущим в направлении от наблюдателя за плоскость чертежа, помещен в однородное магнитное поле, силовые линии которого направлены от плоскости чертежа к наблюдателю. Какова сила Ампера?

В данном случае сила Ампера равну нулю, так как угол между вектором $\vec{B}$ равен $180°$, а $\sin 180° = 0$.

№ 840(830).

Дано:	Решение:
$l = 5$ см $= 0{,}05$ м $I = 25$ А, $\alpha = 90°$ $F = 50$ мН $= 0{,}05$ Н $B - ?$	По закону Ампера на проводник длины l с током I в магнитном поле с индукцией B действует сила $F = IBl \sin\alpha$, где α — угол между направлением тока в проводнике и вектором B ($\alpha = 90°$). Отсюда находим индукцию поля

$$B = \frac{F}{Il \sin\alpha} = \frac{0{,}05\ \text{Н}}{25\ \text{А} \cdot 5 \cdot 10^{-2}\ \text{м} \cdot 1} = 0{,}04\ \text{Тл}.$$

Ответ: $B = 0{,}04$ Тл.

№ 841(831).

Дано:	Решение:
$l = 0{,}1$ м, $I = 50$ А, $\alpha = 90°$	По закону Ампера
$B = 10$ мТл $= 10^{-2}$ Тл	$F = IBl \sin\alpha = 50\ \text{А} \cdot 10^{-2}\ \text{Тл} \cdot 0{,}1\ \text{м} \cdot 1 =$
F — ?	$= 5 \cdot 10^{-2}\ \text{Н} = 50\ \text{мН}.$

Ответ: $F = 50$ мН.

№ 842(832).

Дано:	Решение:
$l = 20$ см $= 0{,}2$ м	Очевидно, что сила Ампера должна действовать вертикально
$m = 4$ г $= 0{,}004$ кг	вверх и уравновешивать силу тяжести. По правилу левой ру-
$I = 10$ А	ки, если ток течет слева направо, то вектор В должен быть
B — ?	направлен от наблюдателя. Приравняем силу Ампера и силу

тяжести: $IBl = mg$. Отсюда найдем модуль $\vec{B}$.

$$B = \frac{mg}{Il} = \frac{4 \cdot 10^{-3}\ \text{кг} \cdot 10\ \text{м/с}^2}{10\ \text{А} \cdot 0{,}2\ \text{м}} = 0{,}02\ \text{Тл}.$$

Ответ: $B = 0{,}02$ Тл.

№ 843(833).

Дано:	Решение:
l; m; I; α	На проводник в магнитном поле действует три силы: сила тяжес-
B — ?	ти, направленная вертикально вниз, сила Ампера, направленная

горизонтально слева направо, и сила натяжения нитей. В равновесии тангенс угла отклонения нитей равен отношению силы Ампера к силе тяжести $\operatorname{tg}\alpha = IBl/mg$. Из этого условия индукция $B = mg \operatorname{tg}\alpha/Il$.

Ответ: $B = mg \operatorname{tg}\alpha/Il$.

№ 844(834).

Дано:	Решение:
$l = 8$ см $= 0{,}08$ м	Проводник переместился под действием силы Ам-
$I = 50$ А	пера. Направление перемещения совпало с направ-
$B = 20$ мТл $= 2 \cdot 10^{-2}$ Тл	лением силы, поэтому работа $A = Fd$, где F — сила
$\alpha = 90°$	Ампера, d — длина отрезка перемещения провод-
$d = 10$ см $= 0{,}1$ м	ника. Сила Ампера равна $F = IBl \sin\alpha$. Отсюда ра-
A — ?	бота источника тока

$A = IBl \sin\alpha\, d = 50\ \text{А} \cdot 2 \cdot 10^{-2}\ \text{Тл} \cdot 0{,}08\ \text{м} \cdot 1 \cdot 0{,}1\ \text{м} = 8 \cdot 10^{-3}\ \text{Дж} = 8$ мДж.

Ответ: $A = 8$ мДж.

№ 845(835).

Электронный луч представляет собой поток электронов. В магнитном поле на движущийся заряд действует сила Лоренца $F = qvB \sin\alpha$, где q — величина заряда, v — его скорость, B — индукция магнитного поля, α — угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$. Для положительно заряженной частицы направление силы Лоренца определяется по правилу левой руки. Так как у нас заряд отри-

цательный (электроны), то либо определяем направление силы по правилу правой руки, либо по правилу левой руки, но изменяя направление силы на противоположное. Электроны движутся слева направо. Силовые линии направлены от наблюдателя за плоскость чертежа. По правилу правой руки луч сместится вниз.
Ответ: вниз.

№ 846(836).

На движущиеся заряды в магнитном поле действует сила Лоренца. Протекание тока по металлическому проводнику означает направленное движение электронов проводимости внутри проводника. В электродинамике принято считать, что электрический ток направлен от «+» к «—», т. е. в нашем случае справа налево. На отрицательно заряженные электроны сила Лоренца действует в направлении от C к D. Следовательно, заряды перераспределятся, и со стороны D будет больше отрицательных зарядов, а со стороны C — положительных. Возникнет разность потенциалов, которая равна работе Лоренца по перемещению электронов, отнесенной к величине заряда электронов. $\varphi_C - \varphi_D = A_{C\to D}/q_0$. Так как заряд электронов отрицателен, то потенциал точки C получается меньше потенциала точки D.
Ответ: в точке C потенциал меньше, чем в точке D.

№ 847(837).

Дано:	Решение:
$\upsilon = 10$ Мм/с $= 10^7$ м/с	На протон действует сила Лоренца
$B = 0{,}2$ Тл, $\alpha = 90°$	$F = q\upsilon B\sin\alpha = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл $\cdot\ 10^7$ м/с $\cdot\ 0{,}2$ Тл $\cdot\ 1 =$
$q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл	$= 3{,}2 \cdot 10^{-13}$ Н $= 0{,}32$ пН.
F — ?	

Ответ: $F = 0{,}32$ пН.

№ 848(838).

Дано:	Решение:
$\upsilon = 10$ Мм/с $= 10^7$ м/с	На протон действует единственная сила (силой тяжести пренебрегаем) — сила Лоренца. Ее направление перпендикулярно направлению скорости электрона, который будет двигаться по окружности. Она сообщает электрону центростремительное ускорение $a_ц = \upsilon^2/R$.
$R = 1$ см $= 0{,}01$ м	
$\alpha = 90°$	
B — ?	

По второму закону Ньютона $F = ma_ц$. Тогда получим уравнение:

$$m\upsilon^2/R = q\upsilon B\sin\alpha \Rightarrow$$

$$B = \frac{m\upsilon}{qR\sin\alpha} = \frac{9{,}1\cdot 10^{-31}\text{ кг}\cdot 10^7\text{ м/с}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\text{ Кл}\cdot 10^{-2}\text{ м}\cdot 1} = 5{,}6\cdot 10^{-3}\text{ Тл} = 5{,}6\text{ мТл}.$$

Ответ: $B = 5{,}6$ Тл.

№ 849(839).

Дано:	Решение:
$B = 0{,}01$ Тл, $\alpha = 90°$	Воспользуемся уравнением, полученным в предыдущей задаче $m\upsilon^2/R = q\upsilon B\sin\alpha$. Из него получаем скорость протона
$R = 10$ см $= 0{,}1$ м	
υ — ?	

$$v = \frac{qB \sin \alpha R}{m} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Кл \cdot 0{,}01\ Тл \cdot 1 \cdot 0{,}1\ м}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ кг} = 9{,}6 \cdot 10^4\ м/с =$$

$= 96$ км/с.

Ответ: $v = 96$ км/с.

№ 850(840).

Дано:	Решение:
$B = 10$ мТл $= 0{,}01$ Тл	Воспользуемся уравнением из задачи № 848:
$\alpha = 90°$	$mv^2/R = evB$ ($\sin\alpha = 1$).
$W_к = 30$ кэВ $=$	Находим радиус траектории $R = mv^2/evB = mv/eB$.
$= 3 \cdot 10^4$ эВ $=$	Выразим произведение mv через кинетическую энер-
$= 4{,}8 \cdot 10^{-15}$ Дж	гию $W_к$: $W_к = mv^2/2 \Rightarrow m^2v^2 = 2mW_к \Rightarrow mv = \sqrt{2mW_к}$.
R — ?	Окончательно, радиус траектории равен

$$R = \frac{\sqrt{2mW_к}}{eB} = \frac{\sqrt{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ кг \cdot 4{,}8 \cdot 10^{-15}\ Дж}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Кл \cdot 0{,}01\ Тл} = 5{,}8 \cdot 10^{-2}\ м = 5{,}8\ см.$$

Ответ: $R = 5{,}8$ см.

№ 851(841).

Дано:	Решение:
$\alpha = 90°$	Из решения предыдущей задачи берем формулы для радиу-
$W_a = W_p = W$	са траектории.
$v_a = v_p = v$	а) $R_a = m_a v/q_a B = 4m_p v/2q_p B = 2m_p v/q_p B = 2R_p$.
$m_a = 4m_p$	Радиус траектории α-частицы в 2 раза больше радиуса траек-
$q_a = 2q_p$	тории протона.
R_a/R_p — ?	б) $R_a = \dfrac{\sqrt{2m_a W}}{q_a B} = \dfrac{\sqrt{2 \cdot 4m_p W}}{2q_p B} = \dfrac{\sqrt{2m_p W}}{q_p B} = R_p$.

Радиус траектории α-частицы равен радиусу траектории протона.

Ответ: а) для α-частицы в 2 раза больше; б) одинаковы.

№ 852(842).

Дано:	Решение:
$B = 4$ мТл $=$	По определению период обращения электрона при движении
$= 4 \cdot 10^{-3}$ Тл	по окружности радиуса R со скоростью v равен $T = 2\pi R/v$.
T — ?	Подставляем $R = mv/eB$ и получаем

$$T = \frac{2\pi m}{eB} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ кг}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Кл \cdot 4 \cdot 10^{-3}\ Тл} = 8{,}9 \cdot 10^{-9}\ с = 8{,}9\ нс.$$

Ответ: $T = 8{,}9$ нс.

№ 853(843).

Дано:	Решение:
$E = 1$ кВ/м $= 10^3$ В/м	Чтобы движение электрона было прямолинейным, не-
$B = 1$ мТл $= 10^{-3}$ Тл	обходимо, чтобы кулоновская сила и сила Лоренца
$\alpha = 90°$	взаимно компенсировали друг друга (силой тяжести
v — ?	пренебрегаем). Для определенности предположим, что

кулоновская сила направлена вверх (вектор напряженности электрического поля направлен вниз). Пусть вектор индукции магнитного поля направлен горизонтально от наблюдателя. Тогда сила Лоренца должна быть направле-

на вниз, а для этого необходимо, чтобы электрон двигался горизонтально слева направо (по правилу левой руки с учетом знака). То есть электрон должен двигаться перпендикулярно плоскости, в которой расположены векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ так, чтобы глядя по ходу движения электрона прямой угол между $\vec{E}$ и $\vec{B}$ отсчитывался по часовой стрелке. Приравнивая модули сил, получим $eE = evB$. Откуда $v = E/B = 10^3$ В/м $/10^{-3}$ Тл $= 10^6$ м/с $= 1000$ км/с.
Ответ: $v = 1000$ км/с.

№ 854(844).

Дано: B; R; U

q/m — ?

Решение:
Найдем скорость, с которой заряженная частица влетает в магнитное поле. Вся энергия, приобретенная заряженной частицей в ускоряющем электрическом поле, переходит в ее кинетическую энергию.

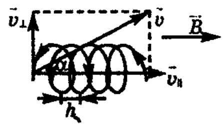
Так как начальная скорость частицы равна нулю, то $mv^2/2 = qU$, где v — скорость частицы. В магнитном поле заряженная частица движется по окружности, радиус которой находим из второго закона Ньютона: $mv^2/R = qvB$ или $mv/R = qB$. Из первого уравнения находим $v = \sqrt{2qU/m}$ и подставляем во второе: $m\sqrt{2qU/m} = qBR$. Возводя его в квадрат, получим $q/m = 2U/B^2R^2$.
Ответ: $q/m = 2U/B^2R^2$.

№ 855(н).

Дано:
$R = 5$ см $= 5 \cdot 10^{-2}$ м
$T = 60$ мкс $= 6 \cdot 10^{-5}$ с
$\alpha = 60°$

v — ?
B — ?
h — ?

Решение:



Представим вектор скорости электрона как сумму двух векторов: $\vec{v} = \vec{v}_\perp + \vec{v}_\parallel$, где $\vec{v}_\perp$ — составляющая скорости, перпендикулярная индукции $\vec{B}$, а $\vec{v}_\parallel$ — составляющая скорости, параллельная $\vec{B}$. Сила Лоренца, действующая на электрон, $F_л = ev_\perp B = ev\sin\alpha B$. Эта сила сообщает электрону постоянное по модулю центростремительное ускорение $a_ц = F_л/m_e$, где m_e — масса электрона. Учитывая, что $a_ц = v_\perp^2/R$, где R — радиус оружности, по которой движется электрон, получим

$$\frac{v^2\sin^2\alpha}{R} = \frac{ev\sin\alpha B}{m_e} \Rightarrow \frac{v\sin\alpha}{R} = \frac{eB}{m_e} (1).$$

Период обращения

$$T = \frac{2\pi R}{v_\perp} = \frac{2\pi R}{v\sin\alpha} (2).$$

Выражая $v\sin\alpha$ из (1) и подставляя в (2), получим $T = 2\pi m_e/eB$ (период не зависит от скорости!), откуда индукция магнитного поля

$$B = \frac{2\pi m_e}{Te} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}\ \text{кг}}{6 \cdot 10^{-5}\ \text{с} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл}} \approx 6 \cdot 10^{-7}\ \text{Тл} = 0,6\ \text{мкТл}.$$

Скорость v электрона получим из (2):

$$v = \frac{2\pi R}{T\sin\alpha} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 10^{-2}\ \text{м}}{6 \cdot 10^{-5}\ \text{с} \cdot 0,87} \approx 6 \cdot 10^3\ \text{м/с} = 6\ \text{км/с}.$$

Вдоль силовых линий магнитного поля электрон движется равномерно со скоростью $v_\parallel = v\cos\alpha$. За период обращения электрон смещается в направлении вектора $\vec{B}$ на расстояние $h = v_0 \cos\alpha\, T$. Это и есть шаг винтовой линии

$$h = v\cos\alpha\, T = \frac{2\pi R\cos\alpha\, T}{T\sin\alpha} = 2\pi R \,\mathrm{tg}\,\alpha =$$

$$= 2\cdot 3{,}14\cdot 5\cdot 10^{-2}\text{ м}\cdot\frac{1}{1{,}73} = 0{,}18\text{ м}.$$

Ответ: $v = 6$ км/с, $B = 0{,}6$ мкТл, $h = 0{,}18$ м.

№ 856(846).

Дано:	Решение:
1) $B_0 = 0{,}4$ мТл 2) $B_0 = 1{,}2$ мТл μ_1 — ?, μ_2 — ?	По определению магнитная проницаемость μ показывает, во сколько раз индукция магнитного поля B в веществе превышает индукцию намагничивающего поля B_0 в вакууме: $\mu = B/B_0$.

1) Когда $B_0 = 0{,}4$ мТл по графику находим $B = 0{,}8$ Тл, отсюда

$$\mu_1 = \frac{0{,}8\text{ Тл}}{4\cdot 10^{-4}\text{ Тл}} = 2000.$$

2) При $B_0 = 1{,}2$ мТл, $B = 1{,}2$ Тл, отсюда

$$\mu_1 = \frac{1{,}2\text{ Тл}}{1{,}2\cdot 10^{-3}\text{ Тл}} = 1000.$$

Ответ: $\mu_1 = 2000$, $\mu_2 = 1000$.

№ 857(847).

Дано:	Решение:
$B_0 = 2{,}2$ мТл $\Phi_с/\Phi_ч$ — ?	При индукции намагничивающего поля $B_0 = 2{,}2$ мТл индукцию в чугуне и стали находим из графика (рис. 96): $B_ч = 0{,}8$ Тл, $B_с = 1{,}4$ Тл.

Отношение магнитных потоков

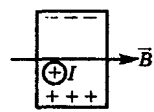
$$\frac{\Phi_с}{\Phi_ч} = \frac{B_с S}{B_ч S} = \frac{B_с}{B_ч} = \frac{1{,}4\text{ Тл}}{0{,}8\text{ Тл}} = 1{,}75.$$

Значит магнитный поток увеличился в 1,75 раза.

Ответ: увеличится в 1,75 раза.

№ 858(н).

Дано:	Решение:
$I = 50$ А $B = 2$ Тл $a = 0{,}1$ см $= 10^{-3}$ м $h = 2$ см $= 2\cdot 10^{-2}$ м E — ?	Действие силы Лоренца на свободные электроны приведет к появлению зарядов разного знака на противоположных гранях медной пластины. Когда сила Кулона eE будет равна силе Лоренца, перемещение зарядов прекращается: $eE = evB$ (1). Скорость v электронов определим следующим образом: с одной стороны, плотность тока $j = I/S$, где I — сила тока, а $S = ah$ — площадь



поперечного сечения проводника. С другой стороны, плотность тока $j = nev$, где n — концентрация электронов. Тогда $I/ah = nev$, откуда скорость дрейфа электронов $v = I/neah$ (2). Концентрацию свободных электронов найдем с учетом того, что на один атом меди приходится один электрон проводимости.

Концентрация электронов $n = N/V$, где N — число электронов (атомов меди) в объеме V. Учитывая, что $N = N_A\nu$ (ν — число молей), а $V = m/\rho$ (m — масса меди, ρ — ее плотность), получим $n = N_A\nu\, m/\rho$. Так как $m = M\nu$ (M — молярная масса меди), то $n = N_A\rho/M$. Подставим n в выражение для скорости (2), и используя (1), найдем искомую напряженность электрического поля:

$$E = \frac{IBM}{eahN_A\rho} =$$

$$= \frac{50\ \text{А} \cdot 2\ \text{Тл} \cdot 64 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл} \cdot 10^{-3}\ \text{м} \cdot 2 \cdot 10^{-2}\ \text{м} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1} \cdot 8{,}9 \cdot 10^{3}\ \text{кг/м}^3} =$$

$$= 3{,}7 \cdot 10^{-4}\ \text{В/м} = 37\ \text{мВ/м}.$$

Ответ: $E = 37$ мВ/м.

ГЛАВА X
ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В РАЗЛИЧНЫХ СРЕДАХ

40. Электрический ток в металлах, полупроводниках, вакууме

№ 859(849).

Дано:	Решение:
$I = 0{,}32$ А $t = 0{,}1$ с N — ?	Сила тока I определяется как отношение заряда q, протекающего через поперечное сечение проводника, ко времени t: $I = q/t$ (для постоянного тока). Заряд $q = Ne$, где e — заряд электрона.

Отсюда число электронов

$$N = \frac{It}{e} = \frac{0{,}32\ \text{А} \cdot 0{,}1\ \text{с}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл}} = 2 \cdot 10^{17}.$$

Ответ: $N = 2 \cdot 10^{17}$.

№ 860(850).

Дано:	Решение:
$I = 10$ А $S = 5\ \text{мм}^2 =$ $= 5 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2$ $n = 5 \cdot 10^{28}\ \text{м}^{-3}$ v — ?	Пусть за промежуток времени t через поперечное сечение S проходит заряд q. Численно он равен $q = nvSte$, где v — скорость движения зарядов, e, n — их концентрация. Так как для постоянного тока $I = q/t$, то $I = nvSe$. Отсюда выражаем скорость упорядоченного движения электронов

$$v = \frac{I}{nSe} = \frac{10\ \text{А}}{5 \cdot 10^{28}\ \text{м}^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл}} =$$

$$= 0{,}25 \cdot 10^{-3}\ \text{м/с} = 0{,}25\ \text{мм/с}.$$

Ответ: $v = 0{,}25$ мм/с.

№ 861(851).

Дано:	Решение:
$d_1 = 2d_2$ v_2/v_1 — ?	Воспользуемся формулой для силы тока I, полученной в предыдущей задаче: $I = nvSe$, где n — концентрация электронов

проводимости, v — скорость их упорядоченного движения, S — площадь поперечного сечения проводника, e — заряд электрона. Поскольку оба проводника взяты из одного и того же материала (меди), то n в них одна и та же. Очевидно, протекающие токи также равны. В противном случае происходило бы накопление заряда на границе проводников. Получаем уравнение непрерывности $I_1 = I_2$ или $nv_1S_1e = nv_2S_2e$. Из него находим

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2} = 4.$$

Таким образом, скорость направленного движения электронов в узком проводнике в 4 раза больше.

Ответ: во втором в 4 раза больше.

№ 862(852).

Дано:	Решение:
$\rho = 12 \cdot 10^{-8}$ Ом · м $E = 96$ мВ/м $=$ $= 9{,}6 \cdot 10^{-2}$ В/м $n = 10^{28}$ м $^{-3}$ v — ?	Возьмем отрезок проводника длиной l и поперечным сечением S. Разность потенциалов на его концах $U = El$. Если сопротивление проводника $R = \rho l/S$, то сила тока в нем $I = U/R = ElS/\rho l = ES/\rho$. С другой стороны, сила тока (см. задачу № 860) $I = nvSe$.

Получаем уравнение $ES/\rho = nvSe$. Из него находим скорость упорядоченного движения электронов

$$v = \frac{E}{\rho n e} = \frac{9{,}6 \cdot 10^{-2}\ \text{В/м}}{12 \cdot 10^{-8}\ \text{Ом} \cdot \text{м} \cdot 10^{28}\ \text{м}^{-3} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл}} =$$

$$= 0{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{м/с} = 0{,}5\ \text{мм/с}.$$

Ответ: $v = 0{,}5$ мм/с.

№ 863(853).

Дано:	Решение:
$I = 50$ А $S = 25$ мм^2 $=$ $= 2{,}5 \cdot 10^{-5}$ м^2 $D = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3 v — ?	Из решения задачи № 860 следует, что скорость упорядоченного движения электронов $v = I/nSe$, где n — концентрация электронов проводимости. Найдем n для меди. Если плотность меди равна D, то в каждом кубическом метре содержится D кг металла. Это составляет количество вещества $\nu = D/M$, где M — молярная масса меди.

Число атомов меди в таком количестве вещества будет равно $N_A\nu$, где N_A — число Авогадро. Отсюда концентрация электронов, равная концентрации атомов будет $n = DN_A/M$. Теперь находим скорость

$$v = \frac{I}{nSe} = \frac{IM}{DN_ASe} =$$

$$= \frac{50\ \text{А} \cdot 0{,}064\ \text{кг/моль}}{8{,}9 \cdot 10^3\ \text{кг/м}^3 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-5}\ \text{м}^2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл}} =$$

$$= 0{,}15 \cdot 10^{-3}\ \text{м/с} = 0{,}15\ \text{мм/с}.$$

Ответ: $v = 0{,}15$ мм/с.

№ 864(854).

Дано:	Решение:
$t_1 = 0\ ^\circ C$ $R_2 = 2R_1$ $\alpha = 0{,}004\ K^{-1}$	Удельное сопротивление проводника зависит от температуры как $\rho = \rho_0\,(1 + \alpha t\ ^\circ C)$, где ρ_0 — удельное сопротивление при 0 °С, α — температурный коэффициент сопротивления.
t_2 — ?	Искомые сопротивления проводника равны

$$R_1 = \frac{\rho_0 l}{S} \text{ и } R_2 = \frac{\rho l}{S} = \frac{\rho_0 l}{S}(1+\alpha t) = R_1\,(1+\alpha t).$$

Так как $R_2 = 2R_1$, то $(1 + \alpha t) = 2$ и $t_2 = 1/\alpha = 1/0{,}004 = 250\ ^\circ C$.

Ответ: $t_2 = 250\ ^\circ C$.

№ 865(855).

Дано:	Решение:
$I_1 = 14$ мА $I_2 = 10$ мА	Пусть сопротивление проволоки при 0 °С равно R_0. Тогда ее сопротивление при t °С равно $R = R_0(1 + \alpha t)$. Так как проволоку подключали к одному и тому же источнику напряжения, то $I_1R_0 = I_2R$.
α — ?	

Отсюда $(1 + \alpha t) = R/R_0 = I_1/I_2$. Теперь находим температурный коэффициент сопротивления меди

$$\alpha = \frac{1}{t}\left(\frac{I_1}{I_2} - 1\right) = 0{,}01\,(1{,}4 - 1) = 0{,}004\ K^{-1}.$$

Ответ: $\alpha = 0{,}004\ K^{-1}$.

№ 866(856).

Сопротивление холодной нити накала по крайней мере на порядок меньше сопротивления горячей нити. Поэтому в момент включения на спирали выделяется повышенная мощность $P = U^2/R$.

№ 867(857).

В момент включения мощной нагрузки в сети резко увеличивается сила тока. Поэтому увеличивается падение напряжения на подводящих проводах и уменьшается напряжение на нагрузке.

№ 868(858).

Дано:	Решение:
$t_1 = 0\ ^\circ C$ $t_2 = 30\ ^\circ C$ $\alpha = 0{,}0043\ K^{-1}$	Электрическая мощность, потребляемая электромагнитом, вычисляется как $P = U^2/R$. Сопротивление меняется в зависимости от температуры по закону $R = R_0(1 + \alpha t\ ^\circ C)$. Теперь
P_2/P_1 — ?	находим отношение мощностей

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{R_0}{R_0\,(1+\alpha t)} = \frac{1}{1+\alpha t}.$$

Изменение мощности найдем как

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} \cdot 100\% = \left(\frac{1}{1+\alpha t} - 1\right) \cdot 100\% = -\frac{\alpha t}{1+\alpha t} \cdot 100\% =$$

$$= -\frac{0{,}0043 \cdot 30}{1+0{,}0043 \cdot 30} \cdot 100\% = -11\%.$$

То есть мощность снизилась на 11%.

Ответ: уменьшилась на 11%.

№ 869(859).

Дано:	Решение:
$U = 220$ В	В горячем состоянии сопротивление лампы равно $R = U^2/P$. В
$U_2 = 2$ В	холодном состоянии ее сопротивление $R_2 = U_2/I_2$. Далее мо-
$P = 100$ Вт	жем приблизительно написать, что $R = R_2(1 + \alpha t)$. Отсюда тем-
$I_2 = 54$ мА $=$	пература спирали в рабочем состоянии
$= 0{,}054$ А	$$t = \frac{R/R_2 - 1}{\alpha} = \left(\frac{U^2 I_2}{PU_2} - 1\right)\frac{1}{\alpha}.$$
t — ?	

Спираль изготовлена из вольфрама ($\alpha = 0{,}0048$ К$^{-1}$). Вычисляем температуру:

$$t = \left(\frac{48400\ \text{В}^2 \cdot 0{,}054\ \text{А}}{100\ \text{Вт} \cdot 2\ \text{В}} - 1\right)\frac{1}{0{,}0048} \approx 2500\ ^\circ\text{C}.$$

Ответ: $t = 2500$ °C.

№ 870(860).

Дано:	Решение:
$t_1 = 20$ °C	Удельное сопротивление при температуре t_1 равно $\rho = \rho_0(1 + \alpha t_1)$,
$t_2 = 50$ °C	где ρ_0 — удельное сопротивление при 0 °C. Удельное сопротивление
ρ_2 — ?	при температуре t_2 равно $\rho_2 = \rho_0(1 + \alpha t_2)$. Отсюда

$$\rho_2 = \rho_1 \frac{1 + \alpha t_2}{1 + \alpha t_1} = 12 \cdot 10^{-8}\ \text{Ом} \cdot \text{м} \cdot \frac{1 + 0{,}006 \cdot 50}{1 + 0{,}006 \cdot 20} \approx 14 \cdot 10^{-8}\ \text{Ом} \cdot \text{м}.$$

Ответ: $\rho_2 = 14 \cdot 10^{-8}$ Ом · м.

№ 871(861).

Дано:	Решение:
$n = 3 \cdot 10^{19}$ м$^{-3}$	При решении задачи № 863 мы получили выражение для
$M = 0{,}073$ кг/моль	концентрации атомов в веществе: $N = DN_A/M$, где D —
$D = 5{,}4 \cdot 10^3$ кг/м^3	плотность вещества, M — его молярная масса, N_A — чис-
n/N — ?	ло Авогадро. Теперь находим искомое отношение

$$\frac{n}{N} = \frac{nM}{DN_A} = \frac{3 \cdot 10^{19}\ \text{м}^{-3} \cdot 0{,}073\ \text{кг/моль}}{5{,}4 \cdot 10^3\ \text{кг/м}^3 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}} = 6{,}7 \cdot 10^{-10}.$$

Ответ: $n/N = 6{,}7 \cdot 10^{-10}$.

№ 872(862).

Атом индия имеет на внешней электронной оболочке три валентных электрона. Атом мышьяка — пять валентных электронов. При образовании кристаллической решетки арсенида индия неспаренный электрон мышьяка переходит к атому индия и образуется энергетически выгодная гетерополярная связь. Во внешней оболочке каждого атома будет по 4 электрона, поэтому кристаллическая решетка арсенида индия должна быть подобна кристаллической решетке германия и кремния, за исключением того, что в узлах решетки будут располагаться отрицательно заряженные атомы индия и положительно заряженные атомы мышьяка. Свободных электронов в решетке не будет. Свойства электропроводности будут определяться «шириной запрещенной зоны» в кристалле InAs, т. е. минимальной энергией, которую необходимо сообщить атому, чтобы оторвать от него электрон (говорят, что электрон переходит из валентной зоны в зону проводимости). Ионные кристаллы, имеющие широкую запрещенную зону, например, поваренная соль (NaCl), являются диэлектриками. Если энергии теплового движения атомов в решетке InAs будет достаточно, чтобы ионизировать некоторые атомы, то будет образовываться пара электрон—дырка и проводимость арсенида индия будет подобна собственной проводимости германия и кремния. При избытке атомов индия в кристалле возникает дырочная проводимость (*p*-типа), как в случае акцепторных примесей в кристаллах Si и Ge. При избытке атомов мышьяка будет иметь место электронная проводимость (*n*-типа), как в случае донорных примесей в Si и Ge.

Ответ: дырочной; электронной.

№ 873(863).

Чтобы проводимость полупроводника стала электронной, примеси должны иметь лишний электрон (по сравнению с германием) во внешней оболочке, т. е. они должны быть пятивалентными. Этому условию удовлетворяют фосфор, мышьяк и сурьма.

№ 874(864).

Дано:
$U = 20$ В
$R = 1$ кОм $= 10^3$ Ом
$I_1 = 5$ мА $= 5 \cdot 10^{-3}$ А
$I_2 = 10$ мА $= 10^{-2}$ А
R_2/R_1 — ?

Решение:
Пусть сначала сопротивление термистора равнялось R_1, а после нагревания стало R_2. Тогда ток в цепи по закону Ома будет:

$$I_1 = \frac{U}{R + R_1} \text{ и } I_2 = \frac{U}{R + R_2}.$$

Выражаем отсюда величину R_1 и R_2: $R_1 = \frac{U}{I_1} - R$ и $R_2 = \frac{U}{I_2} - R$.

Теперь находим отношение

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\frac{U}{I_2} - R}{\frac{U}{I_1} - R} = \frac{\frac{20\text{ В}}{10^{-2}\text{А}} - 10^3\text{ Ом}}{\frac{20\text{ В}}{5 \cdot 10^{-3}\text{А}} - 10^3\text{ Ом}} = \frac{1}{3}.$$

Таким образом, сопротивление термистора уменьшилось в 3 раза.

Ответ: уменьшилось в 3 раза.

№ 875(865).

Сопротивление освещенного фоторезистора меньше, чем находящегося в темноте. Из рис. 98 видно, что при одинаковом приложенном напряжении ток через второй резистор в 3 раза больше тока через первый. Следовательно, второй резистор освещен, а первый находится в темноте. Если освещенность фоторезистора не меняется, то не меняется и его сопротивление. В этом смысле сопротивление фоторезистора ничем не отличается от сопротивления обычных резисторов и к нему применим закон Ома: $I = U/R$. Это видно и из графика рис. 98, где наблюдается прямая пропорциональность между током и приложенным к фоторезистору напряжением.

Ответ: график 2 — к освещенному; применим только при постоянном освещении; в 3 раза.

№ 876(866).

Дано:	Решение:
$R = 5$ кОм $R_1 = 25$ кОм $I_2 = 4I_1$	Пусть в темноте сопротивление фоторезистора равно R_1, а при освещении — R_2. Тогда ток в цепи в обоих случаях равен:
R_2 — ?	$$I_1 = \frac{U}{R+R_1} \text{ и } I_2 = \frac{U}{R+R_2}.$$

Находим отношение $\dfrac{I_2}{I_1} = \dfrac{R+R_1}{R+R_2}$.

По условию оно равно 4. Получим уравнение $R + R_1 = 4(R + R_2)$. Отсюда

$$R_2 = \frac{R+R_1}{4} - R = \frac{R_1 - 3R}{4} = \frac{25 \text{ кОм} - 3 \cdot 5 \text{ кОм}}{4} = 2{,}5 \text{ кОм}.$$

Ответ: $R_2 = 2{,}5$ кОм.

№ 877(867).

Дано:	Решение:
$U_1 = 0{,}5$ В $U_2 = 10$ В $I_1 = 5$ мА $= 5 \cdot 10^{-3}$ А $I_2 = 0{,}1$ мА $= 10^{-4}$ А	Сопротивление диода в прямом направлении (оно разное для разных значений прямого тока через диод) находим из закона Ома: $R_1 = U_1/I_1 = 0{,}5$ В$/5 \cdot 10^{-3}$ А $= 100$ Ом.
R_1 — ? R_2 — ?	Сопротивление диода в обратном направлении (к диоду приложено напряжение противоположного знака и ток течет в обратном направлении) будет:

$$R_2 = U_2/I_2 = 10 \text{ В}/10^{-4} \text{ А} = 10^5 \text{ Ом} = 100 \text{ кОм}.$$

Ответ: $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 100$ кОм.

№ 878(868).

Дано:	Решение:
$I_э = 12$ мА $I_б = 600$ мкА $=$ $= 0{,}6$ мА	В транзисторе при любом способе включения его в цепь ток эммитера равен сумме токов коллектора и базы: $I_э = I_к + I_б$. Находим ток коллектора
$I_к$ — ?	$I_к = I_э - I_б = 12$ мА $- 0{,}6$ мА $= 11{,}4$ мА.

Ответ: $I_к = 11{,}4$ мА.

№ 879(869).

Дано:	Решение:
$A_{вых} = 0{,}69 \cdot 10^{-18}$ Дж	Электрон может вылететь из серебра, если его кинетическая энергия равна или превышает работу выхода электрона из этого металла: $W_к \geq A_{вых}$.
v — ?	

В предельном случае $mv^2/2 = A_{вых}$. Работу выхода находим по таблице 11.

$$v = \sqrt{\frac{2A_{вых}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}6910^{-18} \text{ Дж}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}}} = 1{,}2 \cdot 10^6 \text{ м/с} = 1{,}2 \text{ Мм/с}.$$

Ответ: $v = 1{,}2$ Мм/с.

№ 880(870).

Дано:	Решение:
$v_2 = v_1/2$	Разность кинетических энергий электрона в металле катода и вне его равна работе выхода электрона из оксида бария:
v_1 — ?	
v_2 — ?	

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} = A_{вых} \text{ или } m\left(v_1^2 - v_2^2\right) = 2A_{вых}.$$

Подставим $v_1 = 2v_2$ в полученное уравнение. Отсюда

$$m\left(4v_2^2 - v_2^2\right) = 2A_{вых} \Rightarrow v_2^2 = \frac{2A_{вых}}{3m}.$$

Для оксида бария $A_{вых} = 0{,}016 \cdot 10 - 18$ Дж (см. табл. 11). Окончательно,

$$v_2 = \sqrt{\frac{2A_{вых}}{3m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}016 \cdot 10^{-18}\ Дж}{3 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ кг}} = 0{,}34 \cdot 10^6\ м/с = 340\ км/с.$$

$$v_1 = 2v_2 = 2 \cdot 340\ км/с = 680\ км/с.$$

Ответ: $v_1 = 680$ км/с, $v_2 = 340$ км/с.

№ 881(871).

Дано:	Решение:
$v = 8$ Мм/с $= 8 \cdot 10^6$ м/с	Работа сил электрического поля eU расходуется на увеличение кинетической энергии электрона $mv^2/2$. Получаем уравнение $eU = mv^2/2$. Из него находим анодное напряжение
U — ?	

$$U = \frac{mv^2}{2e} = \frac{v^2}{2e/m} = \frac{64 \cdot 10^{12}\ м^2/с^2}{2 \cdot 1{,}759 \cdot 10^{11}\ Кл/кг} = 180\ В.$$

Ответ: $U = 180$ В.

№ 882(872).

Дано:	Решение:
$U = 16$ кВ $= 1{,}6 \cdot 10^4$ В	В ускоряющем электрическом поле (между катодом и анодом) электрон приобретет кинетическую энергию $mv^2/2$, равную работе электростатических сил eU. При выходе за пределы анода (между анодом и экраном) электон будет
$d = 30$ см $= 0{,}3$ м	
t — ?	

равномерно двигаться с приобретенной скоростью $v = \sqrt{2eU/m}$ и пролетит расстояние d за время

$$t = \frac{d}{v} = d\sqrt{\frac{m}{2eU}} = 0{,}3\ м \cdot \sqrt{\frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ кг}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Кл \cdot 1{,}6 \cdot 10^4\ В}} = 4 \cdot 10^{-9}\ с = 4\ нс.$$

Ответ: $t = 4$ нс.

№ 883(873).

Дано:	Решение:
$U = 440$ В	На электрон действует кулоновская сила $F = eE$, где E — напряженность электрического поля в диоде; e — заряд электрона (силой тяжести пренебрегаем). Напряженность
$d = 1$ см $= 10^{-2}$ м	
t — ?	

$E = U/d$, если считать поле однородным. По второму закону Ньютона ускорение, с которым движется электрон, равно $a = F/m = eE/m = eU/md$, где m — масса электрона. Для равноускоренного движения без начальной скорости пройденный путь выражается как $d = at^2/2$. Отсюда находим время движения электрона

$$t=\sqrt{\frac{2d}{a}}=\sqrt{\frac{2md^2}{eU}}=d\sqrt{\frac{2m}{eU}}=10^{-2}\text{ м}\cdot\sqrt{\frac{2}{1{,}759\cdot10^{11}\text{ Кл/кг}\cdot440\text{ В}}}=$$

$$=1{,}6\cdot10^{-9}\text{ с}=1{,}6\text{ нс}.$$

Ответ: $t=1{,}6$ нс.

№ 884(874).

Дано:	Решение:
$W_к=8$ кэВ $d=2$ см $x=4$ см $y=0{,}8$ см	Пусть на пластины конденсатора подано напряжение U. Как только электрон влетает в пространство между пластинами конденсатора, на него начинает действовать кулоновская сила $F_к=eE$. Считаем, что напряженность поля между пластинами постоянная (поле однородно). Тогда $E=U/d$. Под действием
U — ?	

этой силы электрон будет двигаться равноускоренно с ускорением $a=F_к/m=$ $=eE/m=eU/md$ перпендикулярно направлению первоначального движения. По направлению пучка электрон будет продолжать двигаться равномерно. Его скорость в этом направлении находим из уравнения

$$W_к=\frac{mv^2}{2}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{2W_к}{m}}.$$

Время пролета электрона через конденсатор составит

$$t=\frac{x}{v}=x\sqrt{\frac{m}{2W_к}}.$$

За это время он сместится в направлении поперек пластин на расстояние $y=at^2/2$. Получаем уравнение для нахождения U:

$$2y=at^2\Rightarrow 2y=\frac{eU}{md}x^2\frac{m}{2W_к}\Rightarrow$$

$$U=\frac{4ydW_к}{ex^2}=\frac{4\cdot0{,}8\text{ см}\cdot2\text{ см}\cdot8\cdot10^3\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\text{ Дж}}{1{,}6\cdot10^{-19}\text{ Кл}\cdot16\text{ см}^2}=3{,}2\text{ кВ}.$$

Здесь мы учли, что $1\text{ эВ}=1{,}6\cdot10^{-19}$ Дж.

Ответ: $U=3{,}2$ кВ.

№ 885(875).

Дано:	Решение:
$E=40$ кВ/м $x=5\text{ см}=$ $=5\cdot10^{-2}$ м $U=5$ кВ	В ускоряющем поле электрон приобретает кинетическую энергию $mv^2/2=eU$ и влетает в пространство между отклоняющими пластинами со скоростью $v=\sqrt{2eU/m}$. На него начинает действовать кулоновская сила $F_к=eE$ и электрон движется равноускоренно в направлении, перпендикулярном пластинам, с ускорением $a=F_к/m=eE/m$.
y — ?	

Время пролета электрона определяется скоростью его движения вдоль пластин $t=x/v$ (движения во взаимно перпендикулярных направлениях здесь независимы). Из уравнений кинематики находим смещение электрона

$$y=\frac{at^2}{2}=\frac{eEx^2}{2mv^2}=\frac{eEx^2m}{2m2eU}=\frac{Ex^2}{4U}=\frac{40\text{ кВ/м}\cdot25\cdot10^{-4}\text{ м}^2}{4\cdot5\text{ кВ}}=50\cdot10^{-4}\text{ м}=0{,}5\text{ см}.$$

Ответ: $y=0{,}5$ см.

41. Электрический ток в растворах и расплавах электролитов. Электрический ток в газах.

№ 886(876).

При добавлении в слабый раствор еще некоторого количества соли увеличивается концентрация ионов Na^+ и Cl^-, которые являются носителями заряда. Сопротивление электролитической ванны уменьшается, сила тока в цепи увеличивается, накал лампы возрастет.

Ответ: увеличится.

№ 887(877).

Масса вещества, выделяющегося на катоде при электролизе растворов солей, прямо пропорциональна протекшему электрическому заряду. За один и тот же промежуток времени масса выделившегося вещества будет больше там, где протечет больший ток.

а) и б) При замене элекродов с угольных на медные ток не изменится. Следовательно, масса выделившейся меди также не изменится.

в) При увеличении напряжения по закону Ома ток увеличится, масса увеличится.

г) Доливка электролита уменьшает сопротивление ванны, ток возрастет, выделившаяся масса меди увеличится.

д) Увеличение концентрации раствора уменьшает сопротивление ванны. Ток возрастет. Масса увеличится.

е) При сближении электродов сопротивление участка раствора между ними уменьшится, ток возрастет, масса возрастет.

ж) и з) Уменьшая погруженную часть электродов, мы увеличиваем сопротивление ванны. Ток уменьшается. Масса меди уменьшается.

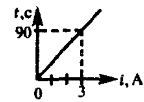
и) При увеличении температуры растет подвижность ионов и усиливается диссоциация молекул соли. Растет количество носителей заряда и скорость его переноса. Сопротивление падает, ток возрастает, масса выделившейся меди увеличивается.

№ 888(878).

При последовательном соединении ванн сила тока, проходящего через них, одинакова, следовательно, масса выделившейся меди тоже одинакова. При параллельном соединении напряжение на ваннах одинаково и так как сопротивление ванны A меньше (выше концентрация носителей заряда), то протекающий ток будет больше. Поэтому в ванне A выделится больше меди.

Ответ: одинаково; в ванне А больше.

№ 889(н).



Дано:
$t = 90$ с
$I_1 = 0$, $I_2 = 3$ А
$i(t)$ — ?
m — ?

Решение:
Построим график. По первому закону Фарадея масса вещества, выделившегося при электролизе, прямо пропорциональна прошедшему через электролит количеству электричества $m = k\Delta q$,

где k — электрохимический эквивалент данного вещества. Величину k берем из таблицы 10, $k = 0{,}34 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл. Заряд Δq численно равен площади прямоугольного треугольника, заключенного между осью i и прямой графика. Отсюда $\Delta q = 3$ А $\cdot$ 90 с/2 = 135 Кл. Следовательно,

$$m = 0{,}34 \cdot 10^{-6}\ \text{кг/Кл} \cdot 135\ \text{Кл} = 45{,}9 \cdot 10^{-6}\ \text{кг} \approx 46\ \text{мг}.$$

Ответ: $m = 46$ мг.

