С. Э. ФРИШ. А. В. ТИМОРЕВА

УМУМИЙ ФИЗИКА КУРСИ

I ТОМ

ДОЦЕНТ М. ВОҲИДОВ ТАРЖИМАСИ

МУНДАРИЖА

Кириш

ИККИНЧИ ҚИСМ

МОЛЕКУЛЯР ФИЗИКА

УЧИНЧИ ҚИСМ

ТЕБРАНИШЛАР ВА ТЎЛҚИНЛАР

Ўн биринчи боб. **Гармоник тебранма ҳаракат**

Ўн иккинчи боб. **Тўлқинлар**

Ўн учинчи боб. **Акустик тебранишлар**

КИРИШ

§ 1. Физика; унинг мазмуни, бошқа фанлар ва техника билан алоқаси. Физика, бошқа табиий фанлар каби, бизни ўраб олган моддий дунёнинг объектив хоссаларини ўрганади. φυσιζ сўзи грекча бўлиб, табиат демакдир.

Физика материя ҳаракатининг энг умумий (механик, иссиқлик, электромагнит ва ҳ. к.) формаларини ва уларнинг бир-бирларига айланишларини ўрганади. Ҳаракатнинг физикада ўрганиладиган формалари ҳаракатнинг олий ва анча мураккаб бўлган ҳамма формаларида (химиявий, биологик ва бошқа процессларда) иштирок этади ва уларнинг ажралмас қисмидир.

Масалан, Ер ва осмон жисмларининг ҳаммаси, химиявий жиҳатдан содда ёки мураккаблиги, тирик ёки ўликлигидан қатъи назар, физика кашф этган бутун дунё тортишиш қонунига бўйсунади. Ҳамма процесслар, уларнинг махсус химиявий, биологик ёки бошқа характерда бўлишидан қатъи назар, физика аниқлаган қонунга — энергиянинг сақланиш қонунига бўйсунади. Ҳаракатнинг олий, анча мураккаб формаларини бошқа фанлар (химия, биология ва бошқалар) ўрганади.

Физика билан баъзи бир бошқа табиий фанлар орасига қатъий бир чегара қўйиб бўлмайди. Физика билан химия орасида уларнинг иккаласига ҳам тегишли бўлган кенг соҳалар бор, ҳатто физик-химия ва химиявий физика деган махсус фанлар ҳам вужудга келган. Бирмунча хусусий характердаги масалаларни ўрганишда физик методлардан фойдаланувчи билим соҳалари ҳам бирлашиб, махсус фанларни ташкил қилади: масалан, осмон жисмларида бўладиган физик ҳодисаларни ўрганувчи астрофизика ва Ер атмосфераси ҳамда Ер қобиғида бўладиган физик ҳодисаларни ўрганувчи геофизика фанлари шу тариқа вужудга келган. Физика соҳасидаги кашфиётлар кўпинча бошқа фанларнинг ривожланишига туртки бериб келди. Микроскоп ва телескопнинг ихтиро қилиниши биология ва астрономиянинг тараққиётини тезлаштирди. Физиклар томонидан очилган спектрал анализ астрофизиканинг асосий методларидан бири бўлиб қолди ва ҳоказо.

Бошқа табиий фанлар билан бир қаторда физика ва химиянинг тараққиёти ҳам материалистик дунёқарашнинг ривожланишида катта роль ўйнади.

Энг юқори босқичи диалектик материализм бўлган, изчил ривожлантирилган материалистик философия ўз қонунларини асослашда физиканинг кашфиётларидан кенг фойдаланди. Физика назарияларини тажрибада ва амалда бевосита текшириб, ҳамма вақт дунёнинг объектив хоссаларини оча бориш йўли билан ривожланди. Шунинг учун ҳам кўпчилик физиклар аслида стихияли материалист бўлиб қолар эдилар. Бироқ, стихияли материализмнинг онгсизлиги ва фаннинг тажрибалардан келиб чиқадиган хулосаларини фалсафий асосда тушуниб ололмаслигидан иборат бўлган заифлиги шунга олиб келдики, буржуа олимларининг бир қисми ҳукмрон синфларнинг реакцион идеологияси таъсирида идеалистик қарашларни асослаш учун физика соҳасидаги кашфиётлардан фойдаланишга бир неча марта уриниб кўрдилар. Бундай уринишлар катта кашфиётлар даврида айниқса кўп учрайди, чунки бу даврда эски қонун-қоидалар қайтадан текширилаётган, янгилар эса ҳали етарли даражада аниқланмаган эди. Масалан, XIX асрнинг охирги ва XX асрнинг дастлабки йилларида, яъни электронлар ҳақидаги таълимот вужудга келган ва нисбийлик назариясига асос бўлган фактлар кашф қилинган даврда идеализмнинг янги кашфиётларига асосланган гўё физиканинг кўпгина «далиллари» пайдо бўлди. Ленин ўзининг «Материализм ва эмпириокритицизм» деган китобида бу «далиллар»нинг асоссизлигини ниҳоят даражада зўр изчиллик ва тўла-тўкис очиб ташлади. Ўша вақтда бир қанча буржуа философларининг: физика соҳасидаги янги кашфиётлар материянинг йўқ бўлиб кетиши ҳақидаги тасаввурга олиб келди, деган гапларига қарши Ленин: «Материя йўқ бўлаётир» деган гапнинг маъноси — материянинг биз ҳозирга қадар билган чегараси йўқ бўлаётир ва бизнинг билимимиз чуқурлаша бораётир, демакдир; материянинг илгари мутлақо ўзгармас, азалий бўлиб кўринган хоссалари (сингдирмаслик, инерция, масса ва шу кабилар) йўқ бўлмоқда ва энди бу хоссаларнинг материянинг фақат айрим ҳолатларигагина хос бўлган нисбий хоссалар эканлиги маълум бўлмоқда. Чунки материянинг фалсафий материализм эътироф қиладиган ва у билан чамбарчас боғлиқ бўлган *бирдан-бир* «хоссаси» унинг *объектив реаллик бўлиши,* онгимиздан ташқарида мавжуд бўлиш хоссасидир»[1] деб ёзган эди.

Бундан эллик йилча илгари физиканинг ўша вақтдаги кризиси ҳақида Ленин томонидан айтилган фикрлар физика фани тараққиётининг ҳозирги даврига ҳам бутунлай тааллуқлидир. Ҳозирги вақтда атом ичидаги процессларни ўрганиш механика ва электродинамикадаги эски тасаввурларни чеклашга ва квант механикасининг янги тасаввурларини киритишга мажбур қилмоқда. Янги назарияларни диалектик материализм нуқтаи назаридан изчиллик билан танқидий равишда анализ қилиш бу назариялардаги қимматли физик мазмунни уларга баъзан авторларнинг ўзлари томонидан ўралган идеалистик пўчоқдан ажратиб олишга имкон беради.

Бошқа ҳамма фанлар сингари физиканинг тараққиётига ҳам кишиларнинг амалий эҳтиёжлари сабаб бўлди. Қадимги мисрликлар ва греклар механикаси ўша даврдаги қурилиш техникаси ва ҳарбий техниканинг талаблари билан бевосита боғланган ҳолда вужудга келди. XVII аср охири ва XVIII аср бошида қилинган ғоят катта илмий кашфиётларга ҳам ўсаётган техника ва ҳарбий эҳтиёжлар сабаб бўлди.

Рус физикаси ва химиясига асос солган М. В. Ломоносов ўз илмий фаолиятини тажриба талаблари билан боғлаб олиб борарди. Унинг қаттиқ ва суюқ жисмларнинг табиати, оптика, метеорология, атмосфера электри устидаги жуда кўп хилма-хил тадқиқотлари ҳар хил амалий масалалар билан боғланар эди.

XIX аср бошларида буғ машиналарининг вужудга келиши иссиқликни энг қулай ва энг фойдали йўл билан механик ишга айлантириш масаласини ҳал қилишни зарур қилиб қўйди. Бу масалани фақат техник йўл билангина ҳал қилиб бўлмас эди. 1824 йилда француз инженери Сади Карно иссиқликнинг механик ишга айланиш проблемасини умумий суратда текширгандан кейингина иссиқлик машиналарининг фойдали иш коэффициентини орттириш ҳақиқатан ҳам мумкин бўлди. Шу билан бирга Карнонинг кашфиёти энергиянинг бир турдан иккинчи турга айланиши ва узатилиши тўғрисидаги умумий таълимотнинг — термодинамиканинг вужудга келиши учун ҳам замин бўлди. Шундай қилиб, практиканинг талаблари янги физик кашфиётларга сабаб бўлади, бу кашфиётлар эса, техниканинг янада тараққий қилиши учун асос бўлади.

---

[1] В. И. Ленин, Асарлар, 14-том, Ўздавнашр, 1951, 289-бет.

Биринчи қарашда жуда ҳам назарий ва абстракт бўлиб туюлган физик кашфиётларнинг маълум вақт ўтгандан кейин техниканинг хилма-хил муҳим соҳаларида ишлатила бошлаганини кўрсатувчи мисоллар оз эмас.

1831 йилда Фарадей томонидан электромагнит индукциянинг кашф қилиниши электр ҳодисалардан амалда кенг фойдаланиш имконини берди.

1869 йилда Д. И. Менделеев томонидан кашф қилинган даврий қонун химиявий ҳодисалар ва атомлар тўғрисидаги таълимотнинг ривожланишида жуда катта роль ўйнабгина қолмай, бу кашфиёт ҳозирги вақтда ҳам физика ва химиянинг жуда кўп амалий масалаларини ечишда қўлланма бўлиб хизмат қилмоқда.

Ўтган асрнинг етмишинчи йилларида Максвелл электромагнит процессларнинг умумий назариясини яратди. Максвелл бу назарияга асосланиб, электромагнит энергия тўлқинлар тарзида тарқалиши мумкин, деган хулосага келди. Максвеллнинг бу хулосасининг тўғрилигини 1888 йили Герц тажрибада исботлади. Бир неча йилдан сўнг А. С. Попов радиотелеграфни яратиш учун Максвелл — Герц кашфиётидан фойдаланди. Радиотехниканинг ривожланиши, ўз навбатида, физикларнинг табиат хоссаларини ўрганишдаги экспериментал ишлари учун янги ва жуда кенг имкониятлар очиб берди.

А. Г. Столетовнинг «актино-электрик» ҳодисалар устидаги текширишлари (1888—1889) ҳозирги замон техникасида (телевидение, автоматика ва ҳоказоларда) кенг қўлланилаётган фотоэлектрик эффектнинг табиатини аниқлашда ғоят муҳим роль ўйнади.

Техника билан физиканинг ўз тараққиёти жараёнида бир-бирига қилган таъсирини кўрсатувчи мисоллар жуда ҳам кўп; уларнинг ҳаммасини бу ерда айтиб ўтиришнинг кераги ҳам йўқ. Фақат шу нарсани қайд қилиб ўтамизки, ҳозирги вақтда техникани тубдан ўзгартира оладиган ғоят муҳим проблемаларни, масалан, қуёш энергиясидан бевосита амалда фойдаланиш ёки термоядро реакциялари ҳисобига энергия ҳосил қилиш каби проблемаларни ҳал қилиш физик ҳодисаларни яна ҳам чуқур ўрганишни талаб қилади.

§ 2. Физик қонунлар. Физик қонунлар тажрибалардан олинган маълумотларни умумлаштириш натижасида топилади. Бу қонунларнинг тўғрилиги улардан келиб чиқадиган хулосаларнинг тажрибага мувофиқлиги билан текширилади. Физик қонунлар физик ҳодисалар орасидаги объектив ички боғланишларни ва физик катталиклар орасидаги реал муносабатларни ифодалайди.

Кўпинча, физик қонунларнинг мазмуни маълум A ва B физик катталикларнинг сон қийматлари a ва b орасидаги муносабат сифатида математик шаклда ифодаланади. Бундан физик қонунларни аниқлаш учун физик катталикларни *ўлчаш* принципиал аҳамиятга эга эканлиги равшандир.

Бирор физик катталикни ўлчаш уни ўзи билан бир хил бўлган ва бирлик қилиб олинган бошқа бир катталик билан маълум йўсинда солиштириш демакдир. Масалан, бирор жисмнинг узунлигини ўлчаш учун узунлик бирлиги қилиб олинган бошқа жисмни унинг устига кетма-кет қўйиб чиқилади.

Равшанки, ўлчаш натижаси ҳеч қачон абсолют аниқ бўлмайди; ўлчаш натижасининг аниқлик даражаси ўлчаш техникасининг тараққиётига ва ўлчаш ишининг қанчалик синчиклаб бажарилишига боғлиқ бўлади. Шунинг учун ҳар қандай ўлчашнинг натижаси фақат қуйидагича берилиши мумкин: бирор физик катталикнинг сон қиймати a тақрибий a_1 ва a_2 қийматлар орасида; $\Delta a = a_1 - a_2$ айирма a га нисбатан қанча кичик бўлса, физик катталик A шунча аниқ ўлчанган бўлади. Шунинг ўзидан ҳам кўринадики, тажрибалар асосида аниқланадиган физик қонуниятлар абсолют аниқ бўла олмайди.

Шундай қилиб, физик катталиклар орасидаги миқдорий муносабатларни математик шаклда ифодаловчи физик қонунлар абсолют аниқ бўлмайди; уларнинг аниқлиги доим фан ва техниканинг муайян даврдаги тараққиёт даражасига мос келади.

Мисол учун, ўзгармас температурада берилган газ массасининг ҳажми билан босими орасидаги боғланишни кўрайлик.

Фараз қиламизки, 8 *л* газ бирор ўзгармас температурада $p = \frac{1}{2}$ *ат* босим остида бўлсин. Босимга кетма-кет аниқ қийматлар бериб, уни ўзгартирамиз, масалан, $p = 1$ *ат*, $\frac{4}{3}$ *ат*, 2 *ат* ва ҳоказо. Газ ҳажми V нинг шу босимларга мос келадиган қийматларини (худди шу температурада) ўлчаймиз.

Олинган экспериментал маълумотлардан қуйидаги жадвални тузамиз:

Газ босими p (атмосфераларда)	$^1/_2$	1	$^4/_3$	2	4	8
Газ ҳажми V нинг мос қийматлари (литрларда)	8	4	3	2	1	$^1/_2$

Бу жадвалдан берилган газ массаси учун унинг босими p билан ҳажми V нинг кўпайтмаси ўзгармас эканлиги осон кўринади:

$$pV = \text{const}.$$

Бу хулоса маълум *Бойль—Мариотт қонунидан* иборатдир. Бироқ бу қонун босимнинг чекли интервалида маълум бир чекли аниқлик билан бажарилган ўлчашлар натижасида кашф қилинган эди. Шунинг учун ҳам, агар янада аниқроқ ўлчанса ёки тажрибалар жуда катта, ёки жуда кичик босимларда ўтказилса, Бойль—Мариотт қонуни тўғри бўлиб чиқмаслиги мумкин. Ҳақиқатан ҳам, аниқроқ ўлчашлар Бойль—Мариотт қонунидан четлашишлар мавжуд эканини кўрсатади. Бу четлашишлар босимнинг тажрибалар ўтказилган интервали учун кичик бўлиб, юқори босим шароитида катта бўлади. Ўзгармас температурада газнинг босими билан ҳажми орасидаги боғланишни *Ван-дер-Ваальс формуласи*

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = \mathrm{const}$$

орқали ифодалаш тўғрироқ бўлишини кўрсатиш мумкин, бундаги $\frac{a}{V^2}$ ва b — баъзи бир тузатмалар. Агар газнинг V ҳажми $\frac{a}{V^2}$ ва b тузатмаларга нисбатан жуда катта бўлса, $\frac{a}{V^2}$ ва b ҳадларни p ва V га нисбатан жуда кичик бўлгани учун ташлаб юбориш мумкин. У ҳолда яна Бойль—Мариотт қонуни келиб чиқади: $pV = \mathrm{const}$. Шундай қилиб, Ван-дер-Ваальс формуласи газнинг ҳақиқий хоссасини Бойль—Мариотт қонунига қараганда аниқроқ ифодалабгина қолмай, ҳажм ва босимнинг қандай қийматлари учун Бойль—Мариотт қонуни етарли аниқликка эга эканлигини ва қандай ҳолларда ундан фойдаланиш мумкин эмаслигини ҳам кўрсатади.

Бошқа физик қонунлар, шу жумладан, механик қонунлар ҳақида ҳам шундай мулоҳаза юргизиш мумкин (§ 4 га қаранг).

Физик қонунларнинг тақрибий характерда бўлиши уларнинг объектив аҳамиятини камайтирмайди: физик қонунлар материянинг объектив хоссаларини абсолют аниқ акс эттирмаса-да, тақрибан ва нисбий тарзда тўғри акс эттиради, бизни ўраб олган табиатни чуқурроқ била бориш жараёнида физик қонунларнинг аниқлик даражаси орта боради. Фан ўз тараққиётининг ҳар бир тарихий босқичида бизга борлиқнинг тақрибий „суратини" беради, лекин вақт ўтиши билан бу суратлар яхшиланиб, дунёнинг битмас-тугалмас объектив хоссаларини тўлароқ ва аниқроқ акс эттира боради. „Назарияни объектив реалликнинг сурати, унинг тахминий нусхаси деб билиш—материализмнинг ўзгинасидир"[1].

Физик қонунларнинг тақрибийлигини унутиш, уларни абсолют аниқ деб ҳисоблаш ва уларнинг тўғрилиги текширилмаган соҳаларга бу қонунларни жорий (экстраполяция) қилиш, кўпинча, қўпол хатоларга олиб келиши мумкин. Масалан, уй температурасига яқин температурадаги ҳар қандай газ босими ўзгармаган

[1] В. И. Ленин, Асарлар, 14-том, Ўздавнашр, 1951, 294-бет.

ҳолда 1°С га совитилса, унинг ҳажми 0°С даги ҳажмининг $\frac{1}{273}$ қисмича камаяди деган қонунни (*Гей-Люссак қонунини*) аниқлаб, уни жуда паст температураларга ғайри қонуний равишда жорий қилсак, газ — 273°С гача совитилганда газ моддаси бутунлай йўқолиб кетиши керак деган хулосага келишимиз мумкин. Ҳақиқатда эса,— 273°С дан анча юқори температураларда газ Гей-Люссак қонунига бўйсунмай қўяди (§ 44 га қаранг).

§ 3. Ўлчов бирликлари. Ўлчов бирликлари ихтиёрий равишда танлаб олиниши мумкин. Илгари замонларда улар амалий характердаги мулоҳазаларга боғлаб танланган: масалан, қадимги русча узунлик бирлиги „локоть" (тирсак) ёки инглизча бирлик „фут" (инглиз тилида foot — пой) каби ўлчов бирликлари киши танасининг ўлчамлари билан боғлиқ.

XVIII асрда француз олимлари ўлчов бирликларини вақт ўтиши билан ўзгармайдиган ва йўқолмайдиган объектларга боғлаб, уларнинг „абсолют" системасини яратишга уриниб кўрдилар. Масалан, узунлик бирлиги учун меридиан узунлигининг $\frac{1}{40\,000\,000}$ бўлагини олишга қарор қилинди. Аммо, худди шундай узунликдаги чизғични хатосиз ясаш ҳеч мумкин эмас. Бошқа „абсолют" бирликларни белгилашда ҳам шунга ўхшаш қийинчиликларга дуч келинди. Шунинг учун ўтган асрнинг охиридан бошлаб бирликлар намуна (эталон) жисмлар ёрдамида белгиланадиган бўлди. Чунончи, *узунлик бирлиги метр* ҳамда ўлчов ва тарозиларнинг Халқаро бюросида сақланадиган иридийли платинадан ясалган чизғич устидаги икки чизиқча орасидаги масофа сифатида аниқланади. Бироқ ҳозирги вақтда маълум маънода „аралаш" система ишлатилади. Бу системада бирликларнинг бир қисми эталон жисмлар ёрдамида аниқланади, иккинчи қисми эса, қайта-қайта вужудга келтириш мумкин бўлган маълум физик ҳодисалар ёрдамида аниқланади. Масалан, 1960 йили Халқаро конференцияда қабул қилинган *халқаро бирликлар системасида* (қисқартирилган белгиси СИ) узунлик бирлиги (*метр*) учун шундай узунлик қабул қилинганки, унга криптон 86 изотопининг (Kr^{86}) бўшлиқда ҳосил қилинган спектридаги сариқ чизиқ тўлқин узунлигидан 1650763,73 таси жойлашади (III томга қаранг):

$$1\ м = 1650763{,}73\,\lambda\,(Kr^{86}).$$

Шу тариқа аниқланган метр эталон чизғичдаги икки чизиқ орасидаги масофага тўғри келадиган эски метрга жуда яқиндир. Лекин эски метрга қараганда унинг афзаллиги шундаки, унинг йўқотилиши ва бузилиши мумкин эмас, у вақт ўтиши билан ўзгармайди, ваҳоланки, эталон таёқчанинг узунлиги, у ясалган материалнинг „эскириши" натижасида ўзгариши мумкин. Бирор

ДОЦЕНТ М. ВОҲИДОВ ТАРЖИМАСИ

МУНДАРИЖА

Учинчи боб. **Иш ва энергия**

Тўртинчи боб. **Тортишиш кучлари**

Бешинчи боб. **Қаттиқ жисмнинг ҳаракати**

Олтинчи боб. **Суюқликнинг ҳаракати**

ИККИНЧИ ҚИСМ

МОЛЕКУЛЯР ФИЗИКА

Еттинчи боб. **Газлар**

УЧИНЧИ ҚИСМ

ТЕБРАНИШЛАР ВА ТЎЛҚИНЛАР

Ўн биринчи боб. **Гармоник тебранма ҳаракат**

Ўн иккинчи боб. **Тўлқинлар**

Ўн учинчи боб. **Акустик тебранишлар**

КИРИШ

§ 1. Физика; унинг мазмуни, бошқа фанлар ва техника билан алоқаси. Физика, бошқа табиий фанлар каби, бизни ўраб олган моддий дунёнинг объектив хоссаларини ўрганади. φυσις сўзи грекча бўлиб, табиат демакдир.

Физика материя ҳаракатининг энг умумий (механик, иссиқлик, электромагнит ва ҳ. к.) формаларини ва уларнинг бир-бирларига айланишларини ўрганади. Ҳаракатнинг физикада ўрганиладиган формалари ҳаракатнинг олий ва анча мураккаб бўлган ҳамма формаларида (химиявий, биологик ва бошқа процессларда) иштирок этади ва уларнинг ажралмас қисмидир.

Масалан, Ер ва осмон жисмларининг ҳаммаси, химиявий жиҳатдан содда ёки мураккаблиги, тирик ёки ўликлигидан қатъи назар, физика кашф этган бутун дунё тортишиш қонунига бўйсунади. Ҳамма процесслар, уларнинг махсус химиявий, биологик ёки бошқа характерда бўлишидан қатъи назар, физика аниқлаган қонунга — энергиянинг сақланиш қонунига бўйсунади. Ҳаракатнинг олий, анча мураккаб формаларини бошқа фанлар (химия, биология ва бошқалар) ўрганади.

Физика билан баъзи бир бошқа табиий фанлар орасига қатъий бир чегара қўйиб бўлмайди. Физика билан химия орасида уларнинг иккаласига ҳам тегишли бўлган кенг соҳалар бор, ҳатто физик-химия ва химиявий физика деган махсус фанлар ҳам вужудга келган. Бирмунча хусусий характердаги масалаларни ўрганишда физик методлардан фойдаланувчи билим соҳалари ҳам бирлашиб, махсус фанларни ташкил қилади: масалан, осмон жисмларида бўладиган физик ҳодисаларни ўрганувчи астрофизика ва Ер атмосфераси ҳамда Ер қобиғида бўладиган физик ҳодисаларни ўрганувчи геофизика фанлари шу тариқа вужудга келган. Физика соҳасидаги кашфиётлар кўпинча бошқа фанларнинг ривожланишига туртки бериб келди. Микроскоп ва телескопнинг ихтиро қилиниши биология ва астрономиянинг тараққиётини тезлаштирди. Физиклар томонидан очилган спектрал анализ астрофизиканинг асосий методларидан бири бўлиб қолди ва ҳоказо.

Бошқа табиий фанлар билан бир қаторда физика ва химиянинг тараққиёти ҳам материалистик дунёқарашнинг ривожланишида катта роль ўйнади.

Энг юқори босқичи диалектик материализм бўлган, изчил ривожлантирилган материалистик философия ўз қонунларини асослашда физиканинг кашфиётларидан кенг фойдаланди. Физика назарияларини тажрибада ва амалда бевосита текшириб, ҳамма вақт дунёнинг объектив хоссаларини оча бориш йўли билан ривожланди. Шунинг учун ҳам кўпчилик физиклар аслида стихияли материалист бўлиб қолар эдилар. Бироқ, стихияли материализмнинг онгсизлиги ва фаннинг тажрибалардан келиб чиқадиган хулосаларини фалсафий асосда тушуниб ололмаслигидан иборат бўлган заифлиги шунга олиб келдики, буржуа олимларининг бир қисми ҳукмрон синфларнинг реакцион идеологияси таъсирида идеалистик қарашларни асослаш учун физика соҳасидаги кашфиётлардан фойдаланишга бир неча марта уриниб кўрдилар. Бундай уринишлар катта кашфиётлар даврида айниқса кўп учрайди, чунки бу даврда эски қонун-қоидалар қайтадан текширилаётган, янгилар эса ҳали етарли даражада аниқланмаган эди. Масалан, XIX асрнинг охирги ва XX асрнинг дастлабки йилларида, яъни электронлар ҳақидаги таълимот вужудга келган ва нисбийлик назариясига асос бўлган фактлар кашф қилинган даврда идеализмнинг янги кашфиётларига асосланган гўё физиканинг кўпгина «далиллари» пайдо бўлди. Ленин ўзининг «Материализм ва эмпириокритицизм» деган китобида бу «далиллар»нинг асоссизлигини ниҳоят даражада зўр изчиллик ва тўла-тўкис очиб ташлади. Ўша вақтда бир қанча буржуа философларининг: физика соҳасидаги янги кашфиётлар материянинг йўқ бўлиб кетиши ҳақидаги тасаввурга олиб келди, деган гапларига қарши Ленин: «Материя йўқ бўлаётир» деган гапнинг маъноси — материянинг биз ҳозирга қадар билган чегараси йўқ бўлаётир ва бизнинг билимимиз чуқурлаша бораётир, демакдир; материянинг илгари мутлақо ўзгармас, азалий бўлиб кўринган хоссалари (сингдирмаслик, инерция, масса ва шу кабилар) йўқ бўлмоқда ва энди бу хоссаларнинг материянинг фақат айрим ҳолатларигагина хос бўлган нисбий хоссалар эканлиги маълум бўлмоқда. Чунки материянинг фалсафий материализм эътироф қиладиган ва у билан чамбарчас боғлиқ бўлган *бирдан-бир* «хоссаси» унинг *объектив реаллик бўлиши,* онгимиздан ташқарида мавжуд бўлиш хоссасидир»[1] деб ёзган эди.

Бундан эллик йилча илгари физиканинг ўша вақтдаги кризиси ҳақида Ленин томонидан айтилган фикрлар физика фани тараққиётининг ҳозирги даврига ҳам бутунлай тааллуқлидир. Ҳозирги вақтда атом ичидаги процессларни ўрганиш механика ва электродинамикадаги эски тасаввурларни чеклашга ва квант механикасининг янги тасаввурларини киритишга мажбур қилмоқда. Янги назарияларни диалектик материализм нуқтаи назаридан изчиллик билан танқидий равишда анализ қилиш бу назариялардаги қимматли физик мазмунни уларга баъзан авторларнинг ўзлари томонидан ўралган идеалистик пўчоқдан ажратиб олишга имкон беради.

Бошқа ҳамма фанлар сингари физиканинг тараққиётига ҳам кишиларнинг амалий эҳтиёжлари сабаб бўлди. Қадимги мисрликлар ва греклар механикаси ўша даврдаги қурилиш техникаси ва ҳарбий техниканинг талаблари билан бевосита боғланган ҳолда вужудга келди. XVII аср охири ва XVIII аср бошида қилинган ғоят катта илмий кашфиётларга ҳам ўсаётган техника ва ҳарбий эҳтиёжлар сабаб бўлди.

Рус физикаси ва химиясига асос солган М. В. Ломоносов ўз илмий фаолиятини тажриба талаблари билан боғлаб олиб борарди. Унинг қаттиқ ва суюқ жисмларнинг табиати, оптика, метеорология, атмосфера электри устидаги жуда кўп хилма-хил тадқиқотлари ҳар хил амалий масалалар билан боғланар эди.

XIX аср бошларида буғ машиналарининг вужудга келиши иссиқликни энг қулай ва энг фойдали йўл билан механик ишга айлантириш масаласини ҳал қилишни зарур қилиб қўйди. Бу масалани фақат техник йўл билангина ҳал қилиб бўлмас эди. 1824 йилда француз инженери Сади Карно иссиқликнинг механик ишга айланиш проблемасини умумий суратда текширгандан кейингина иссиқлик машиналарининг фойдали иш коэффициентини орттириш ҳақиқатан ҳам мумкин бўлди. Шу билан бирга Карнонинг кашфиёти энергиянинг бир турдан иккинчи турга айланиши ва узатилиши тўғрисидаги умумий таълимотнинг — термодинамиканинг вужудга келиши учун ҳам замин бўлди. Шундай қилиб, практиканинг талаблари янги физик кашфиётларга сабаб бўлади, бу кашфиётлар эса, техниканинг янада тараққий қилиши учун асос бўлади.

[1] В. И. Ленин, Асарлар, 14-том, Ўздавнашр, 1951, 289-бет.

Биринчи қарашда жуда ҳам назарий ва абстракт бўлиб туюлган физик кашфиётларнинг маълум вақт ўтгандан кейин техниканинг хилма-хил муҳим соҳаларида ишлатила бошлаганини кўрсатувчи мисоллар оз эмас.

1831 йилда Фарадей томонидан электромагнит индукциянинг кашф қилиниши электр ҳодисалардан амалда кенг фойдаланиш имконини берди.

1869 йилда Д. И. Менделеев томонидан кашф қилинган даврий қонун химиявий ҳодисалар ва атомлар тўғрисидаги таълимотнинг ривожланишида жуда катта роль ўйнабгина қолмай, бу кашфиёт ҳозирги вақтда ҳам физика ва химиянинг жуда кўп амалий масалаларини ечишда қўлланма бўлиб хизмат қилмоқда.

Ўтган асрнинг етмишинчи йилларида Максвелл электромагнит процессларнинг умумий назариясини яратди. Максвелл бу назарияга асосланиб, электромагнит энергия тўлқинлар тарзида тарқалиши мумкин, деган хулосага келди. Максвеллнинг бу хулосасининг тўғрилигини 1888 йили Герц тажрибада исботлади. Бир неча йилдан сўнг А. С. Попов радиотелеграфни яратиш учун Максвелл — Герц кашфиётидан фойдаланди. Радиотехниканинг ривожланиши, ўз навбатида, физикларнинг табиат хоссаларини ўрганишдаги экспериментал ишлари учун янги ва жуда кенг имкониятлар очиб берди.

А. Г. Столетовнинг «актино-электрик» ҳодисалар устидаги текширишлари (1888—1889) ҳозирги замон техникасида (телевидение, автоматика ва ҳоказоларда) кенг қўлланилаётган фотоэлектрик эффектнинг табиатини аниқлашда ғоят муҳим роль ўйнади.

Техника билан физиканинг ўз тараққиёти жараёнида бирбирига қилган таъсирини кўрсатувчи мисоллар жуда ҳам кўп; уларнинг ҳаммасини бу ерда айтиб ўтиришнинг кераги ҳам йўқ. Фақат шу нарсани қайд қилиб ўтамизки, ҳозирги вақтда техникани тубдан ўзгартира оладиган ғоят муҳим проблемаларни, масалан, қуёш энергиясидан бевосита амалда фойдаланиш ёки термоядро реакциялари ҳисобига энергия ҳосил қилиш каби проблемаларни ҳал қилиш физик ҳодисаларни яна ҳам чуқур ўрганишни талаб қилади.

§ 2. Физик қонунлар. Физик қонунлар тажрибалардан олинган маълумотларни умумлаштириш натижасида топилади. Бу қонунларнинг тўғрилиги улардан келиб чиқадиган хулосаларнинг тажрибага мувофиқлиги билан текширилади. Физик қонунлар физик ҳодисалар орасидаги объектив ички боғланишларни ва физик катталиклар орасидаги реал муносабатларни ифодалайди.

Кўпинча, физик қонунларнинг мазмуни маълум A ва B физик катталикларнинг сон қийматлари a ва b орасидаги муносабат сифатида математик шаклда ифодаланади. Бундан физик қонунларни аниқлаш учун физик катталикларни *ўлчаш* принципиал аҳамиятга эга эканлиги равшандир.

Бирор физик катталикни ўлчаш уни ўзи билан бир хил бўлган ва бирлик қилиб олинган бошқа бир катталик билан маълум йўсинда солиштириш демакдир. Масалан, бирор жисмнинг узунлигини ўлчаш учун узунлик бирлиги қилиб олинган бошқа жисмни унинг устига кетма-кет қўйиб чиқилади.

Равшанки, ўлчаш натижаси ҳеч қачон абсолют аниқ бўлмайди; ўлчаш натижасининг аниқлик даражаси ўлчаш техникасининг тараққиётига ва ўлчаш ишининг қанчалик синчиклаб бажарилишига боғлиқ бўлади. Шунинг учун ҳар қандай ўлчашнинг натижаси фақат қуйидагича берилиши мумкин: бирор физик катталикнинг сон қиймати a тақрибий a_1 ва a_2 қийматлар орасида; $\Delta a = a_1 - a_2$ айирма a га нисбатан қанча кичик бўлса, физик катталик A шунча аниқ ўлчанган бўлади. Шунинг ўзидан ҳам кўринадики, тажрибалар асосида аниқланадиган физик қонуниятлар абсолют аниқ бўла олмайди.

Шундай қилиб, физик катталиклар орасидаги миқдорий муносабатларни математик шаклда ифодаловчи физик қонунлар абсолют аниқ бўлмайди; уларнинг аниқлиги доим фан ва техниканинг муайян даврдаги тараққиёт даражасига мос келади.

Мисол учун, ўзгармас температурада берилган газ массасининг ҳажми билан босими орасидаги боғланишни кўрайлик.

Фараз қиламизки, 8 *л* газ бирор ўзгармас температурада $p = \frac{1}{2}$ *ат* босим остида бўлсин. Босимга кетма-кет аниқ қийматлар бериб, уни ўзгартирамиз, масалан, $p = 1$ *ат*, $\frac{4}{3}$ *ат*, 2 *ат* ва ҳоказо. Газ ҳажми V нинг шу босимларга мос келадиган қийматларини (худди шу температурада) ўлчаймиз.

Олинган экспериментал маълумотлардан қуйидаги жадвални тузамиз:

Газ босими p (атмосфераларда)	$^1/_2$	1	$^4/_3$	2	4	8
Газ ҳажми V нинг мос қийматлари (литрларда)	8	4	3	2	1	$^1/_2$

Бу жадвалдан берилган газ массаси учун унинг босими p билан ҳажми V нинг кўпайтмаси ўзгармас эканлиги осон кўринади:

$$pV = \text{const}.$$

Бу хулоса маълум *Бойль—Мариотт қонунидан* иборатдир. Бироқ бу қонун босимнинг чекли интервалида маълум бир чекли аниқлик билан бажарилган ўлчашлар натижасида кашф қилинган эди. Шунинг учун ҳам, агар янада аниқроқ ўлчанса ёки тажрибалар жуда катта, ёки жуда кичик босимларда ўтказилса, Бойль—Мариотт қонуни тўғри бўлиб чиқмаслиги мумкин. Ҳақиқатан ҳам, аниқроқ ўлчашлар Бойль—Мариотт қонунидан четлашишлар мавжуд эканини кўрсатади. Бу четлашишлар босимнинг тажрибалар ўтказилган интервали учун кичик бўлиб, юқори босим шароитида катта бўлади. Ўзгармас температурада газнинг босими билан ҳажми орасидаги боғланишни *Ван-дер-Ваальс формуласи*

$$\left(p+\frac{a}{V^2}\right)(V-b)=\text{const}$$

орқали ифодалаш тўғрироқ бўлишини кўрсатиш мумкин, бундаги $\frac{a}{V^2}$ ва b — баъзи бир тузатмалар. Агар газнинг V ҳажми $\frac{a}{V^2}$ ва b тузатмаларга нисбатан жуда катта бўлса, $\frac{a}{V^2}$ ва b ҳадларни p ва V га нисбатан жуда кичик бўлгани учун ташлаб юбориш мумкин. У ҳолда яна Бойль—Мариотт қонуни келиб чиқади: $pV=\text{const}$. Шундай қилиб, Ван-дер-Ваальс формуласи газнинг ҳақиқий хоссасини Бойль—Мариотт қонунига қараганда аниқроқ ифодалабгина қолмай, ҳажм ва босимнинг қандай қийматлари учун Бойль—Мариотт қонуни етарли аниқликка эга эканлигини ва қандай ҳолларда ундан фойдаланиш мумкин эмаслигини ҳам кўрсатади.

Бошқа физик қонунлар, шу жумладан, механик қонунлар ҳақида ҳам шундай мулоҳаза юргизиш мумкин (§ 4 га қаранг).

Физик қонунларнинг тақрибий характерда бўлиши уларнинг объектив аҳамиятини камайтирмайди: физик қонунлар материянинг объектив хоссаларини абсолют аниқ акс эттирмаса-да, тақрибан ва нисбий тарзда тўғри акс эттиради, бизни ўраб олган табиатни чуқурроқ била бориш жараёнида физик қонунларнинг аниқлик даражаси орта боради. Фан ўз тараққиётининг ҳар бир тарихий босқичида бизга борлиқнинг тақрибий „суратини“ беради, лекин вақт ўтиши билан бу суратлар яхшиланиб, дунёнинг битмас-туганмас объектив хоссаларини тўлароқ ва аниқроқ акс эттира боради. „Назарияни объектив реалликнинг сурати, унинг тахминий нусхаси деб билиш—материализмнинг ўзгинасидир“[1].

Физик қонунларнинг тақрибийлигини унутиш, уларни абсолют аниқ деб ҳисоблаш ва уларнинг тўғрилиги текширилмаган соҳаларга бу қонунларни жорий (экстраполяция) қилиш, кўпинча, қўпол хатоларга олиб келиши мумкин. Масалан, уй температурасига яқин температурадаги ҳар қандай газ босими ўзгармаган

---

[1] В. И. Ленин, Асарлар, 14-том, Ўздавнашр, 1951, 294-бет.

ҳолда 1°C га совитилса, унинг ҳажми 0°C даги ҳажмининг $\frac{1}{273}$ қисмича камаяди деган қонунни (*Гей-Люссак қонунини*) аниқлаб, уни жуда паст температураларга ғайри қонуний равишда жорий қилсак, газ — 273°C гача совитилганда газ моддаси бутунлай йўқолиб кетиши керак деган хулосага келишимиз мумкин. Ҳақиқатда эса,— 273°C дан анча юқори температураларда газ Гей-Люссак қонунига бўйсунмай қўяди (§ 44 га қаранг).

§ 3. Ўлчов бирликлари. Ўлчов бирликлари ихтиёрий равишда танлаб олиниши мумкин. Илгари замонларда улар амалий характердаги мулоҳазаларга боғлаб танланган: масалан, қадимги русча узунлик бирлиги „локоть" (тирсак) ёки инглизча бирлик „фут" (инглиз тилида foot — пой) каби ўлчов бирликлари киши танасининг ўлчамлари билан боғлиқ.

XVIII асрда француз олимлари ўлчов бирликларини вақт ўтиши билан ўзгармайдиган ва йўқолмайдиган объектларга боғлаб, уларнинг „абсолют" системасини яратишга уриниб кўрдилар. Масалан, узунлик бирлиги учун меридиан узунлигининг $\frac{1}{40\,000\,000}$ бўлагини олишга қарор қилинди. Аммо, худди шундай узунликдаги чизғични хатосиз ясаш ҳеч мумкин эмас. Бошқа „абсолют" бирликларни белгилашда ҳам шунга ўхшаш қийинчиликларга дуч келинди. Шунинг учун ўтган асрнинг охиридан бошлаб бирликлар намуна (эталон) жисмлар ёрдамида белгиланадиган бўлди. Чунончи, *узунлик бирлиги метр* ҳамда ўлчов ва тарозиларнинг Халқаро бюросида сақланадиган иридийли платинадан ясалган чизғич устидаги икки чизиқча орасидаги масофа сифатида аниқланади. Бироқ ҳозирги вақтда маълум маънода „аралаш" система ишлатилади. Бу системада бирликларнинг бир қисми эталон жисмлар ёрдамида аниқланади, иккинчи қисми эса, қайта-қайта вужудга келтириш мумкин бўлган маълум физик ҳодисалар ёрдамида аниқланади. Масалан, 1960 йили Халқаро конференцияда қабул қилинган *халқаро бирликлар системасида* (қисқартирилган белгиси СИ) узунлик бирлиги (*метр*) учун шундай узунлик қабул қилинганки, унга криптон 86 изотопининг (Kr^{86}) бўшлиқда ҳосил қилинган спектридаги сариқ чизиқ тўлқин узунлигидан 1650763,73 таси жойлашади (III томга қаранг):

$$1\ м = 1650763{,}73\,\lambda\,(Kr^{86}).$$

Шу тариқа аниқланган метр эталон чизғичдаги икки чизиқ орасидаги масофага тўғри келадиган эски метрга жуда яқиндир. Лекин эски метрга қараганда унинг афзаллиги шундаки, унинг йўқотилиши ва бузилиши мумкин эмас, у вақт ўтиши билан ўзгармайди, ваҳоланки, эталон таёқчанинг узунлиги, у ясалган материалнинг „эскириши" натижасида ўзгариши мумкин. Бирор узунликни криптоннинг 86 изотопи спектридаги тўқ сариқ чизиқнинг тўлқин узунлиги билан ҳамма вақт қайта-қайта солиштириб кўриш мумкин.

Жуда кўп сондаги метрлар ёки метрнинг жуда кичик бўлаклари билан ўлчанадиган узунликларни ўлчаш учун, узунлик бирлиги—метрдан ўнли система ёрдамида ҳосил қилинган бирликлар ишлатилади:

$$1\ \textit{км} = 1\,000\ \textit{м};\ 1\ \textit{см} = \frac{1}{100}\ \textit{м};\ 1\ \textit{мм} = \frac{1}{1\,000}\ \textit{м};$$

1 *микрон* (қисқартирилган *мк*), $1\ \textit{мк} = \frac{1}{1\,000}\ \textit{мм}$ ва ҳоказо.

Халқаро бирликлар системасида *масса бирлиги* учун иридийли платинадан ясалган, ўлчов ва тарозиларнинг Халқаро бюросида сақланадиган жисмнинг *килограмм* деб аталадиган массаси қабул қилинган. Килограммнинг массаси (қисқартирилгани *кг*) 1000 $\textit{см}^3$ соф сувнинг 4°С даги массасига жуда ҳам яқин келади. Килограммдан катта ва кичик бўлган бирликлар бу ҳолда ҳам ўнли система ёрдамида белгиланади:

$$1\ \textit{тонна} = 1\,000\ \textit{кг};\ 1\ \textit{г} = \frac{1}{1\,000}\ \textit{кг}\ \text{ва ҳоказо.}$$

Вақт бирлиги учун 1900 йил 1 январдаги тропик йилнинг $\frac{1}{31\,556\,925,9747}$ қисмига тенг вақт қабул қилинган. Тропик йил деб Қуёшнинг эклиптика бўйича қиладиган кўринма ҳаракатида баҳорги тенгкунлик нуқтаси орқали кетма-кет икки марта ўтиши орасидаги вақтга айтилади. Шундай қилиб, вақт бирлиги Ернинг Қуёш атрофида айланиб чиқиш вақти билан боғлиқдир. Вақтнинг бу бирлиги *секунд* деб аталади.

Ҳар қандай бошқа физик катталик учун ҳам ўзининг, умуман айтганда, ихтиёрий танлаб олинган ўлчов бирлигини белгилаш мумкин. Масалан, юз бирлиги учун илгари танлаб олинган узунлик бирлигига боғламай, қандайдир бир жисмнинг юзини олиш мумкин эди. Аммо, бирликларни бундай танлаб олиш жуда ҳам ноқулай бўларди. Шунинг учун, масалан, юз бирлиги қилиб томонларининг узунлиги узунлик бирлигига тенг бўлган квадратнинг юзи қабул қилинади. Бошқа физик катталикларнинг бирликларини ҳам шундай белгилайдилар. Бунинг учун бу физик катталик билан ўлчов бирлиги илгари танлаб олинган бошқа катталиклар орасидаги муайян қонуний боғланишларга асосланадилар.

Буни мисолда тушунтирамиз. Зичлик деб аталадиган физик катталикнинг ўлчов бирлигини белгилаш талаб қилинаётган бўлсин. Берилган бир жинсли жисмга хос бўлган зичлик d шу жисмнинг массаси m га тўғри пропорционал ва ҳажми V га тескари пропорционал бўлган физик катталикдир. Шунинг учун зичликнинг сон қиймати:

$$d = k\frac{m}{V} \tag{1}$$

бўлади, бундаги k коэффициентнинг қиймати d, m ва V лар ўлчанган бирликларга боғлиқ.

m массанинг ва V ҳажмнинг олдиндан белгилаб қўйилган ўлчов бирликларига асосланиб, k коэффициентнинг аниқ бир қийматида (1) тенгликни қаноатлантирадиган зичлик бирлигини танлаб олиш мумкин. Янги киритилаётган физик катталикнинг ўлчов бирлигини белгилаш учун одатда $k = 1$ деб олинади. У ҳолда (1) тенглик қуйидаги кўринишни олади:

$$d = \frac{m}{V}. \tag{2}$$

Бу тенгликнинг бажарилиши учун зичликнинг ўлчов бирлиги сифатида бирлик массаси бирлик ҳажмни эгаллайдиган жисмнинг (бундай жисмнинг табиатда мавжуд бўлиш-бўлмаслигидан қатъи назар) зичлигини қабул қилишимиз керак.

Бошқа физик катталикларнинг ўлчов бирликлари ҳам худди шундай йўл билан белгиланади.

Халқаро бирликлар системасида асосий бирликлар учун қуйидаги олтита бирлик қабул қилинган:

узунлик бирлиги — 1 метр (1 *м*),
масса бирлиги — 1 килограмм (1 *кг*),
вақт бирлиги — 1 секунд (1 *сек*),
температура бирлиги — 1 градус (Кельвин шкаласи бўйича). (1°К) (44-параграфга қаранг),
ток кучи бирлиги — 1 ампер (1 *а*) (II томга қаранг),
ёруғлик кучи бирлиги — 1 шам (1 *ш*) (III томга қаранг).

Бошқа катталикларнинг ўлчов бирликлари бу катталикларни асосий катталиклар билан боғловчи қонуниятлар асосида киритилади. Механикада асосий бирликлар қилиб уч физик катталикнинг—узунлик, масса ва вақт бирликларини олиш етарлидир. Халқаро системада бу бирликлар учун метр, килограмм ва секунд қабул қилиниши юқорида айтилган эди. Бу системани қисқа қилиб, *MKS*-система деб аташ мумкин.

Аммо асосий бирликларни бошқачароқ танлаб, бошқа системалар ҳам тузиш мумкин. Масалан, физикада *CGS*-система деб аталадиган система кенг ишлатилади. Бу системада асосий бирликлар учун қуйидагилар олинади:

узунлик бирлиги — 1 сантиметр (1 *см*),
масса бирлиги — 1 грамм (1 *г*),
вақт бирлиги — 1 секунд (1 *сек*).

CGS-системанинг халқаро (MS) системадан бирликларни каррали равишда ўзгартириш орқали ҳосил бўлиши кўриниб турибди.

Булардан ташқари, *техник система* деб аталувчи система ҳам ишлатилади. Бу системада асосий бирликлар учун узунлик бирлиги (1 *м*), вақт бирлиги (1 *сек*) ва куч бирлиги қабул қилинган. Куч бирлиги қилиб, 45° географик кенгликда денгиз сатҳи баландлигида 1 *кг* массали жисмга таъсир қиладиган Ер тортиш кучига тенг куч олинган. Бу бирлик килограмм-куч дейилади (қисқартирилган белгиси 1 *кГ*; § 17 да бу ҳақда муфассалроқ гапирилган). Шундай қилиб, бирликларнинг техник системасида асосий бирликлар қуйидагича қабул қилинган:

узунлик бирлиги — 1 метр (1 *м*),
куч бирлиги — 1 килограмм-куч (1 *кГ*),
вақт бирлиги — 1 секунд (1 *сек*).

БИРИНЧИ ҚИСМ

МЕХАНИКАНИНГ ФИЗИК АСОСЛАРИ

Биринчи боб

КИНЕМАТИКА

§ 4. Умумий мулоҳазалар. Механика материя ҳаракатининг энг содда формаси ҳақидаги таълимотдир. Бундай ҳаракат жисмларнинг ёки жисм қисмларининг бир-бирига нисбатан кўчишидан иборат бўлади.

Механика ҳам, ҳамма табиий фанлар каби, ўзининг қонун-қоидаларини тажрибалардан олинган маълумотларни умумлаштириш йўли билан аниқлайди. Жисмларнинг кўчишини кузатиш тажрибалари энг содда тажрибалардандир. Одамлар, кундалик турмушида ва ҳар қандай ишлаб чиқариш жараёнида жисмларнинг кўчишини кўрадилар. Шунинг учун механик тасаввурлар жуда *яққол* бўлади. Механиканинг бошқа табиий фанлардан олдинроқ кенг ривожланганига ҳам сабаб ана шу. Механиканинг асосий қонунларини Галилей (1564 — 1642) анчагина ойдинлаштирган эди. Ньютон (1642 — 1727) уларни узил-кесил таърифлаб берди. Петербург Фанлар академиясида кўп йил ишлаган Леонард Эйлер (1707 — 1783) биринчи бўлиб механиканинг қонунларига аналитик кўриниш берди ва механиканинг тараққиётида катта роль ўйнади. Аммо, „*классик механика*“ деб ном олган Галилей—Ньютон механикаси маълум типдаги ҳаракатларни, яъни тезликлари унча катта бўлмаган ва ўлчамлари киши танасининг ўлчамларига яқин бўлган жисмлар (масалан, отилган тош) нинг ҳаракати ёки ўзи жуда катта бўлган жисмлар (планеталар) нинг ҳаракатини кузатиш натижасида вужудга келган. Классик механиканинг тақрибий характерга эга бўлишига сабаб шу. Фаннинг кейинги тараққиёти натижасида маълум бўлдики, агар текширилаётган жисмлар жуда кўп атомлардан иборат бўлса (*макроскопик жисмлар*) ва уларнинг тезлиги ёруғлик тезлигига қараганда ниҳоят даражада кичик бўлса, классик механика ҳақиқатни жуда аниқ акс эттира олади. Ленин: „...механика секин бўладиган реал ҳаракатларнинг сурати эканлиги, янги физика эса ниҳоятда тез бўладиган реал ҳаракатларнинг сурати эканлиги ҳар ҳолда шубҳасиз бўлиб қола беради"[1] деб ёзган эди.

Тезлиги ёруғлик тезлигига яқин бўлган макроскопик жисмларнинг ҳаракат қонунлари Эйнштейн томонидан кашф этилган *нисбийлик назариясида* баён қилинади.

Классик механиканинг қонунлари айрим атомлар ва элементар заррачаларнинг (*микроскопик жисмларнинг*)[2] ҳаракатини текшириш учун ҳам яроқсиздир. Микроскопик жисмларнинг ҳаракат қонунлари *квант механикаси* деб аталадиган фанда баён қилинади. Классик механикани қандай чегараларда ишлатиш мумкинлиги тўғрисида кейинроқ гапирамиз. Ҳозирча, сўз ҳамма вақт тезлиги ёруғлик тезлигидан ниҳоят даражада кичик бўлган макроскопик жисмларнинг ҳаракати ҳақида боради, деб фараз қиламиз.

Механик ҳодисаларнинг жуда кўп учраб туриши уларнинг кўзга яққол ташланиб турадиган бўлиши ва баъзи физик ҳодисаларни (масалан, товушни) механик тасаввурлар ёрдамида тушунтиришнинг жуда қулай бўлиши шунга олиб келдики, XIX асрда кўпчилик физиклар бирор ҳодисани *тушунтириш* учун унинг қандай механик ҳодисалардан иборат эканини кўрсатиш кифоя, деб ўйлар эдилар. Бундай қараш философиядаги *механик материализмга* мос келар эди. Бироқ, физиканинг кейинги тараққиёти, айниқса ёруғлик ва электр ҳақидаги таълимотнинг тараққиёти кўпгина ҳодисаларнинг ўзига хос қонуниятлари бўлиб, ана шу ўз қонунларига бўйсунишини, ҳамма ҳодисаларни ҳам ҳаракатнинг энг содда тури, яъни механик ҳаракатдан иборат деб тушуниш мумкин бўла бермаслигини кўрсатди. Механик материализм ўз ўрнини реал борлиқнинг ҳамма томонларини ҳисобга олувчи ва материя ҳаракатининг энг умумий турларини текширувчи *диалектик материализмга* бўшатиб беришга мажбур бўлди.

Бу ҳақда Энгельс: „Табиатшунослар ҳаракат деганда ҳамиша механик ҳаракатни, кўчишни кўзда тутадилар... Материяга татбиқ қилиб айтганда, ҳаракат — *умуман ўзгаришдир.* Мана шунга ўхшаш англашилмовчиликдан ҳамма ҳодисаларни механик ҳаракатдан иборат қилиб кўрсатишга жуда берилиб кетиш келиб чиқади..., шу туфайли бошқа ҳаракат формаларининг ўзига хос характери кўринмай қолади"[3] деб ёзган эди.

Механик ҳаракат жуда хилма-хил ва хийла мураккаб харак-

---

[1] В. И. Ленин. Асарлар, 4-босмадан таржима, 14-том, 294-бет.

[2] Бу ердаги „микроскопик" сўзи заррани микроскоп орқали кўриш мумкин деган маънони билдирмайди. Бу сўз зарранинг электрон, протон ва ҳоказо, умуман, элементар заррача эканини ёки бир неча заррачадан иборат бўлган зарра, масалан, атом ёки алоҳида молекула эканини билдиради.

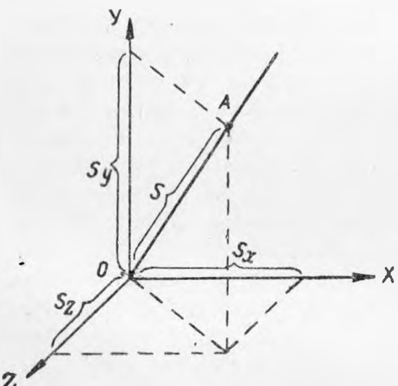
[3] Ф. Энгельс. Диалектика природы. 1950, 197-бет.

терда бўлиши мумкин. Шунинг учун ҳам механика реал ҳаракатларни соддароқ ҳаракатларга ажратиб текширади. Содда ҳаракатлар ўрганилгач, мураккаброқ ҳаракатларга ўтилади. Энг содда механик ҳаракат—моддий нуқтанинг ҳаракатидир. *Берилган масалада текширилаётган жисмнинг ўлчамларини ва шаклини ҳисобга олмаслик мумкин бўлса,* бундай жисм механикада *моддий нуқта* деб аталади. Кўпинча маълум бир реал жисм, масаланинг қўйилишига қараб, ёки моддий нуқта сифатида, ёки ўлчамлари чекли бўлган жисм сифатида қаралади. Масалан, артиллерия снарядининг фазода учиб бориши тўғрисидаги масалани текширганимизда биз аввал снаряднинг шакли ва ўлчамларини ҳисобга олмай, уни моддий нуқта деб қарашимиз мумкин. Лекин бу масалада ҳавонинг қаршилиги ва учиб бораётган снаряднинг айланиши снаряднинг ҳаракатига қандай таъсир кўрсатишини текшириш лозим бўлса, снарядни биз моддий нуқта деб қарай олмаймиз: энди биз унинг шаклини, ўлчамларини ва бошқаларни ҳисобга олишимиз керак бўлади. Шунинг каби, астрономлар ҳам, ер шарининг Қуёш атрофида ўз орбитаси бўйлаб қиладиган ҳаракатини текширганларида, ер шарини моддий нуқта деб ҳисоблашлари мумкин.

Берилган таърифга кўра, механик ҳаракат оддий кўчишдан бошқа нарса эмас. Бундай кўчишлар эса, фақат қандайдир бошқа моддий жисмларга *нисбатан* содир бўлиши мумкин. Шу сабабли бирор жисмнинг ҳаракатини характерлаш имкониятига эга бўлмоқ учун, даставвал бу жисмнинг кўчишини қайси жисмга (ёки бирбирига нисбатан қўзғалмас бўлган жисмлар тўдасига) нисбатан ҳисоблаш ҳақида шартлашиб олишимиз керак. Бу жисм (ёки жисмлар тўдаси) *саноқ системасини* ташкил қилади. Шундай қилиб, ҳар бир ҳаракат бирор аниқ саноқ системасига нисбатан қаралиши керак. Турли ҳолларда саноқ системаси турлича танлаб олиниши мумкин, лекин саноқ системасини фақат қатъий танлаб олгандагина муайян ҳаракатни аниқ характерлай оламиз. Масалан, бирор жисмни улоқтириб, унинг уйга нисбатан қилаётган ҳаракатини кузатишимиз мумкин; бу ҳолда уйнинг деворлари, поли ва бошқа қисмлари саноқ системасини ташкил қилади. Лекин худди шу жисмнинг ҳаракатини Қуёшга ёки маълум бир юлдузга нисбатан текширишимиз ҳам мумкин. Фақат, бу жисмнинг ҳаракатини нимага нисбатан текширишимиз тўғрисида олдиндан аниқ келишиб олишимиз керак.

Ҳаракатни тасвирлаш учун амалда саноқ системаси билан бирор координаталар системасини (масалан, одатдаги тўғри чизиқли тўғри бурчакли координаталар системасини) боғлашга тўғри келади. Ҳаракат уйга нисбатан текширилаётганда координаталар бошини, масалан, уйнинг бурчакларидан бирига олиш ва ўқларни деворлар бўйлаб йўналтириш мумкин, ёки координаталар бошини Қуёшда олиб, ўқларни маълум юлдузларга томон йўналтириш мумкин[1]. Саноқ системасини *танлаш* тўғрисидаги масалани биз кейинчалик кўрамиз, ҳозирча, ҳаракатни характерлаш учун бизга ҳамма вақт саноқ системаси ва у билан маҳкам боғланган координаталар системаси берилган деб ҳисоблаймиз.

Механика кинематика ва динамика деб аталадиган икки қисмга бўлинади: *кинематика* ўрин алмаштиришнинг ўзинигина вақтга боғлаб текширади, *динамика* эса жисмларнинг ҳаракат ҳолатларини ўзгартирадиган ўзаро таъсирларни ҳам ҳисобга олади.



1-расм. Тўғри чизиқли ҳаракатда, A жисмнинг ўрнини s кесма билан ёки унинг координаталар ўқларидаги s_x, s_y ва s_z проекциялари билан аниқланади.

5. **Тўғри чизиқли текис ҳаракат.** Моддий нуқта деб ҳисобланаётган жисмнинг OD тўғри чизиқ (1-расмга қаранг) бўйлаб бир текис кўчиб боришидан иборат бўлган ҳаракатини кўриб чиқамиз.

Ҳаракатдаги жисм бирор t пайтда бирор A нуқтада бўлса, унинг ўрнини шартли равишда саноқ боши деб олинган O нуқтадан бошлаб ўлчанган s кесма билан аниқлашимиз мумкин. Равшанки, s кесма вақт ўтиши билан ўзгариб боради. Агар жисм бошлангич пайт ($t = 0$) да O нуқтада бўлса, s кесма жисмнинг ҳақиқатда босиб ўтган *йўлига* тенг бўлади.

$OXYZ$ координаталар системасини чизиб, жисмнинг ҳар бир муайян пайтдаги ўрнини, унинг x, y ва z координаталари орқали ҳам характерлаш мумкин. Координаталар системаси 1-расмда кўрсатилгандек танлаб олинса, жисмнинг x, y ва z координаталари йўлининг координаталар ўқларидаги s_x, s_y ва s_z проекцияларига тенг бўлади. Шундай қилиб, ҳаракат қилаётган нуқтанинг ўрнини t вақтнинг бирор функцияси бўлган s кесма билан:

$$s = f(t) \tag{1}$$

ёки нуқтанинг координаталари x, y ва z билан ҳарактерлаш мумкин; нуқтанинг координаталари ҳам вақтнинг функциялари бўлади:

$$x = f_1(t); \quad y = f_2(t); \quad z = f_3(t). \tag{2}$$

[1] Координаталар системасини бирор туташ моддий муҳит билан ҳам боғлаш мумкин. Масалан, балиқнинг ҳаракатини у сузаётган сувга нисбатан олиб қараш мумкин.

Биз текшираётган ҳаракат тўғри чизиқ бўйлаб бўлаётгани учун *тўғри чизиқли ҳаракат* дейилади.

Агар ҳаракатдаги жисм ихтиёрий, лекин тенг вақт ораликларида тенг кесмаларни (йўлларни) босиб ўтаётган бўлса, бу жисмнинг ҳаракати *текис ҳаракат* дейилади.

Ҳаракатлар бир-биридан шу билан яққол равишда фарқланадики, жисмлар тенг вақт ораликларида ҳар хил йўлларни босиб ўтишлари мумкин ёки, бошқача қилиб айтганда, баробар йўлларни ҳар хил вақт ичида босиб ўтиши мумкин. Ҳаракатлар орасидаги бу фарқни характерлаш учун *тезлик* тушунчасини киритамиз. Текис ҳаракатнинг тезлиги деб шундай физик катталикка айтиладики, берилган вақт оралигида жисм қанча кўп йўл босиб ўтса, бу катталикнинг миқдори шунча катта бўлади ёки, бошқача қилиб айтганда, берилган йўлни босиб ўтиш учун қанча кам вақт керак бўлса, бу физик катталикнинг миқдори шунча катта бўлади. Демак, текис ҳаракатнинг v тезлиги босиб ўтилган йўлга тўғри пропорционал ва бу йўлни босиб ўтиш учун кетган вақтга тескари пропорционал бўлган физик катталикдир. Тўғри чизиқ бўйлаб ҳаракатланаётган жисмнинг бирор t_0 пайтдаги ўрни s_0 кесма билан, t пайтдаги ўрни эса s кесма билан аниқланадиган бўлсин. У ҳолда жисм $t - t_0$ вақт ичида $s - s_0$ йўлни босиб ўтади ва v тезликнинг математик ифодаси қуйидагича ёзилиши мумкин:

$$v = k\frac{s - s_0}{t - t_0}, \tag{3}$$

бунда k — пропорционаллик коэффициенти. $t = 0$ ва $s_0 = 0$ бўлган хусусий ҳолда:

$$v = k\frac{s}{t}, \tag{3a}$$

бунда s — жисмнинг t вақт ичида босиб ўтган йўлидир. Текис ҳаракатнинг тезлиги ўзгармас катталикдир. (3) муносабатдан фойдаланиб, v тезликни, s кесмани ва t вақтни ҳар қандай бирликларда ўлчаш мумкин. Агар k коэффициентга олдиндан бирор аниқ қиймат берилса, § 3 да айтиб ўтилганидек, v, s ва t физик катталикларнинг учаласи учун ҳам ўлчов бирликларни ихтиёрий равишда танлаб олиш мумкин бўлмайди. Фақат иккита катталикнинг ўлчов бирликлари ихтиёрий равишда танлаб олиниши мумкин, учинчи катталикнинг ўлчов бирликлари эса k коэффициентнинг муайян қийматида (3) муносабат сон жиҳатдан бажариладиган қилиб танлаб олиниши керак. Масалан, $k = 1$ деб олсак, бинобарин, (3) формулани

$$v = \frac{s - s_0}{t - t_0} \tag{4}$$

кўринишда ёзсак, бу ердаги катталиклардан фақат иккитасининг ўлчов бирликларини ихтиёрий равишда танлаб олиш мумкин. Агар биз узунлик бирлиги учун сантиметр (*см*), вақт бирлиги учун секунд (*сек*) олсак, (4) формулага асосан, 1 *сек* вақт ичида 1 *см* йўл босиб ўтиладиган текис ҳаракатнинг тезлигини тезлик бирлиги қилиб олишимиз керак бўлади. Бу—тезликнинг *CGS* системасидаги бирлигидир; бу бирлик қисқача *см/сек* билан белгиланади. Бирликларнинг бошқа системаларида узунлик бирлиги учун метр (*м*) ёки километр (*км*) олинади, вақт бирлиги учун эса секунд (*сек*) ёки соат олинади. У ҳолда мос равишда тезлик бирликлари *м/сек* ва *км/соат* бўлади.

(4) формулага асосан:

$$s = s_0 + v(t - t_0). \tag{5}$$

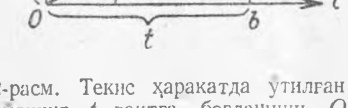
Агар $t_0 = 0$ ва $s_0 = 0$ бўлса, (5) формула

$$s = vt \tag{5a}$$

кўринишни олади, бунда s — жисмнинг t вақт ичида босиб ўтган йўлидир.

(5*а*) формула билан (1) ни солиштириб, текис ҳаракат қилаётган жисм босиб ўтган йўл вақтнинг *чизиқли функцияси* эканини кўрамиз.

Йўл билан вақт орасидаги бу чизиқли муносабатни график усулда тасвирлаш мумкин. Абсциссалар ўқига t вақтнинг қийматларини, ординаталар ўқига s йўлнинг қийматларини қўямиз (2-расм). У ҳолда (5*а*) формулага мувофиқ, s йўл билан t вақт орасидаги муносабат координаталар бошидан ўтувчи OB тўғри чизиқ билан тасвирланади. Абсциссалар ўқида Ob кесма билан тасвирланадиган бирор t вақт ичида жисм босиб ўтган s йўл Oa кесма ёки унга тенг бўлган bB кесма билан тасвирланади.



2-расм. Текис ҳаракатда ўтилган s йўлнинг t вақтга боғланиши OB тўғри чизиқ билан тасвирланади.

2-расмга асосан:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{bB}{Ob} = \frac{s}{t} = v. \tag{6}$$

Шундай қилиб, бизнинг графигимизда v тезлик α бурчакнинг тангенси билан ифодаланади; v тезлик қанча катта бўлса, OB тўғри чизиқ билан вақтлар ўқи t орасидаги α бурчак шунча катта бўлади.

§ 6. Тўғри чизиқли текисмас ҳаракат. Текисмас ҳаракат қилаётган жисм бирдай вақт ораликларида бир-бирига тенг бўлмаган йўлларни босиб ўтади. Бу ҳолда ҳаракатнинг *ўртача тезлиги* тушунчасини киритиш мумкин. Текисмас ҳаракатдаги жисмнинг берилган $t - t_0$ вақт ичида босиб ўтган йўли $s - s_0$ бўлсин; шу текисмас ҳаракатнинг берилган $t - t_0$ вақт ичидаги ўртача тезлиги худди шундай $t - t_0$ вақт ичида худди шунча $s - s_0$ йўл босиб ўтадиган текис ҳаракатдаги жисмнинг тезлигига тенг бўлади. Шундай қилиб, ҳаракатнинг ўртача тезлигини $\overline{v}$ орқали белгиласак,

$$\overline{v} = \frac{s - s_0}{t - t_0}$$

бўлади.

Ўртача $\overline{v}$ тезликнинг қиймати унинг қандай вақт оралиги учун олинаётганига боғлиқ бўлади. Шунинг учун ўртача тезлик текисмас ҳаракатни тўла характерлай олмайди. Масалан, икки станция орасида поезд ҳаракатини текшираётган бўлсак, бизни поезднинг фақат бутун оралик учун олинган ўртача тезлигигина қизиқтирмай, балки унинг маълум қисмлардаги тезликлари ҳам қизиқтириши мумкин. Бу тезликларни ҳисоблаш учун бутун йўлни айрим Δs қисмларга ажратишимиз ва бу қисмлар қандай Δt вақт оралигида босиб ўтилишини ўлчашимиз керак. У ҳолда бирор маълум Δs қисмдаги ўртача тезлик

$$\overline{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{1}$$

бўлади.

Ўртача тезлик $\overline{v}$ ҳисобланадиган Δt вақт ораликларини қанча қисқа олсак, ҳаракатни шунча аниқ характерлаш мумкин бўлади. Вақт оралиги Δt шунчалик кичик қилиб олиниши мумкинки, бу вақт оралигидаги ҳаракатни амалда текис ҳаракат деб ҳисоблаш мумкин. У ҳолда шу кичик вақт оралиги учун олинган $\overline{v}$ ўртача тезлик ҳаракатни вақтнинг берилган пайтида характерлаш учун етарли бўлади; бошқача айтганда, бу ўртача тезлик йўлнинг берилган нуқтасидаги v тезлик бўлади.

Шундай қилиб, *бирор Δt вақт оралиги учун олинган ўртача тезликнинг шу вақт оралиги чексиз камайиб боргандаги лимити йўлнинг берилган нуқтасидаги (ёки муайян пайтидаги) текисмас ҳаракат тезлиги бўлади.*

Бунинг математик ифодаси қуйидагича:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} (\overline{v}) = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t}\right). \tag{2}$$

Дифференциал ҳисобдан маълумки, $\lim\limits_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta s}{\Delta t}\right)$ йўлдан вақт бўйича олинган ҳосиладир; шундай қилиб, тезликнинг сон қиймати йўлдан вақт бўйича олинган ҳосилага тенг:

$$v = \frac{ds}{dt}. \tag{2a}$$

Шу айтилганларни график ёрдамида тушунтириш мумкин.

Текисмас ҳаракатда йўл билан вақт орасидаги муносабат график усулда эгри чизиқ билан тасвирланади. Бу эгри чизиқнинг кўриниши ҳар хил ҳаракатлар учун ҳар хил бўлади; унинг бирор хусусий ҳолдаги кўриниши 3-расмда кўрсатилган OAB эгри чизиқдан иборат бўлади.

Δt вақт оралигидаги ўртача тезлик $\bar{v}$:

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \operatorname{tg}\alpha'.$$

Йўл билан Δt вақт орасидаги ҳақиқий муносабат $\overset{\frown}{AB}$ ёй билан тасвирланади; биз $\bar{v}$ ўртача тезликни киритиб, бу муносабатни AB ватар билан, яъни текисмас ҳаракатни текис ҳаракат билан алмаштирамиз. Δt вақт оралигини чексиз камайтира бориб, юқорида айтилганларга биноан, муайян t пайтдаги тезликни оламиз. Шу билан бирга AB кесувчи лимитда AD уринмага айланади, AB ватар $\overset{\frown}{AB}$ ёй билан устма-уст тушади, яъни чексиз кичик Δt вақт оралигидаги текисмас ҳаракат текис ҳаракат бўлиб қолади.

3-расм. Текисмас ҳаракатда тезлик уринма билан Ot ўқ орасидаги α бурчак тангенси билан аниқланади.

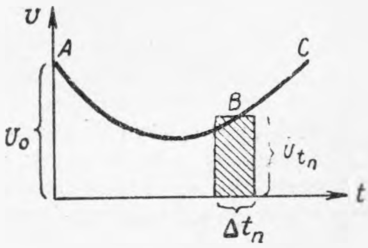
Шундай қилиб:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta s}{\Delta t}\right) = \operatorname{tg}\alpha,$$

бунда α — йўл билан вақт орасидаги муносабатни тасвирловчи эгри чизиққа берилган A нуқтадан ўтказилган уринма билан Ot ўқ орасидаги бурчак.

Текисмас ҳаракатда босиб ўтилган йўл билан тезлик орасидаги муносабатнинг қандай тасвирланишини кўрайлик.

Абсциссалар ўқи бўйича t вақтнинг қийматларини ва ординаталар ўқи бўйича v тезликнинг қийматларини қўйиб, график чизамиз. 4-расмда тасвирланган ABC эгри чизиқ ҳаракатнинг шундай хусусий ҳолига мос келадики, бу ҳолда бошланғич қиймати v_0 бўлган тезлик вақт ўтиши билан дастлаб камая борган, кейин эса орта борган.

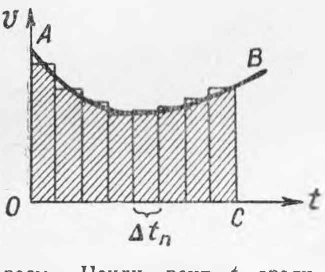


4-расм. Чексиз кичик Δt_n вақт оралигида босиб ўтилган йўл штрихланган устунчанинг юзи билан тасвирланади.

Ҳаракат вақти t ни жуда кўп майда Δt вақт ораликларига ажратамиз. (1) формулага мувофиқ бу вақт ораликларининг n-сида ўтилган йўл $\Delta s_n = \bar{v}_{t_n} \cdot \Delta t_n$ га тенг; бунда $\bar{v}_{t_n}$ орқали Δt_n вақт оралигидаги ўртача тезлик белгиланган. График равишда бу йўл 4-расмда штрихлаб қўйилган энсиз тўғри тўртбурчакнинг юзи билан тасвирланади. Бутун t вақтда ўтилган ҳамма s йўл барча Δt_n вақт ораликларида ўтилган майда Δs_n йўлларнинг йиғиндисига тенг:

$$s = \sum_n \bar{v}_{t_n} \cdot \Delta t_n, \tag{3}$$

яъни $OABC$ шаклнинг (5-расм) бўлакларидан иборат бўлган барча тўғри тўртбурчаклар юзларининг йиғиндисига тенг. Δt_n вақт ораликлари чексиз кичиклаша борганда, тўғри тўртбурчаклар чексиз торайиб боради ва улар юзларининг йиғиндиси $OABC$ шаклнинг юзи билан устма-уст тушади. Шундай қилиб, график усулда бутун s йўл тезлик билан вақт орасидаги муносабатни тасвирловчи AB эгри чизиқ ва ҳаракат текширилаётган бутун вақт оралигининг бошига ҳамда охирига тўғри келадиган ординаталар билан чегараланган шаклнинг юзи орқали тасвирланади.



5-расм. Чекли вақт t оралигида босиб ўтилган йўл $OABC$ шаклнинг юзи билан тасвирланади.

§ 7. Тўғри чизиқли текис ўзгарувчан ҳаракат. Тезланиш. Агар ҳаракатнинг тезлиги v ихтиёрий танлаб олинган баробар Δt вақт ораликларида бир хил Δv миқдорга ўзгариб борса, бундай ҳаракат текис ўзгарувчан ҳаракат дейилади. Агар Δv нинг ишораси тезликнинг ишораси билан бир хил бўлса, яъни вақт ўтиши билан тезлик сон қиймати жиҳатидан ортиб борса, ҳаракат *текис тезланувчан ҳаракат* дейилади; агар

Δv нинг ишораси тескари бўлса, яъни вақт ўтиши билан тезлик сон қиймати жиҳатидан камайиб борса, ҳаракат *текис секинланувчан* ҳаракат дейилади.

Вақт ўтиши билан тезликнинг нақадар тез ўзгариб боришини характерлаш учун *тезланиш* деб аталган физик катталик киритилади. Тўғри чизиқли текис ўзгарувчан ҳаракатнинг w тезланиши тезликнинг орттирмасига тўғри пропорционал ва шу орттирманинг ҳосил бўлиши учун кетган вақт оралигига тескари пропорционал бўлган физик катталикдир.

Тезликнинг t_0 пайтидаги қиймати v_0, t пайтдаги қиймати эса v бўлсин. У ҳолда $t - t_0$ вақт давомида тезлик $v - v_0$ га ўзгаради ва w тезланишнинг математик ифодаси

$$w = k\frac{\Delta v}{\Delta t} = k\frac{v - v_0}{t - t_0} \tag{1}$$

бўлади, бунда k — пропорционаллик коэффициенти бўлиб, унинг қиймати v тезлик ва t вақт ўлчов бирликларининг танланишига боғлиқ. Текис ўзгарувчан ҳаракатнинг тезланиши ўзгармас катталикдир. Агар пропорционаллик коэффициентини $k = 1$ деб олсак, у ҳолда тезланиш

$$w = \frac{\Delta v}{\Delta t} \tag{1a}$$

бўлади; шу билан бирга *CGS* системасида тезланиш бирлиги қилиб тезлиги ҳар бир секундда 1 *см/сек* га ўзгарадиган ҳаракатнинг тезланиши олиниши керак; тезланишнинг бу бирлиги қисқача 1 *см/сек*^{2} орқали белгиланади. Бирликларнинг *MKS* системасида тезланиш бирлиги қилиб тезлиги ҳар бир секундда 1 *м/сек* га ўзгарадиган ҳаракатнинг тезланиши олинади (қисқача 1 *м/сек*^{2}).

$k = 1$ бўлганда, (1) формулага асосан:

$$v = v_0 + w(t - t_0). \tag{2}$$

Демак, текис ўзгарувчан ҳаракатнинг тезлиги вақтнинг чизиқли функцияси экан. Агар $t_0 = 0$ бўлса, (2) дан:

$$v = v_0 + wt; \tag{2 а}$$

ниҳоят, агар бошланғич тезлик $v_0 = 0$ бўлса,

$$v = wt \tag{2 б}$$

бўлади.

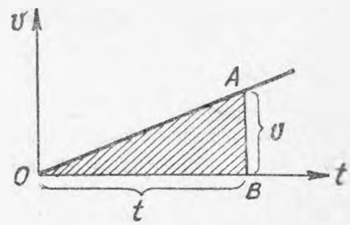
w тезланиш тезликнинг Δv ўзгариши билан бир хил ишорага эга бўлади, шунинг учун ҳам тезланиш текис тезланувчан ҳаракатда мусбат ва текис секинланувчан ҳаракатда манфий бўлади.

Текис ўзгарувчан ҳаракатда босиб ўтилган йўлни аниқлаймиз.

Мулоҳазани соддалаштириш учун бошланғич тезликни $v_0 = 0$ деб оламиз. У ҳолда (2б) га асосан тезлик билан вақт орасидаги муносабат ($w > 0$ деб ҳисоблаймиз) график равишда OA тўғри чизиқ орқали тасвирланади (6-расм), демак, олдинги параграфда айтилганларга асосан, t вақт давомида ўтилган s йўл OAB шаклнинг юзи билан тасвирланади. Бу шакл текширилаётган ҳолда учбурчак бўлгани учун унинг юзи

$$\frac{AB \cdot OB}{2} = \frac{v \cdot t}{2}$$

бўлади.



6-расм. Текис ўзгарувчан ҳаракатда босиб ўтилган йўл OAB учбурчакнинг юзи билан тасвирланади.

Шунинг учун t вақтда ўтилган s йўл қуйидагича ифодаланади:

$$s = \frac{vt}{2}. \qquad (3)$$

Бунга v тезликнинг w тезланиш ва t вақт орқали ифодаланган (2б) қийматини қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$s = \frac{wt^2}{2}. \qquad (4)$$

Агар тезлик вақтнинг бошланғич пайтда нолга тенг бўлмай v_0 га тенг бўлса, у ҳолда

$$s = v_0 t + \frac{wt^2}{2} \qquad (4a)$$

бўлади.

Текис ўзгарувчан ҳаракатга мисол қилиб жисмларнинг Ер сиртида эркин тушишини кўрсатиш мумкин. Бу ҳолда тезланиш

$$w = g = 9{,}81 \ м/сек^2$$

бўлади. Жисмларнинг ҳавода тушиши ҳаво қаршилигининг таъсири жуда кам бўлгандагина текис ўзгарувчан ҳаракат деб ҳисобланиши мумкин (унча катта бўлмаган баландликдан тушаётган тош); ҳаво қаршилигининг таъсири катта бўлганда жисмларнинг ҳавода тушиши текис ҳаракатга айланади (§ 16 га қаранг). Масалан, туманни ташкил қиладиган майда сув томчилари ҳавода текис ҳаракат қилиб тушиб келади; парашютчи ҳам очилган парашют билан ҳавода худди шунга ўхшаб текис ҳаракат қилиб тушади.

Текис ўзгарувчан ҳаракатга доир бир неча мисоллар кўрайлик.

1-мисол. Тош 20 *м* баландликдаги минорадан бошланғич тезликсиз ташланган. Унинг қанча вақтда тушиши ва Ерга етиб келгандаги тезлиги қанча бўлиши аниқлансин. Бунда ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

Ечилиши. Тошнинг ҳаракатини шартга кўра текис ўзгарувчан ҳаракат деб ҳисоблаш мумкин бўлгани учун, шу параграфда чиқарилган формулалардан фойдаланамиз.

Тошнинг тушиш вақтини (4) формуладан аниқлаймиз:

$$t=\sqrt{\frac{2s}{w}}, \tag{5}$$

бунда s — тошнинг босиб ўтган йўли, яъни тош ташланган баландликдир.

Тезланишнинг $w=g=9{,}81$ $м/сек^2$ қийматидан фойдаланиб,

$$t=\sqrt{\frac{2\cdot 20}{9{,}81}}\ сек \cong 2\ сек$$

эканини топамиз.

Йўл охиридаги тезлик қуйидагича бўлади:

$$v=wt=gt\cong 9{,}81\cdot 2\ \ м/сек \cong 19{,}6\ \ м/сек.$$

Йўл охиридаги v тезликни босиб ўтилган s йўл ва w тезланиш орқали алгебраик ифодалаш ҳам мумкин. Бунинг учун $v=wt$ ифодадаги t вақтнинг ўрнига унинг (5) даги қийматини қўямиз, у ҳолда

$$v=wt=w\sqrt{\frac{2s}{w}},$$

бундан

$$v=\sqrt{2sw}. \tag{6}$$

2-мисол. Юқорига вертикал отилган тош 30 $м$ баландликка кўтарилади. У қанча вақтда шу баландликка кўтарилади ва қанча вақтда қайтиб Ерга тушади? Тош шу баландликка кўтарила олиши учун унга қандай бошланғич тезлик бериш керак?

Ечилиши. Юқорига вертикал отилган тошнинг кўтарилаётгандаги ҳаракати текис секинланувчан ҳаракат бўлади. Шунинг учун унинг тезланиши $w=-g$ бўлади. Агар тошнинг бошланғич тезлигини v_0 орқали, юқорига кўтарилиш вақтини t орқали белгиласак, тош кўтарилган баландлик

$$s=v_0t-\frac{gt^2}{2} \tag{7}$$

бўлади. Энг юқори нуқтадаги тезлик v_s нинг нолга тенг бўлишидан фойдаланиб, бошланғич тезлик v_0 ни аниқлаймиз, яъни:

$$v_s=v_0-gt=0,$$

бундан

$$v_0=gt. \tag{8}$$

Демак, (7) га асосан

$$s=\frac{gt^2}{2},$$

бундан тошнинг s баландликка кўтарилишига кетган вақт

$$t=\sqrt{\frac{2s}{g}}$$

га тенг. Бу вақтни (5) тенглик орқали аниқланадиган вақт билан солиштирсак, тошнинг s баландликка кўтарилишига кетган вақт унинг шунча баландликдан эркин тушишига кетган вақтга тенг эканини кўрамиз. t нинг топилган бу қийматини (8) га қўйсак,

$$v_0=\sqrt{2sg}.$$

Демак, тошнинг s баландликка кўтарилиши учун керак бўладиган бошланғич тезлик унинг ўша баландликдан тушганда эришган тезлигига тенг бўлади (охирги формулани (6) формула билан солиштиринг). Чиқарилган муносабатлардан ва масалада берилган сон қийматлардан фойдаланиб, қуйидагини аниқлаймиз:

$$v_0 = \sqrt{2sg} = \sqrt{2 \cdot 30 \cdot 9,81} \text{ м/сек} \cong 24,2 \text{ м/сек};$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30}{9,81}} \text{ сек} \cong 2,48 \text{ сек}.$$

§ 8. Тўғри чизиқли ихтиёрий ҳаракатнинг тезланиши

Тўғри чизиқли текисмас ҳаракатнинг, умумий ҳолида, *ўртача тезланиши* тушунчасини киритиш мумкин. Тўғри чизиқли ихтиёрий ҳаракатдаги жисмнинг тезлиги Δt вақт оралигида Δv га ўзгарган бўлсин. У ҳолда Δt вақт оралигидаги $\overline{w}$ ўртача тезланиш худди шу Δt вақт оралигида тезлиги Δv га ўзгарадиган текис ўзгарувчан ҳаракатнинг тезланишига тенг бўлади:

$$\overline{w} = \frac{\Delta v}{\Delta t}. \tag{1}$$

Оний тезлик тушунчаси қандай мулоҳазалар ёрдами билан киритилган бўлса, *оний тезланиш* тушунчаси ҳам шундай мулоҳазалар ёрдами билан киритилади. Биз Δt вақт оралигини шунчалик кичрайтирамизки, бу вақт оралигидаги ҳаракатни амалда текис ўзгарувчан ҳаракат деб ҳисоблаш мумкин бўлсин. Мана шундай вақт оралигидаги $\overline{w}$ ўртача тезланиш оний тезланишнинг худди ўзгинаси бўлади. Шундай қилиб, оний тезланиш деб Δt вақт оралиги чексиз камайиб борганда шу вақт оралиги учун олинган $\overline{w}$ ўртача тезланиш интиладиган лимитни тушунамиз:

$$w = \lim_{\Delta t \to 0} (\overline{w}) = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right); \tag{2}$$

бунда Δv — чексиз кичик Δt вақт оралигида тезликнинг чексиз кичик ўзгаришидир.

$$w = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right) = \frac{dv}{dt} \tag{2a}$$

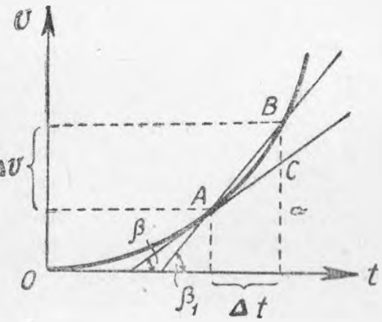
бўлиши дифференциал ҳисобдан маълум, яъни тезланишнинг сон қиймати тезликдан вақт бўйича олинган ҳосилага тенг. $v = \frac{ds}{dt}$ бўлгани учун

$$w = \frac{d^2s}{dt^2},$$

яъни тезланишнинг сон қиймати йўлдан вақт бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосилага тенг.

Бу муносабатларни ҳам, худди тезлик тўғрисидаги муносабатлар каби, график равишда тушунтириш мумкин. 7-расмдаги OAB эгри чизиқ тезлик билан вақт орасидаги боғланишни тасвирлайди деб фараз қилайлик. t дан $t+\Delta t$ гача бўлган вақт оралиғидаги ўртача тезланиш

$$\bar{w} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \operatorname{tg}\beta_1$$



7-расм. Текисмас ҳаракат тезланиши уринма билан Ot ўқ орасидаги β бурчак тангенси билан аниқланади.

бўлади, бунда β_1 — Ot ўқ билан AB кесувчи орасидаги бурчакдир. Δt вақт оралиғини чексиз кичрайтира борсак, AB кесувчи AC уринма вазиятини олишга интилади. Шундай қилиб, лимитда

$$w = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right) = \operatorname{tg}\beta$$

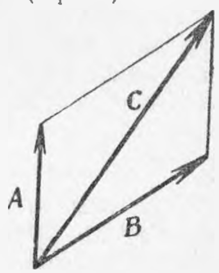
бўлади, бунда β — тезлик билан вақт орасидаги боғланишни тасвирловчи эгри чизиққа унинг берилган A нуқтасидан ўтказилган AC уринма билан Ot ўқ орасидаги бурчакдир.

§ 9. Тезлик ва тезланиш векторлардир. Тезлик сон қиймати билангина эмас, балки йўналиш билан ҳам характерланади. Жисмнинг ҳаракатини тасвирламоқ учун тезлигининг сон қийматинигина кўрсатиш кифоя қилмайди, бунинг учун жисмнинг қайси йўналишда ҳаракат қилаётганини ҳам кўрсатиш керак.

Ўзининг сон қиймати билангина эмас, балки йўналиши билан ҳам характерланадиган катталиклар *векторлар* дейилади. Агар бирор катталикни аниқлаш учун унинг фақат сон қийматинигина билиш кифоя бўлса, бундай катталик *скаляр* дейилади (масалан, вақт оралиғи, масса, зичлик ва бошқалар).

Вектор стрелка билан тасвирланиши мумкин. Бу стрелканинг бирор ихтиёрий бирликларда ўлчанган узунлиги векторнинг сон қийматига тенг бўлиши ва йўналиши векторнинг йўналиши билан устма-уст тушиши керак. Векторларни қуюқ ҳарфлар билан, уларнинг сон қийматини эса одатдагича ёзилган худди ўша ҳарфларнинг ўзи билан белгилаш қабул қилинган; масалан, **A** ҳарфи векторни ифодаласа, A — унинг сон қийматини ифодалайди. Вектор олдидаги минус ишора — **A** нинг узунлиги **A** векторнинг узунлигига тенг бўлиб, йўналиши **A** векторга қарама-қарши эканлигини билдиради.

Тажрибаларнинг кўрсатишича, агар физик катталиклар векторлардан иборат бўлса, уларнинг қўшилиши алгебраик катталикларнинг қўшилишидан бошқача бўлади. Векторлар параллелограмм қоидаси бўйича қўшилади: **A** ва **B** векторларнинг йиғиндиси бўлган **C** вектор томонлари ана шу **A** ва **B** векторлардан иборат бўлган параллелограммнинг диагонали бўлади (8-расм).



8-расм. **A** ва **B** векторлар қўшилганда натижавий **C** вектор томонлари **A** ва **B** векторлардан иборат бўлган параллелограммнинг диагонали билан тасвирланади.

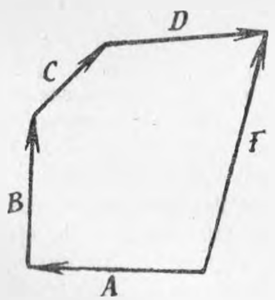
Иккидан ортиқ векторларни қўшишда йиғинди вектор параллелограмм қоидасини кетма-кет қўллаш йўли билан топилиши мумкин. Қийматлари ва йўналишлари бўйича **A**, **B**, **C**, **D** қўшилувчи векторларга мос келувчи стрелкалар ёрдамида синиқ чизиқ чизиб ҳам худди шу натижага эга бўлиш мумкин (9-расм). Бу ҳолда йиғинди **F** вектор синиқ чизиқнинг бошидан унинг учига қараб чизилган ёпувчи стрелка орқали ифодаланади.

A ва **B** векторларнинг айирмасини, $\mathbf{B}' = -\mathbf{B}$ векторни киритиш билан аниқлаш мумкин, у ҳолда:

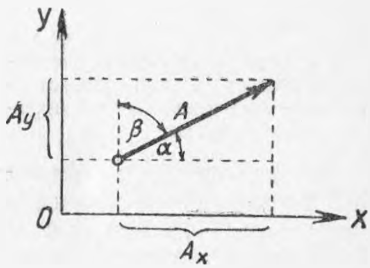
$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + \mathbf{B}'. \qquad (1)$$

Сон қиймати бўйича **B** векторга тенг ва йўналиши қарама-қарши бўлган **B′** векторни чизиб, **A** ва **B′** векторларнинг йиғиндиси бўлган **C** векторни топамиз. (1) тенгликка кўра, бу **C** вектор векторларнинг **A** — **B** айирмасини ҳам ифодалайди.

Вектор ё бевосита катталиги ва йўналиши орқали, ёки координаталар ўқларидаги проекциялари орқали аниқланиши мумкин. Сўз текислик устида бўлаётган ҳодиса ҳақида бораётган бўлса ва тўғри бурчакли координаталардан фойдаланилса (10-расм),



9-расм. **A**, **B**, **C**, **D** векторларнинг йиғиндиси бўлган **F** вектор *A*, *B*, *C*, *D* векторлардан ясалган синиқ чизиқнинг ёпувчиси билан тасвирланади.



10-расм. A_x ва A_y кесмалар **A** векторнинг *OX* ва *OY* ўқлардаги проекцияларидир.

А вектор координаталар ўқларидаги A_x ва A_y проекциялари орқали аниқланади. 10-расмдан:

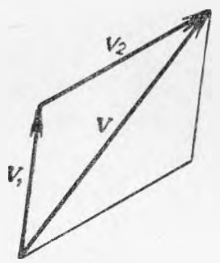
$$A_x = A\cos\alpha;\; A_y = A\cos\beta = A\sin\alpha;\; A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}\,. \quad (2)$$

А векторнинг йўналиши унинг OX ўқ билан ташкил қилган α бурчак орқали ёки OY ўқ билан ташкил қилган β бурчак орқали аниқланади.

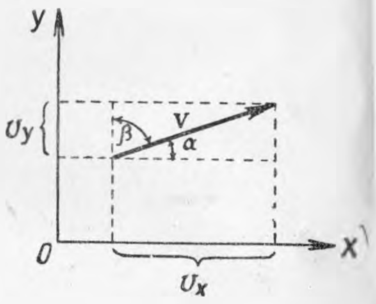
10-расмдан кўринишича:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{A_y}{A_x};\; \operatorname{tg}\beta = \frac{A_x}{A_y}. \quad (3)$$

Тўғри чизиқли ҳаракат тезлиги жисм ҳаракат қилаётган тўғри чизиқ бўйлаб йўналган *вектор* бўлиб, жисм ҳаракатланаётган томонга йўналгандир. Ҳаракат тезликларини векторлар сифатида қўшиш қоидаси асосида чиқарилган хулосаларнинг ҳақиқий ҳаракатларни кузатиш натижалари билан бир хил бўлиши тезликни вектор сифатида тасаввур этиш тўғри эканини тасдиқлайди. Агар жисм бир вақтнинг ўзида тезликлари $\mathbf{v}_1$ ва $\mathbf{v}_2$ бўлган иккита тўғри чизиқли текис ҳаракатда иштирок этаётган бўлса (11-расм), $\mathbf{v}_1$ ва $\mathbf{v}_2$ тезликларни векторлар сифатида қўшиш натижасида ҳосил бўлган $\mathbf{v}$ вектор натижавий ҳаракатнинг тезлиги бўлади.



11-расм. Натижавий $\mathbf{v}$ тезлик томонлари қўшилувчи $\mathbf{v}_1$ ва $\mathbf{v}_2$ тезликлардан иборат бўлган параллелограммнинг диагонали билан аниқланади.



12-расм. $\mathbf{v}$ тезликни v_x ва v_y ташкил этувчиларга ажратиш.

Тезлик векторини берилган ихтиёрий йўналишлар бўйича ташкил этувчиларга ажратиш мумкин, масалан, ҳаракат бирор текислик устида бўлаётган бўлса, тезлик векторини OXY координаталар системасининг ўқлари бўйича ташкил этувчиларга ажратиш мумкин (12-расм). Бу ҳолда (2) формулалар қуйидаги кўринишда ёзилиши мумкин:

$$v_x = v\cdot\cos\alpha;\; v_y = v\cdot\cos\beta = v\cdot\sin\alpha;\; v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}\,. \quad (4)$$

Мисол. $v_2 = 8$ *м/сек* тезлик билан ҳаракатланаётган пароход устида кўндаланг йўналишда $v_1 = 2$ *м/сек* тезлик билан кетаётган кишининг қирғоққа нисбатан **v** тезлигининг катталиги ва йўналиши топилсин.

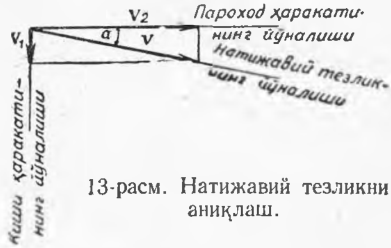
Ечилиши. Кишининг қирғоққа нисбатан **v** тезлиги $\mathbf{v}_1$ ва $\mathbf{v}_2$ тезликларнинг йиғиндисидан иборат бўлади (13-расм). Унинг сон қиймати

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{4+64}\ м/сек = \sqrt{68}\ м/сек = 8{,}25\ м/сек.$$

v тезликнинг йўналиши у билан пароходнинг ҳаракат йўналиши орасидаги α бурчак орқали аниқланади; 13-расмдан:

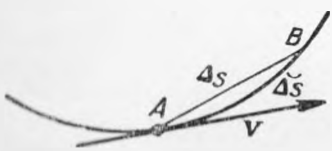
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_1}{v_2} = \frac{2}{8} = 0{,}25,$$

бундан $\alpha = 14°03'$.



13-расм. Натижавий тезликни аниқлаш.

Тезланиш ҳам, худди тезлик каби, *вектордир,* чунки у ҳам ўзининг сон қийматидан ташқари, яна йўналиши билан ҳам характерланади. Ҳаракат тўғри чизиқли бўлган ҳолда, тезланиш тезлик йўналган тўғри чизиқ бўйича ва, демак, жисм ҳаракат қилаётган тўғри чизиқ бўйича йўналган бўлади. Шу билан бирга тезланиш, юқорида айтиб ўтилганидек, ёки тезлик билан бир хил томонга йўналган бўлади (тезланувчан ҳаракат), ёки тескари томонга йўналган бўлади (секинланувчан ҳаракат). Агар тезланиш тезлик билан бирор бурчак ташкил қилиб йўналган бўлса, тезликнинг катталигигина эмас, балки *йўналиши* ҳам ўзгаради. Бу ҳолда жисм эгри чизиқли ҳаракат қилаётган бўлади.



14-расм. Эгри чизиқли ҳаракатда тезлик вектори траекторияга уринма бўйлаб йўналган.

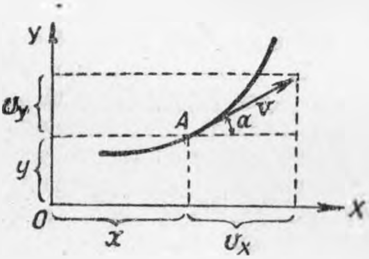
§ 10. Эгри чизиқли ҳаракат.

Агар моддий нуқта эгри чизиқ бўйлаб ҳаракатланаётган бўлса, ёки бошқача айтганда, унинг *траекторияси* эгри чизиқдан иборат бўлса, у ҳолда ҳаракат *эгри чизиқли ҳаракат* дейилади. Эгри чизиқли ҳаракатда тезлик векторини аниқлаш учун жуда кичик Δt вақт оралиғини оламиз; бу вақт оралиғида моддий нуқта жуда кичик $\overset{\frown}{\Delta s}$ йўлни босиб ўтади (14-расм). Агар вақт оралиғини чексиз кичрайтира борсак $\overset{\frown}{\Delta s}$ ёй ҳам чексиз кичрая бориб, лимитда ўзини тортиб турган Δs ватар билан устма-уст тушиб қолади. Лимитда эгри чизиқли ҳаракат йўлнинг чексиз кичик қисмида тўғри чизиқли ҳаракат билан устма-уст тушади. Шунинг учун эгри чизиқли ҳаракатнинг берилган A нуқтадаги тезлиги сон қиймати жиҳатидан

$$v = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\overset{\frown}{\Delta s}}{\Delta t}\right) \qquad (1)$$

бўлади, унинг йўналиши эса чексиз кичик $\overset{\frown}{\Delta s}$ ёйни тортиб турувчи чексиз кичик Δs ватарнинг йўналиши билан бир хил бўлади. Маълумки, чексиз кичик ватарнинг йўналиши, берилган A нуқтага ўтказилган уринманинг йўналиши билан лимитда устма-уст тушади. Шунинг учун *эгри чизиқли ҳаракатнинг тезлик вектори* **v** *ҳар бир берилган пайтда траекторияга ўтказилган уринма бўйича, ҳаракат йўналган томонга йўналган бўлади.*

Агар эгри чизиқли ҳаракатдаги жисм тезлиги **v** нинг *сон қиймати* ўзгармас бўлса, яъни жисм ихтиёрий танлаб олинган баробар вақт ораликларида баробар узунликдаги ёйларни босиб ўтса, бу ҳаракат эгри чизиқли текис ҳаракат дейилади. Бироқ, шуни унутмаслик керакки, тезлик бу ҳолда ҳам ўз йўналишини узлуксиз равишда ўзгартириб туради: йўлнинг ҳар бир нуқтасида тезлик уринма бўйича йўналган бўлади, эгри чизиқнинг уринмалари эса, турли нуқталарда турлича йўналган бўлади.



15-расм. Эгри чизиқли ҳаракатни унинг координата ўқларидаги проекциялари орқали тасвирлаш.

Демак, *эгри чизиқли ҳаракатда тезлик вектори ҳамма вақт ўзгариб туради.* Эгри чизиқли текис ҳаракатда тезлик ўзининг сон қийматини ўзгартмасдан, фақат йўналишинигина ўзгартириб туради; эгри чизиқли текисмас ҳаракатнинг умумий ҳолида у ўзининг сон қийматини ҳам, йўналишини ҳам ўзгартириб туради.

Эгри чизиқли ҳаракатни текширишда жисмнинг ўрнини координаталар орқали аниқлаш қулайлик туғдиради, масалан, текислик устидаги ҳаракат текширилаётган бўлса, жисмнинг ўрни x ва y координаталар орқали аниқланиши мумкин (15-расм).

Шунингдек, ҳар бир берилган пайтда тезлик вектори **v** ўрнига унинг координата ўқларидаги v_x ва v_y проекцияларини текшириш қулайроқ, текислик устидаги ҳаракатда **v** тезлик векторининг сон қиймати

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \tag{2}$$

бўлади, тезлик векторининг йўналиши эса, бу вектор йўналишидаги тўғри чизиқ билан OX ўқ орасидаги α бурчак орқали аниқланади.

15-расмдан

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_y}{v_x}. \tag{3}$$

Жисмнинг силжиш вектори Δs га координата ўқларидаги Δx ва Δy проекциялар мос келади. Дифференциал ҳисобнинг қоидаларига кўра,

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right) = \frac{ds}{dt};$$

тезликнинг проекциялари

$$v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right) = \frac{dx}{dt};\ v_y = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta y}{\Delta t} \right) = \frac{dy}{dt} \qquad (4)$$

бўлади.

Бу ерда dx/dt ва dy/dt — координаталарнинг вақт бўйича олинган ҳосилаларидир. Бу ҳосилаларни ҳисоблаш учун ҳаракатдаги жисмнинг координаталари вақтнинг аниқ функциялари кўринишида, яъни $x = f_1(t)$; $y = f_2(t)$ кўринишда берилган бўлиши керак.

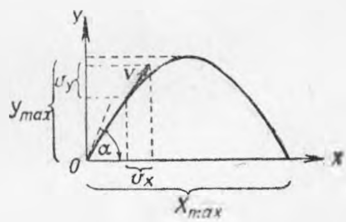
Эгри чизиқли ҳаракатга доир бир неча мисол кўрайлик.

1-мисол. Маълум бир оғирликдаги жисм горизонт билан α бурчак ташкил қилувчи ва сон қиймати v_0 га тенг бошланғич тезлик билан отилган. 1) Траекториянинг кўриниши, 2) энг катта кўтарилиш баландлиги, 3) қанча узоқликка бориб тушиши аниқлансин.

Ечилиши. Координаталар системасини 16-расмда кўрсатилгандек танлаб олсак, жисм тезлигининг проекциялари қуйидагича ифодаланади (ҳавонинг қаршилигини ҳисобга олмаймиз):

$$\left.\begin{aligned} v_x &= v_0 \cos \alpha, \\ v_y &= v_0 \sin \alpha - gt, \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

бунда g — оғирлик кучи берадиган тезланиш. Жисмнинг x ва y координаталари вақтнинг функциялари сифатида қуйидагича ифодаланади:



16-расм. Горизонт билан α бурчак ташкил қилиб отилган жисмнинг траекторияси.

$$\left.\begin{aligned} x &= v_0 \cos \alpha \cdot t, \\ y &= v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2g} \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

x ва y нинг ифодаларидан t вақтни йўқотиб, траектория тенгламасини топамиз:

$$y = \mathrm{tg}\, \alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2.$$

α — берилган бурчак ва v_0 — бошланғич тезликнинг сон қиймати бўлгани учун x ва x^2 олдидаги коэффициентлар ўзгармас катталиклардир; уларни a ва b орқали белгиласак,

$$y = ax - bx^2$$

бўлади, бу — *парабола* тенгламасидир. Демак, горизонтга қия отилган оғир жисм парабола бўйича ҳаракат қилади.

Траекториянинг энг юқори нуқтасида $v_y = 0$, демак,

$$v_0 \sin \alpha - gt = 0,$$

бундан жисмнинг энг юқори нуқтага кўтарилишига кетган вақт t':

$$t' = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Энг юқори нуқтанинг баландлиги

$$y_{max} = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{v_0 \sin \alpha}{g} - \frac{g}{2}\left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g}\right)^2 = \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{2g}. \quad (7)$$

Жисм горизонтал текисликка $t = 2t'$ вақтдан сўнг қайтиб тушади, шунинг учун

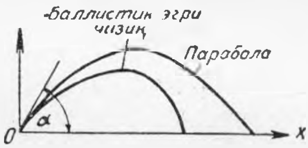
$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Жисмнинг қанча узоқликка бориб тушишини ҳисоблаш учун t вақтнинг бу қийматини x нинг ифодасига қўямиз:

$$x_{max} = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin 2\alpha. \quad (8)$$

Охирги формуладан кўринишича, v_0 нинг маълум қийматида $\alpha = 45°$ бўлганда жисм энг узоққа бориб тушади.

Топилган формулаларнинг ҳаммаси жисм бўшлиқда ҳаракат қилгандагина тўғри бўлади. Оғир жисмнинг ҳаводаги ҳаракатига ҳаво қаршилиги анчагина таъсир кўрсатади. Ҳаракат вақтида ҳаво қаршилиги туфайли тезлик камайиб боради; траектория парабола бўлмай қолади ва унинг пасаювчи тармоғи тиккароқ бўлади (*баллистик эгри чизиқ*, 17-расмга қаранг); бу ҳолда жисмнинг кўтарилиш баландлиги ва учиш узоқлиги камаяди. Баллистик эгри чизиқнинг кўриниши отилган жисмнинг шаклига жуда ҳам боғлиқ. Ҳаво қаршилигининг таъсирини қуйидаги мисолда кўриш мумкин: бўшлиқда $v_0 = 550$ *м/сек* бошланғич тезлик билан 20° бурчак остида отилган жисм, (8) формулага асосан, 19,8 *км* узоқликка бориб тушиши керак. Оғирлиги 82 *кГ* бўлган, олд қисми конусдан иборат цилиндр шаклидаги артиллерия снаряди, худди шундай бошланғич тезлик билан ва шу бурчак остида отилганда, атиги 8,1 *км* узоқликка бориб тушади.



17-расм. Параболик траекторияни баллистик эгри чизиқ билан таққослаш.

2- мисол. Маълум оғирликдаги жисм горизонт билан α бурчак ташкил қилувчи ва сон қиймати v_0 га тенг бўлган бошланғич тезлик билан отилган. Ҳавонинг қаршилигини ҳисобга олмай, 1) траекториянинг энг юқори нуқтасидаги, 2) горизонтал текисликка қайтиб тушиш нуқтасидаги тезликларнинг катталиги ва йўналиши аниқлансин.

Ечилиши. Дастлаб, траекториянинг энг юқори нуқтасида тезлик вектори **v** нинг йўналишини аниқлаймиз. У жойда $v_y = 0$ бўлгани учун:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{v_y}{v_x} = 0, \text{ бундан } \alpha_1 = 0.$$

Демак, траекториянинг энг юқори нуқтасида жисмнинг тезлиги горизонтал йўналади. Бу тезликнинг сон қиймати:

$$v_1 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha} = v_0 \cos \alpha.$$

Энди тушиш нуқтасида тезликнинг йўналиши ва катталигини аниқлаймиз. Жисм горизонтал текисликка қайтиб тушгунча ўтган t вақт ва v_y учун олдинги мисолда чиқарилган ифодалардан фойдаланиб, тушиш нуқтасида $v_y = -v_0 \sin \alpha$ эканини топамиз. Бундан кўринишича, бу нуқтадаги тезликнинг йўналишини аниқловчи α_2 бурчак қуйидаги муносабатдан топилади:

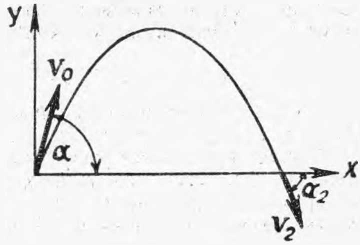
$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{v_y}{v_x} = -\frac{v_0 \sin \alpha}{v_0 \cos \alpha} = -\operatorname{tg} \alpha,$$

бундан $\alpha_2 = -\alpha$, яъни тушиш нуқтасида жисмнинг тезлиги горизонт билан ташкил этган бурчак бошланғич тезликнинг горизонт билан ташкил қилган бурчагига сон жиҳатдан тенг бўлади, бироқ тушиш нуқтасида тезлик пастга қараб йўналган бўлади (18-расм).

Тушиш нуқтасида жисмнинг тезлиги:

$$v_2 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 \cos^2\alpha + v_0^2 \sin^2\alpha} = v_0,$$

яъни тушиш нуқтасидаги тезликнинг сон қиймати бошланғич тезликнинг сон қийматига тенг бўлади.



18-расм. Жисмнинг тушгандаги $\mathbf{v}_2$ тезлиги сон жиҳатдан бошланғич $\mathbf{v}_0$ тезликка тенг.

§ 11. Эгри чизиқли ҳаракатда тезланиш.

Эгри чизиқли текисмас ҳаракатда тезлик вектори ўзининг ҳам катталигини, ҳам йўналишини ўзгартириб туриши ўтган параграфда кўрсатиб ўтилган эди. Тезлик векторининг t дан $t + \Delta t$ гача бўлган бирор вақт оралигидаги $\Delta\mathbf{v}$ ўзгариши жисмнинг $t+\Delta t$ ва t пайтлардаги $\mathbf{v}_2$ ва $\mathbf{v}_1$ тезликларнинг *вектор айирмасидир*. Бунда тезланишнинг сон қиймати:

$$w = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{|\Delta \mathbf{v}|}{\Delta t}\right) \quad (1)$$

бўлади, бунда $|\Delta\mathbf{v}|$ — тезлик вектори ўзгаришининг сон қийматидир. Тезликнинг чексиз кичик $\Delta\mathbf{v}$ ўзгариши қайси томонга йўналган бўлса, тезланиш ҳам ўша томонга йўналган бўлади. Шундай қилиб, (1) тенгликни вектор кўринишида ёзиш ҳам мумкин:

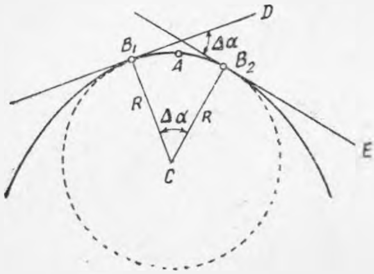
$$\mathbf{w} = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}\right). \quad (1a)$$

Эгри чизиқли ҳаракатнинг тезланишини янада мукаммалроқ текширишдан олдин, эгри чизиқнинг *эгрилиги* ҳақидаги тушунча билан танишамиз.

Текширилаётган эгри чизиқ айланадан иборат бўлса, унинг эгрилиги $C = \frac{1}{R}$ катталик билан аниқланади, бунда R — текширилаётган айлананинг радиуси. Маълумки, агар α айлананинг $\breve{s}$ ёйига мос келадиган марказий бурчак бўлса, R, α ва $\breve{s}$ орасида қуйидаги муносабат мавжуд бўлади:

$$\breve{s} = R\alpha. \quad (2)$$

Текисликда ётувчи чизиқнинг бирор A нуқтасидаги *эгрилик доираси* деб, шу A нуқта ва эгри чизиқнинг яна икки B_1 ва B_2 нуқталаридан ўтувчи айлананинг B_1 ва B_2 нуқталар A нуқтага чексиз яқинлаша боргандаги лимит вазиятига айтилади (19-расмда эгри чизиқ узлуксиз чизиқ билан, эгрилик доираси эса пунктир чизиқ билан чизилган). Эгрилик доирасининг радиуси эгри чизиқнинг берилган A нуқтадаги *эгрилик радиуси* дейилади, бу доиранинг маркази эса эгри чизиқнинг шу A нуқтаси учун *эгрилик маркази* бўлади. B_1, A ва B_2 нуқталардан ўтувчи айлананинг B_1 ва B_2 нуқталаридан B_1D ва B_2E уринмаларни ўтказамиз. Бу уринмаларга ўтказилган B_1C ва B_2C нормаллар айлананинг радиусларидан иборат бўлиб, унинг C марказида кесишади. B_1C ва B_2C нормаллар орасидаги бурчакни $\Delta\alpha$ орқали белгилаймиз, равшанки, бу бурчак B_1D ва B_2E уринмалар орасидаги бурчакка тенг. (2) формулага асосан:



19-расм. $\overset{\frown}{\Delta s}$ ёйнинг эгрилик радиусини топиш.

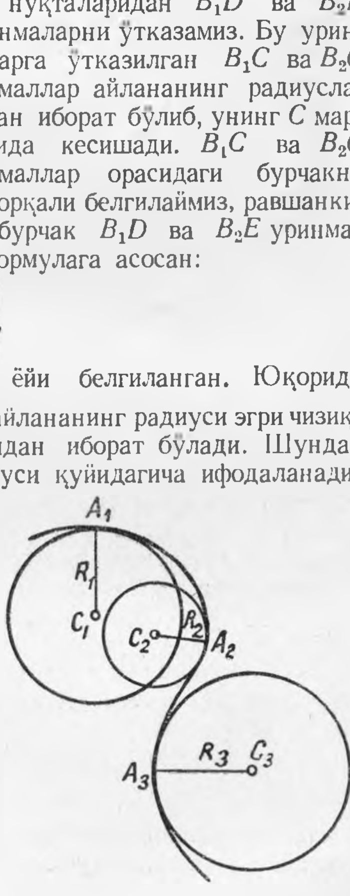
$$R = \frac{\overset{\frown}{\Delta s}}{\Delta\alpha},$$

бунда $\overset{\frown}{\Delta s}$ орқали доиранинг $\overset{\frown}{B_1AB_2}$ ёйи белгиланган. Юқорида айтилганларга кўра, $\overset{\frown}{\Delta s} \to 0$ ҳолда айлананинг радиуси эгри чизиқнинг A нуқтадаги эгрилик радиусидан иборат бўлади. Шундай қилиб, эгри чизиқнинг эгрилик радиуси қуйидагича ифодаланади:

$$R = \lim_{\Delta s \to 0}\left(\frac{\overset{\frown}{\Delta s}}{\Delta\alpha}\right). \qquad (2\,a)$$

R га тескари бўлган катталик эгри чизиқнинг берилган нуқтадаги *эгрилиги* бўлади:

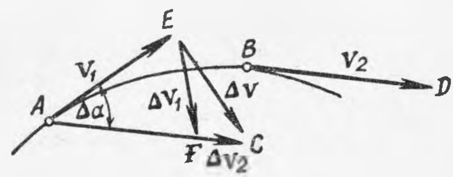
$$C = \frac{1}{R}.$$



20-расм. Эгри чизиқнинг турли нуқталардаги эгрилик радиуслари.

20-расмдан кўринадики, эгри чизиқ ёзиқроқ бўлган жойдаги A_1 нуқтада эгрилик радиусининг R_1 қиймати каттароқ, эгри чизиқ кўпроқ қайрилган жойдаги A_2 нуқтада эса унинг R_2 қиймати кичикроқ бўлади. Эгри чизиқнинг A_3 нуқтадаги дўнглиги унинг A_1 ва A_2 нуқталардаги дўнглигига нисбатан бошқа томонга қараганлиги сабабли, бу нуқта учун эгри чизиқнинг эгрилик маркази ҳам бошқа томонда жойлашган бўлади.

Энди ясси эгри чизиқ (текисликда ётувчи эгри чизиқ) бўйлаб текисмас ҳаракат қилаётган жисмнинг тезланишини мукаммалроқ текширамиз. Эгри чизиқнинг A нуқтасида тезлик вектори $\mathbf{v}_1$ (21-расм), B нуқтасида тезлик вектори $\mathbf{v}_2$ бўлсин. $\mathbf{v}_2$ вектор катталиги бўйича ҳам, йўналиши бўйича ҳам $\mathbf{v}_1$ вектордан фарқ қилади. $\mathbf{v}_2$ тезлик векторини тасвирловчи BD кесмага тенг ва параллел қилиб AC кесмани чизамиз. У ҳолда $\mathbf{v}_1$ ва $\mathbf{v}_2$ векторларнинг айирмасига тенг бўлган EC кесма тезликнинг AB йўлдаги $\Delta\mathbf{v}$ ўзгаришини ифодалайди. B нуқтани A нуқтага яқинлаштира борганда A нуқтадан B нуқтага ўтиш учун зарур бўлган вақт оралиги ҳам нолга интилиб боради. Шундай қилиб, ($1a$) формулага асосан, A нуқтадаги тезланиш қуйидагича ифодаланади:



21-расм. Эгри чизиқли ҳаракатда тезликнинг $\Delta\mathbf{v}$ ўзгариши.

$$\mathbf{w} = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t}\right).$$

AC устида $AF = v_1$ кесмани оламиз ва $\Delta\mathbf{v}$ ни иккита $\Delta\mathbf{v}_1$ ва $\Delta\mathbf{v}_2$ ташкил этувчиларга ажратамиз. У ҳолда $\Delta\mathbf{v}_1$ — тезлик йўналишининг ўзгаришини, $\Delta\mathbf{v}_2$ эса тезликнинг катталик жиҳатдан ўзгаришини характерлайди. $\Delta\mathbf{v} = \Delta\mathbf{v}_1 + \Delta\mathbf{v}_2$ эканлиги тамомила равшан. $\mathbf{w}$ тезланишнинг ифодасига $\Delta\mathbf{v}$ нинг бу қийматини қўйсак, тезланиш қуйидагича ёзилади:

$$\mathbf{w} = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t}\right) = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta\mathbf{v}_1 + \Delta\mathbf{v}_2}{\Delta t}\right) = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta\mathbf{v}_1}{\Delta t}\right) + \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta\mathbf{v}_2}{\Delta t}\right).$$

Бу ифодадаги йиғиндилар вектор йиғиндилардир.

$$\mathbf{w}_n = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta\mathbf{v}_1}{\Delta t}\right) \quad (3)$$

катталик тезланишнинг бир қисми бўлиб, тезликнинг фақат йўналиш бўйича ўзгаришини характерлайди.

AE билан AC орасидаги бурчакни $\Delta\alpha$ орқали белгилаймиз; шаклнинг ясалишига кўра, бу бурчак $\mathbf{v}_1$ ва $\mathbf{v}_2$ тезлик векторлари орасидаги, бинобарин, эгри чизиқнинг A ва B нуқталарига ўтказилган уринмалар орасидаги бурчакдир. 21-расмдан кўринишича, агар $\Delta\alpha$ бурчак жуда кичик бўлса,

$$EF = AE \cdot \Delta\alpha$$

деб ёзиш мумкин, лекин $EF = \Delta v_1$ ва $AE = v_1$ бўлганлигидан:

$$\Delta v_1 = v_1 \Delta\alpha.$$

Δv_1 нинг бу қийматидан фойдаланиб, (3) формуладан тезланишнинг w_n ташкил этувчиси қуйидаги сон қийматга эга бўлишини топамиз:

$$w_n = \lim_{\Delta t \to 0} \left(v_1 \cdot \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} \right).$$

Лимит ишораси остидаги катталикни $\overset{\frown}{\Delta s} = \overset{\frown}{AB}$ ёйнинг узунлигига кўпайтирамиз ва бўламиз: ундан ташқари, Δt нолга интилганда $\overset{\frown}{\Delta s}$ ҳам нолга интилишини назарга оламиз. У ҳолда:

$$w_n = \lim_{\substack{\Delta t \to 0 \\ \overset{\frown}{\Delta s} \to 0}} \left(v_1 \frac{\Delta\alpha}{\overset{\frown}{\Delta s}} \cdot \frac{\overset{\frown}{\Delta s}}{\Delta t} \right) = v_1 \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\overset{\frown}{\Delta s}}{\Delta t} \right) \cdot \lim_{\overset{\frown}{\Delta s} \to 0} \left(\frac{\Delta\alpha}{\overset{\frown}{\Delta s}} \right).$$

Бироқ $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \left(\dfrac{\overset{\frown}{\Delta s}}{\Delta t} \right) = v_1$, (2$a$) формулага асосан эса, $\lim\limits_{\overset{\frown}{\Delta s} \to 0} \left(\dfrac{\Delta\alpha}{\overset{\frown}{\Delta s}} \right) = \dfrac{1}{R}$.

Бу ифодалардан фойдаланиб, w_n ни қуйидагича ифодалаймиз:

$$w_n = \frac{v_1^2}{R}, \tag{4}$$

бунда v_1 — жисмнинг A нуқтадаги тезлиги, R — эгри чизиқнинг шу нуқтадаги эгрилик радиуси. $\Delta\alpha \to 0$ бўлганда лимитда $\angle AEF \to 90^\circ$ бўлади, шунинг учун ҳам $\Delta \mathbf{v}_1$ вектор эгри чизиқнинг A нуқтасидаги уринма бўйича йўналган $\mathbf{v}_1$ тезликка тик бўлиб қолади. Шундай қилиб, $\mathbf{w}_n$ нинг йўналиши $\Delta \mathbf{v}_1$ нинг йўналиши билан бир хил бўлгани учун тезланиш тезликка нормал (перпендикуляр) бўлиб, йўлнинг берилган нуқтадаги эгрилик марказига қараб йўналган бўлади. Шунга мувофиқ, тўла тезланишнинг бир қисми бўлган $\mathbf{w}_n$ *нормал тезланиш* ёки *марказга интилма тезланиш* деб аталади. Келтирилган мулоҳазаларга асосланиб, тезланишнинг иккинчи қисми $\mathbf{w}_t$ нинг йўналишини ҳам осонгина аниқлаб олишимиз мумкин; ҳақиқатан ҳам, $\Delta\alpha \to 0$ бўлганда AC кесманинг йўналиши $\mathbf{v}_1$ тезликнинг йўналишига яқинлашади, шунинг учун $\Delta \mathbf{v}_2$, демак, $\mathbf{w}_t$ нинг йўналиши ҳам тезлик $\mathbf{v}_1$ нинг йўналиши билан бир хил бўлиб қолади, яъни эгри чизиққа A нуқтада ўтказилган уринма бўйича йўналган бўлиб қолади. Шунинг учун тезланишнинг $\mathbf{w}_t$ қисми *уринма тезланиш* ёки *тангенциал тезланиш* деб аталади.

Юқорида айтилганларни якунлаб, қуйидаги хулосага келамиз: **эгри чизиқли ҳаракатда** $\mathbf{w}$ *тўла тезланишни:* 1) *тезликнинг* *катталик бўйича ўзгаришини характерловчи* $\mathbf{w}_t$ *тангенциал тезланиш ва* 2) *тезликнинг йўналиш бўйича ўзгаришини характерловчи* $\mathbf{w}_n$ *нормал тезланишдан иборат иккита ташкил этувчига ажратиш мумкин.* Шу билан бирга:

$$w_n = \frac{v^2}{R}, \tag{5}$$

бунда R — траекториянинг берилган нуқтадаги эгрилик радиуси ва v—жисм тезлигининг шу нуқтадаги қиймати; нормал тезланиш эгри чизиққа ўтказилган нормал бўйича (эгрилик марказига қараб) йўналган.

Тангенциал тезланиш:

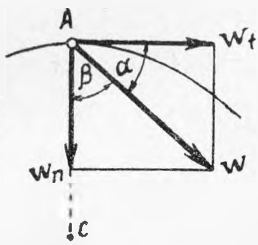
$$w_t = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right), \tag{6}$$

бунда Δv — тезлик вектори сон қийматининг ўзгаришидир; тангенциал тезланиш траекторияга ўтказилган уринма бўйича йўналган. $\mathbf{w}_n$ нормал тезланиш ва $\mathbf{w}_t$ тангенциал тезланиш бир-бирига *перпендикуляр* бўлгани учун (бу 22-расмда равшан кўриниб турибди) тўла тезланишнинг сон қиймати:

$$w = \sqrt{w_n^2 + w_t^2}. \tag{7}$$

$\mathbf{w}$ тўла тезланиш векторининг йўналиши $\mathbf{w}$ билан эгрилик радиуси орасидаги β бурчак орқали ёки $\mathbf{w}$ билан уринма орасидаги α бурчак орқали аниқланади:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{w_t}{w_n}, \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{w_n}{w_t}. \tag{8}$$



22-расм. Эгри чизиқли ҳаракатда $\mathbf{w}$ тўла тезланиш $\mathbf{w}_t$ тангенциал тезланишга ва $\mathbf{w}_n$ нормал (марказга интилма) тезланишга ажратилади.

Эгри чизиқли текис ҳаракатда $w_t = 0$ ва $w = w_n$ бўлади; демак, эгри чизиқли текис ҳаракатда тангенциал тезланиш нолга тенг ва тўла тезланиш нормал тезланишга тенг бўлиб *траекториянинг ҳар бир нуқтасида унга ўтказилган нормал бўйича эгрилик марказига қараб йўналган бўлади.* Бу эса, тезлик катталик жиҳатидан ўзгармай, ҳамма вақт *ўз йўналишини ўзгартира боришини* билдиради.

Биз топган формулалар ясси (бир текисликда ётувчи) эгри чизиқ бўйича бўлаётган ҳаракатга тегишли. Уларни бир текисликда ётмайдиган (фазовий) эгри чизиқ бўйича бўладиган ҳаракат учун ҳам умумлаштириш осон.

Мисол. Бошлангич v_0 тезлик билан горизонтал йўналишда отилган оғир жисмнинг нормал ва тангенциал тезланишлари топилсин (ҳавонинг қаршилиги назарга олинмасин).

Е ч и л и ш и. Бу ҳолда тўла тезланиш огирлик кучи берадиган g тезланиш бўлади; у вертикал равишда пастга қараб йўналган бўлиб, катталиги ўзгармайди. Бундан нормал тезланиш (23-расм)

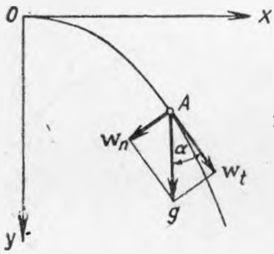
$$w_n = g \sin \alpha, \tag{9}$$

тангенциал тезланиш эса

$$w_t = g \cos \alpha \tag{10}$$

эканлиги келиб чиқади.

α бурчакнинг қийматини жисмнинг $\mathbf{v}$ тезлиги билан $\mathbf{w}_t$ бир хил йўналишга эга эканлигидан ва 23-расмда OY ўқ вертикал равишда пастга қараб йўналган бўлганлигидан фойдаланиб топамиз:



23-расм. Горизонтал йўналишда ташланган жисмнинг тезланиши.

$$v_x = v_0, \quad v_y = gt,$$

шунинг учун

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2t^2}$$

ва

$$\sin \alpha = \frac{v_x}{v} = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + g^2t^2}},$$

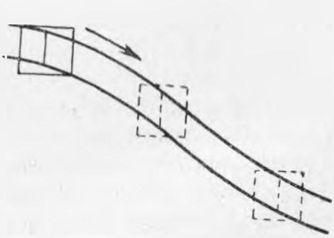
$$\cos \alpha = \frac{v_y}{v} = \frac{gt}{\sqrt{v_0^2 + g^2t^2}}.$$

Бу ифодаларни (9) ва (10) формулалардаги $\sin \alpha$ ва $\cos \alpha$ ўрнига қўямиз:

$$w_n = \frac{gv_0}{\sqrt{v_0^2 + g^2t^2}}, \qquad w_t = \frac{g^2t}{\sqrt{v_0^2 + g^2t^2}}.$$

Ҳаракат бошланган пайтда, яъни $t = 0$, $w_t = 0$ ва $w_n = w = g$ бўлганда нормал тезланиш тўла тезланишга тенг бўлади. Жисм пастга туша борган сари нормал тезланиш камая боради (эгрилик радиуси катталашиб, жисм траекториясининг эгрилиги камая боради) ва тангенциал тезланиш орта боради. $t \to \infty$ бўлганда $w_t \to w = g$ ва $w_n \to 0$ бўлади.

§ 12. Қаттиқ жисм кинематикаси. Бурчак тезлик ва бурчак тезланиш. Барча мавжуд қаттиқ жисмлар ўзларига қўйилган кучлар таъсири остида озми-кўпми деформацияланади; уларнинг айрим қисмлари бир-бирига нисбатан силжиши мумкин. Мулоҳазани соддалаштириш мақсадида *абсолют қаттиқ жисм* тушунчасини киритамиз. Абсолют қаттиқ жисм деганда қўйилган кучлар таъсирида деформацияланмайдиган хаёлий жисм тасаввур этилади. Абсолют қаттиқ жисм қисмларининг бир-бирига нисбатан силжиши мумкин эмас. Абсолют қаттиқ жисмнинг ҳаракати *илгариланма* ҳаракатдан ва *айланишдан* иборат.

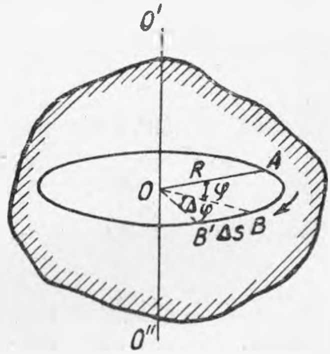


24-расм. Қаттиқ жисмнинг илгариланма ҳаракати.

Қаттиқ жисмнинг илгариланма ҳаракати шундай ҳаракатки, бу ҳаракат давомида шу жисмда олинган ва унга нисбатан қўзғалмайдиган ихтиёрий тўғри чизиқ ўзининг дастлабки вазиятига параллел бўлиб кўчиб боради (24-расм). Илгариланма ҳаракат вақтида қаттиқ жисмнинг ҳамма нуқталари бир хил **v** тезлик ва бир хил **w** тезланишга эга бўлади.

Айланма ҳаракат—бу шундай ҳаракатки, бунда қаттиқ жисмнинг ҳамма нуқталари марказлари бир тўғри чизиқда ётадиган айланаларни чизади; бу тўғри чизиқ *айланиш ўқи* бўлади (25-расм).

Умумий ҳолда қаттиқ жисм айни бир вақтда ҳам илгариланма, ҳам айланма ҳаракатда бўлиши мумкин. Ниҳоят, айланиш ўқининг ўзи ҳам жисмга нисбатан ўз вазиятини ўзгартириб туриши мумкин; бу ҳолда жисм вақтнинг ҳар бир муайян моментида бирор *оний айланиш* ўқи атрофида айланаётган бўлади.



25-расм. Қаттиқ жисмнинг айланма ҳаракати.

Бурчак тезлик тушунчасини киритамиз. Бунинг учун айланаётган жисмга тегишли бирор B нуқтанинг ўрнини (25-расм) OB радиус билан бирор бошланғич OA радиус орасидаги φ бурчак орқали аниқлаймиз. Жисм айланаётганда φ бурчак узлуксиз ўзгариб туради. Текис айланма ҳаракатдаги жисмнинг ω бурчак тезлиги деб, OB радиуснинг бурилишини кўрсатувчи $\Delta\varphi$ бурчакка тўғри пропорционал ва шу $\Delta\varphi$ бурчакка бурилиш учун кетган Δt вақт оралигига тескари пропорционал бўлган физик катталикка айтилади:

$$\omega = k\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}, \tag{1}$$

бунда k — пропорционаллик коэффициенти. Агар $k = 1$ деб олсак,

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \tag{2}$$

бўлади. $\Delta\varphi$ ва Δt маълум бирликларда ўлчанган ҳолда ω бурчак тезликнинг ўлчов бирлиги (2) тенгликни қаноатлантирадиган қилиб танлаб олиниши керак. Одатдагича, бурчакни радианларда, вақтни секундларда ўлчасак, бурчак тезликнинг бирлиги қилиб φ бурчак бир секунд ичида бир радианга ўзгарадиган ҳаракатнинг бурчак тезлигини олишимиз керак; бурчак тезликнинг бу бирлигини *радиан/сек* орқали белгилаш мумкин, одатда, у тўғридан-тўғри $\frac{1}{сек}$ ёки $сек^{-1}$ орқали белгиланади.

OB радиуснинг берилган Δt вақт ичида бурилган $\Delta\varphi$ бурчаги B нуқтанинг ўрнига боғлиқ эмас. Шунинг учун, айланаётган қаттиқ жисмнинг ω бурчак тезлиги B нуқта жисмнинг қаерида танлаб олинишига боғлиқ бўлмайди.

B нуқтанинг v чизиқли тезлиги билан жисмнинг ω бурчак тезлиги орасидаги муносабатни топамиз.

Бурчак $\Delta\varphi$ га ўзгарганда B нуқта айлана бўйича $\overset{\frown}{\Delta s}$ ёйни босиб ўтади деб фараз қилайлик, у ҳолда нуқтанинг чизиқли тезлиги сон жиҳатдан

$$v = \frac{\overset{\frown}{\Delta s}}{\Delta t}$$

бўлади, иккинчи томондан (25-расмга қаранг):

$$\Delta\varphi = \frac{\overset{\frown}{\Delta s}}{R}, \quad \text{бундан} \quad v = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\cdot R,$$

ёки (2) га асосан:

$$v = \omega R, \tag{3}$$

бунда R — айланиш ўқидан B нуқтагача бўлган масофа. ω бурчак тезлик маълум қийматга эга бўлсин, у ҳолда B нуқта айланиш ўқидан қанча узоқда бўлса, унинг v чизиқли тезлиги шунча катта бўлади. Айланаётган қаттиқ жисмнинг ҳар хил нуқталари ҳар хил чизиқли тезликка эга бўлади.

Бурчак тезлик билан жисмнинг *айланиш даври* T орасидаги муносабатни топамиз. $\Delta t = T$ вақт оралиғида жисм бир марта тўла айланади, φ бурчак эса 2π га ортади, яъни $\Delta\varphi = 2\pi$, шунинг учун (2) га асосан:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \tag{4}$$

Ниҳоят, вақт бирлигидаги *айланишлар сони* n тушунчасини киритамиз. Жисмнинг бир марта айланиши учун кетган вақт T бўлса, вақт бирлигида айланишлар сони

$$n = \frac{1}{T} \tag{5}$$

бўлади.

Шунинг учун (4) тенгликка асосан, айланаётган жисмнинг бурчак тезлиги учун яна битта ифода келиб чиқади:

$$\omega = 2\pi n. \tag{6}$$

Айланаётган жисмнинг ҳар бир нуқтаси айлана бўйича ҳаракат қилиб,

$$w_n = \frac{v^2}{R}$$

нормал тезланишга эга бўлади, бунда v — нуқтанинг чизиқли тезлиги, R — шу нуқтадан айланиш ўқигача бўлган масофа. Бу ердаги v чизиқли тезлик ўрнига унинг бурчак тезлик орқали ифодасини (3) га асосан қўйсак:

$$w_n = \omega^2 R. \tag{7}$$

Айланаётган жисмдаги ҳамма нуқталарнинг ω бурчак тезлиги бир хил бўлгани учун, (7) формуладан кўринадики, жисмнинг текширилаётган нуқтаси айланиш ўқидан қанча узоқда бўлса, у нуқтанинг нормал тезланиши шунча катта бўлади.

(5) ва (6) формулалардан фойдаланиб, (7) формулани яна қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$w_n = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \tag{8}$$

ёки

$$w_n = 4\pi^2 n^2 R. \tag{8a}$$

Агар айлана бўйича бўлаётган ҳаракат текисмас бўлса, берилган пайтдаги ω бурчак тезлик тушунчасини киритамиз:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\right). \tag{9}$$

Шунинг билан бирга берилган пайтдаги ω бурчак тезлик билан берилган пайтдаги v чизиқли тезлик орасидаги муносабат худди текис айланма ҳаракатдаги ω билан v орасидаги муносабат [(3) формула] каби бўлади.

Текисмас айланма ҳаракатда ω бурчак тезлик вақт ўтиш билан ўзгариб туради. Бу ўзгаришни характерлаш учун *бурчак тезланиш* β тушунчаси киритилади. Текис ўзгарувчан айланма ҳаракатнинг бурчак тезланиши деб, бурчак тезлигининг $\Delta\omega$ ўзгаришига тўғри пропорционал ва шу ўзгариш ҳосил бўлиши учун кетган Δt вақт оралигига тескари пропорционал бўлган физик катталикка айтилади. Текисмас айланма ҳаракатнинг умумий ҳолида берилган пайтдаги бурчак тезланиши

$$\beta = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta\omega}{\Delta t}\right) \tag{10}$$

бўлади.

Дифференциал ҳисобдан маълумки:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \tag{9a}$$

ва шунинг учун бурчак тезланиш

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \tag{10a}$$

1- мисол. Ер шари сиртидаги нуқталарнинг бурчак тезлиги, чизиқли тезлиги ва нормал тезланиши аниқлансин.

Ечилиши. Бурчак тезлик

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24 \cdot 60 \cdot 60} \text{ сек}^{-1} \cong 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ сек}^{-1}$$

бўлиб, ер шарининг ҳамма нуқталари учун бир хил.

Географик кенглиги φ бўлган нуқтанинг (26-расм) чизиқли тезлиги

$$v = \omega R_1 = \omega R \cos \varphi$$

бўлади, бунда R — ер шарининг радиуси. Бундаги ω ўрнига унинг сон қийматини қўйсак, $R = 6370$ *км* $= 6,37 \cdot 10^6$ *м* эканлигини билганимиз ҳолда, қуйидагига эга бўламиз:

$$v = 4,65 \cdot 10^2 \cos \varphi \ \text{м/сек}.$$

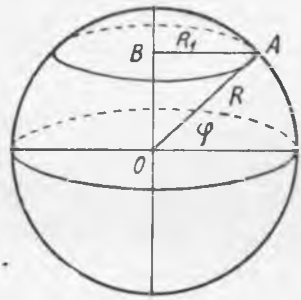
Географик кенглиги φ бўлган нуқтада нормал тезланиш w_n:

$$w_n = \omega^2 R_1 = \omega^2 R \cos \varphi.$$

Бундаги ω ва R ўрнига уларнинг сон қийматини қўйиб,

$$w_n = 3,4 \cos \varphi \ \text{см/сек}^2$$

эканини топамиз.



26-расм. Ер шари устида φ географик кенгликдаги A нуқта R_1 радиусли айлана чизади.

2- мисол. Радиуси $r = 10$ *см* бўлган ғилдирак шундай тезланувчан айланма ҳаракат қиладики, унинг айланишлар сони ҳар бир секундда $n_0 = \frac{1}{2}$ айланишга ортади. Иккинчи секунднинг охирида: 1) ғилдиракнинг бурчак тезлиги, 2) ғилдирак гардишидаги нуқталарнинг чизиқли тезлиги, 3) ғилдирак гардишидаги нуқталарнинг нормал, тангенциал ва тўла тезланиши топилсин.

Ечилиши. n айланишлар сони иккинчи секунднинг охирида

$$n = n_0 t = \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{1}{\text{сек}} = 1 \ \text{сек}^{-1}$$

бўлади. ω бурчак тезлик иккинчи секунднинг охирида

$$\omega = 2\pi n = 2\pi n_0 t = 2 \cdot 3,14 \cdot 1 \ \text{сек}^{-1} = 6,28 \ \text{сек}^{-1}$$

бўлади. Ғилдиракнинг гардишидаги нуқтанинг чизиқли тезлиги иккинчи секунднинг охирида

$$v = \omega R = 6,28 \cdot 10 \ \text{см/сек} = 62,8 \ \text{см/сек} = 0,628 \ \text{м/сек}$$

бўлади. Гардишдаги нуқтанинг нормал тезланиши:

$$w_n = \omega^2 R = 6,28^2 \cdot 10 \ \text{см/сек}^2 = 394,4 \ \text{см/сек}^2.$$

w_t тангенциал тезланишни топиш учун v тезликнинг вақт ўтиши билан бир текис ўсиб боришидан фойдаланамиз, яъни:

$$v = \omega R = 2\pi n_0 R t.$$

Демак, v учун текис ўзгарувчан ҳаракатдагидек, $v = w_t t$ формулани ёзиш ўринли бўлиши керак, бунда w_t — изланаётган тангенциал тезланиш. Шунинг учун

$$w_t = 2\pi\gamma_0 R = 6{,}28\cdot\frac{1}{2}\cdot 10 \text{ } см/сек^2 = 31{,}4 \text{ } см/сек^2$$

бўлади. Тўла тезланиш қуйидагига тенг бўлади:

$$w = \sqrt{w_n^2 + w_t^2} = \sqrt{394{,}4^2 + 31{,}4^2} \text{ } см/сек^2 = 396{,}5 \text{ } см/сек^2.$$

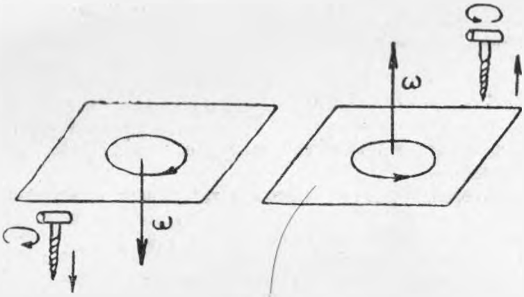
Тўла тезланишнинг йўналишини 22- расмдан аниқлаймиз. Расмдан кўринишича, тўла тезланиш билан айланага ўтказилган уринма орасидаги α бурчак қуйидаги тенгликдан аниқланади:

$$\sin\alpha = \frac{w_n}{w} = \frac{394{,}4}{396{,}5} = 0{,}9965,$$

бундан $\alpha = 85°30'$. Демак, тўла тезланишнинг йўналиши уринма билан $85°30'$ ёки, бошқача айтганда, радиус билан $\beta = 4°30'$ бурчак ташкил қилади.

§ 13. Бурчак тезликнинг вектор сифатида қаралиши. Қуйидаги уч нарса: 1) *бурчак тезлик* ω (ёки чизиқли тезлик v), 2) айлана ётган *текислик* ва 3) *айланишнинг йўналиши* маълум бўлса, маълум R радиусли айлана бўйича

27-расм. Парма қоидаси.



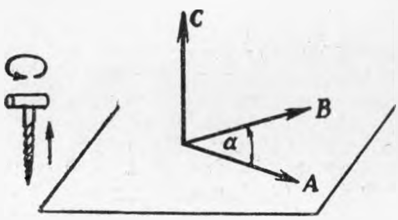
28-расм. Бурчак тезлик вектори айланма ҳаракат бўлаётган текисликка тик қилиб шундай томонга йўналтириладики, унинг учидан қараганда, айланиш соат стрелкасининг ҳаракат йўналишига тескари йўналишда юз бераётган бўлади.

бўлаётган ҳаракат тўла характерланган бўлади. Учинчи характеристика шунинг учун зарурки, текисликнинг маълум бир томонида туриб қаралганда айлана бўйича ҳаракат соат стрелкасининг ҳаракати билан бир хил томонга ёки унга тескари томонга йўналган бўлиши мумкин. Аммо бу учала характеристика биргина вектор орқали берилиши мумкин. Шу мақсадда у векторни текисликка тик қилиб ўтказиш ва унинг йўналишига айланишнинг маълум йўналиши мос келадиган қилиб олиш керак. Бу эса парма қондасига асосан бажарилади: *векторнинг йўналишини парманинг илгариланма ҳаракати билан, айланиш йўналишини эса парма дастасининг айланиши билан мослаштирамиз* (27-расм). У ҳолда айланма ҳаракатни характерлаш учун *бурчак тезлик вектори* деб аталадиган ω векторни киритамиз: 1) унинг сон қиймати бурчак тезликнинг сон қиймати ω га тенг, 2) у, айланма ҳаракат бўлаётган текисликка тик қилиб ўтказилган ва 3) бу векторнинг учидан қаралганда айланишнинг йўналиши соат стрелкаси йўналишига тескари бўлиб кўринади (28-расм). Агар жисм бир вақтнинг ўзида иккита айланма ҳаракатда қатнашаётган бўлса, унинг натижавий ҳаракатини характерловчи вектор қўшилувчи ҳаракатларнинг бурчак тезлик векторларини параллелограмм қоидасига асосан қўшишдан ҳосил бўлади. Бу факт бурчак тезликни вектор сифатида тасвирлаш тўғри эканини кўрсатади.

Вектор анализда *вектор кўпайтма* деган тушунча киритилади. **A** ва **B** векторларнинг вектор кўпайтмаси деб шундай **C** векторга айтиладики, унинг сон қиймати

$$C = A \cdot B \sin(\angle \mathbf{A}\ \mathbf{B})$$

бўлади, бунда A ва B — берилган **A** ва **B** векторларнинг сон қийматлари, $(\angle \mathbf{A}\ \mathbf{B})$ — улар орасидаги α бурчак (29- расмга қаранг). **C** вектор **A** ва **B** векторлар ётган текисликка тик бўлиб, шундай томонга йўналганки, унинг учидан қаралганда, **A** векторни **B** вектор билан устма-уст тушириш учун уни соат стрелкаси йўналишига тескари йўналишда айлантириш керак (кичик бурчак томонидан; 29- расмга қаранг). Бошқача айтганда, парманинг дастаси **A** дан **B** га қараб (кичик бурчак томонидан) айлантирилса, парманинг илгариланма ҳаракати **C** векторнинг йўналишини аниқлайди.



29-расм. Вектор кўпайтма.

Вектор кўпайтма

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$$

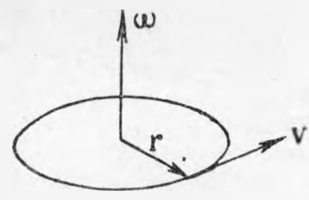
символ орқали белгиланади. Вектор кўпайтма коммутативлик хоссасига эга эмас, чунки $\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$ ва $\mathbf{C}' = \mathbf{B} \times \mathbf{A}$ икки вектор фақат сон қийматлари бўйича тенг бўлиб, қарама-қарши томонга йўналган бўлади.

Бурчак тезликни вектор сифатида тасвирлаш чизиқли тезлик вектори **v** ни бурчак тезлик вектори ω билан ҳамда моддий нуқтанинг айланиш ўқига нисбатан ўрнини аниқловчи радиус-вектор **r** билан қулай боғлашга имкон беради.

30-расмдан кўринишича:

$$\mathbf{v} = \omega \times \mathbf{r},$$

яъни **v** вектор ω билан **r** нинг вектор кўпайтмасидан иборат экан.



30-расм. ω, **v** ва **r** векторлар орасидаги боғланиш.

Бурчак тезлик вектор сифатида қаралганда, бурчак тезланиш β ҳам вектор сифатида қаралиши керак, чунки бу ҳолда

$$\beta = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta \omega}{\Delta t} \right)$$

тенгликдаги $\Delta\omega$ — бурчак тезлик ω нинг вектор ўзгаришини кўрсатувчи катталикдир.