№ 890(880).

Дано:	Решение:
$t = 20$ мин $= 1200$ с	Масса осажденной при электролизе меди
$I = 0{,}5$ А	$\Delta m = m_2 - m_1 = 0{,}18$ г $= 1{,}8 \cdot 10 -4$ кг.
$m_1 = 70{,}4$ г	По первому закону Фарадея $\Delta m = kIt$. Отсюда
$m_2 = 70{,}58$ г	$k = \dfrac{\Delta m}{It} = \dfrac{1{,}8 \cdot 10^{-4}\ \text{кг}}{0{,}5\ \text{А} \cdot 1200\ \text{с}} = 3 \cdot 10^{-7}\ \text{кг/Кл} = 0{,}3\ \text{мг/Кл}.$
k — ?	

Ответ: $k = 0{,}3$ мг/Кл.

№ 891(881).

Дано:	Решение:
$k_1 = 0{,}3 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл	Через обе ванны прошло одинаковое количество элект-
$k_2 = 0{,}18 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл	ричества $It = m/k$. Получаем уравнение $m_1/k_1 = m_2/k_2$.
$m_1 = 10$ г $= 0{,}01$ кг	Из него находим массу выделившегося хрома:
m_2 — ?	$m_2 = \dfrac{m_1 k_2}{k_1} = \dfrac{0{,}01\ \text{кг} \cdot 0{,}18}{0{,}3} = 0{,}006\ \text{кг} = 6\ \text{г}.$

Ответ: $m_2 = 6$ г.

№ 892(н).

Дано:	Решение:
$j = 0{,}5$ А/дм^2 $= 50$ А/м^2	Воспользуемся законом Фарадея для электролиза с
$h = 70$ мкм $= 7 \cdot 10^{-5}$ м	поправкой по выходу тока η: $m = I\eta k\Delta t$, где I — сила
$\eta = 85$ %	тока, Δt — время электролитического серебрения.
Δt — ?	Масса серебра $m = \rho Sh$, где ρ — плотность серебра,

S — площадь поверхности, h — толщина пленки. Так как плотность тока $j = I/S$, то получим: $\rho Sh = jS\eta k\Delta t$, откуда

$$\Delta t = \frac{\rho h}{kj\eta}.$$

Подставим данные:

$$\Delta t = \frac{10{,}5 \cdot 10^{3}\ \text{кг/м}^3 \cdot 7 \cdot 10^{-5}\ \text{м}}{1{,}12 \cdot 10^{-6}\ \text{кг/Кл} \cdot 50\ \text{А/м}^2 \cdot 0{,}85} = 1{,}54 \cdot 10^{4}\ \text{с} = 4{,}3\ \text{ч}.$$

Ответ: $\Delta t = 4{,}3$ ч.

№ 893(883).

Из второго закона Фарадея $k = A/Fn$, где A — атомная (молярная масса). Отсюда $F = A/kn$. Так как F является универсальной постоянной, не зависящей от свойств электролита, то для серебра и золота (оба одновалентны, $n = 1$) имеем уравнение: $A_{Ag}/k_{Ag} = A_{Au}/k_{Au}$. Из него электрохимический эквивалент золота равен: $k_{Au} = k_{Ag}A_{Au}/A_{Ag} = 1{,}12$ мг/Кл $\cdot$ 197/108 = 2,04 мг/Кл.

Ответ: $k_{Au} = 2{,}04$ мг/Кл.

№ 894(884).

Дано:
$A_1 = 55,8$
$n_1 = 3$
$A_2 = 24,3$
$n_2 = 2$
m_1/m_2 — ?

Решение:
При последовательном соединении электролитических ванн через них прошло одинаковое количество электричества It. Поэтому из первого закона Фарадея $m_1/k_1 = m_2/k_2$. Отношение масс трехвалентного железа и двухвалентного магния будет

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{k_1}{k_2} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{A_1 n_2}{A_2 n_1} = \frac{55,8 \cdot 2}{24,3 \cdot 3} = 1,53.$$

Ответ: масса железа в 1,53 раза больше.

№ 895(885).

Дано:
$n = 2$
$t = 40$ мин $=$
$= 2400$ с
$I = 4$ А
ν — ?

Решение:
Количество вещества ν называют отношение массы вещества m к его молярной (атомной) массе A. По закону Фарадея на катоде осядет масса вещества $m = kq = kIt$. Электрохимический эквивалент $k = A/nF$. Получаем $m = AIt/nF$. Теперь находим количество вещества $\nu = m/A = It/nF$. Для меди (двухвалентный металл, $n = 2$) количество вещества

$$\nu = \frac{4\ \text{А} \cdot 2400\ \text{с}}{2 \cdot 9,65 \cdot 10^4\ \frac{\text{Кл}}{\text{моль}}} = 0,05\ \text{моль}.$$

Для любого другого двухвалентного металла результат будет тем же самым.
Ответ: $\nu = 0,05$ моль.

№ 896(886).

Дано:
$U = 5$ В
$I = 40$ кА $= 4 \cdot 10^4$ А
$m = 1$ т $= 10^3$ кг
$k = 0,093 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл
t — ?, A — ?

Решение:
Из первого закона Фарадея находим время получения алюминия

$$t = \frac{m}{kI} = \frac{10^3\ \text{кг}}{0,093 \cdot 10^{-6}\ \frac{\text{кг}}{\text{Кл}} \cdot 4 \cdot 10^4\ \text{А}} = 2,688 \cdot 10^5\ \text{с} =$$
$$= 4480\ \text{мин} = 74,67\ \text{час} = 3,1\ \text{сут}.$$

Расход электроэнергии составит

$A = UIt = 5$ В $\cdot\ 4 \cdot 10^4$ А $\cdot$ 74,67 час $= 2 \cdot 10^5$ Вт $\cdot$ 74,67 час $= 15$ МВт $\cdot$ час.

Ответ: $t = 3,1$ сут; $A = 15$ МВт $\cdot$ час.

№ 897(887).

Дано:
$U_1 = 14U_2$
$m_1 = m_2$
$k_1 = 0,093$ мг/Кл
$k_2 = 0,33$ мг/Кл
A_1/A_2 — ?

Решение:
Затраты электроэнергии на получение металлов составляют $A = UIt$, где U — рабочее напряжение электролитических ванн, I — ток через ванну, t — время получения заданной массы металла. Отношение затрат будет

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{U_1 I_1 t_1}{U_2 I_2 t_2} = \frac{14U_2 Q_1}{U_2 Q_2} = \frac{14Q_1}{Q_2},$$

где Q — количество электричества (заряд), прошедший через ванны. Находим его из первого закона Фарадея: $m_1 = k_1 Q_1$ и $m_2 = k_2 Q_2$. Так как по условию $m_1 = m_2$, то $Q_1/Q_2 = k_2/k_1$. Окончательно получаем

$$A_1/A_2 = 14Q_1/Q_2 = 14k_2/k_1 = 14 \cdot 0,33/0,093 = 50.$$

То есть затраты электроэнергии на получение некоторой массы алюминия в 50 раз больше затрат на получение той же массы меди.

Ответ: для алюминия в 50 раз больше.

№ 898(888).

Дано:	Решение:
$U = 0{,}4$ В $m = 1$ т $= 10^3$ кг $k = 0{,}33 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл $A - ?$	Расход электроэнергии составит $A = UIt = UQ$, где U — рабочее напряжение электролитической ванны, Q — прошедший через нее электрический заряд. Заряд находим из первого закона Фарадея: $Q = It = m/k$.

Находим расход энергии

$$A = UQ = \frac{Um}{k} = \frac{0{,}4\ \text{В} \cdot 10^3\ \text{кг}}{0{,}33 \cdot 10^{-6}\ \frac{\text{кг}}{\text{Кл}}} = 1{,}2 \cdot 10^6\ \text{кВт} \cdot \text{с} = 330\ \text{кВт} \cdot \text{час}.$$

Ответ: $A = 330$ кВт · час.

№ 899(889).

Дано:	Решение:
$V = 2{,}5$ л $= 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ м^3 $t = 25\,^\circ$C $= 298$ K $p = 100$ кПа $= 10^5$ Па $U = 5$ В $\eta = 75\%$ $k = 0{,}0104 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл $A - ?$	С учетом КПД установки расход электроэнергии будет $A = UIt/\eta$. В соответствии с первым законом Фарадея $It = m/k$. Получим $A = Um/\eta k$. Массу водорода m находим из уравнения Клапейрона—Менделеева $pV = mRT/M$ ($M = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль): $m = pVM/RT$. Окончательно, расход энергии равен

$$A = \frac{Um}{\eta k} = \frac{UpVM}{\eta kRT} = \frac{5\ \text{В} \cdot 10^5\ \text{Па} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{0{,}75 \cdot 0{,}0104 \cdot 10^{-6}\ \frac{\text{кг}}{\text{Кл}} \cdot 8{,}31\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 298\ \text{К}} =$$

$$= 1{,}3 \cdot 10^5\ \text{Дж} = 0{,}13\ \text{МДж}.$$

Ответ: $A = 0{,}13$ МДж.

№ 900(890).

Дано:	Решение:
$h = 50$ мкм $= 5 \cdot 10^{-5}$ м $j = 2$ кА/м^2 $= 2 \cdot 10^3$ А/м^2 $\rho = 7{,}2 \cdot 10^3$ кг/м^3 $k = 0{,}18 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл $t - ?$	Пусть деталь имеет площадь поверхности S. Тогда объем металла, которым нужно покрыть деталь, составит $V = hS$, а его масса $m = \rho hS$, где ρ — плотность металла. По первому закону Фарадея $m = kIt$. Отсюда находим время процесса

$$t = \frac{m}{kI} = \frac{\rho hS}{kI} = \frac{\rho h}{kj} = \frac{7{,}2 \cdot 10^3\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 5 \cdot 10^{-5}\ \text{м}}{0{,}18 \cdot 10^{-6}\ \frac{\text{кг}}{\text{Кл}} \cdot 2 \cdot 10^3\ \frac{\text{А}}{\text{м}^2}} = 10^3\ \text{с} = 16{,}7\ \text{мин}.$$

Ответ: $t = 16{,}7$ мин.

№ 901(891).

Повторяя рассуждения предыдущей задачи, получим формулу $\rho hS = kIt$. Отсюда $k/\rho = hS/It = h/jt$. Что и требовалось доказать.

№ 902(892).

Дано:	Решение:
$t = 1$ ч $= 3600$ с $k_1 = 0{,}62 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл $j_1 = 1$ кА/м^2 $= 100$ А/м^2 $\rho_1 = 7{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3 $k_2 = 1{,}12 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл $j_2 = 0{,}5$ кА/м^2 $= 50$ А/м^2 $\rho_2 = 10{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3	Толщина слоя металла равна
h_1 — ?, h_2 — ?	

$$h_1 = \frac{k_1 j_1 t}{\rho_1} = \frac{0{,}62 \cdot 10^{-6}\,\frac{\text{кг}}{\text{Кл}} \cdot 100\,\frac{\text{А}}{\text{м}^2} \cdot 3600\text{ с}}{7{,}3 \cdot 10^3\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} = 0{,}31 \cdot 10^{-4}\text{ м} = 31\text{ мкм}.$$

$$h_2 = \frac{k_2 j_2 t}{\rho_2} = \frac{1{,}12 \cdot 10^{-6}\,\frac{\text{кг}}{\text{Кл}} \cdot 50\,\frac{\text{А}}{\text{м}^2} \cdot 3600\text{ с}}{10{,}5 \cdot 10^3\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} = 0{,}19 \cdot 10^{-4}\text{ м} = 19\text{ мкм}.$$

Ответ: $h_1 = 31$ мкм, $h_2 = 19$ мкм.

№ 903(893).

Дано:	Решение:
$n = 10^9$ см$^{-3}$ с$^{-1}$ $S = 100$ см^2 $d = 5$ см	Объем пространства между пластинами ионизатора $V = Sd$. За время t в объеме V образуется $N = Vnt$ пар ионов. Электрон и положительно заряженный ион каждой пары движут-
I — ?	ся в электрическом поле в противоположном направлении.

Электрон нейтрализуется на положительно заряженной пластине, а ион — на отрицательно заряженной. Таким образом, на одной пластине заряд увеличивается на e, а на другой уменьшается. То есть одна пара ион—электрон переносит один заряд e через пространство ионизатора. Общее число перенесенных зарядов $q = eN = eVnt$. Так как постоянный электрический ток равен $I = q/t$, то

$$I = eVn = eSdn = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{ Кл} \cdot 100\text{ см}^2 \cdot 5\text{ см} \cdot 10^9\text{ см}^{-3}\text{ с}^{-1} = 8 \cdot 10^{-8}\text{ Кл/с} = 80\text{ нА}.$$

Ответ: $I = 80$ нА.

№ 904(894).

Дано:	Решение:
$A_i = 2{,}5 \cdot 10^{-18}$ Дж $d = 5$ мкм $= 5 \cdot 10^{-6}$ м	Самостоятельный электрический разряд начинается, когда электрон на среднем расстоянии свобод-
E — ?, v — ?	ного пробега приобретает в электрическом поле

кинетическую энергию, достаточную для ионизации молекул газа. В постоянном электрическом поле с напряженностью E на электрон действует сила $F_к = eE$. Поле совершает работу по разгону электрона на длине d свободного пробега: $A = F_к d = eEd$. Эта работа идет на увеличение кинетической энергии электрона: $W_к = A$. Условие ионизации молекул газа $W_к \geq A_i$. Таким образом, минимальное значение напряженности электрического поля

$$E = \frac{A_i}{ed} = \frac{2{,}5 \cdot 10^{-18}\text{ Дж}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{ Кл} \cdot 5 \cdot 10^{-6}\text{ м}} = 3{,}1 \cdot 10^6\text{ Н/Кл} = 3{,}1\text{ МВ/м}.$$

Скорость электрона находим из выражения для кинетической энергии

$$W_к = \frac{mv^2}{2} = A_i \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2A_i}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-18}\text{ Дж}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\text{ кг}}} = 2{,}3 \cdot 10^6\text{ м/с} = 2300\text{ км/с}.$$

Ответ: $E = 3{,}1$ МВ/м, $v = 2300$ км/с.

№ 905(895).

Дано:	Решение:
$A_i = 1{,}7 \cdot 10^{-18}$ Дж $l = 10$ см $= 0{,}1$ м $U = 600$ В	Между электродами трубки создается электрическое поле с напряженностью $E = U/l$. Из решения предыдущей задачи следует, что средняя длина свободного пробега электрона должна быть $d = A_i/eE$, где A_i — энергия
d — ?	

ионизации молекул газа, e — заряд электрона. Окончательно

$$d = \frac{A_i l}{eE} = \frac{1{,}7 \cdot 10^{-18}\ \text{Дж}\ \ 0{,}1\ \text{м}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл} \cdot 600\ \text{В}} = 1{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{м} = 1{,}8\ \text{мм}.$$

Ответ: $d = 1{,}8$ мм.

№ 906(896).

Дано:	Решение:
$E_i = 3$ МВ/м $=$ $= 3 \cdot 10^6$ В/м $U = 6$ кВ $=$ $= 6 \cdot 10^3$ В	Между пластинами плоского конденсатора создается постоянное электрическое поле с напряженностью $E = U/d$. Уменьшая расстояние d, мы увеличиваем напряженность поля. Пробой произойдет, когда $E \geq E_i$. Отсюда
d — ?	

$$d = \frac{U}{E_i} = \frac{6 \cdot 10^3\ \text{В}}{3 \cdot 10^6\ \text{В/м}} = 2 \cdot 10^{-3}\ \text{м} = 2\ \text{мм}.$$

Ответ: $d = 2$ мм.

№ 907(897).

Напряжение на разрядниках электрофорной машины обратно пропорционально емкости лейденовских банок $U = q/C$. При постоянной частоте вращения машины скорость разделения заряда остается постоянной. Для достижения напряжения пробоя в случае большой емкости требуется большее время и, кроме того, энергия искры $CU^2/2$, будет больше. Поэтому наблюдаются редкие мощные искры. Когда конденсатор отключают, емкость системы резко падает, скорость достижения напряжения пробоя возрастает, промежуток времени между искрами сильно уменьшается. Энергия искры также значительно уменьшается. Наблюдаются частые слабые искры.

№ 908(898).

Дано:	Решение:
$t = 1$ мс $= 10^{-3}$ с $q = 20$ Кл $U = 2$ ГВ $= 2 \cdot 10^9$ В $n = 5$	По определению средний ток в искре $I = \frac{q}{t} = \frac{20\ \text{Кл}}{10^{-3}\ \text{с}} = 2 \cdot 10^4\ \text{А} = 20\ \text{кА}.$ Мощность электрического тока в импульсе
I — ?, P — ?, A — ?	$P = UI = 2 \cdot 10^9\ \text{В} \cdot 2 \cdot 10^4\ \text{А} = 4 \cdot 10^{13}\ \text{Вт} = 40\ \text{ТВт}.$

Энергия, выделяемая при вспышке, состоящей из n импульсов,

$$A = Pnt = 4 \cdot 10^{13}\ \text{Вт} \cdot 5 \cdot 10^{-3}\ \text{с} = 2 \cdot 10^{11}\ \text{Дж} = 200\ \text{ГДж}.$$

Ответ: $I = 20$ кА, $P = 40$ ТВт, $A = 200$ ГДж.

№ 909(899).

Дуга возникает в том месте разрядника, в котором больше напряженность электрического поля. Так как разность потенциалов между рогами разрядника везде одинакова (они проводники), то напряженность поля выше там, где меньше расстояние между ними ($E = U/d$). Поэтому самостоятельный электрический разряд возникает внизу. Электрическое поле в пространстве между рогами разрядника неоднородно. Его силовые линии по форме близки к отрезкам дуг окружностей с центром в основании разрядника, заключенных между рогами разрядника. В неоднородном электрическом поле положительно заряженные ионы будут смещаться в сторону уменьшения потенциала поля, т. е. вдоль радиуса по направлению от основания к периферии разрядника. Неоднородное электрическое поле будет как бы выталкивать дугу благодаря тому, что направление скорости и ускорения частиц в нем не сопадают. По мере продвижения дуги от основания разрядника к периферии напряженность поля уменьшается и дуга гаснет. Эффект перемещения дуги по разряднику имеет место при любом его положении, а не только при вертикальном. Поэтому объяснить это явление конвекцией не удается.

№ 910(900).

Дано:
$n_i = 2{,}7 \cdot 10^{22}$ м$^{-3}$
n — ?, n/N — ?

Решение:
Из основного уравнения молекулярно-кинетической теории идеальных газов давление газа прямо пропорционально концентрации молекул $p = nkT$. Отсюда находим концентрацию молекул при нормальных условиях:

$$n = \frac{p}{kT} = \frac{101\,325\ \text{Па}}{1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 273\ \text{К}} = 2{,}7 \cdot 10^{25}\ \text{м}^{-3}.$$

Степень ионизации

$$\frac{n}{N} \cdot 100\% = \frac{2{,}7 \cdot 10^{22}\ \text{м}^{-3}}{2{,}7 \cdot 10^{25}\ \text{м}^{-3}} \cdot 100\% = 0{,}1\% \quad \text{— слабая.}$$

Ответ: $n = 0{,}1\%$; слабая.

№ 911(901).

Дано:
$W_i = 2{,}5 \cdot 10^{-18}$ Дж
T — ?

Решение:
Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул идеального одноатомного газа выражается формулой $E_{ср} = 3kT/2$. При соударении молекул эта энергия может расходоваться на их ионизацию. Поэтому условие полной ионизации $E_{ср} \geq W_i$. Отсюда находим минимальную температуру

$$T = \frac{2W_i}{3k} = \frac{2 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-18}\ \text{Дж}}{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \frac{\text{Дж}}{\text{К}}} = 1{,}2 \cdot 10^5\ \text{К}.$$

Ответ: $T = 1{,}2 \cdot 10^5$ К.

ГЛАВА XI
ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

42. Электромагнитная индукция. ЭДС индукции. Самоиндукция. Индуктивность. Энергия магнитного поля тока

№ 912(902).

1. Проводник движется поперек линий магнитного поля слева направо. Вектор индукции магнитного поля направлен снизу вверх (так будет ориентироваться магнитная стрелка в этом поле, полюс N покажет положительное направление). Определить направление индукционного тока.

Для определения направления индукционного тока воспользуемся правилом правой руки. Расположим руку ладонью вниз (чтобы силовые линии магнитного поля входили в ладонь). Отогнутый большой палец направим в направлении движения проводника. Вытянутые четыре пальца покажут направление индукционного тока (от плоскости чертежа к наблюдателю).

2. В каком направлении движется горизонтально расположенный проводник в магнитном поле, индукция которого направлена сверху вниз, если индукционный ток протекает слева направо?

По правилу правой руки определяем, что проводник движется от плоскости чертежа к наблюдателю.

3. Определить направление вектора магнитной индукции и полярность постоянного магнита, если проводник в нем движется снизу вверх, а индукционный ток при этом направлен от плоскости рисунка к наблюдателю.

Располагаем ладонь правой руки так, чтобы отогнутый большой палец был направлен вверх, вытянутые пальцы направлены на наблюдателя. Тогда ладонь будет справа. То есть силовые линии должны идти справа налево. Южный полюс магнита S будет слева, северный N — справа.

4. Проводник движется снизу вверх перпендикулярно продольной оси соленоида, в котором электрический ток протекает от правой клеммы к левой. Найти направление вектора магнитной индукции внутри соленоида и направление индукционного тока в проводнике.

Направление вектора магнитной индукции внутри соленоида определяем по правилу буравчика. Ток течет по часовой стрелке, если смотреть на соленоид со стороны проводника. Значит вектoро магнитной индукции направлен слева направо. По правилу правой руки индукционный ток направлен от плоскости чертежа к наблюдателю.

5. В каком направлении движется проводник мимо торца соленоида, если индукционный ток течет справа налево? В соленоиде ток течет против часовой стрелки от верхней клеммы к нижней. Найти направление вектора магнитной индукции в центре соленоида.

По правилу буравчика индукция магнитного поля в центре соленоида направлена снизу вверх. По правилу правой руки проводник движется от плоскости рисунка на наблюдателя.

6. Контур вращается в постоянном магнитном поле по часовой стрелке. Вектор индукции магнитного поля направлен слева направо. Найти направление индукционного тока в контуре.

Для левого ребра контура по правилу правой руки находим (ребро движется вверх), что ток течет от наблюдателя за плоскость чертежа. Для правого ребра — наоборот. Таким образом, если смотреть на рамку сверху, то ток течет по часовой стрелке.

7. Постоянный магнит вдвигают южным полюсом в соленоид. Определить полярность напряжения индукции.

Индукция поля постоянного магнита направлена вверх. Магнитный поток через катушку увеличивается. По правилу Ленца в катушке наводится ЭДС, которая препятствует увеличению магнитного потока. То есть магнитный поток соленоида, возникающий вследствие протекания индукционного тока, должен быть направлен вниз. По правилу буравчика ток должен течь от нижней клеммы к верхней. По правилам электродинамики считается, что внизу будет клемма «+», а сверху «–», так как принято за положительное направление тока считать направление от плюса к минусу.

№ 913(903).

Вокруг проводника с током *OO'* образуется магнитное поле, силовые линии которого представляют собой концентрические окружности.

а) Если вращать рамку как показано на рисунке, то количество силовых линий, пересекающих площадь рамки, остается постоянной. Значит магнитный поток через рамку не меняется и не будет возникать ЭДС индукции.

б) и в) Магнитный поток будет меняться и будет возникать индукционный ток.

г) В силу аксиальной симметрии магнитного поля проводника с током при движении рамки в вертикальном направлении магнитный поток через нее меняться не будет. Индукционного тока не будет.

д) При поступательном движении рамки в горизонтальном направлении магнитный поток через нее будет меняться. Возникнет индукционный ток. Ответ: а), г) не будет; б), в), д) будет.

№ 914(904).

Когда второй полосовой магнит проходит через незамкнутый соленоид, на его концах наводится ЭДС индукции. Так как соленоид не замкнут, ток через него протекать не будет, а, следовательно, и запасенной энергии $W = LI^2/2$ в нем не будет. Магнит не передаст соленоиду часть своей кинетической энергии и будет падать такое же временя, как и первый магнит. В третьем, замкнутом, соленоиде возникнет индукционный ток, который своим магнитным полем будет противодействовать прохождению магнита (правило Ленца). Часть кинетической энергии падающего магнита передастся соленоиду и запасется в виде магнитной энергии катушки с током $W = LI^2/2$. Кинетическая энергия магнита уменьшится (уменьшится скорость), а, следовательно, возрастет время его падения. Магнитная энергия соленоида пойдет на его нагревание индукционным током.

Ответ: у первого и второго — одинаковые, у третьего — больше.

№ 915(905).

При замыкании контакта в цепи *A* ток начинает течь по часовой стрелке. По правилу буравчика вектор магнитной индукции будет направлен в центр кольца от наблюдателя за плоскость чертежа. В кольце *B* должен возникнуть индукционный ток, противодействующий по правилу Ленца своим магнитным полем нарастанию магнитного потока через себя. То есть по правилу буравчика ток в кольце *B* должен течь против часовой стрелки, чтобы вектор магнитной индукции поля кольца *B* был направлен на наблюдателя. При выключении контакта магнитный поток через кольцо *A* начнет уменьшаться (направление вектора индукции, естественно, останется прежним). Индукционный ток в кольце *B* своим магнитным полем будет стремиться поддержать магнитный поток на прежнем уровне (правило Ленца). Для этого ток в кольце *B* должен течь таким образом (по правилу буравчика — по часовой стрелке), чтобы вектор индукции поля кольца *B* был направлен от наблюдателя за плоскость чертежа.

Если передвигать вправо скользящий контакт реостата, то ток в цепи *A* будет уменьшаться (сопротивление будет расти). Магнитный поток также будет уменьшаться. Поэтому в кольце *B* потечет ток индукции, направленный по часовой стрелке. Если передвигать ползунок влево, то ток в кольце *B* потечет против часовой стрелки.

Ответ: против движения часовой стрелки; по часовой стрелке. По часовой стрелке; против часовой стрелки.

№ 916(906).

При вращении магнита магнитный поток через замкнутый виток проволоки начнет меняться. Потечет индукционный ток таким образом, чтобы уменьшить своим магнитным полем изменение магнитного потока через виток. Виток с током обладает собственным магнитным моментом $\vec{P}$, который, взаимодействуя с внешним магнитным полем $\vec{B}$, приводит к появлению механического вращательного момента $\vec{M}$. Виток начинает вращаться под действием сил Ампера. При этом направление вращения должно быть таким, чтобы ослабить изменение магнитного потока через контур. То есть направление вращения витка должно совпадать с направлением вращения магнита. Тогда изменение магнитного потока через виток будет происходить медленнее, чем если бы они вращались в противоположных направлением.

Ответ: совпадает с направлением вращения магнита.

№ 917(907).

Стрелка гальванометра соединена с проволочным контуром, находящимся в постоянном магнитном поле. Механическое отклонение стрелки в результате покачивания приведет к повороту рамки в магнитном поле, изменению магнитного потока через нее и возникновению ЭДС индукции.

Так как рамка электрически замкнута на другой гальванометр, в цепи потечет индукционный ток, который вызовет отклонение стрелки второго гальванометра.

№ 918(908).

Латунь является проводником. Колебания магнитной стрелки приводят к изменению магнитного потока через корпус компаса. В результате в корпусе наводятся индукционные токи Фуко, которые своим магнитным полем препятствуют колебаниям магнитного потока. Механическая энергия стрелки компаса переходит в электромагнитную энергию токов Фуко, а далее в тепловую энергию корпуса прибора. Таким образом энергия колебания стрелки более эффективно рассеивается и затухание происходит быстрее.

№ 919(909).

Электрогенератор преобразует механическую энергию в электрическую. Таким же образом работает в двигатель трамвая, когда его отключают от контактной сети и нагружают на резистор. Кинетическая энергия трамвая преобразуется генератором в электрическую. ЭДС индукции вызывает в цепи протекание электрического тока, который нагревает резистор R. На нем выделяется тепловая мощность $P = U^2/R$, где U — напряжение на клеммах генератора. Таким образом механическая кинетическая энергия движения трамвая переходит в тепловую энергию резистора и трамвай замедляет ход. Чем меньше сопротивление резистора, тем большая мощность выделяется на нем, т. е. быстрее происходит преобразование энергии, быстрее происходит торможение. С увеличением скорости трамвая увеличивается частота вращения двигателя (генератора), а, следовательно, ЭДС индукции, которая прямо пропорциональна скорости изменения магнитного потока через контур. Возрастает напряжение U на резисторе и рассеиваемая мощность. Скорость диссипации энергии и эффективность торможения выше при большей скорости трамвая.

Ответ: ускорение больше при меньшем сопротивлении и большей скорости.

№ 920(910).

Согласно закону электромагнитной индукции в замкнутом контуре возникает средняя электродвижущая сила (ЭДС) равная по величине отношению изменения магнитного потока $\Delta\Phi$ через контур к промежутку времени Δt, за который это изменение произошло: $\mathcal{E}_{инд} = -\Delta\Phi/\Delta t$. Чтобы ЭДС оставалась постоянной, необходимо, чтобы изменение магнитного потока $\Delta\Phi$ было прямо пропорционально промежутку времени Δt. Перепишем это условие в виде $\Phi_2 - \Phi_1 = k(t_1 - t_2)$. Получаем равенство $\Phi_2 + kt_2 = \Phi_1 + kt_1 = \text{const}$. В общем виде $\Phi = -kt + \text{const}$. То есть зависимость магнитного потока от времени должна быть линейной.

Ответ: линейному.

№ 921(911).

Дано:	Решение:
$\Delta t = 5$ мс $= 5 \cdot 10^{-3}$ с $\Phi_1 = 9$ мВб $= 9 \cdot 10^{-3}$ Вб $\Phi_2 = 4$ мВб $= 4 \cdot 10^{-3}$ Вб $\mathcal{E}$ — ?	Изменение магнитного потока составит $\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 = 5 \cdot 10^{-3}$ Вб. По закону электромагнитной индукции ЭДС $\mathcal{E} = \left\|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right\| = \frac{5 \cdot 10^{-3}\text{ Вб}}{5 \cdot 10^{-3}\text{ с}} = 1$ В.

Ответ: $\mathcal{E} = 1$ В.

№ 922(912).

Дано:	Решение:
$n = 2000$ $\mathcal{E} = 120$ В $\mathcal{E}_1$ — ?	Так как в соленоиде витки соединены последовательно, то их ЭДС складываются. То есть, если в одном витке наводится ЭДС $\mathcal{E}_1$, то в соленоиде будет ЭДС $\mathcal{E} = n\mathcal{E}_1$. Скорость изменения магнитного

потока $\Delta\Phi/\Delta t$ в каждом витке одна и таже и равна по модулю ЭДС индукции $\mathcal{E}_1$. Таким образом

$$\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \mathcal{E}_1 = \frac{\mathcal{E}}{n} = \frac{120\text{ В}}{2000} = 60\text{ мВ} = 60\text{ мВб/с}.$$

Ответ: $\mathcal{E}_1 = 30$ мВб/с.

№ 923(913).

Дано:	Решение:
$S = 50$ см$^2 = 5 \cdot 10^{-3}$ м^2 $B_1 = 0{,}2$ Тл $B_2 = 0{,}3$ Тл $\Delta t = 4$ мс $= 4 \cdot 10^{-3}$ с $\mathcal{E} = 10$ В n — ?	В одном витке катушки будет возбуждаться ЭДС $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}/n$, где n — число витков, $\mathcal{E}$ — общая ЭДС катушки. По закону электромагнитной индукции $\mathcal{E}_1 = \left\|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right\| = \left\|\frac{S\Delta B}{\Delta t}\right\|$, где S — площадь витка, ΔB — изменение индукции

магнитного поля. Отсюда находим число витков

$$\frac{\mathcal{E}}{n} = \left|\frac{S\Delta B}{\Delta t}\right| \Rightarrow n = \frac{\mathcal{E}\Delta t}{S\Delta B} = \frac{10\text{ В} \cdot 4 \cdot 10^{-3}\text{ с}}{5 \cdot 10^{-3}\text{ м}^2 \cdot 0{,}1\text{ Тл}} = 80.$$

Ответ: $n = 80$.

№ 924(914).

Дано:	Решение:
$r = 5$ см $= 5 \cdot 10^{-2}$ м $\Delta\Phi = 18{,}6$ мВб $=$ $= 1{,}86 \cdot 10^{-2}$ Вб $\Delta t = 5{,}9$ мс $=$ $= 5{,}9 \cdot 10^{-3}$ с E — ?	Под действием переменного магнитного поля в витке возникает вихревое электрическое поле, которое и приводит в движение электрические заряды (электроны). Возникает электродвижущая сила. Она равна работе, которую совершает вихревое электрическое поле по перемещению единичного заряда вдоль замкнутого

неподвижного проводника:

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q} = \frac{Eq2\pi r}{q} = E2\pi r.$$

По закону электромагнитной индукции ЭДС $\mathcal{E} = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$.

Отсюда находим напряженность вихревого электрического поля в витке:

$$E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t 2\pi r} = \frac{1,86 \cdot 10^{-2}\ \text{Вб}}{5,9 \cdot 10^{-3}\ \text{с} \cdot 6,28 \cdot 5 \cdot 10^{-2}\ \text{м}} = 10\ \text{В/м}.$$

Ответ: $E = 10$ В/м.

№ 925(915).

Дано:	Решение:
$R = 0,03$ Ом $\Delta\Phi = 12$ мВб $=$ $= 1,2 \cdot 10^{-2}$ Вб	Пусть магнитный поток через виток менялся в течение времени Δt. В витке наводилась ЭДС $\mathcal{E} = \Delta\Phi/\Delta t$. По закону Ома индукционный ток был равен $I = \mathcal{E}/R = \Delta\Phi/R\Delta t$. Следовательно, по витку прошел электрический заряд
q — ?	

$$q = I\Delta t = \frac{\Delta\Phi}{R} = \frac{1,2 \cdot 10^{-2}\ \text{Вб}}{0,03\ \text{Ом}} = 0,4\ \text{Кл}.$$

Ответ: $q = 0,4$ Кл.

№ 926(916).

Дано:	Решение:
$r = 3,4$ см $= 3,4 \cdot 10^{-2}$ м $\rho = 1,7 \cdot 10^{-2}$ Ом · мм²/м $S = 1$ мм² $B = 0,1$ Тл	Из решения предыдущей задачи $q = \Delta\Phi/R$, где $\Delta\Phi$ — изменение магнитного потока, R — сопротивление витка. Магнитное поле уменьшается от 0,1 Тл до нуля. Таким образом $\Delta\Phi = BS_0 = B\pi r^2$.
q — ?	Сопротивление кругового витка $R = \rho 2\pi r/S$.

Тогда

$$q = \frac{BrS}{2\rho} = \frac{0,1\ \text{Тл} \cdot 3,4 \cdot 10^{-2}\ \text{м} \cdot 1\ \text{мм}^2}{2 \cdot 1,7 \cdot 10^{-2}\ \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}} = 0,1\ \text{Кл}.$$

Ответ: $q = 0,1$ Кл.

№ 927(917).

Дано:	Решение:
$l = 10$ см $= 0,1$ м $\rho = 2,8 \cdot 10^{-2}$ Ом · мм²/м $S = 1,4$ мм² $\Delta\Phi/\Delta t = 10$ мВб/с $=$ $= 10^{-2}$ Вб/с	В витке наводится ЭДС индукции: $\mathcal{E} = \left\lvert\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right\rvert$. Сопротивление витка $R = \rho l/S$. Поэтому в нем протекает ток $I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\Delta\Phi S}{\Delta t \rho l} = \frac{10^{-2}\ \text{Вб/с} \cdot 1,4\ \text{мм}^2}{2,8 \cdot 10^{-2}\ \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}} \cdot 0,1\ \text{м}} = 5\ \text{А}.$
I — ?	

Ответ: $I = 5$ А.

№ 928(918).

Дано:	Решение:
$l = 0,25$ м $\alpha = 30°$ $B = 8$ мТл $= 8 \cdot 10^{-3}$ Тл $v = 5$ м/с	Рассмотрим проводник длиной l, движущийся поступательно со скоростью v в магнитном поле. За время Δt он «заметает» площадь $\Delta S = lv\Delta t$. В однородном магнитном поле нормаль к поверхности ΔS
$\mathcal{E}$ — ?	составляет по условию угол $(90° - \alpha)$ с вектором $\vec{B}$.

Поэтому изменение магнитного потока ΔS равно

$$\Delta\Phi = B\Delta S \cos(90° - \alpha) = Blv\Delta t \cos(90° - \alpha).$$

Отсюда по закону электромагнитной индукции нахоим ЭДС:

$$\mathscr{E}=\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|=Blv\cos(90°-\alpha)=8\cdot10^{-3}\text{ Тл}\cdot0{,}25\text{ м}\cdot5\text{ м/с}\cdot0{,}5=5\text{ мВ}.$$

Ответ: $\mathscr{E}=5$ мВ.

№ 929(919).

Дано:	Решение:
$l = 1$ м	Используем формулу, полученную при решении предыдущей за-
$\alpha = 60°$	дачи: $\mathscr{E} = Blv\cos(90° - \alpha)$. Из нее находим скорость проводни-
$B = 0{,}2$ Тл	ка в магнитном поле
$\mathscr{E} = 1$ В	
v — ?	

$$v=\frac{\mathscr{E}}{Bl\cos(90°-\alpha)}=\frac{1\text{ В}}{0{,}2\text{ Тл}\cdot1\text{ м}\cdot0{,}866}=5{,}8\text{ м/с}.$$

Ответ: $v = 5{,}8$ м/с.

№ 930(920).

Дано:	Решение:
$l = 1$ м	Ток в неподвижном проводнике течет от точки N к точке M. Если
$R = 2$ Ом	проводник движется, в нем наводится ЭДС индукции $\mathscr{E} = \pm Blv$,
$B = 0{,}1$ Тл	знак которой зависит от направления движения. Закон Ома для
$\mathscr{E} = 1$ В	полной цепи будет иметь вид $\mathscr{E}_0 \pm \mathscr{E} = IR$, где $\mathscr{E}_0$ — ЭДС источни-
I — ?	ка. Сила тока в проводнике будет
v — ?	

$$I=\frac{\mathscr{E}_0\pm Blv}{R}.$$

а) Если проводник покоится ($v = 0$), $I = \mathscr{E}_0/R = 1$ В/2 Ом $= 0{,}5$ А.

б) Если проводник движется вправо со скоростью $v = 4$ м/с, то по правилу правой руки индукционный ток потечет от точки N к точке M. В этому случае

$$I=\frac{\mathscr{E}_0+Blv}{R}=\frac{1\text{ В}+0{,}1\text{ Тл}\cdot1\text{ м}\cdot4\text{ м/с}}{2\text{ Ом}}=0{,}7\text{ А}.$$

в) При движении влево с той же скоростью

$$I=\frac{\mathscr{E}_0-Blv}{R}=\frac{1\text{ В}-0{,}1\text{ Тл}\cdot1\text{ м}\cdot4\text{ м/с}}{2\text{ Ом}}=0{,}3\text{ А}.$$

г) Чтобы ток через проводник не шел ($I = 0$), нужно передвигать проводник влево со скоростью v_0, удовлетворяющей условию $\mathscr{E}_0 = Blv_0$. Отсюда

$$v_0=\frac{\mathscr{E}_0}{Bl}=\frac{1\text{ В}}{0{,}1\text{ Тл}\cdot1\text{ м}}=10\text{ м/с}.$$

Ответ: а) $I = 0{,}5$ А; б) $I = 0{,}7$ А; в) $I = 0{,}3$ А; г) влево со скоростью $v = 10$ м/с.

№ 931(921).

Дано:	Решение:
$I = 5$ А	По определению магнитный поток Ф, сцепленный с конутром,
$\Phi = 0{,}5$ мВб $=$	прямо пропорционален силе тока I в этом контуре: $\Phi = LI$. Ко-
$= 5\cdot10^{-4}$ Вб	эффициент пропорциональности L называют индуктивностью
L — ?	контура. Поэтому

$$L=\frac{\Phi}{I}=\frac{5\cdot10^{-4}\text{ Вб}}{5\text{ А}}=10^{-4}\text{ Гн}=0{,}1\text{ мГн}.$$

Ответ: $L = 0{,}1$ мГн.

№ 932(922).

Дано:	Решение:
$I = 10$ А	По определению
$L = 0{,}2$ мГн $= 2 \cdot 10^{-4}$ Гн	$\Phi = LI = 2 \cdot 10^{-4}$ Гн $\cdot$ 10 А $= 2 \cdot 10^{-3}$ Вб $= 2$ мВб.
Φ — ?	

Ответ: $\Phi = 2$ мВб.

№ 933(923).

Дано:	Решение:
$\Delta I = 2$ А	Если индуктивность проводника L остается постоянной, то из
$\Delta t = 0{,}25$ с	формулы $\Phi = LI$ получаем, что изменение магинтного потока
$\mathcal{E} = 20$ мВ $=$	$\Delta\Phi$ в контуре связано с изменением тока ΔI в нем как $\Delta\Phi = L\Delta I$.
$= 0{,}02$ В	По определению ЭДС самоиндукции
L — ?	$\mathcal{E} = \left\lvert \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right\rvert = \left\lvert \frac{\Delta I}{\Delta t} \right\rvert$.

Отсюда находим индуктивность проводника

$$L = \frac{\mathcal{E}\Delta t}{\Delta I} = \frac{0{,}02\ \text{В} \cdot 0{,}25\ \text{с}}{2\ \text{А}} = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{Гн} = 2{,}5\ \text{мГн}.$$

Ответ: $L = 2{,}5$ мГн.

№ 934(924).

Дано:	Решение:
$\Delta I = 5$ А	По формуле для ЭДС самоиндукции
$\Delta t = 0{,}02$ с	$\mathcal{E} = L\left\lvert \frac{\Delta I}{\Delta t} \right\rvert = 0{,}4\ \text{Гн} \cdot \frac{5\ \text{А}}{0{,}02\ \text{с}} = 100$ В.
$L = 0{,}4$ Гн	
$\mathcal{E}$ — ?	

Ответ: $\mathcal{E} = 100$ В.

№ 935(925).

Мощные двигатели потребляют большой ток. Если быстро отключить питание таких двигателей, то скорость убывания тока в их обмотке $\Delta I/\Delta t$ может быть очень велика и на клеммах выключателя наведется ЭДС самоиндукции равная $\mathcal{E} = L|\Delta I/\Delta t|$. Эта ЭДС может быть столь велика, что между клеммами возникнет электрическая дуга, которая разрушит выключатель.

№ 936(926).

При замыкании ярмом сердечника катушки ее индуктивность возрастет. В катушке наводится ЭДС самоиндукции $\mathcal{E} = L|\Delta I/\Delta t|$ такой полярности, чтобы сохранить прежний магнитный поток (правило Ленца). А так как $\Phi = LI$, то при увеличении L протекающий ток I должен уменьшится. То есть индукционный ток будет направлен против протекающего тока I и лампочка на мгновение погаснет. Если долго держать ярмо неподвижным, магнитный поток через катушку меняться не будет. Ток I восстановится до прежнего уровня за счет внешнего напряжения. Лампочка будет гореть с прежним накалом. Если ярмо резко вынуть, индуктивность катушки уменьшится. За счет самоиндукции ток в цепи на некоторое время возрастет, чтобы (по правилу Ленца) удержать магнитный поток на прежнем уровне. Лампочка при этом ярко вспыхнет.

Ответ: а) накал лампочки на мгновение уменьшится; б) накал вновь становится полным; в) на мгновение лампочка ярко вспыхивает.

№ 937(927).

Дано:
$I_1 = 20$ А, $I_2 = 0{,}5I_1$
$L = 0{,}2$ Гн
W_1 — ?, W_2 — ?

Решение:
Энергия магнитного поля катушки с током равна

$$W_1 = \frac{LI^2}{2} = \frac{0{,}6\ \text{Гн} \cdot 400\ \text{А}^2}{2} = 120\ \text{Дж}.$$

Если ток уменьшить в 2 раза, то энергия поля уменьшится в 4 раза.