Иккинчи боб

ДИНАМИКА

§ 14. Ньютоннинг биринчи қонуни. Шу пайтгача биз жисмларнинг кўчишини вақтгагина боғлаб текшириб келдик, яъни кинематика масалаларини муҳокама қилдик. Жисмларнинг ҳаракат ҳолатлари ўзгаришини вужудга келтирадиган ўзаро таъсирларига доир масалаларга бутунлай эътибор бермай келдик. Бу масалалар *динамика* соҳасига тегишлидир. Динамика асосларини Ньютон ўзининг „Табиат философиясининг математик асослари" китобида (1687) *ҳаракатнинг учта қонуни* тарзида баён қилиб берган.

Ньютоннинг биринчи қонунини қуйидагича таърифлаш мумкин: *ҳар қандай жисм ўзининг тинч ҳолатини ёки тўғри чизиқли текис ҳаракат ҳолатини унга бошқа жисмлар таъсир қилиб, уни шу ҳолатдан чиқаргунча сақлайди.*

Бу ерда жисм моддий нуқта деб қаралади, яъни унинг айланма ҳаракатига эътибор берилмайди. Жисмга бошқа жисмлар таъсир қилмаса, у текис айланма ҳаракат ҳолатида бўлиши ҳам мумкин, буни биз 35-параграфда кўрамиз.

Ньютоннинг биринчи қонунидан келиб чиқадики, жисм ўзининг тинч ҳолатини ёки тўғри чизиқли текис ҳаракат ҳолатини унга *бошқа моддий жисмлар таъсир қилгандагина* ўзгартириши мумкин.

Ньютоннинг биринчи қонунини тажрибаларда бевосита текшириб кўриш мумкин эмас, чунки биз яшаб турган реал шароитда бошқа жисмлар бутунлай таъсир қилмайдиган жисм йўқ. Бироқ бир қатор далилларни умумлаштириш орқали Ньютоннинг биринчи қонунининг тўғрилигига ишонч ҳосил қилишимиз мумкин. Атрофимиздаги жисмларнинг одатда кузатиладиган тинч ҳолатда бўлишига бир неча жисмнинг маълум бир жисмга кўрсатаётган таъсирлари бир-бирини компенсациялаб туриши сабаб бўлади. Масалан, оғир жисм тинч ҳолатда турганида ернинг тортиши ва таянчнинг реакцияси бир-бирини мувозанатлаб туради. Ҳаракатдаги жисмга бошқа жисмлар қанча кам таъсир қилса, у жисм ўзининг тезлигини шунча узоқ вақт сақлайди. Бирор бошланғич тезлик билан отилган ва ер сиртида сирпаниб бораётган тош, бу сирт қанча текис бўлса, яъни шу тошга бошқа жисмларнинг таъсири қанча кам бўлса, шунча узоққа боради. Ньютоннинг биринчи қонунидан келиб чиқадиган хулосаларнинг тажриба маълумотларига мос келиши бу қонуннинг тўғри эканлигига бизни билвосита ишонтиради.

Ньютоннинг биринчи қонуни устида батафсилроқ тўхталиш учун қуйидаги саволга жавоб бериш керак бўлади; Ньютоннинг биринчи қонунида гапирилаётган тинч ҳолат ёки тўғри чизиқли текис ҳаракат қандай саноқ системасига (қандай координаталар системасига) нисбатан аниқланади? Ньютоннинг ўзи ҳаракатни қандайдир абсолют фазодаги абсолют ҳаракат деб фараз қилган. У шундай деб ёзади: „Абсолют фазо ўзининг бутун моҳияти билан, ҳеч қандай ташқи нарсага боглиқ бўлмаган ҳолда, ҳамма вақт бир хил ва қўзғалмас бўлиб қола беради... . Жисм ўзининг бир абсолют ўрнидан иккинчисига ўтса, абсолют ҳаракат қилган бўлади“. Бу — метафизик нуқтаи назар бўлиб, ҳақиқатга тўғри келмайди. Объектив мавжуд бўлган реал фазонинг хоссалари материянинг ўзи орқали аниқланади. Биз юқорида, жисмларнинг ўрни ва уларнинг ҳаракати фақат бошқа моддий жисмларга нисбатангина аниқланиши мумкин, деб уқтириб ўтган эдик; биргина жисмнинг ўзи ҳар хил жисмларга нисбатан ҳар хил ҳаракат қилиши мумкин.

Кузатишлар Ньютоннинг биринчи қонуни ҳар қандай координаталар системасига нисбатан ҳам тўғри бўла бермаслигини кўрсатади. Бир нечта мисоллар кўрайлик. Тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётган вагон саноқ системаси бўлсин, деб фараз қилайлик. У ҳолда, агар силкинишларни назарга олмасак, Ньютоннинг биринчи қонуни ўринли бўлади: вагонга нисбатан тинч турган жисмлар, уларга ташқаридан бошқа жисмлар таъсир қилмаса, ҳаракатга келмайди ва ҳоказо. Аммо вагон тўғри йўлдан бурила бошласа, ҳаракатини секинлаштира бошласа ёки тезлаштира бошласа, Ньютоннинг биринчи қонуни тўғридан-тўғри бузила бошлайди; шу вақтгача тинч турган жисмларнинг, уларга атрофдаги жисмлар кўзга кўринарли таъсир қилмаса-да, четга сурилиб кетишини ёки йиқилиб тушишини кўриш мумкин. Саноқ системаси сифатида ер шарини қабул қилайлик; бу ҳолда Ньютоннинг биринчи қонуни ҳаракатдаги вагон мисолига қараганда аниқроқ бажарилади, чунки вагон ҳатто текис ҳаракатда бўлса ҳам, силкинишларнинг таъсири сезилиб туради. Лекин, ер шарига нисбатан қаралаётган баъзи процесслар (маятникнинг тебраниши, ҳаво ёки океан оқимларининг тарқалиши ва бошқалар) устида ўтказилган пухта кузатишлар Ньютоннинг биринчи қонунидан, аниқроғи, ундан келиб чиқадиган хулосалардан четлашишлар борлигини кўрсатади. Энди биз саноқ системаси сифатида координаталар боши Қуёшда ва ўқлари маълум юлдузларга қараб йўналтирилган гелиоцентрик системани олсак, бу системада Ньютоннинг биринчи қонуни амалда тамомила тўғри бажарилади. Бирор саноқ системасига нисбатан Ньютоннинг биринчи қонуни бажарилса, бу система *инерциал система* дейилади. Ньютоннинг биринчи қонуни баъзан *инерция принципи* деб айтилади.

Гелиоцентрик системанинг амалда аниқ инерциал система бўла олиши юқорида айтиб ўтилди; унга нисбатан тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётган ҳар қандай система ҳам инерциал система бўлади. Инерциал системалардан бирортасига нисбатан тезланишга эга бўлган ҳар қандай система инерциал система бўлмайди. Тезланишли системалар тўғрисидаги масалани кейинроқ мукаммал текширамиз.

§ 15. Ньютоннинг иккинчи қонуни. Куч ва масса. Иккинчи қонунга Ньютоннинг ўзи қуйидагича таъриф берган: *ҳаракатнинг ўзгариши таъсир этаётган кучга пропорционал бўлиб, йўналиши эса куч йўналишида бўлади.*

Шундай қилиб, Ньютоннинг иккинчи қонуни янги физик катталик ҳақидаги тушунчани — *куч* тушунчасини киритади.

Биз кўриб ўтдикки, Ньютоннинг биринчи қонунига асосан, моддий жисмларнинг ҳаракат ҳолатларини фақат уларнинг бир-бирига қиладиган таъсиригина ўзгартира олади. Жисмларнинг ҳаракат ҳолатларини ўзгартирадиган шу ўзаро таъсирини куч деб аталадиган физик катталик характерлайди. Ҳаракат ҳолатининг ўзгариши жисмнинг тинч ҳолатдан ёки тўғри чизиқли текис ҳаракат ҳолатидан чиқиши демакдир, яъни *жисмнинг тезлиги ўзгаради, у тезланиш олади* демакдир. Бинобарин, куч деб аталадиган физик катталик жисмларнинг бир-бирига қиладиган шундай таъсирини характерлайдики, бу таъсир натижасида жисмлар тезланиш олади.

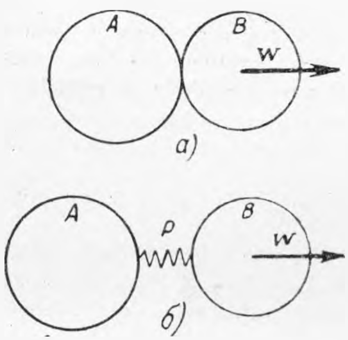
Маълум бир жисмни олиб, унга қандайдир бошқа жисм (ёки бошқа жисмлар) билан шундай таъсир қиламизки, натижада жисм ҳар хил w тезланишлар олсин. Таъсир қанча кучли бўлса, жисм оладиган w тезланиш ҳам, албатта, шунча катта бўлади. Демак, текширилаётган жисмга бошқа жисмлар томонидан таъсир қилаётган куч деб, текширилаётган жисмнинг олган тезланишига пропорционал бўлган f физик катталикни қабул қилиш лозим:

$$f = k'w, \tag{1}$$

бунда k' — пропорционаллик коэффициенти.

(1) тенглик бирор жисмга таъсир қилаётган кучларни улар бераётган тезланишлар орқали бир-бирлари билан солиштиришга имкон беради. Тезланиш йўналишга эга бўлгани учун куч ҳам

йўналишли катталик бўлиши керак. Тажрибалар кўрсатадики, жисмга айни бир вақтда бир неча куч таъсир қилганда жисмнинг олган тезланиши шу жисмга ўша кучларнинг вектор йиғиндисига тенг биргина куч таъсир қилганда олган тезланишига тенг бўлади. Бундан, *куч вектор экан* деган хулоса келиб чиқади; куч векторининг йўналиши шу куч вужудга келтирган тезланишнинг вектори йўналиши билан бир хил бўлади.



31-расм. *A* жисм *B* жисмни итариб, унга **w** тезланиш беради. Бу ҳолда жисмлар орасига қўйилган пружина сиқилади.

Шундай қилиб, (1) тенглик вектор шаклида қуйидагича ёзилиши мумкин:

$$\mathbf{f} = k'\mathbf{w}. \qquad (1\ a)$$

Жисмларнинг бир-бирига таъсири фақат бирининг иккинчисига тезланиш беришидангина иборат бўлиб қолмайди. Айрим бошқа таъсирлар худди куч каби ҳаракатланади ва булардан ўз навбатида куч тушунчасини аниқлашда фойдаланиш мумкин. Умуман айтганда, жисмлар ўзаро таъсирлашиб, бир-бирининг шаклини ўзгартиради ёки, бошқача қилиб айтганда, бир-бирини *деформациялайди*. Кучларни бир-бирига солиштириш учун, бу деформациялардан ҳам фойдаланиш мумкин. *A* жисм (31-*а* расм) *B* жисмга бевосита тегиш орқали таъсир қилиб, унга **w** тезланиш беради (*B* жисмни туртади) деб фараз қилайлик. Агар биз *A* ва *B* жисмлар орасига бошқа бир жисмни, масалан, *p* пружинани қўйсак (31-*б* расм), *A* жисм *B* жисмни туртганда пружина қисилади. Шу билан бирга, *A* жисм *B* жисмга қанча катта тезланиш берса, яъни *A* жисм *B* жисмга қанча катта куч билан таъсир қилса, пружинанинг қисилиши шунча кучлироқ бўлади. Бу кучни ўзи вужудга келтирган тезланиш орқали (1) тенгликка асосан ҳисоблаб, пружинани даражалашимиз ва шу пружинадан кучларни ўлчаш учун фойдаланишимиз мумкин. Пружина кучларни ўлчайдиган асбоб бўлиб қолади; бундай асбобни динамометр деб аташ қабул қилинган.

Кучларни кўрсатилган усулда пружинали динамометр ёрдами билан ўлчашдан фойдаланиб, қуйидаги тажрибани ўтказишимиз мумкин: *ҳар хил* жисмларга маълум катталикдаги битта кучнинг ўзи билан таъсир қилиб, шу жисмларнинг олган тезланишларини солиштирамиз. Умуман айтганда, ҳар хил жисмларга тенг кучлар билан таъсир қилинганда у жисмлар олган тезланишлар ҳар хил бўлар экан. Демак, ҳар хил жисмлар олган тезланишлар уларга бошқа жисмлар томонидан таъсир қилаётган кучларгагина боғлиқ бўлмай, балки шу жисмларнинг ўзларига қарашли бирор хоссасига ҳам боғлиқ бўлади. Жисмларнинг бу хоссаси *масса* деб аталадиган махсус физик катталик билан характерланади.

Берилган куч таъсирида жисмнинг олган тезланиши қанча кичик бўлса, унинг массаси шунча катта бўлади. Демак, жисмларнинг массалари уларнинг тенг кучлар таъсирида олган тезланишларига тескари пропорционал деб ҳисоблашимиз мумкин:

$$\frac{m_1}{m_2} = \left|\frac{w_2}{w_1}\right|. \qquad (2)$$

Жисмларнинг массаси уларнинг ўлчамларига ва уларни ташкил қилган моддаларнинг табиатига боғлиқ.

Масса жисмларнинг энг асосий характеристикаларидан биридир. Ньютон, массани жисмдаги материя миқдорининг ўлчови деб ҳисоблаган. Массанинг фанда узоқ вақт сақланган бу таърифи нотўғри, метафизик характерда эди. Массани механиканинг тенгламаларида учрайдиган формал характердаги қандайдир „коэффициент“ деб ҳисобловчи идеалист-физикларнинг нуқтаи назари ҳам нотўғри эди.

Диалектик материализм, материянинг хоссалари битмас-туганмасдир ва, шунинг учун, ҳаракатдаги материянинг биронта физик характеристикаси унинг тўла ўлчови бўла олмайди, деб ўргатади. Ленин, материяни фалсафий гносеологик категория сифатида қараб, материя ҳақидаги фалсафий тушунчани унинг ҳар хил кўринишларига хос бўлган конкрет характеристикалардан биронтаси билан ҳам алмаштириб юбориш ярамайди, деб кўрсатган ва: „Лекин материянинг бирор тарзда тузилиши ҳақидаги таълимотни, махистлар сингари, гносеологик категория билан алмаштириб юбориш, — материянинг янги турларининг (масалан, электроннинг) янги хоссалари масаласини билиш назариясининг қадимги масаласи билан, билимимизнинг манбалари тўғрисидаги, объектив ҳақиқатнинг мавжудлиги ва шу кабилар ҳақидаги масала билан аралаштириб юбориш мутлақо ўринсиздир“,— деб ёзган эди[1].

Барча физик катталиклар каби, масса тушунчаси ҳам бу катталик билан бошқа физик катталиклар орасидаги объектив қонуний боғланишлар орқали аниқланади. Масса учун бундай боғланишлардан бирини Ньютоннинг иккинчи қонуни беради; бу қонун жисмларнинг инертлиги ҳақида тушунчани киритади. Шунинг билан бирга, жисмларнинг инертлиги ҳақида сўзланганда жисмларнинг бир хил ташқи таъсир натижасида бир хил бўлмаган тезланишлар олишларини ифодаловчи қандайдир объектив хоссалари

---

[1] В. И. Ленин, Асарлар, 14-том, 134-бет, Ўздавнашр, 1951.

билан бир-биридан фарқ қилиши кўзда тутилади. Бу хосса ҳамма жисмларга ҳам тегишли бўлиб, аниқ бир физик катталик билан характерланади; худди мана шу катталик — массадир. (2) муносабат ҳар хил жисмларнинг массаларини миқдор жиҳатдан бир-бирига солиштиришга имкон беради. Шу йўл билан ўлчанган масса инерцион ҳодисалар асосида ўлчангани сабабли *„инерцион масса“* деб аталиши мумкин.

Масса тушунчасининг тўлароқ мазмуни жуда кўп далилларни ўрганиб чиқиш натижасида очилди. Бундай далилларнинг энг асосийларидан бирини М. В. Ломоносов кашф этган; у — массанинг сакланиш қонунидир: яккаланган системанинг массаси, бу системада ҳар қандай ўзгаришлар бўлишидан қатъи назар, ўзгармай қола беради. Биз 17-параграфда масса билан ҳаракат миқдори деб аталадиган физик катталик орасидаги боғланишни кўрсатамиз; вектор характерига эга бўлган бу катталик ҳам сақланиш қонунига бўйсунади. Бундан ташқари, масса гравитацион ҳодисаларда ҳам намоён бўлади (бутун дунё тортишиш қонуни, § 32 ва 33). Ниҳоят, нисбийлик назарияси масса билан энергия орасида чуқур боғланиш борлигини кўрсатади. Агар жисмнинг тезлиги ёруғликнинг бўшлиқдаги тезлигига яқинлашиб борса, унинг массаси ўзгармас бўлиб қола олмайди, балки тезлик ортиши билан у ҳам ортади. Система бутунлай яккаланган бўлса, яъни у ташқи муҳит билан модда (атомлар, молекулалар ва бошқалар) алмаштирмаслигидан ташқари, энергия ҳам алмаштирмаса, бундай системанинг массаси ўзгармайди.

(1) ва (2) тенгликларни солиштириб, қуйидаги хулосага келамиз: *жисм олган* **w** *тезланиш унга таъсир қилаётган* **f** *кучга тўғри пропорционал ва жисмнинг* m *массасига тескари пропорционалдир:*

$$\mathbf{w} = k\frac{\mathbf{f}}{m}, \tag{3}$$

бунда k — пропорционаллик коэффициенти.

(3) тенглик вектор характерига эга. Бу тенглик Ньютон иккинчи қонунининг аниқ мазмунини ифодалайди.

Кўп физик масалаларни ечишда таъсир қилаётган кучларнинг, масалан, бутун дунё тортишиш кучларининг (§ 32) ёки Гук қонунига бўйсунувчи эластик кучларнинг (§ 89) катталиги ва йўналиши маълум бўлади. Бундай ҳолларда (3) тенгликдан тезланишни топиш мумкин ва, демак, ҳаракатнинг характерини аниқлаш мумкин.

(3) тенглик динамиканинг асосий тенгламасидир.

§ 16. Ишқалиш кучлари. Жисмлар деформацияланганда ҳосил бўладиган кучлар (эластик кучлар) ва тортишиш кучлари билан бир қаторда яна бошқа кучлар — бир-бирига тегиб турган жисмлар ёки бир жисмнинг айрим бўлаклари орасида молекулаларнинг ўзаро таъсири натижасида вужудга келадиган кучлар ҳам мавжуддир. Бир-бирига тегиб турган жисмлар ёки бир жисмнинг бўлаклари бир-бирига нисбатан кўчганда ҳосил бўладиган бу кучлар *ишқалиш кучлари* деб аталади.

Ҳар хил жисмлар бир-бирига тегиб туриб ҳаракат қилганда вужудга келадиган ишқалиш кучлари *ташқи ишқалиш* кучлари дейилади. Бир-бирига тегиб турган икки жисм бир-бирига нисбатан қўзғалмас бўлганда ҳам, бу кучлар мавжуд бўлаверади (*тинч ҳолатдаги ишқалиш*). Бир жисм бўлакларининг бир-бирига нисбатан кўчиши натижасида вужудга келадиган кучлар *ички ишқалиш* кучлари дейилади (бу кучлар кўпинча суюқлик ва газлар ҳаракатланган вақтда ҳосил бўлади).

Ишқалиш кучлари кундалик ҳаётимизда ва техникада катта роль ўйнайди. Шунинг учун, бу кучларни ҳисобга ола билиш амалий аҳамиятга эга бўлган кўпчилик масалаларда Ньютоннинг иккинчи қонунидан тўғри фойдаланиш учун муҳимдир.

Ишқалиш кучлари жисмларнинг бир-бирига тегиб турган сиртларига тангенциал равишда йўналган бўлиб, уларнинг нисбий тезлигига боғлиқ бўлади. Мана шу кейинги хусусияти билан бу кучлар эластиклик кучларидан ва тортишиш кучларидан қатъий фарқ қилади. Ишқалиш кучлари фақат бир-бирига тегиб турган икки қаттиқ жисм орасидагина вужудга келиб қолмай, балки бу кучлар қаттиқ жисм билан суюқлик орасида ёки қаттиқ жисм билан газ орасида ҳам вужудга келиши мумкин.

Жисмнинг тезланишини аниқлаш учун, унга таъсир қилаётган берилган $\mathbf{f}$ кучдан ташқари, жисм нисбий $\mathbf{v}$ тезлик билан ҳаракат қилганда вужудга келадиган ишқалиш кучи $\mathbf{f}_{\text{ишқ}}$ ни ҳам ҳисобга олиш зарур, чунки Ер шароитидаги ҳар қандай реал ҳаракат вақтида ҳар хил ишқалиш кучлари вужудга келади.

Бирор A жисм ўзига тегиб турган бошқа жисмга нисбатан $\mathbf{v}$ нисбий тезлик билан ҳаракат қилаётган бўлсин. Тажрибалар кўрсатадики, A жисмга таъсир қиладиган $\mathbf{f}_{\text{ишқ}}$ кучи ҳамма вақт $\mathbf{v}$ тезлик йўналишига қарама-қарши йўналган бўлади. A жисмга ишқалиш кучи $\mathbf{f}_{\text{ишқ}}$ дан ташқари қандайдир бошқа бир $\mathbf{f}$ куч таъсир қилаётган бўлсин. У ҳолда бу жисм оладиган $\mathbf{w}$ тезланиш натижавий куч $\mathbf{f} + \mathbf{f}_{\text{ишқ}}$ орқали аниқланади.

Ньютоннинг иккинчи қонунига асосан:

$$\mathbf{w} = \frac{k}{m}(\mathbf{f} + \mathbf{f}_{\text{ишқ}}), \qquad (1)$$

бунда m — жисмнинг массаси, k — пропорционаллик коэффициенти.

Реал шароитда жисмнинг ўзгармас $\mathbf{v}$ тезлик билан ҳаракат қилиши учун унга ишқалиш кучи $\mathbf{f}_{\text{ишқ}}$ ни мувозанатлайдиган $\mathbf{f}$

куч билан таъсир қилиш керак. Фақат шу ҳолдагина (1) тенгликдаги натижавий куч ва, бинобарин, **w** тезланиш нолга тенг бўлади, яъни жисм текис ҳаракат қилади.

Жисмга таъсир қилаётган ташқи куч ҳаракат натижасида вужудга келадиган ишқалиш кучи билан мувозанатда бўлса, бу жисм тўғри чизиқли текис ҳаракат қилади.

Мисол учун тўғри чизиқ бўйича ҳаракат қилаётган пароходни олайлик. Винтнинг бу пароходга таъсир қилаётган ўзгармас f кучини мусбат куч деб ҳисоблаймиз. Пароход ўз ўрнидан қўзғалиши билан унинг тезлиги v га боғлиқ бўлган ишқалиш кучи вужудга келади. Ишқалиш кучи ҳаракатга келтирувчи f кучга қарама-қарши йўналгани учун, уни $-f_{\text{ишқ}}$ билан белгилаймиз. Пароход натижавий куч $f - f_{\text{ишқ}}$ таъсирида ҳаракат қилади. Ҳаракатнинг бошида, ҳали v тезлик кичик бўлганида, натижавий куч $f - f_{\text{ишк}}$ мусбат бўлиб, пароходнинг ҳаракати тезланувчан бўлади. v тезлик катталашган сари ишқалиш кучининг сон қиймати ҳам ортa боради ва тезланиш камая боради. Ниҳоят, $f - f_{\text{ишқ}}$ айирма нолга тенг бўлиб қолади ва у ҳолда пароход текис ҳаракат қила бошлайди. Агар винтнинг ҳаракатга келтирувчи кучи қандайдир сабабга кўра камайиб қолса, $f - f_{\text{ишқ}}$ айирма манфий бўлиб қолиши мумкин; у ҳолда пароход секинланувчан ҳаракат қила бошлайди.

Иккинчи мисол сифатида оғир жисмнинг ҳавода эркин тушишини ҳавонинг қаршилигини ҳисобга олиб текширамиз. Агар оғир жисм бошланғич тезликсиз туша бошласа, унга фақат P оғирлик кучи таъсир қилади ва унинг олган w тезланиши эркин тушиш тезланиши g га тенг бўлади. Тушиш тезлиги орта борган сари жисм билан ҳаво орасида ишқалиш кучи ҳосил бўлади, $P - f_{\text{ишқ}}$ натижавий куч оғирлик кучидан, бинобарин, w тезланиш эркин тушиш тезланиши g дан кичик бўлиб қолади. Тушиш тезлигининг катталаша бориши натижасида ишқалиш кучи, ниҳоят, P оғирлик кучи билан мувозанатлашади ва жисм ўзгармас тезлик билан бир текис туша бошлайди. Мана шу тезликнинг катталиги эркин тушаётган жисмнинг шаклига ва ўлчамларига боғлиқ. Тажрибалар, масалан, юқоридан пастга тушаётган одам учун бу тезлик тахминан 60 *м/сек* га тенг бўлишини кўрсатади. Парашютчилар парашютни очмай сакраганларида худди мана шу тезликка эришадилар. Парашют очилиши билан ҳавонинг қаршилик кучи тўсатдан ортади ва тушиш тезлиги тахминан 5—6 *м/сек* гача камаяди.

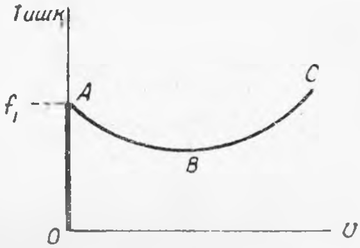
Қуруқ сиртларнинг бир-бирига нисбатан сирпаниши натижасида ҳосил бўладиган ишқалиш кучи бу сиртларнинг қанчалик ғадир-будур бўлишига ниҳоят даражада боғлиқдир. Ишқалиш кучининг катталиги сиртларни бир-бирига қисиб турувчи кучнинг F_n нормал ташкил этувчисига ҳам боғлиқ. F_n нормал ташкил этувчи катталаша борса, ишқалиш кучи ҳам тахминан F_n га пропорционал бўлиб ўса боради:

$$f_{\text{ишқ}} = \varkappa F_n. \tag{2}$$

(2) тенгликдаги $\varkappa$ коэффициент *ишқалиш коэффициенти* дейилади. Ишқалиш коэффициентининг қиймати тегиб турган сиртларнинг характеригагина боғлиқ бўлмай, балки уларнинг нисбий тезлигига ҳам боғлиқдир.

Бир-бирига тегиб турган қаттиқ сиртлар орасидаги ишқалиш кучининг катталиги (ташқи кучнинг маълум F_n нормал тузувчиси учун) анчагина кенг чегараларда у сиртларнинг катталигига боғлиқ эмас.

Масалан, ҳамма ёқлари бир хил даражада силлиқланган ва қаттиқ сирт устида сирпанаётган параллелепипед бошқача ўлчамларга эга бўлган томонига ёткизилса, лекин v нисбий тезлик ўзгармаса, $f_{\text{ишқ}}$ ишқалиш кучи ўзгармайди.



32-расм. $f_{\text{ишқ}}$ кучининг нисбий тезлик v га боғланиши.

Юқорида айтиб ўтдикки, v нисбий тезлик нолга тенг бўлиб қолса ҳам, бир-бирига тегиб турган қуруқ сиртлар орасидаги ишқалиш йўқолиб кетмайди. Бирор сирт бўйича жисмнинг сирпана бошлаши учун унга сиртга параллел йўналган f ташқи куч билан таъсир қилиш керак, бу куч шу ҳол учун аниқланган маълум f_1 қийматдан катта бўлиши керак. $f < f_1$ бўлса, жисм қўзғалмай тура беради. Бу ҳол жисм билан унга тегиб турган сирт орасида ташқи кучни мувозанатлайдиган ва *тинч ҳолатдаги ишқалиш кучи* деб аталадиган $f_{\text{ишқ}}$ кучнинг вужудга келишини кўрсатади.

Тинч ҳолатдаги ишқалиш кучи, таъсир қилаётган ташқи кучнинг катталигига қараб, 0 билан f_1 орасидаги исталган қийматга тенг бўлиши мумкин. Тинч ҳолатдаги ишқалиш кучининг максимал қиймати жисмни сирпантира бошлайдиган f_1 кучга тенгдир. Бу куч (2) тенгликни қаноатлантиради, $\varkappa$ ишқалиш коэффициентининг шу кучга мос келадиган қиймати *тинч ҳолатдаги ишқалиш коэффициенти* дейилади. Тинч ҳолатдаги ишқалиш коэффициентининг қиймати бир-бирига тегиб турган сиртларнинг табиатигагина боғлиқ бўлади. Қуруқ ёғоч сиртлар бир-бирига тегиб турганда тинч ҳолатдаги ишқалиш коэффициенти тахминан 0,6 га тенг; пўлат сирт билан муз орасида тинч ҳолатдаги ишқалиш коэффициенти тахминан 0,03 га тенг.

Агар f ташқи куч тинч ҳолатдаги ишқалиш кучининг максимал қийматидан ортиб кетса, жисм сирпана бошлайди ва сирпанишдаги ишқалиш кучи вужудга келади. Дастлаб бу ишқалиш кучи тинч ҳолатдаги ишқалиш кучидан *кичик* бўлади ва v нисбий тезлик катталаша борган сари маълум миқдоргача камайишида давом этади; сўнгра, v нисбий тезлик билан бирга ишқалиш кучи ҳам орта боради. Ишқалиш кучи билан нисбий тезлик орасидаги муносабатнинг графиги 32- расмда тасвирланган. $v = 0$ бўлганда тинч ҳолатдаги ишқалиш кучи, таъсир қилаётган ташқи кучнинг қийматига қараб, ноль билан f_1 орасидаги исталган қийматга (ордината ўқидаги OA кесмага) тенг бўлиши мумкин. v нисбий тезлик нолга тенг бўлмаганда у билан ишқалиш кучи орасидаги муносабат ABC эгри чизиқ билан тасвирланади.

Техникада ишқалувчи сиртлар ораси мойланади, яъни улар орасига ёпишқоқ суюқлик киритилади ва қаттиқ сиртлар орасида бу суюқликнинг юпқа қатлами ҳосил бўлади. Мойлаш назарияси биринчи марта рус инженери Н. П. Петров томонидан ривожлантирилган. Унинг кўрсатишича, агар сиртлар ораси мойланса, сирпанишдаги ишқалиш ички ишқалиш билан алмаштирилган бўлади. Мойловчи суюқликнинг қаттиқ жисмга энг яқин қатлами унга ёпишиб қолади; сирпаниш суюқлик қатламлари орасидагина бўлади. Умумий ўққа эга бўлган вал ва подшипниклар орасидаги ишқалиш кучи мойловчи модданинг ёпишқоқлигига, вақт бирлигида валнинг айланишлар сонига тўғри пропорционал ва вал сирти билан подшипник сирти орасидаги зазорнинг кенглигига тескари пропорционал бўлади.

§ 17. Ҳаракат миқдори. Куч импульси. Дастлаб ўзгармас $\mathbf{f}$ куч таъсирида вужудга келаётган ҳаракатни, яъни $\mathbf{w}$ тезланиш векторининг ўзгармас қиймати билан характерланадиган ҳаракатни текширайлик. Жисмнинг тезлиги Δt вақт оралигида $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ катталикка ўзгарсин. У ҳолда:

$$\mathbf{w} = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1}{\Delta t},$$

$\mathbf{w}$ тезланишнинг бу қийматини Ньютоннинг иккинчи қонуни

$$\mathbf{w} = k\frac{\mathbf{f}}{m}$$

га қўйсак:

$$\frac{\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1}{\Delta t} = k\frac{\mathbf{f}}{m} \text{ ёки } \frac{m\mathbf{v}_2 - m\mathbf{v}_1}{\Delta t} = k\mathbf{f}. \qquad (1)$$

$m\mathbf{v}_2 - m\mathbf{v}_1$ айирма $m\mathbf{v}_2$ ва $m\mathbf{v}_1$ катталикларнинг вектор айирмаси эканини назарда тутиш керак. Жисмнинг тезлик вектори $\mathbf{v}$ ни унинг массасига кўпайтиришдан ҳосил бўладиган $m\mathbf{v}$ катталик *ҳаракат миқдори* $\mathbf{K}$ дейилади. Ҳаракат миқдори

$$\mathbf{K} = m\mathbf{v} \qquad (2)$$

вектор катталик бўлиб, унинг йўналиши тезлик вектори $\mathbf{v}$ нинг йўналиши билан бир хил бўлади.

(1) ифодани ҳаракат миқдори орқали ёзсак,

$$\frac{\mathbf{K}_2 - \mathbf{K}_1}{\Delta t} = k\mathbf{f} \text{ ёки } \frac{\Delta\mathbf{K}}{\Delta t} = k\mathbf{f} \qquad (3)$$

бўлади; бунда $\Delta\mathbf{K}$ — ҳаракат миқдори векторининг ўзгаришидир. (3) тенглик текис ўзгарувчан ҳаракатда *ҳаракат миқдорининг вақт бирлигидаги ўзгариши қўйилган кучга пропорционал бўлишини ва йўналиши куч таъсир қилаётган йўналиш билан бир хил бўлишини* кўрсатади.

(3) тенгликдан фойдаланиб, кучга қуйидагича таъриф бериш ҳам мумкин: жисмга таъсир қилаётган куч сон қиймати шу жисм ҳаракат миқдорининг вақт бирлигидаги ўзгаришига пропорционал бўлиб, йўналиши ҳаракат миқдори ўзгаришининг йўналиши билан бир хил бўлган вектор катталикдир.

Вақт ўтиши билан ўзгарадиган $\mathbf{f}$ куч таъсиридаги ихтиёрий текисмас ҳаракат учун (3) ифодани умумлаштирамиз. Бу ҳолда

(3) тенгликда Δt ни вақтнинг чексиз кичик ўзгариши деб ҳисоблашимиз керак, яъни:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{K}}{\Delta t} = k\mathbf{f}, \tag{3 a}$$

бунда вектор $\mathbf{f}$ — кучнинг берилган пайтдаги қийматидир.

15-параграфдаги (3) тенглик каби, (3*a*) тенглик ҳам, Ньютоннинг иккинчи қонунини ифодалайди.

Келтирилган мулоҳазаларга асосан, 15-параграфдаги (3) тенглик билан бу параграфдаги (3*a*) тенглик бир-бирига тамомила эквивалентдир, чунки уларнинг иккинчиси бевосита биринчисидан келтириб чиқарилган; уларнинг ҳар иккаласи ҳам Ньютоннинг иккинчи қонунининг аниқ мазмунини ифодалайди. Бироқ, бу эквивалентлик жисмнинг массаси m ўзгармас катталик бўлиб, жисмнинг тезлигига боғлиқ эмас деб қаралганда мавжуд бўлади. Бундай қараш жисмнинг тезлиги ёруғлик тезлигига нисбатан жуда кичик бўлгандагина тўғри бўлади. Ёруғлик тезлигига яқин тезликларга эга бўлган ҳаракатларда m масса ўзгармас бўлиб қолмайди: у v тезликка боғлиқ бўлади. Бундай тезликларга эга бўлган ҳаракатлар нисбийлик назариясининг механикасига бўйсунади. Бироқ, бу ҳолда (3*a*) ифода ўз маъносини йўқотмайди; шундай қилиб, 15-параграфдаги (3) тенгликка қараганда (3*a*) тенглик Ньютоннинг иккинчи қонунининг умумий ифодасидир. Кучнинг муайян бир пайтдаги қиймати билан бир қаторда унинг Δt вақт оралигидаги ўртача қиймати $\bar{\mathbf{f}}$ дан ҳам фойдаланишимиз мумкин. У ҳолда (3*a*) ўрнига

$$\frac{\Delta \mathbf{K}}{\Delta t} = k\bar{\mathbf{f}}$$

ёки

$$\bar{\mathbf{f}}\Delta t = k'\Delta \mathbf{K} = k'(m\mathbf{v}_2 - m\mathbf{v}_1) \tag{4}$$

ифодани ҳосил қиламиз, бунда $k' = \frac{1}{k}$.

Кучнинг ўртача қиймати $\bar{\mathbf{f}}$ ни у таъсир қилаётган Δt вақт оралигига кўпайтириш натижасида ҳосил бўладиган $\bar{\mathbf{f}}\Delta t$ катталик *куч импульси* дейилади. Куч импульси вектор катталикдир. (4) тенглик уқтирадики, куч импульсининг вектори катталик бўйича ҳаракат миқдорининг куч импульси олинаётган вақт оралигида ўзгаришига пропорционал бўлиб, у билан бир хил йўналишга эга бўлади.

§ 18. Куч ва масса бирликлари. Мисоллар. 15-параграфдаги (3) тенгликда пропорционаллик коэффициентини $k = 1$ деб олсак,

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{f}}{m} \tag{1}$$

бўлади. Бу муносабатдан фойдаланиб, f кучнинг ёки m массанинг ўлчов бирликларини белгилаш мумкин.

CGS системасида масса бирлиги қилиб грамм (3-параграфга қаранг), тезланиш бирлиги қилиб эса 1 *см/сек*^{2} олинган; бундан (1) тенгликка асосан, *CGS* системада *куч бирлиги қилиб 1 г массали жисмга 1 см/сек*^{2} *тезланиш берадиган куч танлаб олиниши керак.* Кучнинг бу бирлиги *дина* дейилади.

17-параграфдаги (4) формулада

$$\bar{\mathbf{f}}\Delta t = k'(m\mathbf{v}_2 - m\mathbf{v}_1)$$

коэффициент $k' = 1$ деб олсак

$$\bar{\mathbf{f}} = \frac{m\mathbf{v}_2 - m\mathbf{v}_1}{\Delta t}$$

бўлади. Демак, *дина* жисмнинг ҳаракат миқдорини бир секундда 1 *г·см/сек* га ўзгартадиган кучга тенгдир.

MKS системада куч бирлиги қилиб 1 *кг* массали жисмга 1 *м/сек*^{2} тезланиш берадиган куч танлаб олиниши керак. Кучнинг бу бирлиги *ньютон* дейилади. Бинобарин:

$$1 \text{ ньютон} = 0{,}001 \text{ стен} = 10^5 \text{ дина}.$$

Бирликларнинг техник системасида куч бирлиги, Ньютоннинг иккинчи қонунига боғлиқ бўлмаган асосий бирликлардан бири сифатида танлаб олинади. Равшанки, муайян бир тарзда белгиланган ҳар қандай куч бирлик бўлиб хизмат қилиши мумкин. Техник системада бундай куч бирлиги сифатида маълум бир оғирлик кучи олинади. Ер сиртидаги ҳамма жисмларга Ернинг тортиш кучи (оғирлик кучи ёки уни одатда *жисмнинг оғирлиги* дейилади) таъсир қилади. Оғирлик кучи ҳар хил жисмлар учун ҳар хил ва у, муайян бир жисм учун жисмнинг ер шаридаги қайси жойда ва Ер сиртидан қанча баландликда турганлигига боғлиқдир. Лекин, агар аниқ бир жисм олиниб, унинг Ер сиртидаги ўрни белгиланиб қўйилса, бу жисмга таъсир қилаётган оғирлик кучи (жисмнинг оғирлиги) ҳам тўла аниқланган бўлади; мана шу оғирликни куч бирлиги қилиб олиш мумкин. Худди шундай қилинади ҳам: *техник системада куч бирлиги қилиб 1 кг масса эталони бўлиб хизмат қилувчи қадоқ тошининг 45° кенгликда ва денгиз сатҳи баландлигида ер шарига тортилиш кучи олинган.* (Аниқроғи, техник системада куч бирлиги учун шундай куч қабул қилинадики, у куч 1 *кг* массали жисмга таъсир қилиб, унга $g_0 = 9{,}80665$ *м/сек*^{2} тезланиш беради.) Кучнинг бу бирлиги *килограмм* деб аталади, яъни масса бирлигининг ҳам номи бўлиб хизмат қилувчи килограмм сўзи билан аталади. Бутунлай бошқа-бошқа физик катталикларнинг бу икки бирлигини бир-биридан фарқ этиш учун, уларнинг номлари қисқартирилганда турлича қилиб белгилаймиз: масса бирлиги — бир килограммни *кг* билан, куч бирлиги — бир килограммни эса *кГ* билан белгилаймиз $\cdot \frac{1}{1000}$ *кГ* га тенг куч *грамм* дейилади ва *Г* билан белгиланади (масса бирлиги — грамм эса *г* билан белгиланади). 1000 *кГ* куч *тонна-куч* дейилади ва *Т* билан белгиланади. 1 *кг* массали жисм 1 *кГ* куч таъсирида 981 *см/сек*^{2} тезланиш (оғирлик кучининг тезланиши) олгани учун

$$1\ кГ = 981\,000\ дина,\ 1\ Г = 981\ дина$$

бўлади.

Жисмнинг оғирлиги жисм ер шарининг бир жойидан иккинчи жойига ўтганда жуда оз ўзгаради. Шунинг учун, кўпинча, масала ечишда 1 *кг* массали жисм Ернинг ҳар бир жойида 1 *кГ* оғирликка эга бўлади деб ҳисоблаш мумкин. 45° кенгликда ва денгиз сатҳи баландлигида бу муносабат, таърифга мувофиқ, аниқ бажарилади.

Техник системада куч бирлигини шу кўрсатилган усулда танлаб олсак ва тезланишни *м/сек*^{2} ларда ўлчасак, унда (1) формуладан фойдаланиб, масса бирлигини ихтиёрий равишда белгилай олмаймиз. *Техник системада масса бирлиги қилиб 1 кГ куч таъсирида 1 м/сек*^{2} *тезланиш оладиган жисм массаси олинган.* Массанинг бу бирлиги махсус номга эга эмас.

1 *кг* масса 1 *кГ* куч таъсирида, яъни ўз оғирлигининг таъсирида 9,81 *м/сек*^{2} га тенг эркин тушиш тезланишини олганда, демак, 1 *кГ* куч таъсирида 1 *м/сек*^{2} тезланиш оладиган 1 техник бирликка тенг масса 1 *кг* массадан 9,81 марта катта бўлиши керак. Шундай қилиб:

$$\text{массанинг 1 техн. бирл} = 9{,}81\ кг.$$

Жисмларнинг оғирлиги билан массаси орасидаги муносабат ҳақида яна батафсил тўхтаб ўтайлик. Жисмнинг оғирлиги P шу жисмни ер шарига тортиб турадиган кучдир. Демак, 15-параграфдаги (3) формулага асосан, m массали жисмнинг ўз оғирлиги таъсирида олган $w = g$ тезланиши

$$g = k\frac{P}{m},$$

бундан

$$P = k'mg \tag{2}$$

бўлади, бунда k' — пропорционаллик коэффициенти.

(2) формула жисмнинг оғирлиги P билан массаси m орасидаги умумий боғланишни ифодалайди. Бу боғланиш оғирлик P, масса m ва оғирлик кучининг тезланиши g қандай бирликларда олинганига мутлақо боғлиқ эмас; пропорционаллик коэффициенти k' нинг сон қиймати эса бу бирликларнинг қандай танлаб олинишига боғлиқдир. Агар $k' = 1$ деб ҳисобласак,

$$P = mg \tag{2a}$$

М, М

бўлиб қолади. Бироқ бу ҳолда биз P, m ва g ларни ихтиёрий бирликларда ўлчаш ҳуқуқига эга эмасмиз ва ўлчов бирликларининг қандайдир аниқ бир системасидангина фойдаланишимиз керак. Масалан, *CGS* системада *m грамм* ларда, *g см/сек*^{2} ларда, *P дина* ларда ўлчанади; техник системада m массанинг техник бирликларида, g *м/сек*^{2} ларда, *P кГ* ларда ўлчанади. Бу системаларнинг ҳар бирида (2*a*) муносабат бажарилади. Бироқ аралаш системадан фойдалансак, масалан, m ни килограмм — массаларда (*кг*), g ни *м/сек*^{2} ларда ва P ни килограмм — оғирликларда (*кГ*) ўлчасак, унда пропорционаллик коэффициенти k' ни 1 га тенг деб бўлмайди, бу ҳолда унинг қиймати

$$k' = \frac{1}{9,81}$$

бўлади ва

$$P\,(кГ) = \frac{1}{9,81}\cdot m\,(кг)\cdot g\ \ (м/сек^2).$$

Бу ерда $m = 1$ *кг*, $g = 9{,}81$ *м/сек*^{2} деб ҳисобласак, $P = 1$ *кГ* бўлади, яъни кутилган натижанинг худди ўзи чиқади.

15 ва 17-параграфларда чиқарилган муносабатлар муҳим бўлгани ва бирликлар системаларидан тўғри фойдалана билиш зарур бўлгани учун, бир неча мисол келтирамиз.

1-мисол. Оғирлиги 16 *Т* бўлган вагон 5 *м/сек* бошланғич тезлик билан ҳаракат қилмоқда. Тубандаги уч ҳолда вагонга таъсир қилаётган кучнинг ўртача қийматини аниқланг: а) ишқалиш кучлари таъсирида вагон 1 минут ўтгач тўхтайди; б) вагон 15 *сек* давомида тормозланади; в) вагон тўсиққа дуч келиб 0,5 *сек* давомида тўхтайди.

Ечилиши. 17-параграфдаги (4) муносабатдан, яъни куч импульси билан ҳаракат миқдорининг ўзгариши орасидаги муносабатдан вагонга таъсир қилаётган кучнинг ўртача қийматини топамиз:

$$\bar{\mathbf{f}}\,\Delta t = m\mathbf{v}_2 - m\mathbf{v}_1,\ \text{бунда}\ \bar{\mathbf{f}} = \frac{m\mathbf{v}_2 - m\mathbf{v}_1}{\Delta t}.$$

Биз текшираётган ҳолларда вагон тўхтаяпти, шунинг учун унинг охирги тезлиги $\mathbf{v}_2 = 0$. Бундан:

$$\bar{\mathbf{f}} = -\frac{m\mathbf{v}_1}{\Delta t},$$

минус ишораси вагонга таъсир қилаётган кучнинг вагон тезлиги $\mathbf{v}_1$ га қарама-қарши йўналганлигини кўрсатади. Бирликларнинг техник системасидан фойдалансак, вагоннинг массаси $m = \frac{16000}{9,81}$ массанинг техн. бирл. $\cong 1632$ массанинг техн. бирл. бўлади. Шунинг учун $\bar{\mathbf{f}}$ ўртача кучнинг сон қиймати

а) ҳолда:

$$\bar{\mathbf{f}} = \frac{1632\cdot 5}{60}\ кГ = 136\ кГ;$$

б) ҳолда:

$$\bar{f} = \frac{1632 \cdot 5}{15}\ кГ = 544\ кГ;$$

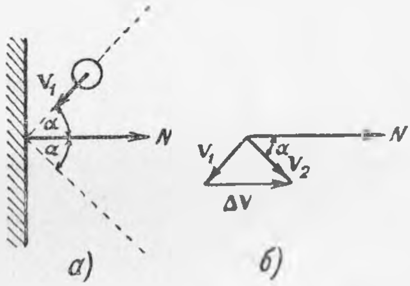
в) ҳолда:

$$\bar{f} = \frac{1632 \cdot 5}{0,5}\ кГ = 16\ 320\ кГ$$

бўлади.

Шундай қилиб, ҳаракат миқдорининг ўзгариши бир хил бўлганда куч шу ҳаракат миқдорининг ўзгариши учун кетган вақтга боғлиқдир: ишқалиш кучларининг таъсирида вагон секин-аста тўхтаётганда бу куч фақат 139 *кГ* бўлса, тўсиққа урилганда, яъни ҳаракат миқдори жуда тез ўзгариб, 0,5 *сек* давомида нолга айланганда, бу куч 16 *Т* дан ҳам ортиб кетади.

2-мисол. Оғирлиги 200 *Г* бўлган коптоқ деворга урилиб, ўз тезлигини йўқотмай қайтади; бундай қайтишда деворга ўтказилган нормал билан коптокнинг урилгунча бўлган траекторияси орасидаги бурчак α, шу нормал билан коптокнинг урилгандан кейинги траекторияси орасидаги бурчакка тенг бўлади (33-*а*, расм). Коптокнинг тезлиги 5 *м/сек*, коптокнинг деворга урилиш муддати $\Delta t = 0,05$ *сек*, $\alpha = 60°$ бўлганда урилиш кучи топилсин.



33-расм. Коптокнинг деворга эластик урилиши.

Ечилиши. 17-параграфдаги (4) формулага асосан:

$$\bar{f}\,\Delta t = m\,(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1) = m\Delta\mathbf{v}, \qquad (3)$$

бундаги $\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ айирма вектор айирмадир. Девор ташқарисига томон йўналган нормалнинг йўналишини мусбат деб ҳисобласак (33-*б* расм):

$$\Delta v = v_2 \cos\alpha - (-v_1 \cos\alpha) = v_2 \cos\alpha + v_1 \cos\alpha$$

бўлади. Масала шартига кўра, коптоқ девордан ўз тезлигини йўқотмай қайтади, яъни

$$v_1 = v_2 = v, \text{ бундан } \Delta v = 2v\cos\alpha;$$

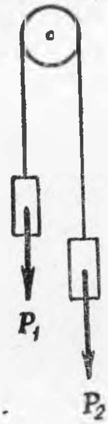
$\Delta\mathbf{v}$ деворга нормал бўйича йўналган. Δv нинг бу қийматини (3) тенгликка қўйиб, урилиш давомида коптокка таъсир қиладиган кучнинг ўртача қиймати $\bar{f}$ ни топамиз:

$$\bar{f} = \frac{2mv \cdot \cos\alpha}{\Delta t},$$

бунда Δt — урилиш муддатидир. Мисолда берилган сон қийматлар учун қуйидагига эга бўламиз:

$$\bar{f} = \frac{2 \cdot 0,2 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2}}{9,81 \cdot 0,05}\ кГ \cong 2\ кГ.$$

3-мисол. Қўзғалмас блокдан ўтказилган арғамчининг (34- расм) учларига P_1 ва P_2 юклар осилган. Ҳаракат ишқалишсиз содир бўлади деб ҳисоблаб, юкларнинг қандай тезланиш билан ҳаракат қилиши аниқлансин.



34-расм. Блокка осиб қўйилган арғамчи учларидаги юкларнинг ҳаракати

Ечилиши. Ҳар бир юкка оғирлик кучи ва арғамчининг таранглик кучи $f_т$ таъсир қилади. Пастга томон йўналишни мусбат деб ҳисоблаймиз. У ҳолда:

$$m_2 w = P_2 - f_т,$$
$$-m_1 w = P_1 - f_т,$$

бунда m_1 ва m_2 — юкларнинг массалари, w — юклар тезланишининг сон қиймати. Биринчи тенгликдан иккинчисини ҳадма-ҳад айирсак,

$$(m_1 + m_2)\, w = P_2 - P_1;$$

аммо P_2 ва P_1 оғирлик кучлари мос равишда $m_2 g$ ва $m_1 g$ ифодаларга тенг, бу ерда g — оғирлик кучининг тезланишидир; шунга кўра:

$$w = g\,\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}. \tag{4}$$

Учларига иккита юк осиғлик арғамчи ўтказилган бу хил блок Ньютоннинг иккинчи қонунини намойиш қилиш учун ишлатиладиган асбобдир („Атвуд машинаси“).

Агар иккала юкни тенг қилиб олсак, унда $m_2 = m_1$ ва (4) тенгликка асосан, юкларнинг тезланиши $w = 0$ бўлади. Бу ҳолда блокда ишқалиш жуда оз бўлса, юкларни оҳистагина туртиб юбориб, яъни уларга бирор v тезлик бериб, уларнинг текис ҳаракат қилишини кўриш қийин эмас. Бир юкни иккинчисидан бир оз оғирроқ қилиб олсак, $m_2 - m_1$ айирма $m_2 + m_1$ йиғиндидан анча кичик бўлади, шунинг учун (4) тенгликка асосан юкларнинг тезланиши w ҳам кичик бўлади. Бу ҳолда юкларнинг бирдай вақт оралиқларида ўтган йўлларини қайд қилиб, уларнинг ҳаракати текис тезланувчан ҳаракатдан иборат бўлишини тушуниб олиш қийин эмас.

§ 19. Нисбийликнинг механик принципи. Ньютоннинг биринчи қонуни инерциал саноқ системасида ўринли бўлишини 14-параграфда кўрдик; бу Ньютоннинг иккинчи қонунига ҳам тааллуқлидир. Ньютоннинг биринчи қонуни, умуман айтганда, иккинчи қонуннинг хусусий ҳоли сифатида қаралиши мумкин. Ҳақиқатан ҳам, иккинчи қонуннинг $\mathbf{f} = m\mathbf{w}$ ифодасида $\mathbf{f} = 0$ деб ҳисобласак $\mathbf{w} = 0$ бўлади. Бундан кўринадики, агар жисмга ҳеч қандай куч таъсир қилмаса (яъни унга ҳеч қандай бошқа жисм таъсир қилмаса, у жисмнинг тезланиши нолга тенг бўлади, яъни у тинч ҳолатда ёки тўғри чизиқли текис ҳаракатда бўлади.

Инерциал системага нисбатан тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётган ҳар қандай системанинг ўзи ҳам инерциал система бўлишини юқорида айтган эдик.

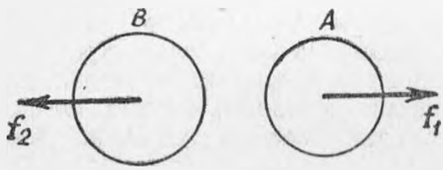
Бир-биридан фарқ қиладиган икки инерциал системага нисбатан битта жисмнинг ҳаракатини текшириб кўрайлик. Бу ҳолда икки системанинг ҳар бирига нисбатан содир бўлаётган ҳаракатлар бир-биридан фақат тезликларнинг ўзгармас айирмасигагина фарқ қилади, холос. Демак, *айни бир жисмнинг ҳар хил инерциал системаларга нисбатан тезланиши бир хил бўлади.* Шунинг учун, Ньютоннинг иккинчи қонунига асосан, иккала инерциал системада шу бир жисмга таъсир қилаётган кучлар ҳам бир хилдир. Тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётган вагоннинг ичидаги бирор жисмга вагонга нисбатан маълум бир тезланиш бериш учун, худди шундай тезланишни вагон тинч турганда бериш учун зарур бўлган кучга тенг куч билан таъсир қилишимиз керак. Бошқача айтганда, тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётган вагон ичидаги ҳамма механик процесслар худди тинч турган вагон ичидагидек бўлади. Бундан шундай хулосага келамизки (албатта, силкиниш ва деразага қараш имконияти ҳисобга олинмаганда), тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётган вагоннинг ичида туриб, бирон механик тажриба ёрдамида вагоннинг тезлигини ва, умуман, унинг тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётганлигини аниқлаш мумкин эмас. Системанинг ичида ўтказилган тажрибалар ёрдамида у системанинг тўғри чизиқли текис ҳаракатини аниқлаш мумкин эмаслигини биринчи марта Галилей тушунтириб берган эди. 1632 йилда Галилей кеманинг ёпиқ каютасидаги ҳодисаларни ўрганиб, қуйидагиларни ёзган эди: „Шундай қилиб (агар кема фақат текис ҳаракат қилаётган бўлса), ҳамма ҳодисаларда ҳам ҳеч қандай ўзгариш сезмайсиз ва бу ҳодисаларнинг биронтаси ҳам сизга кеманинг тинч турганлиги ёки ҳаракат қилаётганлиги ҳақида мулоҳаза юритишга имкон бера олмайди: кема тинч турганда қанча масофага сакрай олсангиз, кема ҳаракатда бўлганда ҳам шунча масофага сакрайсиз, яъни кеманинг қуйруғига қараб сакраганингизда, гарчи кема тез ҳаракат қилаётган бўлса-да ва гавдангиз ҳавода бўлган пайтда у, сакрашингизга қарши томонга анча ўтиб кетса-да, кеманинг тумшуғига қараб сакраганингизга қараганда узоқроқ масофа ўтолмайсиз ва кеманинг қуйруғи яқинида туриб кема тумшуғи яқинида турган дўстингизга бирон нарсани отиш учун аксинча туриб нарса отишдагидан ортиқча куч сарф қилишга зарурият бўлмайди; шипга осилган идишдан томаётган томчилар, гарчи томчи ҳавода бўлган пайтда кема анча илгари кетиб қолса-да, полга тик тушишини ўзгартмайди ва уларнинг биттаси ҳам кеманинг қуйруғига томон оғиб тушмайди. Пашшалар қайси томонга бўлмасин, учишини давом эттира оладилар ва тез кетаётган кемани қувишдан гўё чарчаб унинг қуйруғига яқин турган томонга тўпланиб қолиш каби ҳодиса рўй бермайди“.

Юқорида айтилганларни якунлаб, қуйидаги хулосага келиш мумкин: *инерциал системанинг тинч ҳолатда ёки тўғри чизиқли текис ҳаракатда эканлигини системанинг ичида ўтка-*

вилган ҳеч қандай механик тажрибалар ёрдамида аниқлаб бўлмайди. Механика нуқтаи назаридан ҳамма инерциал системалар мутлақо эквивалентдир. Улардан исталган бирини тинчликда деб ҳисоблаб, бошқа ҳамма инерциал системаларнинг тезликларини унга нисбатан аниқлаш мумкин.

Бу хулоса *нисбийликнинг механик принципи ёки Галилейнинг нисбийлик принципи* деб юритилади.

Эйнштейннинг нисбийлик назарияси бу хулосани умумлаштиради: системанинг ичида ўтказилган электрик, ёруғлик ёки бошқа ҳодисаларга хос тажрибалар ёрдамида, умуман система ичида ўтказилган ҳар қандай тажриба ёрдамида ҳам системанинг тўғри чизиқли текис ҳаракатини пайқаб бўлмайди деб тасдиқлайди.



35- расм. *B* жисм *A* жисмга $\mathbf{f}_1$ куч билан таъсир қилади; *A* жисм ўз навбатида *B* жисмга сон жиҳатидан $\mathbf{f}_1$ кучга тенг, лекин унга қарама-қарши йўналган $\mathbf{f}_2$ куч билан таъсир қилади.

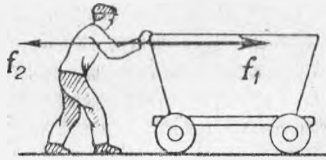
§ 20. Ньютоннинг учинчи қонуни. Ҳаракат миқдорининг сақланиши.

Ньютоннинг учинчи қонуни иккинчи қонуннинг мазмунини тўлдиради, жисмлар ҳаракат ҳолатининг ўзгаришига сабаб бўлувчи шу жисмларнинг таъсири *ўзаро таъсир* характерига эга эканини қайд қилади. Бу қонуннинг таърифи қуйидагичадир: *агар B жисм* (35-расм) *A жисмга* $\mathbf{f}_1$ *куч билан таъсир қилаётган бўлса, A жисм ҳам B жисмга* $\mathbf{f}_2$ *куч билан таъсир қилаётган бўлади ва бу куч сон жиҳатдан* $\mathbf{f}_1$ *кучга тенг бўлиб, қарама-қарши томонга йўналган бўлади, яъни:*

$$\mathbf{f}_1 = -\mathbf{f}_2. \qquad (1)$$

Шуни қайд қилиб ўтиш муҳимки, Ньютоннинг учинчи қонунида айтилган $\mathbf{f}_1$ ва $\mathbf{f}_2$ кучлар („таъсир“ ва „акс таъсир“ кучлари) *бошқа-бошқа жисмларга қўйилган.*

Бир неча мисол келтирайлик: а) киши вагончани итариб бораркан (36-расм), вагончага олдинга қараб йўналган $\mathbf{f}_1$ куч билан таъсир қилади; кишининг қўлларига эса шу кучга тенг ва қарама-қарши томонга йўналган $\mathbf{f}_2$ куч таъсир қилади; б) болға михга уриларкан, болға михга $\mathbf{f}_1$ куч билан таъсир қилади; унга тенг ва қарама-қарши йўналган



36-расм. Киши вагончани $\mathbf{f}_1$ куч билан итаради, сон жиҳатдан $\mathbf{f}_1$ кучга тенг ва унга қарама-қарши йўналган $\mathbf{f}_2$ куч кишининг қўлларига таъсир қилади.

$\mathbf{f}_2$ куч болғага таъсир қилади; в) қудуқдан сув тортишда челакка юқорига қараб йўналган $\mathbf{f}_1$ куч таъсир қилади; унга тенг ва пастга қараб йўналган $\mathbf{f}_2$ куч арқонга таъсир қилади[1].

Ўзаро таъсирлашувчи иккала жисм ҳам тезланиш олади. Агар жисмларнинг массалари m_1 ва m_2, олган тезланишлари эса $\mathbf{w}_1$ ва $\mathbf{w}_2$ бўлса, Ньютоннинг иккинчи қонунига асосан:

$$\mathbf{w}_1 = \frac{\mathbf{f}_1}{m_1}, \quad \mathbf{w}_2 = \frac{\mathbf{f}_2}{m_2},$$

бундан, (1) тенгликка асосан:

$$\mathbf{w}_1 = -\frac{m_2}{m_1}\mathbf{w}_2, \tag{2}$$

яъни ўзаро таъсирлашувчи жисмлар ўз массаларига тескари пропорционал ва бир-бирига қарама-қарши йўналган тезланиш оладилар.

Ньютоннинг учинчи қонунидан жуда муҳим натижа чиқади. A ва B жисмлар ўзаро таъсирлашганда A жисм ҳаракат миқдорининг ўзгариши, 17-параграфдаги (3) формулага асосан,

$$\Delta \mathrm{K}_A = \mathbf{f}_1 \cdot \Delta t_1 \tag{3}$$

бўлади; бунда $\mathbf{f}_1$ куч — A жисмга B жисмнинг таъсир қилаётган кучи, Δt_1 эса $\mathbf{f}_1$ кучнинг таъсир қилиш вақтидир. Бунда $\mathbf{f}_1$ куч Δt_1 вақт мобайнида ўзгармайди деб фараз қилинган эди. B жисм ҳаракат миқдорининг ўзгариши:

$$\Delta \mathrm{K}_B = \mathbf{f}_2 \cdot \Delta t_2$$

бўлади; бунда $\mathbf{f}_2$ куч — B жисмга A жисмнинг таъсир қилаётган кучи, Δt_2 эса $\mathbf{f}_2$ кучнинг таъсир қилиш вақтидир. Ньютоннинг учинчи қонунига асосан:

$$\mathbf{f}_2 = -\mathbf{f}_1.$$

---

[1] A жисмни ҳаракатга келтирувчи B жисмга Ньютоннинг учинчи қонунига биноан таъсир қилувчи $\mathbf{f}_2$ кучни баъзан *инерция кучи* деб атайдилар. Бироқ, ерга таянган киши ва ўз ўрнидан қўзғалаётган вагонча мисолда кўрганимиздек, A ва B жисмларнинг ўзларини бирон аломатига қараб „ҳаракатланувчи" ва „ҳаракатлантирувчи" деб бир-биридан ажратиш мумкин бўлган ҳолдагина $\mathbf{f}_1$ ва $\mathbf{f}_2$ кучларни „ҳаракатлантирувчи" куч $\mathbf{f}_1$ ва „инерция" кучи $\mathbf{f}_2$ деб бир-биридан ажратиш мумкин. Ньютоннинг учинчи қонунида гавдаланаётган A ва B жисмларнинг иккаласи ҳам $\mathbf{f}_1$ ва $\mathbf{f}_2$ кучларнинг иккаласи ҳам бир-бирига мутлақо „тенг ҳуқуқли" эканини тушуниб олиш учун, бир-бирига тенг икки шарнинг ўзаро тўқнашишини тасаввур қилиш етарлидир. Шу сабабли кўрсатилган маънодаги (ньютонча маънодаги) „инерция кучи" терминини сақлаб қолиш учун ҳеч қандай асос йўқ ва биз ундан бу ерда фойдаланмаймиз.

„Инерция кучи" терминининг бошқа маъноси ҳақида 22-параграфга қаранг.

Бундан ташқари, B жисмнинг A жисмга таъсир қилиш вақти Δt_1 ва A жисмнинг B жисмга таъсир қилиш вақти Δt_2 бир-бирига тенг бўлиши муқаррар. Бундан $\mathbf{f}_1\Delta t_1 = -\mathbf{f}_2\Delta t_2$ ва, демак:

$$\Delta \mathbf{K}_A = -\Delta \mathbf{K}_B. \tag{4}$$

Ўзаро таъсир кучи ўзгармас бўлган ҳол учун чиқарилган бу формулани $\mathbf{f}_1$ куч ўзгарувчан бўлган ҳол учун ҳам умумлаштириш мумкин. Бунинг учун жисмларнинг ўзаро таъсир қилиш вақтини шундай кичик Δt_i вақт оралиқларига ажратиш керакки, уларнинг ҳар бири ичида кучни ўзгармас деб ҳисоблаш мумкин бўлсин. Ҳар бир айрим чексиз кичик Δt_i вақт оралиги учун (4) тенглик бажарилади, демак, у бутун ўзаро таъсир вақти учун ҳам бажарилади. Шундай қилиб, (4) тенглик умумий тенгликдир. Унинг маъноси қуйидагича: *ўзаро таъсир натижасида бир жисмнинг ҳаракат миқдори қанчага ортса, иккинчи жисмнинг ҳаракат миқдори шунчага камаяди*, яъни ҳаракат миқдори бир жисмдан иккинчи жисмга узатилади.

(4) формулани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\Delta \mathbf{K}_A + \Delta \mathbf{K}_B = 0, \tag{5}$$

яъни жисмлар ўзаро таъсирлашганда шу жисмлар ҳаракат миқдорларининг умумий ўзгариши нолга тенг. Бундан, бир-бирига таъсир қилаётган жисмларнинг умумий ҳаракат миқдори $\mathbf{K} = \mathbf{K}_A + \mathbf{K}_B$ ўзгармас бўлиши келиб чиқади. Бу хулоса *ёпиқ системани* ташкил қилувчи исталган сондаги жисмлар учун умумлаштирилиши мумкин. Ёпиқ система шундай системаки, уни ташкил қилувчи жисмлар бир-бири билан ўзаро таъсирлашади, лекин бу системага нисбатан ташқи бўлган бошқа жисмлар билан ўзаро таъсирлашмайди. Системани n та жисмдан иборат деб ҳисобласак ва уларнинг ҳаракат миқдорларини мос равишда $\mathbf{K}_1$, $\mathbf{K}_2$, $\mathbf{K}_3$, . . . , $\mathbf{K}_n$ билан белгиласак,

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2 + \mathbf{K}_3 + \ldots + \mathbf{K}_n = \text{const} \tag{6}$$

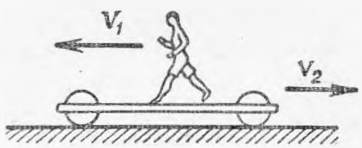
бўлади, бошқача айтганда *ёпиқ системанинг тўла ҳаракат миқдорининг вектори, яъни ёпиқ системани ташкил қилувчи жисмлар ҳаракат миқдорларининг вектор йиғиндиси бутун ҳаракат давомида ўзгармай қолаверади.*

Ҳаракат миқдорининг сақланиш қонуни деб аталадиган бу қонун физиканинг асосий қонунларидан биридир. Бу қонун фақат макроскопик жисмларнинг ўзаро таъсирлари учунгина тўғри бўлиб қолмай, балки микроскопик заррачаларнинг, яъни айрим атомлар, атом ядролари, электронлар ва бошқаларнинг ўзаро таъсири учун ҳам тўғридир.

Ҳаракат миқдорининг сақланиш қонунини яхши тушуниб олиш учун қуйидаги мисолни кўрайлик: m_1 массали одам Ерга нисбатан қўзғалмас бўлган аравача устида тинч ҳолатда турибди; аравачанинг массаси m_2. Уларнинг умумий ҳаракат миқдори нолга тенг. Агар одам аравачада Ерга нисбатан $\mathbf{v}_1$ тезлик билан югура бошласа (37- расм), у олган ҳаракат миқдори m_1v_1 бўлади; ишқалиш кучлари бўлмаган ҳолда аравача олган ҳаракат миқдори $m_2v_2 = -m_1v_1$ бўлади, чунки умумий ҳаракат миқдори $m_1v_1 + m_2v_2$ нолга тенглигича қолавериши керак. Демак, аравача Ерга нисбатан

$$v_2 = -\frac{m_1}{m_2} v_1$$

тезлик олади. Бунда минус ишораси $\mathbf{v}_2$ тезликнинг йўналиши одамнинг югуриш йўналишига тескари йўналишда эканини кўрсатади. Аравачанинг ҳаракати одам тўхтагунча давом этади. Одам аравача устида тўхтаганда, унинг ҳаракат миқдори яна нолга тенг бўлиб қолади. У ҳолда аравачанинг ҳаракат миқдори ҳам нолга тенг бўлиб қолади: у тўхтайди.



37-расм. Киши аравача устида $\mathbf{v}_1$ тезликда югуради; аравача қарама-қарши томонга $\mathbf{v}_2$ тезликда ҳаракат қилади.

Шарларнинг эластик бўлмаган урилишларини ҳам кўрайлик. Ҳаракат миқдорининг сақланиш қонуни бир-бирига тўқнашгунча v_1 ва v_2 тезликларга эга бўлган, m_1 ҳамда m_2 массали икки шарнинг эластик бўлмаган марказий (шарларнинг тезликлари уларнинг марказларини бирлаштирувчи тўғри чизиқ бўйича йўналган) урилишдан сўнг қандай v тезликка эга бўлишларини аниқлашга имконият туғдиради.

Эластик бўлмаган урилишда иккала шар бир-бирига тўқнашгандан сўнг бир хил v тезлик билан ҳаракат қилади. Ундан ташқари, урилиш марказий бўлгани учун v_1, v_2 ва v тезликлар бир тўғри чизиқ бўйлаб йўналган бўлади.

Бундан, ҳаракат миқдорининг сақланишига асосан,

$$m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)\,v,$$

бундан

$$v = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}.$$

Энди икки A ва B жисмларга, уларнинг ўзаро таъсири $\mathbf{f}_1$ ва $\mathbf{f}_2$ дан ташқари, $\mathbf{F}_1$ ва $\mathbf{F}_2$ ташқи кучлар ҳам таъсир қилаётган ҳолни кўрайлик; бу ҳолда у жисмларнинг ҳар бири учун

$$\Delta\mathbf{K}_A = \mathbf{f}_1\Delta t + \mathbf{F}_1\Delta t;\quad \Delta\mathbf{K}_B = \mathbf{f}_2\Delta t + \mathbf{F}_2\Delta t$$

бўлади. Бу тенгликларни ҳадлаб қўшамиз: Ньютоннинг учинчи қонунига асосан $\mathbf{f}_1+\mathbf{f}_2=0$ бўлгани учун:

$$\Delta(\mathbf{K}_A+\mathbf{K}_B)=(\mathbf{F}_1+\mathbf{F}_2)\Delta t.$$

Иккала жисм учун тўла ҳаракат миқдорини $\mathbf{K}=\mathbf{K}_A+\mathbf{K}_B$ билан ва ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчисини $\mathbf{F}=\mathbf{F}_1+\mathbf{F}_2$ билан белгиласак,

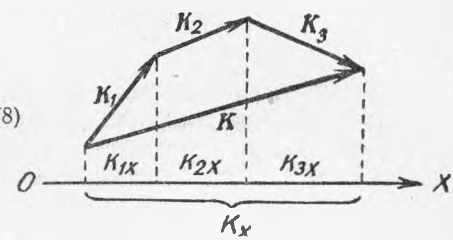
$$\Delta\mathbf{K}=\mathbf{F}\cdot\Delta t. \tag{7}$$

Худди шундай тенглик бир-бири билан ўзаро таъсирлашаётган исталган сондаги жисмлар учун ҳам тўғридир. Шундай қилиб, *жисмлар системаси тўла ҳаракат миқдорининг ўзгариши ташқи кучлар тенг таъсир этувчисининг импульси билан аниқланади.* Агар ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчиси нолга тенг бўлса, тўла ҳаракат миқдорининг ўзгариши ҳам нолга тенг бўлади ва, демак, тўла ҳаракат миқдорининг вектори ўзгармас бўлиб қолади: (7) тенглик яна (6) тенгликка олиб келади.

Системани ташкил қилувчи жисмлар орасидаги ўзаро таъсир кучларини *ички кучлар* деб атаб, қуйидагини айтишимиз мумкин: *ички кучлар таъсирида система ўзининг тўла ҳаракат миқдорини ўзгартира олмайди.* Ички кучлар таъсирида системанинг фақат айрим қисмларигина бир-бирига нисбатан ҳаракатга келиши мумкин. Масалан, паровоз фақат бугнинг поршенга таъсир қилаётган кучи таъсиридагина ҳаракатга келмайди; паровоз унинг ғилдираклари билан рельслар орасида ишқалиш кучи *ташқи куч* сифатида вужудга келгани туфайли ҳаракатлана бошлайди. Ғилдиракларнинг таъсир қилувчи ишқалиш кучи паровозни қўзғатади. Ньютоннинг учинчи қонунига асосан, ўша кучга тенг бўлган ва қарама-қарши томонга йўналган куч рельсларга таъсир қилади; бу куч рельсларни орқага итаради. Рельслар ер шари билан маҳкам бириктирилгани учун уларнинг силжиши роль ўйнамайди. Паровоз олган ҳаракат миқдори ер шарига узатилган ҳаракат миқдорига тенгдир. Ер шарининг массаси паровознинг массасига нисбатан жуда катта бўлгани учун ер шари олган тезлик жуда кичик бўлади.