Ответ: $W_1 = 120$ Дж, $W_2 = 30$ Дж.

№ 938(928).

Дано:
$W = 1$ Дж
$L = 0{,}5$ Гн
I — ?

Решение:
Из формулы для энергии магнитного поля катушки $W = LI^2/2$ находим ток

$$I = \sqrt{\frac{2W}{L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1\ \text{Дж}}{0{,}5\ \text{Гн}}} = 2\ \text{А}.$$

Ответ: $I = 2$ А.

№ 939(929).

Дано:
$I = 10$ А
$\Phi = 0{,}5$ Вб
W — ?

Решение:
Так как магнитный поток в катушке с током I равен $\Phi = LI$, то энергия магнитного поля этой катушки будет

$$W = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Phi I}{2} = \frac{0{,}65\ \text{Вб} \cdot 10\ \text{А}}{2} = 2{,}5\ \text{Дж}.$$

Ответ: $W = 2{,}5$ Дж.

№ 940(н).

Дано:
$L = 25$ мГн $= 2{,}5 \cdot 10^{-2}$ Гн
$R = 8{,}2$ Ом
$U = 55$ В
$\Delta t = 12$ мс $= 1{,}2 \cdot 10^{-2}$ с
Q — ?
$\mathscr{E}_{ср}$ — ?

Решение:
Найдем энергию магнитного поля в катушке идуктивности: $W = LI^2/2$. Сила тока в цепи $I = U/R$. Тогда $W = LU^2/2R^2$. При размыкании цепи эта энергия выделится в виде тепла:

$$Q = \frac{LU^2}{2R^2} = \frac{2{,}5 \cdot 10^{-2}\ \text{Гн} \cdot (55\ \text{В})^2}{2 \cdot (8{,}2\ \text{Ом})^2} = 0{,}56\ \text{Дж}.$$

Средняя ЭДС самоиндукции согласно закону Фарадея $\mathscr{E}_{ср} = -L\Delta I/\Delta t$, где $\Delta I = I_{кон} - I_{нач} = -U/R$. Тогда

$$\mathscr{E}_{ср} = \frac{LU}{R\Delta t} = \frac{2{,}5 \cdot 10^{-2}\ \text{Гн} \cdot 55\ \text{В}}{8{,}2\ \text{Ом} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-2}\ \text{с}} = 14\ \text{В}.$$

Ответ: $Q = 0{,}56$ Дж, $\mathscr{E}_{ср} = 14$ В.

№ 941(н).

Дано:
$I_1 = 0$, $I_2 = 11{,}4$ А
$L = 240$ мГн
$\mathscr{E}_{ср} = 30$ В
ΔW — ?, Δt — ?

Решение:
Среднюю ЭДС самоиндукции выразим, воспользовавшись законом Фарадея:

$$|\mathscr{E}_{ср}| = \left|-L\frac{\Delta I}{\Delta t}\right| = \frac{L(I_2 - I_1)}{\Delta t}.$$

Отсюда искомое время

$$\Delta t = \frac{L(I_2 - I_1)}{\mathscr{E}_{ср}} = \frac{0,24\ \text{Гн} \cdot 11,4\ \text{А}}{30\ \text{В}} = 0,091\ \text{с} = 91\ \text{мс}.$$

Изменение энергии магнитного поля

$$\Delta W = W_2 - W_1 = \frac{L}{2}\left(I_2^2 - I_1^2\right) = \frac{LI_2^2}{2} = \frac{0,24\ \text{Гн} \cdot (11,4\ \text{А})^2}{2} = 15,6\ \text{Дж}.$$

Ответ: $\Delta W = 15,6$ Дж; $\Delta t = 91$ мс.

ГЛАВА XII
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

43. Превращение энергии в колебательном контуре. Гармонические колебания. Собственная частота и период колебаний

№ 942(932).

Дано:	Решение:
$q_m = q_0/2$	а) Разность потенциалов (напряжение) U на обкладках конденса-
U_m — ?	тора выражается через заряд q на одной из обкладок и емкость C
I_m — ?	как $U = q/C$. Отсюда:
W — ?	

$$U_m = \frac{q_m}{C} = \frac{q_0}{2C} = \frac{U_0}{2},$$

где $U_0 = q_0/C$ — начальное напряжение на конденсаторе.

б) Электрический ток — это любое упорядоченное движение электрических зарядов. Если величина заряда, проходящего через поперечное сечение проводника, меняется со временем по закону $q(t)$, то сила тока выражается математически как первая производная $q(t)$ по времени: $I = q'(t)$. Поскольку в колебательном конутре заряд меняется по гармоническому закону

$$q = q_m \cos \omega_0 t,$$

то

$$I = -\omega_0 q_m\ \sin\ \omega_0 t = -\omega_0 \frac{q_0}{2} \sin\ \omega_0 t = \frac{I_0}{2},$$

где $I_0 = -\omega_0 q_0 \sin \omega_0 t$ — начальный ток.

в) В первоначальный момент времени полная энергия колебательного конутра сосредоточена в электрическом поле конденсатора и равна

$$W = \frac{q_m^2}{2C} = \frac{q_0^2}{8C} = \frac{W_0}{4},$$

где W_0 равна начальной полной энергии. Так как колебания в контуре незатухающие (потерь нет), полная энергия будет сохраняться, переходя из электрической в магнитную форму и обратно.

Ответ: а) уменьшилась в 2 раза; б) уменьшилась в 2 раза; в) уменьшилась в 4 раза.

№ 943(933).

Дано:	Решение:
$\Delta U = 20$ В $I = 2I_0$	Пусть начальное напряжение на конденсаторе равно U_0. Тогда новое значение напряжения $U = U_0 + \Delta U$. Положим $U = kU_0$, где
$U_0 - ?$	k — неизвестный коэффициент. Тогда имеет $kU_0 = U_0 + \Delta U$.

Отсюда $U_0 = \Delta U/(k-1)$. Заряд на конденсаторе $q = UC = kU_0C$, где C — емкость конденсатора. Сила тока в колебательном контуре $I = \Delta q/\Delta t$. Подставляя q, получаем $I = kC\Delta U_0/\Delta t = kI_0$, где I_0 — начальный ток. Так как $I = 2I_0$, то $k = 2$. Окончательно $U_0 = \Delta U/(2-1) = \Delta U = 20$ В.

Ответ: $U_0 = 20$ В.

№ 944(934).

Дано:	Решение:
$L = 0{,}2$ Гн $I_m = 40$ мА $=$ $= 4 \cdot 10^{-2}$ А $I_x = I_m/2$	Полную энергию колебательного контура W можно представить как сумму энергий электрического поля конденсатора $W_{эл}$ и магнитного поля катушки $W_м$. Так как потерь в контуре нет, то полная энергия сохраняется: $W = W_{эл} + W_м = \text{const}$. В
$W_{эл} - ?$ $W_м - ?$	процессе колебаний, а точнее в момент времени $T/4$ и $3T/4$, где T — период колебаний, полная энергия контура целиком сосредоточена в магнитном поле катушки

$$W = \frac{LI_m^2}{2},$$

где L — индуктивность катушки, а I_m — максимальное значение (амплитуда) силы тока. Подставляя численные значения, получим:

$$W = 0{,}5 \cdot 0{,}2\ \text{Гц} \cdot 16 \cdot 10^{-4}\ \text{А}^2 = 1{,}6 \cdot 10^{-4}\ \text{Дж} = 160\ \text{мкДж}.$$

В искомый момент времени магнитная энергия катушки

$$W_м = \frac{LI_x^2}{2} = \frac{LI_m^2}{8} = \frac{W}{4},$$

а электрическая энергия конденсатора

$$W_{эл} = W - W_м = 3W/4.$$

Отсюда $W_{эл} = 120$ мкДж и $W_м = 40$ мкДж.

Ответ: $W_{эл} = 120$ мкДж; $W_м = 40$ мкДж

№ 945(935).

Дано:	Решение:
$L = 10$ мГн $=$ $= 10^{-2}$ Гн $C = 400$ пФ $=$ $= 4 \cdot 10^{-10}$ Ф $U_m = 500$ В	Воспользуемся формулами для полной энергии колебательного контура. С одной стороны, полную энергию W можно выразить через емкость конденсатора C и амплитудное значение напряжения U_m на нем как
$I_m - ?$	$$W = \frac{CU_m^2}{2}.$$

Такое значение W имеет, например, в начальный момент времени. С другой стороны, полная энерия становится равной

$$W = \frac{LI_m^2}{2}$$

через четверть периода с момента начала колебаний. Здесь L — индуктивность катушки и I_m — амплитудное значение силы тока. Приравнивая эти выражения, получаем уравнение

$$LI_m^2 = CU_m^2.$$

Из него

$$I_m = U_m\sqrt{\frac{C}{L}} = 500\ \text{В} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-10}\ \text{Ф}}{10^{-2}\ \text{Гн}}} = 500 \cdot 2 \cdot 10^{-4}\ \text{А} = 0{,}1\ \text{А}.$$

Ответ: $I_m = 0{,}1$ А.

№ 946(936).

Дано:	Решение:
$I_m = 1{,}4$ мА $= 1{,}4 \cdot 10^{-3}$ А $U_m = 280$ В $W_{эл} = W_м$	Полная энергия колебательного контура $W = W_{эл} + W_м$. По условию $W_{эл} = W_м$. Запишем $W = \frac{LI_m^2}{2}$ и $W_м = \frac{LI^2}{2} \Rightarrow I_m^2 = 2I^2$ и $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$.
I — ? U — ?	Аналогично можно представить $W = 2W_{эл}$. $\frac{CU_m^2}{2} = 2\frac{CU^2}{2} \Rightarrow U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$.

Полагая $\sqrt{2} \approx 1{,}4$, получаем

$$I = \frac{1{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{А}}{1{,}4} = 10^{-3}\ \text{А} = 1\ \text{мА}; \qquad U = \frac{280\ \text{В}}{1{,}4} = 200\ \text{В}.$$

Ответ: $I = 1$ мА, $U = 200$ В.

№ 947(937).

Дано:	Решение:
$L = 31$ мГн $= 3{,}1 \cdot 10^{-2}$ Гн $I_m = 0{,}2$ мА $= 2 \cdot 10^{-4}$ А $U_m = 10$ В $S = 20$ см^2 $= 2 \cdot 10^{-3}$ м^2 $d = 1$ см $= 10^{-2}$ м	Полная энергия колебательного контура W, выраженная через амплитудные значения силы тока I_m и напряжения U_m, равна $W = \frac{LI_m^2}{2} = \frac{CU_m^2}{2}$
ε — ?	(подробнее см. задачу № 945).

Отсюда емкость конденсатора колебательного контура

$$C = \frac{LI_m^2}{U_m^2}.$$

Из формулы для емкости плоского конденсатора имеем

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d},$$

где S — площадь каждой пластины, d — расстояние между ними, а $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная в системе СИ. Отсюда

$$\varepsilon = \frac{Cd}{\varepsilon_0 S}.$$

Подставляя в выражение для C, получим:

$$\varepsilon = \frac{LI_m^2 d}{\varepsilon_0 S U_m^2} = \frac{3{,}1 \cdot 10^{-2}\ \text{Гн} \cdot 4 \cdot 10^{-8}\ \text{А}^2 \cdot 10^{-2}\ \text{м}}{8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м} \cdot 2 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^2 \cdot 10^2\ \text{В}^2} = \frac{12{,}4 \cdot 10^{-12}}{1{,}77 \cdot 10^{-12}} = 7.$$

Ответ: $\varepsilon = 7$.

№ 948(н).

Дано:	Решение:
$C = 1$ мкФ $= 10^{-6}$ Ф $L = 0{,}04$ Гн $U_m = 100$ В $u = 80$ В	1) Для нахождения амплитуды колебаний силы тока в контуре воспользуемся тем, что максимальные энергии конденсатора и катушки индуктивности равны:
I_m — ? W — ? $W_{эл}$ — ? $W_м$ — ? i — ?	

$$\frac{LI_m^2}{2} = \frac{CU_m^2}{2} \Rightarrow I_m = U_m\sqrt{\frac{C}{L}} = 100\ \text{В} \cdot \sqrt{\frac{10^{-6}\ \text{Ф}}{0{,}04\ \text{Гн}}} = 0{,}5\ \text{А}.$$

2) Полная энергия W равна либо максимальной энергии электрического поля в конденсаторе, либо максимальной энергии магнитного поля в катушке индуктивности:

$$W = \frac{CU_m^2}{2} = \frac{10^{-6}\ \text{Ф} \cdot (100\ \text{В})^2}{2} = 5 \cdot 10^{-3}\ \text{Дж} = 5\ \text{мДж}.$$

3) Энергия электрического поля в тот момент, когда напряжение на конденсаторе $u = 80$ В:

$$W_{эл} = \frac{Cu^2}{2} = \frac{10^{-6}\ \text{Ф} \cdot (80\ \text{В})^2}{2} = 3{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{Дж} = 3{,}2\ \text{мДж}.$$

4) Из закона сохранения энергии $W = W_{эл} + W_м$ следует, что

$$W_м = W - W_{эл} = 5\ \text{мДж} - 3{,}2\ \text{мДж} = 1{,}8\ \text{мДж}.$$

5) Мгновенное значение силы тока найдем из закона сохранения энергии в контуре:

$$\frac{Cu^2}{2} + \frac{Li^2}{2} = \frac{CU_m^2}{2} \Rightarrow$$

$$i = \sqrt{\frac{C\left(U_m^2 - u^2\right)}{L}} = \sqrt{\frac{10^{-6}\ \text{Ф}\left((100\ \text{В})^2 - (80\ \text{В})^2\right)}{0{,}04\ \text{Гн}}} = 0{,}3\ \text{А}.$$

Ответ: 1) $I_m = 0{,}5$ А; 2) $W = 5$ мДж; 3) $W_{эл} = 3{,}2$ мДж; 4) $W_м = 1{,}8$ мДж; 5) $i = 0{,}3$ А.

№ 949(939).

Дано:	Решение:
$q = 10^{-6} \cos 10^4 \pi t$	В общем виде зависимость от времени изменения заряда на пластинах конденсатора колебательного контура имеет вид $q(t) = q_m \cos \omega_0 t$. Из условия задачи имеем $q = 10^{-6}$ Кл $= 1$ мкКл, а $\omega_0 = 10^4\pi$ рад/с. По определению
$i = i(t)$ — ? T — ?, ν — ? q_m — ?, i_m — ?	

циклическая частота $\omega_0 = 2\pi\nu = 2\pi/T$, где ν и T — частота и период колебаний, соответственно. Отсюда: $2\pi\nu = 10^4\pi$ и $\nu = 5 \cdot 10^3$ Гц $= 5$ кГц.

$$2\pi/T = 10^4\pi \Rightarrow T = 2/10^4\ \text{с} = 0{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{с} = 0{,}2\ \text{мс}.$$

Запишем $i(t) = q'(t)$ (подробнее смотри задачу № 942 б). Взяв производную по времени от $q(t)$, получим:

$$i(t) = -q_m\omega_0 \sin \omega_0 t = -i_m \sin \omega_0 t,$$

где $i_m = q_m\omega_0$ — амплитудное значение силы тока. Подставляя q_m и ω_0, получаем $i_m = 10^{-6}$ Кл $\cdot\ 10^4\pi$/с $= \pi\ 10^{-2}$ А $\approx 31{,}4$ мА. Окончательно

$$i(t) = -0{,}01\pi \sin 10^4 \pi t.$$

Ответ: $i(t) = -0{,}01\pi \sin 10^4 \pi t$; $T = 0{,}2$ мс; $\nu = 5$ кГц; $q = 1$ мкКл; $i_m = 31{,}4$ мА.

№ 950(940).

Дано:	Решение:
$C = 1$ мкФ $= 10^{-6}$ Ф $L = 4$ Гн $q_m = 100$ мкКл $= 10^{-4}$ Кл $q(t)$ — ?, $i(t)$ — ? $U(t)$ — ?, i_m — ?, U_m — ?	Напишем зависимость колебаний заряда на конденсаторе от времени в виде $q(t) = q_m \cos \omega_0 t$. Собственная частота колебаний ω_0 выражается через емкость C и индуктивность катушки L формулой

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Подставляя L и C из условия задачи, получим:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{10^{-6}\ \Phi \cdot 4\ \text{Гн}}} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-3}\ \text{с}} = 500\ \text{рад/с}.$$

По условию, $q_m = 10^{-4}$ Кл. Отсюда: $q(t) = 10^{-4} \cos 500t$.

Сила тока $i(t) = q'(t) = -500 \cdot 10^{-4} \sin 500t = -0{,}05 \sin 500t$.

Напряжение

$$U(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{10^{-4}}{10^{-6}} \cos 500t = 100 \cos 500t.$$

Амплитуда силы тока $i_m = 0{,}05$ А $= 50$ мА.

Амплитуда напряжения $U_m = 100$ В.

Ответ: $q(t) = 10^{-4} \cos 500t$; $i(t) = -0{,}05 \sin 500t$; $U(t) = 100 \cos 500t$; $i_m = 50$ мА; $U_m = 100$ В.

№ 951(941).

Дано:	Решение:
$C = 0{,}4$ мкФ $= 4 \cdot 10^{-7}$ Ф $\nu = 50$ кГц $= 5 \cdot 10^4$ Гц $q_m = 8$ мкКл $= 8 \cdot 10^{-6}$ Кл $q(t)$ — ?, $i(t)$ — ?, $U(t)$ — ? U_m — ?, i_m — ?, L — ?	Представим $q(t) = q_m \cos \omega_0 t$. Поскольку $\omega_0 = 2\pi\nu$, то $\omega_0 = 2\pi \cdot 5 \cdot 10^4$ Гц $= 10^5\pi$ рад/с. Подставляя q_m из условия, получаем $q(t) = 8 \cdot 10^{-6} \cos 10^5\pi t$. Напряжение на конденсаторе: $U(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{8 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-7}} \cos 10^5\pi t = 20 \cos 10^5\pi t.$

Сила тока по определению равна первой производной по времени от заряда.

$$i(t) = q'(t) = -8 \cdot 10^{-6} \cdot 10^5\pi \sin 10^5\pi t = -0{,}8\pi \sin 10^5\pi t \approx -2{,}5 \sin 10^5\pi t.$$

Из уравнений $U(t)$ и $i(t)$ имеем $U_m = 20$ В и $i_m = 2{,}5$ А. По формуле для собственной частоты колебаний

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow L = \frac{1}{C\omega_0^2} = \frac{1}{4 \cdot 10^{-7}\ \Phi \cdot 10^{10}\pi^2\ \text{с}^{-1}} \approx 2{,}5 \cdot 10^{-5}\ \text{Гн} = 25\ \text{мкГн}.$$

Ответ: $q(t) = 8 \cdot 10^{-6} \cos 10^5\pi t$; $U(t) = 20 \cos 10^5 \pi t$; $i(t) = -2{,}5 \sin 10^5\pi t$; $U_m = 20$ В; $i_m = 2{,}5$ А; $L = 25$ мкГн.

№ 952(942).

Дано:	Решение:
$q = q_m/2$ t/T — ?	Запишем $q(t) = q_m \cos \omega_0 t$. Пусть в некоторый момент времени τ $q(\tau) = q_m/2$. Тогда $\cos \omega\tau = 1/2$ и $\omega_0\tau = \pi/3$. Поскольку $\omega_0 = 2\pi/T$,

где T — период колебаний, получаем $2\pi\tau/T = \pi/3$ или $\tau/T = 1/6 \Rightarrow \tau = T/6$.

Ответ: $t = T/6$.

№ 953(943).

Дано:	Решение:
$U_m = 100$ В	Пусть напряжение в контуре меняется по закону
$\nu = 5$ МГц $=$	$U(t) = U_m \cos \omega_0 t$.
$= 5 \cdot 10^6$ Гц	По условию задачи $U_m = 100$ В, а $\omega_0 = 2\pi\nu = 10^7\pi$ рад/с. В момент
$U = 71$ В	времени τ $U(\tau) = 71$ В. Тогда $\cos \omega_0\tau = 0,71$ и $\omega_0\tau = \arccos 0,71$.
t — ?	Подставляя значение для ω_0 и полагая $\arccos 0,71 = \pi/4$, получим

$10^7\pi\tau = \pi/4$. Отсюда $\tau = 0,25 \cdot 10^{-7}$ с $= 25$ нс.

Ответ: $\tau = 25$ нс.

№ 954(н).

Дано:	Решение:
$W_{эл} = W_м$	Воспользуемся тем фактом, что в любой момент времени сумма
u/U_m — ?	энергий электрического и магнитного полей в контуре остается
t/T — ?	неизменной: $W = W_{эл} + W_м$. Полную энергию W выразим через

амплитудное значение напряжения U_m:

$$W = \frac{CU_m^2}{2}.$$

По условию задачи энергия магнитного поля в 3 раза меньше энергии электрического поля: $W_м = W_{эл}/3$. Тогда

$$W_{эл} + \frac{W_{эл}}{3} = \frac{CU_m^2}{2}.$$

Учитывая, что $W_{эл} = Cu^2/2$, найдем искомое отношение

$$\frac{u}{U_m} = \sqrt{\frac{3}{4}} = 0,87.$$

Определим теперь время в долях периода t/T. Напряжение на конденсаторе меняется по гармоническому закону: $u = U_m \cos(\omega t)$. Так как собственная частота $\omega = 2\pi/T$, то $u/U_m = \cos(2\pi t/T)$. Отсюда

$$\frac{t}{T} = \frac{1}{2\pi} \arccos \frac{u}{U_m} = \frac{1}{2 \cdot 3,14} \arccos 0,87 = 0,083.$$

Ответ: $u/U_m = 0,87$; $t/T = 0,083$.

№ 955(н).

Дано:	Решение:
$C = 800$ пФ $= 8 \cdot 10^{-10}$ Ф	Для нахождения периода колебаний в LC — конту-
$L = 2$ мкГн $= 2 \cdot 10^{-6}$ Гн	ре воспользуемся формулой Томсона:
$\varepsilon = 9$	$T = 2\pi\sqrt{LC}$.
T — ?, ν — ?, T_2/T — ?	Подставим данные:

$$T = 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{2 \cdot 10^{-6}\ \text{Гн} \cdot 8 \cdot 10^{-10}\ \text{Ф}} = 2,51 \cdot 10^{-7}\ \text{с} \approx 250\ \text{нс}.$$

Частота колебаний

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2,51 \cdot 10^{-7}} = 0,4 \cdot 10^7\ \text{Гц} = 4\ \text{МГц}.$$

Для решения второй части задачи воспользуемся формулой для емкости плоского конденсатора, целиком заполненного диэлектриком:

$$C = \varepsilon_0\varepsilon S/d.$$

В первом случае диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 1$ (воздух), во втором — $\varepsilon = 9$. Все остальные параметры остаются неизменными. Поэтому

$$T_2 = T\sqrt{\varepsilon} = 3T.$$

Ответ: $T = 250$ нс; $\nu = 4$ МГц; увеличится в 3 раза.

№ 956(946).

Дано:	Решение:
$C_н = 50$ пФ $= 5 \cdot 10^{-11}$ Ф	Собственная частота колебаний в контуре равна
$C_к = 5000$ пФ $= 5 \cdot 10^{-9}$ Ф	$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$
$L_н = 0{,}1$ мкГн $= 10^{-7}$ Гн	
$L_к = 10$ мкГн $= 10^{-5}$ Гн	Наименьшая частота будет, когда индуктивность
$\nu_н$ — ?, $\nu_к$ — ?	L и емкость C максимальны.

$$\nu_н = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_к C_к}} = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot \sqrt{10^{-5}\ \text{Гн} \cdot 10^{-9}\ \text{Ф}}} = \frac{1}{6{,}28 \cdot \sqrt{5} \cdot 10^{-7}\ \text{с}} =$$

$$= \frac{10^7}{14}\ \text{Гц} = 710\ \text{кГц}.$$

Наибольшая частота соответствует минимальным значением L и C.

$$\nu_к = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_н C_н}} = \frac{1}{6{,}28 \cdot \sqrt{5} \cdot 10^{-9}\ \text{с}} = \frac{10^9}{14}\ \text{Гц} = 71\ \text{МГц}.$$

Ответ: от 710 кГц до 71 МГц.

№ 957(947).

Дано:	Решение:
$C_н = 50$ пФ $= 5 \cdot 10^{-11}$ Ф	Из формулы для частоты собственных колебаний
$\nu = 10$ МГц $= 10^7$ Гц	колебательного контура
L — ?	$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

находим

$$L = \frac{1}{C(2\pi\nu)^2} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-11}\ \text{Ф} \cdot 39{,}5 \cdot 10^{14}\ \text{с}^{-2}} = 5{,}1 \cdot 10^{-6}\ \text{Гн} = 5{,}1\ \text{мкГн}.$$

Ответ: $L = 5{,}1$ мкГн.

№ 958(948).

Дано:	Решение:
$C_2 = 25C_1$	Пусть начальные значения емкости и индуктивности были C_1 и L_1,
$L_2 = L_1/16$	соответственно. Воспользуемся формулой для частоты собствен-
ν_1/ν_2 — ?	ных колебаний $$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

и подставим в нее C_2 и L_2

$$\nu_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C_2}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{25}{16}L_1 C_1}} = \frac{4}{5}\nu_1,$$

где $\nu_1 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}}$ — начальная частота.

Отсюда $\nu_1/\nu_2 = 1{,}25$, то есть частота уменьшится в 1,25 раза.

Ответ: уменьшится в 1,25 раза.

№ 959(949).

Дано:	Решение:
$\Delta C = 0{,}08$ мкФ $= 8 \cdot 10^{-8}$ Ф	Пусть первоначальные значения емкости и индуктивности были C_1 и L_1, соответственно. Им соответствовала частота колебаний
$L_2 = L_1$	$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}}.$$
$\nu_2 = \nu_1/3$	
C_1 — ?	

Новые значения индуктивности и емкости стали $L_2 = L_1$ и $C_2 = C_1 + \Delta C$, а собственная частот стала $\nu_2 = \nu_1/3$. Составим уравнение

$$\frac{1}{2\pi\sqrt{L_1(C_1 + \Delta C)}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}}.$$

Упрошая, получаем $C_1 + \Delta C = 9C_1 \Rightarrow C_1 = \Delta C/8 = 0{,}01$ мкФ.

Ответ: $C_1 = 0{,}01$ мкФ.

№ 960(н).

Дано:	Решение:
$C = 10$ мкФ $= 10^{-5}$ Ф	Количество выделившейся в контуре теплоты равно разности начальной и конечной энергий электромагнитных колебаний: $Q = W_0 - W_1$ (1). Начальная полная энергия
$q = 40$ мкКл $= 4 \cdot 10^{-5}$ Кл	$$W_0 = \frac{CU_{m0}^2}{2},$$
$U_{m1}/U_{m0} = n = 4$	конечная —
Q — ?	$$W_1 = \frac{CU_{m1}^2}{2},$$

где U_{m0} и U_{m1} — амплитудные напряжения на конденсаторе в начальный момент времени и в момент времени, когда максимальное напряжение уменьшилось в $n = 4$ раза. Тогда из (1) получим

$$Q = \frac{CU_{m0}^2}{2} - \frac{C(U_{m0}/4)^2}{2} = \frac{15CU_{m0}^2}{32}.$$

По условию задачи q — максимальный заряд конденсатора в начальный момент, поэтому $U_{m0} = q/C$. Тогда количество телоты

$$Q = \frac{15q^2}{32C} = \frac{15 \cdot \left(4 \cdot 10^{-5}\ \text{Кл}\right)}{32 \cdot 4 \cdot 10^{-5}\ \Phi} = 7{,}5 \cdot 10^{-5}\ \text{Дж}.$$

Ответ: $Q = 7{,}5 \cdot 10^{-5}$ Дж.

44. Переменный ток

№ 961(951).

Дано:	Решение:
$\omega = 3\omega_0$	В однородном магнитном поле магнитный поток, сцепленный с рамкой площадью S, равен $\Phi = BS\cos\alpha$, где α — угол между вектором $\vec{B}$ и нормалью к поверхности S. При равномерном вращении рамки $\alpha = \omega t$. где ω — угловая частота вращения рамки.
ω_i — ?	
ω_ε — ?	

Отсюда зависимость магнитного потока через рамку от времени при равномерном вращении имеет вид $\Phi(t) = BS\cos\omega t$ (считаем, что в начальный момент времени $t = 0$ $\alpha = 0$). Па закону Фарадея ЭДС электромагнитной индукции равна производной потока магнитной индукции по времени взятой со знаком «минус»: $\mathcal{E}_i = -d\Phi/dt$. Взяв производную от $\Phi(t)$, получим:

$$\mathcal{E}_i = BS\omega\sin\omega t = \mathcal{E}_m\sin\omega t,$$

где $\mathcal{E}_m = BS\omega$ — амплитудное значение ЭДС индукции в рамке. Индукционный ток в рамке по закону Ома равен $I_i = \mathcal{E}_i/R$, где R — сопротивление рамки. Подставляя $\mathcal{E}_i$, имеем:

$$I_i = I_m\sin\omega t,$$

где $I_m = \mathcal{E}_m/R$ — амплитудное значение ток в рамке. Вспоминая, что $\omega = 3\omega_0$, получаем, что частота переменного тока I_i и ЭДС $\mathcal{E}_i$ увеличится в 3 раза.
Ответ: увеличится в 3 раза; увеличится в 3 раза.

№ 962(952).

Дано:
$S = 200\ \text{см}^2 = 2\cdot10^{-2}\ \text{м}^2$
$\nu = 8\ \text{с}^{-1}$
$B = 0{,}4$ Тл
$t = 0$
$\varphi = \pi/2$

$\Phi(t)$ — ?
$e(t)$ — ?
e_m — ?

Решение:
В общем случае (подробнее см. задачу № 961) при равномерном вращении рамки площадью S с частотой ν (угловой частотой $\omega = 2\pi\nu$) в однородном магнитном поле с индукцией B, зависимость магнитного потока Φ от времени имеет вид: $\Phi(t) = BS\cos(2\pi\nu t + \varphi)$, где φ — начальный угол между вектором $\vec{B}$ и нормалью к поверхности рамки. По условию, при $t = 0$ $\varphi = \pi/2$. Окончательно, с учетом начальных условий, $\Phi(t) = BS\cos(2\pi\nu t + \pi/2) = BS\sin 2\pi\nu t$. По определению ЭДС индукции:

$$e(t) = -d\Phi/dt = -BS\,2\pi\nu\cos 2\pi\nu t = -e_m\cos 2\pi\nu t,$$

где $e_m = BS\,2\pi\nu$ — амплитудное значение ЭДС индукции. Подставляя числовые значения из условия, получим:

$$\Phi(t) = 0{,}4\ \text{Тл}\cdot 2\cdot10^{-2}\ \text{м}^2\cdot\sin 2\pi\cdot 8\ \text{с}^{-1}\cdot t = 0{,}008\sin 16\pi t.$$

$$e_m = 0{,}4\ \text{Тл}\cdot 2\cdot10^{-2}\ \text{м}^2\cdot\sin 2\pi\cdot 8\ \text{с}^{-1} \approx 0{,}4\ \text{В}.$$

$$e(t) = -0{,}4\cos 16\pi t.$$

Ответ: $\Phi(t) = 0{,}008\sin 16\pi t$, $e(t) = -0{,}4\cos 16\pi t$, $e_m = 0{,}4$ В.

№ 963(953).

Дано:
$\Phi(t) = 0{,}01\sin 10\pi t$

$e(t)$ — ?, φ — ?
ν — ?, Φ_m — ?
e_m — ?

Решение:
По определению, ЭДС электромагнитной индукции $e(t)$ в контуре равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока Φ. То есть $e(t) = -\Phi'(t)$, где Φ' — первая производная от $\Phi(t)$ по времени. Из условия задачи находим $\Phi' = 0{,}01\cdot 10\pi\cos 10\pi t = 0{,}1\pi\cos 10\pi t$. Отсюда

$$e(t) = -0{,}1\pi\cos 10\pi t = -e_m\cos 10\pi t,$$

где e_m — амплитудное значение ЭДС. Очевидно, $e_m = 0{,}1\pi\ \text{В} = 0{,}314$ В и, из условия задачи, $\Phi_m = 0{,}01$ Вб. В начальный момент времени, когда $t = 0$, $\Phi(t) = 0{,}01\sin 10\pi t = 0$, и, следовательно, угол между вектором магнитной индукции и нормалью к плоскости рамки составлял $\pi/2$ ($\cos\varphi = 0$). Угловая

скорость вращения рамки $\omega = 2\pi\nu$ и, по условию, $\omega = 10\pi$. Отсюда $\nu = 5$ с$^{-1}$.
Ответ: $e(t) = -0{,}1\pi \cos 10\pi t$; нормаль к плоскости рамки перпендикулярна линиям индукции; $\nu = 5$ с$^{-1}$; $\Phi_m = 0{,}01$ Вб; $e_m = 0{,}314$ В.

№ 964(954).

Дано:	Решение:
$S = 500$ см^2 = $5 \cdot 10^{-2}$ м^2 $\nu = 20$ с$^{-1}$ $B = 0{,}1$ Тл $e_m = 63$ В n — ?	Пусть магнитный поток через каждый виток рамки меняется по закону $\Phi(t) = \Phi_m \cos 2\pi\nu t$, где $\Phi_m = BS$ — амплитудное значение магнитного потока. В каждом витке наводится ЭДС индукции $e_1(t) = -\Phi'(t)$ и общая ЭДС в рамке будет равна $e(t) = ne_1(t)$, где n — общее число витков, т. к. витки соединены последовательно. Отсюда, взяв производную от $\Phi(t)$, получаем:

$$e(t) = nBS\,2\pi\nu \sin 2\pi\nu t = e_m \sin 2\pi\nu t,$$

где $e_m = nBS\,2\pi\nu$ — амплитудное значение ЭДС. Отсюда

$$n = \frac{e_m}{BS2\pi\nu} = \frac{63\ \text{В}}{0{,}1\ \text{Тл} \cdot 5 \cdot 10^{-2}\ \text{м}^2 \cdot 2\pi \cdot 20\ \text{с}^{-1}} = \frac{63}{0{,}2\pi} \approx 100.$$

Ответ: $n = 100$.

№ 965(955).

На электрон в электрическом поле конденсатора будет действовать кулоновская сила $\vec{F} = q_e\vec{E}$, где q_e — заряд электрона, а $\vec{E}$ — вектор напряженности электрического поля конденсатора. Считаем в конденсаторе электрическое поле однородным. Вектор $\vec{E}$ направлен перпендикулярно поверхности пластин и равен по модулю $E = U/d$, где U — напряжение на конденсаторе, а d — расстояние между пластинами. Пренебрегаем действием силы тяжести, по второму закону Ньютона, можем написать: $m_e\vec{a} = q_e\vec{E}$, где m_e и $\vec{a}$ — масса и ускорение электрона. Так как вдоль поверхности пластин силы не действуют, то электрон в этом направлении движется равномерно. Его координата $x(t) = v_x t$, где v_x — проекция начальной скорости электрона на ось OX. В перпендикулярном пластинам направлении уравнение движения электрона будет выглядеть как $y(t) = v_y t + at^2/2$, где v_y — проекция начальной скорости на ось OY. Из второго закона Ньютона

$$a = \frac{q_e E}{m_e} = \frac{q_e U(t)}{dm_e}.$$

Тогда

$$y(t) = v_y t + \frac{q_e U(t)}{2dm_e} t^2.$$

Выразим $t = x/v_x$ и подставим в $y(t)$. Получим $y(t) = v_y x/v_x + kx^2 U(x)$, где k — постоянный коэффициент.

а) Очевидно, когда $U = \text{const}$, траектория движения — парабола.

б) Пусть напряжение на конденсаторе меняется по закону $U = U_m \sin \omega t$. Тогда для траектории $y(x)$ можем написать: $y(x) = v_y x/v_x + k'x^2 \sin \omega x/v_x$, где $k' = \text{const}$. При достаточно высокой частоте ω (длина волны $v_x/\omega << 1$) x^2 и x меняются слабо по сравнению с $\sin x\omega/v_x$ и траектория движения — синусоида.

Ответ: а) параболу; б) синусоиду.

№ 966(956).

Поскольку в растворе находятся ионы меди и сульфата, которые переносят заряд, переменный ток через ванну будет протекать. Половину периода каждый из ионов будет двигаться в одну сторону, половину — в другую. Медь на электродах выделяться не будет, поскольку за достаточно большой период времени суммарный электрический заряд, прошедший через ванну, будет равен нулю. И сколько меди осядет на каждом электроде, столько же и диссоциирует с него.

Ответ: будет; не будет.

№ 967(957).

В начальный момент времени ($t = 0$) ЭДС равна 50 В. Через время $T = 0,4$ с она снова становится равной 50 В. Значит период колебаний $T = 0,4$ с. Частота колебаний $\nu = 1/T = 1/0,4$ с $= 2,5$ Гц. Амплитудное значение ЭДС равно 50 В. В общем виде ЭДС можно представить формулой $e = e_m \cos 2\pi\nu t$. После подстановки получаем: $e = 50 \cos 2\pi \cdot 2,5t = 50 \cos 5\pi t$.

Ответ: $\mathcal{E} = 50$ В; $T = 0,4$ с; $\nu = 2,5$ Гц; $e = 50 \cos 5\pi t$.

№ 968(958).

Дано:	Решение:
$t_1 = 10$ мс $t_2 = 15$ мс $t_3 = 30$ мс $U_m = 200$ В $T = 60$ мс	Запишем зависимость от времени как $U(t) = U_m \cos 2\pi t/T$, где T — период, а U_m — амплитуда колебаний. Подставляя U_m и T из условия, получим $U = 200 \cos 2\pi t/60$, где время t выражено в миллисекундах.
U_1 — ?. U_2 — ? U_3 — ?	При $t_1 = 10$ мс $U_1 = 200 \cos \pi/3 = 100$ В. При $t_2 = 15$ мс $U_2 = 200 \cos \pi/2 = 0$. При $t_3 = 30$ мс $U_3 = 200 \cos \pi = -200$ В.

Ответ: $U_1 = 100$ В; $U_2 = 0$; $U_3 = -200$ В.

№ 969(н).

Дано:	Решение:
$\varphi = \pi/6$ $i = 6$ А	Рассмотрим два случая. 1. Пусть ток в цепи меняется по закону $i = I_m \sin(\omega t + \varphi_0)$. Аргумент
I_m — ? $I_д$ — ?	синуса является фазой колебаний: $\varphi = \omega t + \varphi_0$. Тогда связь мгновенного i и амплитудного I_m значений тока имеет вид: $i = I_m \sin \varphi$.

Отсюда $I_m = i/\sin \varphi$. Подставляя данные, получим

$$I_m = \frac{6\ \text{А}}{\sin \pi/6} = \frac{6\ \text{А}}{\sqrt{3}/2} = 6,9\ \text{А}.$$

Действующее значение силы тока

$$I_д = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 4,9\ \text{А}.$$

2. Если ток в цепи меняется по закону косинуса, то

$$I_m = \frac{i}{\cos \varphi} = \frac{6\ \text{А}}{0,5} = 12\ \text{А}; \qquad I_д = \frac{12\ \text{А}}{\sqrt{2}} = 8,5\ \text{А}.$$

Ответ: 1. $I_m = 6,9$ А; $I_д = 4,9$ А, если ток меняется по закону синуса; 2. $I_m = 12$ А; $I_д = 8,5$ А, если ток меняется по закону косинуса.

№ 970(960).

В линиях электропередач протекает переменный синусоидальный ток. Для синусоидального напряжения действующее (эффективное) значение меньше амплитудного в $\sqrt{2}$ раз. Значит амплитудное значение напряжения в линии равно $430 \cdot \sqrt{2}$ кВ или 610 кВ. На это напряжение и должны рассчитываться изоляторы.

№ 971(961).

Дано: $R = 50$ Ом; $\nu = 50$ Гц; $U = 220$ В. $U(t)$ — ? $i(t)$ — ?

Решение:
За величину напряжения в сети переменного тока принимают его эффективное (действующее) значение. Значит амплитудное значение напряжения в сети будет равно $220 \cdot \sqrt{2} = 310$ В. Отсюда

$$U(t) = 310 \cos 2\pi 50t = 310 \cos 100\pi t.$$

По закону Ома

$$i(t) = \frac{U(t)}{R} = \frac{310}{50} \cos 100\pi t = 6{,}2 \cos 100\pi t.$$

Ответ: $U(t) = 310 \cos 100\pi t$, $i(t) = 6{,}2 \cos 100\pi t$.

№ 972(962).

Дано: $|U| = U_m/2$. φ — ?

Решение:
Запишем зависимость мгновенного значения напряжения от времени в виде: $U = U_m \cos\varphi$, где $\varphi = \omega t$ принимает значения от 0 до 2π. По условию задачи $|U| = U_m/2$. Отсюда получаем уравнение $|\cos\varphi| = 1/2$, где $\varphi \in [0;2\pi]$. В общем виде решением этого уравнения будут значения

$$\varphi = \pm\pi/3 + \pi n, n \in Z.$$

Условию $\varphi \in [0;2\pi]$ удовлетворяют 4 значения фазы φ, равные

$$\varphi_1 = \pi/3; \varphi_2 = 2\pi/3; \varphi_3 = 4\pi/3; \varphi_4 = 5\pi/3.$$

Ответ: $\varphi_1 = \pi/3$; $\varphi_2 = 2\pi/3$; $\varphi_3 = 4\pi/3$; $\varphi_4 = 5\pi/3$.

№ 973*(963).

Дано: $U_з = U_{эфф}$; $U_з' = U_г$. t/T — ?

Решение:
Действующее значение напряжения в сети равно $U_{эфф} = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}}$, где U_m — амплитудное значение напряжения.

Пусть мгновенное значение напряжения U в сети описывается уравнением $U = U_m \sin\varphi$, где $\varphi = \omega t$ — фаза колебаний. Неоновая лампа будет светиться, когда модуль напряжения на ней сравняется и превысит напряжение зажигания $U_з$: $|U| \geq U_з$. Лампа погаснет, когда $|U| < U_г$, где $U_г = U_з$ — напряжение гашения лампы. Модуль напряжения берется, так как лампа проводит ток в обе стороны (положительную и отрицательную полуволны синусоиды). По условию задачи $U_з = U_{эфф} = U_m/\sqrt{2}$.

Тогда условие свечения лампы получаем из неравенства

$$|U_m \sin\varphi| \geq U_m/\sqrt{2} \text{ или } |\sin\varphi| \geq 1/\sqrt{2}.$$

Решая его, получаем, что свечение будет наблюдаться в течение времени, когда

$$\varphi \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right].$$

Суммируя эти промежутки, получаем, что лампа будет светиться половину периода.

Ответ: половину.

№ 974(964).

Сопротивление лампочки R не зависит от частоты генератора. Сопротивление конденсатора переменному току (реактивное сопротивление) равно $1/2\pi\nu C$, где ν — частота генератора, C — емкость конденсатора. Конденсатор включен в цепь последовательно с лампочкой, следовательно, общее сопротивление цепи переменному току равно

$$\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{2\pi\nu C}\right)^2}.$$

Увеличивая либо а) частоту переменного тока, либо б) емкость конденсатора, мы уменьшаем реактивное сопротивление в цепи. Ток I в ней возрастает вследствие снижения общего сопротивления. На лампочке начнет выделяться повышенная мощность I^2R, и она загорится ярче.

Ответ: а) увеличится; б) увеличится.

№ 975(965).

Дано:	Решение:
$\nu_1 = 50$ Гц, $\nu_2 = 400$ Гц $C = 4$ мкФ $= 4 \cdot 10^{-6}$ Ф R_1 — ?, R_2 — ?	Сопротивление конденсатора переменному току (реактивное сопротивление) равно $1/2\pi\nu C$, где ν — частота генератора, C — емкость конденсатора.

Подставляя значения из условия, получим:

$$R_1 = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 50\ \text{Гц} \cdot 4 \cdot 10^{-6}\ \text{Ф}} = \frac{10^6}{400 \cdot 3{,}14}\ \text{Ом} \approx 800\ \text{Ом} = 0{,}8\ \text{кОм}.$$

$$R_1 = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 400\ \text{Гц} \cdot 4 \cdot 10^{-6}\ \text{Ф}} = \frac{10^4}{32 \cdot 3{,}14}\ \text{Ом} \approx 100\ \text{Ом} = 0{,}1\ \text{кОм}.$$

Ответ: $R_1 = 0{,}8$ кОм, $R_2 = 0{,}1$ кОм.

№ 976(966).

Дано:	Решение:
$\nu_1 = 50$ Гц $U_{эфф} = 220$ В $I_{эфф} = 2{,}5$ А C — ?	По закону Ома сопротивление конденсатора $R_c = U_{эфф}/I_{эфф}$, где $U_{эфф}$ — напряжение в сети, $I_{эфф}$ — ток через конденсатор. С другой стороны $R_c = 1/2\pi\nu C$ — сопротивление конденсатора переменному току, где ν — частота генератора, C — емкость конденсатора. Приравнивая эти выражения, получаем уравнение

$$\frac{U_{эфф}}{I_{эфф}} = \frac{1}{2\pi\nu C} \Rightarrow C = \frac{I_{эфф}}{2\pi\nu U_{эфф}} = \frac{2{,}5\ \text{А}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 50\ \text{Гц} \cdot 220\ \text{В}} = 36 \cdot 10^{-6}\ \text{Ф} =$$

$= 36$ мкФ.

Ответ: $C = 36$ мкФ.

№ 977(967).

Сопротивление лампочки R не зависит от частоты генератора. Сопротивление катушки переменному току (реактивное сопротивление) равно $2\pi\nu L$, где ν — частота генератора, L — индуктивность катушки. Катушка включена в цепь последовательно с лампочкой, следовательно, общее сопротивление цепи переменному току равно

$$Z = \sqrt{R^2 + (2\pi\nu L)^2}.$$

а) Помещая в катушку железный сердечник, мы увеличиваем L и Z. По закону Ома ток I в данной цепи уменьшится, и мощность, выдаваемая на лампочке I^2R, также уменьшится.

б) Уменьшая ν, мы уменьшаем Z, и ток через лампочку возрастает. Накал лампочки увеличится.

Ответ: а) уменьшится: б) увеличится.

№ 978(968).

Дано:	Решение:
$\nu_1 = 50$ Гц $\nu_2 = 400$ Гц $L = 0{,}2$ Гн	Сопротивление катушки переменному току равно $2\pi\nu L$, где ν — частота переменного тока, L — индуктивность катушки. Подставляя значения из условия, получим:
R_1 — ? R_2 — ?	$R_1 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50$ Гц $\cdot\ 0{,}2$ Гн ≈ 63 Ом. $R_2 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 400$ Гц $\cdot\ 0{,}2$ Гн ≈ 500 Ом $= 0{,}5$ кОм.

Ответ: $R_1 = 63$ Ом, $R_2 = 0{,}5$ кОм.

№ 979(969).

Дано:	Решение:
$\nu = 50$ Гц $U_{эфф} = 125$ В $I_{эфф} = 2{,}5$ А	По закону Ома сопротивление конденсатора $R_c = U_{эфф}/I_{эфф}$, где $U_{эфф}$ — напряжение в сети, $I_{эфф}$ — сила тока через катушку. С другой строны, индуктивное сопротивление катушки
L — ?	$R_L = 2\pi\nu L$, где ν — частота тока в сети, L — индуктивность катушки. Приравния эти выражения, получим уравнение

$$\frac{U_{эфф}}{I_{эфф}} = 2\pi\nu L \Rightarrow L = \frac{U_{эфф}I_{эфф}}{2\pi\nu I_{эфф}} = \frac{125\ \text{В}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 50\ \text{Гц} \cdot 2{,}5\ \text{А}} = 0{,}16\ \text{Гн}.$$

Ответ: $L = 0{,}16$ Гн.

№ 980(970).

Емкостное сопротивление конденсатора равно $R_c = 1/2\pi\nu C$, а индуктивное сопротивление катушки $R_L = 2\pi\nu L$, где ν — частота генератора, C — емкость конденсатора, L — индуктивность катушки.

а) Если увеличить ν, R_c уменьшится, а R_L увеличится. Соответственно, полное сопротивление цепи *H1* уменьшится, а цепи *H2* — увеличится. Так как генератор выдает стабилизированное по амплитуде переменное напряжение, то по закону Ома ток в цепи *H1* увеличится, а в цепи *H2* — уменьшится. Мощность, выделяемая на лампе *H1*, возрастет, а на лампе *H2* — уменьшится. Таким же образом изменится и накал ламп.

б) При уменьшении частоты ν R_c увеличится, а R_L уменьшится. Соответственно, накал у *H1* уменьшится, а у *H2* — возрастет.

Ответ: а) первый увеличится, второй уменьшится; б) первый уменьшится, второй увеличится.

№ 981(971).

В цепи а) сопротивление R не зависит от частоты источника тока. Поскольку эффективное значение напряжения $U_{эфф}$ источника переменного тока равно выходному напряжению источника постоянного тока U, то $I = U_{эфф}/R = U/R$, и показания амперметра не изменятся. Конденсатор в цепи б) практически не проводит постоянный ток. Его омическое сопротивление очень велико и равно сопротивлению диэлектрика между пластинами конденсатора. Сопротивление конденсатора переменном току — это его реактивное сопротивление $1/2\pi\nu C$. Поэтому при переключении источника с постоянного на переменный ток показания амперметра увеличатся с 0 до некоторого значения. В цепи в) сопротивление катушки постоянному току равно омическому (активному) сопротивлению провода, из которого изготовлена катушка. Для переменного тока сопротивление катушки складывается из активной и реактивной (индуктивной) составляющих. Поэтому оно больше, чем сопротивление постоянному току. Таким образом, показания амперметра уменьшатся при переключении с постоянного на переменный ток.

Ответ: а) не изменились; б) увеличились от 0 до некоторого значения; в) уменьшились.

№ 982(972).

Дано:	Решение:
$\nu = 400$ Гц $L = 0,1$ Гн	Реактивное сопротивление последовательно включенных индуктивности L и емкости C равно модулю разности их реактивных сопротивлений
C — ?	

$$Z = \left|2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C}\right|,$$

где ν — частота переменного тока. Очевидно, резонанс наступает, когда $2\pi\nu L = 1/2\pi\nu C$. Отсюда

$$C = \frac{1}{4\pi^2\nu^2 L} = \frac{1}{4 \cdot 10,676 \cdot 16 \cdot 10^4\ с^{-2} \cdot 0,1\ Гн} = 1,6 \cdot 10^{-6}\ Ф = 1,6\ мкФ.$$

Ответ: $C = 1,6$ мкФ.

№ 983(н).

Дано:	Решение:
$C = 2$ мкФ $= 2 \cdot 10^{-6}$ Ф $L = 0,005$ Гн $= 5 \cdot 10^{-3}$ Гн	Воспользуемся формулой для определения резонансной циклической частоты:
$\nu_{ср}$ — ?	

$$\omega_р = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Учитывая, что $2\pi\nu_р = \omega_р$, найдем резонансную частоту тока:

$$\nu_р = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Подставим данные:

$$\nu_р = \frac{1}{2 \cdot 3,14\sqrt{5 \cdot 10^{-3}\ Гн \cdot 2 \cdot 10^{-6}\ Ф}} = 1,6 \cdot 10^3\ Гц = 1,6\ кГц.$$

Ответ: $\nu_{ср} = 1,6$ кГц.

№ 984(974).

В турбогенераторах струя пара высокого давления направляется на лопатки ротора паровой турбины с большой скоротью. Поэтому ротор паровой турбины вращается с достаточно высокой угловой скоростью, которая выбирается равной 3000 об/мин. По конструктивным соображениям вращающейся частью всех промышленных электрогенераторов является электромагнит, а ЭДС наводится в обмотках статора. Генератор, соединенный с паровой турбиной, имеет однополюсный ротор, так как при угловой скорости вращения 3000 об/мин частота полного перемагничивания каждой обмотки статора составляет 50 Гц, т. е. промышленный стандарт частоты сети переменного тока. Вода в гидроэлектростанциях протекает через турбину со значительно меньшей скоростью. Соответственно угловая скорость вращения турбин у разных ГЭС составляет от нескольких десятков до нескольких сотен об/мин. Для того, чтобы гидрогенератор переменного тока выдавал стандартную частоту тока 50 Гц, его ротор делают многополюсным, чтобы произведение частоты вращения вала на число пар полюсов составляло 50 Гц. Число обмоток статора генератора соответствует числу пар полюсов. Таким образом, для каждой обмотки статора время взаимодействия с парой полюсов ротора (а они расположены последовательно один за другим) составляет 20 мс. То есть в ней генерируется переменный ток с частотой 50 Гц.

Ответ: частота вращения турбины вала гидротурбины значительно меньше, чем у паровой.

№ 985(975).

Для соленоида длиной l и площадью сечения витка S общим числом витков N индуктивность катушки равна $L = \mu_0\mu N^2S/l$, где μ_0 — магнитная постоянная в системе СИ, μ — относительная магнитная проницаемость среды (сердечника). Если снять катушку трансформатора с сердечника, то ее индуктивность уменьшится приблизительно в μ раз. Во столько же раз уменьшится индуктивное сопротивление катушки. Учитывая, что μ трансформаторной стали может составлять порядка 5000, ток через катушку вследствие уменьшения общего сопротивления может недопустимо возрасти и она перегорит.

Ответ: недопустимо, так как катука может перегореть.

№ 986(976).

Дано:	Решение:
$n_1 = 840$	Коэффициентом трансформации k называют отношение числа
$U_1 = 220$ В	витков n_1 в первичной обмотке к числу витков n_2 во вторичной
$U_2 = 660$ В	обмотке $k = n_1/n_2$. Если вторичная обмотка трансформатора не
k — ?	нагружена (режим холостого хода) и активным сопротивлением
n_2 — ?	провода первичной обмотки можно пренебречь по сравнению с

ее индуктивным сопротивлением, то отношение напряжений на первичной (U_1) и вторичной (U_2) обмотках также равно k. Отсюда $k = 220/660 = 1/3$. Во вторичной обмотке содержится $n_2 = n_1/k$ витков: $n_2 = 840 \cdot 3 = 2520$. Поскольку мощность тока в первичной и вторичной обмотках трансформатора одинакова, если пренебречь потерями, то при $k = 1/3$ в первичной обмотке протекает больший ток. А, следовательно, провод в первичной обмотке должен иметь большее значение.

Ответ: $k = 1/3$, $n_2 = 2520$; в первичной.

№ 987(977).

Дано:
$n_2' = 11$
$U_1 = 220$ В
$U_2 = 12$ В
$U_2' = 4{,}4$ В

n_1 — ?
n_2 — ?

Решение:
Пусть в первичной обмотке трансформатора n_1 витков, а во вторичной — n_2. Для трансформатора в режиме холостого хода справедливо соотношение $U_1/U_2 = n_1/n_2$, где U_1 и U_2 — напряжения на первичной и вторичной обмотках, соответственно. Для дополнительной обмотки из 11 витков можем написать $n_1/n_2' = U_1/U_2'$ или $n_1/11 = 220/4{,}4$, откуда $n_1 = 550$. Для вторичной обмотки имеем $n_2/n_1 = U_2/U_1$ или $n_2/550 = 12/220$ и $n_2 = 30$.

Ответ: $n_1 = 550$, $n_2 = 30$.

№ 988(978).

Дано:
$k = 10$
$U_1 = 220$ В
$r_2 = 0{,}2$ Ом
$R = 2$ Ом

U_2 — ?

Решение:
ЭДС индукции во вторичной обмотке трансформатора $\mathcal{E} = U_1/k$, где U_1 — напряжение в сети, а k — коэффициент трансформации. Сопротивление всей цепи, в которую входит вторичная обмотка и полезная нагрузка, равно $r_2 + R$, где r_2 — сопротивление обмотки и R — сопротивление нагрузки. Отсюда ток в цепи полезной нагрузки из закона Ома равен $I = \mathcal{E}/(r_2 + R)$, а напряжение на ней $U_2 = RI = R\mathcal{E}/(r_2 + R)$. Напряжение на выходе трансформатора — это и есть напряжение на полезной нагрузке. Отсюда:

$$U_2 = \frac{U_1 R}{k(r_2 + R)} = \frac{22\ \text{В} \cdot 2\ \text{Ом}}{2{,}2\ \text{Ом}} = 20\ \text{В}.$$

Ответ: $U_2 = 20$ В.

№ 989*(979).

Пусть сопротивление вторичной обмотки трансформатора равно r_2, а сопротивление нагрузки — R. Тогда ток во вторичной обмотке $I_2 = \mathcal{E}_2/(r_2 + R)$, где $\mathcal{E}_2$ — ЭДС наводимой в ней индукции. С уменьшением R ток I_2 увеличивается. Напряжение на полезной нагрузке $U_2 = RI_2 = R\mathcal{E}_2/(r_2 + R)$ и с уменьшением R U_2 уменьшается. Напряжение на входе трансформатора U_1 и ток I_1 в первичной обмотке связаны с U_2 и I_2 соотношением $U_1 I_1 = U_2 I_2/\eta$, где η — коэффициент полезного действия трансформатора. Мощность, выделяемая в полезной нагрузке, $U_2 I_2 = R\mathcal{E}_2^2/(r_2 + R)^2$ возрастает с уменьшением R (если R было больше r_2). Поскольку напряжение в сети U_1 поддерживается постоянным, то увеличение мощности, отбираемой от нее трансформатором, практически не скажется на величине U_1. Очевидно, что ток I_1 в первичной обмотке возрастет.

Ответ: I_2 увеличивается, U_2 уменьшается, I_1 увеличивается, U_1 практически не изменится.

№ 990(980).

Дано:	Решение:
$n_2 = 99$	При изменении магнитного потока в каждом витке вторичной обмотки возникает ЭДС индукции
$\Phi = 0{,}01 \sin 100\pi t$	$$e_1(t) = -\Phi'(t) = -\pi \cos 100\pi t.$$
$e(t)$ — ?, $e_{эфф}$ — ?	

Если число витков вторичной обмотки равно , то мгновенное значение ЭДС в ней $e = ne_1(t) = -99\pi \cos 100\pi t = -311\pi \cos 100\pi t$. Действующее значение ЭДС в $\sqrt{2}$ раз меньше амплитудного значения, равного 311 В. Отсюда

$$e_{эфф} = \frac{e_m}{\sqrt{2}} = \frac{311\text{ В}}{\sqrt{2}} \approx 220\text{ В}.$$

Ответ: $e(t) = -311\pi \cos 100\pi t$, $e_{эфф} = 220$ В.

№ 991(н).

Дано:	Решение:
$U_1 = 220$ В	Коэффициент трансформации k есть отношение числа витков n_1 в первичной обмотке к числу витков n_2 во вторичной обмотке: $k = n_1/n_2$. Отношение числа витков в пренебрежении потерями магнитного потока в сердечнике трансформатора равно отношению ЭДС индукции: $n_1/n_2 = \mathcal{E}_1/\mathcal{E}_2$. В первичной обмотке $\mathcal{E}_1 \approx U_1$. Во вторичной обмотке по закону Ома $U_2 = \mathcal{E}_2 - I_2 r$, откуда $\mathcal{E}_2 = U_2 + I_2 r$. Тогда коэффициент трансформации
$U_2 = 20$ В	
$r = 1$ Ом	
$I_2 = 2$ А	
η — ?	
k — ?	

$$k = \frac{U_1}{U_2 + I_2 r} = \frac{220\text{ В}}{20\text{ В} + 2\text{ А} \cdot 1\text{ Ом}} = 10.$$

КПД трансформатора

$$\eta = \frac{N_{полезн}}{N_{потр}} \cdot 100\%.$$

где $N_{потр}$ — потребляемая от сети мощность, а $N_{полезн}$ — полезная мощность. Так как потерями в первичной обмотке в сердечнике можно пренебречь, то $N_{потр} = I_1 U_1 = I_2 U_2$. Полная мощность $N_{полезн} = N_{потр} - I_2^2 r$, где $I_2^2 r$ — потери мощности во вторичной обмотке. Тогда

$$\eta = \frac{I_2 U_2 - I_2^2 r}{I_2 U_2} \cdot 100\% = \left(1 - \frac{I_2 r}{U_2}\right) \cdot 100\%.$$

Подставим данные:

$$\eta = \left(1 - \frac{2\text{ А} \cdot 1\text{ Ом}}{20\text{ В}}\right) \cdot 100\% = 90\%.$$

Ответ: $k = 10$, $\eta = 90\%$.

ГЛАВА XIII
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

45. Электромагнитные волны и скорость их распространения Энергия электромагнитной волны. Плотность потока излучения. Радиолокация

№ 992(981).

Согласно принципу относительности Эйнштейна, все физические процессы во всех инерциальных системах отсчета протекают одинаково. В частности, отдельное рассмотрение элекрического и магнитного полей имеет относительный смысл. То есть, если в одной инерциальной системе отсчета заряды неподвижны и создают только электрическое поле, то в другой инерциальной системе, движущейся равномерно относительно первой, эти же заряды будут двигаться и, следовательно, создавать не только электрическое, но и магнитное поле. Таким образом, если в электронном пучке заряды движутся равномерно, то можно выбрать систему отсчета, которая двигалась бы со скоростью электронов, и в ней они бы покоились, то есть не порождали бы магнитное поле.
Ответ: можно.

№ 993(982).

Пусть, например, электронный пучок и подвижная система отсчета движутся слева направо относительно неподвижной системы. Если скорость подвижной системы больше скорости электронов, то при переходе в подвижную систему направление движения электронов относительно нее станет справа налево, т. е. изменится на обратное. Соответственно, по закону Био—Савара—Лапласа направление линий индукции магнитного поля изменится на обратное.
Ответ: изменится на обратное.

№ 994(983).

Пусть проводник с током покоится относительно некоторой системы отсчета. Это означает, что ионы кристаллической решетки покоятся, а электронный газ упорядоченно движется относительно этой системы отсчета. Если перейти в систему отсчета, движущуюся со скоростью упорядоченного движения электронов в проводнике, то в такой системе ионы кристаллической решетки будут двигаться в обратном направлении с той же скоростью (упорядоченного движения электронов) и порождать магнитное поле. Следовательно, такую систему отсчета выбрать нельзя. Направление линий индукции магнтного поля задается направлением движения электронного газа относительно кристаллической решетки и не зависит от того, покоится или движется (и с какой скоростью) проводник как целое. Поэтому направление линий индукции останется прежним.

№ 995(984).

Молния представляет собой искровой разряд в атмосфере длительностью несколько десятков микросекунд. Он порождает электромагнитные волны, наибольшая мощность которых приходится на диапазон средних и длинных волн радиоприемников.

№ 996(985).

Дано:	Решение:
$\lambda = 300$ м	Длина электромагнитной волны $\lambda = vT$, где v — скорость распро-
T — ?	странения электромагнитной волны в данной среде, а T — период

ее колебаний. Полагая скорость распротранения электромагнитных волн в воздухе равной скорости света в вакууме $v = c$, получаем

$$T = \frac{\lambda}{c} = \frac{300\ \text{м}}{3 \cdot 10^8\ \text{м/с}} = 10^{-6}\ \text{с} = 1\ \text{мкс}.$$

Ответ: $T = 1$ мкс.

№ 997(986).

Дано:	Решение:
$\nu = 75$ МГц $= 7{,}5 \cdot 10^7$ Гц	Скорость распространения электромагнитной
λ — ?	волны $v = \nu\lambda$, где λ — длина волны в данной среде

и ν — частота колебаний. Полагая, что в воздухе $v = c$, где c — скорость света в вакууме, получаем:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{м/с}}{7{,}5 \cdot 10^7\ \text{с}^{-1}} = 4\ \text{м}.$$

Ответ: $\lambda = 4$ м.

№ 998(987).

Дано:	Решение:
$\lambda_1 = 24$ м	Полагаем, что частота $\nu = c/\lambda$, где c — скорость света в вакууме, а
$\lambda_2 = 26$ м	λ — длина электромагнитной волны.
ν_1 — ?	
ν_2 — ?	

$$\nu_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{м/с}}{24\ \text{м}} = 12{,}5 \cdot 10^6\ \text{с}^{-1} = 12{,}5\ \text{МГц}.$$

$$\nu_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{м/с}}{26\ \text{м}} = 11{,}5 \cdot 10^6\ \text{с}^{-1} = 11{,}5\ \text{МГц}.$$

Ответ: от 11,5 МГц до 12,5 МГц.

№ 999(988).

Резонансная частота колебательного конутра приемника $\omega = 1/\sqrt{LC}$, где L — индуктивность катушки, C — емкость настроечного конденсатора. Перестраивая приемник на станцию с большей длиной несущей волны, мы понижаем резонансную частоту ω, т. к. $\omega = 2\pi\nu = 2\pi c/\lambda$, где c — скорость света, λ — длина волны передающей станции. Это делается за счет увеличения емкости настроечного конденсатора. Из формулы для емкости плоского конденсатора $C = \varepsilon_0\varepsilon S/d$ следует, что емкость C прямо пропорциональна площади S. Значит рабочая площадь его пластин увеличивается.

Ответ: увеличивается.

№ 1000(989).

Дано:	Решение:
$\lambda = 1000$ м $= 10^3$ м $L = 1$ мкГн $= 10^{-6}$ Гн $C - ?$	Резонансная частота колебательного контура приемника $\omega = 1/\sqrt{LC}$, где L — индуктивность приемного конутра, C — емкость настроечного конденсатора. При

настройке на станцию резонансная частота колебательного контура приемника должна совпадать с несущей частотой передающей станции, для которой можно написать: $\omega = 2\pi\nu = 2\pi c/\lambda$, где c — скорость света в воздухе, λ — длина волны передающей станции. Получаем уравнение:

$$\frac{1}{\sqrt{LC}} = 2\pi\frac{c}{\lambda} \Rightarrow C = \frac{\lambda^2}{4\pi^2c^2L} = \frac{10^6\ \text{м}^2}{4\pi^2 \cdot 9 \cdot 10^{16}\ \text{м}^2/\text{с}^2 \cdot 10^{-6}\ \text{Гн}} =$$

$$= \frac{1}{36\pi^2 \cdot 10^4}\ \Phi = 0,28 \cdot 10^{-6}\ \Phi = 0,28\ \text{мк}\Phi.$$

Ответ: $C = 0,28$ мкФ.

№ 1001(н).

Дано:	Решение:
$\lambda_1 = 25$ м $\lambda_2 = 31$ м $C_1 - ?$ $C_2 - ?$	Длина волны, на которую настроен приемный колебательный контур $\lambda = cT$, где c — скорость света, а T — период электромагнитных колебаний в контуре. Для нахождения T воспользуемся формулой Томсона: $T = 2\pi\sqrt{LC}$. Тогда

$$\lambda_1 = 2\pi c\sqrt{LC_1},\ \text{а}\ \lambda_2 = 2\pi c\sqrt{LC_2}.$$

Отношение длин волн

$$\lambda_1/\lambda_2 = \sqrt{C_1/C_2},$$

откуда отношение емкостей конденсаторов

$$\frac{C_2}{C_1} = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^2 = \left(\frac{31\ \text{м}}{25\ \text{м}}\right)^2 = 1,54.$$

Ответ: емкость надо увеличить в 1,54 раза.

№ 1002(н).

Дано:	Решение:
$\Delta I = 1$ А, $\Delta t = 0,6$ с $\mathcal{E} = 0,2$ мВ $=$ $= 2 \cdot 10^{-4}$ В $C = 14,1$ нФ $=$ $= 1,41 \cdot 10^{-8}$ Ф $\lambda - ?$	Длина радиоволны $\lambda = 2\pi c\sqrt{LC}$ (см. задачу № 1001). Индуктивность контура найдем, используя закон Фарадея для ЭДС самоиндукции: $\mathcal{E} = L\lvert\Delta I/\Delta t\rvert$. Тогда $$\lambda = 2\pi c\sqrt{\frac{\mathcal{E}\Delta t C_1}{\Delta I}}.$$ Подставим данные:

$$\lambda = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^8\ \text{м/с} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-4}\ \text{В} \cdot 0,6\ \text{с} \cdot 1,41 \cdot 10^{-8}\ \Phi}{1\ \text{А}}} = 2450\ \text{м}.$$

Ответ: $\lambda = 2450$ м.

№ 1003(990).

Дано:	Решение:
$C_1 = 200$ пФ $= 2 \cdot 10^{-10}$ Ф $C_2 = 1800$ пФ $= 1{,}8 \cdot 10^{-9}$ Ф $L = 60$ мкГн $= 6 \cdot 10^{-5}$ Гн	Из решения задачи № 1000 имеем уравнение $$\frac{1}{\sqrt{LC}} = 2\pi\frac{c}{\lambda},$$
λ_1 — ?, λ_2 — ?	где L — индуктивность катушки, C — емкость

настроечного конденсатора, c — скорость света в воздухе, λ — длина волны, на которую настроен приемник. Отсюда $\lambda = 2\pi c\sqrt{LC}$. Подставляя значение из условия, получим:

$$\lambda_1 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \cdot \sqrt{6 \cdot 10^{-5} \text{ Гн} \cdot 2 \cdot 10^{-10} \text{ Ф}} = 206 \text{ м}.$$

$$\lambda_2 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \cdot \sqrt{6 \cdot 10^{-5} \text{ Гн} \cdot 1{,}8 \cdot 10^{-9} \text{ Ф}} = 619 \text{ м}.$$

Ответ: от 206 м до 619 м.

№ 1004(991).

Дано:	Решение:
$i = 0{,}1\cos 6 \cdot 10^5\pi t$	В общем виде $i(t) = i_0\cos\omega t$. Отсюда по условию
λ — ?	$$\omega = 6 \cdot 10^5\pi \text{ рад/с}.$$

Учитывая, что $\omega = 2\pi\nu = 2\pi c/\lambda$, получаем $2\pi c/\lambda = 6 \cdot 10^5\pi$, где c — скорость света, λ — длина излучаемой волны. Вычисляем

$$\lambda = \frac{2c}{6 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{6 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}} = 1000 \text{ м}.$$

Ответ: $\lambda = 1000$ м.

№ 1005(н).

Дано:	Решение:
$q_m = 20$ нКл $= 2 \cdot 10^{-8}$ Кл $I_m = 1$ А	Длина электромагнитной волны $\lambda = 2\pi c\sqrt{LC}$. Связь между максимальным зарядом конденса-
λ — ?	тора q_m и максимальной силой тока I_m в контуре

найдем, используя закон сохранения полной энергии электромагнитных колебаний в конутре:

$$\frac{q_m^2}{2C} = \frac{LI_m^2}{2}.$$

Отсюда находим $\sqrt{LC} = q_m/I_m$. Тогда длина волны

$$\lambda = \frac{2\pi c q_m}{I_m} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \cdot 2 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}}{1 \text{ А}} = 37{,}7 \text{ м}.$$

Ответ: $\lambda = 37{,}7$ м.

№ 1006(992).

Дано:	Решение:
$\lambda_1 = 300$ м $\nu_2 = 2000$ Гц $=$ $= 2 \cdot 10^3$ Гц	Частота колебаний, соответствующая $\lambda_1 = 300$ м, $\nu_1 = c/\lambda$, где c — скорость света. Отсюда $$\nu_1 = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{300 \text{ м}} = 10^6 \text{ Гц}.$$
n — ?	

Пусть за одно колебание частотой $\nu_2 = 2000$ Гц происходит n колебаний с частотой . То есть $T_2 = nT_1$, где T_1 и T_2 — периоды колебаний. Так как $T = 1/\nu$, то $n = T_2/T_1 = \nu_1/\nu_2$. Подставляя численные значения, получим

$$n = \frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{10^6\ \text{с}^{-1}}{2 \cdot 10^3\ \text{с}^{-1}} = 500.$$

Ответ: $n = 500$.

№ 1007(993).

Дано:	Решение:
$l = 1{,}2$ Тм $= 1{,}2 \cdot 10^{12}$ м	Скорость распространения радиосигнала в космосе равна скорости света в вакууме. Сигнал с Земли должен дойти до Сатурна, далее космический аппарат примет его и отправит
t — ?	

сообщение обратно. Всего электромагнитный сигнал пройдет путь $2l$ со скоростью c. Тогда $2l = ct$. Отсюда

$$t = \frac{2l}{c} = \frac{2{,}4 \cdot 10^{12}\ \text{м}}{3 \cdot 10^8\ \text{м/с}} = 8 \cdot 10^3\ \text{с} = 133\ \text{мин}\ 20\ \text{с} = 2\ \text{ч}\ 13\ \text{мин}\ 20\ \text{с}.$$

Ответ: $t = 2$ ч 13 мин 20 с.

№ 1008(994).

Дано:	Решение:
$h = 36\,000$ км $= 3{,}6 \cdot 10^7$ м	Сигнал идет от передающей станции до спутника, ретранслируется и проходит от спутника до телевизионной антенны. Его общий пройденный путь равен $2h$. Отсюда время
t — ?	

распространения сигнала $t = 2h/c$, где c — скорость света в вакууме.

$$t = \frac{2h}{c} = \frac{2 \cdot 3{,}6 \cdot 10^7\ \text{м}}{3 \cdot 10^8\ \text{м/с}} = 0{,}24\ \text{с}.$$

Ответ: $t = 0{,}24$ с.

№ 1009(995).

Дано:	Решение:
$t = 200$ мкс $= 2 \cdot 10^{-4}$ с	Радиосигнал локатора прошел путь $2l$, где l — расстояние до объекта, со скоростью c, где c — скорость света в воздухе. Тогда $2l = ct$. Отсюда
l — ?	

$$l = \frac{ct}{2} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{м/с} \cdot 2 \cdot 10^{-4}\ \text{с}}{2} = 3 \cdot 10^4\ \text{м} = 30\ \text{км}.$$

Ответ: $l = 30$ км.

№ 1010(996).

Дано:	Решение:
$l_1 = 300$ м $J_1 = 40$ мВт/м^2 $= 4 \cdot 10^{-2}$ Вт/м^2 $r_2 = 120$ км $= 1{,}2 \cdot 10^5$ м	Считаем, что передатчик излучает радиоволны раномерно во все стороны, то есть излучение изотропно, и волна является сферической. Плотность потока излучения — это отношение мощности излучения к площади поперечного сечения, на которое падает излучение. Так как волна сферическая, и на расстоянии r_1 плотность потока излучения равна J_1, то можно
J_2 — ?	

узнать мощность передатчика $P = J_1 S_1$, где $S_1 = 4\pi r_1^2$ — площадь поверхности сферы радиуса r_1. Соответственно, на расстоянии r_2 от передатчика плотность потока излучения станет равной $J_2 = I/S_2$, где $S_2 = 4\pi r_2^2$ — площадь поверхности сферы радиуса r_2. Отсюда:

$$J_2 = \frac{J_1 r_1^2}{r_2^2} = \frac{4 \cdot 10^{-2}\ \text{Вт/м}^2 \cdot 9 \cdot 10^4\ \text{м}^2}{1{,}44 \cdot 10^{10}\ \text{м}^2} = 25 \cdot 10^{-8}\ \text{Вт/м}^2 = 0{,}25\ \frac{\text{мкВт}}{\text{м}^2}.$$

Ответ: $J_2 = 0{,}25$ мкВт/м^2.

№ 1011(997).

Дано:	Решение:
$w = 4 \cdot 10^{-11}$ Дж/м^3	Плотность энергии w электромагнитной волны есть
J — ?	энергия волны, сосредоточенная в единице объема среды.

Плотность потока излучения J — это величина, равна энергии, которую переносит волна за единицу времени через единицу площади поверхности, перпендикулярной к направлению распространения волны. В общем случае $J = vw$, где v — скорость распространения волны в среде. Считаем $v = c$ — скорость света и получаем

$$J = cw = 3 \cdot 10^8\ \text{м/с} \cdot 4 \cdot 10^{-11}\ \text{Дж/м}^3 = 12 \cdot 10^{-3}\ \text{Дж/м}^2 = 12\ \frac{\text{мВт}}{\text{м}^2}.$$

Ответ: $J = 12$ мВт/м^2.

№ 1012(998).

Дано:	Решение:
$J = 6$ мВт/м^2 =	Поскольку плотность потока излучения $J = cw$, где c —
$= 6 \cdot 10^{-3}$ Вт/м^2	скорость света в среде (подробнее см. предыдущую задачу),
w — ?	получаем для плотности энергии электромагнитной волны:

$$w = \frac{J}{c} = \frac{6 \cdot 10^{-3}\ \text{Вт/м}^2}{3 \cdot 10^8\ \text{м/с}} = 2 \cdot 10^{-11}\ \text{Дж/м}^3.$$

Ответ: $w = 2 \cdot 10^{-11}$ Дж/м^3.

№ 1013(999).

Дано:	Решение:
$E_m = 5$ В/м	Плотность энергии электромагнитной волны равна удвоенной
J — ?	плотности энергии электростатического поля с наряженностью E_m:

$w = \varepsilon_0 \varepsilon E_m^2$, где $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная, ε — относительня диэлектрическая проницаемость среды (для воздуха $\varepsilon \approx 1$). Поскольку плотность потока электромагнитного излучения $J = cw$, где c — скорость света в среде, получаем:

$J = 3 \cdot 10^8$ м/с $\cdot\ 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м $\cdot\ 1 \cdot 25$ В^2/м$^2 = 6{,}6 \cdot 10^{-2}$ Вт/м$^2 = 66$ мВт/м^2.

Ответ: $J = 66$ мВт/м^2.

№ 1014(1000).

Дано:	Решение:
$P = 100$ кВт $= 10^5$ Вт	Плотность потока излучения $J = P/S$, P — мощ-
$S = 2{,}3$ км$^2 = 2{,}3 \cdot 10^6$ м^2	ность излучения, приходящаяся на поперечное се-
E_m — ?	чение площадью S. Из решения предыдущей задачи

$J = cw = c\varepsilon_0\varepsilon E_m^2$, где c — скорость света в среде, ε_0 — электрическая постоянная, ε — относительня диэлектрическая проницаемость среды, E_m — максимальная напряженность электрического поля в волне. Получаем уравнение $c\varepsilon_0\varepsilon E_m^2 = P/S$, откуда

$$E_m = \sqrt{P/c\varepsilon_0\varepsilon S}.$$

Подставим данные:

$$E_m = \sqrt{\frac{10^5\ \text{Вт}}{3 \cdot 10^8\ \text{м/с} \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м} \cdot 1 \cdot 2{,}3 \cdot 10^6\ \text{м}^2}} = \sqrt{\frac{10^3}{61}}\ \text{В/м} = 4\ \text{В/м}.$$

Ответ: $E_m = 4$ В/м.

№ 1015(1001).

Дано:	Решение:
$t = 1$ с $l = 30$ км $= 3 \cdot 10^4$ м	Время T между излучением двух последовательных импульсов локатора не может быть меньше времени, необходимого для того, чтобы импульс дошел до цели и вернулся обратно. В предельном
ν — ?	случае $T = 2l/c$, где c — скорость света, l — расстояние до цели.

Поскольку $\nu = 1/T$ — частота посылки импульса, то

$$\nu = \frac{c}{2l} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{м/с}}{2 \cdot 3 \cdot 10^4\ \text{м}} = 5 \cdot 10^3\ \text{с}^{-1} = 5000\ \text{Гц}.$$

Ответ: $\nu = 5000$ Гц.

№ 1016(1002).

Дано:	Решение:
$\lambda_0 = 15$ см $= 0{,}15$ м $\nu = 4000$ имп/с $\tau = 2$ мкс $= 2 \cdot 10^{-6}$ с	Собственная рабочая частота локатора $\nu_0 = c/\lambda_0$, где c — скорость света в воздухе, λ_0 — рабочая длина волны. Число колебаний в импульсе длительностью τ будет:
n — ?, l — ?	

$$n = \nu_0\tau = \frac{c}{\lambda_0}\tau = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{м/с}}{0{,}15\ \text{м}} \cdot 2 \cdot 10^{-6}\ \text{с} = 4000.$$

Время T между излучением двух последовательных импульсов равно

$$T = 1/\nu = 2l/c,$$

где l — расстояние до цели. Отсюда:

$$l = \frac{c}{2\nu} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{м/с}}{2 \cdot 4000\ \text{с}^{-1}} = 3{,}75 \cdot 10^4\ \text{м} = 37{,}5\ \text{км}.$$

Ответ: $n = 4000$, $l = 37{,}5$ км.

№ 1017(1003).

Дано:	Решение:
$T = 2$ мс $= 2 \cdot 10^{-3}$ с	За время горизонтальной развертки электронно-лучевой трубки локатора импульс должен успеть дойти до цели, отразиться и
l — ?	вернуться обратно. Отсюда $T = 2l/c$, где c — скорость света в воздухе, l — расстояние до цели. Окончательно,

$$l = \frac{cT}{2} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{м/с} \cdot 2 \cdot 10^{-3}\ \text{с}}{2} = 3 \cdot 10^5\ \text{м} = 300\ \text{км}.$$

Ответ: $l = 300$ км.

№ 1018(н).

Дано:	Решение:
$\nu_1 = 1700$ Гц $T_2 = 0{,}8$ мкс	Максимальную дальность l_{max} обнаружения цели найдем из условия, что время T_1 между излучением последовательных им-
l_{max} — ? l_{min} — ?	пульсов должно быть равно времени, необходимому для прохождения импульсом расстояния до цели и обратно: $T_1 = 2l_{max}/c$, где c — скорость света. Так как $T_1 = 1/\nu_1$, то

$$l_{max} = \frac{c}{2v_1} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{2 \cdot 1,7 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}} = 8,8 \cdot 10^4 \text{ м} = 88 \text{ км}.$$

Минимальное расстояние находится из условия: $2l_{min} = cT_2$, где T_2 — длительность импульса. Тогда

$$l_{min} = \frac{cT_2}{2} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \cdot 0,8 \cdot 10^{-6} \text{ с}}{2} = 120 \text{ м}.$$

Если расстояние до цели будет меньше l_{min}, то импульсы будут «накладываться» друг на друга.

Ответ: $l_{max} = 88$ км, $l_{min} = 120$ м.

ГЛАВА XIV
СВЕТОВЫЕ ВОЛНЫ

46. Скорость света. Законы отражения и преломления. Полное отражение

№ 1019(1005).

Дано:	Решение:
$L = 1,496 \cdot 10^{-11}$ м	Свет распространяется в космосе со скоростью c. Отсюда время распространения от Солнца до Земли равно
t — ?	

$$t = \frac{L}{c} = \frac{1,496 \cdot 10^{11} \text{ м}}{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}} \approx 500 \text{ с} = 8 \text{ мин } 20 \text{ с}.$$

Ответ: $t = 8$ мин 20 с.

№ 1020(1006).

Дано:	Решение:
$t = 4,3$ г ≈ 1570 суток $=$ $= 37668$ ч $= 1,356 \cdot 10^8$ с	$L = ct$, где c — скорость света в вакууме. $L = 3 \cdot 10^8$ м/с $\cdot$ $1,356 \cdot 10^8$ с $= 4,07 \cdot 10^{16}$ м.
L — ?	

Ответ: $L = 4,07 \cdot 10^{16}$ м.

№ 1021(1007).

Дано:	Решение:
$l = 8633$ м $\nu = 12,67$ с$^{-1}$ $N = 720$	Свет исчезнет первый раз, когда он пройдет от источника через прорезь между зубцами, отразится от зеркала и попадет при обратном ходе на зубец. На это уйдет время $t = 2l/c$, где l — расстояние между зеркалом и колесом, а c — скорость распространения
c — ?	

света. За то же самое время колесо, вращающееся с частотой ν, должно повернуться на $1/2N$ оборота, т. к. зубец за это время должен переместиться на место прорези. Отсюда $t = 1/2N\nu$. Приравнивая выражения для t, получим уравнение для c:

$$c = 4lN\nu = 4 \cdot 8633 \text{ м} \cdot 720 \cdot 12,67 \text{ с}^{-1} = 3,15 \cdot 10^8 \text{ м/с} = 315\,000 \text{ км/с}.$$

Ответ: $c = 315\,000$ км/с.

№ 1022(1008).

Дано:	Решение:
$l = 23\,000$ м $\nu = 914{,}3\,с^{-1}$ $N = 200$ $k = 28$	Рассуждая аналогично решению задачи № 1021 можно показать, что первое появление света произойдет через время $t = 1/N\nu$, когда колесо повернется на $1/N$ оборота и на место первой прорези переместится вторая. Аналогино, k-ое появление света произойдет через время $t = k/N\nu$. Отсюда
c — ?	

$$c = \frac{2lN\nu}{k} = \frac{2 \cdot 23 \cdot 10^3\ м \cdot 200 \cdot 914{,}3\ с^{-1}}{28} \approx \frac{23 \cdot 10^5 \cdot 914{,}3}{7}\ м/с =$$

$= 3{,}004 \cdot 10^8$ м/с $= 300\ 400$ км/с.

Ответ: $c = 300\ 400$ км/с.

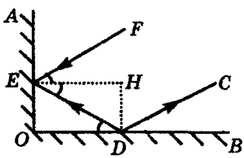
№ 1023(1009).

Дано:	Решение:
$\alpha + \beta = 70°$	Угол падения α — это угол между падающим лучом и нормалью к зеркалу. Угол отражения β — это угол между отраженным лучом
α — ?	

и нормалью. По условию $\alpha + \beta = 70°$. Кроме того, угол падения равен углу отражения: $\alpha = \beta$. Отсюда $2\alpha = 70°$ и $\alpha = 35°$.

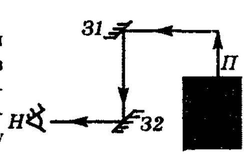
Ответ: $\alpha = 35°$.

№ 1024(1010).



Восстановим из точки E перпендикуляр к прямой OA, а из точки D — к прямой OB. Пусть точка пересечения этих перпендикуляров будет H. Условие параллельности лучей CD и EF можно выразить как равенство $\angle CDB = \angle FEH$. Докажем его. Пусть угол падения луча CD $\angle CDH = \alpha$. Тогда $\angle CDB = \angle EDO = 90° - \alpha$, поскольку $\angle CDH = \angle EDH$ (угол падения равен углу отражения) и DH — перпендикуляр к OB. Докажем, что $\angle FEH = 90° - \alpha$. Так как треугольник ODE прямоугольный, то $\angle DEO = \alpha$. Очевидно, что $\angle DEO = \angle AEF$. А поскольку EH — перпендикуляр к OA, то $\angle FEH = 90° - \alpha$. То есть $\angle CDB = \angle FEH$, что и требовалось доказать.

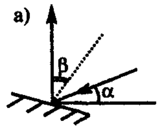
№ 1025(1011).

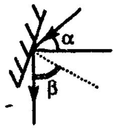


Первое зеркало *З1* располагается над укрытием под углом 45° к горизонту, зеркальной стороной в направлении наблюдения. Второе зеркало *З2* располагается под первым строго по вертикали на уровне глаз наблюдателя *Н*, зеркальной стороной к лицу и тоже под углом 45° к горизонту. Устройство зеркального перископа показано на рисунке. Ход лучей от предмета *П* к наблюдателю *Н* изображен стрелками.

№ 1026(1012).

Дано:	Решение:
$\alpha = 20°$	Возьмем нормаль к поверхности зеркала за направление его ориентации в пространстве и рассмотрим рисунки:
β — ?	





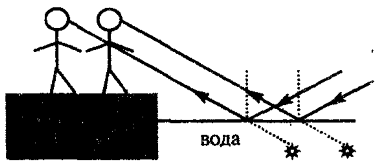
а) В этом случае угол падения в сумме с углом отражения должен составить $90° - \alpha = 70°$. Так как они равны, то нормаль к зеркалу составит угол

$$\frac{90° - \alpha}{2} = 45° - \frac{\alpha}{2} = 35° \text{ с вертикалью.}$$

б) Угол падения в сумме с углом отражения должны составить $90° + \alpha = 110°$ и нормаль к зеркалу составит угол $(90° + \alpha)/2 = 55°$ с вертикалью.

Ответ: нормаль к поверхности зеркала должна составить с вертикалью угол: а) 35°; б) 55°.

№ 1027(1013).