Йиғинди векторнинг бирор йўналишга проекцияси қўшилувчи векторларнинг шу йўналишдаги проекциялари йиғиндисига тенг бўлгани учун (38-расм) (7) тенгликка асосан, системани ташкил қилувчи жисмлар ҳаракат миқдорларининг ихтиёрий йўналишга проекциялари йиғиндисининг ўзгариши ташқи кучлар импульсларининг шу йўналишдаги проекциялари йиғиндиси билан аниқланади. Агар шундай йўналишлар сифатида тўғри чизиқли тўғри бурчакли координаталар системасининг OX, OY, OZ ўқларини олсак, n та жисмдан ташкил бўлган система учун қуйидагиларга эга бўламиз:

$$\left.\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n} \Delta K_{xi} &= \sum_{i=1}^{n} F_{xi}\,\Delta t, \\ \sum_{i=1}^{n} \Delta K_{yi} &= \sum_{i=1}^{n} F_{yi}\,\Delta t, \\ \sum_{i=1}^{n} \Delta K_{zi} &= \sum_{i=1}^{n} F_{zi}\,\Delta t \end{aligned}\right\} \quad (8)$$



38-расм. Натижавий **K** векторнинг $\mathbf{K}_x$ проекцияси қўшилувчи векторлар проекцияларининг йиғиндисига тенг.

Чексиз кичик вақт оралиқларига ва шунга мос равишда ҳаракат миқдорлари проекцияларининг чексиз кичик ўзгаришларига ўтсак,

$$\left.\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n} \frac{dK_{xi}}{dt} &= \sum_{i=1}^{n} F_{xi}, \\ \sum_{i=1}^{n} \frac{dK_{yi}}{dt} &= \sum_{i=1}^{n} F_{yi}, \\ \sum_{i=1}^{n} \frac{dK_{zi}}{dt} &= \sum_{i=1}^{n} F_{zi} \end{aligned}\right\} \quad (8a)$$

бўлади, яъни ҳаракат миқдорларининг ҳар бир координата ўқдаги проекцияларидан вақт бўйича олинган ҳосилаларнинг йиғиндиси ташқи кучларнинг шу ўқдаги проекциялари йиғиндисига тенг.

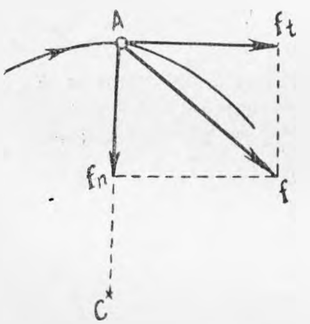
Агар ташқи кучларнинг бирор ўққа проекциялари йиғиндиси нолга тенг бўлса, (8) тенгликларга асосан, системани ташкил қилган жисмлар ҳаракат миқдорларининг ўша ўқдаги проекциялари йиғиндиси ўзгармас бўлиб қолади. Ташқи кучларнинг йиғиндиси нолга тенг бўлганда ҳамма жисмлар ҳаракат миқдорларининг учала ўқдаги проекциялари йиғиндилари ҳам ўзгармас бўлади:

$$\left.\begin{aligned} K_x &= \sum_{i=1}^{n} K_{xi} = \text{const}, \\ K_y &= \sum_{i=1}^{n} K_{yi} = \text{const}, \\ K_z &= \sum_{i=1}^{n} K_{zi} = \text{const}. \end{aligned}\right\} \quad (6a)$$

§ 21. Эгри чизиқли ҳаракатда таъсир қилувчи кучлар. f куч вектори билан вужудга келтирилган w тезланиш орасидаги боғланишни Ньютоннинг иккинчи қонуни ифодалайди:

$$\mathbf{f} = m\mathbf{w}. \qquad (1)$$

Бу боғланиш умумий бўлиб, ҳар қандай ҳаракат учун: тўғри чизиқли ҳаракат учун ҳам, эгри чизиқли ҳаракат учун ҳам тўғридир. Аммо эгри чизиқли ҳаракатнинг ҳар хил турларини ўрганиш жуда муҳим бўлгани учун, бу ҳаракатда таъсир этувчи кучларни мукаммалроқ текширамиз. (1) тенглик кўрсатадики, куч ва тезланиш ҳар бир муайян пайтда бир хил йўналишга эга бўлади. 11-параграфда кўриб ўтдикки, эгри чизиқли ҳаракатда тезланиш траекторияга ўтказилган уринма бўйича йўналган бўлмайди, балки у билан бирор бурчак ташкил қилади ва уни иккита ташкил этувчига w_t тангенциал тезланишга ва w_n нормал тезланишга ажратиш мумкин. Бундан келиб чиқадики, эгри чизиқли ҳаракат қилаётган жисмга таъсир қилаётган f куч ҳам ҳар бир берилган пайтда ҳаракатнинг йўналиши билан бирор бурчак ташкил қилади ва иккита $\mathbf{f}_t$ тангенциал ва $\mathbf{f}_n$ нормал ташкил этувчиларга ажратилиши мумкин.



39-расм. Кучни тангенциал ва нормал ташкил этувчиларга ажратиш.

Биринчи f_t ташкил этувчи траекторияга ўтказилган уринма бўйича йўналган бўлади. Иккинчи f_n ташкил этувчи эса нормал бўйича, яъни эгрилик радиуси бўйича эгрилик марказига йўналган бўлади (39-расм). Шунинг учун кучнинг f_n нормал ташкил этувчиси кучнинг *марказга интилма ташкил этувчиси* деб ҳам аталади.

39-расмдан кўринишича, тўла куч f нинг сон қиймати:

$$f = \sqrt{f_t^2 + f_n^2} \qquad (2)$$

бўлади. Кучнинг f_t тангенциал ва f_n нормал ташкил этувчилари тезланишнинг w_t тангенциал ва w_n нормал ташкил этувчилари билан қуйидагича боғланган бўлади:

$$f_t = mw_t, \quad f_n = mw_n. \qquad (3)$$

11-параграфдаги (5) тенгликка асосан тезланишнинг нормал ташкил этувчиси $w_n = \frac{v^2}{R}$, бунда v — жисмнинг чизиқли тезлиги ва R — траекториянинг берилган нуқтадаги эгрилик радиусидир. Шунинг учун:

$$f_n = m\frac{v^2}{R}. \tag{4}$$

Жисм эгри чизиқ бўйича текис ҳаракат қилаётган бўлса (тезлик сон қиймати бўйича ўзгармас тезланишнинг тангенциал ташкил этувчиси нолга тенг), кучнинг тангенциал ташкил этувчиси нолга тенг бўлади ва таъсир қилаётган куч бутунлай марказга интилма куч бўлади. Бу куч траекторияга ўтказилган нормал бўйича таъсир қилиб, жисмни узлуксиз бурилиб боришга мажбур этади, лекин унинг тезлигини сон жиҳатдан ўзгартирмайди; агар бу куч бўлмаса жисм тўғри чизиқли ҳаракат қилади.

Жисм айлана бўйича ҳаракатланаётганда (4) формуладаги v чизиқли тезликни ω бурчак тезлик билан алмаштириш ёки уни T айланиш даври, ёки n айланишлар сони орқали ифодалаш мумкин. У ҳолда, $v = \omega R = 2\pi\frac{R}{T} = 2\pi nR$ муносабатларга асосан (12-параграфга қаранг), марказга интилма куч

$$f_n = m\omega^2 R = 4\pi^2 m\frac{R}{T^2} = 4\pi^2 mn^2 R \tag{4a}$$

бўлади.

Ньютоннинг учинчи қонунига асосан, эгри чизиқ бўйича ҳаракат қилаётган жисмга таъсир қилаётган марказга интилма куч билан бир қаторда, унга тенг бўлган ва тескари йўналган иккинчи куч ҳам мавжуддир. Бу куч ҳаракатланаётган жисмни бурилишга мажбур этувчи жисмга („боғланишларга") қўйилган бўлади ва *марказдан қочирма* куч дейилади. Демак, марказга интилма ва марказдан қочирма кучлар Ньютоннинг учинчи қонунига асосан мавжуд бўладиган кучлардир; улар бошқа-бошқа жисмларга қўйилган бўлади. Масалан, тош ипга боғлаб айлантирилганда марказга интилма куч тошга қўйилган, марказдан қочирма куч эса ипга қўйилган бўлади; эгри чизиқли йўлдан кетаётган трамвайда марказга интилма куч трамвайга қўйилган, марказдан қочирма куч эса рельсларга қўйилган бўлади. Ер атрофида айланаётган Ойни текширсак марказга интилма куч Ойга қўйилган, марказдан қочирма куч эса Ерга қўйилган бўлади.

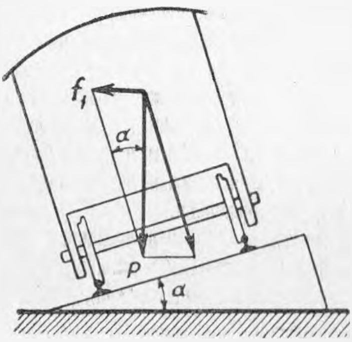
Марказдан қочирма инерцион куч деб аталувчи куч ҳақида кейинроқ сўзлаймиз (§ 22).

Бир неча мисоллар кўрайлик.

Поезд ғилдиракларининг рельсларга қиладиган ёнлама босимини камайтириш мақсадида йўл айланган жойлардаги темир йўл изи кўтармаси бир оз қияроқ қилиб қўйилади. Йўлнинг R эгрилик радиусли жойида v тезлик билан кетаётган вагон рельсларга ёнлама босим бермаслиги учун, шу жойдаги темир йўл изи кўтармасининг горизонт билан қандай α бурчак ташкил этадиган қилиб олиш кераклигини ҳисоблаймиз.

P оғирлик кучининг эгрилик марказига йўналган ва темир йўлнинг реакцияси билан мувозанатлашмайдиган f_1 ташкил этувчиси (40-расм) вагонни бурилишга мажбур этувчи марказга интилма куч бўлиб қолган ҳолдагина вагон рельсларга ёнлама босим бермайди. Демак, қуйидаги шарт бажарилиши керак:

$$f_1 = P\,\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{mv^2}{R}, \qquad (5)$$



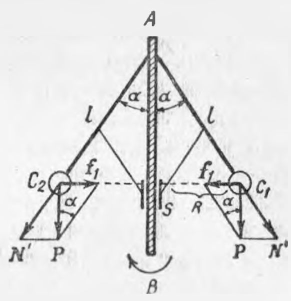
40-расм. Оғирлик кучининг f_1 ташкил этувчиси вагоннинг бурилишига сабаб бўлади

бунда m — вагоннинг массаси. Вагоннинг оғирлиги $P = mg$ бўлгани учун, (5) тенгликка асосан, йўлнинг изланаётган қиялиги қуйидаги тенгликни қаноатлантирувчи α бурчак билан аниқланади:

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{v^2}{Rg}. \qquad (6)$$

Бу (6) формулага вагоннинг массаси кирмасдан, фақат R эгрилик радиуси ва v тезлик кирар экан. Темир йўлларнинг бурилиш жойидаги қиялиги поездлар йўлнинг шу жойидан қандай ўртача тезлик билан ўтишига мослаб белгиланади; у ҳолда секинроқ юрган поездлар ички рельсга ёнлама босим берадилар, тезроқ юрган поездлар эса ташқи рельсга ёнлама босим берадилар.

Иккинчи мисол сифатида буғ машинасидаги марказдан қочирма регуляторнинг қандай ишлашини кўрамиз; бу регуляторнинг схемаси 41-расмда кўрсатилган. Вертикал AB стерженнинг юқориги A учига шарнирлар ёрдамида ҳар бирининг узунлиги l бўлган икки стержень бириктирилган бўлиб, уларнинг учларида C_1 ва C_2 шарлар бор. AC_1 ва AC_2 стерженлар шарнирлар ёрдамида бошқа икки стержень билан бириктирилган. Кейинги стерженларнинг пастки учлари S муфтани суриб юрадилар. Регулятор вертикал AB ўқ атрофида айланади. Унинг айланиш тезлиги ўзгарганда AC_1 ва AC_2 стерженларнинг очилиш бурчаги ҳам ўзгаради ва натижада S муфта силжийди; S муфта буғ машинасининг цилиндрига буғнинг киришини тартибга солиб турувчи механизм билан бириктирилган.



41-расм. Марказдан қочирма регулятор.

Регулятор айланишининг ω бурчак тезлиги берилганда AC_1 ва AC_2 стерженларнинг α очилиш бурчагини аниқлаймиз.

AC_1 стержень оғма ҳолда турганда C_1 шарнинг вертикал пастга йўналган $P = mg$ оғирлик кучи стерженнинг реакцияси билан мувозанатлашмайди; $\mathbf{P}$ кучни стержень бўйича йўналган $\mathbf{N}'$ куч ва горизонтал йўналган $\mathbf{f}_1$ кучдан иборат икки ташкил этувчига ажратамиз. $\mathbf{N}'$ ташкил этувчи стерженнинг реакцияси билан мувозанатда бўлади; $\mathbf{f}_1$ ташкил этувчи эса шарни бурилишга ва AB стержень атрофида айлана бўйича ҳаракатланишга мажбур этаётган марказга интилма куч бўлади. Шунга кўра, қуйидаги шарт бажарилиши керак:

$$f_1 = m\omega^2 R. \qquad (7)$$

Аммо 41-расмдан:

$$f_1 = P\,\mathrm{tg}\,\alpha = mg\,\mathrm{tg}\,\alpha, \quad R = l\sin\alpha,$$

бундан, (7) тенгликка асосан:

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{l\,\omega^2 \sin\alpha}{g}$$

ёки

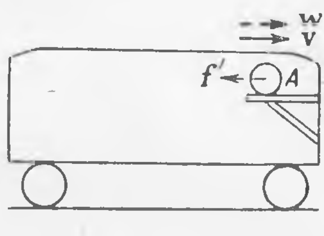
$$\sin\alpha\left(\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{l\omega^2}{g}\right) = 0.$$

Бундан иккита ечимга эга бўламиз:

$$\cos\alpha = \frac{g}{l\omega^2} \qquad (8)$$

ва иккинчи ечим: $\sin\alpha = 0$, яъни $\alpha = 0$. Бу иккинчи ечим аҳамиятга эга эмас, чунки регуляторнинг тузилиши $\alpha = 0$ бўлишига йўл қўймайди; биринчи ечим қидирилаётган α бурчакнинг қийматини аниқлайди: ω катталашса, α бурчак ҳам катталашади.

§ 22. Тезланишли системалар. Инерция кучлари. Бирор саноқ системаси ичида ўтказилган ҳар қандай механик тажрибалар ёрдамида ҳам шу система тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаптимийўқми эканини аниқлаб бўлмаслигини 19-параграфда кўрган эдик. Системанинг ҳар қандай тезланиши эса унинг ичида бўлаётган механик ҳодисаларга таъсир қилади.



42-расм. A шар тезланувчан вагондан орқада қола бошлайди.

Энди система тезланишининг система ичидаги процессларга таъсирини мукаммалроқ текширамиз. Бунинг учун мисол тариқасида яна ҳаракатланувчи вагонни оламиз. Фараз қиламиз, вагон дастлаб ўзгармас **v** тезлик билан, 42-расмда стрелка билан кўрсатилган йўналишда тўғри чизиқли ҳаракат қилаётган бўлсин. Вагоннинг олдинги деворидаги горизонтал токчада m массали A шар турибди. Токчани абсолют силлиқ деб фараз қиламиз, бунда у билан шар орасида ҳеч қандай ишқалиш кучи вужудга келмайди. Вагон ичида содир бўлаётган ҳодисаларни кузатишни жисмларнинг қуйидаги икки системасидан бирига, яъни: 1) темир йўл изи кўтармаси билан боғлиқ ва 2) вагон билан боғлиқ иккита системадан бирига нисбатан текшириб кўрайлик. Вагон тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётганда шарга (бир-бирини мувозанатда ушлаб турувчи оғирлик кучи ва таянчнинг реакция кучидан ташқари) ҳеч қандай куч таъсир қилмайди. Энди, вагон ўзгармас **w** тезланиш олди, деб фараз қиламиз; бу тезланиш вагоннинг **v** тезлиги билан бир хил йўналган бўлсин; вагоннинг ҳаракати борган сари тезлаша боради.

Бу ҳолда шарнинг ҳаракати кўрсатилган иккита саноқ системасининг ҳар бирига нисбатан қандай бўлади?

Дастлаб шарнинг ҳаракатини темир йўл изи кўтармаси билан боғлиқ саноқ системасига нисбатан аниқлаймиз. Шар темир йўл изига нисбатан аввалги **v** тезлик билан ҳаракат қилаверади, чунки унга ҳеч қандай горизонтал куч таъсир қилмайди. Лекин вагон тезроқ кета бошлагани учун, шар вагондан орқада қола бошлайди.

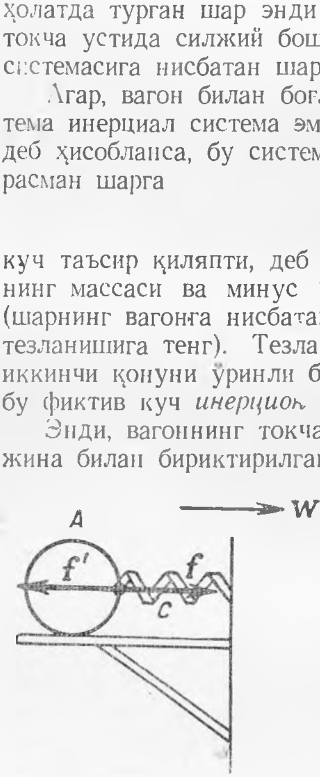
Шундай қилиб, илгари вагоннинг токчасига нисбатан тинч ҳолатда турган шар энди вагоннинг ҳаракатига тескари йўналишда токча устида силжий бошлайди. Демак, вагон билан боғлиқ саноқ системасига нисбатан шар — **w** тезланиш олди.

Агар, вагон билан боғлиқ бўлган саноқ системасида (бу система инерциал система эмас) Ньютоннинг иккинчи қонуни ўринли деб ҳисобланса, бу системада тезланишнинг вужудга келишини, расман шарга

$$\mathbf{f}' = m(-\mathbf{w})$$

куч таъсир қиляпти, деб тушунтириш мумкин; бу ерда m — шарнинг массаси ва минус **w** — унинг вагонга нисбатан тезланиши (шарнинг вагонга нисбатан тезланиши сон жиҳатдан вагоннинг тезланишига тенг). Тезланишли саноқ системасида Ньютоннинг иккинчи қонуни ўринли бўлиши учун киритишга тўғри келадиган бу фиктив куч *инерцион куч* ёки *инерция кучи* дейилади.

Энди, вагоннинг токчасида турган шар вагон деворига C пружина билан бириктирилган, деб фараз қиламиз (43-расм). У ҳолда вагон тезланувчан ҳаракат қилса, пружина етарли даражада чўзилгунча, яъни пружинанинг чўзилиши туфайли пайдо бўладиган куч шарга вагоннинг тезланишига тенг бўлган **w** тезланиш бера оладиган бўлгунча шар вагондан орқада қолиб боради. Бошқача айтганда, пружина шарни вагон орқасидан **f** куч билан *тортиб* боради; бу куч шарга қўйилган бўлиб, *вагоннинг* **w** *тезланиши билан бир хил йўналган* ва сон жиҳатдан $m\mathbf{w}$ кўпайтмага тенг бўлади, бунда m — шарнинг массаси. Ньютоннинг учинчи қонунига асосан, пружинага қўйилган иккинчи $\mathbf{f}_1 = -\mathbf{f}$ куч ҳам мавжуд бўлади; бу кучнинг йўналиши вагон тезланиши йўналишига қарама-қарши бўлади.



43-расм. Пружина шарни тезланувчан ҳаракатдаги вагон кетидан **f** куч билан торта боради; шар худди шунча **f'** куч билан пружинани чўзади.

Вагон билан боғлиқ саноқ системасига нисбатан қаралганда, пружина чўзилиб бўлгач, шар яна вагонга нисбатан тинч ҳолатда бўлиб қолади. Демак, бу саноқ системасида шарга қўйилган кучлар йиғиндиси, Ньютоннинг иккинчи қонунига кўра, нолга тенг бўлиши керак. Бу шартни қаноатлантириш учун шарга $\mathbf{f}'$ инерцион куч қўйилган ва у пружинанинг шарга таъсир қилаётган $\mathbf{f}$ кучи билан мувозанатда бўлади, деб ҳисоблашимиз керак. Бу инерцион куч $\mathbf{f}' = \mathbf{f}_1$; шундай қилиб, Ньютоннинг учинчи қонунига мувофиқ вужудга келадиган ва пружинага („боғланишлар“ га) қўйилган $\mathbf{f}_1$ кучни тезланишга эга бўлган системада жисмнинг ўзига (A шарга) қўйилган деб ҳисоблаймиз. Вагон билан боғлиқ тезланишли системадан фойдаланиб, динамика масаласини статика масаласи билан, шарнинг мувозанати ҳақидаги масала билан алмаштирамиз. Бунинг учун, айтиб ўтилганидек, биз A шарга ҳақиқатда таъсир қилаётган $\mathbf{f}$ кучдан ташқари, боғланишга таъсир қилаётган $\mathbf{f}_1$ куч ҳам қўйилган деб ҳисоблаймиз. Тезланувчан ҳаракатнинг ҳар қандай ҳолида ҳам динамика масаласини кўрсатилган тарзда статика масаласи билан алмаштириш мумкин.

m массали моддий нуқтага $\mathbf{f}$ куч таъсир қилаётир деб фараз қилайлик. Бу моддий нуқтанинг ҳаракат тенгламаси Ньютоннинг иккинчи қонуни билан ифодаланади:

$$\mathbf{f} = m\mathbf{w},$$

бунда $\mathbf{w}$ — моддий нуқтанинг олган тезланиши. Бу тенгламани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\mathbf{f} + (-m\mathbf{w}) = 0.$$

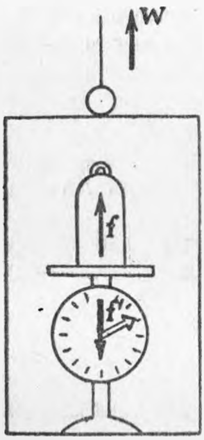
$\mathbf{f}_1 = -m\mathbf{w}$ катталик, Ньютоннинг учинчи қонунига асосан, текширилаётган моддий нуқтага тезланиш бераётган жисмларга қўйилган кучдир. Агар, фикран, $\mathbf{f}' = \mathbf{f}_1$ кучни моддий нуқтанинг ўзига таъсир қиляпти деб ҳисобласак ва уни *инерция кучи* деб атасак,

$$\mathbf{f} + \mathbf{f}' = 0$$

бўлади, яъни *ҳар бир муайян пайтда инерция кучи ва моддий нуқтага қўйилган куч мувозанатда бўлади*. Бу хулоса *Даламбер принципи* деб аталади.

Инерцион кучларнинг вужудга келишига яна бир неча мисол кўрайлик. Лифтнинг полида m массали жисм турган бўлсин. Агар лифт юқорига $\mathbf{w}$ тезланиш билан кўтарилаётган бўлса, жисм ҳам шундай тезланиш олади. Шу жисмга лифтнинг поли оғирлик кучини мувозанатловчи босимдан ташқари, қўшимча босим билан таъсир қилганлиги туфайли жисм бу тезланишни олади. Бу қўшимча босим кучи $\mathbf{f} = m\mathbf{w}$. Ньютоннинг учинчи қонунига асосан, жисм ўз навбатида полни қўшимча $\mathbf{f}_1 = -\mathbf{f}$ куч билан босади. Агар жисм бевосита полда бўлмай, пружинали тарозининг палласида бўлса (44-расм), бу $\mathbf{f}_1$ куч тарозини босади. Тарозининг пружинаси кўпроқ сиқилади ва лифтнинг тезланиши бўлмаганда тарози жисмнинг **P** оғирлигини кўрсатадиган бўлса, энди $\mathbf{P}' = \mathbf{P} + \mathbf{f}'$ оғирликни кўрсатади; бунда $\mathbf{f}' = \mathbf{f}_1$.

Агар лифт **w** тезланиш билан пастга тушаётган бўлса, худди шундай тезланиш билан жисм ҳам пастга қараб ҳаракат қилади. Жисмга таъсир қилаётган оғирлик кучининг бир қисми унга тезланиш беради. Кучнинг бу қисми $\mathbf{f} = m\mathbf{w}$ бўлади, шунинг учун жисмнинг тарозига босими қуйидагига тенг бўлади:



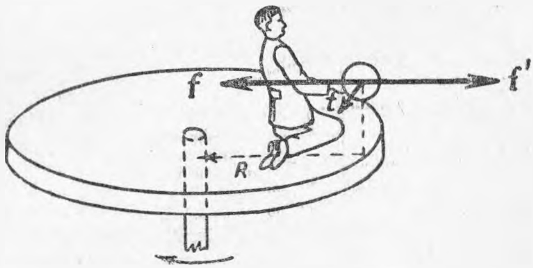
44-расм. Юқорига қараб тезланувчан ҳаракат қилаётган лифт юкка тезланиш беради. Юкка **f** куч таъсир қилади; худди шунча $\mathbf{f}_1$ куч билан юк тарозининг палласини босади.

$$\mathbf{P}' = \mathbf{P} - \mathbf{f}.$$

Ҳар иккала ҳолда ҳам тарозининг кўрсатиши лифтнинг тезланиши бўлмаган ҳолдаги кўрсатишидан (P оғирликдан) бошқача бўлади. Бунга сабаб шуки, биз динамик масалани, яъни жисмнинг **w** тезланиш билан қилаётган ҳаракатини кўраётирмиз. Лифт билан боғлиқ саноқ системасига нисбатан эса, ҳар икки ҳолда ҳам юк тинч турган бўлади ва тарози кўрсатишининг ўзгаришини жисмнинг оғирлиги ўзгарди деб, унинг ҳақиқий P оғирлигига инерцион **f′** куч қўшилди деб тушунтириш мумкин (агар лифтнинг **w** тезланиши юқорига йўналган бўлса, бу **f′** куч **P** билан бир хил йўналган бўлади, агар лифтнинг **w** тезланиши пастга йўналган бўлса, **f′** куч **P** га қарама-қарши йўналган бўлади).

Айланаётган системада вужудга келадиган инерцион кучлар ҳам юқоридагига ўхшаш тарзда тушунтирилади. Вертикал ўқ атрофида айлана оладиган горизонтал диск устидаги кишининг қўлида m массали тош бўлсин (45-расм). Тош диск билан бирга ҳаракат қилиши учун, яъни R радиусли айлана чизиб бориши учун (бунда R — дискнинг айланиш ўқидан тошгача бўлган масофа), тошга $w_n = \omega^2 R$ марказга интилма тезланиш бериш керак; бунда ω — дискнинг бурчак тезлиги. Бунинг учун *тошга марказга интилма куч $f = m\omega^2 R$ қўйилиши лозим.* Киши тошнинг бурилиб бориши учун уни узлуксиз равишда ўзига тортиб туриши керак. Агар **f** куч бўлмаса эди, тош t уринма бўйича ҳаракат қила бошлаган бўлар эди. Ньютоннинг учинчи қонунига асосан, тош кишининг қўлларига $\mathbf{f}_1 = -\mathbf{f}$ куч билан таъсир қилади; бу $\mathbf{f}_1$ куч кишининг қўлларига қўйилган ва дискнинг марказидан ташқарига йўналган; 21-параграфда бу куч *марказдан қочирма куч* деб аталган эди.

Аммо, агар бутун процессни диск билан бирга айланувчи саноқ системасига нисбатан олиб қарасак, тош бу системада қўзғалмас бўлади ва унга **f** куч билан таъсир қилиш зарурияти диск айланганда тошга дискнинг марказидан ташқарига қараб йўналган $\mathbf{f}' = \mathbf{f}_1$ куч таъсир қилаётганлигидан келиб чиқади деб тушунтирилиши мумкин. Бу куч ҳам тезланувчан ҳаракатдаги вагон ёки лифт мисолида кўрилган инерцион кучларга ўхшаган инерцион кучдир.



45-расм. Айланаётган диск устида ўтирган киши юкни **f** куч билан ўзига тортади ва шу билан уни айланишга мажбур қилади.

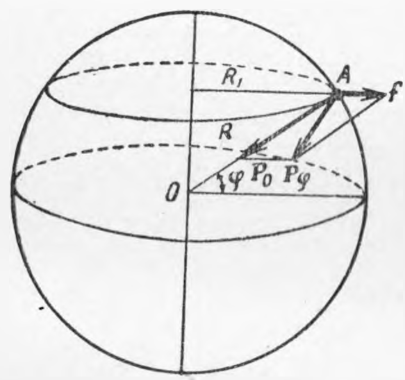
Айланма ҳаракатдаги системаларда таъсир қиладиган инерцион кучни баъзан *марказдан қочирма инерцион куч* деб атайдилар. Уни 21-параграфда муҳокама қилинган *ҳақиқий* марказдан қочирма куч билан алмаштириб юбормаслик керак.

Биз кундалик ҳаётимизда инерцион кучларга тез-тез дуч келамиз. Масалан, трамвай тўсатдан тормозланса ёки катта тезлик билан бурила бошласа, биз трамвайга нисбатан мос равишда ё олдинга, ёки бурилишга нисбатан ташқари томонга отилиб кетамиз. Бунга сабаб шуки, биз илгариги тезлигимизни сақлаб қоламиз, трамвайнинг вагони эса тезланиш олади. Вагон билан боғлиқ саноқ системаларига нисбатан бу нисбий силжишлар кучларнинг (инерцион кучларнинг) таъсири натижасида юз беради. Тезланишли ҳар қандай системада бу инерцион кучларни инерцион системада таъсир қиладиган кучларга қўшимча сифатида ҳисобга олиш керак бўлади.

Эйнштейн умумий нисбийлик назариясида инерция кучлари ҳақидаги масалани махсус маънода талқин қилишга уринади. Эйнштейннинг нуқтаи назарига кўра, инерция кучлари тортишиш кучларига эквивалентдир. Лифтнинг тезланиши натижасида юк (**w** тезланишнинг қандай йўналганига қараб) оғирроқ ёки енгилроқ бўлиб қолганга ўхшайди, яъни инерция кучлари оғирлик кучларига эквивалент бўлишини кўриб ўтдик.

Шундай қилиб, бирор системанинг тезланиши бу системада тортишиш кучларининг вужудга келишига эквивалент бўлиб чиқади. Аммо В. А. Фок бундай эквивалентлик жуда катта фазо ва вақт масштабида тўғри бўлмаслигини кўрсатди. Инерциал саноқ системаси, яъни қўзғалмас юлдузлар билан боғланган система имтиёзли система бўлади ва бу системада тезланиш тезлик каби нисбий характерга эга бўлмайди.

§ 23. **Оғирлик кучи билан жойнинг географик кенглиги орасидаги муносабат.** Тезланишли системаларда, шу жумладан айланма ҳаракатдаги системада механиканинг ҳар хил масалаларини ечиш учун инерцион кучлардан фойдаланиш қулайдир. Суткалик айланма ҳаракатдаги Ер шари шундай айланаётган системалардан биридир. Шунинг учун Ер сиртида бўлаётган механик процесслар устида аниқ текшириш олиб боришда суткалик айланиш натижасида вужудга келадиган инерцион кучларни эътиборга олиш керак. Бу кучлар жуда кичик бўлгани учун кўп ҳолларда уларни эътиборга олмаслик ва юқорида айтилганидек, Ерни тахминан инерциал система деб ҳисоблаш мумкин. Бироқ, бир қатор ҳолларда Ернинг суткалик айланишини эътиборга олмаслик мумкин эмас.



46-расм. Ернинг суткалик айланишининг оғирлик кучига таъсири.

Ер суткалик айланишининг оғирлик кучига қандай таъсир қилишини кўрамиз. m массали бирор A оғир жисм φ географик кенгликда туради, деб фараз қилайлик (46-расм). Масалани Ер билан бирга айланувчи координата системасига нисбатан ечсак, инерцион куч

$$f = m\omega^2 R \qquad (1)$$

ҳисобга олиниши керак; бунда ω — Ер айланишининг бурчак тезлиги ва R_1— Ер ўқидан жисмгача бўлган масофа, $\mathbf{f}$ куч Ер ўқига тик йўналган. Бу $\mathbf{f}$ куч Ер марказига қараб йўналган $\mathbf{P}_0$ оғирлик кучи билан қўшилади.

Шунинг учун жисмнинг φ кенгликдаги бизга сезиладиган $\mathbf{P}_\varphi$ оғирлиги:

$$\mathbf{P}_\varphi = \mathbf{P}_0 + \mathbf{f} \qquad (2)$$

бўлади. Бу тенгликнинг ўнг томонида вектор йиғинди турибди.

46-расмдан: $R_1 = R\cos\varphi$, бунда R — Ернинг радиуси. Бундан (1) формулага кўра:

$$f = m\omega^2 R\cos\varphi. \qquad (3)$$

Бу куч оғирлик кучига нисбатан жуда ҳам кичикдир. Ҳақиқатан ҳам $P_0 = mg_0$, демак,

$$\frac{f}{P_0} = \frac{\omega^2 R}{g_0}\cos\varphi,$$

агар ω, R ва g_0 (оғирлик кучининг ҳақиқий тезланиши) ўрнига уларнинг сон қийматларини қўйсак, $\frac{\omega^2 R}{g_0} = \frac{1}{289}$ бўлади, φ бурчакнинг косинуси эса ҳамма вақт $\leqslant 1$; демак, ҳақиқатан ҳам f куч P_0 оғирлик кучидан кўп марта кичик. Шу сабабли жисмнинг бизга сезиладиган P_φ оғирлигини (2) тенгликка асосан аниқлаш учун қуйидаги тақрибий ҳисоблашдан фойдаланамиз. $\mathbf{f}$ кучни икки ташкил этувчига: вертикал юқорига (Ер шарининг берилган нуқтаси учун) йўналган $\mathbf{f}_1$ ташкил этувчига ва горизонтал йўналган $\mathbf{f}_2$ ташкил этувчига ажратамиз, у ҳолда, f_2 ташкил этувчи куч оғирлик кучини фақат йўналиш жиҳатдан ўзгартиради, f_1 ташкил этувчи эса фақат катталик жиҳатдан ўзгартиради деб тахминан ҳисоблаш мумкин.

Шунинг учун тақрибан:

$$P_\varphi = P_0 - f_1.$$

Аммо 47-расмга кўра, $f_1 = f\cos\varphi$, бундан

$$P_\varphi = P_0 - f\cos\varphi$$

ёки (3) формулага асосан:

$$P_\varphi = P_0 - m\omega^2 R\cos^2\varphi.$$

P_0 ни қавсдан ташқарига чиқарсак ва $P_0 = mg_0$ эканлигини эътиборга олсак:

$$P_\varphi = P_0\left(1 - \frac{\omega^2 R}{g_0}\cos^2\varphi\right) \qquad (4)$$

бўлади. (4) формула жисмнинг бизга сезиладиган P_φ оғирлиги билан жойнинг φ географик кенглиги орасидаги боғланишни кўрсатади. $\frac{\omega^2 R}{g_0}$ катталик ўзгармас бўлиб, $\frac{1}{289}$ га тенг. Шунинг учун:

$$P_\varphi = P_0\left(1 - \frac{1}{289}\cos^2\varphi\right). \qquad (4a)$$

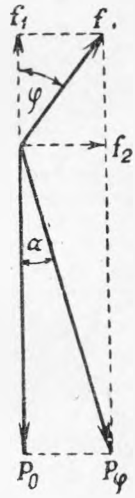
Шуни ҳам эътиборга олиш керакки, ҳақиқатда, Ер мунтазам шар эмас, балки қутблардан ўтувчи ўқ бўйлаб сиқилган, бу эса қутбларга яқинлашган сари оғирлик кучининг ортишига сабаб бўлади. Оғирлик кучи билан жойнинг географик кенглиги орасидаги ҳақиқий боғланиш

$$P_\varphi = P_0\left(1 - \frac{1}{191}\cos^2\varphi\right)$$

бўлади. Қутбда P_φ билан P_0 бир хил бўлади; экваторда P_φ билан P_0 орасидаги фарқ энг катта бўлади.

47-расмдан кўринадики, жисмнинг бизга сезиладиган P_φ оғирлигининг йўналиши билан Ер радиуси орасидаги α бурчак қуйидаги муносабатдан аниқланади:

$$\sin\alpha = \frac{f_2}{P_\varphi}.$$



47-расм. φ географик кенгликда жисмнинг P_φ оғирлигини аниқлаш.

P_φ кучни тахминан P_0 билан алмаштириб, $f_2 = f\sin\varphi$ эканини назарга олиб, қуйидагини ёза оламиз:

$$\sin\alpha = \frac{f\sin\varphi}{P_0} = \frac{m\omega^2 R\cos\varphi\sin\varphi}{mg_0}$$

ёки

$$\sin\alpha = \frac{\omega^2 R}{g_0}\cos\varphi\sin\varphi. \qquad (5)$$

Шундай қилиб, жисмнинг бизга сезиладиган $P_т$ оғирлиги қутбда ҳам, экваторда ҳам Ернинг марказига қараб йўналган; географик кенглиги $\varphi = 45°$ бўлган жойларда унинг Ер радиусига нисбатан оғмалиги энг катта бўлади.

Агар жисм экватор бўйича v чизиқли тезлик билан ҳаракатланаётган бўлса (ер шарининг маркази билан боғланган инерциал координата системасига нисбатан), унга оғирлик кучига қарама-қарши йўналган инерцион куч

$$f = \frac{mv^2}{R}$$

таъсир қилади. Бу кучнинг сон жиҳатдан оғирлик кучи P_0 га тенг бўлиб қолиши учун қуйидаги шарт бажарилиши керак:

$$\frac{mv^2}{R} = mg_0,$$

бундан v учун қуйидаги қиймат келиб чиқади:

$$v = \sqrt{g_0R}.$$

$g_0 = 981$ *см/сек*^{2} ва $R = 6370$ *км* $= 6{,}37 \cdot 10^8$ *см* бўлгани учун:

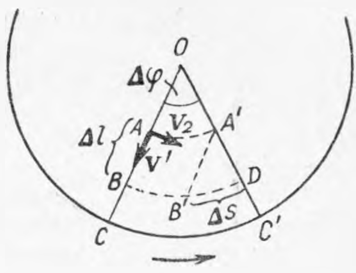
$$v = \sqrt{981 \cdot 6{,}37 \cdot 10^8}\ \frac{см}{сек} = 7{,}91 \cdot 10^5\ \frac{см}{сек} \cong 7{,}9\ \frac{км}{сек}.$$

Шундай қилиб, агар ҳавонинг ишқалиш кучи бўлмаса, горизонтал йўналишда $v = 7{,}9$ *км/сек* тезлик билан отилган жисм Ер сирти яқинида, Ерга тушмай, яъни Ернинг йўлдоши сифатида ҳаракатлана берар эди. Бу тезлик *„биринчи космик тезлик“* деб юритилади.

Йўлдош Ер сиртидан h баландликда айлана шаклидаги орбита бўйича ҳаракатланса, унинг тезлиги кичикроқ бўлишини ҳисоблаб кўрсатиш осон. $h = 250$ *км* бўлганда $v = 7{,}76$ *км/сек* бўлади. $h = 2000$ *км* бўлганда эса $v = 6{,}9$ *км/сек* бўлади.

§ 24. Кориолис кучлари. Айланма ҳаракатдаги системада бу системага нисбатан кўчиб бораётган жисмга марказдан қочирма кучдан бошқа, яна қўшимча куч ҳам таъсир қилишини кўрсатамиз. *Кориолис кучи* деб аталадиган бу куч [француз математиги Кориолис (1795 — 1843) шарафига шундай ном берилган] жисмнинг айланаётган системага нисбатан ҳаракатидаги $\mathbf{v}'$ тезлигига ва система айланишининг ω бурчак тезлигига боғлиқ.

Дастлаб бир хусусий ҳолни кўриб чиқамиз. Система вертикал ўқ (48-расм) атрофида стрелка билан кўрсатилган йўналишда ўзгармас ω бурчак тезлик билан айланаётган дискдан иборат бўлсин. a жисм OC радиус бўйича A нуқтадан дискка нисбатан v' тезлик билан текис ҳаракат қилаётган бўлсин. Δt вақт ичида a жисм $\Delta l = AB = v'\Delta t$ кесмани босиб ўтади. Шу Δt вақт ичида OC радиус *қўзғалмас координата системасига* нисбатан, дискнинг айланма ҳаракати туфайли, $\Delta\varphi = \omega\Delta t$ бурчакка бурилади ва жисм A нуқтадан D нуқтага ўтади. *Қўзғалмас координата системасида* a жисм бир вақтнинг ўзида икки ҳаракатда: дискка нисбатан v' тезлик билан бўлаётган ҳаракатда ва айланаётган дискнинг ҳаракатида қатнашади. Дискнинг турли жойидаги нуқталарининг чизиқли тезлиги турлича бўлади. Чизиқли тезликнинг A нуқтадаги қийматини v_r билан белгилаймиз. Агар a жисм фақат v_r тезлик билангина ҳаракат қилса, $\overset{\frown}{AA'}$ ёйни чизар ва A' нуқтага келиб қолар эди. Бир вақтнинг ўзида v_r тезлик билан ҳам, v' нисбий тезлик билан ҳам ҳаракат қилиб, a жисм B' нуқтага келиб қолиши керак эди ($A'B' \parallel AB$). Ҳақиқатда эса a жисм D нуқтага келиб қолади. Бунга a жисм айланиш марказидан узоқлашган сари унинг v_r чизиқли тезлиги катталаша бориши сабаб бўлади. Шундай қилиб, a жисм қўзғалмас *координата системасига нисбатан* радиус бўйича ҳаракат қилиб, ўз тезлигини узлуксиз ўзгартириб боради: у *тезланувчан* ҳаракат қилади. Бу w тезланишнинг катталиги a жисмнинг Δt вақтда босиб ўтган қўшимча $\Delta s = \overset{\frown}{B'D}$ йўли орқали аниқланиши мумкин. 48-расмдан:



48-расм. Жисмнинг айланаётган диск радиуси бўйича ҳаракати.

$$\Delta s = A'B'\Delta\varphi$$

ёки $A'B' = \Delta l = v'\Delta t$ ва $\Delta\varphi = \omega\Delta t$ бўлгани учун

$$\Delta s = \omega v'(\Delta t)^2. \qquad (1)$$

Бинобарин, қўшимча Δs йўл Δt вақтнинг квадратига пропорционал бўлиб ортар экан. Аммо, w тезланиш ўзгармас бўлганда босиб ўтилган йўл Δt вақтнинг квадратига пропорционал бўлади (текис-тезланувчан ҳаракат); бу ҳолда:

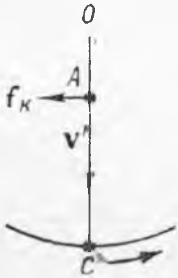
$$\Delta s = \frac{1}{2} w(\Delta t)^2.$$

Δs учун ёзилган бу ифодани (1) ифода билан таққослаб, a жисмнинг тезланишини топамиз:

$$w = 2v'\omega. \qquad (2)$$

Бу тезланиш v' нисбий тезликка тик равишда йўналган бўлади, биз текширган ҳолда у ўнг томонга йўналган. a жисмга бу тезланишни бериш учун унга ўнг томонга йўналган $f = mw$ куч билан таъсир қилиш керак, бунда m — жисмнинг массаси. f куч таъсир қилмаганида *диск билан бирга айланаётган* жисм координата системасига нисбатан ўзининг радиус бўйича „тўғри чизиқли“ ҳаракатидан четга чиққан бўлар эди.

Ньютоннинг учинчи қонунига асосан, a жисмни ҳаракат вақтида радиусда ушлаб турадиган боғланишларга f кучга тенг ва қарама-қарши йўналган f_k куч таъсир қилади. Тезланишли системаларнинг илгари кўриб ўтилган мисоллардаги каби бу ҳолда ҳам, диск билан бирга айланаётган координата системасидан фойдалансак, f_k куч a жисмнинг ўзига қўйилган деб ҳисоблаймиз.



49-расм. Жисм айланувчи диск радиуси бўйича ҳаракатланаётганда Кориолис кучининг йўналиши.

Шундай қилиб, *айланма ҳаракат қилаётган системада радиус бўйича v' тезлик билан ҳаракатланаётган жисмга*

$$f_k = 2v'\omega m \tag{3}$$

„инерцион" куч қўйилган бўлиб, бу куч v' тезликка перпендикуляр (мисолимизда чап томонга, 49-расмга қаранг) *йўналган бўлади.*

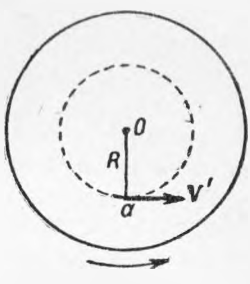
Худди мана шу f_k куч *Кориолис кучи* дейилади.

Энди, a жисм маркази айланиш ўқида жойлашган айлана бўйича диск устида ҳаракат қилаётганда ҳам Кориолис кучи мавжуд бўлишини кўрсатамиз (50-расм). Агар a жисм дискка нисбатан v' тезлик билан ҳаракат қилаётган бўлса, *қўзғалмас координата системасида* тўла тезлик $v_r + v'$ бўлади; бунда v_r— айланаётган дискнинг a жисм турган жойидаги чизиқли тезлигидир. Демак, a жисмга қуйидаги марказга интилма куч таъсир қилади:

$$f_{\text{м.и.}} = \frac{m(v_r + v')^2}{R},$$

бунда R — айланиш ўқидан жисмгача бўлган масофа. Бу формуладаги $(v_r + v')$ йиғиндини квадратга кўтариб, қуйидагини оламиз:

$$f_{\text{м.и.}} = \frac{mv_r^2}{R} + \frac{mv'^2}{R} + 2\frac{v' \cdot v_r}{R} m.$$



50-расм. Айланаётган диск устидаги жисмнинг диск билан концентрик бўлган айлана бўйича ҳаракати.

Диск билан боғлиқ координата системасида $\frac{mv_r^2}{R}$ ҳад дискнинг ω бурчак тезлиги билан айланиши натижасида вужудга келадиган марказдан қочирма инерцион кучни ифодалайди; $\frac{mv'^2}{R}$ ҳад жисмнинг R радиусли айлана бўйича v' нисбий тезлик билан ҳаракат қилиш натижасида вужудга келадиган марказдан қочирма кучни ифодалайди:

$$f = 2\frac{v' \cdot v_t}{R}m = 2v'\omega m$$

ҳад эса бир вақтнинг ўзида ҳам дискнинг айланма ҳаракати, ҳам жисмнинг дискка нисбатан ҳаракати мавжуд бўлгани туфайли вужудга келган қўшимча кучни ифодалайди.

f кучга тенг ва унга қарама-қарши йўналган $f_к$ куч бу ҳол учун Кориолис кучи бўлади.

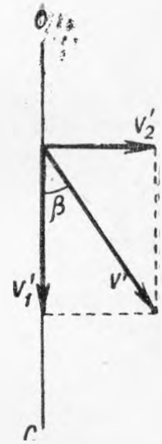
Бу кучнинг катталиги ҳаракат радиус бўйича бўлаётгандаги кучга тенг [(3) формула] ва бу ҳолда ҳам нисбий тезликка тик йўналган.

Энди a жисм OC радиус билан β бурчак ташкил қилувчи $\mathbf{v}'$ нисбий тезлик билан ҳаракатланаётган ҳолни кўрамиз (51-расм).

Бу ҳолда $\mathbf{v}'$ тезликни икки ташкил этувчига: радиус бўйича йўналган $v_1 = v'\cos\beta$ ташкил этувчига ва радиусга тик бўлган $v_2' = v'\sin\beta$ ташкил этувчига ажратиш мумкин.

v_1 ташкил этувчига, (3) формулага кўра, $f_{к1} = 2v'\omega\cos\beta \cdot m$ Кориолис кучи, v_2 ташкил этувчига эса $f_{к2} = 2v'\omega\sin\beta \cdot m$ Кориолис кучи мос келади; тўла Кориолис кучи:

$$f_к = \sqrt{f_{к1}^2 + f_{к2}^2} = 2v'\omega m.$$



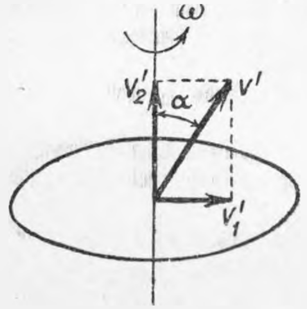
51-расм. Нисбий тезликни радиус бўйича йўналган $\mathbf{v}_1'$ ташкил этувчига ва радиусга тик $\mathbf{v}_2$ ташкил этувчига ажратиш.

Шундай қилиб, $\mathbf{v}'$ нисбий тезлик ихтиёрий йўналишга эга бўлганда ҳам Кориолис кучининг ифодаси (3) формула кўринишида бўлади.

Ниҳоят, энг умумий ҳолни, яъни жисм айланиш ўқи билан α бурчак ташкил қилиб ҳаракат қилаётган ҳолни кўрамиз (52-расм). У ҳолда $\mathbf{v}'$ тезликни айланиш ўқига тик бўлган $\mathbf{v}_1$ ташкил этувчига ва айланиш ўқига параллел бўлган $\mathbf{v}_2$ ташкил этувчига ажратамиз. Бу охирги ташкил этувчи жисмдан айланиш ўқигача масофанинг ўзгаришига сабабчи бўлмайди ва, демак, қўшимча тезланишларни ва кучларни вужудга келтирмайди. Шунинг учун Кориолис кучининг катталигини фақат $v_1 = v'\sin\alpha$ ташкил этувчигина аниқлайди. (3) формуладаги v' нисбий тезликни $v_1 = v\sin\alpha$ билан алмаштирсак, Кориолис кучи учун қуйидаги умумий ифодани оламиз:

$$f_к = 2v'\sin\alpha \cdot m, \tag{4}$$

Барча ҳолларда Кориолис кучлари $\mathbf{v}'$ нисбий тезликка ҳам, айланиш ўқига ҳам перпендикуляр йўналган бўлади. $\mathbf{f}_к$ кучнинг йўналишини аниқлаш учун ω бурчак тезлик векторидан фойдаланамиз (13-параграфга қаранг), у ҳолда $\mathbf{f}_к$ *Кориолис кучи* ω ва $\mathbf{v}'$ векторлардан ўтувчи текисликка тик бўлиб, шундай томонга йўналганки, агар $\mathbf{v}'$ вектордан ω векторга қараб айланиш (кичик бурчак томондан) парма дастасининг айланиши каби бўлса, парманинг илгариланма ҳаракати $\mathbf{f}_к$ кучнинг йўналишини аниқлайди (53-расм).

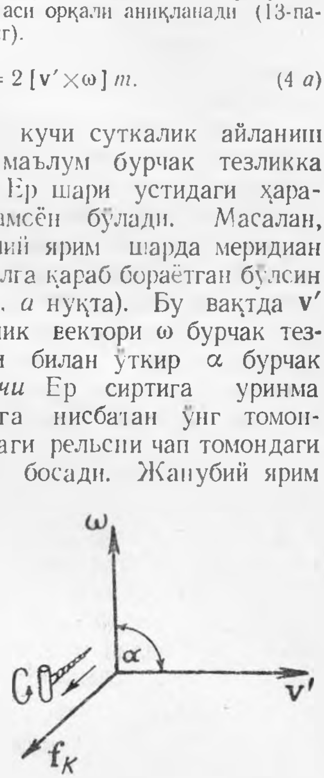


52-расм. Нисбий тезликни айланиш ўқига тик $\mathbf{v}_1$ ташкил этувчига ва ўқ бўйича йўналган $\mathbf{v}_2'$ ташкил этувчига ажратиш.

Агар вектор анализнинг белгиларидан фойдалансак, $\mathbf{f}_к$ куч $\mathbf{v}'$ билан ω векторларнинг вектор кўпайтмаси орқали аниқланади (13-параграфга қаранг).

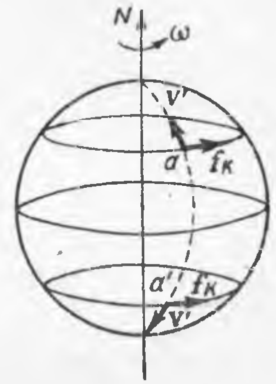
$$f_к = 2\,[\mathbf{v}'\times\omega]\,m. \qquad (4\ a)$$

Кориолис кучи суткалик айланиш натижасида маълум бурчак тезликка эга бўлган Ер шари устидаги ҳаракатларда намсён бўлади. Масалан, поезд шимолий ярим шарда меридиан бўйича шимолга қараб бораётган бўлсин (54-расмдаги, a нуқта). Бу вақтда $\mathbf{v}'$ нисбий тезлик вектори ω бурчак тезлик вектори билан ўткир α бурчак ташкил қилади ва $f_к$ *Кориолис кучи* Ер сиртига уринма равишда, поезд ҳаракати йўналишига нисбатан ўнг томонга йўналган бўлади. Поезд ўнг томондаги рельсни чап томондаги рельсга нисбатан каттароқ куч билан босади. Жанубий ярим шарда поезд жанубга кетаётган бўлса (54-расмдаги, a' нуқта), $\mathbf{v}'$ билан ω орасидаги бурчак ўтмас бўлади ва Кориолис кучи ҳаракат йўналишига нисбатан чап томонга йўналган бўлади. Дарё сувларининг шимолий ярим шарда ўнг қирғоқни, жанубий ярим шарда эса чап қирғоқни ювиб кетиши (Бер қонуни), шунингдек, шимолий ярим шарда шимоли-шарқий пассатларнинг вужудга келиши ва бошқа шунга ўхшаш ҳодисалар Кориолис кучининг мавжуд эканлиги туфайли рўй беради.



53-расм. $\mathbf{f}_к$ Кориолис кучининг йўналишини аниқлаш.

Эркин тушаётган жисмларнинг вертикалдан шарққа томон оғиши ва маятник тебраниш текислигининг ўзгариши — жисмларнинг Ер шари устидаги ҳаракатига Кориолис кучининг таъсирини кўрсатувчи мисоллардир. Охирги холни мукаммалроқ кўрайлик. Масалани соддалаштириш учун, маятник шимолий қутбда тебранянти, деб фараз қиламиз. У ҳолда маятник юкининг $\mathbf{v}'$ тезлиги (маятникнинг ипи узун бўлганда) ҳамма вақт Ер шарининг айланиш ўқига тик бўлади ва, демак, $\mathbf{v}' \perp \omega$; бунда ω — илгаригидек Ер айланишининг бурчак тезлигидир. Натижада маятникнинг юкига сон қиймати $f_к = 2mv'\omega$ бўлган Кориолис кучи таъсир қилади: бу куч горизонтал текисликда ётади ва $\mathbf{v}'$ векторга нисбатан ўнг томонга йўналган бўлади. Бу кучнинг таъсирида маятникнинг юки ҳар бир тебранишда ўнг томонга оғади. Натижада маятникнинг тебраниш текислиги Ерга нисбатан соат стрелкаси йўналишида бурила боради ва бир суткада 2π бурчакка бурилади. Маятник географик кенглиги φ бўлган жойда тебранса, те раниш текислиги бир суткада $2\pi \sin \varphi$ бурчакка бурилади.



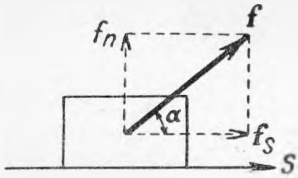
54-расм. Ер сиртида ҳаракатланаётган жисмларга таъсир қилаётган Кориолис кучларининг йўналиши.

Маятник тебраниш текислигининг бурилишини биринчи марта 1851 йилда Фуко кузатган ва бу кузатиш Ернинг суткалик айланиши мавжудлигини бевосита исбот қилди.

Учинчи боб

ИШ ВА ЭНЕРГИЯ

§ 25. Иш ва қувват. Биз ўзимизни ўраб олган шароитда бир-бирига қандайдир кучлар (эластиклик кучлари, тортишиш кучлари, ишқалиш кучлари ва бошқалар) билан таъсир қилаётган жисмларга дуч келамиз. Шунинг учун бу шароитда жисмларнинг кўчишлари кучларнинг таъсири остидагина содир бўлади. Бундан, табиий равишда, кучларнинг жисмлар кўчиши билан боғлиқ бўлган таъсирини характерлаш зарурияти келиб чиқади. Механикада бундай характеристика сифатида шундай катталик қабул қилинганки, у кучнинг жисм кўчадиган йўналишдаги ташкил этувчиси қанча катта бўлса ва куч қўйилган нуқта қанча узоққа кўчса, шунча катта бўлади. Бу катталик *иш* деб аталади. Бажарилган иш билан энергиянинг ўзгариши орасидаги муносабат аниқлангач, ишнинг физик маъноси тўла ойдинлаштирилиши мумкин. У ҳолда иш энергия ўзгаришининг ўлчови эканлиги аниқ бўлиб қолади (§ 28).



55-расм. Кучнинг s силжиш йўналиши бўйича олинган f_s ташкил этувчисигина иш бажаради.

Ҳаракат тўғри чизиқли бўлган ва ўзгармас куч йўл бўйича йўналган энг содда ҳолда, иш f куч билан шу куч қўйилган нуқтанинг s йўли кўпайтмасига пропорционалдир:

$$A = kfs, \qquad (1)$$

бунда k — пропорционаллик коэффициенти.

Агар жисмга қўйилган куч йўл йўналиши билан α бурчак ташкил қилса (55-расм), f кучни йўл бўйича йўналган f_s ва унга тик бўлган f_n ташкил этувчиларга ажратамиз.

Юқорида айтилганларга кўра, фақат f_s ташкил этувчигина иш бажаради, шунинг учун:

$$A = k f_s s$$

ёки $f_s = f \cos\alpha$ бўлгани учун

$$A = kf \cos\alpha. \tag{1 a}$$

Пропорционаллик коэффициенти $k = 1$ деб ҳисобласак, иш учун қуйидаги ифодани оламиз:

$$A = f s \cos\alpha. \tag{2}$$

Демак, куч ихтиёрий йўналишга эга бўлган ҳолда *иш f куч, у қўйилган нуқтанинг s йўли ва куч билан йўл йўналишлари орасидаги α бурчакнинг косинусидан тузилган кўпайтмага сон жиҳатдан тенг бўлади.*

Иш фақат сон қиймат билангина характерланади, шунинг учун у скаляр катталик бўлади.

Вектор анализда **B** ва **D** векторларнинг сон қийматлари ҳамда улар орасидаги бурчак косинусининг кўпайтмасига тенг бўлган C скаляр катталик скаляр кўпайтма деб аталади:

$$C = B \cdot D \cos\alpha.$$

(2) тенгликдан кўринишича, иш — куч вектори **f** билан йўл вектори **s** нинг скаляр кўпайтмасидир.

Бурчак $\alpha < 90°$ бўлганда $\cos\alpha > 0$ ва иш мусбат бўлади; бу ҳолда кучнинг f_s ташкил этувчиси йўл билан бир томонга йўналган. Агар $\alpha > 90°$ бўлса, $\cos\alpha < 0$ бўлади, иш бу ҳолда манфий бўлади; бу ҳолда кучнинг f_s ташкил этувчиси ҳаракат йўналишига тескари йўналган. Бу айтилганларни мисолларда ойдинлаштирамиз: 1) ғадир-будур сирт устида ётган жисмга уни шу сирт бўйича кўчирадиган f куч қўйилган; f куч йўл билан бир хил йўналган ва мусбат иш бажаради. Айни вақтнинг ўзида жисмга $f_{\text{ишқ}}$ ишқалиш кучи ҳам қўйилган, бу куч жисмнинг йўлига тескари йўналган; ишқалиш кучи бажараётган иш манфий; 2) отилган оғир жисм юқорига кўтариляпти, оғирлик кучи пастга, яъни ҳаракат йўналишига тескари томонга йўналган; оғирлик кучининг бажарган иши манфий; 3) оғир жисм пастга тушмоқда; бу ҳолда оғирлик кучи йўл билан бир хил йўналишга эга; оғирлик кучининг бажарган иши мусбат; 4) жисм марказга интилма куч таъсирида айлана бўйича текис ҳаракат қилади; бу ҳолда куч ҳамма вақт ҳаракатнинг йўналишига перпендикуляр ($\alpha = 90°$) йўналган ва (2) формулага кўра иш нолга тенг.

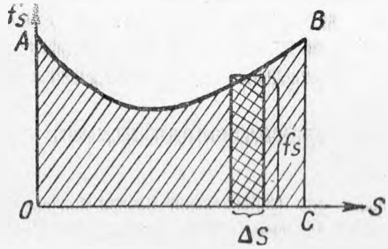
Энди куч ўзгарувчан ва ҳаракат эгри чизиқли йўлда бўлаётган ҳолни кўрамиз. Шундай кичик $\overset{\frown}{\Delta s}$ ёйни оламизки, уни Δs ватар билан устма-уст тушади деб ҳисоблаш мумкин бўлсин. f кучнинг $\overset{\frown}{\Delta s}$ ёйга ўтказилган уринма бўйича йўналган ташкил этувчиси f_s бўлсин. У ҳолда f_s ташкил этувчининг қийматини Δs йўлда ўзгармас деб ҳисоблаш мумкин ва шу йўлда бажарилган ΔA элементар иш

$$\Delta A = f_s \cdot \Delta s \qquad (3)$$

бўлади.

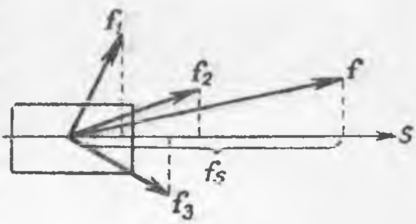
Чекли s йўлда бажарилган тўла A ишни топиш учун, s йўлни чексиз кичик Δs элементларга ажратамиз, ΔA элементар ишларни ҳисоблаймиз ва уларни қўшамиз:

$$A = \sum f_s \Delta s. \qquad (4)$$



56-расм. Иш графикда $OABC$ шаклнинг юзи билан тасвирланади.

Тўла A ишни график равишда тасвирлаш мумкин. Абсцисса ўқи бўйича йўл s нинг узунлигини, ордината ўқи бўйича эса кучнинг f_s ташкил этувчисининг қийматларини қўямиз (56-расм). Бирор хусусий ҳолда AB эгри чизиқ f_s ташкил этувчининг йўлнинг ҳар хил нуқталаридаги қийматларини кўрсатсин. Йўлнинг OC кесма билан тасвирланган бутун узунлигини элементар Δs кесмаларга ажратамиз. Бу Δs кесмалардан бирида бажарилган ΔA элементар иш $f_s \Delta s$ бўлади, яъни қуюқ штрихланган устунчанинг юзига тенг бўлади. s йўлда бажарилган бутун иш эса ҳамма ΔA элементар ишларнинг йиғиндисига тенг, яъни графикда штрихланган бутун $OABC$ шаклнинг юзи билан тасвирланади.



57-расм. Натижавий $\mathbf{f}$ кучнинг иши қўшилувчи $\mathbf{f}_1$, $\mathbf{f}_2$, $\mathbf{f}_3$ кучлар ишларининг йиғиндисига тенг.

Жисмга бир вақтнинг ўзида бир неча $\mathbf{f}_1$, $\mathbf{f}_2$, $\mathbf{f}_3$, . . . кучлар таъсир қилганда бажарилган ишни аниқлаймиз (57-расм). Тенг таъсир этувчининг ΔA элементар иши

$$\Delta A = f \cos\alpha \, \Delta s$$

бўлади; бунда $\mathbf{f}$ куч — $\mathbf{f}_1$, $\mathbf{f}_2$, $\mathbf{f}_3$, . . . кучларнинг тенг таъсир этувчиси, α — куч билан Δs йўлнинг йўналиши орасидаги бурчак. $f \cos\alpha$ кўпайтма $\mathbf{f}$ кучнинг $\mathbf{s}$ йўналишдаги f_s проекциясидир. Аммо биз кўрдикки (20-параграфга қаранг), натижавий векторнинг бирор йўналишдаги проекцияси ташкил этувчиларнинг шу йўналишдаги проекциялари йиғиндисига тенг, шунга кўра:

$$f_s = f_{1s} + f_{2s} + f_{3s}$$

ва, демак,

$$\Delta A = f_s \Delta s = f_{1s} \Delta s + f_{2s} \Delta s + f_{3s} \Delta s,$$

яъни натижавий кучнинг иши ташкил этувчи кучлар ишларининг алгебраик йиғиндисига тенг.

Бу хулосадан фойдаланиб, ишнинг ифодасини ўзгартиришимиз мумкин. Бирор йўналиш бўйича таъсир қилаётган f кучни координата ўқлари бўйича f_x, f_y, f_z ташкил этувчиларга ажратамиз. У ҳолда, юқоридаги хулосага кўра:

$$\Delta A = f_x \cos\alpha_1 \ \Delta s + f_y \cos\alpha_2 \Delta s + f_z \cos\alpha_3 \Delta s,$$

бунда, α_1, α_2 ва α_3 — мос равишда, кучнинг f_x, f_y, f_z ташкил этувчилари билан $\Delta \mathbf{s}$ йўлнинг йўналиши орасидаги бурчаклар. Лекин f_x, f_y, f_z ташкил этувчиларнинг йўналиши X, $У$, Z ўқларнинг йўналиши билан бир хил, шунинг учун $\Delta s \cos\alpha_1 = \Delta x$, $\Delta s \cos\alpha_2 = \Delta y$, $\Delta s \cos\alpha_3 = \Delta z$, бунда Δx, Δy, Δz — мос равишда $\Delta \mathbf{s}$ йўлнинг координата ўқларидаги проекцияларидир. Шундай қилиб,

$$\Delta A = f_x \Delta x + f_y \Delta y + f_z \Delta z. \tag{5}$$

Куч ўзгарувчи бўлган ҳолда проекциялари dx, dy, dz бўлган чексиз кичик ds йўлни олиш керак, у ҳолда:

$$dA = f_x dx + f_y dy + f_z dz. \tag{5a}$$

Чекли s йўлда бажарилган бутун иш dA элементар ишларнинг йиғиндиси билан, яъни қуйидаги эгри чизиқли интеграл билан ифодаланади:

$$A = \int_{B_1}^{B_2} (f_x\, dx + f_y\, dy + f_z\, dz), \tag{6}$$

бунда B_1 ва B_2 — s йўлнинг бошланғич ва охирги нуқталаридир.

Амалда, кўпинча, кучлар бажарган ишни билишгина эмас, балки шу ишни бажариш учун сарфланган вақтни ҳам билиш жуда муҳим бўлади. Равшанки, бир хил ишни бажарувчи икки механизмдан қайси бири шу ишни қисқароқ вақт ичида бажарса, шуниси қимматлироқ бўлади. Шу сабабли иш билан бир қаторда *қувват* деб аталадиган янги катталик киритилади. *ΔA ишга тўғри пропорционал бўлган ва шу ишни бажариш учун сарфланган Δt вақт оралигига тескари пропорционал бўлган физик катталик W қувват дейилади:*

$$W = k\frac{\Delta A}{\Delta t}, \tag{7}$$

бунда k — пропорционаллик коэффициенти. $k = 1$ деб ҳисобласак,

$$W = \frac{\Delta A}{\Delta t}. \tag{7a}$$

Агар куч вақт ўтиши билан ўзгариб борса, қувват ҳам ўзгармасдан қолмайди; бу ҳолда *бир ондаги (оний) қувват* ҳақида сўзлаш ўринли бўлади. Бир ондаги қувват деб Δt вақт оралиги чексиз кичрайиб борганда $\Delta A/\Delta t$ нисбат интилган лимитга айтилади:

$$W = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta A}{\Delta t}\right). \tag{8}$$

Дифференциал ҳисобининг белгилашларидан фойдалансак

$$W = \frac{\Delta A}{\Delta t} \tag{8a}$$

бўлади, яъни сон жиҳатдан қувват ишдан вақт бўйича олинган ҳосилага тенгдир.

Элементар иш $\Delta A = f_s \Delta s$ бўлгани учун, (8) тенгликка асосан:

$$W = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{f_s \cdot \Delta s}{\Delta t} \right) = f_s \cdot \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right);$$

аммо

$$\lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right) = v;$$

бунда v — тезликнинг оний қиймати.

Бундан

$$W = f_s \cdot v, \tag{9}$$

яъни қувват ҳар бир пайтда кучнинг ҳаракат йўналишидаги проекцияси билан ҳаракат тезлигининг кўпайтмасига пропорционалдир.

Иш ва қувват катталикларининг амалий аҳамияти жуда катта бўлгани учун уларни ўлчашда жуда кўп хил бирликлар тарихан вужудга келган. Бу бирликларни келтирамиз.

1) *CGS системада иш бирлиги.* (2) тенгликда $\alpha = 0$ деб ҳисобласак, ундан қуйидаги хулосага келиш мумкин: *CGS-системада иш бирлиги қилиб йўл йўналишида таъсир қилаётган 1 дина кучнинг 1 см йўлда бажарадиган иши олинади.* Ишнинг бу бирлиги *эрг* дейилади.

Эрг билан бир қаторда ишнинг каттароқ бирлиги — *жоуль* ҳам ишлатилади:

$$1 \text{ жоуль} = 10^7 \text{ эрг}.$$

2) *MKS-системада иш бирлиги қилиб 1 ньютон кучнинг 1 м йўлда бажарган иши олинган.* $1\ н = 10^5$ *дина* ва $1\ м = 10^2$ *см* бўлгани учун, ишнинг бу бирлиги 10^7 *эрг*га, яъни 1 *жоулга* тенг.

3) *Практик техник бирликлар системасида иш бирлиги қилиб 1 кГ кучнинг 1 м йўлда бажарадиган иши олинган.* Бу иш бирлиги *килограммометр* дейилади (қисқача *кГм*).

$1\ кГ = 981\,000$ *дина* ва $1\ м = 100$ *см* бўлгани учун $1\ кГм = 981\,000 \cdot 100$ *эрг* $= 9{,}81 \cdot 10^7$ *эрг* $= 9{,}81$ *жоуль.*

$$1 \text{ жоуль} = \frac{1}{9{,}81} \text{ кГм} = 0{,}102 \text{ кГм}.$$

4) *CGS-системада қувват бирлиги. CGS*-системада қувват бирлиги қилиб *1 секундда 1 эрг иш бажарадиган механизмнинг қуввати* олинган. Қувватнинг бу бирлиги *эрг/сек* билан белгиланади.

Қувватнинг *эрг/сек* бирлиги билан бир қаторда ундан каттароқ *ватт* деб аталган бирлиги ҳам ишлатилади:

$$1 \text{ ватт} = 10^7 \text{ эрг/сек} = 1 \text{ жоуль/сек}.$$

Демак, 1 *секундда* 1 *ж* иш бажарадиган механизм 1 *вт* қувватга эга бўлади.

100 *ватт* 1 *гектоватт* дейилади (қисқача *гвт*).

1 000 *ватт* 1 *киловатт* дейилади (қисқача *квт*).

5) *MKS-системада қувват бирлиги қилиб 1 секундда 1 жоуль иш бажарадиган механизмнинг қуввати, яъни 1 ватт олинган.*

6) *Техник системада қувват бирлиги қилиб 1 секундда 1 кГм иш бажарадиган механизмнинг қуввати олинган.* Қувватнинг бу бирлиги қисқача *кГм/сек* билан белгиланади.

Равшанки:

$$1 \text{ кГм/сек} = 9{,}81 \text{ ватт}.$$

$$1 \text{ ватт} = \frac{1}{9{,}81} \text{ кГм/сек} = 0{,}102 \text{ кГм/сек}.$$

Булардан ташқари қувватнинг *„от кучи“*[1] деб аталадиган ва 75 *кГм/сек* га тенг бўлган бирлиги ҳам тарихан вужудга келган.

Шундай қилиб:

$$1 \text{ о. к.} = 75 \text{ кГм/сек} = 736 \text{ ватт} = 0{,}736 \text{ киловатт}.$$

7) Ҳозирги вақтда амалда яна *ишнинг* қуйидаги икки бирлиги ҳам жуда кўп ишлатилади:

а) ўзгармас 1 *гектоватт* қувватга эга бўлган механизмнинг 1 соатда бажарган ишига тенг бирлик. Ишнинг бу бирлиги *гектоватт-соат* дейилади.

$$1 \text{ гектоватт-соат} = 100 \text{ ватт} \cdot 3600 \text{ сек} = 3{,}6 \cdot 10^5 \text{ жоуль};$$

б) ўзгармас 1 *киловатт* қувватга эга бўлган механизмнинг 1 соатда бажарган ишига тенг бирлик. Ишнинг бу бирлиги *киловатт-соат* дейилади:

$$1 \text{ киловатт-соат} = 1000 \text{ ватт} \cdot 3600 \text{ сек} = 3{,}6 \cdot 10^6 \text{ жоуль}.$$

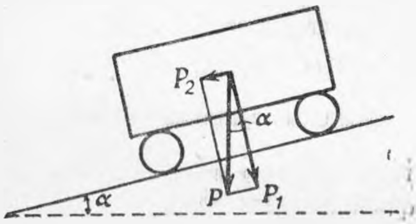
Ишни ва қувватни аниқлашга оид бир неча мисоллар кўрамиз.

1-мисол. Оғирлиги 500 *Т* бўлган электр поезди текис ҳаракат билан 3 *км* йўлни ўтади. Йўлнинг қиялиги 1 *км* га 4 *м*. Ишқалиш коэффициенти $\chi = 0{,}002$.

[1] Узоқ вақт ишлаганда от ҳақиқатан ҳам ўрта ҳисобда 75 *кГм/сек* га яқин қувват беради, лекин қисқа вақтда от бир неча „от кучи“ га тенг қувват билан ишлай олади.

а) Поезд бажарган иш топилсин; б) агар 3 *км* йўл 5 минутда ўтилган бўлса, электропоезднинг қуввати топилсин.

Ечилиши. $P_{ишқ} = \varkappa P_1$ ишқалиш кучига ва оғирлик кучининг йўлга параллел бўлган P_2 ташкил этувчисига қарши иш бажарилади, бунда P_1 — поезднинг рельсга босими (58-расм). Шундай қилиб, қилдирилаётган A иш:



58-расм. Иш ишқалиш кучига қарши ва орқага думалатувчи P_2 кучга қарши бажарилади.

$$A = (\varkappa P_1 + P_2)\cdot s \qquad (10)$$

бўлади.