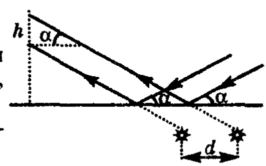


Человек видит отраженные от воды лучи, поэтому Солнце кажется ему находящимся в озере. Поскольку угол падения солнечных лучей на воду равен углу отражения, а лучи параллельны, то для того, чтобы они попали в глаза удаляющемуся от озера человеку, точка их отражения от воды должна смещаться в том же направлении и на такое же расстояние, на которое перемещается человек. То есть приближаться к берегу.

Ответ: изображение будет перемещаться к берегу.

№ 1028(1014).

Дано:	Решение:
$\alpha = 25°$ $d = 80$ см	Нарисовав два отраженных под углом α к горизонту параллельных луча,
h — ?	точки отражения которых отстоят на

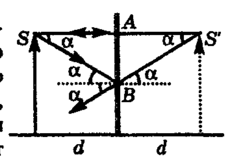


расстоянии d, увидим, что вертикальное смещение отраженных лучей

$$h = d\,\mathrm{tg}\,\alpha = 0{,}8 \text{ м} \cdot \mathrm{tg}\,25° = 0{,}8 \cdot 0{,}466 \text{ м} = 0{,}37 \text{ м}.$$

Ответ: на 37 см.

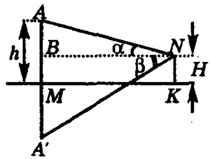
№ 1029(1015).



Построим изображение предмета в зеркале, пустив из точки S два луча — один перпендикулярно зеркалу, а другой — под углом а к горизонту. Легко показать, что треугольники SAB и $S'AB$ равны и, следовательно, $SA = S'A$. То есть изображение точки S (мнимое) находится на таком же расстоянии d от зеркала, что и сама точка. Взяв любую другую точку предмета, получим аналогичный результат. Поскольку расстояние d было выбрано произвольным,

размеры изображения предмета в зеркале не зависят от него. И если человек будет удаляться от зеркала, размеры видимой части тела меняться не будет.
Ответ: не будут.

№ 1030(н).



Дано:	Решение:
α β H	На приведенном рисунке A' — изображение аэростата A. Тогда длины отрезков AM и $A'M$ равны (поверхность воды мы рассматриваем как
h — ?	отражающую поверхность плоского зеркала):

$AM = A'M = h$. Из ΔABN получим

$$\operatorname{tg}\alpha = AB/BN = (h - H)/BN.$$

Из $\Delta A'BN$: $\operatorname{tg}\beta = A'B/BN = (h + H)/BN$.

Тогда $\operatorname{tg}\beta/\operatorname{tg}\alpha = (h + H)/(h - H)$, откуда искомая высота аэростата

$$h = \frac{H(\operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}\alpha)}{\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\alpha} = \frac{H\sin(\alpha+\beta)}{\sin(\beta-\alpha)}.$$

Ответ: $h = \dfrac{H\sin(\alpha+\beta)}{\sin(\beta-\alpha)}$.

№ 1031(1017).

Дано:	Решение:
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с $n = 2{,}42$	По определению, абсолютным показателем преломления среды называется отношение скорости распространения света в
v — ?	вакууме к скорости распространения света в этой среде $n = c/v$.

Отсюда для алмаза:

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{м/с}}{2{,}42} = 1{,}24 \cdot 10^8\ \text{м/с}.$$

Ответ: $v = 1{,}24 \cdot 10^8$ м/с.

№ 1032(1018).

Дано:	Решение:
$n_1 = 1{,}36$ $n_2 = 1{,}63$	Так как скорость света в среде $v = c/n$, где c — скорость света в вакууме и n — абсолютный показатель преломления среды, то
v_1/v_2 — ?	$v_1/v_2 = n_2/n_1 = 1{,}63/1{,}36 \approx 1{,}2.$

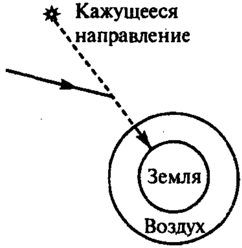
То есть скорость света в спирте в 1,2 раза больше, чем в сероуглероде.
Ответ: в спирте в 1,2 раза больше.

№ 1033(1019).

Плотность и показатель преломления горячего воздуха меньше, чем холодного. Проходя через оптически неоднорудную среду, свет испытывает отклонение от первоначального направления распространения вследствие преломления на неоднородностях плотности воздуха. Поэтому предметы по другую сторону костра кажутся колеблющимися.

№ 1034(1020).

Свет от небесного тела, переходя из оптически менее плотной среды (вакуума) в оптически более плотную среду (воздух атмосферы), испытывает преломление и попадает к наблюдателю под углом к горизонту большим первоначального. Поэтому небесное тело кажется находящимся выше над горизонтом.



№ 1035(1021).

Дано:	Решение:
$\alpha = 60°$ $\beta = 36°$ $n_1 = 1$	Согласно закону преломления $\sin\alpha/\sin\beta = n_2/n_2$, где n_2 — показатель преломления масла, n_1 — показатель преломления воздухе, α — угол падения, β — угол преломления. Отсюда
n_2 — ?	

$$n_2 = n_1 \frac{\sin\ 60°}{\sin\ 36°} = \frac{0,866}{0,588} = 1,47.$$

Ответ: $n_2 = 1,47$.

№ 1036(1022).

Дано:	Решение:
$\alpha = 45°$ $\gamma = 45° - \beta$ $n_1 = 1,6$ $n_2 = 2,42$	По закону преломления $\sin\alpha/\sin\beta = n$. Вычислим углы преломления β_1 и β_2 для n_1 (стекла) и n_2 (алмаза):
γ — ?	

$$\beta_1 = \arcsin\frac{\sin\ \alpha}{n_1} = \arcsin\frac{0,707}{1,6} = \arcsin\ 0,442 = 26°.$$

$$\beta_2 = \arcsin\frac{\sin\ \alpha}{n_2} = \arcsin\frac{0,707}{2,42} = \arcsin\ 0,292 = 17°.$$

Угол отклонения от первоначального направления $\gamma = \alpha - \beta$. Отсюда

$$\gamma_1 = 45° - 26° = 19° \text{ и } \gamma_2 = 45° - 17° = 28°.$$

Ответ: $\gamma_1 = 19°$; $\gamma_2 = 28°$.

№ 1037(1023).

Дано:	Решение:
$90° - \beta = 60°$ $n_2 = 1,33$	Найдем угол падения солнечных лучей на воду. По закону Снеллиуса $\sin\alpha/\sin\beta = n_2/n_2$, где n_2 и n_1 — абсолютные показатели
$(90° - \alpha)$ — ?	преломления сред, α — угол падения, β — угол преломления.

В условии задачи углы отсчитываются не от нормали к поверхности, а от самой поверхности. Поэтому угол преломления $\beta = 90° - 60° = 30°$. Отсюда

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\ \sin\ \beta\right) = \arcsin\ (1,33 \cdot \sin\ 30°) = \arcsin\ 0,6\,65 = 41,7°.$$

Угловая высота Солнца над горизонтом составит $90° - \alpha = 90° - 41,7° = 48,3°$.

Ответ: угловая высота равна 48,3°.

№ 1038(1024).

Дано:	Решение:
$\alpha = 40°$	По закону преломления $\sin\alpha_1/\sin\beta_1 = n_1/n$ и $\sin\alpha_2/\sin\beta_2 = n_2/n$, где
$\beta_1 = \beta_2$	n — абсолютный показатель преломления воздуха. Учитывая, что
$n_1 = 1{,}33$	по условию $\sin\beta_1 = \sin\beta_2$ и, разделив первое уравнение на второе, по-
$n_2 = 1{,}6$	лучим $\sin\alpha_1/\sin\alpha_2 = n_1/n_2$. Откуда $\sin\alpha_2 = n_2 \cdot \sin\alpha_1/n_1$. Находим:
α_2 — ?	

$$\alpha_2 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\sin\alpha_1\right) = \arcsin\left(\frac{1,6}{1,33}\cdot\sin 40°\right) = \arcsin 0,773 = 50,6°.$$

Ответ: $\alpha_2 = 50{,}6°$.

№ 1039(1025).

По закону преломления $\sin\alpha/\sin\beta = n_{21}$, где n_{21} — относительный показатель преломления двух сред. Очевидно, $\sin\alpha = n_{21}\sin\beta$. Чтобы $\alpha = \beta$, необходимо потребовать, чтобы либо $n_{21} = 1$ (абсолютные показатели преломления сред равны), либо $\alpha = 0$, т. е. луч должен падать по нормали к поверхности раздела сред.

Ответ: $n = 1$; $\alpha = 0$.

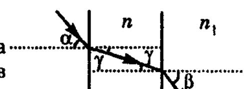
№ 1040(1026).

Дано:	Решение:
$\alpha = 35°$	По закону преломления $\sin\alpha/\sin\beta = n_1/n_2$, где α — угол падения
$n_1 = 1{,}33$	света, переходящего из среды с показателем преломления n_1 в
$n_2 = 1{,}6$	среду с показателем преломления n_2, β — угол преломления. От-
β — ?	сюда: $\sin\beta = n_1\sin\alpha/n_2$. Окончательно:

$$\beta = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\sin\alpha\right) = \arcsin\left(\frac{1,33}{1,6}\cdot\sin 35°\right) = \arcsin 0,477 = 28,5°.$$

Ответ: $\beta = 28{,}5°$.

№ 1041(1027).



Дано:	Решение:
$\alpha = 78{,}1°$	Пусть показатель преломления стекла
$n_1 = 1{,}33$	будет равен n, а угол преломления в
β — ?	стекле равен γ. При переходе луча света

из воздуха в стекло он преломится на угол γ, согласно уравнению $\sin\alpha/\sin\gamma = n/1$. Далее, распространяясь по прямой, он падает на границу раздела стекло-вода также под углом γ при условии, если поверхности стекла параллельны. Преломляясь, на этой границе раздела, он выходит в воду под углом преломления β, который связан с γ уравнением $\sin\gamma/\sin\beta = n_1/n$. Перемножая правые и левые части равенств, получим соотношение $\sin\alpha/\sin\beta = n_1/1$ (в этих уравнениях 1 — показатель преломления воздуха). Вычислим β:

$$\beta = \arcsin\left(\frac{\sin\alpha}{n_1}\right) = \arcsin\left(\frac{\sin 78,1°}{1,33}\right) = \arcsin 0,736 = 47,4°.$$

Поскольку в своих рассуждениях мы не использовали величину толщины стекла, ответ от нее не зависит. Из последнего уравнения очевидно, что β не зависит от n — показателя преломления стекла.

Ответ: $\beta = 47{,}4°$; а), б) не зависит.

№ 1042(1028).

Дано:	Решение:
$\beta = \alpha/2$	Пусть свет падает на поверхность стекла под углом α. Тогда
$n = 1{,}6$	$\sin\alpha/\sin\beta = n,$
α — ?	где β — угол преломления в стекле с показателем преломления n.

Посколььу $\beta = \alpha/2$, то

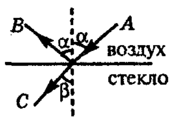
$$\frac{\sin\alpha}{\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}} = 2\cos\frac{\alpha}{2} = n.$$

Отсюда:

$$\alpha = 2\arccos\frac{n}{2} = 2\arccos 0{,}8 = 2\cdot 36{,}9 \approx 74°.$$

Ответ: $\alpha = 74°$.

№ 1043(1029).



Пусть OA — падающий, OB — отраженный, OC — преломленный лучи, угол падения равен α, угол преломления равен β. Поскольку угол падения равен углу отражения и лучи OB и OC перпендикулярны, имеем:

$$\alpha + 90 + \beta = 180° \text{ или } \beta = 90 - \alpha.$$

По закону преломления $\sin\alpha/\sin\beta = n$. Подставляя β, получаем

$$\frac{\sin\alpha}{\sin(90-\alpha)} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \operatorname{tg}\alpha = n \Rightarrow \alpha = \operatorname{arctg} n = \operatorname{arctg} 1{,}6 = 58°.$$

Ответ: $\alpha = 58°$.

№ 1044(н).

Дано:	Решение:
$\alpha - \beta = 10°$	Запишем закон преломления света: $\sin\alpha/\sin\beta = n$. По условию за-
$n = 1{,}33$	дачи угол преломления $\beta = \alpha - 10°$. Тогда
α — ?	$\dfrac{\sin\alpha}{\sin(\alpha - 10°)} = n.$

Используя формулу $\sin(\alpha - 10°) = \sin\alpha \cdot \cos 10° - \cos\alpha \cdot \sin 10°$, получим

$$\sin\alpha = n\sin\alpha \cdot \cos 10° - n\cos\alpha \cdot \sin 10°.$$

Поделим почленно на $\cos\alpha$:

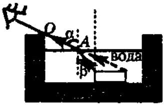
$$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\alpha\, n\cos 10° - n\sin 10° \Rightarrow$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{n\cdot\sin 10°}{n\cdot\cos 10° - 1} = \frac{1{,}33\cdot 0{,}17}{1{,}33\cdot 0{,}98 - 1} = 0{,}75.$$

Тогда искомый угол $\alpha \approx 37°$.

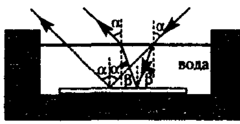
Ответ: $\alpha = 37°$.

№ 1045(1031).



Глаз наблюдателя видит лучи, идущие от монетки. В пустой чашке свет от крайней точки *B* монетки идет по прямой *BAO* в глаз наблюдателя, касаясь края чашки. При этом сама монетка не видна за боковой стенкой. Если налить достаточное количество воды, свет от другого края *C* монетки пойдет по прямой *CA*, преломится и пойдет по прямой *AO* к наблюдателю. Очевидно, при этом видна вся монетка, т. к. видна самая крайняя ее часть. Поскольку по закону преломления угол β меньше угла α, кажущаяся глубина чашки *DE* меньше истинной глубины *CE*, так как наблюдателю кажется, что точка *C* находится на продолжении прямой *OA*, а именно в точке *D*. То есть изображение монетки как бы приподнялось при заполнении чашки водой.

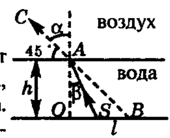
№ 1046(1032).



Обратимся к рисунку. Ход лучей в пустом сосуде изображен пунктирной линией. Свет падает и отражается от зеркала под углом α. При заполнении сосуда водой свет падает на поверхность воды под углом α, преломляется под углом β и падает на зеркало под углом β. Далее он отражается от зеркала и падает на границу раздела вода-воздух также под углом β. В силу принципа обратимости лучей в геометрической оптике, луч преломляется и выходит в воздух под углом α. Таким образом, луч вышел из воды под тем же углом, что и вошел в нее только сместившись вправо. Очевидно, что по мере заполнения сосуда водой, это смещение будет возрастать.

Ответ: будет смещаться вправо параллельно первоначальному направлению.

№ 1047(1033).



Дано:	Решение:
h = 40 см = = 0,4 м	Рассмотрим рисунок. Мальчик видит предмет на дне ручья, благодаря тому, что лучи света,
$\alpha = 45\,^\circ$	отражаясь от предмета, попадают ему в глаза.
$n = 1{,}33$	Пусть от предмета *S* идет луч *SA*. Дойдя до по-
l — ?	верхности воды, он преломится и пойдет по направлению *AC*.

Мальчику кажется, что предмет находится на прямой *CA* и он направляет палку по этому лучу. Палка воткнется в дно ручья в точке *B*. Необходимо найти расстояние $BS = l$. Угол преломления луча в воздухе по условию $\alpha = 45\,^\circ$. Угол падения луча *SA* β находим из формулы $\sin\beta/\sin\alpha = 1/n$, где n — показатель преломления воды, 1 — показатель преломления воздуха.

$$\beta = \arcsin\left(\frac{\sin\,\alpha}{n}\right).$$

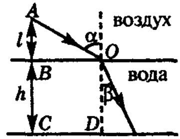
Пусть *AO* — перпендикуляр к поверхности воды. По условию $AO = h$ — глубина ручья. Угол *OAB* равен α, угол $OAS = \beta$. Так как треугольники *OAS* и *OAB* прямоугольные, то $OS = h\,\mathrm{tg}\,\beta$ и $OB = h\,\mathrm{tg}\,\alpha$. Отсюда

$$l = OB - OS = h(\mathrm{tg}\ \alpha - \mathrm{tg}\ \beta) = 0,4\ \text{м} \cdot \left(1 - \mathrm{tg}\ \arcsin\frac{0,707}{1,33}\right) =$$

$$= 0,4(1 - \mathrm{tg}\ 32°)\ \text{м} = 0,4(1 - 0,628)\ \text{м} \approx 0,15\ \text{м}.$$

Ответ: $l = 15$ см.

№ 1048*(1034).



Дано:	Решение:
$h = 2$ м $l = 0,5$ м $\alpha = 70°$ $n = 1,33$	Рассмотрим рисунок. Рассмотрим ход крайнего луча, касающегося вершины A сваи AC и падающего на воду под углом α. В точке O луч AO преломится на угол β и достигнет дна в
L — ?	точке E.

Очевидно, величина тени равна отрезку CE. Восстановим перпендикуляр из точки O до пересечения с CE в точке D. Если OB параллельна CD, и AC перпендикулярна CE, то $BCDO$ — прямоугольник. Находим угол из формулы Снеллиуса: $\sin\alpha/\sin\beta = n$, полагая, что у воздуха показатель преломления равен 1.

$$\beta = \arcsin\left(\frac{\sin\alpha}{n}\right) = \arcsin\left(\frac{\sin 70°}{1,33}\right) = \arcsin 0,707 = 45°.$$

Из отношения катетов в прямоугольных треугольниках ABO и ODE:

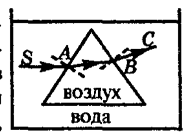
$$OB = \frac{AB}{\mathrm{tg}\ (90° - \alpha)} = \frac{0,5\ \text{м}}{\mathrm{tg}\ 20°} = \frac{0,5}{0,364}\ \text{м} = 1,4\ \text{м}.$$

$$DE = OD\ \mathrm{tg}\ \beta = h\ \mathrm{tg}\ 45° = h = 2\ \text{м} \Rightarrow$$

$$CE = CD + DE = OB + DE = 1,4 + 2 = 3,4\ \text{м}.$$

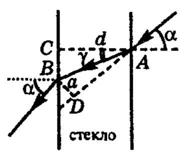
Ответ: $L = 3,4$ м.

№ 1049(1035).



При переходе из оптически более плотной среды (воды) в оптически менее плотную (воздух) луч SA отклоняется вверх от горизонтали, так как угол преломления в воздухе больше угла падения в воде. Пройдя путь AB, он падает на границу раздела воздух-вода и, преломившись, отклоняется еще немного вверх от направления AB по направлению BC.

№ 1050(1036).



Дано:	Решение:
$d = 2$ см $\alpha = 60°$ $n = 1,6$	Рассмотрим ход лучей в стеклянной пластине. Пусть луч SA падает на пластину в точке A под углом γ, преломляется под углом α, попа-
a — ?	дает на противоположную грань в точек B и,

преломляясь, выходит из пластины под тем же углом α. Расстояние между гранями пластин (толщина) $AC = d$ (AC — нормаль к поверхности). Опустим из точки B перпендикуляр на продолжение луча SA до точки D. $BD = a$ — это смещение луча после выхода из пластинки. Находим угол преломления из уравнения $\sin\alpha/\sin\gamma = n$, где n — относительный показатель преломления стекла:

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{\sin\ \alpha}{n}\right) = \arcsin\ \frac{0,886}{1,6} = 32,8\ °.$$

$$AB = \frac{d}{\cos\ \gamma} = \frac{2}{\cos\ 32,8\ °} = \frac{2}{0,84} = 2,4\ \text{см} \Rightarrow$$

$$\angle BAD = \alpha - \gamma = 60\ ° - 32,8\ ° = 27,2\ °.$$

Окончательно из прямоугольного треугольника BAD имеем:

$$a = AB \sin \angle BAD = AB \sin(\alpha - \gamma) = 2,4\ \text{см} \cdot \sin 27,2\ ° = 1,1\ \text{см}.$$

Ответ: $a = 1,1$ см.

№ 1051(1037).

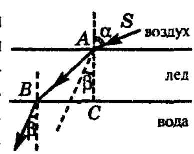
Дано:	Решение:
d	Обратимся к рисунку предыдущей задачи. Из прямоугольного тре-
α	угольника ABC имеем: AB = $d/\cos\gamma$. Из прямоугольного треугольни-
γ	ка ABD смещение $a = AB \sin \angle BAD = d \sin(\alpha - \gamma)/\cos\gamma$. Подставим
a — ?	$\cos\gamma = \sin(90\ ° - \gamma)$ и получим

$$a = d\frac{\sin(\alpha - \gamma)}{\sin(90\ ° - \gamma)}.$$

Поскольку $\alpha < 90\ °$, и функция $\sin\varphi$ возрастает на промежутке от $-90\ °$ до $90\ °$, то $\sin(\alpha - \gamma) < \sin(90\ ° - \gamma)$, т. к. угол $\gamma < 90\ °$. Таким образом, луч не может сместиться на расстояние большее, чем толщина пластины.

Ответ: так как $\alpha < 90\ °$, то $a < d$.

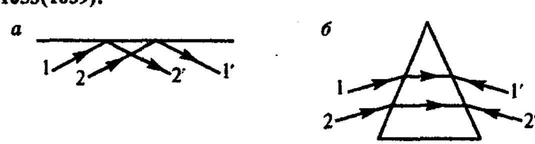
№ 1052(1038).



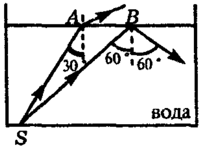
Обратимся к рисунку. Пусть луч SA света от фонаря падает на границе раздела воздух-вода (лед) под углом α. Пока льда нет, он преломляется под углом β, для которого справедливо уравнение $\sin\alpha/\sin\beta = n_1$, где n_1 — относительный показатель преломления воды. На рисунке этот луч показан пунктиром. Если лед образовался, то луч SA преломится на угол BAC, который будет больше угла β, т. к. показатель преломления льда n_2 меньше показателя преломления воды и $\sin \angle BAC = \sin\alpha/n_2$. Достигнув границы лед-вода, луч AB преломится повторно и выйдет в воду под углом β (подробнее см. решение задачи № 1041). Он сдвинется от своего первоначального направления на расстояние, которое прямо пропорционально толщине льда (задача № 1050) в сторону фонаря.

Ответ: перемещается параллельно своему первоначальному направлению, удаляясь от фонаря.

№ 1053(1039).



№ 1054(1040).



При переходе из оптически более плотной среды в оптически менее плотную среду свет может испытывать полное внутреннее отражение, которое наступает, когда угол преломления в оптически менее плоной среде становится равным 90°. Отсюда уравнение для нахождения угла полного внутреннего отражения имеет вид: $\sin\beta/\sin 90° = 1/n_{21}$, где n_{21} — относительный показатель преломления оптически более плотной среды. Для воды $\sin\beta = 1/1{,}33$ и $\beta = 48{,}8°$. Поэтому луч SB испытает полное внутреннее отражение, а луч SA преломится и выйдет в воздух.

№ 1055(1041).

Обратимся к формуле для угла полного внутреннего отражения β: $\sin\beta = 1/n$, где n — относительный показатель преломления оптически более плотной среды. При уменьшении n угол β увеличивается.

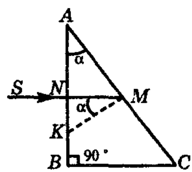
Ответ: увеличивается.

№ 1056(1042).

Дано:	Решение:
$\beta = 34°$	Из соотношения для угла полного внутреннего отражения $\sin\beta = 1/n$.
n — ?	Отсюда $n = 1/\sin\beta = 1/\sin 34° = 1/0{,}56 \approx 1{,}8$.

Ответ: $n = 1{,}8$.

№ 1057(1043).

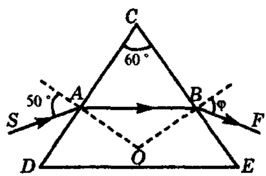


Обратимся к чертежу. Пусть угол A равен α. Восстановим из точки M перпендикуляр MK. Из подобия прямоугольных треугольников AKM и NKM следует, что $\angle NMK = \alpha$. Он же является углом падения луча NM испытал полное внутреннее отражение, должно выполняться соотношение $\sin\alpha \geq 1/n$, где n — показатель преломления стекла. В предельном случае

$$\alpha = \arcsin 1/n = \arcsin 1/1{,}6 \approx 39°.$$

Ответ: $\alpha = 39°$.

№ 1058(1044).



Нарисуем ход лучей в призме CDE. Луч SA падает на грань CD под углом 50°. Преломившись, он идет по прямой AB до грани CE и после второго преломления выходит из призмы по направлению BF. Необходимо найти угол φ. Пусть AO и OB — нормали к боковым граням призмы. По закону преломления $\sin 50°/(\sin\angle AOB) = n$, где n — показатель преломления стекла.

$$\angle AOB = \arcsin(\sin 50°/1{,}6) = \arcsin 0{,}479 = 28{,}6°.$$

В прямоугольнике $CAOB$:

$$\angle ABO = 180° - 120° - 28{,}6° = 31{,}4°.$$

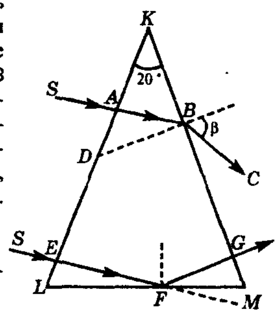
По закону преломления $\sin\varphi/(\sin\angle ABO) = n$. Отсюда

$$\varphi = \arcsin(n\sin 31{,}4^\circ) = \arcsin(1{,}6\cdot 0{,}521) \approx 56^\circ.$$

Ответ: $\varphi = 56^\circ$.

№ 1059*(1045).

Изобразим ход лучей в призме KLM. Пусть луч SA падает перпендикулярно на грань KL и доходит (не преломляясь) до грани KM в точке B. Восстановим перпендикуляр к KM из точки B до пересечения KL в точке D. Из подобия треугольников KDB и ADB: $\angle ABD = 20^\circ$. Он является углом падения луча AB. Отсюда угол преломления β находим из уравнения $\sin\beta/\sin 20^\circ = n$, где $n = 1{,}6$ — показатель преломления стекла. Находим



$$\beta = \arcsin(1{,}6\cdot\sin 20^\circ) = \arcsin 0{,}547 = 33^\circ.$$

Таким образом, отклонение от первоначального направления составило

$$\delta = \beta - \angle ABD = 33^\circ - 20^\circ = 13^\circ \text{ вниз.}$$

Пусть теперь луч SEF падает на грань LM. $\angle KLF = 80^\circ$. Значит $\angle EFL = 10^\circ$. Очевидно, угол падения составит $90^\circ - \angle EFL = 90^\circ - 10^\circ = 80^\circ$. Угол падения превышает угол полного внутреннего отражения для стекла, равного 39° (см. задачу № 1057). Поэтому луч EF отразится от грани LM и попадет на грань KM в точке G. Так как угол падения равен углу отражения, то и $\angle GFM = \angle EFL = 10^\circ$. Из треугольника KLM: $\angle KML = 80^\circ$. Следовательно, $\angle FGM$ — прямой и луч FG выйдет через грань KM не преломившись. Таким образом, отклонение от первоначального направления составит $\angle EFL + \angle GFM = 20^\circ$ вверх.

Ответ: а) на 13° вниз; б) на 20° вверх.

47. Линзы

№ 1060(н).

Дано:	Решение:
$R_1 = 1{,}5R_2$	Используем формулу тонкой собирающей линзы:
$F = 10$ см	$$\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$
$n = 1{,}6$	
R_1 — ?	где F — фокусное расстояние, n — абсолютный показатель пре-
R_2 — ?	ломления стекла (по смыслу задачи линза находится в воздухе,

абсолютный показатель преломления которого $n_в = 1$), R_1 и R_2 — радиусы кривизны поверхностей линзы. Так как по условию $R_2 = 3R_1/2$, то получим

$$\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{2}{3R_1} + \frac{1}{R_1}\right) \Rightarrow R_1 = \frac{5F(n-1)}{3}, \quad R_2 = \frac{5F(n-1)}{2}.$$

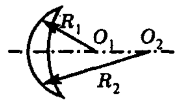
Подставим данные:

$$R_1 = \frac{5 \cdot 10\text{ см} \cdot (1,6-1)}{3} = 10\text{ см}, \qquad R_2 = \frac{5 \cdot 10\text{ см} \cdot (1,6-1)}{2} = 15\text{ см}.$$

Ответ: $R_1 = 10$ см, $R_2 = 15$ см.

№ 1061(н).

Дано:	Решение:
$R_2 = 2R_1$ $D = 5$ дптр	Воспользуемся формулой тонкой линзы:
R_1 — ? R_2 — ?	



$$\frac{1}{F} = D = (n-1)\left(\pm\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2}\right).$$

Так как по условию задачи оптическая сила линзы положительная ($D > 0$), то радиус выпуклой поверхности R_1 должен быть меньше радиуса R_2 вогнутой поверхности (см. рисунок), а знаки расставляются следующим образом:

$$D = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right).$$

Учитывая, что $R_2 = 2R_1$, получим

$$D = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{2R_1}\right) \Rightarrow R_1 = \frac{(n-1)}{2D} \text{ и } R_2 = \frac{(n-1)}{D}.$$

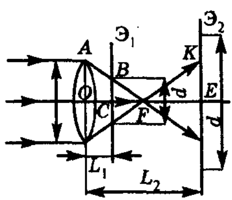
Подставим данные с учетом, что линза стеклянная:

$$R_1 = \frac{(1,6-1)}{2 \cdot 5\text{ дптр}} = 0,06\text{ м и } R_2 = \frac{(1,6-1)}{5\text{ дптр}} = 0,12\text{ м}.$$

Ответ: $R_1 = 6$ см, $R_2 = 12$ см.

№ 1062(н).

Дано:	Решение:
d D F	Возможны 2 положения экрана $Э_1$ и $Э_2$. В первом случае диаметр светлого пятна на экране меньше диаметр лизны ($d < D$), а во втором случае больше ($d > D$).
L — ?	



Рассмотрим первый случай. Из подобия треугольников AOF и BCF имеем:

$$\frac{AO}{OF} = \frac{CB}{CF} \text{ или } \frac{D/2}{F} = \frac{d/2}{F - L_1} \Rightarrow L_1 = \frac{F(D-d)}{D}.$$

Во втором случае из подобия треугольников AOF и KFE получим

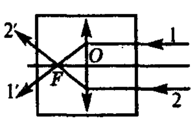
$$\frac{AO}{OF} = \frac{KE}{FE} \text{ или } \frac{D/2}{F} = \frac{d/2}{L_2 - F} \Rightarrow L_2 = \frac{F(D+d)}{D}.$$

Ответ: $L_1 = F(D-d)/D$, $L_2 = F(D+d)/D$.

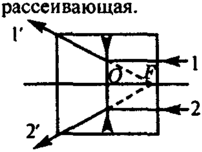
№ 1063(н).

В ящике а) линза собирающая, а в ящике б) — рассеивающая.

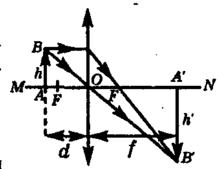
а



б



№ 1064(н).



Дано:	Решение:
$d = 12{,}5$ см	Оптическая сила линзы $D = 1/F$, где F —
$D = 10$ дптр	фокусное расстояние линзы, выражен-
f — ?	ное в метрах. Выразим

$$F = \frac{1}{D} = \frac{1}{10 \text{ дптр}} = 0{,}1 \text{ м} = 10 \text{ см}.$$

Так как расстояние d между предметом (свечой) и линзой больше фокусного расстояния, формула тонкой линзы будет иметь вид: $1/F = 1/f + 1/d$, откуда искомое расстояние между изображением свечи и линзой

$$f = \frac{Fd}{d - F} = \frac{10 \text{ см} \cdot 12{,}5 \text{ см}}{12{,}5 \text{ см} - 10 \text{ см}} = 50 \text{ см}.$$

Построение изображения свечи показано на рисунке (без соблюдения масштаба). Из рисунка видно, что изображение свечи увеличенное, перевернутое (обратное), действительное. Поперечное увеличение Γ есть отношение высоты изображения h' к высоте предмета h: $\Gamma = h'/h$. Из подобия треугольников ABO и $A'B'O$ находим, что $h'/h = f/d$. Тогда увеличение

$$\Gamma = f/d = 50 \text{ см}/12{,}5 \text{ см} = 4.$$

Ответ: $f = 50$ см; $\Gamma = 4$; изображение действительное, увеличенное, перевернутое.

№ 1065(н).

Дано:	Решение:
$R_1 = R_2 = 20$ см	Используем формулу тонкой собирающей линзы:
$f = 1$ м	
$d = 25$ см	
n — ?	

$$\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Так радиусы кривизны преломляющих поверхностей одинаковы ($R_1 = R_2 = R$), то

$$\frac{1}{F} = \frac{2(n-1)}{R}.$$

Фокусное расстояние F, расстояние d между линзой и предметом и расстояние f от линзы до изображения в случае действительного изображения связаны соотношением: $1/F = 1/f + 1/d$. Тогда получим, что

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{2(n-1)}{R},$$

откуда искомый показатель преломления

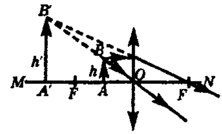
$$n = 1 + \frac{R(d+f)}{2df} = 1 + \frac{0{,}2 \text{ м} \cdot (0{,}25 \text{ м} + 1 \text{ м})}{2 \cdot 0{,}25 \text{ м} \cdot 1 \text{ м}} = 1{,}5.$$

Ответ: $n = 1{,}5$.

№ 1066(н).

Дано:	Решение:
$d = 4$ см $= 4 \cdot 10^{-2}$ м	Воспользуемся формулой тонкой собирающей линзы
$\Gamma = 5$	в случае мнимого изображения:
D — ?	

$$1/F = 1/d - 1/f = (f - d)/df.$$



Так как увеличение $\Gamma = f/d$ (см. задачу № 1064), то

$$\frac{1}{F} = \frac{\Gamma d - d}{d\Gamma d} = \frac{\Gamma - 1}{\Gamma d}.$$

Оптическая сила линзы

$$D = \frac{1}{F} = \frac{\Gamma - 1}{\Gamma d} = \frac{5-1}{5 \cdot 4 \cdot 10^{-2}\ \text{м}} = 20\ \text{дптр}.$$

Ход лучей в линзе показан на рисунке (без соблюдения масштаба).

Ответ: $D = 20$ дптр.

№ 1067(н).

Дано:	Решение:
d F Γ — ?	Воспользуемся формулой тонкой линзы $1/F = 1/f + 1/d$, выразив из нее расстояние f от изображения до линзы: $f = Fd/(F - d)$. Увеличение линзы $\Gamma = h'/h = \lvert f/d \rvert$. Окончательно получим $\Gamma = \lvert F/(F - d) \rvert$.

Ответ: $\Gamma = \lvert F/(F - d) \rvert$.

№ 1068(н).

Дано:	Решение:
$F = 12$ см $\Gamma = 3$ d — ?	Действительное увеличенное изображение получается в собирающей линзе, когда расстояние между предметом и линзой больше фокусного расстояние линзы (см. рис. к задаче № 1064).

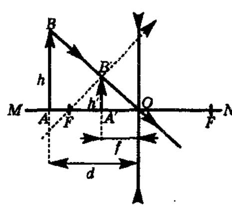
Воспользуемся формулой тонкой линзы: $1/F = 1/f + 1/d$. Учитывая, что увеличение $\Gamma = f/d$, получим $1/F = 1/\Gamma d + 1/d$, откуда искомое расстояние от предмета до лизны

$$d = \frac{F(\Gamma + 1)}{\Gamma} = \frac{12\ \text{см} \cdot (3+1)}{3} = 16\ \text{см}.$$

Ответ: $d = 16$ см.

№ 1069(н).

Дано:	Решение:
$D = -3$ дптр d — ?	Построение изображения в рассеивающей линзе показано на рисунке.



Изображение мнимое, прямое, уменьшенное. Воспользуемся формулой тонкой рассеивающей линзы: $1/d - 1/f = -1/F$. По условию задачи расстояние f от изображения до линзы в 2 раза меньше ее фокусного расстояния F: $f = F/2$. Тогда $1/d - 2/F = -1/F$, откуда $d = F$, т. е. предмет расположен в фокусе рассеивающей линзы. Учитывая, что $\lvert D \rvert = 1/F$, получим

$$d = 1/\lvert D \rvert = 1/\lvert -3\ \text{дптр} \rvert = 0{,}33\ \text{м}.$$

Ответ: $d = 0{,}33$ м.

№ 1070(н).

Дано:	Решение:
$d = 40$ см $\Gamma = 1/4$ D — ?	Построение изображения в рассеивающей линзе показано в задаче № 1069. Используем формулу тонкой рассеивающей линзы: $1/d - 1/f = D$, где D — оптическая сила линзы. Так как увеличение

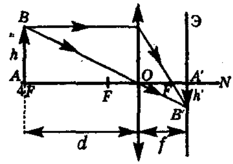
$\Gamma = h'/h = f/d$, то $f = \Gamma d$ и

$$D = \frac{1}{d} - \frac{1}{\Gamma d} = \frac{\Gamma - 1}{\Gamma d} = \frac{(1/4 - 1)}{1/4 \cdot 0,4 \text{ м}} = -7,5 \text{ дптр.}$$

Так как линза рассеивающая, то ее оптическая сила отрицательная.

Ответ: $D = -7,5$ дптр.

№ 1071(н).



Дано: $d = 4F$; h/h' — ?

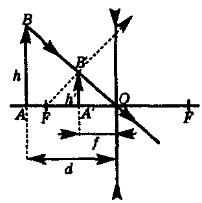
Решение:
Так как изображение предмета получено на экране, то оно действительное. Воспользуемся формулой тонкой собирающей лизны для случая действительного изображения:

$$1/F = 1/f + 1/d.$$

Учитывая, что по условию задачи $d = 4F$, получим $1/f + 1/4F = 1/F$, откуда $f/d = 1/3$. Из подобия треугольников ABO и $A'B'O$ имеем отношение высот предмета и изображения $h/h' = d/f = 3$.

Ответ: изображение меньше предмета в 3 раза.

№ 1072(н).



Дано: $d = mF$; f — ?; h/h' — ?

Решение:
Построение изображения $A'B'$ предмета AB показано на рисунке. Применим формулу тонкой рассеивающей линзы: $1/d - 1/f = -1/F$.

С учетом $d = mF$ найдем расстояние между изображением и линзой: $f = mF/(m + 1)$. Тогда отношение

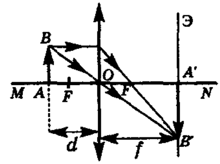
$$\frac{d}{f} = \frac{mF}{\frac{mF}{m+1}} = m + 1.$$

Из подобия треугольников ABO и $A'B'O$ следует, что отношение высот предмета и его изображения

$$\frac{h}{h'} = \frac{d}{f} = m + 1.$$

Ответ: $f = mF/(m + 1)$, $h/h' = m + 1$.

№ 1073(н).



Дано: $l = 90$ см; $F = 20$ см; d — ?; f — ?

Решение:
Из рисунка видно, что расстояние между предметом АВ и экраном Э: $l = d + f$, где d — расстояние от линзы до предмета, а f — расстояние от линзы до изображения $A'B'$.

Применим формулу тонкой собирающей линзы в случае действительного изображения: $1/d + 1/f = 1/F$. Так как $f = l - d$, то $1/d + 1/(l - d) = 1/F$, откуда получаем уравнение $d^2 - ld + Fl = 0$. Решая его, получим

$$d_{1,2} = \frac{l \pm \sqrt{l^2 - 4Fl}}{2}.$$

Подставив данные, получим $d_1 = 60$ см и $d_2 = 30$ см. Таким образом возможны два случая. В первом расстояние от предмета до линзы $d_1 = 60$ см больше двойного фокусного расстояния $2F = 40$ см: изображение будет уменьшенным. Во втором случае $d_2 < 2F$: изображение будет увеличенным.
Ответ: $d_1 = 60$ см, $d_2 = 30$ см.

№ 1074(н).

Дано:	Решение:
$l = 3$ м	Построение изображения показано на рисунке к задаче № 1073 (без
$\Gamma = 5$	соблюдения масштаба). Увеличение линзы $\Gamma = f/d$, откуда $f = \Gamma d$.
D — ?	Расстояние между предметом и экраном $l = f + d = \Gamma d + d = d(\Gamma + 1)$.

Отсюда расстояние от линзы до предмета $d = l/(\Gamma + 1)$. Расстояние от линзы до экрана $f = \Gamma d = \Gamma l/(\Gamma + 1)$. Подставив выражения для d и f в формулу тонкой линзы: $1/d + 1/f = D$, получим

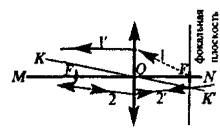
$$\frac{\Gamma+1}{l} + \frac{\Gamma+1}{\Gamma l} = D.$$

Таким образом, оптическая сила

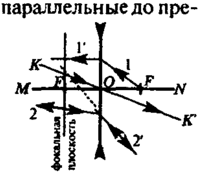
$$\frac{\Gamma+1}{l}\left(1+\frac{1}{\Gamma}\right) = \frac{(\Gamma+1)^2}{\Gamma l} = \frac{(5+1)^2}{5 \cdot 3\ \text{м}} = 2{,}4\ \text{дптр}.$$

Ответ: $D = 2{,}4$ дптр.

№ 1075(н).

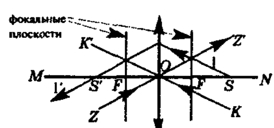


Продолжение луча 1 до преломления в линзах, проходит через фокус F, поэтому после преломления луч выйдет параллельно главной оптической оси MN как для собирающей, так и для рассеивающей линз. Для построения хода луча 2 воспользуемся свойством обратимости световых лучей (считаем, что луч 2 падающий, а не преломленный), а также тем свойством, что параллельные до преломления лучи после преломления пересекаются в фокальной плоскости. KOK' — вспомогательный луч, параллельный лучу 2; он не преломится, т. к. проходит через оптический центр линзы.



В случае рассеивающей линзы в фокальной плоскости пересекаются луч KOK' и продолжение луча 2'.

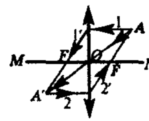
№ 1076(н).



Для построения главных фокусов используется тот факт, что параллельные лучи после преломления пересекаются в фокальной плоскости. Луч KOK' параллелен лучу 1, а луч ZOZ' — лучу 1'.

№ 1077(н).

а) Соединим точку A и ее изображение A'. Пересечение прямой AA' с главной оптической осью MN дает оптический центр линзы O. Проведем из

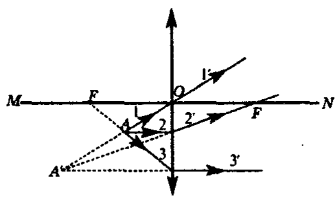


A луч 1, параллельный MN. Пересечение преломленного луча 1' с MN даст фокус линзы.

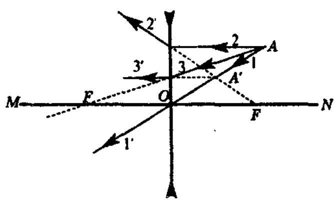
Для нахождения второго фокуса воспользуемся свойством обратимости световых лучей: точка A' — источник, а A — изображение. Луч 2, параллельный главной оптической оси, после преломления пересекаясь с MN, дает второй фокус.

Из приведенных построений очевидно, что линза собирающая.

б) Ход лучей, используемых при построении, показан на рисунке. Линза собирающая.



в) Ход лучей, используемых при построении, показан на рисунке. Линза рассеивающая.



48. Дисперсия света. Интерференция, дифракция, поляризация света

№ 1078(1046).

Дано:	Решение:
$\lambda_1 = 0{,}76$ мкм $= 0{,}76 \cdot 10^{-6}$ м	Частота колебаний ν световой волны связана с
$\lambda_2 = 0{,}4$ мкм $= 0{,}4 \cdot 10^{-6}$ м	длиной волны соотношением $\nu = c/\lambda$, где c —
ν_1 — ?, ν_2 — ?	скорость света в данной среде. Для воздуха
	$c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

$$\nu_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{0{,}76 \cdot 10^{-6} \text{ м}} = 3{,}9 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1} = 390 \text{ ТГц}.$$

$$\nu_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{0{,}4 \cdot 10^{-6} \text{ м}} = 7{,}5 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1} = 750 \text{ ТГц}.$$

Ответ: $\nu_1 = 390$ ТГц, $\nu_2 = 750$ ТГц.

№ 1079(1047).

Дано:	Решение:
$l = 1$ м	Длина волны света с частотой ν равна $\lambda = c/\nu$. Отсюда
$\nu = 600$ ТГц $= 6 \cdot 10^{14}$ Гц	$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{6 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$
n — ?	Следовательно, на отрезке l уместиться $n = l/\lambda$ длин волн.

$$n = \frac{l}{\lambda} = \frac{1 \text{ м}}{0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}} = 2 \cdot 10^6.$$

Ответ: $n = 2 \cdot 10^6$.

№ 1080(1048).

Дано:	Решение:
$\lambda_1 = 0,7$ мкм $= 0,7 \cdot 10^{-6}$ м	При прохождении кванта света из воздуха в воду
$n = 1,33$	его энергия сохраняется. А так как она равна $h\nu$,
λ_2 — ?	то в воде частота колебаний будет той же, что и в

воздухе. Скорость света в воде уменьшится и станет равной $v = c/n$, где c — скорость света в воздухе, а n — относительный показатель преломления воды. Значит $\lambda_2 = v/\nu = c/n\nu$. Так как $\nu = c/\lambda_1$, то

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{n} = \frac{0,7 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{1,33} = 0,53 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 0,53 \text{ мкм}.$$

Человеческий глаз воспринимает цвет по энергии кванов $h\nu$ и, следовательно, под водой будет видеть красный цвет.

Ответ: $\lambda_2 = 0,53$ мкм; красный, так как воспринимаемый глазом цвет зависит не от длины волны, а от частоты.

№ 1081(1049).

Дано:	Решение:
$\lambda_2 = 0,46$ мкм $= 0,46 \cdot 10^{-6}$ м	Из решения предыдущей задачи следует, что
$n = 1,33$	$\lambda_1 = \lambda_2 n = 0,46 \cdot 10^{-6}$ м $\cdot 1,33 =$
λ_1 — ?	$= 0,6 \cdot 10^{-6}$ м $= 0,6$ мкм.

Ответ: $\lambda_1 = 0,6$ мкм.

№ 1082(1050).

Дано:	Решение:
$\alpha = 80°$	Для красного света:
$n_1 = 1,6444$	$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta_1} = n_1 \Rightarrow \beta_1 = \arcsin\left(\frac{\sin 80°}{1,6444}\right) = \arcsin 0,6 = 36,8°.$$
$n_2 = 1,6852$	
$\beta_1 - \beta_2$ — ?	Для фиолетового света:
	$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta_2} = n_2 \Rightarrow \beta_2 = \arcsin\left(\frac{\sin 80°}{1,6852}\right) = \arcsin 0,58 = 35,8°.$$

Разность углов составит $\beta_1 - \beta_2 = 36,8° - 35,8° = 1°$.

Ответ: $\beta_1 - \beta_2 = 1°$.

№ 1083(1051).

Зеленое стекло не пропускает красный цвет. Поэтому буквы будут казаться черными на зеленом фоне.

Ответ: черными.

№ 1084(1052).

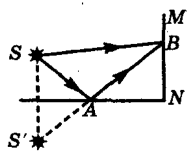
Нет, т. к. каждый участок стены даст свой спектр, но спектры окажутся смещенными друг относительно друга и при наложении снова дадут белый цвет. Окрашенными окажутся только края стены.
Ответ: нет.

№ 1085(1053).

Призма отклоняет фиолетовые лучи сильнее, чем красные. Спектры от центральной части наложатся друг на друга со смещением и дадут белый цвет. Спектры от краев полоски окажутся не скомпенсированными, поэтому верхний край окрасится в фиолетовый цвет, а нижний — в красный.
Ответ: верх фиолетовый, низ красный.

№ 1086(1054).

Интерферировать будут лучи, попадающие непосредственно на экран MN и отраженные от зеркала ($SB + BA$). Из-за разности набега фаз лучей (разности хода волн $SB + BA - SA$) на экране образуется интерференционная картина. При этом возникает как бы пара когерентных источников — сама точка S и ее мнимое изображение S'.



Ответ: источниками будут точка S и ее мнимое изображение.

№ 1087(1055).

Дано:	Решение:
$\lambda_1 = 750$ нм $= 0{,}75$ мкм	Максимум или минимум интерференции зависит от
$\lambda_2 = 500$ нм $= 0{,}5$ мкм	числа полуволн света, укладывающихся на разности
$\Delta = 2{,}25$ мкм	хода Δ.
n — ?	

$$\frac{\Delta}{\lambda_1} = \frac{2{,}25 \text{ мкм}}{0{,}75 \text{ мкм}} = 3.$$

Будет наблюдаться максимум интерференции (четное число полуволн).

$$\frac{\Delta}{\lambda_2} = \frac{2{,}25 \text{ мкм}}{0{,}5 \text{ мкм}} = 4{,}5.$$

Будет наблюдаться минимум интерференции (нечетное число полуволн).
Ответ: а) усиление; б) ослабление.

№ 1088(1056).

Разность хода лучей от двух когерентных источников S_1 и S_2 в точке O равна нулю. Поэтому для любой длины волны света верно соотношение, определяющее максимум интерференции: $\Delta = \pm n\lambda$, где n — любое целое число и ноль.

№ 1089(1057).

Очевидно, что когерентные монохроматические источники имеют одинаковую частоту ω (или длину волны λ) колебаний. В точке C складываются две электромагнитные волны. Предположим, для простоты, что оба источника излучают плоскую волну без начального сдвига фаз. Пусть, например, напряженность электрического поля волны, создаваемая источником S_1 в точке C, описывается уравнением $E_1 = E_{1m} \cos \omega t$ (для напряженности магнитного поля H — аналогично). Тогда напряженность электрического поля вточке C, создаваемая источником S, по условию будет равна $E_2 = E_{2m}$ $\cos(\omega t + \varphi)$, где φ — сдвиг фаз между двумя волнами.

а) Так как период колебаний функции косинус равняется 2π, то запаздывание на 2,5 периода соответствует сдвигу фаз на 5π, т. е. $\varphi = 5\pi$. Таким образом, $E_2 = E_{2m}\cos(\omega t + 5\pi) = -E_{2m}\cos\omega t$. Согласно принципу суперпозиции волн суммарная напряженность $E = E_1 + E_2 = (E_{1m} - E_{2m})\cos\omega t$. То есть напряженность электрического (и магнитного) поля в точке C уменьшится. Поскольку интенсивность световой волны пропорциональна квадрату амплитуды вектора E (и H), то будет наблюдаться ослабление света.

б) В данном случае $\varphi = 3\pi$ и $E_2 = E_{2m}\cos(\omega t + 3\pi) = -E_{2m}\cos\omega t$. Как и в случае а) будет наблюдаться ослабление света.

в) Разность хода лучей $\Delta = 3\lambda/2$. В этом случае $\varphi = 2\pi\Delta/\lambda = 3\pi$ и также будет наблюдаться ослабление света.

Ответ: а), б), в) ослабленные.

№ 1090(1058).

Дано:
$\nu = 900$ нм $= 9 \cdot 10^{-7}$ м
$\Delta = 5 \cdot 10^{14}$ Гц
I — ?

Решение:
Свет с частотой ν имеет длину волны

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{5 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Рассмотрению Δ соответствует набег фазы волны

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta = \frac{2\pi \cdot 9 \cdot 10^{-7} \text{ м}}{6 \cdot 10^{-7} \text{ м}} = 3\pi.$$

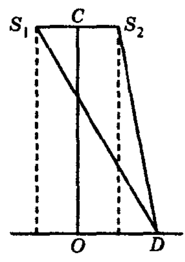
Из решения предыдущей задачи при $E_{1m} = E_{2m}$ результирующая напряженность электрического (и магнитного) поля в точке C равна нулю. Следовательно, будет наблюдаться полное гашение света.

Ответ: полное гашение.

№ 1091(1059).

Дано:
$\lambda = 600$ нм $= 6 \cdot 10^{-7}$ м
$OC = 4$ м
$S_1S_2 = 1$ мм $= 10^{-3}$ м
x — ?

Решение:
Пусть первый максимум освещенности будет в точке D на расстоянии x вправо от точки O ($OD = x$). Обозначим $OC = h$, $S_1S_2 = d$. Тогда для оптического пути S_1D имеем:



$$S_1D^2 = OC^2 + (S_1C + OD)^2 = h^2 + \left(\frac{d}{2} + x\right)^2.$$

Аналогично для S_2D:

$$S_2D^2 = OC^2 + (OD - CS_2)^2 = h^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2.$$

По формуле разности квадратов двух величин оптическая разность хода

$$\Delta = S_1D - S_2D = \frac{S_1D^2 - S_2D^2}{S_1D + S_2D} = \frac{2xd}{S_1D + S_2D}.$$

Так как $h >> d$, то с достаточной точностью можно аппроксимировать

$$S_1D + S_2D = 2h.$$

Окончательно $\Delta = xd/h$. Для первого максимума $\Delta = \lambda \Rightarrow$

$$x = \frac{\lambda h}{d} = \frac{6 \cdot 10^{-7}\ \text{м} \cdot 4\ \text{м}}{10^{-3}\ \text{м}} = 2,4 \cdot 10^{-3}\ \text{м} = 2,4\ \text{мм}.$$

Ответ: $x = 2,4$ мм.

№ 1092(1060).

Для максимумов интерференции разность хода лучей $\Delta = m\lambda$, где $m \in Z$, λ — длина волны. Из предыдущей задачи $\Delta = xd/h$, где x — расстояние до конкретного максимума, d — расстояние между когерентными источниками и h — расстояние от источников до экрана. Отсюда $x = m\lambda h/d$.

а) если увеличивать h, то x увеливается;

б) если уменьшить d, то x также увеличится;

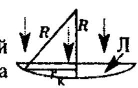
в) если уменьшить λ,то x уменьшится.

Ответ: а), б) расстояние между максимумами освещенности увеличивается; в) уменьшается.

№ 1093(н).

Дано:
$R = 8,6$ м
$r_4 = 4,5$ мм
λ — ?

Решение:

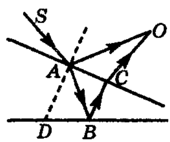


Воспользуемся имеющейся в учебнике формулой для нахождения радиуса $r_к$ темных колец Ньютона $r_к = \sqrt{\lambda R k}$,где R — радиус кривизны выпуклой поверхности линзы Л, λ — длина волны монохроматического света, k — номер темного кольца. Выразим длину волны

$$\lambda = \frac{r_к^2}{Rk} = \frac{\left(4,5 \cdot 10^{-3}\ \text{м}\right)^2}{8,6\ \text{м} \cdot 4} = 0,589 \cdot 10^{-6}\ \text{м} = 589\ \text{мкм}.$$

Ответ: $\lambda = 589$ мкм.

№ 1094(1061).



Интерференционная картина возикает из-за отражения света от обеих поверхностей воздушного клина, образовавшегося между стеклянными пластинами. Обратимся к рисунку. Рассмотрим часть воздушного клина. Пусть луч SA падает на границу раздела стекло-воздух. Он частично отражается и идет в направлении AO и частично преломляется в направлении AB. В точке B луч частично отражается от другой поверхности раздела воздух-стекло и попадет в точку C первой поверхности. Дальше он преломляется и идет в точку O. В точке O лучи интерферируют, т. к. являются когерентными. Оптическая разность хода лучей:

$$\Delta = AB - \frac{\lambda}{2} + BC + n\,(CO - AO),$$

где n — показатель преломления стекла, а член $\lambda/2$ появляется из-за потери полуволны при отражении луча AB. Для простоты мы не учитываем, что лучи AO и CO, проходя верхнюю стеклянную пластинку, попадают в воздух. Разность хода Δ меняется по мере изменения толщины клина AD, удовлетворяя попеременно условию максимума и минимума интерференции. Таким образом появляется интерференционная картина так называемых полос равной толщины.

№ 1095(1062).

Под действием собственного веса внизу каркаса пленка утолщается, а оптическая разность хода лучей, отраженных от ближней и дальней поверхностей пленки, прямо пропорциональна толщине пленки.

№ 1096(1063).

Условие главного максимума интенсивности для дифракционной решетки задается соотношением $d \sin \varphi = k\lambda$, где k — порядок спектра, d — период решетки, φ — дифракционный угол, λ — длина волны света. Очевидно, что положение главных максимумов зависит от длины волны λ для всех порядков, кроме нулевого ($k = 0$). Поэтому при пропускании белого света все максимумы, кроме центрального, разложатся в спектр, фиолетовая область которого будет обращена к центру, а красная — наружу.

№ 1097(1064).

Для дифракционной решетки условие появляения максимумов записывается как $d \sin \varphi = k\lambda$, где k — порядок спектра, d — период решетки, φ — угловое направление, λ — длина волны. Отсюда $\sin \varphi = k\lambda/d$. Для двух соседних максимумов разность

$$\sin \varphi_{k+1} - \sin \varphi_k = \frac{(k+1)\lambda}{d} - \frac{k\lambda}{d} = \frac{\lambda}{d}$$

будет тем больше, чем меньше d. Поскольку d меньше для второй решетки, то ее спектр будет более широким.

№ 1098(1065).

Расстояние от центра до дифракционного максимума можно выразить как $l = L \operatorname{tg} \varphi$, где L — расстояние от экрана до решетки, а угол φ находится из условия $d \sin \varphi = k\lambda$. Поэтому при увеличении L расстояние между дифракционными максимумами увеличится (угол φ при этом не меняется).

№ 1099(1066).

Дано:	Решение:
$d = 1/120$ нм $= 8{,}3 \cdot 10^{-6}$ м $k = \pm 1$ $2\varphi = 8°$	Воспользуемся выражением для нахождения дифракционных максимумов решетки: $d \sin \varphi = k\lambda$, где k — порядок спектра, d — период решетки, φ — дифракционный угол, λ — длина волны. По условию задачи $k = 1$, $\varphi = 4°$.
λ — ?	$\lambda = d \sin \varphi = 8{,}3 \cdot 10^{-6}\text{ м} \cdot \sin 4° = 5{,}8 \cdot 10^{-7}\text{ м} = 580$ нм.

Ответ: $\lambda = 580$ нм.

№ 1100(1067).

Дано:	Решение:
$\lambda = 0{,}55$ мкм $= 5{,}5 \cdot 10^{-7}$ м $d = 0{,}02$ мм $= 2 \cdot 10^{-5}$ м; $k = 1$	Из формулы: $d \sin \varphi = k\lambda$ находим
φ — ?	$\varphi = \arcsin \frac{k\lambda}{d} = \arcsin \frac{5{,}5 \cdot 10^{-7}\text{ м}}{2 \cdot 10^{-5}\text{ м}} =$ $= \arcsin 0{,}0275 = 1{,}6°$.

Ответ: $\varphi = 1{,}6°$.

№ 1101(н).

Дано:
$\lambda_1 = 426$ нм
$\varphi_1 = 4{,}9^\circ$
$\lambda_2 = 713$ нм

φ_2 — ?

Решение:
Воспользуемся формулой для нахождения главных максимумов в дифракционной картине: $d\sin\varphi = k\lambda$, где k — порядок спектра; d — период дифракционной решетки; φ — угол, под которым виден главный максиму; λ — длина световой волны. По условию задачи при $k = 2$ (главный максимум второго порядка)

$$d\sin\varphi_1 = 2\lambda_1,$$

а при $k = 1$ (главный максимум первого порядка)

$$d\sin\varphi_2 = \sin\varphi_1 \cdot \lambda_2/2\lambda_1,$$

а

$$\varphi_2 = \arcsin\left(\sin\ \varphi_1\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right) = \arcsin\left(\frac{\sin\ 4{,}9^\circ \cdot 713\ \text{нм}}{2 \cdot 426\ \text{нм}}\right) = 4{,}1^\circ.$$

Замечание. Так как углы малые, то синусы можно заменить на сами углы, выраженные в радианах: $\sin\varphi \approx \varphi$. Тогда $d\varphi_1 = 2\lambda_1$, $d\varphi_2 = \lambda_2$. Искомый угол

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1\lambda_2}{2\lambda_1} = 4{,}1^\circ.$$

Ответ: $\varphi_2 = 4{,}1^\circ$.

№ 1102(1069).

Дано:
$\lambda = 0{,}76$ мкм $=$
$= 0{,}76 \cdot 10^{-6}$ м
$L = 1$ м; $k = 1$
$l = 15{,}2$ см $= 0{,}152$ м

d — ?

Решение:
Расстояние l между спектрами первого порядка равно $l = 2L\ \text{tg}\ \varphi$, где L — расстояние от экрана до решетки, φ — угол отклонения порядкового спектра, который находится из формулы $d\sin\varphi = \lambda$. Полагая $\sin\varphi \approx \text{tg}\ \varphi$, т. к. угол φ мал, получаем:

$$d = \frac{\lambda}{\sin\ \varphi} = \frac{\lambda}{\text{tg}\ \varphi} = \frac{2\lambda L}{l} = \frac{2 \cdot 7{,}6 \cdot 10^{-7}\ \text{м} \cdot 1\ \text{м}}{0{,}152\ \text{м}} = 10^{-5}\ \text{м} = 10\ \text{мкм}.$$

Ответ: $d = 10$ мкм.

№ 1103(1070).

Дано:
$\lambda_1 = 0{,}38$ мкм $=$
$= 3{,}8 \cdot 10^{-7}$ м
$\lambda_2 = 0{,}76$ мкм $=$
$= 7{,}6 \cdot 10^{-7}$ м
$L = 3$ м; $k = 1$
$d = 0{,}01$ мм $= 10^{-5}$ м

$\Delta = (l_2 - l_1)$ — ?

Решение:
Для фиолетового света $d\sin\varphi_1 = \lambda_1$ и расстояние от центра до максимума первого порядка $l_1 = L\ \text{tg}\ \varphi_1$. Заменяя $\text{tg}\ \varphi_1 \approx \sin\varphi_1$, находим $l_1 = L\lambda_1/d$. Аналогично, для красного света $l_2 = L\lambda_2/d$. Окончательно

$$\Delta = (l_2 - l_1) = \frac{L(l_2 - l_1)}{d} = \frac{3\ \text{м} \cdot 3{,}8 \cdot 10^{-7}\ \text{м}}{10^{-5}\ \text{м}} = 0{,}11\ \text{м}.$$

Ответ: $\Delta = 0{,}11$ м.

№ 1104(1071).

Линейно поляризованный свет не проходит через скрещенный поляроид. Отраженный от воды свет частично поляризован. Если смотреть на воду сквозь поляроид и вращать его, то блики на воде будут видны с разной интенсивностью в зависимости от ориентации поляроида.

№ 1105(1072).

Поляроид ослабляет частично поляризованный свет, отраженный от поверхности воды. Поверхность меньше «бликует» и не слепит глаза наблюдателю.

№ 1106(1073).

Как видно из графика, период колебания проекции E_x равен $T = 2 \cdot 10^{-15}$ с. Поскольку частота колебаний $\nu = 1/T$, то $\nu = 5 \cdot 10^{14}$ Гц = 500 ТГц. Длина волны находится по формуле

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{5 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 600 \text{ нм}.$$

Ответ: $\nu = 500$ ТГц, $\lambda = 600$ нм.

№ 1107(1074).

Как видно из графика, длина волны колебания (скорость распространения волны, умноженная на период) равна 5 • 10 –7 м. Отсюда частота

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{5 \cdot 10^{-7} \text{ м}} = 6 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1} = 600 \text{ ТГц}.$$

Ответ: $\nu = 600$ ТГц.

ГЛАВА XV
ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

49. Релятивистский закон сложения скоростей. Зависимость массы от скорости. Закон взаимосвязи массы и энергии

№ 1108(1075).

Согласно второму постулату специальной теории относительности Эйнштейна, скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источников света или наблюдателя и одинакова во всех инерциальных системах отсчета. Поэтому, независимо от того, в каком направлении движется ракета, время приема светового сигнала в обоих случаях одинаково.

Ответ: одинаковые.

№ 1109(1076).

Согласно релятивистскому закону сложения скоростей, если в покоящейся системе тело имеет скорость u, то в системе, движущейся вдоль того же направления относительно первой со скоростью v, оно будет иметь скорость u', причем

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{vu'}{c^2}}.$$

В условии задачи скорость нейтрино в неподвижной системе $u = c$. Найдем u' — скорость в системе наблюдателя, движущегося со скоростью v относительно неподвижной системы) навстречу нейтрино. Подставим $u = c$ в исходное уравнение:

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{vu'}{c^2}} = \frac{c^2(u' + v)}{c^2 + vu'}.$$

Сократив обе части уравнения на c, получаем

$$\frac{c(u' + v)}{c + vu'} = 1.$$

Далее $cu' + cv = c^2 + vu'$. Группируя подобные члены, имеем $u'(c - v) = c(c - v)$. После сокращения на $(c - v)$ получаем $u' = c$. Таким образом, в полном согласии со вторым постулатом Эйнштейна, скорость движения нейтрино относительно наблюдателя равна c.

Ответ: скорость нейтрино равна c.

№ 1110(1077).

Дано:	Решение:
$l = 10$ м; $v = 0{,}6c$	Так как скорости частиц равны, то до соударения каждая из них пройдет путь $l/2$ со скоростью $v = 0{,}6c$. Отсюда получаем, что соударение произойдет через
t — ?	

$$t = \frac{l}{2v} = \frac{l}{1{,}2c} = \frac{10\ \text{м}}{1{,}2 \cdot 3 \cdot 10^8\ \text{м/с}} = 27{,}8 \cdot 10^{-9}\ \text{с} = 27{,}8\ \text{нс}.$$

Ответ: $t = 27{,}8$ нс.

№ 1111(1078).

Дано:	Решение:
$u = 0{,}8c$	Для того, чтобы узнать относительную скорость частиц, необходимо перейти в инерциальную систему, связанную с одной из частиц,
u' — ?	

и определить в этой подвижной системе скорость второй частицы. Пусть частицы движутся вдоль одной прямой. Закон сложения скоростей в релятивистской механике запишется в этом случае как:

$$u' = \frac{u + v}{1 - \frac{vu}{c^2}},$$

где u — скорость движения частицы в неподвижной системе, v — скорость движения подвижной системы относительно неподвижной и u' — скорость частицы в подвижной системе. По условию и $u = 0{,}8c$ и $v = -0{,}8c$, т. к. u и v направлены противоположно. Отсюда:

$$u' = \frac{0{,}8c + 0{,}8c}{1 + \frac{0{,}64c^2}{c^2}} = \frac{1{,}6c}{1{,}64} = 0{,}976c.$$

Ответ: $u' = 0{,}976c$.

№ 1112(1080).

Дано:	Решение:
$v = 0{,}4c$; $u' = 0{,}8c$; $L = 12$ Гм $= 1{,}2 \cdot 10^{10}$ м	Световой сигнал будет двигаться к Земле со скоростью c и пройдет путь L за время
t_1 — ?, t_2 — ?	$t_1 = L/c = (1{,}2 \cdot 10^{10}\ \text{м})/(3 \cdot 10^8\ \text{м/с}) = 40$ с.

Пучок быстрых частиц будет двигаться относительно Земли со скоростью, задаваемой формулой для релятивистского сложения скоростей

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}} = \frac{0,8c + 0,4c}{1 + 0,32} = \frac{1,2c}{1,32} = 0,909c.$$

Он достигнет Земли через

$$t_2 = \frac{L}{0,909c} = \frac{1,2 \cdot 10^{10}\text{ м}}{0,909 \cdot 3 \cdot 10^8\text{ м/с}} = 44\text{ с}.$$

Значит, световой сигнал достигнет Земли на 4 с раньше.

Ответ: световой сигнал на 4 с раньше.

№ 1113(1081).

Дано:	Решение:
$m_0 = 1$ а. е. м. $v = 2,4 \cdot 10^8$ м/с m — ?	Релятивистская масса m частицы, движущейся со скоростью v, выражается через массу покоя m_0 этой частицы формулой

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1\text{ а. е. м.}}{\sqrt{1 - 0,64}} = \frac{1\text{ а. е. м.}}{0,6} = 1,67\text{ а. е. м.}$$

Ответ: $m = 1,67$ а. е. м.

№ 1114(1082).

Дано:	Решение:
$v = 0,99c$ m/m_0 — ?	Так как релятивистская масса $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$,

где m_0 — масса покоящейся частицы, то увеличение массы составит

$$\frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,98}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7,09.$$

Ответ: в 7,09 раза.

№ 1115(1083).

Дано:	Решение:
$m_0 = 4$ а. е. м. $v = 0,9c$ $(m - m_0)$ — ?	Вычислим релятивистскую массу α-частицы:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{4\text{ а. е. м.}}{\sqrt{1 - 0,81}} = 9,18\text{ а. е. м.}$$

Значит, масса α-частицы увеличится на

$$m - m_0 = 9,18\text{ а. е. м.} - 4\text{ а. е. м.} = 5,18\text{ а. е. м.}$$

Ответ: на 5,18 а. е. м.

№ 1116(1084).

Дано:	Решение:
$m_0 = 1$ а. е. м. $m = 4$ а. е. м. v — ?	Воспользуемся выражением для релятивистской массы

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

где υ — скорость движения частицы. Из него

$$\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}=\frac{m}{m_0}\Rightarrow\frac{\upsilon^2}{c^2}=1-\left(\frac{m_0}{m}\right)^2\Rightarrow\upsilon=c\sqrt{1-\left(\frac{m_0}{m}\right)^2}=c\sqrt{1-\frac{1}{16}}=0,968c.$$

Ответ: $\upsilon = 0,968c$.

№ 1117(1085).

Дано:	Решение:
$m = 2m_0$	Релятивистская масса продуктов питания $m=\dfrac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}=2m_0$.
υ — ?	

Выполняя преобразования аналогично предыдущей задаче, получаем:

$$\upsilon=c\sqrt{1-\left(\frac{m_0}{m}\right)^2}=c\sqrt{1-\frac{1}{4}}=0,866c.$$

Время использования продуктов питания не увеличится, т. к. масса членов экипажа также увеличится вдвое. В системе отсчета, связанной с кораблем, масса продуктов не изменится.

Ответ: $\upsilon = 0,866c$; не изменится.

№ 1118(1086).

Дано:	Решение:
$\upsilon = 0,8c$	Согласно выражению для релятивистской массы
$e/m_0 = 1,759 \cdot 10^{11}$ Кл/кг	$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}.$$
e/m — ?	

Поскольку величина заряда электрона (и любого другого объекта) не зависит от выбора инерциальной системы отсчета (от скорости движения частицы), отношение заряда к массе равно:

$$\frac{e}{m}=\frac{e\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}{m_0}=\frac{e}{m_0}\sqrt{1-0,64}=1,055\cdot10^{11}\text{ Кл/кг}.$$

Ответ: $e/m = 1,055 \cdot 10^{11}$ Кл/кг.

№ 1119(1087)

Дано:	Решение:
$P = 3,83 \cdot 10^{26}$ Вт	По условию, каждую секунду Солнце излучает энергию
m — ?	$E = 3,83 \cdot 10^{26}$ Дж. Этой энергии соответствует масса

$m = E/c^2$, где c — скорость света в вакууме (формула Эйнштейна). Поэтому теряемая Солнцем ежесекундно масса будет равна:

$$m=\frac{E}{c^2}=\frac{3,83\cdot10^{26}\text{ Дж}}{9\cdot10^{16}\text{ м}^2/\text{с}^2}=0,43\cdot10^{10}\text{ кг}=4,3\text{ Мт}.$$

Ответ: $m = 4,3$ Мт.

№ 1120(1088).

Дано:	Решение:
$m_0 = 18$ т $= 1,8 \cdot 10^4$ кг; $h = 5$ м	Один из самых фундаментальных законов природы — закон взаимосвязи массы и энергии —
$(m - m_0)$ — ?	

утверждает, что с энергией, какой бы формы она не была, связана масса $m = E/c^2$. Подъем груза сопровождается увеличением его потенциальной энергии и, соответственно, увеличением массы на величину:

$$\Delta m = m - m_0 = \frac{mgh}{c^2} = \frac{1{,}8 \cdot 10^4\ \text{кг} \cdot 10\ \text{м/с}^2 \cdot 5\ \text{м}}{9 \cdot 10^{16}\ \text{м}^2/\text{с}^2} = 10^{-11}\ \text{кг}.$$

Ответ: увеличится на 10^{-11} кг.

№ 1121(1089).

Дано:	Решение:
$k = 10$ кН/м $= 10^4$ Н/м $\Delta x = 3$ см $= 3 \cdot 10^{-2}$ м	По формуле Эйнштейна $\Delta m = \Delta E/c^2$. Увеличение общей энергии пружины связано с увеличением ее потенциальной энергии упругой деформации $E = k(\Delta x)^2/2$.
Δm — ?	

Отсюда изменение массы составит:

$$\Delta m = \frac{k(\Delta x)^2}{2c^2} = \frac{10^4\ \text{Н/м} \cdot 9 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2}{2 \cdot 9 \cdot 10^{16}\ \text{м}^2/\text{с}^2} = 5 \cdot 10^{-17}\ \text{кг}.$$

Ответ: $\Delta m = 5 \cdot 10^{-17}$ кг.

№ 1122(1090).

Дано:	Решение:
$m_0 = 9$ т $= 9 \cdot 10^3$ кг $v = 8$ км/с $= 8 \cdot 10^3$ м/с	Так как кинетическая энергия покоящейся частицы равна нулю, а ее масса покоя m_0, то кинетическая энергия релятивистской частицы массы m равна:
Δm — ?	

$$W_к = (m - m_0)c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1\right).$$

Поскольку $v << c$, то кинетическую энергию космического корабля можно представить в виде

$$W_к = \frac{m_0v^2}{2} \Rightarrow \Delta m = \frac{m_0v^2}{2c^2} = \frac{9 \cdot 10^3\ \text{кг} \cdot 64 \cdot 10^6\ \text{м}^2/\text{с}^2}{2 \cdot 9 \cdot 10^{16}\ \text{м}^2/\text{с}^2} =$$

$$= 3{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{кг} = 3{,}2\ \text{мг}.$$

Ответ: на 3,2 мг.

№ 1123(н).

Дано:	Решение:
$v = 0{,}8c$	Полная энергия электрона $E = mc^2 = \dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.
E — ? $E_к$ — ?	

По условию $v = 0{,}8c$, тогда

$$E = \frac{m_0c^2}{0{,}6}.$$

Масса покоя электрона $m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг, скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Тогда

$$E = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{кг} \cdot 9 \cdot 10^{16}\ \text{м}^2/\text{с}^2}{0{,}6} = 13{,}7 \cdot 10^{-14}\ \text{Дж}.$$

Кинетическая энергия равна разности полной энергии и энергии покоя:

$$E_к = E - m_0c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right) =$$

$$= 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 9 \cdot 10^{16} \text{ м}^2/\text{с}^2 \cdot \left(\frac{1}{0,6}-1\right) = 5,5 \cdot 10^{-14} \text{ Дж}.$$

Ответ: $E = 13,7 \cdot 10^{-14}$ Дж, $E_к = 5,5 \cdot 10^{-14}$ Дж.

№ 1124(н).

Дано:	Решение:
$m = 2$ кг $t_1 = 10\,°$C $t_2 = 100\,°$C	При изменении температуры воды на $\Delta t = t_2 - t_1$ ее энергия увеличивалась на $\Delta E = c_в m \Delta t$, где $c_в$ — удельная теплоемкость воды. Согласно формуле Эйнштейна увеличение энергии на ΔE сопровождается увеличением массы:
Δm — ?	

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{c_в m(t_2-t_1)}{c^2} = \frac{4,9 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 2 \text{ кг} \cdot 90 \text{ К}}{9 \cdot 10^{16} \text{ м}^2/\text{с}^2} = 8,4 \cdot 10^{-12} \text{ кг}.$$

Ответ: увеличилась на $8,4 \cdot 10^{-12}$ кг.

№ 1125(1093).

Дано:	Решение:
$m_0 = 1$ кг $\lambda = 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг	При плавлении 1 кг льда его внутренняя энергия возрастет на величину $Q = \lambda m_0 = 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг. По закону взаимосвязи массы и энергии этому увеличению внутренней
Δm — ?	

энергии льда соответствет увеличение массы на величину

$$\Delta m = \frac{Q}{c^2} = \frac{3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж}}{9 \cdot 10^{16} \text{ м}^2/\text{с}^2} = 3,7 \cdot 10^{-12} \text{ кг}.$$

Ответ: увеличилась на $3,7 \cdot 10^{-12}$ кг.

№ 1126(н).

Дано:	Решение:
$E_р = E_{0\alpha}$	Воспользуемся релятивистским соотношением между импульсом p и энергией E частицы:
p — ? U — ?	$$E_р = c\sqrt{p^2 + m_{0р}^2c^2},$$

где $E_р$ — энергия протона, $m_{0р}$ — масса покоя протона, c — скорость света. По условию задачи энергия протона равна энергии покоя α-частицы (ядро атома гелия): $E_р = m_{0\alpha}c^2$, где $m_{0\alpha}$ — масса покоя α-частицы. Тогда

$$m_{0\alpha}c^2 = c\sqrt{p^2 + m_{0р}^2c^2} \Rightarrow p = c\sqrt{m_{0\alpha}^2 - m_{0р}^2}.$$

Далее учтем, что масса покоя α-частицы $m_{0\alpha} \approx 4m_{0р}$, получим

$$p = cm_{0р}\sqrt{15} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot 3,87 = 1,94 \cdot 10^{-18} \text{ н с}.$$

Для нахождения ускоряющей разности потенциалов U воспользуемся тем фактом, что увеличение кинетической энергии протона $\Delta E_{кп}$ осуществляется за счет работы сил электрического поля: $q_р U = \Delta E_{кп}$.

Предполагая, что протон первоначально покоился, получим

$$\Delta E_{кп} = E_p - E_{0p} = E_p - m_{0p}c^2 = m_{0\alpha}c^2 - m_{0p}c^2.$$

Учитывая, что величина зарядов протона и электрона одинакова ($q_p = e$), найдем

$$U = \frac{c\left(m_{0\alpha}^2 - m_{0p}^2\right)}{e} = \frac{3m_{0p}c^2}{e} = \frac{3 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}\ кг \cdot 9 \cdot 10^{16}\ м^2/с^2}{1,6 \cdot 10^{-19}\ Кл} =$$

$$= 2,8 \cdot 10^9\ В.$$

Ответ: $p = 1,94 \cdot 10^{-18}$ нс, $U = 2,8 \cdot 10^9$ В.

№ 1127(1095).

Дано:	Решение:
$v = 0,6c$ $E_{0e} = m_ec^2 =$ $= 0,511$ МэВ	Кинетическая энергия релятивистского электрона (подробнее см. задачу № 1122) равна
$W_к$ — ?	

$$W_к = m_ec^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right) = 0,511\ МэВ \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1-0,36}} - 1\right) =$$

$$= 0,511\left(\frac{1}{0,8} - 1\right)\ МэВ = 0,128\ МэВ.$$

Ответ: $W_к = 0,128$ МэВ.

№ 1128(1096).

Дано:	Решение:
$E = 6$ ГэВ $= 6 \cdot 10^9$ эВ	Релятивистская масса электрона $m = E/c^2$. С другой стороны масса покоя электрона $m_0 = E_{0e}/c^2$, где
m/m_0 — ?, m — ?	

E_{0e} — 0,511 МэВ — энергия, соответствующая массе покоя электрона. Отсюда

$$\frac{m}{m_0} = \frac{E}{E_0} = \frac{6 \cdot 10^9\ эВ}{0,511 \cdot 10^6\ эВ} = 11,7 \cdot 10^3 = 11\ 700.$$

Известно, что энергия 1 МэВ равна $1,60219 \cdot 10^{-13}$ Дж. Значит энергия электрона $E = 6$ ГэВ $= 6 \cdot 10^9$ эВ $= 9,6 \cdot 10^{-10}$ Дж. Отсюда релятивистская масса электрона составит:

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{9,6 \cdot 10^{-10}\ Дж}{9 \cdot 10^{16}\ м^2/с^2} = 1,0667 \cdot 10^{-26}\ кг.$$

Известно, что 1 а. е. м. $= 1,66057 \cdot 10^{-27}$ кг. Поэтому масса релятивистского электрона в единицах а. е. м. составит

$$m = \frac{1,0667 \cdot 10^{-26}\ кг}{1,66057 \cdot 10^{-27}\ кг} = 6,44\ а.\ е.\ м.$$

Ответ: в 11 700 раз; $m = 6,44$ а. е. м.

№ 1129(н).

Дано:	Решение:
$E_к = 10E_0$	Работа сил электрического поля идет на увеличение кинетической энергии электрона: $eU = \Delta E_к$ (см. задачу № 1126). Так как начальная скорость электрона равна нулю, то $qU = E_к$.
U — ?	

По условию задачи кинетическая энергия $E_к$ электрона в 10 раз превышает его энергию покоя: $E_к = 10E_0 = 10m_0c^2$, где m_0 — масса покоя электрона. Тогда ускоряющая разность поетнциалов

$$U = \frac{10m_0c^2}{e} = \frac{10 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ кг \cdot 9 \cdot 10^{16}\ м^2/с^2}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Кл} = 5{,}12 \cdot 10^6\ В = 5{,}12\ МВ.$$

Ответ: $U = 5{,}12$ МВ.

№ 1130(1098).

Дано:	Решение:
$m = 2m_0$	Кинетическая энергия электрона
$W_к$ — ?	$W_к = (m - m_0)c^2 = (2m_0 - m_0)c^2 = m_0c^2 = 0{,}511$ МэВ.

Ответ: $W_к = 0{,}511$ МэВ.

№ 1131(1099).

Дано:	Решение:
$v = 0{,}8c$	Релятивистский импульс протона равен $p = mv$, где
$m_{0p} = 1{,}6726 \cdot 10^{-27}$ кг	m — его релятивистская масса, которая выражается
p — ?	через скорость v как

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

m_0 — масса покоя, c — скорость света в вакууме).

Отсюда

$$p = \frac{m_0v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1{,}6726 \cdot 10^{-27}\ кг \cdot 0{,}8 \cdot 3 \cdot 10^8\ м/с}{\sqrt{1 - 0{,}64}} = 6{,}69 \cdot 10^{-19}\ \frac{кг \cdot м}{с}.$$

Ответ: $p = 6{,}69 \cdot 10^{-19}$ кг · м/с.

ГЛАВА XVI
СВЕТОВЫЕ КВАНТЫ. ДЕЙСТВИЕ СВЕТА

50. Фотоэлектрический эффект. Фотон. Давление света

№ 1132(1100).

Внешним фотоэлектрическим эффектом (фотоэффектом) называется испускание электронов веществом под действием света. В опыте с отрицательно заряженной цинковой пластинкой, освещаемой светом электрической дуги, скорость разрядки электрометра прямо пропорциональна скорости потери электронов пластинкой при фотоэффекте. Согласно закону Столетова, число фотоэлектронов, покидающих пластинку в единицу времени, пропорционально энергетической освещенности пластинки, т. е. числу фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени.

а) Освещенность пластинки будет убывать прямо пропорционально косинусу угла между нормалью к поверхности и направлением падающих лучей. Поэтому время разряда электрометра увеличится.

б) Если считать электрическую дугу точечным изотропным источником света, то энергетическая освещенность единицы поверхности будет изменяться в зависимости от расстояния r до источника как функция $1/r^2$. Поэтому, приближая пластинку к электрической дуге, мы увеличиваем освещенность. Следовательно, время разряда уменьшится.

в) Если закрыть непрозрачным экраном часть пластинки, то количество квантов света, падающих на нее в единицу времени, уменьшится. Значит, время разряда увеличится.

г) Очевидно, с увеличением освещенности скорость разрядки электрометра увеличится. По третьему закону фотоэффекта, для каждого вещества существует минимальная частота ν_0 света (зависящая от химического строения и состояния поверхности этого вещества), ниже которой фотоэффект невозможен. Рассчитаем ν_0 для цинка. Из формулы Эйнштейна для внешнего фотоэффекта $\nu_0 = A/h$, где A — работа выхода электрона из металла, а h — постоянная Планка. Из таблицы 11 для цинка $A = 4{,}2$ эВ. Отсюда

$$\nu_0 = \frac{4{,}2\ \text{эВ}}{4{,}136 \cdot 10^{-15}\ \text{эВ} \cdot \text{с}} = 1{,}015 \cdot 10^{15}\ \text{Гц}.$$

Длина световой волны такого излучения будет

$$\lambda = \frac{c}{\nu_0} = \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{м/с}}{1{,}015 \cdot 10^{15}\ \text{Гц}} = 2{,}95 \cdot 10^{-7}\ \text{м}.$$

д) Светофильтр, задерживающий инфракрасную часть спектра, т. е. свет, с длиной волны более 1000 нм, не изменит световой поток с длиной волны $2{,}95 \cdot 10^{-7}$ м. Поэтому скорость разрядки электрометра не изменится.

е) Светофильтр, задерживающий ультрафиолетовую часть спектра, т. е. свет с длиной волны короче 400 *нм*, ослабит освещенность пластинки светом, способным вызвать фотоэффект (с длиной волны $\lambda < 2{,}95 \cdot 10^{-7}$ м). Время разрядки электрометра увеличится.

№ 1133(1101).

Строго говоря, для того, чтобы зарядить цинковую пластинку положительным зарядом достаточно одной электрической дуги. Поглощение квантов ультрафиолетового излучения вызовет фотоэффект — испускание электронов цинковой пластинкой. При этом, естественно, пластинка начнет приобретать положительный заряд (терять отрицательный заряд). Однако, этот процесс будет замедляться по мере увеличения напряженности электрического поля, создаваемого положительными зарядами пластинки. Вследствие увеличения кулоновской силы притяжения, электронам все труднее станет покидать металл, и процесс испускания прекратится, когда пластинка приобретет задерживающий потенциал U_0, определяемый уравнением $mv^2_{max}/2 = eU_0$, где $mv^2_{max}/2$ — максимальная кинетическая энергия выбиваемых электронов, а е — их заряд. Чтобы продолжить процесс зарядки, к пластинке надо поднести стеклянную палочку, натертую о лист бумаги. Положительно заряженная палочка станет притягивать выбиваемые электроны, а пластинка увеличит положительный заряд.

№ 1134(1102).

Согласно квантовой теории фотоэффекта, энергия падающего фотона $h\nu$ расходуется на совершение электроном работы выхода A из металла и на сообщение вылетевшему электрону кинетической энергии $mv^2_{max}/2$. По закону сохранения энергии $h\nu = A + mv^2_{max}/2$. Кинетическая энергия становится исчезающе малой, когда энергии фотонов хватает только на совершение работы выхода. При этом $h\nu_0 = A$, где ν_0 соответствует красной границе фотоэффекта. Так как для цинка работа выхода равна 4,2 эВ, то минимальная энергия квантов, вызывающих фотоэффект, также равна 4,2 эВ.
Ответ: 4,2 эВ.

№ 1135(1103).

Дано:	Решение:
$\nu_0 = 1{,}03$ ПГц $= 1{,}03 \cdot 10^{15}$ Гц	Работа выхода электронов из алюминия равна энергии фотонов, соответствующих красной границы фотоэффекта:
A — ?	

$$A = h\nu_0 = 4{,}136 \cdot 10^{-15}\text{ эВ} \cdot \text{с} \cdot 1{,}03 \cdot 10^{15}\text{ Гц} = 4{,}26\text{ эВ}.$$

Ответ: $A = 4{,}26$ эВ.

№ 1136(1104).

Дано:	Решение:
$\lambda_0 = 282$ нм $= 2{,}82 \cdot 10^{-7}$ м	Длина волны λ_0 соответствует частоте $\nu_0 = c/\lambda_0$, где c — скорость света. Отсюда:
A — ?	

$$A = h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{4{,}136 \cdot 10^{-15}\text{ эВ} \cdot \text{с} \;\; 3 \cdot 10^{8}\text{ м/с}}{2{,}82 \cdot 10^{-7}\text{ м}} = 4{,}4\text{ эВ}.$$

Ответ: $A = 4{,}4$ эВ.