58-расмдан:

$$P_1 = P\cos\alpha;\quad P_2 = P\sin\alpha,$$

бунда P — поезднинг оғирлиги ва α — йўлнинг горизонтга оғмалик бурчаги. P_1 ва P_2 нинг бу қийматларини (10) тенгликка қўйсак, иш учун қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$A = P(\varkappa\cos\alpha + \sin\alpha)s \qquad (11)$$

$\sin\alpha$ ва $\cos\alpha$ катталикларни топиш учун 1 *км* йўлда кўтарилиш қиялиги 4 *м* эканидан фойдаланамиз. Шунга кўра:

$$\sin\alpha = \frac{4}{1000} = 0{,}004 \text{ ва } \cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-0{,}004^2} =$$

$= 0{,}99992$, яъни тахминан $\cos\alpha = 1$. Шундан сўнг (11) тенгликка асосан ёзамиз:

$$A = 5\cdot 10^6\,(0{,}002 + 0{,}004)\cdot 3000\ кГм,$$

бундан

$$A = 9\cdot 10^6\ кГм = 8{,}83\cdot 10^7\ ж = 8{,}83\cdot 10^4\ кж.$$

Қилдирилаётган қувват

$$W = \frac{A}{t} = \frac{8{,}83\cdot 10^4}{300}\ квт = 2{,}94\cdot 10^2\ квт$$

ёки

$$W = \frac{2{,}94\cdot 10^2}{0{,}736}\ о.\ к. = 399\ о.\ к.$$

2-мисол. Сиқувчи куч пружинанинг сиқилишига пропорционал бўлиши ва пружина 1 *см* сиқилиши учун 2 *кГ* куч кераклиги маълум. Пружинани 10 *см* сиқиш учун бажариладиган иш аниқлансин.

Ечилиши. Бу ҳолда биз ўзгарувчан кучнинг ишини кўрямиз; куч пружинанинг сиқилишига пропорционал равишда ортади. Пружинанинг сиқилишини s билан белгиласак, куч учун қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$f = ks; \qquad (12)$$

бунда k—пружинанинг маҳкамлик даражасига қараб аниқланадиган коэффициент.

Графикда f куч билан s сиқилиш орасидаги боғланиш координата бошидан ўтувчи OA тўғри чизиқ билан тасвирланади (59-расм).

Агар пружинанинг сиқилиши s бўлса, ўзгарувчан куч худди мана шу s йўлда иш бажаради. 117-бетда айтилганларга кўра, штрихланган шаклнинг юзи ишни тасвирлайди. Бу шакл учбурчак бўлгани учун, унинг юзи $\frac{AB \cdot OB}{2}$ бўлади, лекин $OB = s$ ва $AB = ks$, бундан қидирилаётган иш:

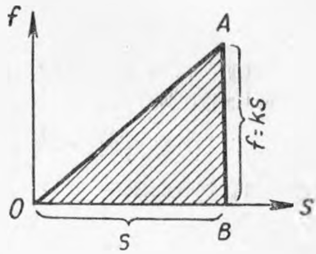
$$A = \frac{ks \cdot s}{2} = \frac{ks^2}{2}. \qquad (13)$$

k коэффициентнинг сон қийматини (12) тенгликдан асосан топамиз. $s = 1$ *см* бўлганда $f = 2$ *кГ* бўлади; аммо техник системадан фойдаланиш учун s узунликни метрларда оламиз, у ҳолда $s = 0{,}01$ *м* ва

$$k = \frac{f}{s} = \frac{2}{0{,}01} \text{ кГ/м} = 200 \text{ кГ/м}.$$

k нинг бу қийматини (13) тенгликка қўйиб, ишнинг қийматини топамиз:

$$A = \frac{200 \cdot (0{,}1)^2}{2} \text{ кГм} = 1 \text{ кГм}.$$



59- расм. Чўзилган пружина эластик кучларининг иши OAB учбурчакнинг юзига тенг.

§ 26. Механик системанинг кинетик энергияси. Моддий нуқта деб қаралаётган жисм куч таъсири остида ҳаракатланганда тезлигини ўзгартиради. Таъсир қилаётган кучнинг бажарган иши билан жисм тезлигининг ўзгариши орасида боғланиш бор. Бу боғланиш моддий нуқтанинг *кинетик энергияси* деб аталадиган физик катталик орқали ифодаланади.

Моддий нуқтанинг кинетик энергиясини аниқлаш учун m массали моддий нуқтанинг тезлигини v_1 қийматдан v_2 қийматгача ўзгартирганда қандай иш бажарилиши зарур бўлишини ҳисоблаймиз. Бунинг учун жисмга $\mathbf{v}_1$ тезлик векторига параллел бўлган ўзгармас $\mathbf{f}$ кучни қўямиз. Бу куч бирор t вақт оралигида тезликни v_1 қийматдан v_2 қийматгача ўзгартиради. Шу t вақтда моддий нуқта s йўлни босиб ўтади ва $\mathbf{f}$ куч

$$A = fs \qquad (1)$$

иш бажаради.

Куч ўзгармас бўлгани учун ҳаракат текис тезланувчан бўлади, унинг тезланиши:

$$w = \frac{v_2 - v_1}{t}.$$

Демак, куч:

$$f = mw = m\frac{v_2 - v_1}{t} \qquad (2)$$

бўлади.

Моддий нуқтанинг t вақтда босиб ўтган йўлини $\bar{v} = \frac{v_2 + v_1}{2}$ ўртача тезлик орқали аниқлаймиз:

$$s = \frac{v_2 + v_1}{2} t. \tag{3}$$

f куч ва s йўлнинг топилган (2) ва (3) қийматларини (1) формулага қўйсак:

$$A = m\frac{v_2 - v_1}{t} \cdot \frac{v_2 + v_1}{2} t = m\frac{(v_2 - v_1)(v_2 + v_1)}{2}$$

бўлади, бундан:

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \tag{4}$$

Шундай қилиб, f *кучнинг иши кинетик энергия деб аталадиган катталик* $\frac{mv^2}{2}$ *нинг орттирмасига сон жиҳатдан тенг бўлар экан.* Кинетик энергияни E_k орқали белгилаймиз:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}. \tag{5}$$

У ҳолда (4) тенгликни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$A = E_{k_2} - E_{k_1} = \Delta E_k. \tag{6}$$

(4) тенгликдан кўринадики, v тезлик билан ҳаракатланаётган жисмнинг тўхташи учун ($v_1 = v$, $v_2 = 0$) у жисмга таъсир қилаётган куч сон жиҳатдан $E_k = \frac{mv^2}{2}$ кинетик энергияга тенг бўлган манфий иш бажариши керак; аксинча, m массали жисмга v тезлик бериш учун таъсир қилаётган куч $\frac{mv^2}{2}$ га тенг бўлган мусбат иш бажариши керак.

Агар $\frac{mv^2}{2}$ ифодадаги ҳамма катталиклар CGS-системада ўлчанган бўлса, яъни m — граммларда, v — *см/сек* ларда ўлчанган бўлса, энергия *эрг* ларда ифодаланади. Техник системада v *м/сек* ларда ва m техник масса бирликларида (9,81 *кг*) ифодаланади; бу ҳолда энергия *кГм* ларда ифодаланади. Амалда кўпинча аралаш системадан фойдаланилади: v тезлик *м/сек* ларда, m масса *кг* ларда, E_k энергия эса *кГм* ларда ифодаланади. У ҳолда (5) формулага k пропорционаллик коэффициенти киритилиши керак; у коэффициентнинг сон қиймати бу ҳолда $\frac{1}{9,81}$ бўлади, шундай қилиб:

$$E_k\,(кГм) = \frac{m\,(кг)\,[v\,(м/сек)]^2}{9,81 \cdot 2}.$$

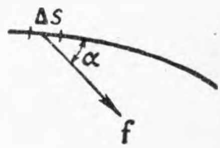
Куч ўзгарувчан ва ҳаракат эгри чизиқли бўлганда ҳам (4) муносабатни осонгина чиқариш мумкин. Ихтиёрий кичик Δt вақт оралигида жисм кичик Δs йўлни ўтади, деб фараз қилайлик (60-расм). У ҳолда, шу йўлда бажарилган иш

$$\Delta A = f \cos \alpha \cdot \Delta s$$

бўлади, бунда α — бурчак **f** куч билан Δs йўл йўналиши орасидаги бурчакдир.

Ньютоннинг иккинчи қонунига асосан $\mathbf{f} = m \cdot \mathbf{w}$, бунда $\mathbf{w}$ — шу кучнинг таъсири натижасида вужудга келаётган тезланиш; **w** векторнинг йўналиши **f** кучнинг йўналиши билан бир хил. Шунга кўра (7) ифодани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\Delta A = mw \cos \alpha \cdot \Delta s. \tag{8}$$



60-расм. Эгри чизиқли ҳаракатда босиб ўтилган кичкина Δs йўл.

$w \cos \alpha$ катталик тезланиш векторининг кичик Δs йўлга олинган проекциясидир. Δs йўлнинг йўналиши траекторияга ўтказилган уринманинг йўналиши билан устма-уст тушади. Шундай қилиб, $w \cos \alpha$ катталик тезланишнинг w_t тангенциал ташкил этувчисидир. Тезланишнинг бу ташкил этувчиси $\Delta v | \Delta t$ нисбатга тенг; бунда Δv — тезлик сон қийматининг ўзгаришидир. $w \cos \alpha$ нинг бу қийматини (8) формулага қўйсак:

$$\Delta A = m \frac{\Delta v}{\Delta t} \Delta s$$

бўлади. Нихоят $\Delta s = v\Delta t$ бўлгани учун:

$$\Delta A = mv\Delta v. \tag{9}$$

Чекли s йўлда бажарилган тўла A ишни топиш учун (9) ифоданинг йиғиндисини топиш керак.

$$A = \sum \Delta A = \sum mv\Delta v.$$

m массани ўзгармас миқдор бўлгани учун йиғинди белгисининг ташқарисига чиқариб ёзамиз:

$$A = m \sum v\Delta v. \tag{9a}$$

Бу йиғиндини ҳисоблаш учун тезлик ўзгаришини чексиз кичик деб ҳисоблаймиз, у ҳолда йиғинди йўл бошига тўғри келадиган v_1 тезликдан йўл охирига тўғри келадиган v_2 тезликкача бўлган чегараларда олинган

$$A = m \int_{v_1}^{v_2} v dv$$

интеграл билан алмашади. Интеграллаш амалини бажарамиз:

$$m \int_{v_1}^{v_2} v dv = m \left[\frac{v^2}{2} \right]_{v_1}^{v_2} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2},$$

бундан:

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

Кинетик энергияни аниқлашга оид бир неча мисол келтирамиз.

1- мисол. Оғирлиги 600 T бўлган поезд станциядан жўнаб кетади ва 5 минут ўтгач, 2,5 *км* йўл босиб ўтганда унинг тезлиги 60 *км/соат* га етади. χ ишқалиш коэффициентининг қиймати ўзгармас 0,005 бўлган ҳол учун паровознинг ўртача қуввати топилсин.

Ечилиши. Паровоз бажарган иш икки ишдан: ишқалиш кучига қарши бажарилган ишдан ва поездга кинетик энергия запаси бериш учун сарфланган ишдан иборат. Шунинг учун:

$$A = f_{\text{ишқ}} \cdot s + \frac{mv^2}{2},$$

бунда $f_{\text{ишқ}} = \chi P$ ишқалиш кучидир, m — поезднинг массаси, v — унинг s йўл охиридаги тезлиги.

Бундан, изланаётган W қувват:

$$W = \frac{A}{t} = \chi P \cdot \frac{s}{t} + \frac{mv^2}{2t}$$

ёки

$$W = 0{,}005 \cdot 6 \cdot 10^5 \cdot \frac{2{,}5 \cdot 10^3}{300} + \frac{6 \cdot 10^5 \cdot (16{,}7)^2}{9{,}81 \cdot 2 \cdot 300} = 5{,}3 \cdot 10^4 \text{ кГм/сек},$$

ёки

$$W = \frac{5{,}3 \cdot 10^4}{75} \text{ о. к.} \cong 700 \text{ о. к.}$$

2- мисол. Шарларнинг марказий эластик урилишдан кейинги тезликлари аниқлансин; шарларнинг массалари m_1 ва m_2, уларнинг урилишгача бўлган тезликлари v_1 ва v_2.

Ечилиши. Шарларнинг урилишдан кейинги тезликларини v_1' ва v_2' билан белгилаймиз. Урилиш эластик бўлса, шарларнинг урилишгача бўлган кинетик энергиялари йиғиндиси уларнинг урилишдан кейинги кинетик энергияларининг йиғиндисига тенг бўлади:

$$\frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}. \qquad (10)$$

Бундан ташқари, ҳаракат миқдорининг сақланиш қонуни ҳам бажарилиши керак (20- параграфга қаранг), яъни:

$$m_1 v_1' + m_2 v_2'^2 = m_1 v_1 + m_2 v_2. \qquad (11)^1$$

Бу иккита (10) ва (11) тенгламани v_1' ва v_2' номаълумларга нисбатан ечиб, қуйидагиларни топамиз:

$$\left.\begin{aligned} v_1' &= \frac{(m_1 - m_2)\, v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}, \\ v_2^1 &= \frac{(m_2 - m_1)\, v_2 + 2m_1 v_2}{m_1 + m_2}. \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

[1] Шу нарсага ҳам эътибор бериш керакки, (10) тенглик скаляр характерга эга; у урилиш марказий бўлмаганда ҳам, яъни шарларнинг v_1 ва v_2 тезликлари ҳар хил йўналишга эга бўлганда ҳам тўғри бўлади. (11) тенглик эса вектор характерга эга; у, текстда келтирилган кўринишда, фақат марказий урилиш учун, яъни ҳамма v_1, v_2, v_1' ва v_2' тезликлар бир тўғри чизиқ бўйлаб йўналган ҳолдагина тўғри бўлади.

3- м и с о л. Икки шарнинг эластикмас марказий урилишида йўқотилган кинетик энергия топилсин. Шарларнинг массалари m_1 ва m_2, тўқнашишдан олдин уларнинг тезликлари v_1 ва v_2.

Е ч и л и ш и. Тўқнашишдан олдин шарларнинг кинетик энергияси:

$$E_{k_1} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}.$$

Эластикмас урилишдан сўнг ҳар иккала шар бир хил v' тезлик билан ҳаракатланади; бу тезлик қуйидаги формула билан берилади (§ 20):

$$v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}. \tag{13}$$

Урилиш вақтида кинетик энергиянинг ўзгариши қуйидагича:

$$\Delta E = E_{k_2} - E_{k_1} = \frac{(m_1 + m_2) v'^2}{2} - \left(\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}\right).$$

Бунга v' нинг қийматини (13) формулага асосан қўйсак:

$$\Delta E = -\frac{m_1 m_2 (v_1 - v_2)^2}{2(m_1 + m_2)} \tag{14}$$

бўлишини топамиз.

Шундай қилиб, шарлар эластикмас урилганда кинетик энергия камаяр экан. Энергиянинг бу ўзгариши шарларнинг урилиш вақтида рўй берган эластикмас деформацияда бажарилган ишга сарф бўлади. Пировардида бу иш шарларнинг бир оз қизишига сабаб бўлади.

Битта моддий нуқтани текширишдан моддий нуқталар системасини текширишга ўтиш учун, (4) муносабатни системанинг ҳар бир нуқтасига татбиқ қиламиз:

$$A_i = \frac{m v_{i2}^2}{2} - \frac{m v_{i1}^2}{2}. \tag{15}$$

Бундаги индекс i муайян моддий нуқтани белгилайди, A_i эса шу нуқтага таъсир қилувчи кучларнинг ишини ифодалайди.

Системанинг кинетик энергияси E_k деб, системани ташкил қилган ҳамма моддий нуқталар кинетик энергияларининг йиғиндисини айтилади:

$$E_k = \sum_i \frac{m v_i^2}{2}. \tag{16}$$

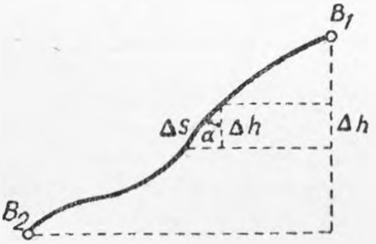
Ҳамма моддий нуқталар учун ёзилган (15) тенгликларни ҳадлаб қўшиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$E_{k2} - E_{k1} = A, \tag{17}$$

бундаги $A = \sum_i A_i$ системани ташкил қилган ҳамма моддий нуқталарга қўйилган барча кучлар бажарган ишларнинг йиғиндисидир. (17) тенглик механиканинг асосий қонунларидан бирини ифодалайди:

система кинетик энергиясининг ўзгариши системани ташкил қилган моддий нуқталарга қўйилган ҳамма кучларнинг бажарган ишига тенг.

§ 27. Механик системанинг потенциал энергияси. Моддий нуқта деб қаралаётган жисм атрофидаги жисмлар билан ўзаро таъсирда бўлиб, *бир жойдан иккинчи жойга кўчиб боряпти,* деб фараз қилайлик. Демак, бу жисмга кучлар таъсир қилади; бундай ҳолни, жисм *куч майдонида* кўчиб боряпти, деб юритадилар. Текширилаётган жисмга таъсир қилаётган кучларнинг табиати жуда ҳам турли-туман бўлиши мумкин, масалан, бу кучлар тортишиш кучлари, ишқалиш кучлари, электр кучлари ва бошқалар бўлиши мумкин.



61-расм. Тортишиш кучининг бажарган ишини аниқлашга доир.

Моддий нуқта оғирлик кучининг бир жинсли майдонида ҳаракатланганда бажариладиган ишни текшириб кўрайлик. Оғирлик кучининг бундай майдони Ер сиртига яқин жойда мавжуд бўлади (моддий нуқта ўрнининг Ер сиртидан баландлиги h Ер шарининг радиуси R га қараганда ниҳоятда кичик бўлганда), оғирлик кучи жисмнинг Ер сиртидан қанча баландда бўлишига амалда боғлиқ бўлмай қолади. Моддий нуқта бирор B_1B_2 эгри чизиқ бўйича ҳаракатланади, деб фараз қилайлик (61-расм). Бу эгри чизиқни шундай майда элементар кесмаларга бўламизки, уларнинг ҳар бирини тўғри чизиқ кесмаси деб ҳисоблаш мумкин бўлсин. У ҳолда Δs кесмани босиб ўтилганда бажариладиган элементар иш $\Delta A = P \cdot \Delta s \cos \alpha$ бўлади; бунда P — жисмнинг оғирлиги, α — оғирлик кучининг йўналиши билан силжиш йўналиши орасидаги бурчак. 61-расмдан кўринадики, $\Delta s \cos \alpha = \Delta h$; бунда Δh — жисм баландлигининг Δs кесмани босиб ўтишдаги ўзгаришидир.

B_1 нуқтадан B_2 нуқтагача силжишда бажарилган ҳамма иш

$$A = \sum \Delta A = \sum P \cdot \Delta h = P \sum \Delta h$$

бўлади; лекин $\sum \Delta h$ йиғинди B_1 нуқтанинг B_2 нуқтадан қанча баланд жойлашганини кўрсатувчи h кесмани беради. Шундай қилиб,

$$A = Ph, \qquad (1)$$

яъни жисм ихтиёрий эгри чизиқ бўйича силжиганда оғирлик кучининг бажарган иши жисм босиб ўтган йўлнинг бошланғич ва охирги нуқталари баландликларининг фарқига тенг бўлган h кесма бўйича вертикал силжиганда бажариладиган ишга тенг бўлади. *Оғирлик кучи майдонида бажарилган иш босиб ўтилган йўлнинг шаклига ва узунлигига боғлиқ эмас, фақат йўлнинг охирги нуқтаси бошланғич нуқтасига нисбатан қанча баланд жойлашганлигига боғлиқ.* Табиатда, оғирлик кучидан ташқари, мана шундай ажойиб хусусияти бўлган яна бошқа кучлар ҳам борки, уларнинг моддий нуқта силжиганда бажарган иши фақат йўлнинг бошланғич ва охирги нуқталари ўрнигагина боғлиқ бўлиб, на йўлнинг кўринишига, на ҳаракатнинг тезлигига боғлиқ эмас. Бундай кучлар *потенциал кучлар* деб аталади. Моддий нуқта потенциал кучлар майдонида ҳаракатланганда *потенциал энергия* тушунчасини киритиш мумкин. Шу катталикнинг айирмаси орқали кучларнинг бажарган иши аниқланади. Моддий нуқта фазонинг бирор (*1*) нуқтасидан фазонинг бошқа бир (*2*) нуқтасига силжийди ва бу вақтда унга таъсир қилувчи кучлар $A_{1,2}$ ишни бажаради, деб фараз қилайлик. Юқорида айтилганларга кўра, потенциал кучлар учун бу иш фақат йўлнинг бошланғич ва охирги нуқталарининг ўринлари, яъни (*1*) ва (*2*) нуқталарнинг вазияти билангина характерланади. Демак, моддий нуқтанинг потенциал кучлар майдонидаги ўрнини характерловчи шундай E_p катталикни киритиш мумкинки, $A_{1,2}$ иш ана шу E_p катталикнинг (*1*) ва (*2*) нуқталардаги E_{p_1} ва E_{p_2} қийматлари айирмасига тенг бўлади:

$$E_{p_1} - E_{p_2} = A_{1,2}. \qquad (2)$$

Мана шу E_p катталик потенциал энергия дейилади.

(2) тенглик икки нуқтадаги потенциал энергияларнинг *айирмасинигина* аниқлайди; агар потенциал энергиянинг фазонинг маълум бир нуқтасидаги қиймати шартли равишда ноль деб олинса, потенциал энергияни аниқлаш мумкин.

Мисол тариқасида моддий нуқтанинг оғирлик кучи майдонидаги потенциал энергиясини аниқлаймиз. Жисм фазонинг B_1 нуқтасидан унга нисбатан h масофага пастда жойлашган B_2 нуқтасига кўчганда оғирлик кучининг иши, (1) тенгликка кўра, $A = Ph$ бўлади ёки агар m орқали жисмнинг массасини ва g орқали оғирлик кучининг тезланишини белгиласак, $A = mgh$ бўлади. B_1 нуқтанинг бирор бошланғич баландликдан бошлаб ўлчанган баландлигини h_1 орқали, B_2 нуқтанинг баландлигини эса h_2 орқали белгилаймиз, у ҳолда $h = h_1 - h_2$ ва

$$A = mgh_1 - mgh_2.$$

Иккинчи томондан, (2) формула бўйича:

$$A = E_{p_1} - E_{p_2}.$$

Агар моддий нуқта потенциал энергиясининг $h_2 = 0$ баландликдаги қийматини шартли равишда ноль деб ҳисобласак, кейинги икки тенгликни ўзаро таққослаб, қуйидаги хулосага келамиз:

$$E_{ph} = mgh. \tag{3}$$

Шундай қилиб, h баландликка кўтарилган m массали жисмнинг потенцнал энергияси mgh га тенг бўлар экан. Бу хулосага келиш учун Ер сиртида ётган жисмнинг потенциал энергияси шартли равишда нолга тенг деб қабул қилинади. Агар жисм h баландликдан пастга тушса, оғирлик кучи $A = P \cdot h$ мусбат иш бажаради. Бунинг натижасида потенциал энергия камаяди. Жисм h баландликка кўтарилганда оғирлик кучи манфий иш бажаради. Бу ҳолда (2) тенгликдан: $E_{p_1} - E_{p_2} < 0$, яъни потенциал энергиянинг қиймати кўпаяди.

Иккинчи мисол сифатида *сиқилган пружинанинг потенциал энергиясини* кўрайлик. 25-параграфдаги 2-мисолда биз кўрдикки, эластик пружинани s масофага сиқиш учун $A = \frac{ks^2}{2}$ миқдор иш сарфлаш зарур бўлади; бунда k — пружинанинг қаттиқлик коэффициентидир. Пружинанинг потенциал энергияси худди мана шу ишга тенг миқдорга кўпаяди. Агар сиқилмаган пружинанинг потенциал энергиясини нолга тенг деб ҳисобласак, s масофага сиқилган пружинанинг потенциал энергияси

$$E_p = \frac{ks^2}{2}$$

бўлади. Бу ерда потенциал энергия пружина сиқилишининг квадратига пропорционалдир.

Моддий нуқталар системасини текширишга ўтамиз. Дастлаб, моддий нуқталар системаси яккаланган, яъни унинг нуқталари фақат ўзаро таъсирлашади ва уларга системага нисбатан ташқи бўлган жисмлар таъсир қилмайди, деб фараз қиламиз. Моддий нуқталарнинг ўзаро таъсир кучлари улар орасидаги масофага боғлиқ бўлсин. Моддий нуқталарнинг маълум бир ўринда туришини системанинг *конфигурацияси* деб атаймиз, деб шартлашиб олайлик. Моддий нуқталарнинг бир-бирига нисбатан ҳар қандай силжиши системанинг конфигурациясини ўзгартиради. Система бирор (*1*) конфигурациядан бошқа бир (*2*) конфигурацияга ўтганда системанинг моддий нуқталарига таъсир қилувчи кучлар маълум миқдор иш бажаради, бу ишни $A_{1,2}$ орқали белгилаймиз. Агар ҳамма кучлар потенциал характерга эга бўлса, $A_{1,2}$ иш *фақат системанинг бошланғич конфигурацияси қандай ва охирги конфигурацияси қандай эканлигигагина боғлиқ бўлади.* Бу ҳолда $A_{1,2}$ ишни системанинг мос равишда (*1*) ва (*2*) конфигурацияларда бўлгандаги потенциал энергияларининг айирмаси шаклида ифодалаш мумкин:

$$A_{1,2} = E_{p1} - E_{p2}. \tag{4}$$

Юқоридаги каби, (4) муносабат фақат потенциал энергияларнинг фарқинигина аниқлайди; потенциал энергиянинг ўзини аниқлаш учун системанинг бирор аниқ конфигурациядаги энергиясини нолга тенг деб ҳисоблаш керак бўлади.

Ернинг тортиш кучи майдонидаги жисмнинг потенциал энергиясига тегишли бўлган юқорида кўрилган мисолни Ер ва текширилаётган оғир жисмдан иборат системанинг потенциал энергиясига тегишли мисол сифатида ҳам қараб чиқиш мумкин. Оғир жисм h баландликдан ерга тушадиган ҳолда, Ер ва унинг сиртидан h баландликдаги жисм — бошланғич конфигурация бўлади; Ер ва унинг сиртида ётган жисм — охирги конфигурация бўлади. Оғирлик кучининг иши бу икки конфигурациялардаги потенциал энергияларнинг айирмаси орқали ифодаланади:

$$A_{1,2} = E_{ph} - E_{po}.$$

Яна бир марта қайд қилиб ўтамизки, (4) муносабат фақат система бир конфигурациядан иккинчисига ўтганда кучларнинг иши моддий нуқталарнинг қандай силжиб боришига боғлиқ бўлмаган ҳолдагина ўринли бўлади. Бу шарт ҳамма вақт ҳам бажарилавермайди. Табиатда учрайдиган ҳамма кучлар ҳам потенциал бўлавермайди. Масалан, ишқалиш кучларининг бажарган иши босиб ўтилган йўлнинг узунлигига боғлиқ. Шунинг учун ишқалиш кучлари мавжуд бўлган ҳолларда ишни потенциал энергиялар айирмаси орқали ифодалаб бўлмайди.

§ 28. Система механик энергиясининг сақланиш ва ўзгариш қонунлари. Биз моддий нуқталарнинг яккаланган системасини текширяпмиз ва бу системада фақат потенциал кучлар таъсир қиляпти, деб фараз қилайлик. *Системанинг ҳолати унинг конфигурацияси ва уни ташкил қилган моддий нуқталарнинг тезликлари билан аниқланади.* Система бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга ўтганда системани ташкил қилган моддий нуқталарга қўйилган кучлар иш бажаради. Бу ишни биз яна $A_{1,2}$ орқали белгилаймиз ва индекс 1 системанинг бошланғич (*1*) ҳолатига, индекс 2 эса унинг охирги (*2*) ҳолатига тегишли деб ҳисоблаймиз. Моддий нуқталарнинг тезликлари ва уларнинг жойлашиши билан бир-биридан фарқланадиган бу икки ҳолатнинг ҳар бирида система мос равишда кинетик энергиянинг E_{k1} ва E_{k2} қийматлари ва потенциал энергиянинг E_{p1} ва E_{p2} қийматлари билан характерланади. У ҳолда $A_{1,2}$ иш икки усулда ифодаланиши мумкин ёки кинетик энергияларнинг айирмаси орқали:

$$A_{1,2} = E_{k2} - E_{k1}, \tag{1}$$

ёки потенциал энергияларнинг айирмаси орқали

$$A_{1,2} = E_{p_1} - E_{p_2} \qquad (2)$$

Бу икки тенгликдан қуйидагига эга бўламиз:

$$E_{k2} + E_{p_2} = E_{k1} + E_{p_1}. \qquad (3)$$

Системанинг кинетик ва потенциал энергияларининг йиғиндиси *унинг тўла механик энергияси E* дейилади:

$$E_k + E_p = E. \qquad (4)$$

У ҳолда (3) тенглик қуйидаги кўринишни олади:

$$E_1 = E_2, \qquad (5)$$

яъни *фақат потенциал кучлар таъсир қиладиган яккаланган системанинг тўла энергияси ўзгармас бўлиб сақланади,* деган хулосани оламиз. Бу хулоса механик энергиянинг сақланиш қонуни деб аталади. У механиканинг асосий қонунларидан келиб чиқадиган энг муҳим хулосалардан биридир.

Система бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга ўтганда унинг кинетик энергияси ҳам, потенциал энергияси ҳам ўз ҳолига ўзгариши мумкин, лекин уларнинг йиғиндиси ўзгармай сақланади. Агар, масалан, кинетик энергия бирор ΔE_2 миқдорга ортса, потенциал энергия худди шунча $\Delta E_p = \Delta E_k$ миқдорга камайиши керак. Бироқ, шу нарсани унутмаслик керакки, яккаланган система механик энергиясининг сақланиш қонуни системада таъсир қилаётган кучлар потенциал кучлар бўлгандагина ўринли бўлади. Потенциал бўлмаган кучлар, масалан, ишқалиш кучлари мавжуд бўлса, системанинг кинетик ва потенциал энергиялари йиғиндиси ўзгармас бўлиб сақланмайди. Энергия сақланиш қонунининг ихтиёрий системаларга умумлаштирилиши 68-параграфда берилади.

Ишқалишни ҳисобга олмай, жисмнинг юқоридан пастга тушишини текширайлик.

Массаси m бўлган жисм h баландликка кўтарилган бўлсин, у ҳолда унинг потенциал энергияси:

$$E_p = mgh.$$

Жисм h баландликдан пастга тушганда унинг потенциал энергияси камаяди, лекин жисм маълум тезлик олади ва, демак, запас кинетик энергия олади. Тушиш охирида бу кинетик энергия

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

бўлади; бунда $v = \sqrt{2gh}$ — жисмнинг Ерга етишдаги тезлигидир. v нинг бу қийматини кинетик энергиянинг ифодасига қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$E_k = \frac{m \cdot 2gh}{2} = mgh,$$

яъни тушиш охирида потенциал энергия ўрнига унга тенг миқдорда кинетик энергия вужудга келди. Энергия бир кўринишдан иккинчи кўринишга ўтди, лекин унинг умумий миқдори ўзгармай қолди.

Берк механик системанинг E_k кинетик ва E_p потенциал энергияларининг йиғиндисига тенг бўлган тўла энергияси E ўзгармай қолади:

$$E = E_k + E_p = \text{const}.$$

Кинетик энергиянинг камайиши потенциал энергиянинг кўпайишига олиб келади ва аксинча. Юқоридан пастга тушаётган тош мисолидаги каби, яккаланган механик системанинг умумий ҳолида ҳам процесслар энергиянинг кинетик кўринишдан потенциал кўринишга ва аксинча ўтишдангина иборат бўлади.

Берк механик системада ҳамма жисмлар дастлаб тинч ҳолатда турибди, деб фараз қилайлик. У ҳолда $E_k = 0$ ва потенциал энергия $E_p = E$, яъни бутун энергия запаси потенциал энергиядангина иборат бўлади. Кинетик энергия E_k доим мусбат бўлгани учун, у фақат потенциал энергия E_p нинг камайиши ҳисобигагина вужудга келиши мумкин. Бундан биз қуйидаги хулосага келамиз: агар вақтнинг бошланғич пайтида потенциал энергия E_p нинг қиймати *мумкин бўлган қийматларнинг энг кичигига тенг бўлса (минимум)* ва механик системани ташкил қилган жисмлар тинч ҳолатда бўлса ($E_k = 0$), кейинги пайтларда ҳам уларнинг *ҳаракатга келиши мумкин эмас,* чунки ташқаридан таъсир бўлмай туриб, кинетик энергия E_k вужудга кела олмайди. Бошқача қилиб айтганда: *потенциал энергиясининг қиймати минимал бўлган яккаланган механик системадаги жисмлар ҳаракатсиз бўлса, бундай система мувозанат ҳолатда бўлади.* Чуқурчанинг тубида ҳаракатсиз турган оғир шар бунга мисол бўла олади, унинг потенциал энергияси E_p минимал қийматда ва шар мувозанатда бўлади; ташқаридан таъсир бўлмаса, шар чуқурчадан чиқиб кета олмайди.

Бир неча хусусий мисолларни кўрайлик.

1-мисол. 2 *кГ* оғирликдаги тош 5 *м* баландликдан тушиб, юмшоқ ерга 5 *см* ботади. Урилишнинг ўртача кучи қанча?

Ечилиши. h баландликдаги тошнинг потенциал энергия запаси $E_p = Ph$ бўлади, бунда P — тошнинг оғирлиги. Мана шу потенциал энергия ҳисобига тошнинг ерга ботиш иши бажарилди, шунинг учун

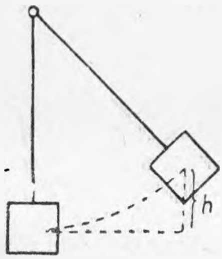
$$\bar{f} \cdot s = Ph,$$

бунда $\bar{f}$ — урилишнинг ўртача кучи ва s — ерга ботиш чуқурлиги. Бундан:

$$\bar{f} = P\frac{h}{s} = 2\cdot\frac{5}{0{,}05}\ \kappa\Gamma = 200\,\kappa\Gamma.$$

2-мисол. Ўқнинг тезлигини ўлчаш учун баллистик маятникдан фойдаланадилар. Бу маятник ипга осилган ва кум билан тўлдирилган яшикдир. Ўқ яшикка тегиб, унинг ичида қолади, лекин яшик бирор баландликка кўтарилади (62-расм). Қуйидаги маълумотларга асосланиб, ўқнинг тезлиги аниқлансин; ўқнинг массаси m_1, яшикнинг массаси m_2, яшикнинг кўтарилиш баландлиги h.

Ечилиши. Ўқ яшикка теккандан сўнг яшик билан бирга умумий v' тезлик билан ҳаракат қилади. Бу тезлик ўқ билан яшик орасидаги урилиш ҳодисасининг эластикмаслигидан топилади:



62-расм. Баллистик маятник.

$$v' = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\,v.$$

Яшик билан ўқнинг кинетик энергияси:

$$E_k = \frac{(m_1 + m_2)\,v'^2}{2}.$$

Бунга v' тезликнинг қийматини қўйсак,

$$E_k = \frac{m_1^2 v^2}{2\,(m_1 + m_2)}.$$

Яшик h баландликка кўтарилганда, бу кинетик энергиянинг ҳаммаси потенциал энергияга айланади, шунга кўра:

$$\frac{m_1^2 v^2}{2\,(m_1 + m_2)} = (m_1 + m_2)\,gh,$$

бундан ўқнинг изланаётган тезлиги:

$$v = \frac{m_1 + m_2}{m_1}\sqrt{2gh}$$

бўлишини аниқлаймиз. Одатда, ўқнинг m_1 массаси яшикнинг m_2 массасига қараганда жуда кичик бўлгани учун, тақрибан:

$$v = \frac{m_2}{m_1}\sqrt{2gh}.$$

Энди яккаланмаган системани кўрамиз ва ички кучлар орасида ишқалиш кучлари (потенциал бўлмаган кучлар) ҳам бор, деб фараз қиламиз. Биз фақат механик ҳодисаларнигина ҳисобга олиш билан чекланамиз ва иссиқликка оид ҳамда бошқа механик бўлмаган ҳодисаларга эътибор бермаймиз (бундай ҳодисалар ҳақида қуйида 68-параграфда сўзланади). Моддий нуқталарга таъсир қилувчи кучларни уч группага ажратамиз: 1) ички потенциал кучлар, 2) ишқалиш кучлари (потенциал бўлмаган ички кучлар) ва 3) текширилаётган системанинг таркибига кирмайдиган жисмларнинг таъсиридан келиб чиқадиган ташқи кучлар. У ҳолда (1) тенгликдаги ишни ҳам бу уч группа кучларга мослаб уч қисмга ажратамиз ва натижада қуйидагига эга бўламиз:

$$E_{k2} - E_{k1} = A_{\text{ички пот.}} + A_{\text{ишқ.}} + A_{\text{ташқ.}} \qquad (6)$$

Потенциал энергиянинг ўзгариши эса, фақат потенциал кучларнинг ишига боғлиқ:

$$E_{p1} - E_{p2} = A_{\text{ички пот.}} \qquad (7)$$

(6) ва (7) тенгликлардан қуйидагини оламиз:

$$E_{k2} + E_{p2} - (E_{k1} + E_{p1}) = A_{\text{ташқ}} + A_{\text{ишқ.}}$$

Лекин кинетик ва потенциал энергиялар йиғиндиси $E_k + E_p$ системанинг тўла механик энергиясидир (E), шунинг учун:

$$E_2 - E_1 = A_{\text{ташқ}} + A_{\text{ишқ.}} \qquad (8)$$

(8) тенгликдан келиб чиқадики, *системанинг тўла механик энергиясининг ўзгариши ташқи кучлар ва ишқалиш кучлари бажарган ишларнинг йиғиндисига тенг.* Демак, системанинг тўла механик энергияси шундай физик катталик эканки, унинг ўзгаришига ташқи кучлар ва ишқалиш кучларининг иши сабаб бўлади. Агар ташқи кучлар ва ишқалиш кучлари бажарган ишлар йиғиндиси мусбат бўлса, яккаланмаган механик системанинг энергияси кўпаяди, агар у ишлар йиғиндиси манфий бўлса камаяди. Маълумки, ишқалиш кучларининг иши доим манфий бўлади, чунки ҳар бир моддий нуқтага таъсир қилувчи ишқалиш кучи унинг тезлигига қарама-қарши, яъни унинг силжиш йўналишига қарши йўналган бўлади. Шундай қилиб, ишқалиш кучи ҳамма вақт системанинг тўла механик энергиясининг камайишига сабаб бўлади.

§ 29. Энергиянинг график тасвири. Ер сиртидан h баландликка кўтарилган P оғирликдаги жисмнинг потенциал энергияси

$$E_p = Ph = mgh \qquad (1)$$

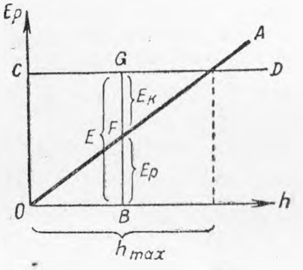
бўлади; бунда m — жисмнинг массаси.

Абсциссалар ўқида h баландликнинг қийматларини ва ординаталар ўқида E_p потенциал энергиянинг қийматларини қўйиб, E_p билан h орасидаги муносабатни графикда тасвирлаймиз; у ҳолда (1) формулага асосан E_p билан h орасидаги муносабат координата бошидан ўтувчи OA тўғри чизиқ билан тасвирланади (63-расм); жисмнинг P оғирлиги қанча катта бўлса, бу тўғри чизиқнинг абсциссалар ўқи билан ташкил қилган бурчаги шунча катта бўлади.

Биз текшираётган процесс $P = mg$ оғирликка эга бўлган тошни вертикал равишда юқоригаирғитишдан иборат бўлсин. Агар ҳавонинг қаршилиги эътиборга олинмаса, бу процессда ҳеч қандай ташқи иш бажарилмаётир, деб ҳисоблаш мумкин. У ҳолда тошнинг тўла энергияси:

$$E = E_k + E_p \tag{2}$$

ўзгармас бўлади; графикда бу тўла энергия абсциссалар ўқига параллел бўлган CD тўғри чизиқ билан тасвирланади. Кинетик энергия $E_k \geqslant 0$ бўлгани учун, (2) тенгликка асосан потенциал энергиянинг мумкин бўлган максимал қиймати $E_p = E$ бўлади (ҳамма энергия потенциал энергияга айланди). Бундан тошнинг кўтарилиши мумкин бўлган максимал $h_{\max}$ баландлик OA ва CD тўғри чизиқлар кесишган нуқтанинг абсциссаси билан аниқланади. Тош фақат h нинг ноль ва $h_{\max}$ қийматлари орасидагина ҳаракатлана олади. h баландликнинг шу оралиқдаги бирор аниқ қиймати учун BF кесма тошнинг потенциал энергиясини тасвирлайди ва FG кесма унинг кинетик энергиясини тасвирлайди. Тош юқорига кўтарилган сари (h катталашади) E_p потенциал энергиянинг орта бориши ва E_k кинетик энергиянинг камая бориши графикдан кўриниб турибди; аксинча, тош пастга тушаётганда (h камая боради) E_p камая боради ва E_k орта боради. Уларнинг йиғиндиси $E_p + E_k$ ҳамма вақт ўзгармас бўлади.



63-расм. Юқорига кўтарилаётган жисмнинг потенциал энергияси OA тўғри чизиқ билан тасвирланади.

Тошнинг максимал кўтарилиш баландлиги $h_{\max}$ тўла энергия орқали қуйидагича аниқланади:

$$h_{\max} = \frac{E}{mg}. \tag{3}$$

Бирор $h < h_{\max}$ баландлик учун FG кесма билан тасвирланган кинетик энергия:

$$E_k = E - E_p = mgh_{\max} - mgh. \tag{4}$$

Тошнинг h баландликдаги тезлигини v билан белгиласак, $E_k = \frac{mv^2}{2}$ бўлади; (4) тенгликка асосан:

$$\frac{mv^2}{2} = mgh_{\max} - mgh,$$

бундан:

$$v = \sqrt{2g(h_{\max} - h)}. \tag{5}$$

Тош юқорига кўтарилаётганда бу тезлик юқорига йўналган, тош пастга тушаётганда — пастга йўналган.

Шу тезликнинг ўзини тошнинг бошланғич v_0 тезлиги орқали ҳам ифодалаш мумкин, у ҳолда

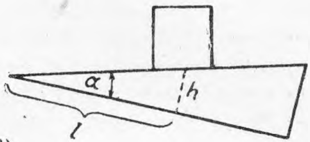
$$E_k = E - E_p = \frac{mv_0^2}{2} - mgh,$$

бундан:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - mgh,$$

демак:

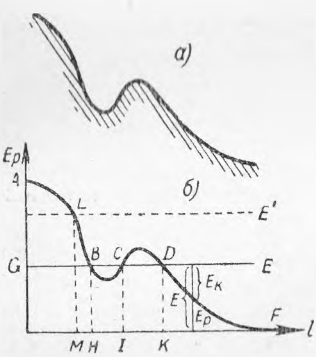
$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}. \qquad (6)$$



64-расм. Оғир жисм қия текислик устида.

P оғирликдаги жисм қия текислик бўйича ишқалишсиз сирпаниб тушаётганда, у жисмнинг энергиялари орасидаги муносабатни ҳам ўша 63-расм тасвирлайди. Бироқ, қия текислик бўйича тушишни текширганда ихтиёрий ўзгарувчи сифатида фақат h баландликнигина эмас, балки бошқа катталикни ҳам, масалан, қия текисликнинг асоси бўйлаб ўлчанадиган l кесмани (64-расм) ҳам олишимиз мумкин. Қия текислик горизонт билан α бурчак ташкил қилса, $h = l \cdot \operatorname{tg} \alpha$ бўлади. Шунга асосан, потенциал энергия l кесманинг функцияси сифатида ифодаланади:

$$E_p = mg \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot l.$$

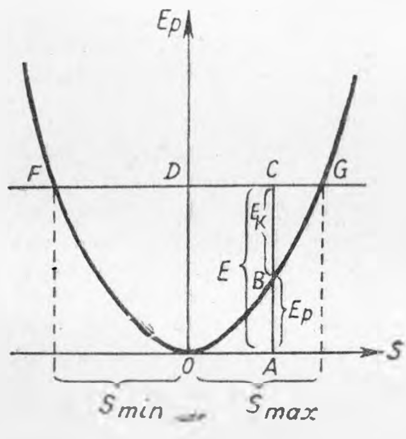


65-расм. Тоғнинг қиялиги бўйича сирпаниб тушаётган жисмнинг потенциал энергияси $ABCDF$ эгри чизиқ билан тасвирланади.

Шундай қилиб, графикда E_p потенциал энергия билан l кесма орасидаги боғланиш ҳам координата бошидан ўтувчи тўғри чизиқ билан тасвирланади, аммо унинг оғмалиги 63-расмдагидан бошқача бўлади.

Энергияни мана шундай тасвирлаш усулини оғир жисм ихтиёрий кўринишдаги сирт бўйича ишқалишсиз сирпаниб тушаётган ҳолда ҳам қўллаш мумкин. Жисм расмда кўрсатилган тепаликдан ишқалишсиз сирпаниб тушаётган бўлсин (65-*а* расм). У ҳолда E_p потенциал энергия тепаликнинг асоси бўйича ўлчанган l масофанинг функцияси сифатида $ABCDF$ эгри чизиқ билан тасвирланади (65-*б* расм). Тепаликнинг тикроқ жойларига 65-*б* расмдаги эгри чизиқнинг ҳам тикроқ жойлари мос келади, тепаликдаги чуқур жойга $ABCDF$ эгри чизиқдаги „потенциал чуқур“ мос келади. Жисмнинг E тўла энергияси GE тўғри чизиқ билан тасвирлансин. $E_p \leq E$ муносабатга асосланиб, 65-*б* расмдан l ўзгарувчининг қийматлари ёки H ва I нуқталар орасида ёки K нуқта билан чексизлик орасида бўлиши мумкинлигини дарҳол кўрамиз. Шу сабабли жисмнинг E тўла энергияси шундай қийматга эга бўлганда жисм ёки тепаликнинг DF ён бағри бўйича сирпаниши, ёки BC чуқурнинг ичида ҳаракат қилиши мумкин. Агар жисм чуқурда бўлса, у ердан чиқиб кетишига CD дўнглик тўсқинлик қилади. Жисмнинг мувозанатда бўлиш шарти потенциал энергиянинг минимумга (абсолют ёки нисбий минимумга) эга бўлишидир.

Тўла энергия L нуқтадан ўтувчи тўғри чизиқ билан тасвирланувчи E' қийматга эга бўлса, жисм тепаликнинг бутун ён бағри бўйича L нуқтадан чексизликкача сирпаниб тушиши мумкин. l кесманинг ҳар бир берилган қийматидаги жисмнинг кинетик энергияси тўла энергияни тасвирловчи тўғри чизиқ ва потенциал энергияни тасвирловчи эгри чизиқ орасидаги кесма билан аниқланади.



66-расм. Деформацияланган пружинанинг потенциал энергияси FOG парабола билан тасвирланади.

Охирги мисол сифатида пружинага бириктирилган m массали жисмнинг ҳаракатини текширамиз. Жисм s кесмага силжиса, пружина сиқилади ($s<0$) ёки чўзилади ($s>0$), бунинг натижасида потенциал энергия:

$$E_p = \frac{ks^2}{2} \tag{7}$$

вужудга келади; бунда k — пружинанинг маҳкамлиги. E_p потенциал энергия s силжишнинг функцияси сифатида парабола билан тасвирланади (66-расм). Агар тўла энергия $E = E_p + E_k$ расмда FG тўғри чизиқ билан тасвирланган бўлса, потенциал энергия s силжишнинг берилган қийматида AB кесма билан, кинетик энергия эса BC кесма билан тасвирланади. s силжишнинг мумкин бўлган қийматлари DG ва DF кесмалар билан аниқланадиган s_{max} ва s_{min} орасида бўлади. Парабола симметрик бўлгани учун $s_{min} = -s_{max}$. Бундан кўриналики, жисм $s=0$ қиймат билан аниқланадиган мувозанат ҳолат атрофида тебранма ҳаракат қилар экан. Унинг кинетик энергияси ва, демак, унинг тезлиги ҳам мувозанат ҳолатдан ўтаётганда максимум бўлади ва жисм максимал четлашганда минимум (нолга тенг) бўлади. Бирор s қиймат учун кинетик энергия:

$$E_k = E - E_p = E - \frac{ks^2}{2};$$

тўла энергия $E = \frac{ks_{max}^2}{2}$, шунинг учун:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{ks_{max}^2}{2} - \frac{ks^2}{2},$$

бундан тезлик учун s силжишнинг функцияси сифатида қуйидаги ифодани оламиз:

$$v = \sqrt{\frac{k}{m}(s_{\max}^2 - s^2)}\,. \tag{8}$$

§ 30. Ўлчамлик формулалари. Бундан олдинги параграфларда ўрганилган материал *физик катталикларнинг ўлчамлиги ва ўлчамлик формулалари* ҳақидаги масалани қараб чиқишга имкон беради.

Шу вақтгача бирор физик катталикни ўлчаш учун бирлик тайинлаганда, бу катталик билан ўлчов бирликлари маълум бўлган бошқа физик катталиклар орасидаги қонуний боғланишларга асосландик ва тегишли формулада пропорционаллик коэффициентини бирга тенг деб ҳисобладик. Маълум *асосий катталиклар* ва уларнинг ўлчов бирликлари билан боғлиқ бўлган маълум бирликлар системалари шу тарзда вужудга келди. Масалан, CGS-системада асосий физик катталиклар сифатида узунлик, вақт ва масса олинган, уларнинг ўлчов бирликлари қилиб мос равишда сантиметр, секунд ва грамм олинган. Асосий катталиклар сифатида бошқа катталикларни олиш мумкинлиги ҳақида биз 3-параграфда айтиб ўтган эдик.

Маълум асосий физик катталиклар танлаб олинганда ҳам уларнинг ўлчов бирликларини турлича танлаб олиш мумкин ва шундай қилиб, ҳосила бирликлар асосий катталикларнинг бирликлари билан қандай боғланган, деган савол туғилади. Асосий катталиклар сифатида узунлик, вақт ва масса олинган системаларни кўрамиз ва уларнинг ўлчов бирликларини мос равишда L, T ва M билан белгилаймиз.

Агар A ҳосила бирлик L узунлик бирлигининг p-даражасига, M масса бирлигининг q-даражасига ва T вақт бирлигининг r-даражасига пропорционал бўлиб ўзгарса, A бирлик узунлик бирлигига нисбатан p ўлчамликка, масса бирлигига нисбатан q ўлчамликка ва вақт бирлигига нисбатан r ўлчамликка эга дейилади. A бирликнинг асосий катталиклар бирликларига бундай боғланиши қуйидаги символик формула (ўлчамлик формуласи) орқали ифодаланади:

$$[A] = L^p \cdot M^q \cdot T^r. \tag{1}$$

Масалан, агар ўлчамлик формуласи бирор аниқ A бирлик учун

$$[A] = \frac{ML^2}{T^2}$$

кўринишга эга бўлса, уни қуйидагича ёзиш ҳам мумкин:

$$[A] = ML^2T^{-2},$$

бу эса A ҳосила бирлик масса бирлигига, узунлик бирлигининг квадратига тўғри пропорционал ва вақт бирлигининг квадратига тескари пропорционал ҳолда ўзгаришини кўрсатади. Масалан, агар биз масса бирлигини 1000 марта, узунлик бирлигини 100 марта ва вақт бирлигини 60 марта катталаштирсак, биз текшираётган A ҳосила бирлик $\frac{1000\cdot100^2}{60^2}$ марта ёки $2{,}78\cdot10^3$ марта катталашади.

Агар ҳосила бирлик асосий бирликлардан бирортасига ҳам боғлиқ бўлмаса, у ҳосила бирликнинг бу асосий бирликка нисбатан ўлчамлиги нолинчи деб юритилади.

Физик катталикларнинг ўлчамлигини билиш—асосий катталикларнинг ўлчов бирликлари ўзгарганда берилган физик катталикнинг ўлчов бирлиги қандай ўзгаришини осонгина ҳисоблаш имконини бериш билан бирга, катталикларнинг ўлчамликларини солиштириш йўли билан ҳисоблашнинг тўғрилигини текшириш имкониятини ҳам бергани учун муҳимдир. Бу текшириш дастлаб қуйидаги тамомила аниқ фикрга асосланади: *фақат бир хил ўлчамликка эга бўлган катталикларнигина қўшиш, айириш ва тенглик белгиси воситасида бир-бирига боғлаш мумкин.*

Ҳақиқатан ҳам, мисол учун, массани бирор узунлик билан қўшиш ёки бирор шаклнинг юзи қандайдир кесманинг узунлигига тенг бўлиши мумкин, деб даъво қилиш асло мумкин эмас.

Шуни ҳам кўрсатиш мумкинки, *даража кўрсаткичи фақат сон бўлиши, яъни ҳеч қандай ўлчамликка эга бўлмаган катталик бўлишигина мумкин.*

Бизга маълум бўлган бир қатор физик катталикларнинг ўлчамлигини аниқлайлик.

Тезликнинг ўлчамлиги: $v=\frac{s}{t}$ тенгликдан кўринишича, тезлик бирлиги узунлик бирлигига тўғри пропорционал ва вақт бирлигига тескари пропорционал бўлиб ўзгаради, бундан:

$$[v]=L\cdot T^{-1}. \tag{2}$$

Тезланишнинг ўлчамлиги: $w=\frac{v}{t}$ муносабатга кўра:

$$[w]=L\cdot T^{-2}. \tag{3}$$

Кучнинг ўлчамлиги: $f=mw$ тенгликка асосан, тезланишнинг ўлчамлигидан фойдаланиб, қуйидагини топамиз:

$$[f]=MLT^{-2}. \tag{4}$$

Ишнинг ўлчамлиги: $A=fs$ муносабатга кўра:

$$[A]=ML^2T^{-2}. \tag{5}$$

Энергиянинг ўлчамлиги ҳам худди шундай.

Қувватнинг ўлчамлиги: $W = \frac{A}{t}$ муносабатдан топилади:

$$[W] = ML^2T^{-3}. \qquad (6)$$

Бироқ шундай физик катталиклар ҳам борки, уларнинг ўлчов бирликлари узунликнинг, вақтнинг ва массанинг ўлчов бирликларига боғлиқ эмас. Масалан, ёй узунлигининг радиус узунлигига нисбати билан ўлчанадиган катталик—бурчак уч асосий L, M, T катталикларнинг ҳаммасига нисбатан ҳам нолинчи ўлчамликка эга бўлади. Узунлиги радиусга тенг бўлган ёйни тортиб турувчи марказий бурчак бурчакларни ўлчаш учун бирлик қилиб олинган; бурчакнинг бу ўлчов бирлиги ҳамма системалар учун умумий бўлиб, *радиан* дейилади. Бироқ, бурчак радианлардан ташқари, даражаларда ҳам ўлчанади; бу ҳолда бурчакнинг ўлчов бирлиги қилиб тўла айлананинг $\frac{1}{360}$ бўлагини тортиб турувчи марказий бурчак олинган. Шу сабабли, бир хиллик учун ўлчамлик формулаларига яна бурчак бирлигининг символини ҳам киритиш мумкин[1]. Бу символни Ф ҳарфи билан белгилаймиз. Юқорида келтирилган катталиклар—тезлик, тезланиш, куч ва бошқаларнинг ўлчамлик формулаларига бу символ кирмаслиги керак, чунки бу катталикларнинг ҳаммаси бурчакка нисбатан нолинчи ўлчамликка эгадир. Аммо, агар биз $\omega = \frac{\varphi}{t}$ бурчак тезликнинг ўлчамлигини ёзмоқчи бўлсак, унга символни киритиш мумкин, чунки бурчак тезликнинг бирлиги бурчакнинг қандай бирликларда ўлчанишига боғлиқ; шундай қилиб:

$$[\omega] = \Phi \cdot T^{-1}.$$

Бироқ одатда ўлчамликни фақат узунлик, вақт ва масса бирликларига нисбатангина кўрсатиш қабул қилинган, у ҳолда:

$$[\omega] = T^{-1}. \qquad (7)$$

Бурчак тезланишнинг ўлчамлигини ҳам худди шундай аниқлаймиз:

$$[\beta] = T^{-2}. \qquad (8)$$

Бирор қонуниятнинг тахминий кўриниши маълум бўлса, катталикларнинг ўлчамликларини текшириш йўли билан у қонуниятнинг аниқ кўринишини топиш мумкин. Масалан, Ер сиртига яқин жойда тош юқоридан тушаётган бўлса, тош тушаётган h баландлик қанча катта бўлса ва огирлик кучининг g тезланиши қанча катта бўлса, у тошнинг тушишдаги тезлиги v ҳам шунча катта бўлади, деб ҳисоблаш табиий.

[1] Узунлик, вақт ва массага нисбатан нолинчи ўлчамликка эга бўлган бошқа физик катталиклардан яна температурани кўрсатиш мумкин.

Шундай қилиб, v тезликни бирор n_1 ва n_2 даражаларда олинган g тезланишга ва h баландликка пропорционал деб ҳисобласак:

$$v = k \cdot g^{n_1} \cdot h^{n_2}$$

бўлади, бунда k — сон коэффициент. Тезликнинг ўлчамлиги $[v] = L \cdot T^{-1}$; $g^{n_1} \cdot h^{n_2}$ кўпайтманинг ўлчамлиги ҳам худди шундай бўлиши керак. Аммо $[g] = LT^{-2}$ ва $[h] = L$. Бундан кўринадики, вақтнинг ўлчамлиги иккала ифодада ҳам бир хил бўлишлиги учун $n_1 = \frac{1}{2}$ бўлиши керак. Лекин $n_1 = \frac{1}{2}$ бўлса, $n_2 = \frac{1}{2}$ бўлиши шарт, чунки акс ҳолда узунликнинг ўлчамлиги иккала ифодада бир хил бўлмай қолади. Бундан, тенглик ишораси билан боғланган катталикларнинг ўлчамликлари бир хил бўлиши керак, деган талаб $n_1 = n_2 = \frac{1}{2}$ бўлгандагина қаноатлантирилиши, яъни:

$$v = k(gh)^{1/2} = k\sqrt{gh}$$

бўлиши келиб чиқади.

Ҳақиқатда ҳам, текис тезланувчан ҳаракатнинг формулаларига асосан (§ 7) қуйидагини топамиз:

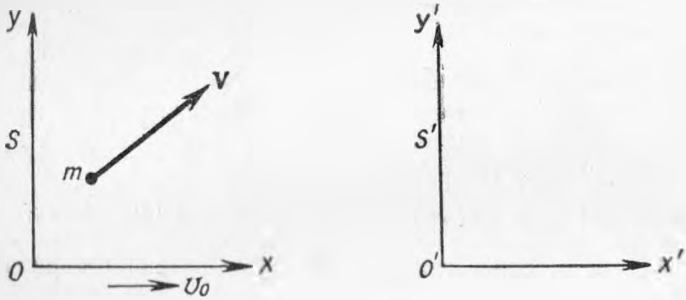
$$v = \sqrt{2gh} \cong 1{,}41\sqrt{gh}.$$

§ 31. Классик механиканинг татбиқ этилиш чегаралари. Биз 4-параграфда, фақат макроскопик жисмларнинг, яъни жуда кўп атомлардан иборат бўлган ва тезликлари ёруғлик тезлигига нисбатан жуда кичик бўлган жисмларнинг ҳаракатларини текширгандагина классик механикадан фойдаланиш мумкинлигини кўрсатиб ўтган эдик. Ёруғлик тезлиги тахминан 300 000 *км/сек* бўлгани учун, одатдаги ҳамма жисмларнинг амалда эришадиган тезликлардаги ҳаракатларини текширганда классик механикадан фойдаланиш мумкин. Бироқ баъзи осмон жисмлари (Меркурий планетаси унинг Қуёш атрофида ўз орбитаси бўйича қилаётган ҳаракатининг тезлиги 100 *км/сек* гача етади) устида ўтказилган жуда аниқ кузатишлар классик механиканинг хулосаларидан четланишлар бор эканини кўрсатади. Бу четланишлар нисбийлик назариясининг механикаси ёрдамида тушунтирилади. Айрим атом, электрон ва бошқа элементар заррачаларни кузатганда классик механикадан жуда ҳам катта четланишлар борлиги кўринади.

Катта тезликларнинг, яъни ёруғлик тезлигига яқин бўлган тезликларнинг механикаси нисбийлик назариясида берилади.

Эски тасаввурларни барбод этувчи ҳар қандай назария каби, нисбийлик назарияси ҳам бир қанча муҳим методологик масалаларни ҳал қилишни ўртага ташлади. Кўпгина буржуа физиклари ва философлари ўзларининг нотўғри, идеалистик қарашларини, шу жумладан, философик релятивизмни асослаш учун нисбийлик назариясидан фойдаланишга уриниб кўрдилар. Ҳақиқатда нисбийлик назариясининг мазмуни философик релятивизмга мутлақо олиб келмайди. Нисбийлик назарияси асосан ёруғлик тезлигига яқин тезликларда юз берадиган ҳодисаларни ўрганади; бу ҳодисалар объектив мавжуддир, демак, бизнинг ихтиёримизга боғлиқ эмаслар ва бу нуқтаи назардан „нисбий“ эмаслар. Ленин янги физика (у бунда нисбийлик назариясини кўзда тутади) ниҳоятда тез *реал* ҳаракатларнинг суратини беради, эски классик механика эса секинроқ ҳаракатларнинг сурати эди, деб таъкидлаган эди. Биз буни 4-параграфда айтиб ўтган эдик.

Нисбийлик назариясининг мазмуни билан III томда мукаммалроқ танишамиз. Бу ерда эса нисбийлик назариясининг баъзи хулосалари устидагина тўхталамиз ва улардан классик механиканинг қўлланиш чегараларини аниқлаш учун фойдаланамиз. Даставвал нисбийлик назариясининг баъзи кинематик хулосаларини қараб чиқамиз. Фараз қилайлик, S саноқ системаси билан боғлиқ бўлган OXY координата системасига нисбатан m жисм $\mathbf{v}$ тезликда ҳаракат қилаётган бўлсин (67-расм). Иккинчи S' саноқ системаси



67-расм. S' системага нисбатан v_0 тезлик билан ҳаракатланаётган S система.

ҳам бор бўлсин; бу иккинчи система билан $O'X'Y'$ координата системаси боғланган деб фараз қиламиз ҳамда бу системанинг $O'X'$ ва $O'Y'$ ўқлари OX ва OY ўқларга параллел деб ҳисоблаймиз. S система S' системага нисбатан OX ўқнинг мусбат йўналишида v_0 тезлик билан ҳаракат қилаётган бўлсин.

S системада m жисм $\mathbf{v}$ тезликда ҳаракатланаётгандек бўлиб кўринади; бу тезликнинг координата ўқларидаги проекциялари v_x ва v_y. S' системада жисмнинг тезлиги бошқача бўлади, чунки S система S' системага нисбатан v_0 тезликда ҳаракат қилади.

Классик тасаввурларга кўра, m жисм тезлигининг $O'X'$ ва $O'Y'$ ўқлар бўйича ташкил этувчилари S' системада қуйидагича бўлади:

$$v_x' = v_x + v_0, \quad v_y' = v_y. \tag{1}$$

Бу формулалар тезликларни қўшишнинг одатдаги қоидасини ифодалайди.

Нисбийлик назариясига кўра, тезликларни қўшиш формулалари бошқача бўлади; улар қуйидагича:

$$v_x' = \frac{v_x + v_0}{1 + \frac{v_x v_0}{c^2}}, \quad v_y' = v_y \frac{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}{1 + \frac{v_x v_0}{c^2}}, \tag{2}$$

бунда c — ёруғлик тезлиги. v_0 ва v_x тезликлар ёруғлик тезлигига нисбатан жуда ҳам кичик бўлганда, нисбийлик назариясининг (2) формулалари тезликларни қўшишнинг (1) классик формулаларига айланишини осонгина текшириб кўриш мумкин.

Баъзи конкрет ҳолларда (1) ва (2) формулалар берадиган натижаларни солиштирамиз.

Фараз қилайлик, Ер устида $v_0 = 360$ *км/соат* $= 100$ *м/сек* тезликда учиб кетаётган аэропланнинг кабинасидан аэропланнинг учиш йўналишида ўқ отилган; ўқнинг аэропланга нисбатан тезлиги $v_x = 1000$ *м/сек* бўлсин. У ҳолда, классик механика нуқтаи назаридан, ўқнинг Ерга нисбатан тезлиги:

$$v_x' = v_x + v_0 = 100 \text{ м/сек} + 1000 \text{ м/сек} = 1100 \text{ м/сек}.$$

Нисбийлик назариясига кўра, (2) формулаларнинг биринчисига асосан:

$$v_x' = \frac{v_x + v_0}{1 + \frac{v_x v_0}{c^2}} = \frac{1100}{1 + \frac{1000 \cdot 100}{(3 \cdot 10^8)^2}} \text{ м/сек} = \frac{1100}{1 + 1{,}1 \cdot 10^{-12}} \text{ м/сек}$$

ёки тақрибан:

$$v_x' = 1100\,(1 - 1{,}1 \cdot 10^{-12}) \text{ м/сек};$$

бундан кўринадики, нисбийлик назариясининг натижаси бу ҳолда классик механиканинг натижасидан натижавий тезликнинг тахминан $\frac{1}{10^{12}}$ бўлагига тенг бўлган кичик миқдорга фарқ қилади. Бошқача қилиб айтганда, классик назариянинг ва нисбийлик назариясининг натижалари бу ҳолда амалий жиҳатдан деярли бир хилдир.

Борди-ю қўшилувчи v_0 ва v_x тезликлардан ҳар бири c ёруғлик тезлигининг ярмига тенг бўлса, йиғинди тезлик нисбийлик назарияси бўйича қуйидагича бўлади:

$$v'_x = \frac{v_x + v_0}{1 + \frac{v_x v_0}{c^2}} = \frac{\frac{1}{2}c + \frac{1}{2}c}{1 + \frac{1}{4}\frac{c^2}{c^2}} = \frac{4}{5}c;$$

классик механиканинг (1) формуласига кўра, бу тезлик ёруғлик тезлиги c га тенг бўлиши керак эди. Бу ерда ҳар икки назариянинг натижалари орасидаги фарқ очиқ сезилиб туради. Агар, масалан, ҳар бир қўшилувчи тезликни 0,9 c деб ҳисобласак, бу фарқ яна ҳам каттароқ бўлади.

Нисбийлик назариясига асосан, *тезлик ҳеч қачон ёруғликнинг вакуумдаги с тезлигидан катта бўла олмайди.* Ҳар бир қўшилувчи тезлик ёруғлик тезлигига исталганча яқин бўлганда ҳам, (2) формулаларга асосан натижавий тезлик ёруғлик тезлигидан катта бўла олмайди.

Шу нарсани ҳам айтиб ўтиш муҳимки, нисбийлик назариясининг (2) формулаларига кўра S' системада S система ҳаракатланаётган томонга йўналган v_x ташкил этувчигина ўзгариб қолмай, балки S системанинг v_0 тезлигига тик бўлган v_y ташкил этувчи ҳам ўзгаради. Классик формулаларга кўра v_y иккала системада ҳам бир хил бўлади. Агар v_0 ва v_x тезликлар ёруғлик тезлиги c га нисбатан жуда ҳам кичик бўлса, v_0 тезликнинг v_y ташкил этувчига таъсири ниҳоятда кичик бўлади.

Ҳақиқатан ҳам $\frac{v_0}{c} = \beta$ ва $\frac{v_x}{c} = \beta'$ деб белгиласак, β ва β' катталиклар бирдан жуда ҳам кичик бўлади ва (2) формулаларни тақрибан қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\left.\begin{aligned} v'_x &= \frac{v_x + v_0}{1 + \beta\beta'} \cong (v_x + v_0)(1 - \beta\beta'), \\ v'_y &= v_y\,\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta\beta'} \cong v_y\left(1 - \beta\beta' - \frac{1}{2}\beta^2\right). \end{aligned}\right\} \tag{2a}$$

Шундай қилиб, v'_x нинг қиймати $v_x + v_0$ йиғиндига яқин, v'_y эса v_y дан фақат β ва β' катталикларга нисбатан иккинчи тартибли кичик сонларга фарқ қилади.

Нисбийлик назариясининг биз кўриб чиқадиган иккинчи муҳим хулосаси қуйидагидан иборат: агар жисм бирор саноқ системасига нисбатан v тезликда ҳаракат қилаётган бўлса, иккинчи саноқ системасига нисбатан эса тинч ҳолатда бўлса, у жисмнинг биринчи системадаги массаси иккинчи системадаги массасидан каттароқ бўлади, яъни

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{3}$$

бунда m — саноқ боши системасига нисбатан ҳаракатланаётган жисмнинг массаси, m_0 — саноқ боши системасига нисбатан тинч турган жисмн нг (тинч ҳолатдаги масса) массаси:

$$\beta = \frac{v}{c}.$$

v тезлик ёруғлик тезлигига нисбатан жуда кичик бўлса, (3) формулага асосан массанинг ўзгариши ҳам ниҳоятда кичик бўлади; v тезлик ёруғлик тезлигига яқинроқ бўлса, бу ўзгариш ҳам каттароқ бўлади. v тезлик c тезликка яқинлашганда β бирга интилади ($\beta \to 1$) ва (3) формулага кўра m масса чексиз катта бўлади. Бундан кўринадики, бирор куч таъсирида жисм узлуксиз равишда тезлантирилса, жисмнинг массаси катталаша боради. Жисмни янада тезлантириш учун бажарилиши керак бўлган иш ҳам катталаша боради. Жисмга ёруглик тезлигига тенг бўлган тезлик бериш учун чексиз катта иш бажариш керак; шундай қилиб, тинч ҳолатдаги массаси нолга тенг бўлмаган жисмлар ҳеч қачон ёруғлик тезлигига тенг тезликка эга бўла олмайди.

Тезликнинг массага таъсирини баҳолаш учун 1-жадвалдан фойдаланамиз; бу жадвалда турли β учун m/m_0 нисбатнинг қийматлари келтирилган.

1-жадвал

Массанинг тезликка боғлиқлиги

β	$\frac{m}{m_0}$	β	$\frac{m}{m_0}$	β	$\frac{m}{m_0}$
0,005	1,00001	0,80	1,6666	0,99	7,0888
0,010	1,00005	0,90	2,2941	0,995	10,0125
0,10	1,00504	0,95	3,2025	0,9995	31,6268
0,50	1,547	0,98	5,0252		

1-жадвалдан кўринишича, дастлаб тезликнинг орта бориши билан масса жуда ҳам секин орта боради ва ёруглик тезлигига яқин тезликлардагина тез катталашиб кетади. $\beta = 0{,}01$ бўлганда, яъни $v = 0{,}01 \cdot c = 3000$ *км/сек* тезликда m масса тинч ҳолатдаги m_0 массадан фақат 0,005% гагина фарқ қилади. v тезлик ёруғлик тезлигининг ярмисига тенг бўлганда, m масса тинч ҳолатдаги m_0 массадан тахминан 15,5% ортиб кетади. $v = 0{,}9\ c$ бўлганда эса m масса m_0 массадан икки мартадан ҳам ортиқ катта бўлади. Ниҳоятда тез ҳаракатланаётган электронларнинг массасини ўлчаш устида ўтказилган тажрибалар (II томга қаранг) (3) формуланинг тамомила тўғри эканини кўрсатади.

Нисбийлик назариясининг динамикасига асосан жисмнинг ҳаракат миқдори:

$$K = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{4}$$

бўлади. Шу билан бирга куч, илгаригидагидек, ҳаракат миқдори векторининг ўзгаришига тенг бўлган физик катталик сифатида аниқланади. Агар ҳаракат миқдорини (4) формула орқали ифодаласак, ҳаракат миқдорининг сақланиш қонуни аниқ бажарилади.

Ёруғлик тезлигидан жуда ҳам кичик бўлган v тезликлар учун β бирдан ниҳоятда кичик бўлади ва (3) формулани тақрибан қуйидагича ёзиш мумкин:

$$m = m_0\left(1 + \frac{1}{2}\beta^2\right). \tag{3a}$$

Жисм кинетик энергиясининг $E_k = \frac{m_0 v^2}{2}$ ифодасини c^2 катталикка кўпайтирамиз ва бўламиз; у ҳолда

$$E_k = \frac{1}{2}c^2 m_0 \beta^2 = c^2\left[m_0\left(1 + \frac{1}{2}\beta^2\right) - m_0\right]$$

бўлади. Бундан (3*a*) формулага асосан:

$$E_k = c^2(m - m_0). \tag{5}$$

Нисбийлик назариясининг динамикасида, $v \ll c$ тезликлар учун тахминан келтириб чиқарилган (5) формула ҳақиқатда ёруғлик тезлигига исталганча яқин бўлган ихтиёрий тезликлар учун мутлақо тўғри эканлиги кўрсатилади. (5) формулани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$m = m_0 + \frac{E_k}{c^2}, \tag{5a}$$

яъни ҳаракатдаги жисмнинг массаси m унинг тинч ҳолатдаги массасидан E_k/c^2 қадар катта бўлади. Бу натижанинг жуда муҳим талқини бор: жисм массасининг катталашишига унда кинетик энергиянинг пайдо бўлиши сабаб бўлди, кинетик энергиянинг пайдо бўлиши натижасида жисмнинг массаси E_k/c^2 миқдорга ортади, деб ҳисоблашимиз мумкин. Нисбийлик назарияси бу хулосани қуйидагича умумлаштиради: ҳар қандай энергиянинг E миқдорга ўзгариши массанинг

$$m = \frac{E}{c^2} \tag{6}$$

миқдорга ўзгариши билан боғлиқ. Аксинча, системанинг массаси m миқдорга ўзгарганда $E = mc^2$ миқдор энергия ҳосил бўлади.

Шундай қилиб, ҳар бир *эрг* энергияга $m = \frac{1}{(3\cdot 10^{10})^2}\,г \approx 1{,}1\cdot 10^{-21}\,г$ масса мос келади. Кўриниб турибдики, бу масса жуда ҳам кичик: 2 000 000 *квт* қувватга эга бўлган қурилма (Куйбишев электростанциясининг қуввати) 1 соатда тахминан $7{,}2\cdot10^{19}$ *эрг* энергия ишлаб чиқаради. Бу энергияга, (6) формулага кўра, $7{,}2\cdot10^{19}\cdot1{,}1\cdot10^{-21}$ *г* $=8{,}0\cdot10^{-2}$ *г*, яъни қарийб 0,080 *г* масса мос келади. Бундан кўринадики, энергиянинг техникада эришилиши мумкин бўлган миқдорларига мутлақо кичик миқдордаги массалар мос келар экан. Аммо бир элементнинг иккинчи элементга айланиши билан боғлиқ бўлган процессларда, энергия ўзгариши туфайли содир бўладиган масса ўзгариши етарли даражада сезиларли бўлади (III томга қаранг).

(6) тенглик энергия билан масса орасидаги умумий ўзаро боғланишни ифодалайди. Бу тенгликнинг мазмунини кўп марта идеалистларча бузиб тасвирлаганлар: масалан, бу тенгликдан гўёки массанинг энергияга „айлана олиши“ ва, аксинча, энергиянинг массага „айлана олиши“ келиб чиқар эмиш ёки сақланиш қонуни фақат масса ва энергиянинг йиғиндисигагина тегишли эмиш, масса ва энергия алоҳида-алоҳида олинганда сақланмас эмиш.

Бу даъволарнинг ҳаммаси бутунлай нотўғри бўлиб, пировардида энергия тушунчасини материя тушунчасидан ажратишга, яъни идеализмга олиб келади. Ҳақиқатда эса, физик катталиклар бўлмиш масса ва энергия ҳаракатдаги материянинг физикада текшириладиган конкрет турларининг энг асосий характеристикаларидандир. Бутунлай яккаланган системанинг массаси ҳам, энергияси ҳам сақланади. (6) тенглик бу икки катталик орасидаги чуқур боғланишни кўрсатади, у бу катталиклардан бири ўзгарса, шу вақтнинг ўзида иккинчиси ҳам албатта пропорционал миқдорда ўзгариши зарурлигини кўрсатади.

Жисмларнинг ўлчамларидан келиб чиқадиган классик механика тасаввурларининг чекланганлигини кўрамиз. Биз кўрсатиб ўтган эдикки, ҳамма *макроскопик* жисмларни, яъни жуда кўп атомлардан иборат жисмларни текширганда классик механикадан фойдаланиш етарли даражада аниқ натижалар беради. Аммо алоҳида *элементар зарраларни*, масалан, алоҳида электронларни текширганда, улар механикадаги „зарра“ сўзи маъносидаги „заррага“ хос бўлмаган хоссаларга эга экани маълум бўлади. Биз одатда „зарра“ деганда шундай нарсани тушунамизки, унга нисбатан қуйидаги икки саволга жавоб бериш мумкин: 1) у қаерда турибди? ва 2) у қандай тезлик билан ҳаракатланаётир? Бу икки саволга берилган жавоблар, яъни вақтнинг ҳар бир муайян пайти учун зарранинг x, y, z координаталари ва унинг $\mathbf{v}$ тезлик вектори берилган бўлса, у зарранинг траекториясини ва бу траектория бўйича қилаётган ҳаракатининг характерини аниқлаб беради. Тажрибалар эса электронлар дастаси, одатдаги нуқтаи назардан қараганда, тўлқинларнинг тарқалишига хос бўлган махсус хоссага (диффракция) эга бўлишини кўрсатади. Буни биз кейинчалик кўрамиз (III томга қаранг). Тўлқин процесслар ҳақида гапирганда, тўлқин қаерда деган саволни, заррага нисбатан қўйилган маънода қўйиб бўлмайди. Ҳақиқатан ҳам, тўлқинлар ўзлари тарқалаётган фазонинг ҳаммасини, масалан, денгизнинг бутун юзини эгаллаб олади; фақат тўлқиннинг чўққилари ёки чуқурчалари қаерда, деб сўраш мумкин, бироқ шунда ҳам денгиздаги тўлқинлар учун бу нарсалар уч координата билан аниқланадиган нуқталар бўлмай, қандайдир чизиқлар оиласи бўлади. Бундан қуйидаги келиб чиқади, модомики, тажрибалар электроннинг (шунингдек ҳамма бошқа элементар зарраларнинг) одатдаги маънода тушуниладиган „зарра" эмаслигини кўрсатар экан, демак, заррага татбиқ қилинадиган қонун-қоидаларни тўғридан-тўғри электронларга татбиқ қила бериш мумкин эмас. Тажрибалардан олинган маълумотларнинг *квант механикаси* томонидан қилинган анализи бир вақтнинг ўзида электроннинг x, y, z координаталари (электрон қаерда турибди, деган саволга жавоб) ва унинг $\mathbf{v}$ тезлиги (электрон қандай тезлик билан ва қайси томонга қараб ҳаракат қиляпти, деган саволга жавоб) фақат маълум даражадаги аниқлик билангина кўрсатиб берилиши мумкин эканлигини кўрсатади. Электроннинг x координатаси қанча кичик Δx хатолик билан аниқланса, электрон тезлигининг шу вақтнинг ўзида аниқланган v_x ташкил этувчиси шунча катта Δv_x хатолик билан аниқланади. Квант механикаси мумкин бўлган яқинлашиш даражасини белгилайди, аниқроғи, квант механикаси Δx ва Δv_x „хатоликлар" орасида

$$\Delta x \cdot \Delta v_x \geqslant \frac{h}{m} \tag{7}$$

муносабат борлигини кўрсатади, бунда m — *зарранинг массаси*, h — *Планк доимийси* деб аталадиган ўзгармас сон бўлиб, унинг қиймати:

$$h = 6{,}24 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{сек}.$$

Квант механикаси нуқтаи назаридан умумий характерга эга бўлган (7) муносабат *аниқсизлик муносабати* дейилади.

Аниқсизлик муносабатининг физик маъноси III томда мукаммалроқ текширилади. Бу ерда фақат шуни айтиб ўтамизки, аниқсизлик муносабатидан баъзи буржуа физиклари нотўғри хулоса чиқарадилар: уларнинг айтишича, гўёки электрон хоссаларининг объектив фазовий-замоний характеристикасини бериш мумкин эмас эмиш. Ҳақиқатда эса гап электронлар хоссаларини объектив баён қилиб бўлмаслигида эмас, балки объектив мавжуд бўлган электронларнинг реал хоссалари классик механика моддий нуқталарининг („зарраларининг") хоссаларидан бошқача эканлигидадир. Электрон (шунингдек исталган бошқа элементар зарра ҳам) фақат тақрибий равишда классик механикадаги „зарра" сифатида қаралиши мумкин. Классик механика тасаввурларидан фойдаланиш чегараларини аниқсизлик муносабати белгилайди.

Планк доимийси h жуда кичик бўлгани учун координаталардаги ва тезликдаги аниқсизлик фақат элементар зарралар учунгина сезиларли бўлади. Дастлаб, $m = 10^{-12}$ *г* массали чангни оламиз ва биз унинг x координатасини $\Delta x = 10^{-6}$ *см* (яъни 0,01 *мк*) аниқсизлик билан топамиз, деб фараз қиламиз. У ҳолда тезликнинг ташкил этувчисидаги аниқсизлик (7) муносабатга кўра, қуйидагига яқин сон бўлади:

$$\Delta v_x \sim \frac{h}{m\Delta x} = \frac{6{,}6\cdot 10^{-27} см}{10^{-12}\cdot 10^{-6} сек} \approx 10^{-8} см/сек,$$

яъни тезликдаги Δv_x аниқсизлик тамомила йўқ даражада. Бошқача айтганда, жуда кичик чангнинг координатасини ва тезлигини амалда жуда аниқ ўлчаш мумкин; чанг одатдаги маънода „зарра" экан.

Энди траекторияси қуйидагича чизилган электронни кўрамиз: электрон диафрагмадаги 0,01 *см* диаметрли кичик d тешикдан ўтиб, фосфоресценцияланувчи экранга тушиши билан чақмоқ чақади (тез электронлар бундай чақмоқ — „сцинтилляция" бера олади); бу чақмоқнинг ўрнини ҳам 0,01 *см* гача аниқликда белгилаймиз.

Шундай қилиб, бу ҳолда электрон учун $\Delta x \cong 10^{-2}$ *см*. Электроннинг массаси $m = 9\cdot 10^{-28}$ *г* бўлгани учун, (7) тенгликдан фойдаланиб, тезликдаги аниқсизликни топамиз:

$$\Delta v_x \sim \frac{h}{m\Delta x} = \frac{6{,}6\cdot 10^{-27} см}{9\cdot 10^{-28}\cdot 10^{-2} сек} \cong 7\cdot 10^{2}\ см/сек.$$

Бу ерда тезликдаги аниқсизликнинг абсолют қиймати анча катта; бироқ бундай тажрибада электроннинг ўзи тахминан 10^8 *см/сек* тезлик билан ҳаракат қилишини эътиборга олсак, (7) муносабатдан келиб чиқадиган аниқсизлик тезликнинг фақат 0,001% часини ташкил қилишини кўрамиз. Бошқача айтганда, юқорида келтирилган шароитда электронни „зарра" деб ҳисоблаш мумкин: унинг ўрнини ва тезлигини бир вақтнинг ўзида амалий жиҳатдан етарлича аниқ белгилаш мумкин. Кўрсатилган типдаги тажрибалар электроннинг хоссаларини ўрганишнинг дастлабки манбалари эди. Шунинг учун ҳам аввал бошлаб электрон классик механика ёрдамида текширилиши мумкин бўлган „зарра", деган тасаввур вужудга келган.

Ниҳоят, атом ичида ҳаракатланаётган электронни текширайлик. Атомнинг ўлчамлари 10^{-8} *см* чамасидаги катталиклар бўлгани учун, электроннинг ўрни ҳам ҳеч бўлмаганда шундай аниқликда белгиланган бўлиши керак:

$$\Delta x \cong 10^{-8}\ см.$$

Бундан, (7) муносабатга кўра:

$$\Delta v_x \sim \frac{h}{m\Delta x} = \frac{6{,}6\cdot 10^{-27}}{9\cdot 10^{-28}\cdot 10^{-8}}\frac{см}{сек} \cong 7\cdot 10^8 \ см/сек.$$

Атом ичидаги электрон тезлигининг ўзи ҳам 10^8 *см/сек* чамасидаги катталик бўлгани учун, биз олган натижа, агар электроннинг атом ичидаги ўрни аниқланган бўлса, у ҳолда унинг тезлиги аниқмас бўлишини кўрсатади; бошқача айтганда, электронни атом ичидаги „зарра“ деб қараш мумкин эмас. Ҳақиқатан ҳам электроннинг атом ичидаги ҳаракатини классик механика нуқтаи назаридан текширишга уринишлар очиқдан-очиқ қарама-қаршиликка олиб келади. Классик механика нуқтаи назардан электроннинг ўрнини „атом аниқлигида“ белгилаш талаб қилинадиган жуда кўп бошқа ҳодисалар ҳақида ҳам шуни айтиш мумкин. Бу ҳодисаларнинг ҳаммаси квант механикаси ёрдамида тўғри баён қилинади.

Тўртинчи боб

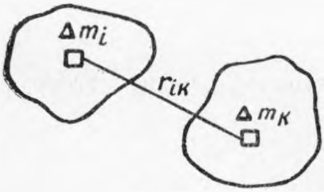
ТОРТИШИШ ҚУЧЛАРИ

§ 32. Тортишиш кучлари. Ҳамма жисмлар ўзаро тортишиб туради. Жисмларнинг Ерга тушиши, Ойнинг Ер атрофида, планеталарнинг Қуёш атрофида ёпиқ орбиталар бўйича ҳаракат қилиши ва шунга ўхшаш бошқа ҳодисалар бутун дунё тортишиш кучлари таъсирида содир бўлади. Тортишиш кучлари бўйсунадиган қонуннинг таърифини биринчи марта 1687 йилда Ньютон берган. *Ньютоннинг бутун дунё тортишиш қонунига кўра: ҳар қандай икки жисм, массаларининг кўпайтмасига тўғри пропорционал ва ораларидаги масофанинг квадратига тескари пропорционал куч билан бир-бирига тортилиб туради.* Тортишувчи жисмларнинг массаларини m_1 ва m_2 билан, улар орасидаги масофани r билан белгиласак, тортишиш кучи

$$f = k\frac{m_1 m_2}{r^2} \tag{1}$$

бўлади, бунда k — *тортишиш доимийси* деб аталадиган муайян ўзгармас сон бўлиб, унинг сон қиймати f куч, m масса ва r масофанинг қандай бирликларда ўлчанишига боғлиқдир.

Ньютонн нг юқоридагича таърифланган қонуни жисмларнинг ўлчамлари шу жисмлар орасидаги r масофага қараганда жуда ҳам кичик бўлгандагина тўғридир.



68-расм. Тортишувчи жисмларнинг элементар ҳажмлари.

Агар жисмларнинг ўлчамларини улар орасидаги масофага таққослаш мумкин бўлса, ҳар бир жисмни жуда майда бўлакларга ажратиш керак (68-расм), сўнгра бу бўлакларнинг ҳар бир жуфти учун Ньютоннинг тортишиш қонунини татбиқ қилиш мумкин бўлади. Масалан, биринчи жисмнинг i-бўлаги билан иккинчи жисмнинг k-бўлаги орасидаги ўзаро таъсир кучи қуйидагича ифодаланади:

$$\Delta f_{ik} = k\,\frac{\Delta m_i \cdot \Delta m_k}{r_{ik}^2}.$$

Тӯла ӯзаро таъсир кучи ҳамма элементар Δf_{ik} кучларнинг вектор йиғиндиси сифатида ифодаланади:

$$f = \sum_{ik} \Delta f_{ik}.$$ [1]

Ҳар хил шаклдаги жисмлар учун бундай ҳисоблашнинг натижаси жуда кӯп хил кӯринишларга эга бӯлади; тортишувчи жисмлар бир жинсли шарлар бӯлса, ҳисоблаш айниқса содда бӯлади: иккита бир жинсли шарлар бир-бирини $f = k\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ куч билан тортиб туради; бунда m_1 ва m_2 — шарларнинг массалари, r — шарларнинг марказлари орасидаги масофа. (1) формула кӯринишидаги бу ифода шарлар орасидаги масофа ҳар қандай бӯлганда ҳам тӯғридир.

XVIII ва XIX асрларда кӯпчилик физиклар тортишиш ҳодисаси ҳақида нотӯғри идеалистик фикрда эдилар. Уларнинг фикрича, тортишиш қандайдир „узоқдан таъсир қилиш“ оқибати бӯлиб, бунда ораликдаги фазо ҳеч қандай роль ӯйнамайди.

Ҳақиқатда ҳар қандай жисм ҳам атрофидаги фазода ӯзгариш ҳосил қилади, материянинг махсус кӯринишидан иборат бӯлган тортишиш майдонининг вужудга келишига сабаб бӯлади (II томда электромагнит майдони ҳақида айтилган фикрлар билан солиштиринг). Жисмларнинг ӯзаро тортишиши тортишиш майдонлари билан уларнинг ӯзаро таъсирлашиши натижасидир.

Бутун дунё тортишиш қонунига асосан Ер сиртига яқин баландликлардан ҳамма жисмлар бир хил тезланиш билан тушиши керак. Ҳақиқатан ҳам, m массали жисм олган тезланиш

$$w = \frac{f}{m},$$

бунда f — Ер шарининг жисмни тортиб турувчи кучидир. Ньютоннинг тортишиш қонунига асосан:

$$f = k\frac{mM_{\text{Ер}}}{R^2_{\text{Ер}}},$$

бунда $M_{\text{Ер}}$ — Ернинг массаси ва $R_{\text{Ер}}$ — Ер шари радиуси, бундан:

$$w = k\frac{mM_{\text{Ер}}}{R^2_{\text{Ер}}}\,\frac{1}{m} = k\,\frac{M_{\text{Ер}}}{R^2_{\text{Ер}}}.$$

[1] Жисм чексиз кичик бӯлакларга ажратилгани учун ҳақиқатда масала интеграллашга келтирилади.

Лекин Ернинг массаси ва радиуси ўзгармас миқдорлар бўлгани учун, ҳамма жисмлар ҳам, массасидан қатъи назар, Ер сиртига яқин баландликлардан бирдай

$$g_0 = k\frac{M_{\text{Ер}}}{R_{\text{Ер}}^2} \tag{2}$$

тезланиш билан тушади, деган хулосага келамиз.

Бу ерда сўз ҳеч қандай қаршилик кучи шу жумладан ҳавонинг ҳам қаршилиги бўлмаган ҳолдаги эркин тушиш ҳақида бораётир. Шунингдек оғирлик кучи жойнинг географик кенглигига боғлиқ бўлиши ҳам бу ерда эътиборга олинмаётир (23-параграфга қаранг).

m массали қандайдир жисмни Ерга тортиб турувчи куч жисмнинг Ер сиртидан баландлиги h га боғлиқ бўлади. Ньютоннинг тортишиш қонунига асосан, жисм Ерга

$$f = k\,\frac{mM_{\text{Ер}}}{R^2}$$

куч билан тортилади, бунда R — Ернинг марказидан жисмгача бўлган масофа; $R = R_{\text{Ер}} + h$ бўлгани учун

$$f = k\,\frac{m\cdot M_{\text{Ер}}}{(R_{\text{Ер}}+h)^2}.$$

Бу f куч жисмнинг h баландликдаги P_h оғирлигидир; жисмнинг Ер сиртидаги оғирлигини P_0 билан белгиласак:

$$P_0 = k\frac{m\cdot M_{\text{Ер}}}{R_{\text{Ер}}^2} \text{ бўлгани учун } \frac{P_h}{P_0} = \frac{R_{\text{Ер}}^2}{(R_{\text{Ер}}+h)^2};$$

h баландлик амалда Ер шарининг $R_{\text{Ер}}$ радиусидан жуда ҳам кичик бўлгани учун тақрибан:

$$\frac{P_h}{P_0} = \frac{1}{1+2\dfrac{h}{R_{\text{Ер}}}} = 1 - 2\,\frac{h}{R_{\text{Ер}}}.$$

Ер шарининг радиуси $R_{\text{Ер}} = 6370$ *км*, шунинг учун 6,4 *км* баландликдаги тоғ устида

$$\frac{P_h}{P_0} = 1 - \frac{2}{1000} = 1 - 0{,}002$$

бўлади, яъни жисмнинг бундай тоғ устидаги оғирлиги унинг денгиз сатҳи баландлигидаги оғирлигидан фақат 0,2% фарқ қилади, холос. Гарчи тортишиш кучининг масофага боғлиқлигини Ер сиртига яқин жойларда жисм оғирлигининг ўзгаришини кузатиш орқали сезиш мумкин бўлса ҳам, бу ўзгариш жуда кичик бўлгани учун, унинг ёрдамида тортишиш кучлари жисмлар орасидаги масофанинг квадратига тескари пропорционал эканини аниқ текшириб кўриш мумкин эмас. Ньютон тортишиш кучлари жисмлар орасидаги масофанинг квадратига тескари пропорционал эканини Ойнинг ҳаракатини текшириш натижасида аниқлади. Ньютоннинг мулоҳазаси қуйидагича: агар тортишиш қонуни (1) формулада берилган кўринишда тўғри бўлса, Ойни Ерга тортиб турувчи куч

$$f = k\frac{M_{\text{Ой}}\cdot M_{\text{Ер}}}{R^2}$$

бўлади; бунда $M_{\text{Ой}}$ — Ойнинг массаси ва R — Ой билан Ер орасидаги масофа. Бундан Ойнинг Ерга томон йўналган тезланиши

$$w_n = \frac{f}{M_{\text{Ой}}} = k\frac{M_{\text{Ер}}}{R^2}.$$

Бунга (2) формулага асосан g_0 ни киритамиз:

$$w_n = g_0\frac{R^2_{\text{Ер}}}{R^2}.$$

Бу Ойнинг Ер атрофида айланма орбита бўйича ҳаракат қилаётгандаги марказга интилма тезланишидир. Астрономик кузатишлардан Ер билан Ой орасидаги масофа Ернинг радиусидан 60 марта катта бўлиши маълум. Шунинг учун:

$$w_n = \frac{g_0}{60^2} = \frac{981\ \textit{см}}{3600\ \textit{сек}^2} = 0{,}27\ \textit{см/сек}^2.$$

Иккинчи томондан, Ойнинг худди шу марказга интилма тезланиши кинематик йўл билан ҳисобланиши мумкин:

$$w_n = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2R^2}{RT^2} = \frac{4\pi^2R}{T^2},$$

бунда v — Ойнинг ўз орбитасидаги чизиқли тезлиги, T — унинг Ер атрофида айланиш даври; бу давр 27 сутка 7 соат 43 минутга ёки 2 360 580 секундга тенг. Бу маълумотлардан фойдаланиб ва $R = 60\cdot R_{\text{Ер}} = 60\cdot 6370$ *км* эканини ҳисобга олиб, қуйидаги натижага эга бўламиз:

$$w_n = \frac{4\pi^2\cdot 60\cdot 6370\cdot 10^5}{(2\,360\,580)^2}\ \frac{\textit{см}}{\textit{сек}^2} = 0{,}27\ \textit{см/сек}^2.$$

Шундай қилиб, Ойнинг марказга интилма тезланишини ҳар икки усулда ҳисобласак ҳам, мутлақо бир хил натижа оламиз. Бу (1) формуланинг тўғрилигини тасдиқловчи далилдир.

Тортишиш доимийсининг қиймати k биринчи марта 1798 йилда Кэвендиш томонидан буралма тарози ёрдамида ўлчанган. Кэвендиш фойдаланган асбобнинг схемаси 69-расмда кўрсатилган. Горизонтал вазиятдаги A шайиннинг икки учига стерженлар ёрдамида M_1 ва M_2 қўрғошин шарлар бириктирилган; улардан ҳар бирининг массаси 158 *кг* эди. Шайиннинг остидаги қўзғалмас B жисмга ингичка C сим ёрдамида енгилгина l стержень осиб қўйилган. Бу стерженнинг учларига иккита m_1 ва m_2 кичкина қўрғошин шарчалар бириктирилган; Кэвендишнинг тажрибаларида бу шарчаларнинг массалари 730 *г* дан эди. A шайин бурилса, катта шарлар кичик шарчаларга яқинлашади ва уларни ўзига тортади; бу тортилишни l стерженнинг бурилишига қараб сезиш мумкин. C симнинг эластиклик хоссалари маълум бўлса, тортишиш кучини ўлчаш ва ундан k тортишиш доимийсининг қийматини аниқлаш мумкин бўлади. Кейинчалик Кэвендишнинг тажрибалари бир неча марта қайтарилди. Ҳозирги вақтда тортишиш доимийси k учун қуйидаги қиймат қабул қилинган:

$$k = 6{,}685 \cdot 10^{-8} \ \text{см}^3/\text{г} \cdot \text{сек}^2;$$

бундан, (1) формулага асосан, ҳар бири 1 *г* массали иккита шарчанинг марказлари орасидаги масофа 1 *см* бўлса, улар $6{,}685 \times \times 10^{-8}$ *дина* куч билан тортишиб турадилар, деган хулоса келиб чиқади.

Тортишиш доимийси фақат сонгина эмас, балки у маълум ўлчамликка эга; k нинг ўлчамлигини

$$k = \frac{f \cdot r^2}{m_1 \cdot m_2}$$

муносабатдан топамиз. Бу муносабатга асосан:

$$[k] = \frac{[f] \cdot [r^2]}{[m^2]} = \frac{MLT^{-2} \cdot L^2}{M^2} = L^3M^{-1}T^{-2},$$

бундан келиб чиқадики, CGS-системада k $\text{см}^3/\text{г} \cdot \text{сек}^2$ ларда ўлчанади.

Ньютоннинг $f = mw$ иккинчи қонуни асосида тайинланган куч бирлиги ва унинг ўлчамлигидан фойдаланиб, тортишиш доимийсининг ўлчамлигини топдик. Бироқ тескарисича қилиш ҳам мумкин; бутун дунё тортишиш қонунида, яъни (1) тенгликда $k = 1$ деб олиб ва уни ўлчамликка эга бўлмаган катталик деб ҳисоблаб, Ньютоннинг иккинчи қонунига янги k' коэффициентни киритиб, уни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$f = k'mw. \tag{3}$$

У ҳолда, CGS-системада куч бирлиги қилиб ҳар бири 1 *г* массали, марказлари орасидаги масофа эса 1 *см* бўлган икки шарчанинг ўзаро тортишиш кучини қабул қиламиз. Бу куч бирлиги $6{,}685 \cdot 10^{-8}$ *дина* га тенг.

Одатдаги $[f] = MLT^{-2}$ ўлчамлик ўрнига, бу ҳолда кучнинг ўлчамлиги

$$[f] = \frac{[m] \cdot [m]}{[r^2]} = M^2L^{-2}$$

бўлади.

Ньютоннинг иккинчи қонунидаги k' коэффициент эса (уни „динамик доимий“ деб аташ мумкин)

$$[k'] = \frac{[f]}{[m] \cdot [w]} = \frac{M^2L^{-2}}{MLT^{-2}} = L^{-3}MT^2$$

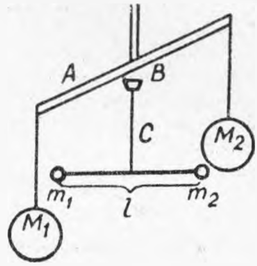
ўлчамликка эга бўлиб, унинг сон қиймати:

$$k' = \frac{1}{6{,}685 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{\text{г} \cdot \text{сек}^2}{\text{см}^3} = 1{,}496 \cdot 10^7 \ \text{г} \cdot \text{сек}^2/\text{см}^3.$$

Шундай қилиб, турли қонунларга асосланиб, бирликларнинг турли CGS-системаларини ҳосил қилиш мумкин. Муайян физик катталикнинг ўлчамлиги ҳар хил системада ҳар хил бўлиши мумкин. Одатдаги CGS-система „динамик“

Система деб аталиши мумкин, куч бирлиги ва унинг ўлчамлиги тортишиш қонуни тайинланган ҳолдаги CGS-бирликлар системаси эса „гравитацион" система деб аталиши мумкин. Бу икки системада тезлик, тезланиш ва бошқа кинематик катталикларнинг ўлчамлиги бир хил, лекин куч, энергия, иш, қувват, куч моменти ва бошқаларнинг ўлчамликлари ҳар хил. Механикада бу системалардан фақат биттаси — „динамик" система ишлатилади. Биз II томда кўрамиз, электр ва магнетизм ҳақидаги таълимотда икки хил CGS-система: „электростатик" система ва „электромагнит" система ишлатилади.

———



69-расм. Кэвендиш тажрибасининг схемаси.

Тортишиш доимийси маълум бўлса, унинг ёрдамида Ернинг массасини, зичлигини ва, шунингдек, бошқа осмон жисмларининг массасини аниқлаш мумкин.

(2) формуладан фойдаланиб ёзамиз:

$$M_{\text{Ер}} = \frac{g_0 R_{\text{Ер}}^2}{k}$$

оғирлик кучининг g_0 тезланиши, Ернинг $R_{\text{Ер}}$ радиуси ва k тортишиш доимийсининг сон қийматлари маълум бўлса, бу тенгликдан Ер шарининг массасини бевосита аниқлаш мумкин; унинг қиймати

$$M_{\text{Ер}} = 5{,}98 \cdot 10^{27}\ г$$

экан.

Ер шарининг ўртача зичлигини қуйидаги муносабатдан топамиз:

$$\bar{d} = \frac{M_{\text{Ер}}}{\frac{4}{3}\pi R_{\text{Ер}}^3},$$

бундан ўртача зичлик $\bar{d} = 5{,}5\ г/см^3$.

Атрофида йўлдошлар айланаётган марказий ёриткичнинг массаси қуйидагича аниқланиши мумкин. $M_{ё}$ — марказий ёриткичнинг массаси, M_l — йўлдошнинг массаси, R_l — улар орасидаги масофа бўлсин. Йўлдошнинг марказга интилма тезланишини

$$f = M_l w_n$$

тортишиш кучи вужудга келтиради, бундан

$$k \cdot \frac{M_l M_{ё}}{R_l^2} = M_l \frac{4\pi^2 R_l}{T_l^2}, \tag{4}$$

бу ерда T_l — йўлдошнинг айланиш даври. Кейинги муносабатдан

$$M_{ё} = \frac{4\pi^2}{k} \cdot \frac{R_l^3}{T_l^2},$$

яъни йўлдош орбитасининг радиуси ва унинг айланиш даври маълум бўлса, марказий ёриткичнинг массасини аниқлай оламиз. Масалан, Ер орбитасининг радиуси ва унинг айланиш даври (бир йил) дан фойдаланиб, Қуёшнинг $M_{Қ}$ массасини топамиз:

$$M_{Қ} = 1{,}98 \cdot 10^{33}\ г.$$

(4) формуладан

$$\frac{R_i^3}{T_i^2} = \frac{kM_Қ}{4\pi^2}$$

экани келиб чиқади.

Ўнг томондаги катталик берилган марказий ёриткич атрофида айланаётган ҳамма йўлдошлар учун бирдай бўлади. Шу сабабдан: йўлдошларнинг (планеталарнинг) марказий ёриткич (Қуёш) атрофида айланиш даврлари квадратларининг нисбати йўлдошлар (планеталар) билан марказий ёриткич (Қуёш) орасидаги масофалар кубларининг нисбати каби бўлади. Планеталарга нисбатан бу қонун Кеплер томонидан кашф қилинган ва *Кеплернинг учинчи қонуни* деб юритилади.

§ 33. Инерцион масса ва тортишувчи масса. Оғирлик кучининг бажарган иши. Физик катталик бўлган масса бир-бирига боғлиқ бўлмаган икки асосий қонунга: Ньютоннинг $f = mw$ иккинчи қонунига ва бутун дунё тортишиш $f = k\frac{m_1m_2}{r^2}$ қонунига киради.

Ньютоннинг иккинчи қонунида масса жисмларнинг инерция хоссаларини характерлайди. Бутун дунё тортишиш қонунида масса жисмларнинг тортишиш майдони ҳосил қилиш ва тортишиш майдонлари билан таъсирлашиш қобилиятини характерлайди.

Бу икки қонунда қатнашаётган массалар битта физик катталикни ифодалайдими ёки улар турли катталиклар бўлиб, қандайдир ўзаро боғланганми, деб сўралиши мумкин. Ньютоннинг иккинчи қонунида қатнашувчи *инерцион масса* ҳақидаги ва бутун дунё тортишиш қонунида қатнашувчи *тортишувчи масса* ҳақидаги тушунчалар худди мана шу тарзда вужудга келган. Тажрибалар бизни ишонтирадики, бу икки массани умуман бир-биридан фарқ қилиш лозим бўлганда ҳам, улар ўзаро пропорционалдир.

Бу хулоса, дастлаб, эркин тушишнинг g_0 тезланиши ҳамма жисмлар учун бирдай бўлганлигидан келиб чиқади. Ҳақиқий эркин тушиш вақтидаги g_0 тезланишни аниқ ўлчаш жуда ҳам қийин иш, аммо маятникларнинг тебранишини кузатиш натижасида g_0 тезланишни жуда катта аниқликда ўлчаш мумкин. Ньютоннинг ўзи инерцион ва тортишувчи массаларнинг пропорционаллиги $\frac{1}{1000}$ гача аниқликда бажарилишини кўрсатган эди. Бессель ҳар хил моддалардан ясалган маятниклар устида тажрибалар ўтказди ва у ҳам инерцион масса билан тортишувчи масса пропорционал деган хулосага келди; унинг хулосаси $\frac{1}{60\,000}$ гача аниқликда эди. Кейинчалик, бу пропорционаллик радиоактив моддалар учун ҳам бажарилиши кўрсатилди.

1894 йилда Этвеш тортишувчи масса билан инерцион масса орасидаги пропорционалликни буралма тарози ёрдамида жуда катта аниқлик билан кўрсатди. Этвеш тажрибаларининг ғояси қуйидагидан иборат: Ер шарининг сиртида P_{φ} оғирлик кучининг йўналиши жисмни Ер марказига тортиб турувчи куч билан марказдан қочирма инерцион кучнинг тенг таъсир этувчиси йўналиши билан бир хил бўлади (§ 23). Бу кучлардан биринчисини жисмнинг тортишувчи массаси, иккинчисини эса унинг инерцион массаси тақозо қилади. Агар бу икки масса пропорционал бўлмаса эди, P_{φ} оғирлик кучининг йўналиши ҳар хил жисмлар учун бир-биридан бирмунча фарқ қилар эди. Этвеш буралма тарози шайинининг бир учига маълум платина массасини ўрнатди, бошқа учига эса текширилаётган жисмни ўрнатди. Асбобнинг шайини аниқ бир томонга (масалан, шарқдан ғарбга томон) йўналтирилган эди. Сўнг асбоб 180° га айлантирилади.

Инерцион ва тортишувчи массалар бир-бирига пропорционал бўлмаганда эди, бундай айлантириш натижасида жуфт куч ҳосил бўлиши керак ва шайин бир оз оғиши керак эди. Ҳақиқатда эса $6\cdot 10^{-4}$ ёй секундидан ортиқ оғишлар кузатилмайди; кузатилган ниҳоятда кичик оғишлар тасодифий оғишлар эди. Бу ҳолда ҳар икки масса орасидаги пропорционаллик $\frac{1}{2\cdot 10^8}$ гача аниқликда бажарилган.

Шундай қилиб, ҳамма тажрибалар *инерцион ва тортишувчи массаларни бир-биридан фарқ қилиш мумкин эмаслигини кўрсатади: тажрибалар инерцион ва тортишувчи массалар битта физик катталикнинг — массанинг турли кўринишлари эканига бизни ишонтиради.* Эйнштейннинг тортишиш назарияси бу фикрнинг тўғрилигини тасдиқлади. Шундай қилиб, икки хил физик катталикнинг — инерцион масса ва тортишувчи массанинг мавжудлиги ҳақидаги масала ҳозир фақат тарихий аҳамиятга эгадир.

Юқорида, 32-параграфда, ҳар қандай жисм атрофидаги фазода тортишиш майдони ҳосил қилади деб кўрсатилган эди. Шундай майдонни Ер шари ҳам ҳосил қилади. Ер шарининг тортишиш кучи оғирлик кучи деб аталгани учун, Ер атрофида ҳосил бўладиган майдон *оғирлик кучи майдони* деб ҳам аталиши мумкин. Ернинг сиртига яқин бўлган жойларда оғирлик кучи амалда ўзгармасдир, бу ҳолда оғирлик кучининг майдони бир жинсли майдон деб аталади.

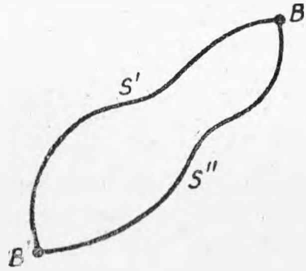
27-параграфда кўрсатиб ўтилдики, *оғирлик кучининг майдонида бажарилган иш йўлнинг шаклига ва узунлигига боғлиқ эмас, балки у фақат ҳаракат натижасида жисмнинг баландлиги қанча ўзгарганигагина боғлиқдир.*

Агар биз B нуқтадан B' нуқтага дастлаб s' йўл билан, сўнг s'' йўл билан борсак (70- асм), ҳар икки ҳолда бажарилган A' ва A'' ишлар, айтилганларга кўра, бир-бирига тенг бўлиши керак: $A' = A''$; B' нуқтадан B нуқтага s йўл билан борилганда $A''' = -A''$ иш бажарилади. Бундан: агар биз, дастлаб B нуқтадан

9*

B' нуқтага s' йўл билан бориб, сўнг B' нуқтадан B нуқтага s'' йўл билан қайтиб келсак, яъни ёпиқ йўлни босиб ўтсак, натижада бажарилган иш:

$$A_{BB'B} = A' + A''' = A' - A'' = 0.$$



70-расм. Тортишиш кучларининг иши s' ва s'' йўлларнинг шаклига боғлиқ эмас.

B нуқтага яна қайтиб келиш натижасида потенциал энергия ўзгариши нолга тенг бўлади, деган мулоҳаза ҳам бевосита худди шу натижага олиб келади. Демак, *оғирлик кучи майдонида ёпиқ йўл бўйича ҳаракат қилинса, йиғинди иш нолга тенг бўлади.*

Иш йўлнинг бошланғич ва охирги нуқталарининг ўрнигагина боғлиқ, йўлнинг шаклига боғлиқ эмас деган хулоса тортишиш кучларининг бир жинсли бўлмаган майдони учун ҳам тўғридир.

m_1 ва m_2 массали икки жисм

$$f = k\frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Бутун дунё тортишиш қонунига асосан тортишиб турувчи жисмлар сифатида текширилганда, уларнинг ўзаро потенциал энергияси

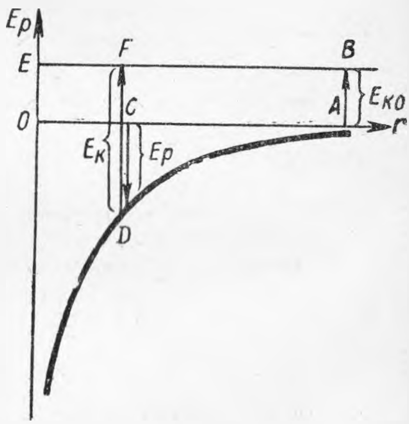
$$E_p = -k\frac{m_1 m_2}{r} \quad (1)$$

бўлишини кўрсатиш мумкин. Бир-биридан чексиз узоқлаштирилганда ($r = \infty$) икки жисмнинг потенциал энергияси нолга тенг деб ҳисобланади, бу ҳолда потенциал энергия энг катта қийматга эга бўлади, чунки жисмлар бир-биридан узоқлаштирилганда ташқи кучлар мусбат иш бажаради, жисмлар яқинлашганда эса уларнинг потенциал энергияси камая боради, демак, унинг қиймати нолдан кичик, яъни манфий бўлади; мана шунга мувофиқ (1) формулада минус ишораси қўйилган.

Тортишувчи жисмларнинг (1) формула орқали ифодаланадиган потенциал энергияси графикда 71-расмда тасвирланган эгри чизиқ билан ифодаланади. Бу эгри чизиқ — гиперболанинг бир тармоғидир.

Иккита *1* ва *2* жисм ўзаро тортишиб турибди, деб фараз қилайлик; *2* жисмнинг *1* жисмга нисбатан ҳаракатини текширамиз. Агар жисмларнинг тўла энергияси E бўлса (71-расм), бу — 2 жисм 1 жисмдан чексиз узоқда бўлганда

$$E_{k0} = \frac{m_2 v_0^2}{2} = E$$



71-расм. Бир-бирини Ньютон қонунига асосан тортувчи икки жисмнинг потенциал энергияси гипербола билан тасвирланади.

тенглик орқали аниқланадиган v_0 тезлик билан ҳаракат қилганини англатади, бу тенгликдан:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2E}{m_2}}.$$

E_{k0} кинетик энергия AB кесма билан тасвирланади. r масофа қамая борган сари (*2* жисм *1* жисмга яқинлашади) потенциал энергия камая бошлайди ва унинг қиймати манфий бўлиб қолади; кинетик энергия кўпаяди ва у билан бирга *2* жисмнинг тезлиги ҳам катталаша боради. OC кесма билан тасвирланадиган бирор аниқ r масофада кинетик энергия DF кесма билан тасвирланади, бу кесманинг пастдан юқорига йўналганлиги кинетик энергиянинг мусбатлигини кўрсатади. Потенциал энергия CD кесма билан тасвирланади; бу кесма пастга қараб йўналган бўлиб, потенциал энергиянинг қиймати манфий эканини кўрсатади.

Кинетик ва потенциал энергиялар йиғиндиси $E_k + E_p$ бутун ҳаракат давомида тўла энергия E га тенг бўлиб қолаверади:

$$E_k + E_p = E. \tag{2}$$

1 жисмни қўзғалмас деб ҳисобласак, $E_k = \frac{m_2 v^2}{2}$ бўлади; бунда v — жисмлар орасидаги масофа r га тенг бўлган вақтдаги иккинчи жисмнинг биринчи жисмга нисбатан тезлигидир. E_k нинг мана шу ифодасидан фойдаланиб, (1) ва (2) тенгликлардан қуйидаги ифодани оламиз:

$$\frac{m_2 v^2}{2} - k\frac{m_1 m_2}{r} = E,$$

бундан:

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m_2} + k\frac{2m_1}{r}} = \sqrt{v_0^2 + k\frac{2m_1}{r}}. \tag{3}$$

Агар *2* жисмнинг *1* жисмдан чексиз узоқда бўлган вақтдаги тезлиги $v_0 = 0$ бўлса,

$$v = \sqrt{k\frac{2m_1}{r}} \tag{3a}$$

бўлади.

m массали оғир жисмнинг чексиз узоқдан $v_0 = 0$ бошланғич тезлик билан Ерга тушишини олиб қарайлик. Бу ҳолда у жисмнинг Ер сатҳига етиб келган пайтдаги тезлиги (3а) формулага кўра

$$v = \sqrt{k\frac{2M_{\text{Ер}}}{R_{\text{Ер}}}}$$

бўлади; бунда $M_{\text{Ер}}$ — Ернинг массаси, $R_{\text{Ер}}$ — унинг радиуси. Бу ифодага $k = 6{,}685 \cdot 10^{-8}$ *см/г·сек*², $M_{\text{Ер}} = 5{,}98 \cdot 10^{27}$ *г* ва $R_{\text{Ер}} = 6{,}37 \cdot 10^{8}$ *см* қийматларни қўйсак, қуйидагини оламиз:

$$v = \sqrt{6{,}685 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{2 \cdot 5{,}98 \cdot 10^{27}}{6{,}37 \cdot 10^{8}}}\ \frac{см}{сек} = 11{,}2 \cdot 10^{5}\ \frac{см}{сек}.$$

Шундай қилиб, Ернинг тортиши таъсирида чексиз узоқдан Ер сиртига тушаётган жисмнинг тезлиги 11,2 *км/сек* га етар экан. Аксинча, Ер сиртидан вертикал юқорига отилган жисмнинг Ерга қайтиб тушмаслиги ва чексиз узоқлашиб кетиши учун (ҳавонинг қаршилигини ҳисобга олмаганда) уни 11,2 *км/сек* тезлик билан отиш керак бўлади. Бу тезлик *иккинчи космик тезлик* дейилади.

Бешинчи боб

ҚАТТИҚ ЖИСМНИНГ ҲАРАКАТИ

§ 34. Қаттиқ жисмнинг ҳаракати. Қаттиқ жисмнинг ҳаракати унга қўйилган *ташқи* кучлар билан аниқланади. Қаттиқ жисм учун айниқса характерли бўлган ҳаракат турлари илгариланма ва айланма ҳаракатлардир (12-параграфга қаранг). Қаттиқ жисмнинг ҳар қандай мураккаб ҳаракати шу икки ҳаракатдан иборат эканини кўрсатиш мумкин. Илгариланма ҳаракатда жисмнинг ҳамма нуқталари бир хил $\mathbf{v}$ тезлик ва бир хил $\mathbf{w}$ тезланиш билан ҳаракат қилади. Агар жисмни фикран Δm_i массали майда бўлакчаларга ажратсак, Ньютоннинг иккинчи қонунига асосан, ҳар бир бўлакча учун қуйидаги муносабат ўринлидир:

$$\Delta m_i \cdot \mathbf{w} = \mathbf{f}_i + \mathbf{F}_i, \qquad (1)$$

бунда $\mathbf{f}_i$ — ички куч (яъни шу жисмнинг бошқа бўлакчаларининг таъсир кучи), $\mathbf{F}_i$ — берилган бўлакчага таъсир қилаётган ташқи куч. Ньютоннинг учинчи қонунига асосан, ҳамма ички кучларнинг йиғиндиси нолга тенг, шунинг учун (1) тенгликни барча бўлакчалар бўйича йиғиб чиқсак,

$$\sum \Delta m_i \cdot \mathbf{w} = \sum \mathbf{F}_i$$

бўлади ёки

$$M \cdot \mathbf{w} = \mathbf{F}, \qquad (2)$$

бунда $M = \sum \Delta m_i$ — бутун жисмнинг массаси, $\mathbf{F} = \sum \mathbf{F}_i$ — ҳамма ташқи кучларнинг вектор йиғиндиси, $\mathbf{F}$ векторни *ташқи кучларнинг бош вектори* дейилади.

Жисмнинг массаси M ва ташқи кучларнинг бош вектори $\mathbf{F}$ маълум бўлганда, (2) тенглик қаттиқ жисм илгариланма ҳаракатининг тезланишини аниқлаш имконини беради. Шундай қилиб, *қаттиқ жисмнинг илгариланма ҳаракатини текшириш ўрнига, массаси шу жисмнинг массасига тенг бўлган битта моддий нуқтанинг ташқи кучлар бош векторига тенг куч таъсиридаги ҳаракатини текшириш кифоя.*

Илгариланма бўлмаган мураккаброқ ҳаракатдаги жисмнинг ҳар хил нуқталари ҳар хил $\mathbf{v}_i$ тезлик ва ҳар хил $\mathbf{w}_i$ тезланишга эга бўлади. Бироқ жисмни, фикран, ҳар бири ичида тезлик ва тезланишни ўзгармас деб ҳисоблаш мумкин бўлган даражада майда бўлакчаларга ажрата олиш мумкин. У ҳолда ҳар бир бўлакча учун

$$\Delta m_i \cdot \mathbf{w}_i = \mathbf{f}_i + \mathbf{F}_i$$

ифодани ёзиш мумкин.

Бу тенгликни жисмнинг барча элементлари бўйича, $\sum \mathbf{f}_i = 0$ эканини эътиборга олиб, йиғиб чиқсак,

$$\sum \Delta m_i \cdot \mathbf{w}_i = \sum \mathbf{F}_i = \mathbf{F} \tag{3}$$

бўлади; бунда $\mathbf{F}$ — ташқи кучларнинг бош векторидир. Бироқ (3) тенгликни (2) кўринишдаги тенглама шаклига тўғридан-тўғри келтириб бўлмайди, чунки энди ҳар хил бўлакчаларнинг $\mathbf{w}_i$ тезланишлари ҳар хилдир.

Қуйидаги тенглик орқали аниқланадиган $\mathbf{w}_C$ тезланишни киритамиз:

$$\mathbf{w}_C = \frac{\sum \Delta m_i \cdot \mathbf{w}_i}{M} \tag{4}$$

бунда M — бутун жисмнинг массаси. У ҳолда (4) тенгликнинг чап ва ўнг томонларини M га кўпайтириб ва (3) тенгликдан фойдаланиб,

$$M \cdot \mathbf{w}_C = \mathbf{F} \tag{5}$$

ифодани ҳосил қиламиз.

$\mathbf{w}_C$ шундай C нуқтанинг тезланиш ки, у нуқтанинг x_C, y_C, z_C координаталари айрим бўлакчаларнинг x_i, y_i, z_i координаталари орқали қуйидаги муносабатлар ёрдамида аниқланади:

$$x_C = \frac{\sum x_i \Delta m_i}{M}; \quad y_C = \frac{\sum y_i \Delta m_i}{M}; \quad z_C = \frac{\sum z_i \Delta m_i}{M}. \tag{6}$$

$\mathbf{w}_C$ ҳақиқатан ҳам шундай нуқтанинг тезланиши эканини кўрсатиш мумкин (майда ҳарфлар билан ёзилганларга қаранг).

C нуқта жисмнинг *масса маркази* (ёки инерция маркази) дейилади. Масса маркази оғирлик кучларининг тенг таъсир этувчиси қўйилган нуқтада жойлашган бўлади. (5) тенгламадан: *масса марказининг ҳаракати ташқи кучларнинг бош векторига тенг куч таъсирида бўлган ва массаси жисмнинг массасига тенг бўлган моддий нуқтанинг ҳаракати каби бўлади*, деган натижа чиқади. Агар ташқи кучларнинг бош вектори нолга тенг бўлса, масса маркази тинч ҳолатда бўлади ёки тўғри чизиқли текис ҳаракат қилади. Масса марказининг тезлигини ички кучлар ўзгартира олмайди.

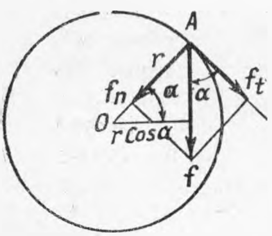
Координаталари (6) тенгликлар ёрдамида аниқланадиган масса марказининг ҳақиқатан ҳам (4) тенглик орқали ифодаланадиган тезланиш билан ҳаракат қилишини кўрсатамиз. Бунинг учун, тезланишнинг координата ўқларидаги проекциялари, тезланиши қаралаётган нуқта координаталаридан вақт бўйича олинган иккинчи ҳосилалар орқали ифодаланади, деган муносабатдан фойдаланамиз.

x_C, y_C, z_C координаталардан иккинчи ҳосилалар олиб, масса маркази тезланишининг координата ўқларидаги проекциялари учун қуйидаги ифодаларга эга бўламиз:

$$\left.\begin{aligned} w_{C_x} &= \frac{d^2x_C}{dt^2} = \frac{\sum \Delta m_i \frac{d^2x_i}{dt^2}}{M} = \frac{\sum \Delta m_i \cdot w_{xi}}{M}; \\ w_{C_y} &= \frac{d^2y_C}{dt^2} = \frac{\sum \Delta m_i \frac{d^2y_i}{dt^2}}{M} = \frac{\sum \Delta m_i \cdot w_{yi}}{M}; \\ w_{C_z} &= \frac{d^2z_C}{dt^2} = \frac{\sum \Delta m_i \frac{d^2z_i}{dt^2}}{M} = \frac{\sum \Delta m_i \cdot w_{zi}}{M}, \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

бунда w_{xi}, w_{yi}, w_{zi} — i-бўлакча тезланишининг координата ўқларидаги проекциялари. $\mathbf{w}_C$ тезланишнинг ўзи координата ўқларидаги ўз ташкил этувчиларининг геометрик йиғиндиси бўлгани учун $\mathbf{w}_C$ нинг (7) тенгликлардан ҳосил қилинадиган ифодаси (4) тенглик билан бир хил бўлади.

§ 35. Қаттиқ жисмнинг айланма ҳаракати. Куч моменти ва инерция моменти. Қаттиқ жисмнинг айланма ҳаракатини динамика нуқтаи назардан текширилганда куч тушунчаси билан бир қаторда *куч моменти тушунчаси,* масса тушунчаси билан бир қаторда *инерция моменти тушунчаси* киритилади. Куч моменти ва инерция моменти тушунчаларининг мазмунини тушунтириш учун, дастлаб r радиусли айланада қандайдир боғланиш ёрдамида ушлаб туриладиган m массали биргина A моддий нуқтанинг шу айлана бўйича ҳаракатини текширамиз (72-расм).



72-расм. A нуқтанинг айлана бўйича ҳаракати.

A нуқтага катталиги ўзгармас бўлган $\mathbf{f}$ куч таъсир қилаётган бўлсин. У ҳолда A нуқта ўзгармас w_t тангенциал тезланиш олади; бу тезланишни кучнинг f_t тангенциал ташкил этувчиси вужудга келтиради:

$$f_t = f\cos\alpha = mw_t. \quad (1)$$

f кучнинг нормал ташкил этувчиси боғланишнинг реакцияси билан бирга нормал тезланишни вужудга келтиради.

$\beta = \frac{w_t}{r}$ бурчак тезланишни киритсак, (1) тенглик қуйидагича ёзилади:

$$f\cos\alpha = mr\cdot\beta.$$

Бу тенгликнинг ўнг ва чап томонларини r га кўпайтирсак,

$$fr\cos\alpha = mr^2\cdot\beta \tag{2}$$

бўлади. $r\cos\alpha$ кўпайтма куч йўналишига O нуқтадан туширилган перпендикулярнинг узунлигига тенгдир (72-расм). *Кучнинг f катталиги билан куч йўналишига O нуқтадан* (айланиш марказидан) *туширилган перпендикулярнинг узунлиги $r\cos\alpha$ кўпайтмасига сон жиҳатдан тенг бўлган*

$$M = fr\cos\alpha \tag{3}$$

катталик кучнинг O нуқтага нисбатан моменти дейилади.

A моддий нуқтанинг массаси m билан A нуқта ва O нуқта (айланиш маркази) орасидаги масофа квадратининг кўпайтмасига сон жиҳатдан тенг бўлган

$$I = mr^2 \tag{4}$$

катталик A моддий нуқтанинг O нуқтага нисбатан инерция моменти дейилади.

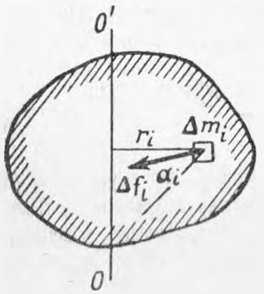
(2) тенгликни куч моменти M ва инерция моменти I орқали қайта ёзамиз:

$$M = I\beta. \tag{5}$$

(1) ва (5) тенгликларни солиштирсак, w_t чизиқли тезланиш f_t куч ва A моддий нуқтанинг m массаси билан қандай боғланган бўлса, β бурчак тезланиш M куч моменти ва I инерция моменти билан худди шундай боғланган эканлигини кўрамиз. Айланма ҳаракат β бурчак тезланиш ёрдамида баён қилинганда, кучнинг ролини M куч моменти бажаради, m массанинг ролини I инерция моменти бажаради. Моментлари тенг бўлган кучлар таъсирида A моддий нуқта бир хил β бурчак тезланиш олади. Демак, *ҳар хил* **f** *кучлар, агар уларнинг моментлари тенг бўлса, бирдай айланма ҳаракатни вужудга келтириш маъносида эквивалентдирлар.* Ҳар хил моддий нуқталар, агар уларнинг инерция моментлари бир-бирига тенг бўлса, бир хил куч моментлари таъсирида бир хил бурчак тезланиш оладилар. Демак, *ҳар хил m массали моддий нуқталар, агар уларнинг инерция моментлари тенг бўлса, бир хил бурчак тезланиш олишлари маъносида эквивалентдирлар.*

Энди қўзғалмас OO' ўқ атрофида айланаётган қаттиқ жисмни текширишга ўтамиз (73-расм).

Кучнинг берилган ўқ атрофида айлантириш қобилиятини характерлаш учун *кучнинг ўққа нисбатан моменти* тушунчаси киритилади. Равшанки, ўқ билан кесишадиган йўналиш бўйича таъсир қилувчи куч шу ўқ атрофида айлантира олмайди. Ўққа параллел кучнинг шу ўқ атрофида айлантира олмаслиги ҳам равшан. *Кучнинг ўққа нисбатан моментини кучнинг фақат ўққа тик текисликдаги тузувчисигина ҳосил қилади.* Шунинг учун, қаттиқ жисмда Δm_i массали кичик бўлакчани ажратиб олиб, унга таъсир қилаётган кучнинг фақат OO' айланиш ўқига тик текисликдаги тузувчисигагина аҳамият берамиз. Бу тузувчини $\Delta \mathbf{f}_i$ орқали белгилаймиз.



73- расм. Айланаётган қаттиқ жисмни жуда майда бўлакларга ажратиш.

$\Delta \mathbf{f}_i$ куч Δm_i массанинг траекториясига ўтказилган уринма билан α_i бурчак ташкил этади, деб фараз қилайлик. α_i бурчакни ўткир бурчак деб ҳисоблаймиз. У ҳолда бу Δm_i бўлакча учун (2) тенгликни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\Delta f_i r_i \cdot \cos \alpha_i = \Delta m_i r_i^2 \beta,$$

бунда β — Δm_i бўлакчанинг бурчак тезланиши.

Бошқа ҳамма бўлакчалар учун ҳам худди шундай тенгликларни ёзишимиз ва сўнг уларни қўшиб чиқишимиз мумкин:

$$\sum_i \Delta f_i r_i \cos \alpha_i = \sum_i \Delta m_i r_i^2 \cdot \beta;$$

β бурчак тезланиш ҳамма бўлакчалар учун умумий бўлгани сабабли уни йиғинди белгисидан ташқарига чиқариш мумкин:

$$\sum_i \Delta f_i r_i \cos \alpha_i = \beta \sum_i \Delta m_i r_i^2. \qquad (6)$$

$M = \sum_i \Delta f_i r_i \cos \alpha_i$ катталик қаттиқ жисмнинг ҳамма бўлакчаларига таъсир қилаётган куч моментлари йиғиндисини ифодалайди, яъни у қаттиқ жисмга таъсир қилаётган кучларнинг OO' ўққа нисбатан олинган тўла моменти M ни ифодалайди. Шу билан бирга, агар $\Delta \mathbf{f}_i$ куч қўйилган нуқта ўқ атрофида шу $\Delta \mathbf{f}_i$ куч йўналишида айланаётган бўлса, $\Delta f_i r_i \cos \alpha_i$ кўпайтма плюс ишора билан, акс ҳолда — минус ишора билан олиниши керак. Биз ажратган айрим бўлакчаларнинг инерция моментлари йиғиндисига тенг бўлган

$$I = \sum_i \Delta m_i r_i^2 \tag{7}$$

катталик *жисмнинг OO′ ўққа нисбатан инерция моменти* дейилади[1]. Кучларнинг тўла моменти M ва инерция моменти I орқали (6) тенгликни қуйидагича ёзамиз:

$$M = I\beta, \tag{6a}$$

яъни қаттиқ жисм учун ҳам (5) тенглик билан бир хил бўлган тенгликни ёзиш мумкин.

Қаттиқ жисмнинг олган бурчак тезланиши

$$\beta = \frac{M}{I},$$

яъни у, таъсир қилаётган куч моменти M га тўғри пропорционал ва инерция моменти I га тескари пропорционал бўлади. (6а) тенгликни Ньютоннинг иккинчи қонунини ифодаловчи (1) тенглик билан таққосласак, қаттиқ жисмнинг қўзғалмас ўқ атрофида айланишида Ньютоннинг иккинчи қонуни билан тамомила бир хил бўлган муносабат бор эканлигини кўрамиз; фарқ фақат шундаки, чизиқли тезланиш ролини бурчак тезланиш, куч ролини куч моменти ва масса ролини инерция моменти бажаради.

(6а) тенгликдан қуйидаги натижа чиқади: агар жисмга таъсир қилаётган кучлар моменти нолга тенг бўлса, бурчак тезланиш ҳам нолга тенг бўлади: $\beta = 0$, яъни жисм ўзгармас ω бурчак тезлик билан айланади. Бунинг учун жисмнинг инерция моменти I ўзгармас бўлиши керак, албатта[2]. $\omega = 0$ бўлган хусусий ҳолда жисм тинч ҳолатда туради.

[1] Ҳақиқатда масса бўлакчалари чексиз кичик қилиб олиниши керак, у ҳолда йиғиндилар интеграллар билан алмашади ва жисмнинг инерция моменти учун қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$I = \int r^2 dm.$$

Жисмнинг ρ зичлигини киритсак, $dm = \rho dV$ бўлади; бунда dV — ҳажм элементидир. Бундан

$$I = \int \rho r^2 dV, \tag{7a}$$

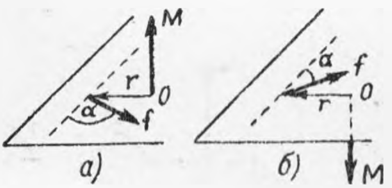
интеграллаш жисмнинг бутун ҳажми V бўйича бажарилиши керак.

[2] Қўзғалмас ўқ атрофида айланаётган қаттиқ жисмнинг инерция моменти фақат шу қаттиқ жисмнинг айрим қисмлари бир-бири билан маҳкам бириктирилмаган ҳолларидагина ўзгариши мумкин Бу ҳол учун (6а) формулани татбиқ қилиб бўлмайди, чунки бу формула чиқарилаётганда, кучларнинг боғланишлар бўйича йўналган ташкил этувчилари боғланишларнинг реакциялари билан ўзаро мувозанатлашади ва улар қаттиқ жисмнинг баъзи қисмларини бошқаларига нисбатан силжитмайдилар (қаттиқ жисмнинг қисмлари бир-бирига маҳкам бирикмаган бўлса, шундай силжишлар бўлади), деб ҳисобланган эди.

Биз юқорида (13-параграфга қаранг) бурчак тезлик ω ва бурчак тезланиш $\boldsymbol{\beta}$ вектор сифатида қаралиши мумкин эканини кўрган эдик. Кучнинг нуқтага нисбатан моменти ҳам вектор сифатида қаралиши ва (6а) тенгликни вектор кўринишда ёзиш мумкин.

Бирор $\mathbf{f}$ кучни олиб текширамиз (74-*а* расм), шу кучнинг O нуқтага нисбатан моментини аниқламоқчимиз.

Равшанки, моментнинг тўла характеристикаси қуйидагилардан иборат: 1) моментнинг сон қиймати $fr\cos\alpha$; 2) $\mathbf{f}$ куч билан O нуқта ётган текислик; 3) куч таъсир қила тган йўналиш. Агар биз бирор $\mathbf{M}$ векторни олиб: 1) унинг сон қиймати учун $fr\cos\alpha$ кўпайтмани олсак, 2) уни $\mathbf{f}$ куч билан O нуқта ётган текисликка тик қилиб ўтказсак ва 3) унинг йўналиши кучнинг йўналиши билан қандайдир тарзда бир қийматли равишда боғланса, куч моментининг юқорида келтирилган уч характеристикаси шу *биргина* $\mathbf{M}$ *вектор* орқали ифодаланиши мумкин. Кучнинг йўналиши билан $\mathbf{M}$ векторнинг йўналиши орасидаги боғланишни яна „парма қоидаси" ёрдамида аниқлаймиз (13-параграф ва 28-расм билан солиштиринг): агар O нуқтада жойлашган парма дастаси таъсир қилаётган кучнинг йўналишида айланса, парманинг илгариланма ҳаракат йўналиши $\mathbf{M}$ векторнинг йўналишини аниқлайди. 74-*а* расмда тасвирланган ҳолда $\mathbf{M}$ вектор юқорига йўналган, 74-*б* расмда тасвирланган ҳолда пастга йўналган бўлади. $\mathbf{M}$ вектор куч моментининг векторидир.



74-расм. $\mathbf{f}$ кучнинг O нуқтага нисбатан моменти $\mathbf{M}$ вектор орқали ифодаланади.

Агар текширишга $\mathbf{r}$ ва $\mathbf{f}$ векторлар орасидаги $\angle\mathbf{r}, \mathbf{f}$ бурчакни киритсак, $\alpha = \angle\mathbf{r}, \mathbf{f} - \frac{\pi}{2}$ бўлади; бундан $\mathbf{f}$ куч моментининг сон қиймати

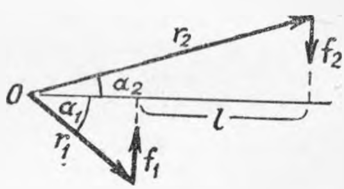
$$M = f\cdot r\cdot\sin(\angle\mathbf{r}, \mathbf{f})$$

эканини топамиз.

Демак, агар биз 13-параграфда киритилган вектор кўпайтма ҳақидаги тасаввурдан фойдалансак, $\mathbf{f}$ кучнинг моменти

$$\mathbf{M} = \mathbf{r}\times\mathbf{f} \tag{3а}$$

вектор кўпайтма ҳақидаги тасаввурдан фойдалансак, $\mathbf{f}$ кучнинг моменти вектор кўпайтма билан ифодаланади, деган хулосага келамиз, бунда $\mathbf{r}$ моменти олинаётган $\mathbf{f}$ куч қўйилган нуқтага O нуқтадан (момент шу нуқтага нисбатан олинаётир) ўтказилган радиус-вектордир.



75-расм. Жуфт кучнинг O нуқтага нисбатан моменти у нуқтанинг ўрнига боғлиқ эмас.

Энди *жуфт кучнинг* моментини кўриб чиқамиз. Жуфт куч деб, бир тўғри чизиқ бўйича таъсир қилмаётган иккита бир-бирига тенг ва қарама-қарши йўналган кучларга айтилади (75-расм). Жуфт кучнинг кучлар ётган текисликдаги бирор O нуқтага нисбатан моментини оламиз. *Жуфт кучнинг моменти O нуқтанинг қаерда жойлашганлигига боғлиқ эмас.* Ихтиёрий жойлашган O нуқтани оламиз (75-расм). У ҳолда $\mathbf{f}_1$ кучнинг O нуқтага нисбатан моменти сон жиҳатдан $f, r, \cos\alpha_1$ га тенг булиб, расм текислигига тик равишда олд томонга йўналган бўлади. $\mathbf{f}_2$ кучнинг моменти сон жиҳатдан $f_2r_2\cos\alpha_2$ га тенг бўлиб, расм текислигига тик равишда орқа томонга йўналган. Шундай қилиб, $f_1r_1\cos\alpha_1$ ва $f_2r_2\cos\alpha_2$ моментлар қарама-қарши томонларга йўналган ва, демак, жуфт кучни ҳосил қилувчи ҳар икки кучнинг натижавий моменти

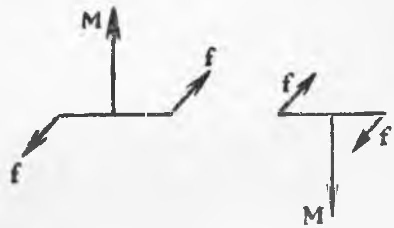
$$M = f_2r_2\cos\alpha_2 - f_1r_1\cos\alpha_1$$

бўлади. $\mathbf{f}_1$ ва $\mathbf{f}_2$ кучлар сон жиҳатдан бир-бирига тенг; уларнинг умумий қийматини f орқали, $r_2\cos\alpha_2 - r_1\cos\alpha_1$ айирмани эса l орқали белгилаймиз (l — кучлар таъсир қилаётган тўғри чизиқлар орасидаги масофадир), у ҳолда:

$$M = fl; \qquad (8)$$

l — жуфт куч елкаси дейилади. Жуфт кучнинг **M** моменти сон жиҳатдан кучлардан бирининг сон қиймати f билан жуфт куч елкасининг кўпайтмасига тенг. Жуфт куч моменти векторининг йўналиши жуфт кучни ташкил қилувчи кучларнинг йўналиши билан парма қоидаси ёрдамида боғланган (76-расм).

Куч моменти векторини киритиб, (6а) тенгликни вектор шаклида ёзиш мумкин:



76-расм. Жуфт кучнинг моменти **M** вектор орқали ифодаланади.

$$\mathbf{M} = I\cdot\boldsymbol{\beta}. \qquad (9)$$

$\mathbf{M} = 0$ бўлганда, яъни қаттиқ жисмга таъсир қилаётган кучлар моменти йўқ бўлганда, $\boldsymbol{\beta} = 0$ бўлади. Бу ω бурчак тезлик вектори ўзгармас демакдир, яъни қаттиқ жисм сон қиймати ўзгармайдиган бурчак тезликда айланибгина қолмай, унинг айланиш ўқи ҳам қўзғалмас вазиятга эга бўлади.

§ 36. Баъзи жисмларнинг инерция моментлари. Баъзи жисмларнинг маълум ўқларга нисбатан инерция моментлари билан танишамиз. Энг содда мисол сифатида m массали ва R радиусли *юпқа ковак цилиндрнинг* (ҳалқанинг) OO' симметрия ўқига нисбатан олинган инерция моментини кўрамиз (77-расм). Цилиндрни унинг ясовчилари билан чегараланган энсиз бўлакларга ажратамиз (бундай энсиз бўлаклардан бири 77-расмда штрихланган). Цилиндр жуда юпқа бўлгани учун бундай бўлакнинг ҳамма нуқталари OO' ўқдан бир хил R масофада деб ҳисоблаш мумкин. Шунинг учун бир бўлакнинг инерция моменти $\Delta I = \Delta m_i R^2$ бўлади; бунда Δm_i — бўлакнинг массаси. Бу юпқа ковак цилиндрнинг ҳаммаси учун инерция моменти:

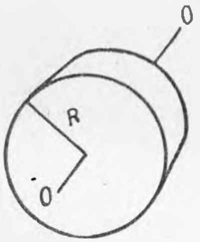
77-расм. Ковак цилиндрнинг инерция моментини аниқлаш.

$$I = \sum_i \Delta m_i R^2 = R^2 \sum \Delta m_i,$$

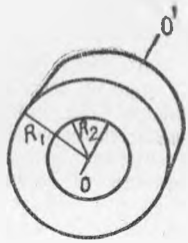
аммо $\sum_i \Delta m_i$ бутун цилиндрнинг m массасини ифодалайди, шунинг учун:

$$I = mR^2. \tag{1}$$

Қандайдир бошқа ўққа нисбатан худди шу цилиндрнинг инерция моменти бошқача бўлади.



78-расм. Цилиндрнинг OO' ўққа нисбатан инерция моменти $\frac{1}{2}\,mR^2$ га тенг.



79-расм. Ковак цилиндрнинг OO' ўққа нисбатан инерция моменти $\frac{1}{2}\,m(R_1^2 + R_2^2)$ га тенг.

Баъзи бошқа жисмларнинг инерция моментларини ҳисоблаб ўтирмай, уларнинг ифодаларини келтириб қўя қоламиз, чунки бундай ҳисоблашлар интеграллаш орқали амалга оширилади.

Яхлит цилиндрнинг (дискнинг) ўз ўқига нисбатан инерция моменти (78-расм):

$$I = \frac{1}{2}\,mR^2. \tag{2}$$

Деворлари қалин бўлган *ковак цилиндрнинг* ўз ўқига нисбатан инерция моменти (79-расм):

$$I = \frac{1}{2}\,m\,(R_1^2 + R_2^2), \tag{3}$$

бунда R_1 ва R_2 — унинг ташқи ва ички радиуслари.

l узунликдаги стерженнинг узунлигига тик равишда ўртасидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти (80-*а* расм):

$$I = \frac{1}{12}\,ml^2. \tag{4}$$

l узунликдаги стерженнинг узунлигига тик равишда унинг бир учидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти (80-*б* расм):

$$I = \frac{1}{3} ml^2. \qquad (5)$$

Шарнинг ўз марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти:

$$I = \frac{2}{5} mR^2. \qquad (6)$$

80-расм. Стерженнинг ўртасидан ўтувчи OO' ўққа нисбатан инерция моменти $\frac{1}{12}\ ml^2$ га тенг, унинг бир учидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти $\frac{1}{3}\ ml^2$ га тенг.

Инерция моментининг ўлчамлиги

$$I = mr^2$$

муносабатдан аниқланади; бу муносабатдан:

$$[I] = [m] \times [r^2] = ML^2.$$

Шундай қилиб, *CGS*-системада инерция моменти *г·см*² ларда ўлчанади; техник системада эса инерция моменти ўлчанадиган бирлик —(массанинг техник бирлиги)·*м*² бўлади.

Халқаро бирликлар системасида (*MKS*) инерция моментини *кг·м*² ларда ифодалайдилар, чунки бу системада масса бирлиги учун килограмм ва узунлик бирлиги учун метр қабул қилинган.

Берилган куч моменти ва инерция моменти орқали жисмнинг бурчак тезланишини топишга бир мисол келтирамиз.

Мисол. Радиуси $R = 0{,}5$ *м* ва инерция моменти $I = 20$ *кг·м*² бўлган ғилдиракка $M = 5$ *кГм* ўзгармас куч моменти таъсир қилади: 1) бурчак тезланиши ва 2) ғилдирак гардишидаги нуқталарнинг 10 секунд охиридаги чизиқли тезлиги топилсин (бошланғич тезлик нолга тенг деб ҳисоблансин).

Ечилиши. Ғилдиракнинг бурчак тезланиши:

$$\beta = \frac{M}{I}.$$

Ҳисоблашда бирликларнинг техник системасидан фойдаланамиз, у ҳолда $I = \frac{20}{9{,}8}$ техник бирлик, бундан:

$$\beta = \frac{5 \cdot 9{,}8}{20}\ сек^{-2} = 2{,}45\ сек^{-2}.$$

Ҳаракат бошлангандан t вақт ўтгач, бурчак тезлик

$$\omega = \beta t$$

бўлади. 10-секунднинг охирида гардишдаги нуқталарнинг чизиқли тезлиги

$$v = \omega R = 2{,}45 \cdot 0{,}5 \cdot 10\ м/сек = 12{,}25\ м/сек.$$

Агар бирор жисмнинг ўз оғирлик марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти маълум бўлса, бу ўққа параллел бўлган исталган ўққа нисбатан инерция моменти ҳам осонгина аниқланиши мумкин.

Бу тарзда бир инерция моментидан иккинчисига қуйидаги теорема асосида ўтилади; *исталган айланиш ўқига нисбатан инерция моменти шу ўққа параллел бўлган, оғирлик марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти ва жисм массаси билан оғирлик марказидан айланиш ўқигача масофа квадратининг кўпайтмаси йиғиндис га тенг.*

Мисол учун, шарнинг ўз уринмаларидан бирига нисбатан инерция моментини аниқлаймиз.