№ 1137(1105).

Дано:	Решение:
$A = 2{,}2$ эВ	Так как работа выхода электрона связана с длиной волны λ_0 для красной границы фотоэффекта уравнением: $A = hc/\lambda_0$, то:
λ_0 — ?	

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A} = \frac{4{,}136 \cdot 10^{-15}\ \text{эВ} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{м/с}}{2{,}2\ \text{эВ}} = 5{,}64 \cdot 10^{-15}\ \text{м} = 564\ \text{нм}.$$

Ответ: $\lambda_0 = 564$ нм.

№ 1138(1106).

Как ясно из решения задачи № 1132, красная граница фотоэффекта для цинка составляет 295 нм. Значит более длинноволновое излучение (в том числе 450 нм) не вызовет фотоэффект.

№ 1139(1107).

Дано:	Решение:
$\nu_0 = 1$ ПГц $= 10^{15}$ Гц	Из уравнения Эйнштейна для внешнего фотоэффекта, максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов равна: $mv^2_{max}/2 = h\nu - A$, где $h\nu$ — энергия фотонов
$A = 1$ эВ	
$mv^2_{max}/2$ — ?	

и A — работа выхода фотоэлектронов. Отсюда:

$$\frac{mv^2_{max}}{2} = 4{,}136 \cdot 10^{-15}\ \text{эВ} \cdot \text{с} \cdot 10^{15}\ \text{Гц} - 1\ \text{эВ} = 3{,}136\ \text{эВ} \approx 3{,}14\ \text{эВ}.$$

Ответ: $mv^2_{max}/2 = 3{,}14$ эВ.

№ 1140(1108).

Дано:	Решение:
$\lambda = 200$ нм $= 2 \cdot 10^{-7}$ м	Запишем: $mv^2_{max}/2 = h\nu - A = h\nu - h\nu_0$, где $A = h\nu_0$ — работа выхода электронов, соответствующая красной границе фотоэффекта ν_0. Отсюда:
$\lambda_0 = 288$ нм $= 2{,}88 \cdot 10^{-7}$ м	
$mv^2_{max}/2$ — ?	

$$\frac{mv^2_{max}}{2} = h(\nu - \nu_0) = h\left(\frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda_0}\right) =$$

$$= 4{,}136 \cdot 10^{-15}\ \text{эВ} \cdot \text{с} \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{м/с}}{2 \cdot 10^{-7}\ \text{м}} - \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{м/с}}{2{,}88 \cdot 10^{-7}\ \text{м}}\right) =$$

$$= 4{,}136 \cdot (1{,}5 - 1{,}04)\ \text{эВ} = 1{,}9\ \text{эВ}.$$

Ответ: $mv^2_{max}/2 = 1{,}9$ эВ.

№ 1141(1109).

Дано:	Решение:
$A = 0{,}29$ аДж $= 0{,}29 \cdot 10^{-18}$ Дж	Согласно уравнению Эйнштейна для фотоэффекта $h\nu = A + mv^2_{max}/2$. Так как $\nu = c/\lambda$, то $hc/\lambda = A + mv^2_{max}/2$. Отсюда
$v_{max} = 2$ Мм/с $= 2 \cdot 10^{6}$ м/с	
λ — ?	

$$\lambda = \frac{hc}{A + \frac{mv^2_{max}}{2}},$$

где h — постоянная Планка, c — скорость света, m — масса электрона, v_{max} — максимальная скорость электрона, A — работа выхода фотоэлектрона.

Подставляя числовые значения, получим:

$$\lambda = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{м/с}}{\dfrac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{Дж} \cdot \text{м} \cdot 4 \cdot 10^{12}\ \text{м}^2/\text{с}^2}{2} + 0{,}29 \cdot 10^{-18}\ \text{Дж}} =$$

$$= \frac{1{,}988 \cdot 10^{-25}\ \text{Дж} \cdot \text{м}}{1{,}82 \cdot 10^{-18}\ \text{Дж} + 0{,}29 \cdot 10^{-18}\ \text{Дж}} = 0{,}943 \cdot 10^{-7}\ \text{м} = 94{,}3\ \text{нм}.$$

Ответ: $\lambda = 94{,}3$ нм.

№ 1142(1111).

Дано:	Решение:
$U_0 = 1{,}5$ В	При запирающем напряжении между электродами трубки,
$mv^2_{max}/2$ — ?	равном U_0, ни один электрон, даже обладающий максимальной кинетической энергией, $mv^2_{max}/2$, не может преодолеть задерживающего поля и достигнуть анода. Следовательно,

$$\frac{mv^2_{max}}{2} = eU_0,$$

где e — заряд электрона. Таким образом,

$$\frac{mv^2_{max}}{2} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл} \cdot 1{,}5\ \text{В} = 2{,}4 \cdot 10^{-19}\ \text{Дж} = 1{,}5\ \text{эВ}.$$

Ответ: $mv^2_{max}/2 = 1{,}5$ эВ.

№ 1143(1112).

Дано:	Решение:
$U_0 = 0{,}8$ В	Как следует из рассуждений предыдущей задачи,
v_{max} — ?	

$$\frac{mv^2_{max}}{2} = eU_0 \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{2U_0 e}{m}} =$$

$$= \sqrt{1{,}6 \cdot 1{,}759 \cdot 10^{11}\ \text{Кл/кг}} = 5{,}3 \cdot 10^{5}\ \text{м/с} = 530\ \text{км/с}.$$

Ответ: $v_{max} = 530$ км/с.

№ 1144(1113).

Дано:	Решение:
$U_0 = 2$ В	Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов выража-
$A = 1{,}8$ эВ	ется через запирающее напряжение U_0 как
λ — ?	

$$\frac{mv^2_{max}}{2} = eU_0, \text{ где } e \text{ — заряд электрона.}$$

Из уравнения для фотоэффекта $h\nu = A + mv^2_{max}/2 = A + eU_0$,
где A — работа выхода электрона. Заменяя ν на c/λ, получаем

$$\frac{hc}{\lambda} = eU_0 + A \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{eU_0 + A} = \frac{4{,}136 \cdot 10^{-15}\ \text{эВ} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{м/с}}{2\ \text{эВ} + 1{,}8\ \text{эВ}} =$$

$$= 3{,}3 \cdot 10^{-7}\ \text{м} = 330\ \text{нм}.$$

Ответ: $\lambda = 330$ нм.

№ 1145(1114).

Дано:	Решение:
$\lambda = 100$ нм $= 10^{-7}$ м, $A = 1{,}8$ эВ	Из рассуждений предыдущей задачи
U_0 — ?	

$$\frac{hc}{\lambda} = eU_0 + A \Rightarrow U_0 = \frac{hc/\lambda - A}{e}.$$

$$U_0 = \frac{\dfrac{4{,}136 \cdot 10^{-15}\text{ эВ} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8\text{ м/с}}{10^{-7}\text{ м}} - 4{,}5\text{ эВ}}{1\text{ эл}} = \frac{12{,}4\text{ эВ} - 4{,}5\text{ эВ}}{1\text{ эл}} = 7{,}9\text{ В}.$$

Ответ: $U_0 = 7{,}9$ В.

№ 1146(1115).

Дано:	Решение:
$U_{01} = 0{,}5$ В $U_{02} = 2$ В $\nu_1 = 390$ ТГц $= 3{,}9 \cdot 10^{14}$ Гц $\nu_2 = 750$ ТГц $= 7{,}5 \cdot 10^{14}$ Гц	Как следует из решения задачи № 1144 $h\nu = A + eU_0$, где h — постоянная Планка, ν — частота падающего света, e — заряд электрона, U_0 — запирающее напряжение, A — работа выхода электрона из металла.
h — ?	

Записывая это уравнение для ν_1 и ν_2 и вычитая одно выражение из другого, чтобы исключить A, получим $h(\nu_2 - \nu_1) = e(U_{02} - U_{01})$. Отсюда

$$h = \frac{e(U_{02} - U_{01})}{\nu_2 - \nu_1} = \frac{1\text{ эл} \cdot 1{,}5\text{ В}}{3{,}6 \cdot 10^{14}\text{ Гц}} = 4{,}17 \cdot 10^{-15}\text{ эВ} \cdot \text{с}.$$

Ответ: $h = 4{,}17 \cdot 10^{-15}$ эВ $\cdot$ с.

№ 1147(1116).

Запирающее напряжение U_0 связано с частотой падающего света уравнением $h\nu = A + eU_0$, где A — работа выхода электрона, e — заряд электрона, h — постоянная Планка. Отсюда $U_0 = h\nu/e - A/e$ описывает линейную зависимость U_0 от ν. У второго материала график расположен ниже, то есть свободный член A/e больше, чем у графика для первого материала. Следовательно, работа выхода A больше у второго материала. При $\nu = 0$ величина $U_0 = -A/e$ показывает отношение работы выхода данного материала к заряду электрона.

№ 1148(1117).

Дано:	Решение:
$\lambda_1 = 760$ нм $= 7{,}6 \cdot 10^{-7}$ м $\lambda_2 = 380$ нм $= 3{,}8 \cdot 10^{-7}$ м	Энергия фотона $E = h\nu = hc/\lambda$, где h — постоянная Планка, c — скорость света, λ — длина волны.
E_1 — ?, E_2 — ?	

$$E_1 = \frac{hc}{\lambda_1} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8\text{ м/с}}{7{,}6 \cdot 10^{-7}\text{ м}} = 2{,}62 \cdot 10^{-19}\text{ Дж} = 1{,}63\text{ эВ}.$$

$$E_2 = \frac{hc}{\lambda_2} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8\text{ м/с}}{3{,}8 \cdot 10^{-7}\text{ м}} = 5{,}23 \cdot 10^{-19}\text{ Дж} = 3{,}26\text{ эВ}.$$

Ответ: $E_1 = 1{,}63$ эВ, $E_2 = 3{,}26$ эВ.

№ 1149(1118).

Дано:	Решение:
$E_1 = 4140$ эВ, $E_2 = 2{,}07$ эВ	Найдем длины волн фотонов с энергией E: $\lambda = hc/E$, где h — постоянная Планка, c — скорость света.
λ_1 — ?, λ_2 — ?	

$$\lambda_1 = \frac{hc}{E_1} = \frac{4{,}136 \cdot 10^{-15}\ \text{эВ} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8\ \text{м/с}}{4140\ \text{эВ}} = 3 \cdot 10^{-10}\ \text{м} = 0{,}3\ \text{нм}.$$

$$\lambda_2 = \frac{hc}{E_2} = \frac{4{,}136 \cdot 10^{-15}\ \text{эВ} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8\ \text{м/с}}{2{,}07\ \text{эВ}} = 6 \cdot 10^{-7}\ \text{м} = 600\ \text{нм}.$$

Следовательно, в случае а) фотон относится к рентгеновскому диапазону, а в случае б) — к видимому свету.

Ответ: а) рентгеновские; б) видимые.

№ 1150(1119).

Дано:	Решение:
$U = 4$ В	Электрон, ускоренный напряжением 4 В, имеет энергию 4 эВ.
λ — ?	Энергия фотона $E = h\nu = hc/\lambda$. Отсюда

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{4{,}136 \cdot 10^{-15}\ \text{эВ} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8\ \text{м/с}}{4\ \text{эВ}} = 3{,}1 \cdot 10^{-7}\ \text{м} = 310\ \text{нм}.$$

Ответ: $\lambda = 310$ нм.

№ 1151(1120).

Дано:	Решение:
$m_ф = m_e$	Массу фотона $m_ф = h\nu/c^2$ находим из закона взаимосвязи массы
ν — ?	и энергии ($E = m_ф c^2$). Приравнивая $m_ф = m_e$, находим
λ — ?	

$$\nu = \frac{m_e c^2}{h} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{кг} \cdot 9 \cdot 10^{16}\ \text{м}^2/\text{с}^2}{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с}} = 1{,}23 \cdot 10^{20}\ \text{Гц}.$$

Далее $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{h}{m_e c} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{кг} \cdot 3 \cdot 10^8\ \text{м/с}} = 2{,}43 \cdot 10^{-12}\ \text{м} = 2{,}43\ \text{нм}.$

Ответ: $\nu = 1{,}23 \cdot 10^{20}$ Гц, $\lambda = 2{,}43$ нм.

№ 1152(1121).

Дано:	Решение:
$\lambda = 100$ нм $= 10^{-7}$ м	Импульс фотона равен:
p — ?	

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с}}{10^{-7}\ \text{м}} = 6{,}63 \cdot 10^{-27}\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: $p = 6{,}63 \cdot 10^{-27}$ кг · м/с.

№ 1153(1122).

Дано:	Решение:
$E = 3$ эВ	Импульс фотона равен: $p = E/c$, где E — энергия фотона, c — скорость
p — ?	света. Энергия фотона $E = 3$ эВ $= 3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж $= 4{,}8 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Отсюда $p = \frac{E}{c} = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-19}\ \text{Дж}}{3 \cdot 10^8\ \text{м/с}} = 1{,}6 \cdot 10^{-27}\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$

Ответ: $p = 1{,}6 \cdot 10^{-27}$ кг · м/с.

№ 1154(1123).

Дано:	Решение:
$\lambda = 200$ нм $= 2 \cdot 10^{-7}$ м	Кинетическая энергия электронов равна $m_e v^2/2$.
v — ?	Энергия фотонов $E = hc/\lambda$.

Приравнивая эти выражения, получаем $m_e v^2/2 = hc/\lambda$. Отсюда скорость электронов

$$v = \sqrt{\frac{2hc}{m_e\lambda}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,626 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{м/с}}{9,1 \cdot 10^{-31}\ \text{кг} \cdot 2 \cdot 10^{-7}\ \text{м}}} =$$

$$= 1,48 \cdot 10^{6}\ \text{м/с} = 1480\ \text{км/с}.$$

Ответ: $v = 1480$ км/с.

№ 1155(1125).

Дано:	Решение:
$P = 100$ Вт $= 100$ Дж/с $n = 5 \cdot 10^{20}$ квант/с	Энергия одного кванта света $E = h\nu = hc/\lambda$. В секунду испускается n квантов, каждый с энергией E. Таким образом, мощность излучения равна $nE = nhc/\lambda = P$.
λ — ?	

Отсюда $\lambda = \dfrac{nhc}{P} = \dfrac{5 \cdot 10^{20}\ \text{с}^{-1} \cdot 6,626 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{м/с}}{100\ \text{Дж/с}} =$

$$= 0,99 \cdot 10^{-6}\ \text{м} = 0,99\ \text{мкм}.$$

Ответ: $\lambda = 0,99$ мкм.

№ 1156(1126).

Дано:	Решение:
$P_1 = 2,1 \cdot 10^{-17}$ м $P_2 = 2 \cdot 10^{-5}$ м $\lambda = 0,5$ мкм $= 5 \cdot 10^{-7}$ м	Энергия кванта света $E = hc/\lambda$. В секунду поглощается n квантов, т. е. мощность поглощенного излучения P будет равна nhc/λ. Отсюда число поглощенных в секунду квантов $n = P\lambda/hc$.
n_1 — ?, n_2 — ?	

$$n_1 = \frac{P\lambda}{hc} = \frac{2,1 \cdot 10^{-17}\ \text{Вт} \cdot 5 \cdot 10^{-7}\ \text{м}}{6,626 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{м/с}} = 53\ \text{с}^{-1}.$$

$$n_2 = \frac{P\lambda}{hc} = \frac{2 \cdot 10^{-5}\ \text{Вт} \cdot 5 \cdot 10^{-7}\ \text{м}}{6,626 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{м/с}} = 5 \cdot 10^{13}\ \text{с}^{-1}.$$

Ответ: $n_1 = 53\ \text{с}^{-1}$, $n_2 = 5 \cdot 10^{13}\ \text{с}^{-1}$.

№ 1157(н).

Дано:	Решение:
$T_2 = 2T_1$	Согласно закону Стефана — Больцмана, изучательная способность
P_2/P_1 — ?	ε_T абсолютно черного тела (излучение звезды хорошо подходит под

эту модель) пропорциональна четвертной степени температуры: $\varepsilon_T = \sigma T^4$, где σ — постоянная Стефана. Следовательно, энергия фотона $E = hc/\lambda$, а также импульс фотона $p = h/\lambda$ пропорциональны T^4. Давление света пропорционально импульсу фотона (подробнее в задаче № 1158): $P \sim p \sim T^4$. Таким образом, при увеличении температуры в 2 раза, давление света возрастает в $2^4 = 16$ раз.

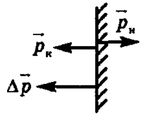
Ответ: давление света возрастет в 16 раз.

№ 1158(н).

Дано:
$S = 4$ м^2
$\lambda = 0{,}64$ мкм $= 6{,}4 \cdot 10^{-7}$ м
$N = 7{,}74 \cdot 10^{22}$
$\Delta t = 10$ с
$r = 0{,}4$

P_1 — ?, P_2 — ?, P_3 — ?

Решение:



1. Рассмотрим зеркальную поверхность. Давление света обусловлено изменением импульса фотонов $\Delta\vec{p} = \vec{p}_{кон} - \vec{p}_{нач}$.

Для зеркальной поверхности модуль изменения импульса фотона

$$\left|\Delta\vec{p}\right| = \left|\vec{p}_{кон} - \vec{p}_{нач}\right| = \frac{2h}{\lambda}.$$

Для N фотонов изменение импульса $\left|\Delta\vec{p}_N\right| = \dfrac{2hN}{\lambda}$.

Сила, действующая на поверхность, определяется из второго закона Ньютона в импульсной форме:

$$F = \frac{\left|\Delta\vec{p}_N\right|}{\Delta t} = \frac{2hN}{\lambda\Delta t}.$$

Давление света

$$P_1 = \frac{F}{S} = \frac{2hN}{\lambda\Delta t S}.$$

Подставим данные:

$$P_1 = \frac{F}{S} = \frac{2 \cdot 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 7{,}74 \cdot 10^{22}}{6{,}4 \cdot 10^{-7}\ \text{м} \cdot 10\ \text{с} \cdot 4\ \text{м}^2} = 4 \cdot 10^{-6}\ \text{Па} = 4\ \text{мкПа}.$$

2. В случае черной поверхности происходит поглощение фотонов. В этом случае конечный импульс фотона $p_к = 0$, а величина изменения импульса

$$\left|\Delta\vec{p}\right| = \frac{h}{\lambda}.$$

(в механике аналог абсолютно неупругого удара шарика о стенку). Аналогично случаю 1, найдем давление:

$$P_2 = \frac{hN}{\lambda\Delta t S} = \frac{P_1}{2} = 2 \cdot 10^{-6}\ \text{Па} = 2\ \text{мкПа}.$$

3. Третий случай является обобщением двух предыдущих. Пусть $r = 0{,}4$ — коэффициент отражения. Тогда Nr фотонов зеркально отражаются, а $N(1 - r)$ фотонов поглощаются. Тогда давление

$$P_2 = \frac{2hNr}{\lambda\Delta t S} + \frac{hN(1-r)}{\lambda\Delta t S} = P_1 r + P_2(1-r) =$$

$$= 4 \cdot 10^{-6}\ \text{Па} \cdot 0{,}4 + 2 \cdot 10^{-6}\ \text{Па} \cdot 0{,}6 = 2{,}8\ \text{мкПа}.$$

Ответ: $P_1 = 4$ мкПа, $P_2 = 2$ мкПа, $P_3 = 2{,}8$ мкПа.

№ 1159(1127).

Чем больше ускоряющее напряжение трубки, тем больше кинетическая энергия электронов, бомбардирующих анод. В результате торможения электронов при взаимодействии с атомами анода возникает рентгеновское (тормозное) излучение. Очевидно, что максимальная энергия рентгеновского кванта будет, когда вся кинетическая энергия электрона перейдет в энергию кванта, т. е. когда $h\nu_{max} = eU$, где U — ускоряющее напряжение на трубке, e — заряд электрона. Учитывая, что $\lambda_{min} = c/\nu_{max}$, получаем $\lambda_{min} = hc/eU$. Видно, что чем больше U, тем короче λ_{min} («жестче» излучение). Изменение накала нити катода приведет к изменению интенсивности потока бомбардирующих электронов, но не изменит их кинетическую энергию. Поэтому спектр рентгеновского излучения не изменится.

№ 1160(1128).

Дано:	Решение:
$\nu_{max} = 10^{19}$ Гц	Как следует из решения предыдущей задачи, энергия самых
U — ?	«жестких» рентгеновских лучей $h\nu_{max}$ равна кинетической

энергии электронов, которую они приобретают в ускоряющем поле рентгеновской трубки. Энергия электронов равна eU, где U — ускоряющее напряжение на трубке, e — заряд электрона. Отсюда

$$U_0 = \frac{h\nu_{max}}{e} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 10^{19}\ \text{Гц}}{1{,}6\ \ 10^{-19}\ \text{Кл}} = 4{,}1 \cdot 10^4\ \text{В} = 41\ \text{кВ}.$$

Ответ: $U = 41$ кВ.

№ 1161(н).

Дано:	Решение:
$\lambda = 5$ нм $= 5 \cdot 10^{-9}$ м	Энергия фотонов рентгеновского излучения $E = hc/\lambda$.
T — ?	Средняя кинетическая энергия частиц при температуре $E_{ср} = 3kT/2$, где k — постоянная Больцмана, T —

абсолютная температура. Приравнивая эти энергии: $hc/\lambda = E_{ср} = 3kT/2$, получим искомую температуру

$$T = \frac{2hc}{3\lambda k} = \frac{2 \cdot 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8\ \text{м/с}}{3 \cdot 5 \cdot 10^{-9}\ \text{м} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{Дж/кг}} = 1{,}92 \cdot 10^6\ \text{К}.$$

Ответ: $T = 1{,}92 \cdot 10^6$ К.

№ 1162*(1130).

Дано:	Решение:
$U = 50$ кВ $= 5 \cdot 10^4$ В	Мощность тока, потребляемого трубкой:
$\lambda = 0{,}1$ нм $= 10^{-10}$ м	$P_э = UI = 5 \cdot 10^4\ \text{В} \cdot 2 \cdot 10^{-3}\ \text{А} = 100$ Вт.
$I = 2$ мА $= 2 \cdot 10^{-3}$ А	Мощность рентгеновского излучения (полезная мощ-
$n = 5 \cdot 10^{13}$ квант/с	ность) равна энергии n квантов, излучаемых трубкой в
η — ?	секунду.

$$P_к = nh\nu = \frac{nhc}{\lambda} = \frac{2 \cdot 10^{13} с^{-1} \cdot 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8\ \text{м/с}}{10^{-10}\ \text{м}} = 0{,}1\ \text{Вт}.$$

Коэффициент полезного действия трубки

$$\eta = \frac{P_к}{P_э} \cdot 100\% = \frac{0{,}1\ \text{Вт}}{100\ \text{Вт}} = 0{,}1\%.$$

Ответ: $\eta = 0{,}1\%$.

№ 1163*(1131).

Дано:	Решение:
$\theta = 60°$	Эффектом Компотона называется упругое рассеяние
$\lambda_к = 2{,}4263 \cdot 10^{-12}$ м	высокоэнергетических фотонов (рентгеновских и гам-
$\Delta\lambda$ — ?	ма-квантов) на свободных электронах вещества, сопровождающееся увеличением длины волны рассеянного

излучения. Эксперименты показали, что увеличение длины волны $\Delta\lambda$ рассеянного излучения не зависит от длины волны λ падающего излучения и природы рассеивающего вещества, а определяется только углом рассеяния θ: $\Delta\lambda = 2\lambda_к \sin^2 \theta/2$, где $\lambda_к$ — комптоновская длина волны. Отсюда

$$\Delta\lambda = 2 \cdot 2{,}4263 \cdot 10^{-12}\ м \sin^2 30^\circ = 1{,}21 \cdot 10^{-12}\ м = 1{,}21\ пм.$$

Ответ: $\Delta\lambda = 1{,}21$ пм.

№ 1164(1132).

Дано:	Решение:
$\theta = 90^\circ$	Увеличение длины волны $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ комптоновского рассеянно-
$\lambda = 20$ пм	го излучения λ' по сравнению с падающим λ дается формулой
λ' — ?	$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_к \sin^2 \theta/2$, где $\lambda_к$ — комптоновская длина волны,

θ — угол рассеяния. Отсюда

$$\lambda' = \lambda + 2\lambda_к \sin^2 \theta/2 = 20\ пм + 2 \cdot 2{,}4263\ пм \cdot \sin^2 45^\circ = 22{,}43\ пм.$$

Ответ: $\lambda' = 22{,}43$ пм.

№ 1165(1133).

Дано:	Решение:
$\theta = 45^\circ$	Длина волны λ падающего излучения равна разности $\lambda' - \Delta\lambda$,
$\lambda' = 10{,}7$ пм	где λ' — длина волны комптоновского рассеянного излучения,
λ — ?	а $\lambda' - \Delta\lambda$ — комптоновское увеличение длины волны рассеянного излучения. $\Delta\lambda = 2\lambda_к \sin^2 \theta/2$. Окончательно,

$$\lambda = \lambda' - 2\lambda_к \sin^2 \theta/2 =$$

$$= 10{,}7\ пм - 2 \cdot 2{,}4263\ пм \cdot \sin^2 45^\circ/2 = 10{,}7\ пм - 0{,}7\ пм = 10\ пм.$$

Ответ: $\lambda = 10$ пм.

№ 1166(1134).

Дано:	Решение:
$\Delta\lambda = 0{,}3$ пм	Воспользуемся формулой $\Delta\lambda = 2\lambda_к \sin^2 \theta/2$, где $\lambda_к$ — комптоновс-
θ — ?	кая длина волны, θ — угол рассеяния, $\Delta\lambda$ — увеличение длины

волны рассеянного излучения. Отсюда

$$\sin\frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{\Delta\lambda}{2\lambda_к}} \text{ и } \theta = 2\arcsin\sqrt{\frac{\Delta\lambda}{2\lambda_к}} = 2\arcsin 0{,}25 = 28{,}8^\circ.$$

Ответ: $\theta = 28{,}8^\circ$.

№ 1167(1135).

Дано:	Решение:
$\lambda = 2\ пм = 2 \cdot 10^{-12}$ м	Так как рассеяние фотонов на свободных элект-
$\lambda' = 2{,}4\ пм = 2{,}4 \cdot 10^{-12}$ м	ронах является упругим, то при столкновении
E_e — ?	выполняется закон сохранения энергии.

Поэтому энергия электрона отдачи будет равна разности энергий кванта до и после столкновения с электроном.

$$E_к = h\nu - h\nu' = hc\,(1/\lambda - 1/\lambda') =$$

$$= 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ Дж \cdot с \cdot 3 \cdot 10^8\ м/с \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot 10^{-12}\ м} - \frac{1}{2{,}4 \cdot 10^{-12}\ м}\right) =$$

$= 1{,}9878 \cdot 10^{-25} \cdot 0{,}83 \cdot 10^{11}$ Дж $= 1{,}65 \cdot 10^{-14}$ Дж $\approx 0{,}1$ МэВ.

Ответ: $E_e = 0{,}1$ МэВ.

№ 1168(1136).

Дано:	Решение:
$\lambda = 5$ пм $= 5 \cdot 10^{-12}$ м	Воспользуемся законом сохранения импульса для
$\theta = 30°$	упругого рассеяния фотона на покоящемся электроне.
$\beta = 60°$	До столкновения суммарный импульс системы рав-
p_e — ?, p'_γ — ?	нялся импульсу рентгеновского кванта $p_\gamma = h/\nu = h/\lambda$.

После столкновения электрон приобрел импульс p_e, а импульс фотона стал равен $p'_\gamma = h/\lambda'$, где λ' — длина волны фотона рассеяния. По закону сохранения импульса $\vec{p}_\gamma = \vec{p}_e + \vec{p}_\gamma^{\,\prime}$. В проекции на первоначальное направление падающих лучей получаем

$$p_\gamma = p_e \cos 60° + p'_\gamma \cos 30°.$$

В проекции на направление, перпендикулярное первоначальному:

$$p_e \sin 60° = p'_\gamma \sin 30°.$$

Подставляем значения тригонометрических функций:

$$\begin{cases} 2p_\gamma = p_e + p'_\gamma\sqrt{3} \\ p_e\sqrt{3} = p'_\gamma \end{cases} \Rightarrow p_e = \frac{p_\gamma}{2} = \frac{h}{2\lambda} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с}}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-12}\ \text{м}} = 6{,}63 \cdot 10^{-23}\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

Далее,

$$p'_\gamma = \sqrt{3}p_e = 1{,}15 \cdot 10^{-22}\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: а) $6{,}63 \cdot 10^{-23}$ кг · м/с; б) $1{,}15 \cdot 10^{-22}$ кг · м/с.

№ 1169(1137).

Дано:	Решение:
$\lambda = 20$ пм $= 2 \cdot 10^{-11}$ м	По закону импульса $\vec{p}_\gamma = \vec{p}_e + \vec{p}_\gamma^{\,\prime}$ (подробнее см.
$\theta = 90°$	предыдущую задачу). Здесь p_γ — первоначальный
p_e — ?	импульс фотона, p_e — импульс электрона, p'_γ — им-
	пульс рассеянного фотона.

Так как угол между p_γ и p'_γ равен 90°, то по теореме Пифагора

$$p_e = \sqrt{p_\gamma^2 + (p'_\gamma)^2} = h\sqrt{\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{(\lambda + \Delta\lambda_к)^2}},$$

где $\Delta\lambda$ — увеличение длины волны рассеянного фотона. $\Delta\lambda = 2\lambda_к \sin^2 90°/2 = \lambda_к$.

Окончательно,

$$p_e = h\sqrt{\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{(\lambda + \lambda_к)^2}} = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot \sqrt{\frac{1}{(20\ \text{пм})^2} + \frac{1}{(22{,}43\ \text{пм})^2}} =$$

$$= 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 6{,}7 \cdot 10^{10}\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} = 4{,}44 \cdot 10^{-23}\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: $p_e = 4{,}44 \cdot 10^{-23}$ кг · м/с.

№ 1170(1138).

Сила, с которой свет давит на поверхность, равна изменению импульса падающих фотонов в единицу времени. От идеально белой поверхности фотоны упруго отражаются и передают ей удвоенный собственный импульс.

Идеально черной поверхностью фотоны поглощаются. В этом случае передается только их собственный импульс. Таким образом, давление света на белую поверхность в два раза больше, чем на черную (см. также задачу № 1158).

№ 1171(1139).

Дано:	Решение:
$S = 1000$ м^2	На космическую яхту действует сила давления света,
$v = 50$ м/с	равная $F = PS$, где P — давление света, S — площадь
$m = 1$ т $= 10^3$ кг	паруса. Под действием этой силы яхта движется рав-
$P = 10$ мкПа $= 10^{-5}$ Па	ноускоренно с ускорением $a = F/m$, где m — масса
t — ?, l — ?	яхты. Так начальная скорость яхты равна нулю, то за

время t яхта приобретет скорость $v = at$. Отсюда $t = v/a = vm/F = vm/PS$.

$$t = \frac{50 \text{ м/с} \cdot 10^3 \text{ кг}}{10^{-5} \text{ Па} \cdot 10^3 \text{ м}^2} = 5 \cdot 10^6 \text{ с} = 1389 \text{ час.} \approx 58 \text{ сут.}$$

Пусть, пройденный яхтой, составит

$$l = \frac{at^2}{2} = \frac{v^2/a}{2} = \frac{v^2 m}{2PS} = \frac{25 \cdot 10^2 \text{ м}^2/\text{с}^2 \cdot 10^3 \text{ кг}}{2 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot 10^3 \text{ м}^2} = 12{,}5 \cdot 10^7 \text{ м} = 125000 \text{ км.}$$

Ответ: $t = 58$ сут., $l = 125\,000$ км.

ГЛАВА XVII
АТОМ И АТОМНОЕ ЯДРО

51. Ядерная модель атома. Испускание и поглощение света атомом. Лазер

№ 1172(1140).

Согласно второму постулату Бора, при переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую излучается (поглощается) один фотон с энергией $h\nu = E_m - E_n$, равной разности энергий соответствующих стационарных состояний атома. При облучении атом водорода поглотил фотон с энергией $h\nu_1 = E_1' - E_3$. При возвращении в исходное состояние он сначала излучил фотон с энергией $h\nu_2 = E_3 - E_2$, а затем — с энергией $h\nu_3 = E_2 - E_1$. Очевидно, энергия $h\nu_1 = |h\nu_2 + h\nu_3|$, то есть энергия двух излученных фотонов равна энергии одного поглощенного фотона, а энергия каджого излученного фотона меньше энергии поглощенного.

№ 1173(1141).

Дано:	Решение:
$E = 2{,}55$ эВ	Энергия фотона $E = h\nu = hc/\lambda$. Отсюда
λ — ?	

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{4{,}136 \cdot 10^{-15} \text{ эВ} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{2{,}55 \text{ эВ}} = 486 \text{ нм.}$$

Ответ: $\lambda = 486$ нм.

№ 1174(1142).

Дано:	Решение:
$\Delta E = 4{,}9$ эВ	При облучении электронами атомы ртути поглощают энергию
λ — ?	ΔE (электроны неупруго рассеиваются на атомах ртути) и

переходят в возбужденное состояние. Возвращаясь в основное состояние, они излучают фотоны с энергией $h\nu = \Delta E$. Учитывая, что $\nu = c/\lambda$, получим:

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{4{,}136 \cdot 10^{-15}\ \text{эВ} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{м/с}}{4{,}9\ \text{эВ}} = 253\ \text{нм}.$$

Ответ: $\lambda = 253$ нм.

№ 1175(1143).

Дано:	Решение:
$E = 14{,}53$ эВ	Для того, чтобы потерять электрон (ионизироваться) атом азота должен поглотить фотон с энергией $E = h\nu = 14{,}53$ эВ.
λ — ?	

Отсюда длина волны излучения должна быть

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{4{,}136 \cdot 10^{-15}\ \text{эВ} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{м/с}}{14{,}53\ \text{эВ}} = 85{,}3\ \text{нм}.$$

Ответ: $\lambda = 85{,}3$ нм.

№ 1176(1144).

Дано:	Решение:
$E_1 = 21{,}6$ эВ	Подсчитаем энергию квантов с длиной волны $\lambda = 25$ нм.
$E_2 = 41$ эВ	$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{4{,}136 \cdot 10^{-15}\ \text{эВ} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{м/с}}{2{,}5 \cdot 10^{-8}\ \text{м}} = 49{,}6\ \text{эВ}.$$
$E_3 = 64$ эВ	
$\lambda = 25$ нм $= 2{,}5 \cdot 10^{-8}$ м	Этой энергии не достаточно для трехкратной ионизации атомов неона. Возможна только однократная и двухкратная ионизация.
n — ?	

Ответ: можно получить однократную и двухкратную степень ионизации.

№ 1177(1145).

Энергетические уровни атома водорода на основе постулатов Бора описываются выражением $E_n = -hcR_H/n^2$, где h — постоянная Планка, c — скорость света, R_H — постоянная Ридберга, n — целое число. Энергия E_n отрицательна, так как потенциальная энергия электрона в поле атома отрицательна (нулевой уровень отсчета берется на бесконечности и по мере приближения электрона к ядру его потенциальная энергия уменьшается). Для первого энергетического уровня $E_1 = -hcR_H$, для третьего — $E_3 = -hcR_H/3^2 = E_1/9$. Отсюда $E_1/E_3 = 9$, то есть энергия атома водорода возрастет в 9 раз (минимальная энергия у атома в основном состоянии). Для четвертого энергетического уровня $E_4 = -hcR_H/4^2 = E_1/16$, для второго — $E_2 = -hcR_H/2^2 = E_1/4 = 4E_4$. Таким образом, $E_4/E_2 = 1/4$, т. е. энергия уменьшилась в 4 раза.

Ответ: увеличится в 9 раз; уменьшится в 4 раза.

№ 1178(1146).

Воспользуемся формулой Бальмера, которая выражает длину волны λ поглощенного или излученного фотона при переходе атома из одного энергетического состояния в другое:

$$\frac{1}{\lambda_{nm}} = R_H\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

где R_H — постоянная Ридберга, а m и n — номера энергетических уровней, между которыми совершается пере ход.

Запишем условие задачи в виде:

$$\frac{1}{\lambda_{32}} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) \text{ — переход с третьего на второй уровень ,}$$

$$\frac{1}{\lambda_{21}} = R_H\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \text{ — переход со второго на первый уровень.}$$

Разделив второе уравнение на первое, получаем:

$$\frac{\lambda_{32}}{\lambda_{21}} = \frac{1 - \frac{1}{4}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{9}} = 5,4.$$

Ответ: длина волны больше в 5,4 раза.

№ 1179(1147).

Дано:	Решение:
$\lambda_4 = 656$ нм	В видимой области спектра длины волн света, поглощаемого атомом водорода, описываются уравнением:
λ_1 — ? λ_2 — ? λ_3 — ?	$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

где R_H — постоянная Ридберга, $n = 3, 4, 5, ..., \infty$. Очевидно, что наибольшей длине волны λ_4 соответствует переход атома водорода со второго на третий энергетический уровень. Более короткой длине волны λ_3 — со второго на четвертый уровень, далее со второго на пятый для λ_2 и последней длине волны λ_1 соответствует переход со второго на шестой энергетический уровень. Запишем формулу Ридберга для каждого перехода:

$$\frac{1}{\lambda_4} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) = \frac{5}{36}R_H; \qquad \frac{1}{\lambda_3} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right) = \frac{3}{16}R_H;$$

$$\frac{1}{\lambda_2} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2}\right) = \frac{21}{100}R_H; \qquad \frac{1}{\lambda_1} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2}\right) = \frac{2}{9}R_H.$$

Разделим первое уравнение на второе, получим

$$\frac{\lambda_3}{\lambda_4} = \frac{5 \cdot 16}{36 \cdot 3} \Rightarrow \lambda_3 = \frac{20\lambda_4}{27} = 486 \text{ нм.}$$

Аналогично,

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_4} = \frac{5 \cdot 100}{36 \cdot 21} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{125\lambda_4}{189} = 434 \text{ нм,} \quad \frac{\lambda_1}{\lambda_4} = \frac{5 \cdot 9}{36 \cdot 2} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{5\lambda_4}{8} = 410 \text{ нм.}$$

Ответ: $\lambda_1 = 410$ нм, $\lambda_2 = 434$ нм, $\lambda_3 = 486$ нм.

№ 1180(1148).

Дано:	Решение:
$\lambda_{42} = 486,13$ нм $=$ $= 4,8613 \cdot 10^{-7}$ м	Как следует из условия задачи $R_H = \dfrac{1}{\lambda\left(1/n^2 - 1/k^2\right)}$.
R_H — ?	Подставляя $n = 2$, $k = 4$ и значение λ, получим

$$R_H = \frac{1}{4,8613 \text{ м} \cdot \left(1/2^2 - 1/4^2\right)} = \frac{1}{4,8613 \text{ м} \cdot 0,1875} = 1,0971 \cdot 10^{-7} \text{ м}^{-1}.$$

Ответ: $R_H = 1,0971 \cdot 10^{-7}$ м$^{-1}$.

№ 1181(1149).

Ультрафиолетовый спектр водорода описывается формулой

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

где где R_H — постоянная Ридберга, $n = 2, 3, 4, 5, ..., \infty$. Наибольшей длине волны соответствует наименьшее значение n, то есть $n = 2$. Отсюда

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{R_H\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right)} = \frac{4}{3R_H} = 1{,}215 \cdot 10^{-7}\ \text{м} = 121{,}5\ \text{нм}.$$

Ответ: $\lambda = 121{,}5$ нм.

№ 1182(1150).

Основному энергетическому состоянию атома водорода соответствует первый уровень энергии электрона ($n = 1$). Для того, чтобы ионизировать атом водорода (оторвать электрон), ему необходимо сообщить энергию, соответствующую ($n = \infty$) или еще большую. Подставляя в формулу Бальмера $n = 1$ и $k = \infty$, получим $1/\lambda = R_H$ или $\lambda = 1/R_H = 91{,}2$ нм. То есть длина волны света должна составлять 91,2 нм или быть меньше.

Ответ: $\lambda \le 91{,}2$ нм.

№ 1183(1151).

Считаем, что вся кинетическая энергия электрона $m_e v^2/2$ отдается атому водорода, в результате чего он переходит из первого (основного) в пятое энергетическое состояние. Количество энергии, поглощенной атомом водорода, находим из соотношения:

$$\Delta E = E_5 - E_1 = hcR_H\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{5^2}\right) = \frac{24}{25}hcR_H$$

(подробнее см. задачу № 1177). По закону сохранения энергии

$$\frac{m_e v^2}{2} = \frac{24}{25}hcR_H \Rightarrow v = \sqrt{\frac{48hcR_H}{25m_e}} =$$

$$= \sqrt{\frac{48 \cdot 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8\ \text{м/с} \cdot 1{,}0971 \cdot 10^7\ \text{м}^{-1}}{25 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{кг}}} =$$

$$= 2{,}14 \cdot 10^6\ \text{м/с} = 2{,}14\ \text{Мм/с}.$$

Ответ: $v = 2{,}14$ Мм/с.

№ 1184(1152).

Атомы люминофора поглощают фиолетовый и ультрафиолетовый свет, переходя из основного в возбужденное состояние. Однако, обратный переход из возбужденного в основное состояние происходит не прямо (тогда бы люминофор светился фиолетовым и ультрафиолетовым светом), а через промежуточные энергетические уровни. В результате на один поглощенный коротковолновый фотон приходится два и более высвеченных фотона с большей длиной волны. Состав люминофора подбирают так, чтобы испускаемый им свет имел спектр, близкий к солнечному.

№ 1185(1153).

Для обнаружения дефектов используют флуоресуцирующие красители. Молекулы красителя поглощают ультрафиолетовый свет и переходит в возбужденное состояние. Далее часть поглощенной энергии диссипирует безызлучательно, а оставшаяся часть излучается в виде светового кванта с энергией, меньшей первоначальной энергии возбуждения. Говорят, что часть энергии возбуждения расходуется на усиление колебательных и вращательных движений атомов в молекуле красителя (переходит в тепло). Поэтому длина волны флуоресценции всегда больше длины волны возбуждающего света.

№ 1186(1154).

Дано:	Решение:
$\eta = 0{,}1\%$	Лазер излучает в среднем $P\eta$ световой мощности, где
$\tau = 5$ мкс $= 5 \cdot 10^{-6}$ с	P — его электрическая мощность, η — коэффициент
$n = 200$ имп/с	полезного действия. Эта средняя мощность распреде-
$P = 1$ кВт $= 10^3$ Вт	ляется между n импульсами с энергией каждого E_1,
E_1 — ?, P_1 — ?	излучаемыми лазером в 1 секунду. Отсюда $E_1 n = P\eta$ и

$$E_1 = \frac{\eta P}{n} = \frac{10^{-3} \cdot 10^3 \text{ Вт}}{200 \text{ с}^{-1}} = 0{,}005 \text{ Дж} = 5 \text{ мДж}.$$

Энергия E_1 излучается лазером за время τ (длительность одного импульса). Поэтому мощность одного импульса равна:

$$P_1 = \frac{E_1}{\tau} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \text{ Вт}}{5 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}} = 10^3 \text{ Вт} = 1 \text{ кВт}.$$

Ответ: $E_1 = 4$ мДж, $P_1 = 1$ кВт.

№ 1187(1155).

Дано:	Решение:
$\lambda = 630$ нм $= 6{,}3 \cdot 10^{-7}$ м	Энергия одного фотона с длиной волны λ равна
$P = 40$ мВт $= 0{,}04$ Вт	$E = h\nu = \dfrac{hc}{\lambda} = \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{6{,}3 \cdot 10^{-7} \text{ кг}} =$
n — ?	

$$= 3{,}16 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

Если в секунду излучается n квантов с энергией E, то мощность излучения P будет равна nE. Отсюда число излучаемых фотонов равно

$$n = \frac{P}{E} = \frac{0{,}04 \text{ Вт}}{3{,}16 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}} = 1{,}3 \cdot 10^{17} \text{ квант/с}.$$

Ответ: $n = 1{,}3 \cdot 10^{17}$ квант/с.