Келтирилган теоремага кўра:

$$I_t = I_C + ma^2;$$

бунда I_t — уринмага нисбатан инерция моменти, I_C — оғирлик марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти, m — шарнинг массаси ва a — уринмадан шарнинг марказигача бўлган масофа. Шар учун $a = R$ ва $I_C = \frac{2}{5} mR^2$ бўлгани учун:

$$I_t = \frac{2}{5} mR^2 + mR^2 = \frac{7}{5} mR^2.$$

§ 37. Ҳаракат миқдорининг моменти. Дастлаб, R радиусли айлана бўйича ҳаракат қилаётган m массали моддий нуқтани текширамиз (72-расм). Бундай нуқта учун қуйидаги муносабат мавжуддир:

$$f \cos\alpha = mw_t; \tag{1}$$

бунда f — нуқтага таъсир қилаётган куч, w_t— нуқта тезланишининг тангенциал ташкил этувчиси. f куч катталиги ўзгармас ва айлана уринмаси билан ҳамма нуқталарда бир хил α бурчак ташкил этади, деб фараз қиламиз.

У ҳолда $w_t = \Delta v/\Delta t$ ва (1) тенглик

$$f \cos\alpha \cdot \Delta t = m\Delta v$$

кўринишга эга бўлиб қолади.

Бу тенгликнинг ўнг ва чап томонларини r га кўпайтириб,

$$fr \cos\alpha \cdot \Delta t = rm\Delta v \tag{2}$$

тенгликни оламиз.

$fr \cos\alpha$ катталик f кучнинг O айланиш марказига нисбатан олинган M моментини ифодалайди, бундан ташқари, m масса ва r радиус ўзгармас бўлгани учун, $rm\Delta v$ ифодани $\Delta(rmv)$ кўринишда ёзиш мумкин.

У ҳолда (2) тенглик

$$M\Delta t = \Delta(rmv) \tag{3}$$

кўринишни олади.

Агар кучларнинг M моменти ўзгарувчан бўлса, (3) ифодада шундай кичик Δt вақт оралигини олиш керакки, бу вақт оралигида кучларнинг M моментини ўзгармас деб ҳисоблаш мумкин бўлсин. Чекли вақт оралиги учун кучлар моментининг $\overline{M}$ ўртача қийматини киритиш мумкин; у ҳолда

$$\overline{M}\,\Delta t = \Delta\,(rmv). \qquad (3a)$$

$p = rmv$ катталик айланма ҳаракатдаги моддий нуқтанинг *ҳаракат миқдори моменти* дейилади, $\overline{M}\,\Delta t$ — *кучлар моментининг импульси* дейилади. (3) тенгликдан кўринишича, *ҳаракат миқдори моментининг ўзгариши таъсир қилаётган кучлар моментининг импульсига сон жиҳатдан тенг.* Бу тенглик 17-параграфдаги ҳаракат миқдорининг ўзгариши билан куч импульси орасидаги муносабатни кўрсатувчи (4) тенгликка ўхшашдир.

p ҳаракат миқдори моменти ҳақидаги тушунчани биз фақат бир хусусий ҳол учунгина, яъни моддий нуқта ҳамма вақт r радиусга тик йўналган тезликда айланма ҳаракат қилаётган ҳол учунгина кўрдик. Моддий нуқта ҳаракатининг умумий ҳолида моддий нуқтанинг бирор O марказга нисбатан ҳаракат миқдори моменти деб, нуқтанинг mv ҳаракат миқдори билан O марказдан v тезликнинг йўналишига туширилган перпендикуляр узунлигининг кўпайтмасига сон жиҳатдан тенг бўлган катталикка айтилади (берилган пайтда моддий нуқта қаерда бўлса, **v** вектор шна жойдан бошлаб чизилади). Ҳаракат миқдори моменти вектор бўлиб, унинг йўналиши парма қондаси ёрдамида аниқланади: **p** вектор **v** тезлик ҳамда O марказдан ўтувчи текисликка тик бўлиб, парма дастаси нуқтанинг **r** радиус-векторидан **v** векторга қараб айланганда парманинг илгариланма ҳаракати қайси томонга йўналган бўлса, **p** вектор ҳам шу томонга йўналган бўлади. Шундай қилиб, ҳаракат миқдори моментининг вектори $\mathbf{p} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$ вектор кўпайтмадан иборатдир, шу сабабли (3) тенглик ҳам умумий ҳолда вектор кўринишда ёзилиши керак:

$$\mathbf{M}\,\Delta t = \Delta \mathbf{p},$$

бунда $\Delta\mathbf{p} = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1$ ҳаракат миқдори моментларининг вектор айирмасидир.

(3) муносабатни қаттиқ жисм қўзғалмас ўқ атрофида айланаётган ҳол учун умумлаштириш қийин эмас. Бунинг учун қаттиқ жисмни 35-параграфдаги каби, Δm_i массали айрим майда бўлакчаларга ажратамиз.

Ҳар бир шундай бўлакча учун қуйидаги тенглик бажарилади:

$$\Delta f_i \cdot r_i \cos\alpha_i\,\Delta t = r_i \Delta m_i\,\Delta v_i$$

ёки $\Delta v_i = \Delta\omega \cdot r_i$ бўлгани учун

$$\Delta f_i \cdot r_i \cos\alpha_i\,\Delta t = \Delta m_i r_i^2 \cdot \Delta\omega.$$

Қаттиқ жисмнинг ҳамма айрим майда бўлакчалари учун ёзилган бундай ифодаларни қўшиб чиқамиз:

$$\sum_i \Delta f_i \cdot r_i \cos\alpha_i\,\Delta t = \sum_i \Delta m_i r_i^2 \cdot \Delta\omega.$$

ёки $\sum\limits_i \Delta f_i r_i \cos\alpha_i = M$ — қаттиқ жисмга таъсир қилаётган кучларнинг моменти ва $\sum_i \Delta m_i r_i^2 = I$ — жисмнинг инерция моменти бўлгани учун

$$M\ \Delta t = I\ \Delta\omega.$$

Агар кучларнинг $\overline{M}$ моменти ўзгарувчан бўлса, унинг Δt вақт оралигидаги ўртача қийматини олиш керак бўлади, у ҳолда:

$$\overline{M}\ \Delta t = I\ \Delta\omega.$$

Қаттиқ жисмнинг берилган ўққа нисбатан инерция моменти ўзгармас катталик бўлгани учун, охирги тенгликни

$$\overline{M}\ \Delta\ t = \Delta\ (I\omega) \tag{4}$$

кўринишда ёзиш мумкин, бу тенгликнинг ўнг томонидаги ифода $I\omega$ кўпайтманинг ўзгаришидир. $\overline{M}\ \Delta t$ кўпайтма *қаттиқ жисмга таъсир қилаётган кучлар моментининг импульси* дейилади; $I\omega$ кўпайтма *қўзғалмас ўқ атрофида айланаётган қаттиқ жисмнинг ҳаракат миқдори моменти* дейилади. (4) тенгликка кўра, *қаттиқ жисм ҳаракат миқдори моментининг ўзгариши шу жисмга таъсир қилаётган кучлар моментининг импульсига сон жиҳатдан тенг бўлади.*

(4) тенгликни келтириб чиқаришда биз жисмнинг инерция моментини ўзгармас деб ҳисобладик. Лекин шуниси ҳам маълумки, инерция моменти ҳаракат вақтида бирор тарзда ўзгариб турса ҳам, бу тенглик ўз кучини сақлайди. Бу ҳолда ҳам ҳаракат миқдори моментининг $\Delta(I\omega)$ ўзгариши таъсир қилаётган кучлар моментининг импульси орқали аниқланади.

(3) ва (4) формулалардан *агар кучлар моменти бўлмаса* ($M=0$) *ҳаракат миқдори моменти ўзгармас бўлади, деган натижа келиб чиқади.* Бу натижа *ҳаракат миқдори моментининг сақланиш қонуни* деб юритилади.

Моддий нуқта айлана бўйича ҳаракат қилаётган хусусий ҳолда, (3) тенгликдан $M = 0$ бўлганда:

$$mvr = \mathrm{const} \tag{5}$$

эканлигини топамиз.

Моддий нуқта ҳаракатининг умумий ҳолида эса, $M = 0$ бўлганда:

$$\mathbf{r} \times m\mathbf{v} = \mathrm{const}. \tag{6}$$

$M = 0$ бўлганда, (4) тенгликка асосан, қаттиқ жисм учун:

$$I \cdot \omega = \mathrm{const}. \tag{7}$$

Айланма ҳаракатдаги жисмга ташқи кучлар таъсир қилмаётган бўлса, инерция моменти ўзгармас бўлганда, бурчак тезлик ҳам ўзгармас бўлади; бу хулосани биз 35-параграфда (6а) тенгликдан бевосита келтириб чиқарган эдик.

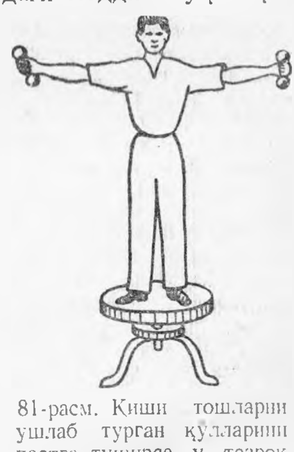
Ташқи кучлар таъсир қилмаётганда, агар инерция моменти ўзгара бошласа, ω бурчак тезлик ҳам ўзгаради, аммо $I\omega$ кўпайтма ўзгармас бўлиб қолаверади: агар I инерция моменти орта борса, ω бурчак тезлик камая боради ва аксинча.

Вертикал ўқ атрофида ишқалишсиз айлана оладиган столча („Жуковский скамьяси“) устида турган киши ёрдамида ҳаракат миқдори моментининг сақланишини намойиш қилиш мумкин. Қўлларида тош ушлаган ва қулочини ёзган киши (81-расм) столча билан бирга ω бурчак тезликда айланма ҳаракат қилаётган бўлсин. Бу киши маълум $I\omega$ ҳаракат миқдори моментига эга бўлади ва агар ташқи кучлар моменти нолга тенг бўлса, ҳаракат миқдорининг моменти сақланиши керак. Агар киши қўлларини туширса, унинг инерция моменти камаяди, бунинг натижасида айланма ҳаракатнинг ω бурчак тезлиги ортади. Агар киши яна қўлларини кўтарса, ω бурчак тезлик яна илгариги қийматига эга бўлади.

$\mathbf{P} = I\omega$ ҳаракат миқдори моменти вектор катталик бўлиб, унинг йўналиши ω бурчак тезликнинг йўналиши билан бир хил бўлади. Бундан (4) тенглик ҳам ҳақиқатда, векторлар характеридаги тенглик бўлади:

$$\mathbf{M}\,\Delta t = \Delta\mathbf{P}, \tag{8}$$

бунда $\Delta\mathbf{P} = I\omega_2 - I\omega_1$ ҳаракат миқдори моментларининг *вектор айирмасидир*. Бу (8) тенглик, 17-параграфдаги моддий нуқта ҳаракат миқдори векторининг ўзгариши билан куч импульси вектори орасидаги муносабатни кўрсатувчи (4) тенгликка тамомила мос келади. (8) тенглик қаттиқ жисмнинг қўзғалмас ўқ атрофида айланишини текширгандагина эмас, балки қаттиқ жисмнинг ҳар қандай ҳаракатини текширишда ҳам ишлатилиши мумкин; бунинг учун ҳаракат миқдори моменти тушунчаси тегишли равишда умумлаштирилиши лозим. (8) тенглик жисмлар системасига ҳам татбиқ этилиши мумкин; фақат, бу ҳолда $\mathbf{P}$ ҳаракат миқдори моментларининг йиғинди векторини, $\mathbf{M}$ эса куч импульсларининг йиғинди векторини ифодалайди.



81-расм. Киши тошларни ушлаб турган қўлларини пастга туширса, у тезроқ айлана бошлайди.

Иккита жисмдан иборат система учун ҳаракат миқдори моментининг сақланиш қонунини қуйидаги тажрибада намойиш қилиш мумкин; столча устида турган кишининг қўлида гардишлик массив ғилдирак бўлсин (82-расм). Агар киши столча билан бирга дастлаб тинч ҳолатда бўлса, сўнг у, ғилдиракнинг ўқини вертикал ҳолда тутиб туриб, ғилдиракни айлантирса, столча билан бирга кишининг ўзи тескари томонга айлана бошлайди. Бунга сабаб шуки, киши томонидан ғилдиракка таъсир этаётган кучлар ички кучлардир ва шунинг учун дастлаб нолга тенг бўлган умумий ҳаракат миқдори моменти ўзгармай қола беради. Бу тажриба аравача устида югураётган киши билан ўтказилган ва система ҳаракат миқдорининг сақланишини намойиш қилувчи бошқа бир тажрибага (§ 18) мос келади.

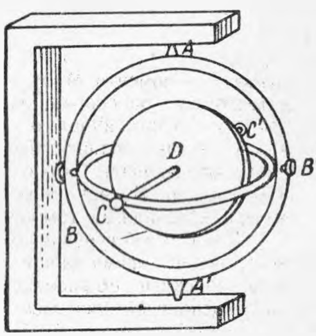
82-расм. Киши ғилдиракни айлантирса, унинг ўзи тескари томонга айлана бошлайди.

(8) тенгликдан кўринадики, ташқи кучлар бўлмаганда ($\mathbf{M} = 0$) ҳаракат миқдори моменти $\mathbf{P}$ нинг фақат катталигигина эмас, балки унинг йўналиши ҳам ўзгармас бўлади. Бу натижа яна шу столча устида турган ва қўлида айланаётган ғилдирак ушлаган киши ёрдамида намойиш қилиниши мумкин; ғилдирак ўқи йўналишининг ҳар қандай ўзгариши (масалан, унинг 90° ёки 180° га бурилиши), ғилдиракнинг айланишлар сони ўзгармаган ҳолда, киши билан столча айланишининг бурчак тезлигини ўзгартиради.

§ 38. Гироскоплар. Айланма ҳаракатдаги қаттиқ жисмнинг ўз айланиш ўқи йўналишини сақлаш хоссасидан ва, шунингдек, ташқи таъсир натижасида жисм ўқи томонидан таянчларга таъсир қиладиган кучлардан турли техник мақсадларда фойдаланилади. Катта бурчак тезлик билан айланадиган, техникада ишлатиладиган массив симметрик жисмлар *пилдироқлар* ёки *гироскоплар* деб аталади.

Ташқи кучлар моменти нолга тенг бўлганда, гироскопнинг ўз айланиш ўқи йўналишини ўзгартмай сақлаши *кардан осмаси* ёрдамида намойиш қилиниши мумкин.

Кардан осмасида (83-расм) иккита ҳалқа бор: ташқи ҳалқа ва ички ҳалқа. Бу ҳалқалардан биринчиси AA' найзачалардан ўтувчи ўқ атрофида эркин айлана олади, иккинчиси эса BB' найзачалардан ўтувчи ва AA' ўққа тик бўлган ўқ атрофида айлана олади. D гироскопнинг CC' ўқи ички ҳалқага бириктирилган бўлиб, у фазода исталган томонга бурила олади. Агар гироскоп катта тезлик билан айлантириб юборилса, бутун асбоб ҳар томонга оғдирилганда ҳам, гироскопнинг ўқи (CC') ўз йўналишини ўзгартмай сақлайди.



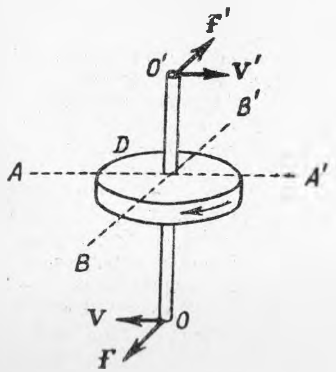
83-расм. Кардан осмасидаги гироскоп.

Агар айланаётган гироскопга уни айланиш ўқига тик бўлган ўқ атрофида айлантиришга интилувчи жуфт куч таъсир қилса, гироскоп бу икки ўққа тик бўлган учинчи ўқ атрофида айлана бошлайди. Масалан, D гироскоп 84-расмда стрелка билан кўрсатилган йўналишда OO' ўқ атрофида айланаётган бўлсин. Шу гироскопга расм текислигига тик бўлган ва гироскопни AA' ўқ атрофида айлантиришга интилувчи F ва F' жуфт куч қўйилган бўлсин. У ҳолда гироскоп ўқининг юқори O' учи ўнг томонга, пастки учи эса чап томонга оғади ($\mathbf{v}'$ ва $\mathbf{v}$ стрелкалар билан кўрсатилган), яъни гироскоп расм текислигига тик бўлган BB' ўқи атрофида бурилади.

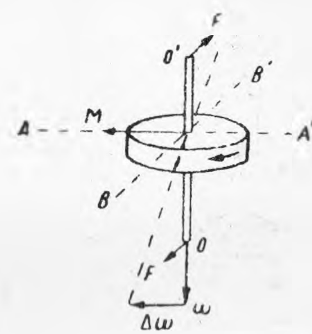
84-расмдан кўринишича, *гироскопик эффект натижасида гироскоп ўзининг айланиш ўқи билан мажбурий айланишнинг AA' ўқи орасидаги бурчакнинг* *мумкин қадар кичик ва, шу билан бирга, бу икки айланишнинг йўналишлари бир хил бўлишига интилади.*

Гироскопнинг биринчи қарашда парадоксал бўлиб кўринадиган бу хоссалари қуйидаги мулоҳазалар асосида тушунилиши мумкин.

85-расмда кўрсатилган йўналишда айланаётган гироскопни кузатяпмиз, деб фараз қилайлик. Унга таъсир қилувчи **F** ва **F′** жуфт куч ҳам 84-расмда тасвирланган гироскопга таъсир қилувчи кучлар каби йўналган бўлсин. У ҳолда бурчак тезлик вектори ω пастга қараб йўналган, **F** ва **F′** жуфт кучнинг мо-



84-расм. Гироскопни AA' ўқ атрофида айлантиришга интилувчи F ва F′ жуфт куч мавжуд бўлганда гироскоп AA' га тик BB' ўқ атрофида айланади.



85-расм. Гироскопик эффектни тушунтиришга доир.

менти **M** эса AA' тўғри чизиқ бўйича чапга қараб йўналган (F ва F′ кучлар расм текислигига тик бўлган текисликда ётади). 179-бетда айтилганларга кўра, жуфт кучнинг вектор сифатида қаралаётган моменти **M** билан бурчак тезланиш вектори β орасида қуйидаги муносабат бор:

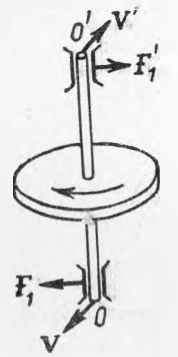
$$\beta = \frac{\mathbf{M}}{I},$$

бунда I — моменти **M** бўлган жуфт куч таъсири остидаги жисмнинг инерция моментидир. Бинобарин, **M** қайси томонга йўналган бўлса, бурчак тезланиш β ҳам шу томонга йўналган. Бундан келиб чиқадики, бурчак тезликнинг бирор кичик Δt вақт оралигидаги ўзгариши **M** векторга параллел бўлган Δω вектор билан ифодаланади, яъни бу вектор чизма текислигида ётади ва чап томонга йўналгандир. Бу эса, гироскопнинг айланиш ўқи BB' ўқ атрофида соат стрелкалари айланадиган томонга бурилишини кўрсатади.

Ўқни тутиб турувчи боғланишларга таъсир қилувчи кучлар **F** ва **F′** кучларга тенг, лекин қарама-қарши томонга йўналган; улар *гироскопик кучлар* деб аталади. Масалан, 86-расмдаги стрелка билан кўрсатилган йўналишда айланаётган гироскопнинг O' учи расм текислигининг орқа томонига, O учи эса олд томонига қараб силжиса, ўқ $\mathbf{F}_1$ ва $\mathbf{F}_1'$ стрелкалар йўналишларида подшипникларга босим беради. $\mathbf{F}_1$ ва $\mathbf{F}_1'$ кучларнинг моменти гироскопнинг ҳаракат миқдори моменти $I\omega$ билан бурчак тезлик вектори ω' нинг вектор кўпайтмасига тенг эканини кўрсатиш мумкин:

$$\mathbf{M} = I\omega \times \omega', \qquad (1)$$

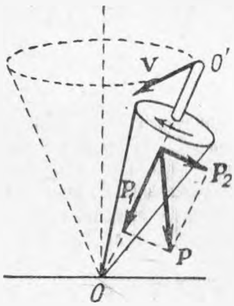
Гироскопик кучлар оддий пилдироқнинг ҳаракатида ҳам вужудга келади. Оғирлик кучининг P_2 ташкил этувчиси (87-расм) оғма вазиятда айланаётган пилдироқнинг ўқини янада кўпроқ оғдиришга интилади. Лекин, гироскопик эффект туфайли, OO' ўқ P_2 векторга ва ўққа тик бўлган (v стрелка билан кўрсатилган) йўналишда оғади. Пилдироқ шундай ҳаракат қиладики, унинг ўқи конус сирти бўйича кўчиб боради („прецессия"). Прецессия натижасида пилдироқ йиқилмайди. Гироскопик кучлар таъсири яна ричагли гироскоп деб аталган асбоб ёрдамида ҳам намойиш қилиниши мумкин. B стержень A устунчага нисбатан ҳам вертикал, ҳам горизонтал йўналишларда айлана олади (88-расм). Стерженнинг учига D гироскоп ўрнатилган. Агар гироскоп P юк билан мувозанатланган бўлса, гироскоп айланганда ҳам мувозанат сақланади. Агар P юк гироскопдан оғирроқ бўлса, у B стерженни оғдириш ўрнига, уни горизонтал текисликда айлантиради.



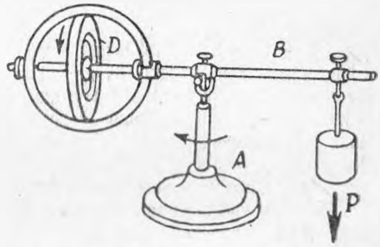
86-расм. Гироскоп ўқини ушлаб турувчи боғланишларга таъсир қилаётган гироскопик F_1 ва F'_1 кучлар.

Физикада ва техникада гироскоплардан турли мақсадларда фойдаланилади. 1852 йилда Фуко гироскоп ёрдамида Ернинг айланишини исбот қилмоқчи бўлди. Стволининг ичи винт шаклида ўйилган тўпларда гироскопик эффектдан кенг фойдаланилади. Стволининг ичи винт шаклида ўйилгани сабабли снаряд ўз ўқи атрофида жуда тез айлана бошлайди ва, натижада у, катта ҳаракат миқдори моментига эга бўлган гироскопга айланади. Шу туфайли ҳавонинг қаршилиги натижасида вужудга келадиган кучларнинг моменти снарядни ҳавода тўнтариб ташлай олмайди, фақат унинг, траекторияга ўтказилган уринма йўналиши атрофида прецессия қилишига сабаб бўлади. Миналарнинг (торпедаларнинг) ҳаракатини тартибга солишда ҳам гироскоплардан фойдаланилади. Гироскоп компас ўрнида ҳам ишлатилиши мумкин.

Гироскопик компас симоб солинган идишда сузиб юрувчи ва жуда тез (1 минутда 30 000 мартагача) айланувчи пилдироқдан иборат бўлади. Ер ўз ўқи атрофида айланаётгани сабабли, гироскопнинг ўқи Ернинг айланиш ўқига параллел бўлишига интилади, яъни меридиан текислигида жойлашишга интила-



87-расм. Пилдироқнинг прецессияси.



88-расм. Ричагли гироскоп.

ди. Ҳозирги вақтда гироскоплар ҳар хил аэронавигация асбобларида ишлатилади (масалан, „сунъий горизонт"). Жуда катта гироскоплар ёрдамида кемаларнинг чайқалиши камайтирилади.

Механизмларда жуда тез айланувчи массив қисмлар бўлганда гироскопик эффектлар зарарли таъсир кўрсатиши ҳам мумкин. Масалан, пароход бурилганда гироскопик кучлар вужудга келиши сабабли, турбина подшипникларга қўшимча босим беради.

Бу ҳолда пароходнинг бурилишдаги бурчак тезлигининг вектори ω' турбина бурчак тезлигининг ω векторига тик бўлади. Бундан, гироскопик кучлар моменти M' нинг сон қиймати (1) формулага асосан:

$$M' = I\omega\omega'$$

бўлади.

Агар подшипниклар орасидаги масофа l бўлса, $M' = F_1 l$; бунда F_1— подшипникка таъсир қилаётган қўшимча босим кучи. Бундан:

$$F_1 = \frac{I\omega\omega'}{l}.$$

Турбинанинг ҳаракат миқдори моменти жуда катта бўлса ($I\omega$ — катта) ва пароход тез бурилса (ω' — катта), F' кучлар подшипникларни бузиб юбориш учун етарли даражада катта сон қийматга эга бўлишлари мумкин.

§ 39. Айланаётган қаттиқ жисмнинг кинетик энергияси. Энди, жисм қўзғалмас OO' ўқ атрофида маълум φ бурчакка бурилганда кучларнинг M моменти бажарадиган ишни ҳисоблаймиз (89-расм). Қаттиқ жисмга ўзи қўйилган нуқтанинг траекториясига уринма равишда йўналган ва OO' ўққа нисбатан $M = fr$ моментга эга бўлган f куч таъсир қилаётган бўлсин. Жисм $\Delta\varphi$ бурчакка бурилса, куч қўйилган A нуқта Δs ёйни босиб ўтади. Шунинг учун f куч бажарган иш:

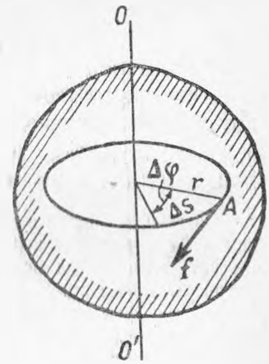
$$\Delta A = f\cdot\Delta s,$$

лекин $\Delta s = r\Delta\varphi$, бунда $\Delta\varphi$ — жисмнинг қанча бурилганини кўрсатувчи бурчак. Бинобарин,

$$\Delta A = fr\Delta\varphi$$

ёки $fr = M$ катталик f кучнинг моменти бўлгани учун,

$$\Delta A = M\cdot\Delta\varphi \qquad (1)$$



89-расм. Айлантирувчи кучнинг иши.

бўлади. Шундай қилиб, жисм $\Delta\varphi$ бурчакка бурилганда бажариладиган иш, сон жиҳатдан, куч моменти билан бурилиш бурчагининг кўпайтмасига тенг.

Агар M момент ўзгармас бўлса, жисм чекли φ бурчакка бурилганда бажариладиган иш:

$$A = M\cdot\varphi \qquad (2)$$

бўлади. M момент ўзгарувчан бўлганда (1) формула ёрдамида элементар ΔA ишларни аниқлаб, бутун бажарилган ишни ҳосил қилиш учун, шу элементар ишларни йиғиш керак бўлади.

Энди қўзғалмас ўқ атрофида берилган ω бурчак тезлик билан айланаётган жисмни олиб қарайлик. Бу жисмга тегишли бўлган i- бўлакчанинг кинетик энергияси

$$\Delta E_{ki} = \frac{\Delta m_i \cdot v_i^2}{2}$$

бўлади; бунда Δm_i — шу бўлакчанинг массаси ва v_i — унинг чизиқли тезлиги.

$v_i = r_i\omega$ бўлгани учун:

$$\Delta E_{ki} = \frac{\Delta m_i \cdot r_i^2 \omega^2}{2}.$$

Бутун жисмнинг айланишдаги кинетик энергияси унинг айрим бўлакчалари кинетик энергияларининг йиғиндисига тенг:

$$E_k = \sum \frac{\Delta m_i r_i^2 \omega^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum \Delta m_i r_i^2,$$

аммо, 35-параграфдаги (7) формулага асосан $\sum \Delta m_i r_i^2 = I$ жисмнинг (айланиш ўқига нисбатан) инерция моментидир, бундан:

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2}. \tag{3}$$

Шундай қилиб, қўзғалмас ўқ атрофида айланаётган жисмнинг кинетик энергиясини ифодаловчи формула худди моддий нуқтанинг кинетик энергиясини ифодаловчи формулага ўхшайди. Фарқи фақат шундаки, масса ўрнида инерция моменти I ва чизиқли тезлик ўрнида бурчак тезлик ω туради.

Биз қаттиқ жисмнинг қўзғалмас OO' ўқ атрофида айланишини текширдик. Энди қуйидаги бошқа бир хусусий ҳолни текширамиз: қаттиқ жисмнинг айланиш ўқи унинг масса марказидан ўтади ва ўз-ўзига параллел равишда кўчиб боради. Δm_i массали ҳажм бўлакчасининг чизиқли тезлиги $\mathbf{v}_i$ бўлсин ва масса марказининг ўша координата системасига нисбатан чизиқли тезлиги $\mathbf{v}_C$ бўлсин. Бундан ташқари, ҳажм бўлакчасининг масса марказига нисбатан тезлиги $\mathbf{v}_i'$ ни киритамиз, у ҳолда:

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_i' + \mathbf{v}_C. \tag{4}$$

Ҳажм бўлакчасининг ΔE_{ki} кинетик энергияси:

$$\Delta E_{ki} = \frac{\Delta m_i v_i^2}{2} = \frac{\Delta m_i (v_{ix}^2 + v_{iy}^2 + v_{iz}^2)}{2}$$

ёки (4) формулага асосан:

$$\Delta E_{ki} = \frac{\Delta m_i v_C^2}{2} + \frac{\Delta m_i v_i'^2}{2} + \Delta m_i (v_{Cx} v'_{ix} + v_{Cy} v'_{iy} + v_{Cz} v'_{iz}).$$

Жисмнинг ҳамма бўлакчаларига тегишли бўлган кинетик энергияларни йиғиб, бутун жисмнинг E_k кинетик энергиясини оламиз:

$$E_k = \sum \frac{\Delta m_i v_C^2}{2} + \sum \frac{\Delta m_i v_i'^2}{2} + \sum \Delta m_i (v_{Cx} v_{ix} + v_{Cy} v_{iy} + v_{Cz} v_{iz}). \tag{5}$$

Бу тенгликнинг ўнг томонидаги биринчи ҳад масса маркази билан бирга ҳаракат қиладиган ва бутун жисмнинг m массасига тенг бўлган массанинг кинетик энергияси $\frac{mv_C^2}{2}$ эканини кўриш қийин эмас. Асосий текстдаги каби мулоҳазалар, иккинчи ҳад қаттиқ жисмнинг ўз масса марказидан утувчи ўқ атрофида айланишидаги кинетик энергияси $\frac{I\omega^2}{2}$ эканлигини кўрсатади. Учинчи ҳаднинг эса нолга тенг эканини кўрсатиш мумкин. Бунинг учун $\Delta m_i v_{Cx} v'_{ix}$ кўпайтмани олиб текширайлик. (4) тенгликка асосан $v'_{ix} = v_{ix} - v_{Cx}$ эканини эътиборга олсак:

$$\Delta m_i v_{Cx} v'_{ix} = \Delta m_i v_{ix} v_{Cx} - \Delta m_i v_{Cx}^2. \tag{6}$$

Масса марказининг координаталарини x_C, y_C, z_C орқали ва жисмга тегишли бўлган i-бўлакчанинг координаталарини x_i, y_i, z_i орқали белгилаймиз. У ҳолда $v_{Cx} = \dot{x}_C$ ва $v_{ix} = \dot{x}_i$; бунда ҳарфлар тепасига қўйилган нуқталар вақт бўйича олинган биринчи ҳосилаларни ифодалайди. Бу тенгликлардан фойдаланиб, (6) тенгликни

$$\Delta m_i v_{Cx} v'_{ix} = \Delta m_i \dot{x}_C \dot{x}_i - \Delta m_i \dot{x}_C^2 \tag{7}$$

кўринишда ёзиш мумкин. Жисмнинг ҳамма бўлакчалари учун ёзилган (7) тенгликларни йиғиб, қуйидаги тенгликни оламиз:

$$\sum \Delta m_i v_{Cx} v'_{ix} = \dot{x}_C \sum \Delta m_i \dot{x}_i - m\dot{x}_C^2.$$

34-параграфдаги (6) формулага асосан $\sum \Delta m_i \dot{x}_i = m\dot{x}_C$, бундан:

$$\sum \Delta m_i v_{Cx} v'_{ix} = 0.$$

Тезликларнинг бошқа ўқлардаги проекциялари учун ҳам худди шундай тенгликларни топамиз, булардан:

$$\sum \Delta m_i (v_{Cx} v'_{ix} + v_{Cy} v'_{iy} + v_{Cz} v'_{iz}) = 0.$$

Шундан сўнг (5) тенглик

$$E_k = \frac{mv_C^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

кўринишни олади. Демак, *қаттиқ жисмнинг тўла кинетик энергияси — масса маркази билан бирга ҳаракат қиладиган ва бутун жисмнинг m массасига тенг бўлган массанинг кинетик энергияси билан қаттиқ жисмнинг ўз масса марказидан ўтувчи ўқ атрофида айланишидаги кинетик энергияси йиғиндисига тенгдир.*

Айланма ҳаракатдаги қаттиқ жисмнинг кинетик энергиясини ҳисоблашга оид бир неча мисоллар кўрайлик.

1- мисол. Вал билан бирга маховикнинг инерция моменти 200 *кгм*^{2} ва у ҳар минутда 180 марта айланади. Айлантирувчи момент маховикка таъсир қилишдан тўхтагандан сўнг, 2 минут ўтгач, подшипниклардаги ишқалиш кучлари таъсирида маховик айланишдан тўхтайди. Подшипниклардаги ишқалиш кучларини ўзгармас деб ҳисоблаб, шу ишқалиш кучларининг моменти аниқлансин.

Ечилиши. Подшипниклардаги ишқалиш кучлари айланаётган маховикнинг

$$\frac{I\omega_0^2}{2} = M\varphi$$

кинетик энергияси ҳисобига иш бажаради, бунда ω_0 — маховикнинг бошланғич бурчак тезлиги, I — унинг инерция моменти, φ — тўхташгача маховик бурилган бурчак, M — подшипниклардаги ишқалиш кучларининг изланаётган моменти. Маховикнинг айланма ҳаракатини текис - секинланувчан деб ҳисоблаб, $\varphi = \frac{\omega_0}{2} t$ тенгликка эга бўламиз, бунда t — маховик тўхтагунча кетган вақт, бундан:

$$M = \frac{I\omega_0}{t}.$$

Бурчак тезлик, $\omega_0 = 2\pi n_0$; бунда $n_0 = 180$ айланиш/минут $= 3$ айланиш/секунд. Демак:

$$M = \frac{200\cdot 2\pi\cdot 3}{9{,}8\cdot 120}\ кГм = 3{,}2\ кГм.$$

2- мисол. Думалаб бораётган қуйидаги уч жисм: а) гардиш, б) яхлит цилиндр, в) шар учун айланиш энергияси умумий кинетик энергиянинг қанча қисмини ташкил қилади?

Ечилиши. Сирпанмасдан думалаб бораётган жисмнинг четидаги нуқталарининг тезлиги жисмнинг илгариланма ҳаракат тезлиги v га тенг бўлади. Шунга кўра, гардиш учун $I = mR^2$ ва $v = \omega R$ эканини эътиборга олсак, гардиш думалаб бораётганда унинг айланиш кинетик энергияси

$$E_{айл.} = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$$

бўлади.

E_k тўла кинетик энергия $E_{айл.}$ айланиш энергияси билан илгариланма ҳаракатга тегишли $\frac{mv^2}{2}$ кинетик энергиянинг йиғиндисига тенг, демак:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + E_{айл.} = mv^2;\ бундан\ E_{айл.} = \frac{1}{2} E_k. \tag{8}$$

Яхлит цилиндр учун:

$$I = \frac{1}{2} mR^2;\ бундан\ \ E_{айл.} = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{mv^2}{4};$$

тўла кинетик энергия:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + E_{айл.} = \frac{3}{4} mv^2;\ бундан\ \ E_{айл.} = \frac{1}{3} E_k. \tag{9}$$

Шар учун:

$$I = \frac{2}{5} mR^2;\ бундан\ \ E_{айл.} = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{1}{5} mv^2;$$

тўла кинетик энергия:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{1}{5} mv^2 = \frac{7}{10} mv^2;\ бундан\ \ E_{айл.} = \frac{2}{7} E_k. \tag{10}$$

3- мисол. Баландлиги h бўлган қия текислик бўйича уч жисм: а) гардиш, б) яхлит цилиндр, в) шар думалаб тушади. Уларнинг ҳар бири учун қия текисликнинг охирига бориб етгандаги илгариланма ҳаракат тезлиги аниқлансин. Бу тезликлар шу қия текислик бўйича ишқалишсиз сирпаниб тушган жисмнинг қия текислик охиридаги тезлиги билан солиштирилсин.

Ечилиши. Думалаб тушаётган жисмнинг тўла кинетик энергияси:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = \frac{1}{2}\left(m + \frac{I}{R^2}\right)v^2.$$

Кинетик энергия потенциал энергия $E_p = mgh$ ҳисобига вужудга келганлиги сабабли

$$\frac{1}{2}\left(m + \frac{I}{R^2}\right)v^2 = mgh; \text{ бундан } v = \sqrt{\frac{2mgh}{m + \frac{I}{R^2}}}$$

ёки

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{I}{mR^2}}}. \tag{11}$$

Баландлиги h бўлган қия текисликдан ишқалишсиз сирпаниб тушган жисмнинг тезлиги

$$v = \sqrt{2gh}$$

бўлади. Булардан кўринадики, ишқалишсиз думалаб тушган жисмнинг тезлиги сирпаниб тушган жисм тезлигидан $\sqrt{1 + \frac{I}{mR^2}}$ марта кичик бўлади, бунда I — жисмнинг инерция моменти, m — унинг массаси ва R — унинг радиуси.

Гардиш учун $I = mR^2$ эканини эътиборга олсак:

$$v = \sqrt{gh},$$

яъни гардишнинг қия текислик бўйича думалаб тушганда олган тезлиги шу қия текислик бўйича ишқалишсиз сирпаниб тушган жисмнинг тезлигидан $\sqrt{2} = 1{,}41$ марта кичик бўлади.

Яхлит цилиндр учун $I = \frac{1}{2}mR^2$; бинобарин, унинг думалаб тушгандаги тезлиги

$$v = 2\sqrt{\frac{gh}{3}},$$

яъни сирпаниб тушган жисмнинг тезлигидан $\sqrt{\frac{3}{2}} = 1{,}23$ марта кичик бўлади.

Шар учун $I = \frac{2}{5}mR^2$; бинобарин, унинг думалаб тушгандаги тезлиги

$$v = \sqrt{\frac{10gh}{7}},$$

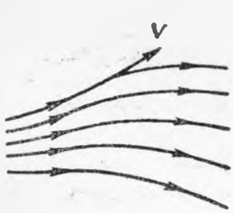
яъни сирпаниб тушган жисмнинг тезлигидан $\sqrt{\frac{7}{5}} = 1{,}18$ марта кичик бўлади.

Олтинчи боб

СУЮҚЛИКНИНГ ҲАРАКАТИ

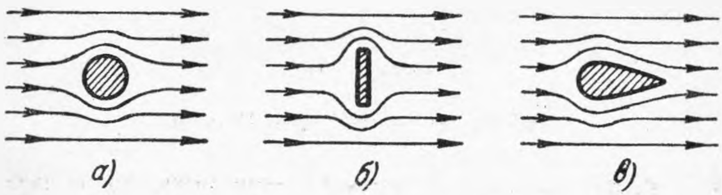
§ 40. Идеал суюқликнинг ҳаракати. Оқим чизиқлари ва найлари. Шу пайтгача биз текшириб келган ҳаракатлар жисмларнинг бошқа жисмларга нисбатан кўчишидан ёки қаттиқ жисмнинг маълум ўқ атрофида айланишидан иборат эди. Аммо биргина жисм турли қисмларининг бир-бирига нисбатан кўчишидан иборат бўлган ҳаракатлар ҳам бор. Агар бундай жисмни узлуксиз ва чексиз катта деб ҳисоблаш мумкин бўлса, уни *туташ муҳит* деб юритилади. Туташ муҳит эластик қаттиқ жисмдан иборат бўлиши мумкин; бу ҳолда унда қисмларнинг бир-бирига нисбатан силжиши ва тебранишлар (тўлқинлар) вужудга келиши мумкин. Туташ муҳит сиқилмайдиган суюқликдан иборат бўлиши мумкин; унда оқимлар вужудга келиши мумкин. Ниҳоят, туташ муҳит сиқилувчан суюқликдан ёки газдан иборат бўлиши мумкин; бу ҳолда унда оқимлар ҳам, тебранишлар ҳам вужудга келиши мумкин. Механиканинг суюқликлар ҳаракатини текширувчи бўлими *гидродинамика* деб аталади.

Суюқликнинг ҳаракатини текширишда, кўпинча, етарли даражада аниқликда, суюқликни абсолют сиқилмас деб, суюқлик қатламларининг бир-бирига нисбатан кўчишида ишқалиш кучлари вужудга келмайди (ички ишқалиш ёки ёпишқоқлик йўқ) деб ҳисоблаш мумкин бўлади. Бундай *абсолют сиқилмас ва бутунлай ёпишқоқ бўлмаган суюқлик идеал суюқлик* дейилади. „Идеал суюқлик“нинг хоссалари реал суюқликларнинг хоссаларига озми-кўпми яқинлашиб келади, холос.



90-расм. Суюқликнинг оқим чизиқлари.

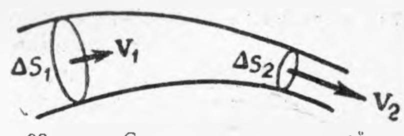
Суюқлик зарраларининг ҳаракатини бирор аниқ координата системасига нисбатан аниқлаймиз. У ҳолда ҳар бир зарранинг ўз тезлик вектори бўлади. Шу маънода бутун суюқликни *тезлик вектори майдони* деб аташ қабул қилинган. Тезлик вектори майдонида биз шундай чизиқларни ўтказишимиз мумкинки, уларнинг ҳар бир нуқтасидан ўтказилган уринма шу нуқтадаги суюқлик зарраси тезлигининг йўналиши билан устма-уст тушади (90-расм). Бундай чизиқлар *оқим чизиқлари* деб аталади. Оқим чизиқлари қуйидаги қоидага асосланиб чизилади: улар суюқликнинг оқиш



91-расм. Суюқликнинг оқим чизиқлари.

тезлиги катта бўлган жойларда зич, суюқликнинг оқиш тезлиги кичик бўлган жойларда сийрак бўлади. Суюқлик оқиши барқарор (стационар) бўлса, ҳар бир нуқтадаги тезлик вақт ўтиши билан ўзгармайди. Бу ҳолда оқим чизиқлари ҳам ўзгармас бўлиб, айрим суюқлик зарраларининг траекторияси билан устма-уст тушади. Суюқликка бўёқ аралаштириб ёки эримасдан муаллақ юрадиган сезиларли зарраларни сепиб оқим чизиқларини кўринадиган қилиш мумкин. Суюқлик думалоқ цилиндрни, оқимга тик қилиб қўйилган пластинкани ва балиқсимон кўндаланг кесимга эга бўлган жисмни айланиб оққанда қандай оқим чизиқлари ҳосил бўлиши 91-*а*, *б*, *в* расмда кўрсатилган.

Суюқликнинг оқим чизиқлар билан ўралган қисми *оқим найи* дейилади. Оқим найининг бирор кўндаланг кесимидаги ҳамма зарралар ҳаракат вақтида шу оқим найининг ичида ҳаракат қила беради ва ундан ташқарига чиқиб кетмайди. Оқим найининг ичига ҳам ташқаридан ҳеч қандай зарра келиб кирмайди. Бирор оқим найини оламиз ва унинг оқиш тезлигига тик бўлган қандайдир иккита кесимини ΔS_1 ва ΔS_2 орқали белгилаймиз (92-расм).



92-расм. Суюқликнинг оқим найи.

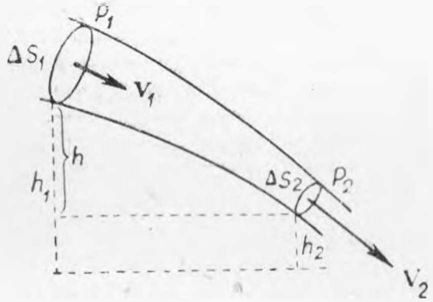
Вақт бирлиги давомида ΔS_1 кесим орқали оқиб ўтадиган суюқликнинг ҳажми $\Delta S_1 v_1$ кўпайтмага тенг бўлади; бунда v_1 — суюқликнинг ΔS_1 кесим ўтказилган жойдаги оқиш тезлиги. ΔS_2 кесим орқали вақт бирлигида оқиб ўтадиган суюқликнинг ҳажми $\Delta S_2 v_2$ кўпайтмага тенг; бунда v_2 — суюқликнинг ΔS_2 кесим ўтказилган жойдаги оқиш тезлиги. Сиқилмас суюқлик учун ΔS_2 кесим орқали оқиб ўтадиган суюқлик ҳажми ΔS_1 орқали оқиб ўтадиган суюқлик ҳажмига тенг бўлади:

$$\Delta S_1 \cdot v_1 = \Delta S_2 \cdot v_2.$$

Бу муносабатни оқим найининг ҳар қандай икки кесими учун ёзиш мумкин бўлгани сабабли, биз умуман оқим найи учун қуйидаги тенгликни ёза оламиз:

$$\Delta S \cdot v = \text{const},$$

яъни ёпишқоқликка эга бўлмаган сиқилмас суюқликнинг оқиш тезлиги билан оқим найи кўндаланг кесимининг кўпайтмаси берилган оқим найи учун ўзгармас миқдордир. Бу муносабат *оқимнинг узлуксизлиги ҳақидаги теорема* деган ном билан машҳурдир.



93-расм. Суюқликнинг оқим найи.

Ёпишқоқ бўлмаган сиқилмас суюқлик бирор моддий труба бўйича барқарор (стационар) оқаётганда шу трубанинг ўзи оқим найи бўлади. Шунинг учун, оқимнинг узлуксизлиги ҳақидаги теоремага кўра, труба кенгроқ бўлган жойларда суюқлик секинроқ оқади, труба торроқ бўлган жойларда эса суюқлик тезроқ оқади.

Оқим йўналиши бўйлаб борган сари торайиб борувчи оқим найини кўз олдимизга келтирайлик; суюқлик найнинг торроқ қисмига яқинлашган сари тезроқ оқа бошлайди, яъни у тезланиш олади. Демак, найнинг торроқ қисмига кириб бораётган суюқликка найнинг кенгроқ қисмидаги суюқлик бирор куч билан таъсир қилади. Суюқлик ичида ҳосил бўладиган бундай куч фақат босимнинг турли жойларда турлича бўлиши ҳисобига вужудга келиши мумкин. Модомики куч оқим найининг тор қисмига қараб йўналган экан, бундан, оқим найининг торроқ жойларидаги босимга нисбатан кенгроқ жойларидаги босим катта, деган хулоса келиб чиқади. Оқим найининг торайган жойларида босим пасайган бўлади.

Бирор майдончага нормал равишда таъсир қилувчи сон жиҳатдан f га тенг бўлган кучнинг шу майдончанинг ΔS юзига нисбати билан ўлчанадиган катталик p босим деб аталишини эслатиб ўтамиз.

Оқаётган суюқликнинг бирор Δm массасини ажратиб олайлик; бу масса дастлаб оқим найининг ΔS_1 кесими орқали, сўнг ΔS_2 кесими орқали оқиб ўтади (93-расм). ΔS_1 кесим ўтказилган жойда суюқлик тезлигини v_1 билан, босимини p_1 билан белгилаймиз; ΔS_2 кесим ўтказилган жойдаги тезлик ва босимни мос равишда v_2 ва p_2 билан белгилаймиз. Бундан ташқари, оқим найи горизонтал бўлмай, бирмунча қияликка эга деб фараз қиламиз; ΔS_1 кесим жойлашган баландликни h_1 орқали ва ΔS_2 кесим жойлашган баландликни h_2 орқали белгилаймиз. Суюқликнинг Δm массаси оқиб ўтганда қандайдир иш бажарилади, чунки бу массага суюқлик ичида мавжуд бўлган p босим тақозо қилувчи куч таъсир қилади.

Δm суюқлик массаси ΔS_1 кесим орқали оқиб ўтаётганда, унинг тўла энергияси E_1 бўлсин, Δm масса ΔS_2 кесимдан оқиб ўтаётганда эса унинг тўла энергияси E_2 бўлсин. Энергиянинг сақланиш қонунига асосан, энергиянинг $E_2 - E_1$ айирмаси Δm массани ΔS_1 кесимдан ΔS_2 кесимгача кўчирувчи ташқи кучларнинг бажарган ишига тенг бўлади:

$$E_2 - E_1 = A. \tag{1}$$

E_1 ва E_2 энергиялар Δm суюқлик массасининг кинетик ва потенциал энергияларидан иборат бўлади:

$$E_1 = \frac{\Delta m \cdot v_1^2}{2} + \Delta m \cdot gh_1; \quad E_2 = \frac{\Delta m \cdot v_2^2}{2} + \Delta m \cdot gh_2.$$

Оқим найининг ΔS_1 ёки ΔS_2 кесимлари орқали суюқликнинг Δm массаси оқиб ўтиши учун кетадиган вақтни Δt билан белгилаймиз. ΔS_1 ва ΔS_2 кесимлар орасидаги бутун суюқлик қисмининг мана шу Δt вақт ичидаги кўчишида бажарилган ишнинг A ишга тенг бўлишини тушуниш қийин эмас. Δm массанинг биринчи кесим орқали оқиб ўтиши учун ўша жойда суюқлик $\Delta l_1 = v_1 \Delta t$ кесмага силжиши керак, иккинчи кесим орқали шунча массанинг оқиб ўтиши учун эса суюқлик ўша жойда $\Delta l_2 = v_2 \Delta t$ кесмага силжиши керак. Ажратилган суюқлик қисмининг икки учига таъсир қилувчи кучлар мос равишда: $f_1 = p_1 \Delta S_1$ ва $f_2 = -p_2 \Delta S_2$ бўлади. Биринчи куч суюқлик оқаётган томонга йўналгани учун мусбат; иккинчи куч ажратилган қисмга ΔS_2 кесимнинг ўнг тарафидаги суюқлик томонидан таъсир қилади ва, бинобарин, суюқликнинг оқиш йўналишига қарама-қарши йўналган бўлади; шунинг учун у манфий бўлади. Демак:

$$A = f_1 \Delta l_1 + f_2 \Delta l_2 = p_1 \Delta S_1 v_1 \Delta t - p_2 \Delta S_2 v_2 \Delta t.$$

E_1, E_2 ва A учун топилган қийматларни (1) тенгликка қўйсак

$$\frac{\Delta m \cdot v_2^2}{2} + \Delta m \cdot gh_2 - \frac{\Delta m \cdot v_1^2}{2} - \Delta m \cdot gh_1 = p_1 \Delta S_1 v_1 \Delta t - p_2 \Delta S_2 v_2 \Delta t$$

ёки

$$\frac{\Delta m \cdot v_1^2}{2} + \Delta m \cdot gh_1 + p_1 \Delta S_1 v_1 \Delta t = \frac{\Delta m \cdot v_2^2}{2} + \Delta m \cdot gh_2 + p_2 \Delta S_2 v_2 \Delta t. \tag{2}$$

Оқимнинг узлуксизлиги ҳақидаги қонунга кўра суюқликнинг Δm массаси эгаллаган ҳажм:

$$\Delta V = \Delta S_1 v_1 \Delta t = \Delta S_2 v_2 \Delta t$$

ўзгармас бўлади.

(2) тенгликнинг ўнг ва чап томонларини мана шу ΔV ҳажмга бўлиб ва $\Delta m/\Delta V$ нисбат суюқликнинг ρ зичлиги эканини эътиборга олиб, қуйидаги тенгликка эга бўламиз:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2. \tag{3}$$

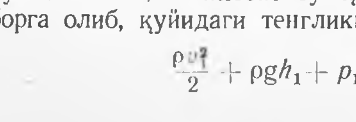
Бу тенглама биринчи марта буюк физик ва математик, петербурглик академик Даниил Бернулли (1700—1782) томонидан, у Россияда ишлаган даврда чиқарилган. Бу тенглама *Бернулли тенгламаси* дейилади.

Горизонтал жойлашган оқим найи учун ($h_1 = h_2$) Бернулли тенгламасидан:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2 \tag{3a}$$

тенглик келиб чиқади.

(3а) формуладан ва оқимнинг узлуксизлиги ҳақидаги теоремадан кўринишича, агар суюқлик турли кўндаланг кесимли горизонтал труба бўйлаб оқаётган бўлса, суюқликнинг тезлиги трубанинг торайган жойларида каттароқ бўлади, босим эса трубанинг кенг жойларида каттароқ бўлади. Трубага бир неча a, b, c манометрик найчалар ўрнатиб, бу ҳодисани кузатиш мумкин (94-расм).



94-расм. Босимнинг труба кенглигига боғлиқлиги.

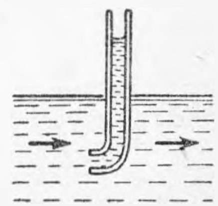
Бу найчалардаги суюқлик сатҳининг баландлиги трубадаги p босимни кўрсатади. Тажриба кўрсатадики, трубанинг тор қисмига ўрнатилган b манометрик найчадаги суюқлик сатҳи, трубанинг кенг қисмларига ўрнатилган манометрик найчалардаги суюқлик сатҳига нисбатан пастда бўлади; бу эса Бернулли қонунига тамомила мувофиқдир.

Агар суюқлик оқими ичига остки учи оқимга қарши йўналишда қайрилган қўзғалмас манометрик найча („Пито найчаси“, 95-расм) жойлаштирилса, бундай найча яқинида оқим чизиқлари ўзгаради. Суюқликнинг найча тешиги олдидаги тезлиги нолга тенг бўлади. Бу ҳолга (3а) формулани татбиқ қилиб ва $v_2 = 0$ деб ҳисоблаб, қуйидаги тенгликка эга бўламиз:

$$p_2 = p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2}.$$

Бундан кўринадики, тешиги оқимга қарши томонга қаратилган манометрик найча p_1 босимдан $\frac{\rho v_1^2}{2}$ миқдор қадар катта бўлган p_2 босимни кўрсатади (агар манометр оқим билан бирга ҳаракат қилса, p_1 босимни кўрсатар эди). p_1 маълум бўлса, p_2 ўлчангандан сўнг оқимнинг v_1 тезлигини топиш мумкин бўлади. $\frac{\rho v_1^2}{2}$ катталикни баъзан „динамик босим" деб айтадилар.

Найнинг тор жойларида оқиш тезлиги жуда катта бўлганда p босим манфий бўлиб қолиши мумкин. Бу ҳолда найнинг тор жойларидан оқиб ўтаётган суюқлик ҳар томонлама чўзилиш ҳолатида бўлади. Агар найнинг кенг жойида босим атмосфера босимига тенг бўлса, тор жойидаги босим атмосфера босимидан кичик бўлади. Бунда оқим сўрувчи таъсир кўрсатади. Бир неча асбобларнинг, масалан, пульверизаторнинг ва сув оқимли насоснинг ишлаши торайтирилган оқимнинг мана шу сўрувчи таъсирига асосланган. Сув оқимли насоснинг схемаси 96-расмда тасвирланган. A найчанинг торайтирилган учидан катта тезлик билан оқиб чиқувчи сув ҳаво пуфакчаларини сўриб олади ва уларни ўзи билан бирга олиб кетади.



95-расм. „Пито найчаси".

Бернулли тенгламасидан фойдаланиб, суюқликнинг идиш тешигидан оқиб чиқиш тезлигини топиш мумкин. Агар идиш кенг бўлса ва тешик кичкина бўлса (97-расм), суюқликнинг идиш ичидаги тезликлари кичик бўлади ва бутун оқимни биргина оқим найи деб қараш мумкин бўлади. Босим юқори кесимда ҳам (AB сиртда), қуйи кесимда ҳам (a тешик олдида) атмосферанинг p_0 босимига тенг бўлади. Шунинг учун Бернулли тенгламаси (3) қуйидаги кўринишда ёзилади:

96-расм. Сув оқимли насос.

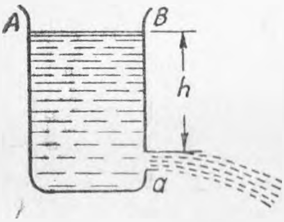
$$\frac{v_1^2}{2} + g(h_1 - h_2) = \frac{v_2^2}{2}. \quad (36)$$

Агар биз суюқликнинг $v_1 = 0$ бўлгандаги оқиб чиқишини текшираётган бўлсак ва $h_1 - h_2 = h$ деб белгиласак (97-расм):

$$v_2 = \sqrt{2gh},$$

яъни идишдаги суюқлик сиртидан h қадар пастда жойлашган тешикдан оқиб чиқаётган суюқликнинг тезлиги шунча баландликдан эркин тушаётган жисм тезлигига тенг бўлади.

§ 41. Ҳаракат миқдорининг сақланиш қонунини оқаётган суюқликка тадбиқ қилиш. Харакат миқдорининг сақланиш қонунини харакатланувчи ҳар қандай жисмга татбиқ қилингани каби, оқаётган суюқликнинг ҳар қандай ҳажмига хам татбиқ этиш мумкин (§ 20). Агар суюқлик ҳажмининг ҳаракат миқдори $\Delta\mathbf{K} = m\Delta\mathbf{v}$ катталик қадар ўзгарса, шу вақтнинг ўзида суюқликнинг бошқа ҳажмида ёки суюқликка тегиб турган бошқа жисмда ҳаракат миқдори $\Delta\mathbf{K}' = -\Delta\mathbf{K}$ катталик қадар ўзгариши керак. Суюқликнинг ҳаракатига ҳаракат миқдори моментининг сақланиш қонунини ҳам татбиқ қилиш мумкин (§ 37).



97-расм. Суюқликнинг ён тешикдан оқиб чиқиши.

Бу қонунларни татбиқ қилиш бир қатор масалаларни, масалан, оқаётган суюқликнинг идиш деворига таъсири ҳақидаги масалани ҳал қилиш имконини беради.

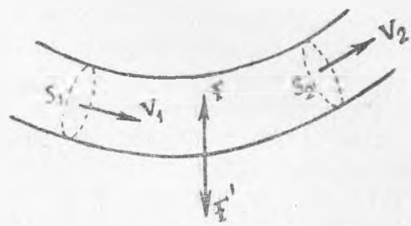
Агар суюқлик оқими идишдаги a тешикчадан чиқаётган бўлса (97-расм), унинг тезлиги ортади ва у бирор ҳаракат миқдори олади. Агар ташқи кучлар бўлмаса, идиш ва суюқликдан иборат системанинг умумий ҳаракат миқдори ўзгармай қолавериши керак. Шунинг учун идишга ҳам муайян ҳаракат миқдори берилади. Бу ҳаракат миқдори тешикдан чиқаётган оқимнинг ҳаракат миқдорига сон жиҳатдан тенг бўлиб, идиш суюқлик оқими ҳаракатига қарама-қарши йўналишда ҳаракатга келиши керак. Ҳақиқатан ҳам, агар идишга эркин кўчиш имконини бериш мақсадида у аравача устига қўйилган бўлса, тешикдан суюқлик оқиб чиқа бошлагач, идиш аравача билан бирга тешикдан чиқаётган оқимнинг ҳаракатига қарама-қарши йўналишда ҳаракат қила бошлайди.

Чиқаётган суюқлик оқимининг реакциясидан реактив снарядларда ва реактив двигателларда ҳаракатлантирувчи куч сифатида фойдаланилади.

Пароходлар паррракларининг ишлаши ҳам ҳаракат миқдорининг сақланиш қонунига асосланади. Пароход парраги сувни орқа томонга ҳаракатлантиради, бунда паррак орқага итариб юборган сув оқимлари қандайдир ҳаракат миқдори олади. Ҳаракат миқдорининг сақланиш қонунига асосан пароход ҳам шунча ҳаракат миқдори олади. Самолётнинг ҳаво оқимини орқага итарувчи парраги ҳам шу принцип асосида ишлайди; бу ҳолда ҳаво механика нуқтаи назаридан суюқлик (сиқилувчан суюқлик) деб қаралиши мумкин.

Ҳаракат миқдори вектор катталикдир. Шунинг учун бирор ҳажмдаги суюқлик ҳаракат миқдорининг ўзгариши суюқлик тезлигининг фақат катталиги ўзгаргандагина эмас, балки тезликнинг йўналиши ўзгарганда ҳам вужудга келади.

Суюқлик эгри трубада сон қиймати ўзгармас бўлган v тезлик билан оқаётганда (98-расм), суюқликнинг ҳар қандай ҳажмининг ҳаракат миқдори оқим найларининг эгилиши ҳисобига узлуксиз равишда ўзгариб боради. Трубанинг бирор S_1 кесим орқали Δt вақт ичида $m = \rho S_1 v_1 \Delta t$ суюқлик массаси оқиб ўтади; бунда ρ — суюқликнинг зичлиги, v_1 — суюқлик тезлигининг сон қиймати.



98-расм. Эгри трубадан оқаётган суюқлик трубага F′ реакция кучи билан таъсир қилади.

Шу суюқлик массасининг ҳаракат миқдори:

$$\mathbf{K}_1 = \rho\, S_1 v_1 \cdot \mathbf{v}_1 \Delta t,$$

бунда $\mathbf{v}_1$ — трубанинг S_1 кесимидан оқиб ўтаётган суюқликнинг тезлик вектори. Трубанинг иккинчи S_2 кесимида худди шу суюқлик массасининг ҳаракат миқдори:

$$\mathbf{K}_2 = \rho S_2 v_2 \cdot \mathbf{v}_2 \Delta t$$

бўлади.

Трубанинг кўндаланг кесими ўзгармас бўлсин: $S_1 = S_2 = S$, у ҳолда $v_1 = v_2 = v$ ва ҳаракат миқдорининг ўзгариши:

$$\Delta\mathbf{K} = \mathbf{K}_2 - \mathbf{K}_1 = \rho S v\,(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1)\,\Delta t. \qquad (1)$$

Ҳаракат миқдорининг бу ўзгариши трубанинг деворлари томонидан суюқликка таъсир қилувчи кучлар импульсига тенг бўлиши керак. Суюқликка таъсир қилувчи кучлар йиғиндисини $\mathbf{F}$ билан белгиласак, (1) тенгликка асосан:

$$\mathbf{F} \cdot \Delta t = \Delta\mathbf{K} = \rho\, S v\,(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1)\,\Delta t$$

бўлади, бундан

$$\mathbf{F} = \rho\, S v\,(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1). \qquad (2)$$

Ньютоннинг учинчи қонунига асосан, суюқлик томонидан труба деворига таъсир қилувчи $\mathbf{F}'$ куч сон жиҳатдан $\mathbf{F}$ кучга тенг бўлади, лекин йўналиши қарама-қарши бўлади.

Шундай қилиб, эгри трубада оқаётган суюқлик трубага (98-расм) труба эгилган томонга қарама-қарши йўналишда $\mathbf{F}'$ реакция кучи билан таъсир қилади.

Суюқлик оқимининг эгри труба деворига берадиган реакциясидан сув ва буғ турбиналарида фойдаланилади. Суюқлик ёки буғ оқими турбина ғилдирагининг эгри каналларидан ўтаётганда ҳосил бўладиган реакция кучларининг моменти турбина ғилдирагини айлантиради.

Бошқа конструкцияларда суюқлик ёки буғ оқими қўзғалмас трубадан чиқиб, турбина ғилдирагининг паррракларига тегади. Парраклар суюқлик ёки буғ оқимининг йўналишини буриб юборади ва бунинг натижасида оқимнинг ҳаракат миқдори ўзгаради. Мана шу жараёнда паррракларга таъсир қилувчи реакция кучлари турбина ғилдирагини айлантиради. Суюқлик ёки буғ оқимининг ҳаракат миқдори энг кўп ўзгарган ҳолда бу кучларнинг моменти энг катта бўлади. Шу сабабли турбина ғилдирагининг паррракларини шундай шаклда ясайдиларки, натижада оқим парраклар бўйича (уларга зарба билан урилмай) оқиб ўтиб, ўз тезлигини мумкин қадар кўпроқ йўқотсин.

Тешикдан чиқаётган оқимнинг реакциясидан реактив ҳаракатда, масалан, ракеталарда ёки снаряд-ракеталарда ҳаракатлантирувчи куч сифатида фойдаланилади. Ракетанинг камерасида портловчи аралашма ёнади. Бу вақтда ҳосил бўладиган газлар ракетанинг орқа томонидаги махсус a соплодан чиқади (99-расм). Чиқиш тезлиги катта бўлгани туфайли, газлар жуда катта ҳаракат миқдори олади. Ракета унга тенг ва қарама-қарши йўналган ҳаракат миқдори олади, бунинг оқибатида ракета олдинга қараб ҳаракат қилади.

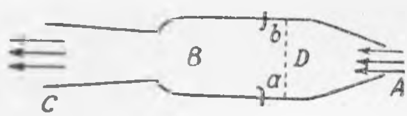
99-расм. Реактив снаряд.

Ракетага тезлик бериш учун ракетанинг бошқа жисмлар билан ёки атроф муҳит билан ўзаро таъсирда бўлиши талаб қилинмайди. Шу сабабли ракета ҳавосиз фазода ҳам ҳаракатланади.

Реактив ҳаракатдан фойдаланиш ишининг пионери улуғ совет ихтирочиси К. Э. Циолковский (1857—1935) эди. У реактив ҳаракат назариясининг асосларини ишлаб чиқиш билангина чегараланмай, атмосферанинг юқори қатламларини ва космик фазони текширишга мўлжалланган ракеталарнинг лойиҳаларини ҳам тузди.

Ернинг ҳозирги замон сунъий йўлдошлари ва космик ракеталар кўп босқичли ракеталар ёрдамида орбитага чиқарилади, чунки ракета бир босқичли бўлса, космик тезлик олиши лозим бўлган масса жуда катта бўлиб кетар эди. Кўп босқичли ракета принципини биринчи бўлиб К. Э. Циолковский олдинга сурган эди. Ракетада химиявий ёқилғи ишлатилади, шунинг билан бирга ракетанинг ҳар бир босқичида ёқилғи ва оксидловчи учун алоҳида баклар бўлади. Уч босқичли ракетанинг ҳаракатланиш схемасини кўриб чиқайлик. Дастлаб биринчи босқич двигателидаги ёқилғи ёнади ва ракета бутун жисм каби ҳаракатга келтирилади. Биринчи босқичдаги ёқилғи ёниб бўлгач, бу босқич ракетадан ажралади ва ракетанинг ҳаракати иккинчи босқич двигателининг иши ҳисобига давом этади. Иккинчи босқичнинг двигатели ишлаб бўлгач, бу босқич ҳам ўз навбатида ракетадан ажралади ва ҳаракатни фақат учинчи босқичнинг ўзи давом эттиради. Бу қолган қисмнинг массаси бутун ракетанинг массасидан анча кам бўлади. Бунинг натижасида охирги босқичнинг ўша бирдек реактив кучдан оладиган тезланиши анча катта бўлади ва у каттароқ тезликка эришиши мумкин.

Кўрсатиб ўтилган ракета принципи билан бир қаторда, ҳозирги вақтда реактив ҳаракатнинг бошқа бир принципидан ҳам фойдаланилади, бу принцип ҳаво-реактив двигатель деб аталадиган двигателларда ишлатилади. Тепкили ҳаво-реактив двигателининг схемаси 100-расмда тасвирланган. Двигателнинг олдинги қисм да ҳаво сўриб олиш учун хизмат қиладиган A диффузор жойлашган. Диффузор орқали кирган ҳаво D клапанлар системаси орқали ўтиб, B ёниш камерасига киради. Ёқилғи a ва b форсункалар орқали ёниш камерасининг ичига сачратилади; ёниш бошланаётган вақтда клапанлар ёпилади. Ёқилғи ёнаётганда ҳавони қиздиради ва бу ҳаво билан ёқилғининг ёнишидан ҳосил бўлган газларнинг аралашмаси двигателнинг C соплосидан катта тезликда отилиб чиқади. Двигателга кираётган ва ундан чиқаётган оқимларнинг умумий ҳаракат миқдори ортади. Ҳаракат миқдорининг сақланиш қонунига асосан двигатель ҳаракат миқдори олади, бу ҳаракат миқдори олдинга қараб йўналган ва оқимлар ҳаракат миқдорининг ортишига тенг бўлади.



100-расм. Ҳаво-реактив двигатели.

Ҳозирги замон авиацион реактив двигателларда ёқилғининг ёнишини таъминловчи ҳаво махсус насослар ёрдамида киритиб турилади. Насосни ёниш камерасидан чиқаётган газ оқими ҳисобига ишлайдиган турбина ҳаракатга келтиради. Оқимнинг реактив таъсири двигателнинг фойдали тортиш кучини ҳосил қилади. Бундай двигатель турбореактив двигатель деб юритилади. Авиацион турбореактив двигатель ракетада ишлатиладиган оддий реактив двигателдан шу билан фарқ қиладики, унда ёқилғининг ёниши учун атмосферадаги ҳаво кислородидан фойдаланилади, ракетада эса ёқилғининг ёниши учун сарфланадиган оксидловчи модда ёқилғи билан бир қаторда ракетанинг ўзидаги бакларда олиб борилади. Шу туфайли ёқилғининг реактив двигателдаги умумий массасига қараганда турбореактив двигателнинг умумий массаси анча камдир. Турбореактив двигателнинг бу афзаллиги унинг самолётлар учун оддий реактив двигателга қараганда қулайроқ бўлишини таъминлайди. Бироқ атмосферанинг зичлиги жуда ҳам кичик бўлган катта баландликларда турбореактив двигатель ишлай олмайди, у Ер атмосферасидан ташқарига чиқувчи учишлар учун яроқсиздир.

Ракеталарнинг ҳаракатини ҳисоблашда И. В. Мещерскийнинг (1859—1935) ишлари катта амалий аҳамиятга эга. У, вақт ўтиши билан ташқаридан масса қўшилиши ёки бир қисм масса ажралиб чиқиши натижасида массаси ўзгариб борадиган жисмлар ҳаракатининг назариясини биринчи бўлиб ишлаб чиқди. И. В. Мещерский кўрсатадики, илгариланма ҳаракат қилаётган ўзгарувчан m массали жисмнинг ҳаракат тенгламаси қуйидагича ёзилади:

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = \mathbf{F} + \frac{dm_1}{dt}\cdot\mathbf{v}_1 - \frac{dm_2}{dt}\cdot\mathbf{v}_2, \tag{3}$$

бунда $\mathbf{v}$ — жисмнинг тезлиги, $\mathbf{F}$ — ташқи кучларнинг бош вектори, m_1 — жисмга қўшилаётган масса, m_2 — жисмдан ажралаётган масса, $\mathbf{v}_1$ ва $\mathbf{v}_2$ — бу массаларнинг тезликлари. Агар $\mathbf{v}_1$ ва $\mathbf{v}_2$ нолга тенг бўлса, бу тенглама қуйидаги кўринишга ўтади:

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = \mathbf{F},$$

бу тенглама 20-параграфдаги (8а) тенгламалар системасига эквивалентдир.

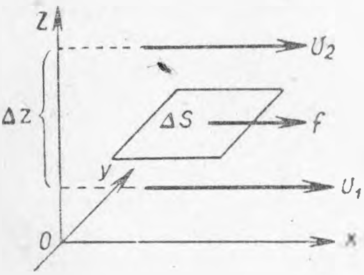
Реактив ҳаракатни ўрганишда (агар массалар фақат ажралаётган бўлса), (3) тенгламани қуйидаги кўринишга келтириш қулайлик туғдиради:

$$m\mathbf{w} = \mathbf{F} + \frac{dm_2}{dt}\cdot(\mathbf{v}-\mathbf{v}_2),$$

бунда $\mathbf{w}$ — жисмнинг тезланиши,

Бу охирги муносабат кўрсатадики, агар ташқи кучларнинг бош векторига жисм ва ажралаётган массаларнинг нисбий тезлиги $\mathbf{v} - \mathbf{v}_2$ билан ажралаётган массадан вақт бўйича олинган ҳосиланинг кўпайтмасига тенг бўлган $\frac{dm_2}{dt}\cdot(\mathbf{v} - \mathbf{v}_2)$ ҳад қўшилса, ўзгарувчан массали жисмнинг ҳаракати одатдаги ҳаракат тенгламасини қаноатлантиради.