№ 1188*(1156).

Дано:	Решение:
$\alpha = 2$ мрад $= 2 \cdot 10^{-3}$ рад	На расстоянии l от лазера радиус свето-
$\tau = 1$ мкс $= 10^{-6}$ с	вого пятна составит $l \cdot \operatorname{tg} \alpha/2$, а его пло-
$W_c = 1{,}36$ кВт/м$^2 = 1{,}36 \cdot 10^3$ Вт/м^2	щадь S будет равна $\pi(l \cdot \operatorname{tg} \alpha/2)^2$. Для ма-
$E_1 = 0{,}1$ Дж, $l = 6$ м	лых углов α можем записать $\operatorname{tg} \alpha/2 = \alpha/2$
$W_л$ — ?, $W_л/W_c$ — ?	и $S = \pi l^2\alpha^2/4$. Мощность одного импуль-
	са длительностью τ составит

$$P_1 = \frac{E_1}{\tau} = \frac{0,1 \text{ Дж}}{10^{-6} \text{ с}} = 10^5 \text{ Вт},$$

где E_1 — энергия одного импульса. Эта мощность, распределилась по площади S, даст плотность потока излучения лазера:

$$W_л = \frac{P_1}{S} = \frac{4P_1}{\pi l^2 \alpha^2} = \frac{5 \cdot 10^5 \text{ Вт}}{3,14 \cdot 36 \text{ м}^2 \cdot 4 \cdot 10^{-6}} = 0,884 \cdot 10^9 \text{ Вт/м}^2 = 884 \text{ МВт/м}^2.$$

Отсюда

$$\frac{W_л}{W_c} = \frac{0,884 \cdot 10^9 \text{ Вт/м}^2}{1,36 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2} = 6,5 \cdot 10^5.$$

Таким образом, лазер дает плотность потока излучения в $6,5 \cdot 10^5$ раз больше, чем Солнце.

Ответ: $W_л = 884$ МВт/м^2, $W_л/W_c = 6,5 \cdot 10^5$.

52. Методы регистрации заряженных частиц. Радиоактивность. Состав атомных ядер. Энергия связи атомных ядер

№ 1189(1157).

На движущийся в магнитном поле электрон действует сила Лоренца. Судя по траектории движения (дуга окружности), сила Лоренца направлена слева направо. Направление силы Лоренца для положительно заряженной частицы определяется правилом левой руки. Для электрона (отрицательно заряженная частица), следовательно, неоходимо воспользоваться правилом правой руки, т. к. смена знака перед векторной величиной означает изменение ее направления. Итак, расположим правую руку так, чтобы силовые линии входили в ладонь (ладонь вверх). Отогнутый большой палец указывает при этом направление силы Лоренца слева направо). Вытянутые четыре пальца покажут напрвление движения электрона — сверху вниз.

Ответ: сверху вниз.

№ 1190(1158).

Дано:	Решение:
$r = 4$ см $= 4 \cdot 10^{-2}$ м $B = 8,5$ мТл $=$ $= 8,5 \cdot 10^{-3}$ м	На электрон, движущийся в магнитном поле, действует сила Лоренца (силой тяжести пренебрегаем). В данном случае электрон движется перпендикулярно линиям индукции магнитного поля, поэтому сила Лоренца
v — ?	

равна $F = evB$, где e — заряд электрона, v — его скорость, B — индукция магнитного поля. С другой стороны, по второму закону Ньютона $mv^2/r = evB$, где m — масса электрона, r — радиус окружности траектории. Отсюда скорость электрона

$$v = \frac{eBr}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ Тл} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}} = 6 \cdot 10^7 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v = 6 \cdot 10^7$ м/с.

№ 1191(1159).

В природе существует естественный радиоактивный фон, который складывается из космического излучения и естественной радиоактивности земных элементов (газ радон, изотопы калия и т. п.). Эту естественную радиоактивность (разную для разных местностей) и регистрируется счетчик Гейгера.

№ 1192(1160).

Отрицательно заряженные β-частицы под действием силы Лоренца отклоняются вправо (т. е. сила действует слева направо). Положительно заряженные α-частицы отклоняются влево. На них сила Лоренца действует в направлении справа налево. По правилу левой руки для положительно заряженных частиц ориентируем отогнутый большой палец в направлении действия силы Лоренца (справо налево), четыре остальных пальца направлены вдоль траектории γ-квантов. При этом силовые линии магнитного поля должны входить в ладонь. Следовательно, они направлены от наблюдателя за плоскость чертежа.

Ответ: от наблюдателя за плостость чертежа.

№ 1193(1161).

Свинец хорошо поглощает радиоактивное излучение, причем не только заряженные частицы, но и нейтральные γ-кванты и нейтроны. Поэтому для защиты от опасного для живых существ излучения радиоактивные препараты хранят в толстостенных свинцовых контейнерах.

№ 1194(1162).

При радиоактивном распаде ядер изотопа ^{60}Co образуются, преимущественно, γ-кванты. Период полураспада изотопа ^{60}Co составляет 5,27 года. Кобальтовые пушки — контейнеры с радиоактивным элементом, имеющие окно с регулируемой диафрагмой, излучают γ-кванты, не потребляя электрической энергии, значительно более компактны и дают излучение с большей проникающей способностью по сравнению с рентгеновской установкой.

№ 1195(1163).

Длина пробега α-частицы увеличивается с уменьшением плотности воздуха. Поэтому в верхних слоях атмосферы длина пробега будет больше, чем у поверхности Земли.

№ 1196(н).

Запишем реакцию:

$$^{239}_{92}U \rightarrow \underbrace{{}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{-1}e}_{\text{2 β-распада}} + \underbrace{{}^{4}_{2}\mathrm{He}}_{\text{α-распад}} + \underbrace{{}^{A}_{Z}Y}_{\text{искомый изотоп}}.$$

Пользуясь законами сохранения зарядового Z и массового A чисел, найдем $A = 239 - 4 = 235$ и $Z = 92 - 1 - 1 + 2 = 92$. Таким образом, получен изотоп урана $^{235}_{92}U$.

Ответ: $^{235}_{92}U$.

№ 1197(1165).

При радиоактивных распадах выполняются для закона — закон сохранения электрического заряда Z и закон сохранения массового числа A: заряд (массовое число) исходного ядра равен сумме зарядов (массовых чисел) возникающих ядер и частиц. В соответствии с этими законами запишем реакцию: ${}^{239}_{94}Pu \to {}^{235}_{92}U + {}^{A}_{Z}Y$, где Y — неизвестное ядро с массовым числом A и зарядом Z. По законам сохранения $239 = 235 + A$ и $94 = 92 + Z$. Следовательно $A = 4$ и $Z = 2$. Искомое ядро ${}^{A}_{Z}Y$ = ядро гелия ${}^{4}_{2}$He (порядковый номер Z в таблице Менделеева). Значит ядро плутония превратилось в ядро урана в результате α-распада.

Ответ: в результате α-распада.

№ 1198(1166).

Аналогично рассуждениям предыдущей задачи запишем:

$${}^{22}_{11}Na \to {}^{22}_{12}Mg + {}^{A}_{Z}Y.$$

Отсюда $Z = -1$, $A = 0$. То есть Y — электрон ${}^{0}_{-1}e$ и произошел β-распад. В действительности выброс электрона из ядра (β-распад) происходит вследствие превращения нейтрона ${}^{1}_{0}n$ в протон ${}^{1}_{1}p$ с испусканием электрона ${}^{0}_{-1}e$ и электронного антинейтрино ${}^{0}_{0}\tilde{\nu}_e$ в реакции

$${}^{1}_{0}n \to {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\tilde{\nu}_e.$$

Ответ: в результате β-распада.

№ 1199(1167).

α-распад урана: ${}^{238}_{92}U \to {}^{4}_{2}He + {}^{A}_{Z}Y.$

Находим $A = 234$ и $Z = 90$. Элемент с порядковым номером 90 — это торий. Окончательно ${}^{238}_{92}U \to {}^{4}_{2}He + {}^{234}_{90}Th.$

β-распад свинца: ${}^{209}_{82}Pb \to {}^{A}_{Z}Y + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\tilde{\nu}_e.$

(Подробнее см. предыдущую задачу). Находим $A = 209$ и $Z = 83$. По таблице Менделеева элемент с номером 83 — висмут. Итак,

$${}^{209}_{82}Pb \to {}^{209}_{83}Bi + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\tilde{\nu}_e.$$

№ 1200*(1168).

$${}^{226}_{88}Ra \to {}^{4}_{2}He + {}^{A}_{Z}Y.$$

По законам зарядового Z и массового A чисел находим $A = 222$ и $Z = 86$. По таблице Менделеева Y — радон. Итак,

$${}^{226}_{88}Ra \to {}^{4}_{2}He + {}^{222}_{86}Rn.$$

Поскольку ядро радона до распада покоилось, то его импульс был равен нулю. По закону сохнарения импульса после распада $m_\alpha v_\alpha + mv = 0$, то есть модуль импульса α-частицы $m_\alpha v_\alpha$ равен модулю импульса ядра радона mv. Запишем отношение кинетических энергий образовавшихся ядер:

$$\frac{m_\alpha v_\alpha^2}{mv^2} = \frac{m_\alpha^2 v_\alpha^2 \cdot m}{m^2 v^2 \cdot m_\alpha} = \frac{222}{4} = 55{,}5.$$

То есть кинетическая энергия ядра гелия в 55,5 раза больше кинетической энергии ядра радона.

Ответ: импульсы по модулю одинаковы, энергия ${}^{4}He$ в 55,5 раза больше энергии ${}^{222}Rn$.

№ 1201(1169).

Запишем закон радиоактивного распада в виде $N(t) = N_0 2^{-t/T}$, где $N(t)$ — число ядер некоторого радиоактивного вещества в момент времени t, N_0 — число ядер при $t = 0$, T — период полураспада. Очевидно, за время t распалось $N_0 - N(t)$ ядер, что составляет в долях величину $[N_0 - N(t)]/N_0$. По условию задачи $t = T/2$. Отсюда

$$\eta = \frac{N_0 - N(t)}{N_0} = \frac{N_0 - N2^{-\frac{1}{2}}}{N_0} = \frac{1 - 1/\sqrt{2}}{1} = 0,29.$$

Ответ: $\eta = 0,29$.

№ 1202(1170).

Дано:	Решение:
$t = 8$ сут.	Запишем, как и в предыдущей задаче, $N(t) = N_0 2^{-t/T}$. Отсюда
$N = N_0/4$	$-t/T = \log_2 N(t)/N_0$
$T - ?$	или

$$T = -\frac{t}{\log_2 \frac{N(t)}{N_0}} = -\frac{8\text{ сут}}{\log_2 \frac{N_0}{4N_0}} = -\frac{8\text{ сут}}{\log_2 \frac{1}{4}} = \frac{8\text{ сут}}{2} = 4\text{ сут.}$$

То есть период полураспада равен 4 суткам.

Ответ: 4 суток.

№ 1203(н).

Дано:	Решение:
$t = 16$ сут.	Запишем закон радиоактивного распада (см. задачу № 1201):
$T = 8$ сут.	$N = N_0 2^{-t/T}$.
$N/N_0 \cdot 100\% - ?$	Процент оставшихся к моменту времени t ядер

$$\frac{N}{N_0} \cdot 100\% = 2^{-t/T} \cdot 100\%.$$

Подставим данные:

$$\frac{N}{N_0} \cdot 100\% = 2^{-16\text{ сут.}/8\text{ сут.}} \cdot 100\% = 2^{-2} \cdot 100\% = 25\%.$$

Ответ: останется 25% ядер.

№ 1204(1172).

Порядковый номер Z элемента ${}^A_Z Y$ в таблице Менделеева равен силу протонов в ядре. Массовое число A равно суммарному числу протонов и нейтронов. Поэтому число нейтронов равно $N = A - Z$.

У ${}^{23}_{11}Na$ число протонов $Z = 11$, число нейтронов $N = 12$;

у ${}^{19}_{9}F$ — $Z = 9$, $N = 10$; у ${}^{107}_{47}Ag$ — $Z = 47$, $N = 60$;

у ${}^{247}_{96}Cm$ — $Z = 96$, $N = 151$; у ${}^{257}_{101}Md$ — $Z = 101$, $N = 156$;

№ 1205(1173).

Рассуждая аналогично решению предыдущей задачи, находим, что ядро ${}^{20}_{10}He$ содержит 10 протонов и 10 нейтронов, ядро ${}^{21}_{10}He$ содержит 10 протонов и 11 нейтронов и ядро ${}^{22}_{10}He$ содержит 10 протонов и 12 нейтронов.

№ 1206(1174).

γ-квант не имеет заряда и массы покоя. Поэтому при испускании γ-кванта ни порядковый номер, ни массовое число ядра не изменяются. В то же время, по закону взаимосвязи массы и энергии с любым квантом частоты ν связана масса $m = h\nu/c^2$, где h — постоянная Планка и c — скорость света в вакууме. На величину этой массы и уменьшится масса ядра.

Ответ: Z и A не изменяются, масса уменьшается на массу γ-кванта.

№ 1207(1175).

Протон ${}^1_1p$ имеет массовое число $A = 1$ и зарядовое число $Z = 1$. Поэтому при испускании протона порядковый номер и массовое число элемента уменьшаются на единицу. У нейтрона ${}^1_0n$ $Z = 0$, $A = 1$. При испускании нейтрона порядковый номер элемента не изменяется, а массовое число уменьшается на единицу.

Ответ: Z и A уменьшаются на 1; Z не меняется, A уменьшается на 1.

№ 1208(1176).

Измерения показывают, что масса ядра меньше суммы масс составляющих его нуклонов. Так как по формуле Эйнштейна $E = mc^2$ всякому изменению массы соответствует изменение энергии, то для того, чтобы расщепить ядро на отдельные нуклоны, требуется затратить энергию, которая называется энергией связи ядра. Пишут $E_{св} = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_я]c^2$, где m_p, m_n, $m_я$ — соответственно массы протона, нейтрона и ядра. В таблицах обычно приводятся не массы $m_я$ ядер, а массы m атомов. Поэтому для энергии связи пользуются формулой $E_{св} = [Zm_H + (A - Z)m_n - m]c^2$, где m_H — масса атома водорода. Поскольку $m_H = m_p + m_e$ и $m = m_я + Zm_e$, где m_e — масса электрона, то обе формулы дают одинаковый результат. Удельная энергия связи $E_{св}/A$ — это энергия связи, приходящаяся на один нуклон (A — общее число нуклонов, массовое число).

1) для дейтерия ${}^2_1H$:

$E_{св} = [1 \cdot 1{,}00783 + 1 \cdot 1{,}00866 - 2{,}01410]$а. е. м. $\cdot$ 931,5 МэВ/а. е. м. $= 0{,}00239 \cdot 931{,}5 = 2{,}226$ МэВ.

$$\frac{E_{св}}{A} = \frac{2{,}226\ \text{МэВ}}{2} = 1{,}113\ \text{МэВ}.$$

2) для изотопа лития ${}^6_3Li$:

$E_{св} = [3 \cdot 1{,}00783 + 3 \cdot 1{,}00866 - 6{,}01513]$а. е. м. $\cdot$ 931,5 МэВ/а. е. м. $= 0{,}03434 \cdot 931{,}5 = 31{,}988$ МэВ.

$$\frac{E_{св}}{A} = \frac{31{,}988\ \text{МэВ}}{6} = 5{,}331\ \text{МэВ}.$$

3) для изотопа лития ${}^7_3Li$:

$E_{св} = [3 \cdot 1{,}00783 + 4 \cdot 1{,}00866 - 7{,}01601]$а. е. м. $\cdot$ 931,5 МэВ/а. е. м. $= 0{,}04212 \cdot 931{,}5 = 39{,}235$ МэВ.

$$\frac{E_{св}}{A} = \frac{39{,}235\ \text{МэВ}}{7} = 5{,}605\ \text{МэВ}.$$

4) для углерода ${}^{12}_{6}C$:

$E_{св} = [6 \cdot 1{,}00783 + 6 \cdot 1{,}00866 - 12{,}00000]$а. е. м. $\cdot$ 931,5 МэВ/а. е. м. =

$= 0{,}09894 \cdot 931{,}5 = 92{,}163$ МэВ.

$\frac{E_{св}}{A} = \frac{92{,}163\ \text{МэВ}}{12} = 7{,}680$ МэВ.

5) для кислорода ${}^{16}_{8}O$:

$E_{св} = [8 \cdot 1{,}00783 + 8 \cdot 1{,}00866 - 15{,}99491]$а. е. м. $\cdot$ 931,5 МэВ/а. е. м. =

$= 0{,}13701 \cdot 931{,}5 = 127{,}625$ МэВ.

$\frac{E_{св}}{A} = \frac{127{,}625\ \text{МэВ}}{16} = 7{,}977$ МэВ.

6) для алюминия ${}^{27}_{13}Al$:

$E_{св} = [13 \cdot 1{,}00783 + 14 \cdot 1{,}00866 - 26{,}98146]$а. е. м. $\cdot$ 931,5 МэВ/а. е. м. =

$= 0{,}24157 \cdot 931{,}5 = 225{,}022$ МэВ.

$\frac{E_{св}}{A} = \frac{225{,}022\ \text{МэВ}}{27} = 8{,}334$ МэВ.

Ответ: 1) 2,226 МэВ; 1,113 МэВ; 2) 31,988 МэВ; 5,331 МэВ; 3) 39,235 МэВ; 5,605 МэВ; 4) 92,163 МэВ; 7,680 МэВ; 5) 127,625 МэВ; 7,977 МэВ; 6) 225,022 МэВ; 8,334 МэВ.

№ 1209(1177).

Аналогично решению предыдущей задачи $E_{св} = [Zm_H + (A - Z)m_n - m]c^2 =$

$= [7 \cdot 1{,}00783 + 7 \cdot 1{,}00866 - 14{,}00307]$а. е. м. $\cdot$ 931,5 МэВ/а. е. м. =

$= 0{,}11236 \cdot 931{,}5 = 105$ МэВ.

Ответ: $E_{св} = 105$ МэВ.

53. Ядерные реакции. Энергетический выход ядерных реакций. Биологическое действие радиоактивных излучений. Элементарные частицы. Взаимные превращения частиц и квантов электромагнитного излучения

№ 1210(1178).

Напишем ${}^{27}_{13}Al + {}^{4}_{2}He \to {}^{1}_{1}p + {}^{A}_{Z}Y$. По закону сохранения массового и зарядового чисел $Z + 1 = 13 + 2 \Rightarrow Z = 14$ $A + 1 = 27 + 4 \Rightarrow A = 30$. По таблице Менделеева 14ый элемент — кремний. Отсюда ${}^{27}_{13}Al + {}^{4}_{2}He \to {}^{1}_{1}p + {}^{30}_{14}Si$.

№ 1211(1179).

${}^{11}_{5}B + {}^{4}_{2}He \to {}^{1}_{0}n + {}^{A}_{Z}Y \Rightarrow Z = 7,\ A = 14.$

7ой элемент — азот. Окончательно ${}^{11}_{5}B + {}^{4}_{2}He \to {}^{1}_{0}n + {}^{14}_{7}N$.

№ 1212(1180).

${}^{10}_{5}B + {}^{1}_{0}n \to {}^{4}_{2}He + {}^{A}_{Z}Y \Rightarrow Z = 3,\ A = 7.$

3ий элемент — литий. Поэтому ${}^{10}_{5}B + {}^{1}_{0}n \to {}^{4}_{2}He + {}^{7}_{3}Li$.

№ 1213(1181).

${}^{253}_{99}Es + {}^{4}_{2}He \to {}^{256}_{101}Md + {}^{1}_{0}n.$

№ 1214(1182).

$^{242}_{94}Pu + ^{22}_{10}Ne \to {}_{104}^{A}Ku + 4^1_0n$. Находим массовое число изотопа Ku:
$A + 4 = 242 + 22 \Rightarrow A = 260$. Отсюда: $^{242}_{94}Pu + ^{22}_{10}Ne \to {}^{260}_{104}Ku + 4^1_0n$.

№ 1215(1183).

$^{27}_{13}Al + ^1_0n \to {}^A_ZY + ^4_2He$.

$A + 4 = 27 + 1 \Rightarrow A = 24 \qquad Z + 2 = 13 + 0 \Rightarrow Z = 11 \Rightarrow {}^A_ZY = {}^{24}_{11}Na$.

$^A_ZX + ^1_1H \to {}^{22}_{11}Na + ^4_2He$.

$A + 1 = 22 + 4 \Rightarrow A = 25 \qquad Z + 1 = 11 + 2 \Rightarrow Z = 12 \Rightarrow {}^A_ZX = {}^{25}_{12}Mg$.

$^{55}_{25}Mn + ^A_ZX \to {}^4_2Fe + ^1_0n$.

$A + 55 = 56 + 1 \Rightarrow A = 2 \qquad Z + 25 = 26 + 0 \Rightarrow Z = 1 \Rightarrow {}^A_ZX = {}^2_1H$.

$^{27}_{13}Al + \gamma \to {}^{26}_{12}Mg + ^A_ZY$.

$A + 26 = 27 \Rightarrow A = 1 \qquad Z + 12 = 13 \Rightarrow Z = 1 \Rightarrow {}^A_ZY = {}^1_1H$.

Ответ: $^{24}_{11}Na$; $^{25}_{12}Mg$; ^2_1H; ^1_1H.

№ 1216(1184).

$^{63}_{29}Cu + ^1_1p \to {}^1_0n + ^A_ZY$. $Z = 30$ и $A = 63 \Rightarrow {}^A_ZY = {}^{63}_{30}Zn$.

$^{63}_{29}Cu + ^1_1p \to 2^1_0n + ^A_ZY$. $Z = 30$ и $A = 62 \Rightarrow {}^A_ZY = {}^{62}_{30}Zn$.

$^{63}_{29}Cu + ^1_1p \to {}^1_0n + ^1_1p + ^A_ZY$. $Z = 29$ и $A = 62 \Rightarrow {}^A_ZY = {}^{62}_{29}Cu$.

Ответ: $^{63}_{30}Zn$; $^{62}_{30}Zn$; $^{62}_{29}Cu$.

№ 1217(1185).

$^{56}_{26}Fe + ^2_1H \to {}^{54}_{25}Mn + ^A_ZY$. $Z = 2$ и $A = 4 \Rightarrow {}^A_ZY = {}^4_2He$.

$^{56}_{26}Fe + ^1_0n \to {}^{54}_{25}Mn + ^A_ZY$. $Z = 1$ и $A = 1 \Rightarrow {}^A_ZY = {}^1_1He$.

Окончательно

$^{56}_{26}Fe + ^2_1H \to {}^{54}_{25}Mn + ^4_2He, \qquad ^{56}_{26}Fe + ^1_0n \to {}^{54}_{25}Mn + ^1_1He$.

№ 1218(1186).

$^{14}_7N + ^1_0n \to {}^{14}_6C + ^1_1He, \qquad ^{14}_6C \to {}^0_{-1}e + ^0_0\tilde{\nu}_e + ^{14}_7N$.

Примечаение: при β-распаде всегда появляется элементарная частица — электронное антинейтрино $^0_0\tilde{\nu}_e$.

№ 1219(1187).

$^{56}_{26}Fe + ^1_0n \to {}^{56}_{25}Mn + ^1_1H, \qquad ^{56}_{25}Mn \to {}^0_{-1}e + ^0_0\tilde{\nu}_e + ^{56}_{26}Fe$.

См. примечание к предыдущей задаче.

№ 1220(1188).

Найдем массу исходных продуктов и продуктов реакции и посчитаем их разность. Если она положительна — энергия выделяется, если отрицательна — поглощается.

$$^{14}_7N + ^4_2He \to {}^{17}_8O + ^1_1H.$$

$\Delta m = 14{,}00307 + 4{,}00260 - 16{,}99913 - 1{,}00783 = -0{,}00129$ а. е. м.

Значит энергия поглощается.

$$^{6}_{3}Li + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{3}_{2}He.$$

$\Delta m = 6{,}01513 + 1{,}00783 - 4{,}00260 - 3{,}01602 = 0{,}00434$ а. е. м.

Энергия выделяется.

$$^{7}_{3}Li + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{10}_{5}B + ^{1}_{0}n.$$

$\Delta m = 7{,}01601 + 4{,}00260 - 10{,}01298 - 1{,}00866 = -0{,}00299$ а. е. м.

Энергия поглощается.

Ответ: поглощается; выделяется; поглощается.

№ 1221(1189).

Как и в предыдущей задаче посчитаем дефект масс реакции

$$^{7}_{3}Li + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{8}_{4}Be + ^{1}_{0}n.$$

$\Delta m = 7{,}01601 + 2{,}01410 - 8{,}00531 - 1{,}00866 = 0{,}01614$ а. е. м.

Выделившуюся энергию найдем по формуле

$E = \Delta mc^2 = 0{,}01614$ а. е. м. $\cdot$ 931,5 МэВ/а. е. м. =15 МэВ.

Ответ: E = 15 МэВ.

№ 1222(1190).

Напишем уравнение реакции:

$$^{7}_{3}Li + ^{1}_{1}p \rightarrow 2^{4}_{2}He.$$

Подсчитаем дефект масс реакции:

$\Delta m = 7{,}01601 + 1{,}00728 - 2 \cdot 4{,}00260 = 0{,}01809$ а. е. м.

Сумма кинетических энергий α-частиц будет равна выделившейся энергии реакции: $E = \Delta mc^2 = 0{,}01809$ а. е. м. $\cdot$ 931,5 МэВ/а. е. м. =16,85 МэВ $\approx$ 17 МэВ.

Ответ: E = 17 МэВ.

№ 1223(1191).

Реакция $^{7}_{3}Li + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{10}_{5}B + ^{1}_{0}n$ идет с поглощением энергии (см. решение задачи № 1220). Дефект масс реакции $\Delta m = -0{,}00299$ а. е. м. Следовательно, чтобы реакция произошла α-частица должна обладать минимальной кинетической энергией:

$E = \Delta mc^2 = 0{,}00299$ а. е. м. $\cdot$ 931,5 МэВ/а. е. м. = 2,785 МэВ $\approx$ 2,8 МэВ.

Ответ: E = 2,8 МэВ.

№ 1224(1192).

Запишем уравнение ядерной реакции:

$$^{15}_{7}N + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{A}_{6}C + ^{4}_{2}He.$$

Найдем массовое число изотопа углерода: $A + 4 = 15 + 1 \Rightarrow A = 12$.

Подсчитаем дефект масс реакции:

$\Delta m = 15{,}00011 + 1{,}00783 - 12 - 4{,}00260 = 0{,}00534$ а. е. м.

В ходе реакции выделяется энергия:

$E = \Delta mc^2 = 0{,}00534$ а. е. м. $\cdot$ 931,5 МэВ/а. е. м. = 4,97 МэВ $\approx$ 5 МэВ.

Поскольку для осуществления ядерной реакции на ускорение протона была потрачена энергия 1,2 МэВ, то полезный энергетический выход реакции составит 5 – 1,2 = 3,8 МэВ.

Ответ: E = 3,8 МэВ.

№ 1225(1193).

Уравнение ядерной реакции имеет вид:

$$^{11}_{5}B + ^{1}_{1}H \to 3^{4}_{2}He.$$

Дефект масс составит:

$\Delta m = 11{,}00931 + 1{,}00783 - 3 \cdot 4{,}00260 = 0{,}00134$ а. е. м.

Выделившаяся энергия равна:

$E = \Delta mc^2 = 0{,}00134$ а. е. м. $\cdot$ 931,5 МэВ/а. е. м. = 8,7 МэВ.

Ответ: $E = 8{,}7$ МэВ.

№ 1226(1194).

Дано:	Решение:
$\eta = 84\%$ $E = 200$ МэВ $P_1 = P_2$ $E_1 - ?, E_2 - ?$	Суммарная кинетическая энергия ядер $^{137}_{56}Ba\ (E_1)$ и $^{86}_{36}Kr\ (E_2)$ равна $E\eta = E_1 + E_2 = 200$ МэВ $\cdot$ 0,84 = 168 МэВ. Из равенства импульсов $m_1 v_1 = m_2 v_2$ или $v_1/v_2 = m_2/m_1$. Отношение кинетических энергий осколков равно

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_1 v_1^2}{m_2 v_2^2} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow E_2 = \frac{m_2}{m_1} E_1.$$

Подставляя это значение в выражение для суммы кинетических энергий, получим:

$$E_1 + \frac{m_2}{m_1} E_1 = E\eta \Rightarrow E_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} E\eta \text{ и } E_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} E\eta.$$

В качестве m_1 и m_2 берем массовые числа ядер. Окончательно

$$E_1 = \frac{84}{137 + 84} \cdot 164 \text{ МэВ} = 64 \text{ МэВ}.$$

$$E_2 = \frac{137}{137 + 84} \cdot 164 \text{ МэВ} = 104 \text{ МэВ}.$$

Ответ: барий — 64 МэВ, криптон — 104 МэВ.

№ 1227(1195).

Можно показать, что если частица массы m_1 со скоростью v_1 налетает на покоящуюся частицу массы m_2, то после абсолютно упругого центрального удара она будет иметь скорость

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1.$$

Возьмем это соотношение в качестве оценочного и посчитаем скорость нейтрона после рассеяния на дейтроне и на углероде. В первом случае

$$v_1' = \frac{1 - 2}{1 + 2} v_1 = -\frac{1}{3} v_1.$$

То есть нейтрон потерял 2/3 части своей скорости. Во втром случае

$$v_1' = \frac{1 - 12}{1 + 12} v_1 = -\frac{11}{13} v_1$$

нейтрон потерял только 2/13 части своей скорости. Очевидно, что замедление быстрых нейтронов более эффективно на легких ядрах, а большее число соударений потребуется для замедления в углероде.

Ответ: в углероде.

№ 1228(1196).

Дано:	Решение:
$m = 1$ г $= 10^{-3}$ кг $E_1 = 200$ МэВ $q = 2,9 \cdot 10^7$ Дж/кг	Найдем, сколько атомов $^{235}_{92}U$ содержится в 1 г этого вещества. Считаем, что масса одного атома урана равна 235 а. е. м. или $235 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}$ кг $= 3,9 \cdot 10^{-25}$ кг, следовательно, число атомов будет равно
Q — ?, M — ?	

$$N = \frac{10^{-3}\ \text{кг}}{3,9 \cdot 10^{-25}\ \text{кг}} = 2,6 \cdot 10^{21}.$$

Если считать, что все атомы изотопа делятся («сгорание» полное), то суммарная выделившаяся энергия составит:

$$Q = NE_1 = 2,6 \cdot 10^{21} \cdot 200\ \text{МэВ} = 5,2 \cdot 10^{23}\ \text{МэВ} =$$
$$= 1,6 \cdot 10^{-19}\ \text{Дж/эВ} \cdot 5,2 \cdot 10^{23}\ \text{МэВ} = 8,3 \cdot 10^{10}\ \text{Дж}.$$

Масса угля M, которую необходимо сжечь, чтобы получить энергию Q, равна

$$M = \frac{Q}{q} = \frac{8,3 \cdot 10^{10}\ \text{Дж}}{2,9 \cdot 10^{7}\ \text{Дж/кг}} = 2,8 \cdot 10^{3}\ \text{кг} = 2,8\ \text{т}.$$

В ответе указана энергия в единицах МВт · ч. Переведем в эти единицы:

$$Q = 8,3 \cdot 10^{10}\ \text{Дж} = 8,3 \cdot 10^{4}\ \text{МВт} \cdot \text{с} = \frac{8,3 \cdot 10^{4}\ \text{МВт} \cdot \text{с}}{3600\ \text{с}} = 23\ \text{МВт} \cdot \text{ч}.$$

Ответ: $Q = 23$ МВт · ч, $M = 2,8$ т.

№ 1229(1197).

Дано:	Решение:
$\eta = 25\%$ $m = 220$ г $t = 24$ ч	В предыдущей задаче мы нашли, что при сжигании 1 г урана выделяется энергия 23 МВт · ч. При сжигании 220 г урана выделится тепловая энергия
P — ?	

$$E = 220 \cdot 23\ \text{МВт} \cdot \text{ч} = 5060\ \text{МВт} \cdot \text{ч}.$$

Эта энергия выделяется в течение времени $t = 24$ ч. Следовательно, тепловая мощность атомной станции

$$P_m = \frac{E}{t} = \frac{5060\ \text{МВт} \cdot \text{ч}}{24\ \text{ч}} = 210,8\ \text{МВт}.$$

Электрическую мощность находим как

$$P = P_m\eta = 210,8\ \text{МВт} \cdot 0,25 = 53\ \text{МВт}.$$

Ответ: $P = 53$ МВт.

№ 1230(1198).

Для нахождения энергии, выделяемой в реакции термоядерного синтеза, воспользуемся формулой $E = \Delta mc^2$, где Δm — дефект масс реакции, c — скорость света в вакууме. По условию

$$^2_1H + ^3_1H \to ^4_2He + ^1_0n.$$

$$\Delta m = 2,01410 + 3,01605 - 4,00260 - 1,00866 = 0,01889\ \text{а. е. м.}$$

Окончательно, $E = \Delta mc^2 = 0,01889$ а. е. м. · 931,5 МэВ/а. е. м. $=17,6$ МэВ.

Ответ: $E = 17,6$ МэВ.

№ 1231(1199).

Пусть на перекрытие попадет N_0 частиц ионизирующего излучения. На выходе слоя толщиной h, будет $N_0/2$ частиц. Это количество частиц, пройдя следующий слой толщиной h, ослабится еще в 2 раза и на выходе будет $N_0/2^2$ частиц. Рассуждая аналогично, получим, что пройдя n слоев, толщиной h каждый, излучение ослабится в $2n$ раз, то есть на выходе будет $N_0/2^n$ частиц.

№ 1232(1200).

Дано:	Решение:
$h = 3$ см $l = 30$ см	Слой воды толщиной 30 см содержит 10 слоев половинного ослабления нейтронного излучения. Как следует из доказательства приведенного в предыдущей задаче, излучение ослабнет в $2^{10} = 1024$ раза.
k — ?	

Ответ: в 1024 раза.

№ 1233(1201).

Дано:	Решение:
$h = 2$ см $k = 128$ см $= 2^7$	Чтобы ослабить γ-излучение в 128 раз нужно 7 слоев половинного ослабления h. Отсюда общая толщина свинца $l = nh = 7 \cdot 2\text{ см} = 14\text{ см}.$
l — ?	

Ответ: $l = 14$ см.

№ 1234(1202).

Дано:	Решение:
$d = 7$ мкГр/ч $n = 200$ дней $t = 6$ ч $d_{max} = 50$ мГр/год	Общая доза, полученная сотрудником за год работы составит $D = dnt = 7\text{ мкГр/ч} \cdot 200 \cdot 6\text{ ч} = 8400\text{ мкГр} = 8{,}4\text{ мГр}.$ А предельная доза равна 50 мГр, следовательно, работа с рентгеновской установкой не опасна.
D — ?	

Ответ: не опасно.

№ 1235(1203).

Напишем уравнение ядерной реакции: ${}^{12}_{6}C + {}^{1}_{1}p \to {}^{13}_{6}C + {}^{A}_{Z}Y$.
Зарядовое число частицы Y $Z = 6 + 1 - 6 = 1$,
а массовое число $A = 12 + 1 - 13 = 0$.
Значит Y — позитрон. Полное уравнение реакции будет:

$${}^{12}_{6}C + {}^{1}_{1}p \to {}^{13}_{6}C + {}^{0}_{+1}e + {}^{0}_{0}\nu_e,$$

где ${}^{0}_{0}\nu_e$ — электронное нейтрино, образование которого всегда сопровождается β-распада.

№ 1236(1204).

Условие задачи можно записать в виде уравнения:

$${}^{1}_{1}p + {}^{1}_{1}p \to {}^{2}_{1}H + {}^{0}_{0}\nu + {}^{A}_{Z}Y.$$

По закону сохранения массового числа $1 + 1 = 2 + A$. Отсюда $A = 0$. По закону сохранения зарядового числа $1 + 1 = 1 + Z$. Следовательно $Z = 1$. Значит частица Y — позитрон ${}^{0}_{1}e$.
Ответ: позитрон.

№ 1237(1205).

В первом случае:

$${}^{1}_{1}p + {}^{1}_{1}p \to {}^{2}_{1}H + {}^{0}_{0}\nu + {}^{A}_{Z}Y.$$

Находим, что $Z = 0$ и $A = 1$. Следовательно, Y — нейтрон ${}^1_0n$. Во втором случае:

$${}^{13}_{7}N \to {}^{A}_{Z}Y + {}^{0}_{1}e + {}^{0}_{0}\nu_e.$$

Находим $Z = 6$ и $A = 13$. По таблице Менделеева 6ой элемент — углерод. Значит Y — ${}^{13}_{6}C$. Окончательно

$${}^{13}_{7}N \to {}^{13}_{6}C + {}^{0}_{1}e + {}^{0}_{0}\nu_e.$$

Ответ: нейтрон.

№ 1238(1206).

Как ясно из условия задачи, в результате распада изотопа цезия ${}^{137}_{55}Cs$ рождается γ-квант, β-частица (электрон), новый элемент ${}^{A}_{Z}Y$ и электронное антинейтрино. Реакцию запишем в виде:

$${}^{137}_{55}Cs \to {}^{A}_{Z}Y + {}^{0}_{-1}e + \gamma + {}^{0}_{0}\tilde{\nu}_e.$$

По закону сохранения массового и зарядового чисел $Z = 56$ и $A = 137$. Новый элемент — барий.

$${}^{137}_{55}Cs \to {}^{137}_{56}Ba + {}^{0}_{-1}e + \gamma + {}^{0}_{0}\tilde{\nu}_e.$$

Максимальная частота у γ-излучения находится из соотношения:

$$\upsilon_{max} = \frac{E_{max}}{h} = \frac{0,66 \cdot 10^6 \text{ эВ}}{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ эВ} \cdot \text{с}} = 0,16 \cdot 10^{21} \text{ с}^{-1} = 1,6 \cdot 10^{20} \text{ Гц}.$$

По условию, кинетическая энергия β-частиц равна $E_k = 1,18$ МэВ. Из соотношения между массой и полной энергией частицы можем написать, что $E_k = (m - m_0)c^2$, где m — релятивистская масса электрона, а m_0 — его масса покоя. Учитывая, что

$$m = \frac{m}{\sqrt{1 - \upsilon^2/c^2}},$$

где υ — скорость частицы, c — скорость света, получаем:

$$E_k = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} - 1\right) \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} = \frac{E_k}{m_0c^2} + 1 \Rightarrow \sqrt{1-\upsilon^2/c^2} = \frac{1}{\frac{E_k}{m_0c^2} + 1} \Rightarrow$$

$$\upsilon = c\sqrt{1 - \left(\frac{m_0c^2}{E_k + m_0c^2}\right)} = c\sqrt{1 - \left(\frac{5,486 \cdot 10^{-4} \text{ а. е. м.} \cdot 931,5 \text{ МэВ/а. е. м.}}{1,18 \text{ МэВ} + 5,486 \cdot 10^{-4} \text{ а. е. м.} \cdot 931,5 \text{ МэВ/а. е. м.}}\right)^2} =$$

$$= c\sqrt{1 - \left(\frac{0,511}{1,18 + 0,511}\right)^2} = c\sqrt{1 - \left(0,3^2\right)} = c\sqrt{1 - 0,09} = 0,95c.$$

Ответ: $\upsilon_{max} = 1,6 \cdot 10^{20}$ Гц, $\upsilon = 0,95c$.

№ 1239(1207).

В реакции ${}^{1}_{1}H + {}^{3}_{1}H \to {}^{4}_{2}He + \gamma$ выделяется общая энергия $E = \Delta mc^2$, где Δm — дефект масс реакции, c — скорость света. Эта энергия распределяется между α-частицей и γ-квантом. На долю γ-кванта приходится энергия $h\nu = \Delta mc^2 - E_\alpha$. Отсюда частота γ-кванта равна:

$$\nu = \frac{\Delta mc^2 - 19,7 \text{ МэВ}}{h} = \frac{(1,00783 + 3,01605 - 4,00260)c^2 - 19,7 \text{ МэВ}}{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ эВ} \cdot \text{с}} =$$

$$= \frac{0,02128 \text{ а. е. м.} \cdot 931,5 \text{ МэВ/а. е. м.} - 19,7 \text{ МэВ}}{4,136 \cdot 10^{-21} \text{ эВ} \cdot \text{с}} = \frac{0,122 \text{ МэВ}}{4,136 \cdot 10^{-21} \text{ эВ} \cdot \text{с}} =$$

$$= 0,3 \cdot 10^{20} \text{ с}^{-1} = 3 \cdot 10^{19} \text{ Гц}.$$

Ответ: $\nu = 3 \cdot 10^{19}$ Гц.

№ 1240(1208).

Наименьшая энергия γ-кванта будет, когда продукты реакции

$$^2_1H + \gamma \to {}^1_1H + {}^1_0n$$

имеют нулевую кинетическую энергию. Энергия γ-кванта в этом случае должна быть равна энергии, соответствующей дефекту масс реакции.

$$E = \Delta mc^2 = (1{,}00783 + 1{,}00866 - 2{,}01410)\text{а. е. м.} \cdot 931{,}5\ \text{МэВ/а. е. м.} =$$
$$= 0{,}00239 \cdot 931{,}5\ \text{МэВ} = 2{,}2\ \text{МэВ}.$$

Ответ: $E = 2{,}2$ МэВ.

№ 1241(1209).

Энергия γ-кванта с длиной волны $\lambda = 4{,}7 \cdot 10^{-13}$ м равна:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8\ \text{м/с}}{4{,}7 \cdot 10^{-13}\ \text{м}} = 4{,}2 \cdot 10^{-13}\ \text{Дж} = 2{,}62\ \text{МэВ}.$$

Из решения предыдущей задачи ясно, что 2,2 МэВ энергии γ-кванта расходуется на осуществление ядерной реакции. Следовательно, на долю кинетической энергии образовавшихся частиц приходится 2,62 – 2,2 = 0,42 МэВ.

Ответ: $E = 0{,}42$ МэВ.

№ 1242(1210).

По соотношению между энергией и массой частиц, выделившаяся энергия равна $E = 2m_ec^2$. На каждый γ-квант, таким образом приходится энергия $h\nu = 2m_ec^2$, где m_e — масса покоя электрона, c — скорость света в вакууме.

$$\frac{hc}{\lambda} = m_ec^2 \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m_ec} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{кг} \cdot 3 \cdot 10^8\ \text{м/с}} = 2{,}4 \cdot 10^{-12}\ \text{м} = 2{,}4\ \text{пм}.$$

Ответ: $\lambda = 2{,}4$ пм.

№ 1243(1211).

$\pi_0 \to 2\gamma$. По закону сохранения энергии: $mc^2 = h\nu$, где $m = 264{,}3m_e$. Тогда

$$\nu = \frac{mc^2}{2h} = \frac{264{,}3 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{кг} \cdot 9 \cdot 10^{16}\ \text{м/с}}{2 \cdot 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с}} = 1{,}63 \cdot 10^{22}\ \text{Гц}.$$

Ответ: $\nu = 1{,}63 \cdot 10^{22}$ Гц.

СОДЕРЖАНИЕ

САМ СЕБЕ РЕПЕТИТОР®

Учебно-методическое издание

Борисов С.Н.

Физика. 10-11 классы
Подробный разбор заданий из задачника
А.П. Рымкевича (М.: Дрофа, 2001–2006)

Дизайн обложки *Е. Бедриной*

Налоговая льгота – ОКП 005-93-953. (Литература учебная)
Издательство «ВАКО». Изд.лицензия: ИД №03063 от 18.10.2000

Подписано к печати с диапозитивов 26.12.2006.
Бумага типографская № 2. Формат 70×100/32. Печать офсетная.
Гарнитура Таймс. Усл. печ. листов 15,6.
Тираж 10 000 экз. Заказ № 15898.

Отпечатано с готовых диапозитивов
в ОАО «Саратовский полиграфический комбинат»
410004, г. Саратов, ул. Чернышевского, 59