§ 42. Ёпишқоқ суюқликнинг ҳаракати. Ҳамма реал суюқликларнинг бир қатлами иккинчи қатламига нисбатан кўчганда озми-кўпми ишқалиш кучлари вужудга келади. Тезроқ ҳаракат қилаётган қатлам томонидан секинроқ ҳаракат қилаётган қатламга тезлантирувчи куч таъсир қилади ва, аксинча, секинроқ ҳаракат қилаётган қатлам томонидан тезроқ ҳаракат қилаётган қатламга секинлантирувчи куч таъсир қилади. *Ички ишқалиш кучлари* деб аталадиган бу кучлар қатламларнинг сиртига уринма бўлиб йўналган. Қатламнинг сиртидаги биз текшираётган ΔS майдонча қанча катта бўлса, ички ишқалиш кучи f ҳам шунча катта бўлади ва бир қатламдан иккинчи қатламга ўтганда, бу куч суюқлик оқиш тезлиги v нинг қанчалик тез ўзгаришига ҳам боғлиқ бўлади. Бир-биридан Δz масофада бўлган икки қатлам (101-расм) мос равишда v_1 ва v_2 тезликлар билан оқяпти, деб фараз қилайлик. $v_1 - v_2 = \Delta v$ бўлсин. Қатламлар орасидаги Δz масофа қатламларнинг оқиш тезлигига тик йўналишда ҳисобланади. Бир қатламдан иккинчи қатламга ўтганда тезликнинг қанчалик тез ўзгаришини кўрсатувчи $\Delta v/\Delta z$ катталик *тезлик градиенти* деб аталади. Ички ишқалиш кучи f тезлик градиентига пропорционал бўлади, яъни:



101-расм. Ички ишқалиш кучларининг вужудга келиши.

$$f = \eta \frac{\Delta v}{\Delta z} \cdot \Delta S. \qquad (1)$$

Суюқликнинг табиатига боғлиқ бўлган η катталик *суюқликнинг ички ишқалиш коэффициенти* ёки *ёпишқоқлик коэффициенти* дейилади. Ёпишқоқлик коэффициенти қанча катта бўлса, суюқлик идеал суюқликдан шунча кўп фарқ қилади, унда ҳосил бўладиган ички ишқалиш кучлари шунча катта бўлади.

Ёпишқоқлик коэффициентининг ўлчамлиги $L^{-1}MT^{-1}$ эканини кўриш қийин эмас. Шундай қилиб, CGS-системада ёпишқоқлик $см^{-1} \cdot г \cdot сек^{-1}$ ларда ўлчанади. Ёпишқоқликнинг бу бирлиги француз олими Пуазейль шарафига *пуаз* деб аталади.

Суюқликнинг ёпишқоқлиги температурага жуда ҳам қаттиқ боғлиқдир: температура кўтарилган сари ёпишқоқлик камая боради. Масалан, сувнинг 0°С даги ёпишқоқлиги $\eta_0 = 0{,}01775\ см^{-1} \cdot г \cdot сек^{-1}$ бўлса, 90°С да $\eta_{90} = 0{,}00320\ см^{-1} \cdot г \cdot сек^{-1}$ бўлади. Температура ўзгариши билан ёғларнинг ёпишқоқлиги айниқса тез ўзгаради. Масалан, канакунжут ёғининг ёпишқоқлиги, температура 18°С дан 40°С гача кўтарилганда, қарийб тўрт марта камаяди. Қуйида баъзи суюқликлар учун ёпишқоқлик коэффициентларининг қийматлари келтирилган:

Суюқлик	Ёпишқоқлик коэффициенти η пуазларда		
	$T = 0°C$	$T = 15°C$	$T = 99°C$
Сув	$1{,}8 \cdot 10^{-2}$	$1{,}1 \cdot 10^{-2}$	$0{,}29 \cdot 10^{-2}$
Симоб	$1{,}7 \cdot 10^{-2}$	$1{,}6 \cdot 10^{-2}$	$1{,}2 \cdot 10^{-2}$
Эфир	$0{,}29 \cdot 10^{-2}$	$0{,}25 \cdot 10^{-2}$	—
Глицерин	46	15	—

Газларнинг оқишини ҳам суюқликларнинг оқиши деб қараш мумкин, лекин, биринчидан, газларнинг ёпишқоқлик коэффициенти анча кичик ва, иккинчидан, газларнинг сиқилувчанлигини эътиборга олиш керак. Газларнинг ёпишқоқлиги температура кўтарилган сари суюқликларнинг ёпишқоқлиги сингари камаймайди, балки бир оз ортади. Буни қуйидаги жадвалдан кўриш мумкин:

Газ	Ёпишқоқлик коэффициенти η пуазларда		
	$T = 0°C$	$T = 15°C$	$T = 99°C$
Водород	$86 \cdot 10^{-6}$	$89 \cdot 10^{-6}$	$106 \cdot 10^{-6}$
Сув буғи	$90 \cdot 10^{-6}$	$97 \cdot 10^{-6}$	$131 \cdot 10^{-6}$
Ҳаво	$171 \cdot 10^{-6}$	$181 \cdot 10^{-6}$	$220 \cdot 10^{-6}$
Аргон	$210 \cdot 10^{-6}$	$221 \cdot 10^{-6}$	—

Суюқ гелий — 271°С га яқин температурада махсус „ўта оқувчанлик“ ҳолатига ўтиб, унинг ёпишқоқлиги амалда нолга тенг бўлади. Бу ҳодисани П. Л. Капица кашф қилган. Ўта оқувчанлик ҳолатидаги гелийнинг ингичка капиллярлар ва ёриқлар бўйича ҳаракатланиши устида ўтказилган кузатишлар унинг ёпишқоқлиги ҳар ҳолда 10^{-11} пуаздан кичик эканини кўрсатди. Ўта оқувчанлик ҳолатига ўтган суюқ гелий — „гелий II“ деб юритилади. Оддий гелийдан („гелий I“) дан гелий II га ўтиш иккинчи хил фазавий ўтиш деб аталадиган ўтишлардандир. Бундай ўтишда баъзи хоссалар (масалан, ёпишқоқлик) сакраб ўзгаради, бошқа хоссалар эса (масалан, буғнинг эластиклиги) аста-секин ўзгаради. Ўта оқувчанлик ҳолатига гелийнинг фақат асосий изотопи He^4 ўтади.

Ўта оқувчанлик бошқа специфик ҳодисаларнинг вужудга келишига сабаб бўлади: температура градиенти мавжуд бўлса, суюқ гелийда катта тезликдаги оқимлар вужудга келади. Температура 2,19°К бўлганда гелий ўта оқувчан ва нормал модификациялар аралашмасидан иборат бўлиб, булар бир-бирига қарши оқишлари ҳам мумкин.

Ингичка ёриқ ёки капилляр бўйича температура фарқи мавжуд бўлиши натижасида босимнинг қўшимча фарқи ҳосил бўлишидан иборат бўлган *термомеханик эффект* деб аталувчи ҳодиса бор. Агар, масалан, капиллярнинг бир учини гелий II га тушириб унинг юқори учи қиздирилса, капиллярдан фонтан отилиб чиқа бошлайди. Шунинг учун термомеханик таъсир натижасида ҳосил бўладиган эффект *фонтанланиш эффекти* деб ҳам аталади. Мана шу термомеханик эффект ҳам ўта оқувчанлик ҳодисаси билан боғлиқдир.

Ўта оқувчанликнинг гидродинамик назариясини энг мукаммал ривожлантириш совет физиги Л. Д. Ландау томонидан бажарилган. Бу назарияда суюқлик ҳажмининг ҳар бир элементига иккита тезлик вектори мос келтирилади: ўта оқувчан ва нормал харакат векторлари. Шундай қилиб, жуда паст температурадаги гелий, бир-бирига боғлиқ бўлмай ҳаракатлана оладиган икки суюқликнинг аралашмасидан иборат, деб фараз қилинади. Бу суюқликлардан бири (ўта оқувчан) ишқалишсиз бўлиб, жуда тор ёриқларга кира олади ва энг ингичка капиллярлардан оқиб ўта олади. Масалан, П. Л. Капица оралигининг қалинлиги $5 \cdot 10^{-5}$ *см* бўлган икки текис-параллел пластинкалар орасидан ўта оқувчан гелийнинг анча тез оқиб ўтишини кузатган. Гелийнинг иккинчи тузувчиси нормал суюқликдан иборат бўлиб, унинг сезиларли ёпишқоқлиги бор ва у ингичка капиллярлар ва ёриқлар бўйича оқа олмайди.

Ландау назарияси яна бир янги ҳодисани — иссиқлик тўлқинларининг тарқалишини олдиндан айтиб берди. Бу ҳодиса В. П. Пешков томонидан тажриба йўли билан кузатилди, ўрганилди ва гелий II даги иккинчи товуш деган ном олди.

Суюқликнинг биз текширган оқими *ламинар* (латинча — қатламли) оқим дейилади, чунки бу оқишда суюқликнинг қатламлари гўёки бир-бири устидан сирпанаётгандек бўлади. Трубада оқаётган суюқликнинг тезлиги орта борган сари, ҳаракат ўзининг ламинарлигини йўқотади ва тартибсизлашади. Тезликнинг труба ўқига перпендикуляр ташкил этувчилари вужудга келади. Суюқликнинг ҳар бир нуқтасида тезлик вектори ўзининг ўртача қийматидан тартибсиз равишда четлана бошлайди. Бундай ҳаракат *турбулент* ҳаракат дейилади. Труба ёки каналларда ламинар ҳаракатнинг турбулент ҳаракатга ўтиши қаршиликнинг кескин ортиб кетишига сабаб бўлади.

Ёпишқоқ суюқлик жисмларни айланиб оққанда, тезлик орта бориши билан бирга оқим ўз характерини ўзгарта боради ва *уюрмаланади.* Жисмнинг сиртидан ажралаётган суюқлик оқими алоҳида *уюрмаларга* ажралади. Жисмнинг орқа томонида (102-расм) ҳосил бўладиган уюрмаларни оқим олиб кетади ва улар секин-аста сўнади.

Аниқ айтганда, ёпишқоқ суюқликларга Бернулли тенгламасини татбиқ қилиб бўлмайди, чунки энергиянинг бир қисми ишқалиш кучларининг иши туфайли оқим найи ичида иссиқликка айланиб кетади. Бироқ амалда Бернулли тенгламасини фақат жуда ҳам ёпишқоқ суюқликларгагина татбиқ қилиш мумкин эмас. Сувга ўхшаш суюқликлар учун эса Бернулли тенгламаси амалий жиҳатдан етарли аниқликда ўринлидир.

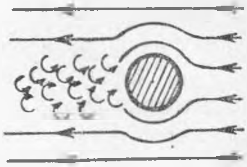
Суюқликдаги ишқалишнинг роли *Рейнольдс сони* (R) деб аталадиган ўлчамсиз катталик билан характерланади:

$$R=\frac{\rho vl}{\eta};$$

бунда l — текширилаётган суюқлик оқими учун характерли бўлган чизиқли ўлчовдир. Суюқлик труба бўйича оқаётган бўлса, l — трубанинг радиуси бўлади; v — ўртача тезлик. η/ρ нисбат *ёпишқоқликнинг кинематик коэффициенти* дейилади.

Рейнольдс сонининг аҳамиятини тушунтириш учун суюқлик ҳажмидан қирраларининг узунлиги l бўлган элементни олиб текширамиз. Бу олинган ҳажмнинг кинетик энергияси қуйидагига тенг:

$$E_k=\frac{\rho v^2}{2}\,l^3.$$



102-расм. Уюрмаларнинг пайдо бўлиши.

Суюқлик ҳажмидан ажратилган элементга таъсир қилувчи ишқалиш кучи унинг сиртига (l^2 га), ёпишқоқлик коэффициенти η га ва тезликнинг градиентига пропорционалдир. Катталигининг тартиби жиҳатидан l га тенг бўлган масофада тезлик нолгача камаяди, деб ҳисобласак (суюқлик труба бўйича оқаётганда — радиал йўналишда), тезликнинг градиенти v/l га тенг бўлади. Шундай қилиб, ишқалиш кучи

$$f=\eta l^2\frac{v}{l}=\eta vl.$$

Бу кучнинг l масофада бажарган иши

$$A=f\cdot l=\eta vl^2$$

бўлади. Агар A иш суюқлик ҳажмининг E_k кинетик энергиясига нисбатан жуда ҳам кичик бўлса, яъни агар

$$\eta vl^2\ll\frac{\rho v^2}{2}\,l^3$$

тенгсизлик ёки

$$\frac{\rho vl}{\eta}\gg 1$$

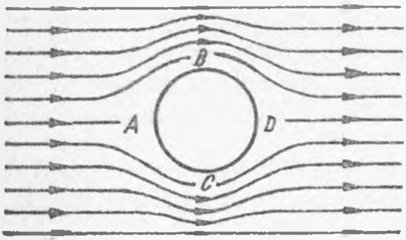
тенгсизлик бажарилса, суюқликнинг ҳаракатида ишқалишнинг роли жуда кичик бўлади. Лекин $\frac{\rho vl}{\eta}=R$ Рейнольдс сонининг ўзгинасидир. Шундай қилиб, Рейнольдс сони катта бўлганда ишқалиш кучларнинг суюқлик ҳаракатидаги роли жуда кичик бўлади.

Суюқлик труба бўйича оқаётганда ламинар ҳаракатнинг турбулент ҳаракатга айланиши Рейнольдс сони маълум қийматга етганда содир бўлади. Рейнольдс сонининг бу қиймати критик қиймат дейилади. Сувнинг труба бўйича оқиши учун $R_{кр}\cong 1200$.

Бирор жисм суюқлик ичида ҳаракатланаётганда вужудга келадиган ҳодисаларни кўриб чиқамиз. Жисм ҳаракатланяпти деб, суюқликни эса қўзғалмас деб ҳисоблаш ўрнига масалани аксинча қўйиш мумкин: суюқлик ичидаги жисм қўзғалмас, суюқлик эса жисм ташқарисидан текис оқиб ўтаётир, деб қараш мумкин.

Дастлаб суюқликни идеал, яъни ёпишқоқлиги йўқ бўлган суюқлик, деб ҳисоблаймиз. Жисм чексиз доиравий цилиндр бўлиб, унинг ўқи қўзғатилмаган оқим чизиқларига перпендикуляр деб фараз қилайлик (103-расм).

Оқим чизиқлари цилиндрнинг иккала томонидан симметрик равишда айланиб ўтади. A ва D нуқталарда суюқликнинг тезлиги нолга тенг. B ва C нуқталар яқинида оқим чизиқлари зичлашади ва бу ердаги суюқлик тезлиги қўзғатилмаган оқимдаги тезликдан катта бўлади. Шунинг учун A ва D нуқталардаги босим суюқликдаги статик босим p дан катта бўлади, B ва C нуқталарда эса ундан кичик бўлади. Агар v қўзғатилмаган оқимдаги тезлик бўлса, A нуқтадаги босим Бернулли тенгламасига кўра [40-параграфдаги (3а) формула],



103-расм. Ёпишқоқлиги бўлмаган суюқликнинг қўзғалмас жисмни оқиб ўтиши.

$$p_A = p + \frac{\rho v^2}{2}$$

бўлади, чунки жисм сиртининг A нуқтасига яқин бўлган жойларда суюқликнинг тезлиги нолга тенг, деб ҳисоблаймиз ($v_A = 0$). Шундай қилиб, A нуқтадаги босим статик босим p дан катта. D нуқтада ҳам худди шундай катталашган босим бўлади. Биринчи қарашда D нуқтадаги босим p дан кичик бўлиши керакдек туюлиши мумкин, лекин бу тўғри эмас. Дарҳақиқат, оқимнинг A нуқтага яқин жойларида суюқлик зарраларининг тезлиги камаяди, бинобарин, суюқлик зарраларига чап томонга йўналган куч таъсир қилади. Жисмга эса, Ньютоннинг учинчи қонунига кўра, A нуқтада ўнг томонга йўналган куч таъсир қилади. D нуқтага яқин жойларда суюқлик зарраларининг тезлиги кўпаяди, бинобарин, уларга ўнг томонга йўналган куч таъсир қилади, жисмга эса D нуқтада чап томонга йўналган куч таъсир қилади.

Энди жисмга B нуқтада таъсир қиладиган босимни текширамиз. Уни аниқлаш учун жисм сиртининг ўша жойига яқин жойдаги суюқлик тезлигини билиш керак. Тахминан цилиндрнинг радиусига тенг масофадаги оқим қўзғалмаганлигича қолади, деб ҳисобласак, тезлик $v_B = 2v$ бўлади. У ҳолда Бернулли тенгламаси бўйича:

$$p_B + \frac{4\rho v^2}{2} = p + \frac{\rho v^2}{2},$$

бундан

$$p_B = p - \frac{3\rho v^2}{2}$$

ни топамиз. B нуқтадаги босим статик босим p дан кичик экан. C нуқтада ҳам худди шундай босим бўлади. Кўриниб турибдики, B ва C нуқталардаги босимнинг камайиши A ва D нуқталардаги босимнинг кўпайишига нисбатан каттароқдир. Оқиб ўтаётган суюқлик томонидан жисмга таъсир қилувчи ҳамма кучларнинг йиғиндиси, симметрия мавжуд бўлгани учун, нолга тенг бўлади: $\sum f_i = 0$. Бундан, *жисм ёпишқоқ бўлмаган суюқлик ичида ҳаракат қилса, у ҳеч қандай қаршилик сезмаслиги керак,* деган хулоса келиб чиқади.

Жисм ёпишқоқ муҳит ичида ҳаракат қилганда қаршилик вужудга келади. Бу қаршилик икки хил сабабдан келиб чиқади. Жисмнинг шакли суюқликнинг оқиб ўтиши учун қулай бўлса ва унинг тезлиги кичик бўлса, уюрмалар вужудга келмайди ва қаршилик кучи бевосита суюқликнинг ёпишқоқлигидан келиб чиқади. Суюқликнинг жисмга бевосита тегиб турган қатлами унинг сиртига ёпишиб олади ва у билан бирга кетади. Бундан кейинги қатлам жисмга эргашиб, секинроқ ҳаракат қилади. Шундай қилиб, қатламлар орасида ишқалиш кучлари ҳосил бўлади.

Бу ҳолда *қаршилик кучи, Стокс томонидан белгиланган қонунга асосан, тезликнинг биринчи даражасига, ёпишқоқлик коэффициентига ва жисмнинг чизиқли ўлчамларига тўғри пропорционал бўлади.*

Ёпишқоқ суюқлик ичида ҳаракат қилаётган шарлар учун, Стокс қонунига асосан, қаршилик кучи:

$$f = 6\,\pi\eta r v, \tag{2}$$

бунда η — суюқликнинг ёпишқоқлик коэффициенти, r — шарнинг радиуси, v — унинг ҳаракат тезлиги.

Стокс формуласи (2) га асосан, шарнинг ёпишқоқ суюқлик ичида барқарор тушишидаги тезлигини аниқлаш мумкин. Ёпишқоқ суюқлик ичида оғир шар фақат бошлангич пайтдагина тезланувчан ҳаракат қилиб тушади; унинг тушиш тезлиги ортган сари f қаршилик кучи ҳам орта боради. Бу куч шарга таъсир қилаётган P оғирлик кучини мувозанатлай бошлайди. Бундай мувозанатлашиш вужудга келгандан сўнг, шар ўзгармас v тезликда тушади; бу тезлик (2) формуладан қуйидаги шартга асосан аниқланади:

$$P = 6\,\pi\eta\, r v. \tag{3}$$

Суюқлик ичидаги шарга таъсир қилаётган P куч, Архимед қонунига асосан, $P_0 - P_1$ бўлади; бу ерда P_0 — шарнинг ҳақиқий оғирлиги, P_1 — ҳажми шар ҳажмига тенг бўлган суюқликнинг оғирлиги. Шунинг учун: $P = P_0 - P_1 = (\rho - \rho')\, g \cdot \frac{4}{3}\, \pi r^3$; бунда ρ — шарнинг зичлиги, ρ' — суюқликнинг зичлиги. P кучнинг бу қийматини (3) тенгликка қўйиб, тезликни аниқлаймиз:

$$v = \frac{2(\rho - \rho')\, g r^2}{9\eta}. \tag{4}$$

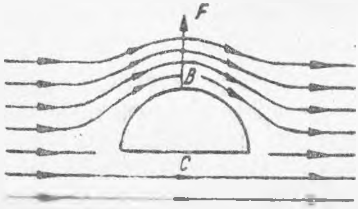
(4) формуладан кўринадики, шарнинг ёпишқоқ суюқлик ичида тушиш тезлиги шар радиуси r нинг квадратига пропорционал бўлади. Шар қанча кичик бўлса, берилган суюқликда у шунча секин тушади. Стокс формуласи фақат шарларнинг суюқлик ичида тушишигагина эмас, балки майда шарчаларнинг газ муҳити ичида тушишига ҳам татбиқ қилиниши мумкин; бу ҳолда газ муҳитини ёпишқоқ суюқлик деб қараш мумкин бўлади. Масалан, майда туман томчиларининг ҳавода тушиш тезлиги (4) формула бўйича жуда яхши аниқланади.

Ёпишқоқ суюқликнинг шар атрофини айланиб оқишини Рейнольдс сони ёрдами билан характерлашда, v — оқимнинг шардан чексиз узоқликдаги нисбий тезлигини ифодалайди ва узунлик l — шар диаметрини ифодалайди деб қаралади. Стокс қонуни Рейнольдс сонининг қиймати кичик бўлган ҳолларда бажарилади.

Суюқликнинг ҳар хил қаттиқ жисмларни айланиб оқишлари ўзаро динамик ўхшаш бўлиши учун Рейнольдс сонлари тенг бўлиши зарурдир. Кемаларда, самолётларда ва бошқаларда ҳаракатнинг кичрайтирилган ўлчамлардаги ($l_2 < l_1$) моделини тузишда, агар суюқликнинг ёпишқоқлик коэффициенти моделда ва табиий шароитда бир хил бўлса, моделда оқим тезлиги каттароқ бўлиши керак: $v_2 > v_1$. Моделда жуда ҳам катта тезликларга ўтмаслик учун, ёпишқоқликнинг кинематик коэффициенти кичикроқ бўлган суюқлик олиш керак бўлади.

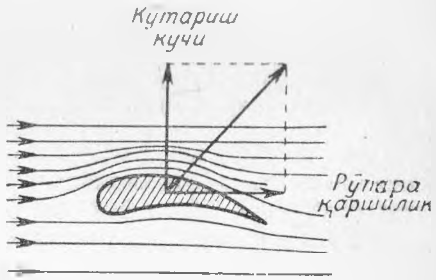
Ёпишқоқ суюқлик ичидаги ишқалиш кучларининг юқорида айтиб ўтилган иккинчи механизми уюрмаларнинг вужудга келиши билан боғлиқдир. Жисм суюқлик ичида ҳаракатланганда бажариладиган ишнинг бир қисми уюрмаларни вужудга келтиришга сарф бўлади. Суюқлик ичида ички ишқалишнинг мавжуд бўлиши сабабли, уюрмаларнинг энергияси пировардида иссиқликка айланади. Тезлик кичик бўлганда уюрмалар ҳосил бўлмайди ва жисм ҳаракатига қаршилик нисбатан кичик бўлади. Тезлик орта борган сари уюрмалар вужудга кела бошлайди ва қаршилик кучи кескин катталашади. Кема ва самолётлар қуришда уларни мумкин қадар уюрмалар вужудга келмайдиган, суйри шаклда бўлиши жуда муҳимдир. Уюрмаларнинг вужудга келиши билан боғлиқ бўлган қаршилик кучи, тезлик унча катта бўлмаганда, тезликнинг квадратига пропорционал бўлади. Тезлик товушнинг шу берилган муҳитдаги тезлигига яқин бўлганда қаршилик кучи тезликнинг кубига, товуш тезлигидан катта тезликларда эса тезликнинг квадратига пропорционал бўлади.

Ёпишқоқ бўлмаган суюқлик симметрик бўлмаган жисмни айланиб оқаётганда суюқлик томонидан жисмга таъсир қиладиган кучлар йиғиндиси нолга тенг бўлмайди. Соддалик учун, масалан, чексиз узун ярим цилиндр кўринишидаги жисмни текширамиз (104-расм). Бу ҳолда оқим чизиқлари жисмнинг C сиртига параллел бўлади ва унга таъсир қиладиган босим p га тенг. B нуқтадаги босим, юқорида айтилганларга кўра, кичикроқ бўлади: $p_B < p$. Шунинг учун натижавий куч $F = \sum f_i \neq 0$ вужудга келади; бу куч қўзғатилмаган оқим чизиқларига перпендикулярдир. У жисмни оқим йўналган томонга олиб кетишга интилмайди (идеал суюқлик учун), балки уни оқимга тик йўналишда силжитишгагина интилади.



104-расм. Ёпишқоқлиги бўлмаган суюқликнинг симметрик бўлмаган жисмни оқиб ўтиши. Суюқлик томонидан жисмга қўйилган кучларнинг йиғиндиси нолга тенг эмас.

Симметрик бўлмаган жисмни ёпишқоқ суюқлик айланиб оқаётганда жисмга оқим томонидан таъсир қилаётган натижавий куч **F** оқим чизиқларига тик бўлмайди. Бу ҳолда уни икки ташкил этувчига: оқим бўйича йўналган $\mathbf{F}_{\text{қарш}}$ кучга ва оқимга перпендикуляр йўналган $\mathbf{F}_{\text{к}}$ кучга ажратиш мумкин. Самолёт қанотининг иши мана шу кучларнинг мавжуд бўлишига асосланғандир. $\mathbf{F}_{\text{қарш}}$ куч пешана қаршиликни ва $\mathbf{F}_{\text{к}}$ куч унинг кўтариш кучини аниқлайди (105-расм).



105-расм. Самолёт қаноти кўтариш кучининг вужудга келиши.

Самолёт қаноти кўтариш кучининг назариясини биринчи марта Н. Е. Жуковский (1847 — 1921) ишлаб чиқди. Назарий, техник ва экспериментал аэродинамиканинг асосчиси Н. Е. Жуковскийни В. И. Ленин „рус авиациясининг отаси“ деб атади.

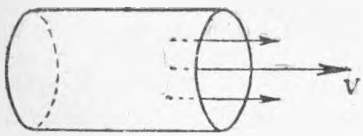
Яна ёпишқоқ суюқликнинг трубада ламинар оқишини олиб қарайлик. Бу ҳолда, ички ишқалиш кучлари туфайли, суюқликнинг оқиш тезлиги трубанинг ўқида энг катта бўлади (106-расм). Трубанинг деворлари яқинида тезлик нолга тенг. Трубанинг R радиусли ва l узунликдаги бўлагини олиб қараймиз. Суюқлик $p_1 - p_2$ босим айирмаси таъсири остида чапдан-ўнгга қараб оқаётган бўлсин.

Суюқликдан, фикран, ички радиуси r ва қалинлиги dr бўлган цилиндрик қатлам ажратамиз (107-расм). Бу қатламга ички томондан:

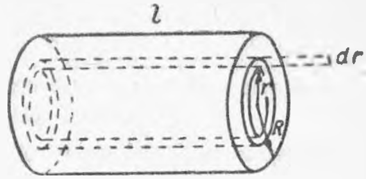
$$f=\eta\frac{dv}{dr}S$$

ички ишқалиш кучи таъсир қилади; бунда S — цилиндрик қатламнинг ён сирти бўлиб, у $2\pi rl$ га тенг, бундан:

$$f=2\pi rl\eta\frac{dv}{dr}. \qquad (5)$$



106-расм. Ёпишқоқ суюқлик трубанинг ўқи бўйича энг катта v тезлик билан оқади.



107-расм. r радиусли цилиндрик қатламда суюқлик бирдай тезликда оқади.

Ташқи томондан бу қатламга $f_1=f+df$ куч таъсир қилади; бу куч f кучга қарама-қарши йўналган (f куч қатламни тезлантиради, f_1 куч уни секинлантиради).

Бу кучларнинг йиғиндиси:

$$-f_1+f=-(f+df)+f=-df.$$

f кучнинг (5) ифодасини эътиборга олсак:

$$-df=-2\pi l\eta d\left(r\frac{dv}{dr}\right).$$

Суюқлик тезлиги трубанинг ўқида энг катта қийматга эга бўлгани учун dv/dr манфий ва df куч мусбат бўлади. Оқим стационар бўлганда бу куч, p_1-p_2 босим айирмаси туфайли қатламга таъсир қилаётган кучга тенг бўлиши керак; бу кейинги куч қатлам кўндаланг кесимининг $S'=2\pi rdr$ юзига пропорционал бўлганлиги сабабли:

$$-2\pi l\eta d\left(r\frac{dv}{dr}\right)=2\pi rdr(p_1-p_2), \text{ бундан } d\left(r\frac{dv}{dr}\right)=-\frac{p_1-p_2}{l\eta}rdr.$$

Бу ифодани интеграллаб, қуйидаги тенгликни оламиз:

$$r\frac{dv}{dr}=-\frac{p_1-p_2}{2l\eta}r^2+C \text{ ёки } \frac{dv}{dr}=-\frac{p_1-p_2}{2l\eta}r+\frac{C}{r}.$$

Трубанинг ўқида v тезлик максимумга эга бўлганлиги сабабли, $r=0$ бўлганда dv/dr ҳам нолга тенг бўлади. Шунинг учун ихтиёрий ўзгармас $C=0$. Бундан, суюқликнинг v оқиш тезлигини трубанинг ўқидан ҳисобланадиган r масофанинг функцияси сифатида аниқловчи дифференциал тенгламани оламиз:

$$dv=-\frac{p_1-p_2}{2l\eta}rdr.$$

Бу ифоданинг интеграли:

$$v=-\frac{p_1-p_2}{2l\eta}\int rdr=-\frac{p_1-p_2}{4l\eta}r^2+C'.$$

C' — ўзгармас сонни аниқлаш учун $r = R$ деб оламиз; у ҳолда $v = 0$, бундан

$$C' = \frac{p_1 - p_2}{4l\eta} R^2,$$

шундан сўнг v тезликнинг

$$v = \frac{p_1 - p_2}{4l\eta}(R^2 - r^2) \tag{6}$$

ифодасига эга бўламиз. Бу формула суюқликнинг оқиш тезлигини труба ўкигача бўлган масофага боғлайди.

Энди трубадан бирор t вақт ичида оқиб чиқадиган суюқликнинг V ҳажмини аниқлаймиз. r радиусли ва dr қалинликдаги цилиндрик қатламдан (107-расм) t вақт ичида оқиб чиқадиган суюқлик ҳажми:

$$dV = vt \cdot 2\pi r dr.$$

Бу ердаги v ўрнига унинг (6) қийматини қўйсак:

$$dV = \frac{\pi(p_1 - p_2)t}{2l\eta}(R^2 r - r^3)dr.$$

Бу ифодани 0 дан R гача интеграллаб, трубанинг бутун кўндаланг кесимидан оқиб чиқадиган суюқликнинг V ҳажмини топамиз:

$$V = \frac{\pi(p_1 - p_2)t}{2l\eta}\int_0^R (R^2 r - r^3)dr, \text{ бундан } V = \frac{\pi(p_1 - p_2)t}{2l\eta}\left(\frac{R^4}{2} - \frac{R^4}{4}\right),$$

демак

$$V = \frac{1}{\eta}\,\frac{\pi R^4}{8l}(p_1 - p_2)t. \tag{7}$$

Бу (7) формула *Пуазейль формуласи* дейилади; у оқиб ўтган суюқлик миқдори трубанинг радиусига жуда қаттиқ боғлиқ (R^4 га пропорционал) эканлигини кўрсатади. Турбулент ҳаракатни текширишда Пуазейль формуласидан фойдаланиб бўлмайди.

Найчадан оқиб ўтган суюқликнинг ҳажми, найчанинг R радиуси ва l узунлиги маълум бўлса, Пуазейль формуласидан фойдаланиб, η ёпишқоқликни аниқлаш мумкин. Ёпишқоқликни аниқлаш учун ишлатиладиган асбоблар *вискозиметр* дейилади.

ИККИНЧИ ҚИСМ

МОЛЕКУЛЯР ФИЗИКА

Еттинчи боб

ГАЗЛАР

§ 43. Модда тузилишининг атом-молекуляр назарияси. Моддалар айрим зарралардан — атомлардан тузилган деган фикрни қадимги грек олимлариёқ айтган эдилар. Биринчи марта атом гипотезасини М. В. Ломоносов ўз асарларида кенг ривожлантирди. Ломоносов бутун физика фанини, химиявий оддий модда тамомила бир хил бўлган жуда кўп айрим зарралардан — атомлардан иборат бўлиб, химиявий мураккаб моддалардаги айрим зарралар эса молекулалардир, деган тасаввур асосида қуришга уринди. Ломоносов ўзи кашф этган умумий қонунга, яъни материя ва ҳаракатнинг сақланиш қонунига суяниб, атомлар ва молекулаларнинг узлуксиз иссиқлик ҳаракати ҳақидаги тасаввурнинг тўғрилигини биринчи бўлиб исбот қилди.

Атом назарияси вужудга келгандан кейин, оддий ва каррали нисбатлар қонунига асосан, химия фанида атомларнинг нисбий оғирлигини (ёки, тўғрироғи, нисбий массасини), яъни бирор атомнинг массаси бошқа бирор атомнинг массасидан неча марта катта ёки кичиклигини кўрсатувчи сонларни аниқлаш мумкин бўлди. Ҳозирги вақтда айрим атомлар ёки молекулалар массасини (оғирлигини) солиштириб кўришнинг физик усуллари ҳам бор (II томга қаранг). *Атомларнинг нисбий оғирликлари* уларнинг *атом оғирликлари* дейилади *ва A билан белгиланади. Атом оғирлигининг бирлиги қилиб кислород атоми оғирлигининг* $^1/_{16}$ *қисми олинган.* Шундай қилиб, таърифга мувофиқ, кислороднинг атом оғирлиги 16,0000 га тенг. Энг енгил атом бўлган водороднинг атом оғирлиги 1,0078 га тенг, бу эса водород атомининг массаси кислород атоми массасидан $\frac{16,0000}{1,0078} = 15,8762$ марта кичик демакдир. Шунинг каби, симобнинг 200,61 га тенг бўлган атом оғирлиги симоб атомининг массаси кислород атомининг массасидан $\frac{200,61}{16,0000} =$

$= 12{,}538$ марта, водород атомининг массасидан эса $\frac{200{,}61}{1{,}0078} =$ $= 199{,}06$ марта катта эканини кўрсатади[1].

Молекуланинг кислород атоми оғирлигининг $^1/_{16}$ қисмига тенг бўлган ўша бирликка нисбатан олинган нисбий оғирлиги унинг молекуляр оғирлиги деб аталади ва μ билан белгиланади.

Маълум миқдорда, масалан, m грамм водород олайлик. Водороднинг атом оғирлигини A билан белгилайлик. Бу m грамм водородда маълум сондаги атомлар бор, бу сонни n билан белгилайлик. Сўнгра атом оғирлиги A' бўлган бошқа бир элементнинг шундай миқдорини олайликки, унда ҳам n та атом бўлсин. Бу элементнинг n та атоми массаси водороднинг n та атоми массасидан $\frac{A'}{A}$ марта катта бўлади. Демак, иккинчи элементнинг шу олинган миқдорининг массаси $m' = m\frac{A'}{A}$ бўлади. Бунинг тескарисича мулоҳаза юритиб, агар ҳар хил элементлар массалари нисбати атом оғирликлари нисбатига тенг бўладиган миқдорларда олинса, улардаги атомларнинг сони бир хил бўлади, деган хулосага келамиз.

Элементнинг граммларда ифодаланган массаси сон жиҳатдан атом оғирлигига тенг бўлган миқдори элементнинг грамм-атоми дейилади. Юқорида айтилганларга кўра, *ҳар қандай элементнинг грамм-атомидаги атомлар сони бир хил бўлади.* Бу сон N билан белгиланади ва *Авогадро сони* деб аталади.

Модданинг граммларда ифодаланган массаси сон жиҳатдан унинг молекуляр оғирлигига тенг бўлган миқдорини модданинг грамм-молекуласи деб атаймиз. Атом оғирликлари қайси бирликда олинган бўлса, молекуляр оғирликлар ҳам ўша (кислород атоми оғирлигининг $^1/_{16}$ қисмига тенг бўлган) бирликда олингани учун, ҳар қандай модданинг грамм-молекуласидаги молекулалар сони грамм-атомдаги атомлар сонига тенг бўлади. Демак, *ҳар қандай модданинг грамм-молекуласидаги молекулалар сони бир хил бўлиб, бу сон Авогадро сонига тенгдир.*

Грамм-молекулани кўпинча *моль* деб атайдилар. Моль ҳар бир модда учун алоҳида қийматга эга бўлган масса бирлигидир. Молекуляр водород учун моль 2 *г* га, молекуляр кислород учун эса 32 *г* га тенг бўлган масса бирлигидир.

Ҳозир Авогадро сонини топишнинг жуда кўп усуллари бор; уларнинг баъзилари билан кейинроқ (§ 52 да) танишамиз, ҳозирча эса, Авогадро сонининг қийматинигина кўрсатиб ўтамиз:

---

[1] Ҳозирги вақтда қарийб ҳамма элементларнинг массалари (атом оғирликлари) турлича бўлган ҳар хил атомлари борлиги маълум. Шундай хил атомлар берилган элементнинг *изотоплари* деб аталади (II томга қаранг). Химиявий усулда топилган атом оғирликлар изотоплар табиий аралашмасининг ўртача атом оғирлигини беради.

$$N = 6{,}023 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Авогадро сони модданинг маълум массасидаги, аниқроқ айтганда бир моль моддадаги зарралар сонидир. Шунинг учун унинг ўлчамлиги $[N] = M^{-1}$ бўлиб, у $\frac{1}{\textit{моль}}$ ёки *моль*$^{-1}$ билан белгиланадиган бирликларда ўлчанади.

Авогадро сонини билиш бизга микрооламнинг, яъни атом ва молекулалар оламининг кўлами ҳақида тасаввур ҳосил қилишга ёрдам этади; у бизга атом-молекуляр назария очиб берганидек, моддани ташкил этган айрим зарраларнинг нақадар майда эканлигини аниқлашга имкон беради. Авогадро сонини билсак, молекулаларнинг катталигини ва абсолют массаларини ҳисоблай оламиз. Масалан, 1 *см*^{3} сув олайлик; унинг массаси 1 *г* бўлиб, бир моль сувнинг $\frac{1}{18}$ бўлагини ташкил қилади. Демак, 1 *см*^{3} сувда $\frac{6{,}02}{18} \cdot 10^{23} = 3{,}34 \cdot 10^{22}$ дона сув молекуласи бўлади. Шундай қилиб, суюқ сув битта молекуласининг ҳажми $\frac{1}{3{,}34 \cdot 10^{22}}$*см*$^3 \simeq 3 \cdot 10^{-23}$ *см*^{3}. Суюқликда молекулалар тигиз жойлашган деб ҳисобласак, сув молекуласининг чизиқли ўлчами тахминан $r = \sqrt[3]{3 \cdot 10^{-23} \textit{ см}^3} \cong 3 \cdot 10^{-8}$*см* га тенг бўлади. Бошқа атом ва молекулаларнинг чизиқли ўлчамлари ҳам 10^{-8} *см* чамасида бўлади. Атом ва молекулаларнинг ўлчамларини янада аниқроқ тасаввур этиш учун қуйидаги икки мисолни келтирамиз: 1) агар 1 *см*^{3} мис таркибидаги ҳамма атомларни бир қатор қилиб терсак, узунлиги тахминан 14 миллиард километр бўлган занжир ҳосил бўларди; бу узунлик Ердан Қуёшгача бўлган масофадан қарийб 90 марта ортиқ; 2) электрон микроскоп чизиқли ўлчамлари микрондан бир неча юз марта кичик бўлган микрокристалларни кузатиш имкониятини беради. Бундай микрокристалл бир неча юз минг атомдан иборатдир.

Атомларнинг шу қадар кичик бўлишига қарамай, ҳозирги замон физикаси модда тузилишининг узлукли (буни *дискретлик* деб юритадилар) эканлигини бевосита исбот қилиш ва алоҳида атомларни бевосита кузатиш методларига эга; атомлар етарли даражада катта энергияга эга бўлган, яъни жуда катта тезликлар билан ҳаракат қилаётган ҳоллардагина уларни бевосита кузатиш мумкин.

Бир молекуланинг ёки бир атомнинг массаси m ни қуйидаги тенгликдан топиш мумкин:

$$m = \frac{\mu}{N}, \tag{1}$$

бунда μ — молекуляр оғирлик (элемент учун — атом оғирлик) ва N — Авогадро сони.

12*

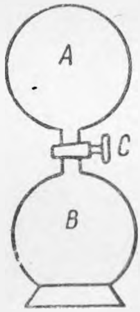
Бу (1) тенгликдан водород атомининг массаси $m_{H} = 1{,}675 \times \times 10^{-24}$ *г* эканини топамиз. Худди шунинг ўзидан атом оғирликнинг бирлиги, яъни кислород атоми массасининг $^1/_{16}$ қисми $1{,}662 \cdot 10^{-24}$ *г* га тенг эканлигини топа оламиз. Шундай қилиб, ҳар қандай атомнинг абсолют массасини:

$$m = 1{,}662 \cdot 10^{-24} \cdot A \text{ г} \tag{2}$$

тенглик орқали ифода қилиш мумкин, бунда A — текширилаётган атомнинг оғирлигидир.

(2) формуладаги атом оғирлик A ни молекуляр оғирлик μ билан алмаштириб, текширилаётган молекуланинг абсолют массасини топа оламиз.

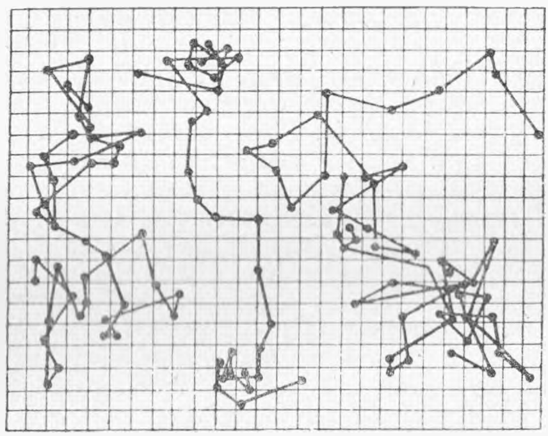
Қатор кузатишлар ҳар қандай моддада *узлуксиз ички ҳаракат мавжудлиги* тўғрисида бизда ишонч ҳосил қилади. *Бу ички ҳаракат шу моддани ташкил қилувчи молекулаларнинг ҳаракатидан иборатдир. Молекулаларнинг бу ҳаракати тартибсиз ва ҳеч қачон тўхтамайди, бу ҳаракат фақат модда температурасигагина боғлиқдир,* биз буни кейинроқ кўрамиз.



108-расм. C жўмрак очилганда A ва B идишлардаги газлар диффузияга кириша бошлайди.

Қуйидаги тажрибада бундай ҳаракатнинг мавжудлиги тўғрисида ишонч ҳосил қилиш мумкин: A ва B икки идишда (108-расм) ҳар хил газлар, масалан, бирида водород, иккинчисида эса азот бўлсин. Агар C жўмрак очилса, бир оз вақт ўтгач, икки идишда ҳам шу газларнинг тамомила бир хил аралашмаси ҳосил бўлади. Газлар ўз-ўзидан бутунлай аралашиб кетади. Бу ҳодиса водород юқориги A идишда бўлганда ҳам рўй бераверади. Демак, зичлиги кам водороднинг оқиб тушиши, бошқача айтганда, умуман бу газларнинг оғирлик кучи таъсирида аралашиб кетиши мумкин эмас.

1826 йилда Броун кашф этган ҳодиса молекулалар тартибсиз ҳаракатининг мавжудлигига бизни янада кучлироқ ишонтиради. Броун, суюқликда муаллақ ҳолда бўлган жуда майда зарраларнинг микроскопда узлуксиз равишда тартибсиз ҳаракат қилиб туришларини кўрди; зарра қанча кичик бўлса, унинг ҳаракати шунча жадалроқ бўлади. *Броун ҳаракати* деб аталадиган бу ҳаракат ҳеч қачон тўхтаб қолмайди, ҳеч қандай ташқи сабабларга боғлиқ бўлмайди ва моддадаги ички ҳаракатнинг намоён бўлишидан иборатдир. Суюқликнинг ҳаракатланаётган молекулалари бирор қаттиқ жисм билан тўқнашса, ўз ҳаракат миқдорининг маълум бир қисмини ўша жисмга беради. Агар суюқликка катта жисм туширилса, унга ҳар томондан келиб урилувчи молекулалар ҳам жуда кўп бўлиб, уларнинг зарбалари ҳар бир пайтда ўзаро компенсациялашиб туради ва жисм амалда, қўзғалмай қолаверади. Аммо, агар жисм етарли даражада кичик бўлса, бундай компенсация тўла бўлмаслиги мумкин: жисмга бир томондан урилган молекулалар сони, иккинчи томондан урилган молекулалар сонидан, тасодифан, кўпроқ бўлиб қолиши туфайли бу томондан берилган зарб сезиларли даражада зўрроқ бўлиб чиқади, натижада жисм ҳаракатлана бошлайди. *Молекулаларнинг тартибсиз зарбалари остида броун зарралари худди шундай ҳаракат қилади.*



109-расм. Уч броун заррасининг ҳар бир 30 секунддан кейин белгиланган ўринлари.

Броун зарраларининг массаси айрим молекулалар массасидан бир неча миллиард марта катта, уларнинг тезликлари молекулаларнинг тезликларидан жуда ҳам кичик. Шундай бўлса ҳам, броун зарраларининг ҳаракатини микроскопда кўриш мумкин.

109-расмда айрим броун зарраларини микроскоп орқали кузатиб, у зарраларнинг маълум вақт ораликларида белгилаб олинган ҳолатлари кўрсатилган. Газ ичидаги зарралар ҳам худди шундай броун ҳаракатида бўлади.

Шундай қилиб, модда фақат дона-дона тузилишгагина, яъни бир-биридан ажралган айрим зарралардан иборат бўлибгина қолмай, у узлуксиз равишда ҳаракат қилиб турадиган зарралардан ташкил топгандир. Шунинг учун ҳам модда тузилиши ҳақидаги назария *молекуляр-кинетик назариядир.* Биринчи марта бу назарияни М. В. Ломоносов модданинг турли агрегат ҳолатлардаги хусусиятларини тушунтириш мақсадида ривожлантирган эди. Кейинчалик молекуляр-кинетик назария, асосан, модданинг энг содда агрегат ҳолатдаги, яъни газсимон ҳолатдаги хусусиятларини тушунтиришга қўлланилди. Бироқ, молекуляр-кинетик назариянинг асосларини баён қилишдан олдин, газлар бўйсунадиган эмпирик қонуниятларни кўриб ўтайлик.

§ 44. Бойль—Мариотт ва Гей-Люссак қонунлари. Температурани аниқлаш. Газлар ўзлари солинган идишни бутунлай тўлдириб туриш ва идишнинг деворларига босим бериш хоссасига эгадир. Босим p — сон жиҳатдан юз бирлигига нормал йўналишда таъсир қилувчи кучга тенг бўлган физик катталик. Демак, агар S юзга нормал йўналишда таъсир қилувчи куч f_n бўлса:

$$p = \frac{f_n}{S}. \tag{1}$$

CGS-системада босим p *бар* билан, яъни 1 *см*^{2} юзга перпендикуляр йўналишда таъсир этувчи 1 *дина* кучнинг берадиган босимига тенг бирлик билан ўлчанади. Халқаро бирликлар системасида босим бирлиги учун 1 *ньютон* кучнинг ўзига перпендикуляр сиртдаги 1 *м*^{2} юзда ҳосил қиладиган босими қабул қилинган. Бу бирлик *н/м*^{2} билан белгиланади; равшанки, 1 *н/м*^{2} = 10 *бар*. Булардан ташқари, босимни ўлчаш учун қуйидаги бирликлар ҳам ишлатилади: 1) *техник атмосфера* 1 *кГ* кучнинг 1 *см*^{2} юзга берадиган босимига тенг; 2) *физик атмосфера* (қисқача *ат*) 1,033 *кГ/см*^{2} босимга тенг; 3) *симоб устуни миллиметри* (қисқача *мм* Hg), баландлиги 1 *мм* бўлган симоб устунининг оғирлиги берадиган босимга тенг. 760 *мм* Hg босим бир физик атмосферага тенг. Бу бирликларнинг биридан иккинчисига ўтиш учун қуйидаги муносабатдан фойдаланиш мумкин:

$$1 \textit{ физ. ат} = 1{,}033 \textit{ техн. ат} = 1033 \; \textit{Г/см}^2 = 760 \textit{ мм } \mathrm{Hg} =$$
$$= 1033 \cdot 981 \textit{ бар} = 1{,}013 \cdot 10^6 \textit{ бар}.$$

Бирор миқдор газ қуйидаги тўртта катталик билан: 1) m массаси, 2) эгалланган V ҳажми, 3) p босими ва 4) t температураси билан характерланади. Бу катталикларнинг ҳаммаси бир-бирига боғлиқдир; улардан бири ўзгарса, умуман айтганда, қолганлари ҳам ўзгаради. Бу катталикларнинг тўрталаси орасидаги қонуний боғланишни ифодаловчи формула *ҳолат тенгламаси* дейилади.

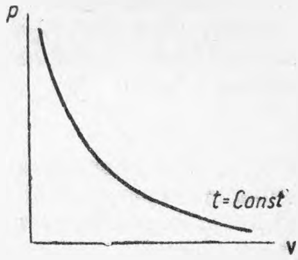
Газ ҳолати умумий тенгламасининг ифодасини беришдан олдин юқорида кўрсатилган тўртта катталикдан иккитаси ўзгармайдиган ҳолларга тегишли соддароқ эмпирик қонуниятларни келтирамиз.

Газнинг массаси ва температураси ўзгармаганда (m ва t ўзгармас), унинг босими ҳажмига тескари пропорционал равишда ўзгаради (Бойль—Мариотт қонуни):

$$pV = \mathrm{const} \text{ (берилган } m \text{ ва } t \text{ учун).} \tag{2}$$

Газнинг массаси m ва температураси t ўзгармаганда, p билан V орасидаги боғланиш график усулда тенг ёнли гипербола билан тасвирланади (110-расм). Бойль—Мариотт қонунини тасвирловчи эгри чизиқ ўзгармас температурага тегишли бўлгани учун бу эгри чизиқ *изотерма* деб юритилади.

§ 2 да айтиб ўтилганидек, Бойль—Мариотт қонуни тақрибий қонундир. Чунончи, ҳамма газлар жуда юқори босимда, Бойль—Мариотт қонуни берадиган натижага қараганда камроқ сиқилади. Бироқ, уй температурасига яқин температураларда ва атмосфера босимидан кўп фарқ қилмайдиган босимларда кўпчилик газлар Бойль—Мариотт қонунига етарли даражадаги аниқлик билан бўйсунадилар.



110-расм. Бойл—Мариотт изотермаси.

Қуйида биз танишадиган қонуниятлар газнинг босими ёки ҳажмини унинг температураси билан боғлайди. Бироқ, дастлаб температуранинг ўзи қандай қилиб ўлчанишини билиб олишимиз керак. Жисмларни иситиш ёки совитиш, яъни температурасини ўзгартириш уларнинг қарийб барча физик хоссаларига таъсир қилади: жисмларнинг чизиқли ўлчамлари, эластиклиги, электр ўтказувчанлиги ва бошқа хоссалари ўзгаради. Температурани ўлчаш учун бу ўзгаришларнинг исталган биридан фойдаланиш мумкин. Маълумки, температурани симобли термометрлар ёрдамида симоб ҳажмининг ўзгаришига қараб ўлчаш усули тарихан одат бўлиб қолган. Бироқ одатда баён қилинадиган шкалани *тенг бўлакларга* бўлишдан иборат симобли термометрни даражалаш усули, температура t ўзгариши билан симобнинг ҳажми чизиқли равишда ўзгаради, деб *олдиндан фараз қилишга* асосланган. Агар биз термометрга бошқа суюқлик солсак ва бу термометрнинг симобли термометрдаги маълум икки нуқтага (масалан, музнинг эриш температурасига тўғри келадиган „0" нуқтага ва сувнинг қайнаш температурасига тўғри келадиган „100" нуқтага) мос бўлган икки нуқтасини белгилаб, уларнинг орасини, худди симобли термометрдаги каби, тенг бўлакларга бўлсак, ўртача температураларда бундай термометрнинг кўрсатиши симобли термометрнинг кўрсатишидан (гарчи оз бўлса-да) фарқ қилади. Демак, биз температурани қайси жисмнинг („термометрик" жисмнинг) ҳажм ўзгаришига қараб ўлчамоқчи бўлсак, температураларнинг белгиланган шкаласи ўша жисмга боғлиқ бўлиб қолади. Жисмнинг ўзи (симоб) тасодифан танлаб олингани учун температуралар шкаласи ҳам тасодифийдир. Термометрик жисмни танлаб олиш учун ҳозирча ҳеч қандай назарий асосга эга бўлмасак-да, биз термометрик жисм сифатида хоссалари энг содда қонуниятларга бўйсунадиган жисм олиниши керак, деб айта оламиз. Бундай жисм сифатида Бойль—Мариотт қонунига энг яхши бўйсунадиган газни олиш мумкин.

1877 йилда ўлчов ва тарозилар Халқаро комитетида термометрик жисм сифатида водород танлаб олинган ва температурани водород термометри ёрдамида ўлчаш тўғрисида қарор қабул қилинган; бунда водород исиганда ёки совиганда ҳажми ўзгармасдан сақланганида *босимининг ўзгариши температурасининг ўзгаришига пропорционал бўлади,* деб ҳисобланади.

Шундай қилиб, қуйидаги постулат қабул қилинади: *водороднинг босими билан температураси орасида чизиқли муносабат мавжуд,* яъни:

$$p_t = p_0(1 + \alpha t), \tag{3}$$

бунда p_t — водороднинг t температурадаги босими, p_0 — унинг ноль температурадаги босими ва α — ўзгармас коэффициент. *Водородга нисбатан ёзилган* (3) *тенглик температуралар шкаласини (температураларнинг эмпирик шкаласи деб аталадиган шкалани) аниқлашга хизмат қилади.* Агар музнинг эриш температурасини 0° деб, нормал атмосфера босими остида сувнинг қайнаш температурасини 100° деб олсак (*Цельсий шкаласи*), α коэффициентнинг сон қиймати $\frac{1}{273,13} = 0{,}0036613$ *град*$^{-1}$ бўлади.

Температураларни ўлчаш усулини аниқлаб олгач, қуйидаги саволни қўйишимиз мумкин: барча газларнинг босими ва ҳажми уларнинг температураси билан қандай боғланган? Бу боғланишларни *Гей-Люссакнинг эмпирик қонунлари* ифодалайди:

1. Газ массасининг ҳажми ўзгармас бўлганда, унинг босими билан температураси орасида чизиқли муносабат мавжуд:

$$p_t + p_0(1 + \alpha_p t). \tag{4}$$

2. Газ массасининг босими ўзгармас бўлганда, унинг ҳажми билан температураси орасида чизиқли муносабат мавжуд:

$$V_t + V_0(1 + \alpha_v t). \tag{5}$$

α_p — коэффициент босимнинг термик коэффициенти деб, α_v — ҳажм кенгайишининг термик коэффициенти деб аталади. (4) ва (5) муносабатлар барча газлар учун тақрибан бажарилади [постулатга асосан, фақат водород учунгина (4) муносабат аниқ бажарилади], шу билан бирга, ҳамма газлар учун тақрибан:

$$\alpha_v = \alpha_p = \alpha = \frac{1}{273}\,град^{-1}. \tag{6}$$

II жадвалда баъзи бир реал газлар учун ўзгармас температурада pV кўпайтманинг турли p босимлардаги эмпирик қийматлари келтирилган. Газлар 0°С да 1 *л* миқдорда 1 *ат* босимда олинган. Шундай қилиб, $p = 1$ *ат* бўлганда газларнинг ҳар бири учун pV кўпайтма 1 га тенг. pV кўпайтманинг бу қиймати, Бойль—Мариотт қонунига асосан, ҳар қандай босим учун ҳам сақланиши керак эди

II жадвал

Турли p лар учун pV кўпайтманинг 0°С даги қийматлари

p_{am}	pV			
	H_2	N_2	O_2	ҳаво
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
100	1,0690	0,9941	0,9265	0,9730
200	1,1380	1,0483	0,9140	1,0100
500	1,3565	1,3900	1,1560	1,3400
1000	1,7200	2,0685	1,7355	1,9920

II жадвалдан кўринишича, 1 *ат* дан 100 *ат* гача бўлган босимлар интервалида Бойль—Мариотт қонунидан четлашиш жуда кичик бўлади: pV кўпайтманинг қийматлари 1 га яқин. Бироқ, кўпайтманинг қиймати водород учун 1 дан бир оз каттароқ, N_2, O_2 ва ҳаво учун эса 1 дан бир оз кичикроқ экан. Бу эса водороднинг Бойль—Мариотт қонуни талаб қилганига қараганда камроқ сиқилишини, бошқа газларнинг кўпроқ сиқилишини кўрсатади.

Босим 1 000 *ат* га етганда барча газлар учун ҳам Бойль — Мариотт қонунидан четлашишлар катта бўлади (масалан, азот учун у икки мартадан ҳам ортиқ): газларнинг ҳаммаси ҳам Бойль — Мариотт қонунига асосан кутилган сиқилишга қараганда кам сиқилади.

Жуда юқори босимларда Бойль — Мариотт қонунидан четлашиш янада катта бўлади. Босим 15 000 $кГ/см^2$ бўлганда азотнинг ҳажми, Бойль—Мариотт қонунига асосан кутиладиган ҳажмдан 16 марта катта бўлади.

Реал газлар учун Гей-Люссак қонунларидан четлашиш ҳам сезиларли даражада бўлади.

III жадвалдан кўринишича, айни бир газ учун α_p ва α_v коэффициентлар бир хил қийматга эга бўлмайди; карбонат ангидрид учун α_p билан α_v орасидаги фарқ 0,4 % га етади. Турли газлар учун α_p ва, шунингдек, α_v коэффициентнинг қийматлари бирбиридан бир оз фарқ қилади.

III жадвал

Газлар учун α_p ва α_v коэффициентларнинг қийматлари

Газ	$\alpha_p \cdot 10^7$	$\alpha_v \cdot 10^7$
H_2 . . .	36 613	36 600
He . . .	36 601	36 582
N_2 . . .	36 744	36 732
CO_2 . . .	37 262	37 414
Ҳаво . .	36 750	36 760

Ниҳоят, маълум газ учун α_p ва α_v коэффициентларнинг қийматлари уларнинг қандай температура интервалида аниқланганига қараб ҳам, бир-биридан бирмунча фарқ қилади.

(4) ва (5) формулалаларга асосан:

$$\alpha_p = \frac{p - p_0}{p_0 t}, \quad \alpha_v = \frac{V - V_0}{V_0 t};$$

бунда p_0 ва V_0 — газнинг 0°C даги босими ва ҳажми, p ва V эса t температурадаги босим ва ҳажм. Босим p ва ҳажм V ни, масалан, $t = 50°$ бўлган ҳол учун ўлчаб, 0° дан 50° гача бўлган интервалда α_p ва α_v нинг ўртача қийматини топамиз. Гей-Люссак қонунига асосан, α_p ва α_v нинг қийматлари қандай температура олинганига боғлиқ бўлмасликлари керак эди.

Ҳаво учун тузилган IV жадвал ҳақиқатда Гей-Люссак қонунининг бу талабидан ҳам озгина четлашиш борлигини кўрсатади.

IV жадвал

Босим $p = 1$ *ат* бўлганда температуранинг турли интервалларида ҳаво учун α_p ва α_v ларнинг қийматлари

	Температура интерваллари			
	0—50°	0—100°	0—150°	0—200°
$\alpha_p \cdot 10^6$	3675	3675	3674	3674
$\alpha_v \cdot 10^6$	3676	3674	3673	3672

Бу жадвалдан кўринадики, четлашишлар унча катта эмас, улар айниқса α_p учун жуда кичик. Шундай бўлса ҳам, водород ўрнига ҳаво тўлдирилган газ термометри билан температурани ўлчашда бир оз хато юз берган бўлар эди.

Бойль—Мариотт ва Гей-Люссак қонунларига тўла аниқ бўйсунадиган ҳамда

$$\alpha_p = \alpha_v = \alpha = \frac{1}{273,13} \simeq \frac{1}{273}$$

қийматлар билан характерланадиган газ бор десак, бундай газ *идеал газ* дейилади. Бундай „идеал газнинг“ хоссалари реал газларнинг хоссаларига маълум даражада тақрибан ўхшайди, холос.

Босимнинг $p_t - p_0$ ўзгаришини Δp билан белгилаб, (4) формуладан қуйидагини топамиз:

$$\Delta p = p_0 \alpha t, \tag{4a}$$

худди шунинг каби, (5) дан ҳажмнинг ΔV ўзгариши учун қуйидагини топамиз:

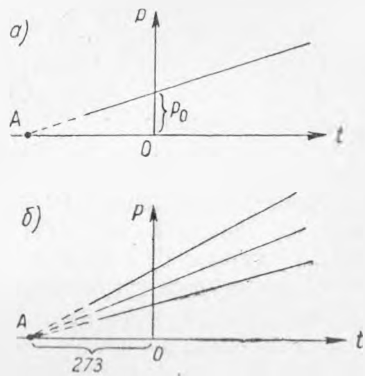
$$\Delta V = V_0 \alpha t. \tag{5a}$$

(4a) формуладан, идеал газнинг (ҳажми ўзгармас бўлганда) температураси 1°C ортса, унинг босими 0°C даги босимининг $^1/_{273}$ қисмича ортади, деган хулоса келиб чиқади.

Шунингдек, (5a) формулага асосан, идеал газнинг босими ўзгармас бўлганда, температураси 1°C ортса, унинг ҳажми 0°C даги ҳажмининг $^1/_{273}$ қисмича ортади, деган хулосага келамиз.

Газнинг ҳажми ўзгармас бўлганда, унинг босими билан температураси орасидаги боғланиш график усулда, ординаталар ўқини

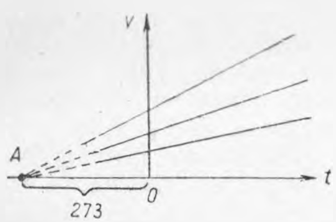
p_0 нинг қийматини кўрсатувчи нуқтада кесиб ўтувчи тўғри чизиқ билан тасвирланади (111-*а* расм). Шу чизиқ *изохора* дейилади ва бу ном чизиқнинг ҳажм ўзгармас бўлган ҳолга тегишли эканини кўрсатади. Газнинг турли массалари учун p_0 нинг қийматлари турлича бўлади ва бу ҳолда изохоралар ординаталар ўқини турли баландликларда кесиб ўтувчи тўғри чизиқлар оиласи билан тасвирланади (111-*б* расм); бироқ, (4) формулага p_0 нинг ихтиёрий қийматлари учун $t = -\frac{1}{\alpha}$ бўлганда $p_t = 0$ бўлади. Шунинг учун юқоридаги тўғри чизиқларнинг ҳаммаси абсциссалар ўқини $t = -\frac{1}{\alpha} \cong -273°C$ ни тасвирловчи биргина A нуқтада кесиб ўтади.



111-расм. *а*) газ босими p нинг температурага боғланиши тўғри чизиқ билан тасвирланади (изохора); *б*) исталган миқдор газга тегишли бўлган изохораларнинг ҳаммаси абсцисса ўқини битта A нуқтада кесади.

Худди шунга ўхшаш, газнинг босими ўзгармас бўлганда унинг ҳажми билан температураси орасидаги боғланиш ординаталар ўқини V_0 нинг қийматини кўрсатувчи нуқтада кесиб ўтувчи тўғри чизиқ (*изобара*) билан тасвирланади.

Газнинг турли массалари учун ординаталар ўқини турли баландликларда кесиб ўтувчи тўғри чизиқлар оиласи ҳосил бўлади. Бу чизиқлар абсциссалар ўқининг $t = -\frac{1}{\alpha} \cong -273°C$ ни тасвирловчи биргина A нуқтасида кесишади (112-расм).



112-расм. Исталган миқдор газлар учун газ ҳажми V нинг температура t га боғланишини тасвирловчи тўғри чизиқларнинг ҳаммаси абсциссалар ўқини битта A нуқтада кесади.

111-*б* ва 112-расмлардан кўринадики, агар координаталар боши A нуқтага кўчирилса, газнинг босими ёки ҳажми билан температураси орасидаги боғланишнинг ифодаси соддалашади. Температуранинг янги шкаласини киритайлик (бу шкаладаги температурани T билан белгилаймиз), бу шкала градусининг катталиги Цельсий шкаласиникидек бўлсин, лекин унинг ноли $-273°C$ га тўғри келсин. У ҳолда:

$$T = t + 273°^{1}, \tag{7}$$

бундан:

$$t = T - 273° = T - \frac{1}{\alpha}$$

ва (4) га асосан:

$$p_T = p_0 \left[1 + \alpha\left(T - \frac{1}{\alpha}\right)\right],$$

яъни:

$$p_T = p_0 \alpha T. \tag{8}$$

Худди шунингдек:

$$V_T = V_0 \alpha T. \tag{9}$$

Температураларнинг бу шкаласи *Кельвин шкаласи* деб юритилади (бу шкалада градус °К билан белгиланади). (8) дан газнинг ҳажми ўзгармас бўлганда унинг босими Кельвин шкаласида ўлчанган температурага тўғри пропорционал эканлиги келиб чиқади. Шунингдек, (9) дан газнинг босими ўзгармас бўлгандаги унинг ҳажми Кельвин шкаласида ўлчанган температурага тўғри пропорционалдир. Температура $T = 0$ бўлганда, (8) ва (9) тенгликлардан $p = 0$ ва $V = 0$ бўлиб қолиши келиб чиқади; бироқ, ҳақиқатда модданинг ҳажми ҳеч қачон нолга тенг бўлмайди. Бундай бемаъни хулоса Гей-Люссак қонунларини жуда ҳам паст температуралардаги газларга ноўрин татбиқ этиш натижасида келиб чиқди; ҳар қандай реал газ $t = -273°C$ температурагача совишдан олдиноқ суюқликка айланади ва қотиб қолади. Шунга қарамасдан, Кельвин шкаласи ва ноль температуранинг бу шкаладаги қиймати маълум бир физик маънога эга эканлигини биз кейинроқ кўрамиз. Шунинг учун Кельвин шкаласини кўпинча *абсолют шкала* дейилади. Кельвин шкаласидаги нолни эса (Цельсий шкаласининг $-273{,}13°$ ига мос келади) *температураларнинг абсолют ноли* дейилади.

§ 45. Идеал газларнинг ҳолат тенгламаси. Газларнинг зичлиги. Маълум m массага эга бўлган газ олайлик, унинг ҳажми V_1, босими p_1 ва температураси T_1 бўлсин. Иккинчи бир ҳолатда газнинг худди шу массаси V_2 ҳажм, p_2 босим ва T_2 температурага эга бўлсин. Бойль—Мариотт ва Гей-Люссак қонунларига асосланиб, V_1, p_1, T_1 ва V_2, p_2, T_2 орасидаги боғланишни топайлик.

Бунинг учун V_1, p_1, T_1 ҳолатдаги газни дастлаб ўзгармас p_1 босимда T_2 температурагача қиздирамиз. У ҳолда газнинг ҳажми V' бўлади, шу билан бирга, § 44 даги (9) формулага асосан:

$$V' = V_1 \frac{T_2}{T_1}. \tag{1}$$

---

[1] Аниқроғи, $T = t + 273{,}13°$.

Газ бу қиздиришдан кейин V' ҳажм, p_1 босим ва T_2 температура билан характерланувчи ҳолатга ўтади, шу сабабли, газни охирги V_2, p_2, T_2 ҳолатга ўтказиш учун унинг ҳажмини изотермик равишда ўзгартириш керак. Бу ўзгариш Бойль—Мариотт қонунига бўйсунгани учун:

$$p_1V' = p_2V_2.$$

Бунга V' нинг (1) тенгликдаги қийматини қўйсак:

$$p_1V_1\frac{T_2}{T_1} = p_2V_2 \text{ ёки } \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2},$$

демак, маълум m массага эга бўлган газнинг ҳолати ўзгарганда $\frac{pV}{T}$ катталик ўзгармай қолар экан:

$$\frac{pV}{T} = B. \qquad (2)$$

(2) тенгламани Петербург алоқа йўллари институтида узоқ вақт профессор бўлиб ишлаган француз инженери Клапейрон топган (1834 йил). Бу тенгламадаги доимий B катталикнинг сон қиймати олинган газнинг миқдорига ва p, V ҳамда T ларнинг қандай бирликларда ўлчанишига боғлиқдир.

Авогадро топган қонунга асосан, *бирдай босим ва бирдай температураларда турли газларнинг грамм-молекулалари бирдай ҳажмларни эгаллайди.* $t = 0°C$ ва $p = 1$ *ат* бўлганда ҳар қандай газнинг бир грамм-молекуласи 22,41 *л* ҳажмни эгаллайди.

Бундан, агар (2) тенгликни ихтиёрий миқдорда олинган газларга эмас, *бир моль газга татбиқ этсак, доимий B нинг қиймати ҳамма газлар учун бирдай бўлади.*

Ҳамма газлар учун умумий бўлган бу доимийни R ҳарфи билан белгиланади ва *газ доимийси* деб юритилади. (2) формулага V ҳажм ўрнига *моляр ҳажм* V_0 ни (яъни бир моль газнинг ҳажмини) киритсак, қуйидаги тенглама келиб чиқади:

$$pV_0 = RT. \qquad (3)$$

Моляр ҳажм V_0 нинг ўлчамлиги L^3/*моль* бўлиб, у *л/моль* ёки *см*^{3}/*моль* бирликларда ўлчанади; (3) формула газларнинг ҳолат тенгламасидир. (3) тенглик фақат идеал газ учунгина аниқ бажарилади, реал газлар учун бу тенглик ҳам уни чиқаришда қўлланилган Бойль—Мариотт ва Гей-Люссак қонунлари каби тақрибийдир.

Шунинг учун бу тенглама идеал газларнинг ҳолат тенгламасидир.

(3) тенглама (2) тенгламанинг умумлаштирилган кўринишидан иборат бўлиб, уни Д. И. Менделеев топган. Менделеев биринчи

марта 1874 йилда Рус физика-химия жамиятининг йиғилишида бу тенглама тўғрисида ахборот берган ва 1875 йилда уни матбуотда эълон қилган. Шу сабабли биз (3) формулани Менделеев—Клапейрон формуласи деб атаймиз.

R нинг сон қийматини аниқлаш учун $t = 0°C$, яъни $T = 273°K$ ва $p = 1$ *ат* бўлганда бир моль газнинг ҳажми $V_0 = 22{,}4$ *л/моль* бўлишидан фойдаланамиз, бундан:

$$R = \frac{pV}{T} = \frac{1 \cdot 22{,}4}{273}\ л \cdot ат/град\ моль = 0{,}082\ л \cdot ат/град\ моль. \quad (4)$$

Босим p ни *бар* да ва моляр ҳажм V_0 ни *см*^{3}*/моль* да ифодалаб, R нинг CGS-системадаги қийматини оламиз:

$$R = \frac{1033 \cdot 981 \cdot 22{,}4 \cdot 10^3}{273}\ бар\ см^3/град\ моль =$$

$$= 8{,}31 \cdot 10^7\ эрг/град\ моль. \quad (4\,а)^1$$

Газ доимийси ўлчов бирлиги номининг *эрг/град моль* бўлиши *бар=дина/см*^{2} ва *бар см*^{3}*=дина см=эрг* бўлганлигидан келиб чиқади.

Фақат бир моль газ учун тўғри бўлган (3) формулани газнинг исталган массаси учун ҳам умумлаштириш осон. Бунинг учун газнинг молекуляр оғирлигини μ билан белгилаймиз; у ҳолда, агар муайян босим ва температурада бир моль газ V_0 ҳажмни эгалласа, m грамм газ худди ўша босим ва температурада $V = \frac{m}{\mu} V_0$ ҳажмни эгаллайди. Бундан, муайян босим ва температурадаги m грамм газ учун pV/T ифода ҳам газ доимийси R дан m/μ марта катта бўлиши келиб чиқади. Лекин, газнинг барча ўзгаришларида pV/T нинг ўзгармай қолишидан, m грамм газ учун:

$$\frac{pV}{T} = \frac{m}{\mu} R,$$

бундан:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT. \quad (5)$$

(5) формула Менделеев—Клапейрон формуласининг умумлаштирилган кўриниши бўлиб, ҳар қандай газнинг ихтиёрий m грамм массаси учун тўғридир; шунинг билан бирга, доимий R ҳамма газлар учун умумий бўлади ва у (4) ва (4а) ифодалардан топиладиган сон қийматга эга.

(5) формула муайян миқдордаги газни характерловчи m, p, V ва T тўрт катталикни ўзаро боғлайди. Бу катталиклардан учта-

---

[1] Аниқроғи: $R = 8{,}313 \cdot 10^7$ *эрг/град моль* $= 0{,}08204$ *л·ат/град·моль*.

сини билган ҳолда, тўртинчисини (5) формуладан аниқлай оламиз.

Газнинг зичлиги (5) формуладан бевосита аниқланади:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}. \tag{6}$$

Демак, газнинг зичлиги унинг молекуляр оғирлигига ва босимига тўғри пропорционал, абсолют температурасига тескари пропорционалдир.

Газлар учун кўпинча *нисбий зичлик* тушунчасидан фойдаланилади. Нисбий зичлик деганда, берилган газнинг бирор босим ва температурадаги ρ зичлигининг, бошқа бирор стандарт газ деб олинган газнинг ўша босим ва температурадаги ρ_0 зичлигига нисбати тушунилади. У ҳолда қуйидагига эга бўламиз:

$$\rho = \frac{p\mu}{RT}, \quad \rho_0 = \frac{p\mu_0}{RT},$$

бундан нисбий зичлик:

$$\rho' = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\mu}{\mu_0}. \tag{7}$$

Нисбий зичликни водородга нисбатан (унинг учун тақрибан $\mu_0 = 2$) олиш қабул қилинган. Бу ҳолда нисбий зичлик:

$$\rho'_{H_2} = \frac{1}{2}\mu. \tag{7a}$$

Бу формула газларнинг водородга нисбатан нисбий зичликларини ўлчаш йўли билан уларнинг молекуляр оғирликларини топиш имконини беради.

Менделеев—Клапейрон формуласидан фойдаланишга ва газларнинг зичликларини аниқлашга тегишли бўлган бир неча мисолни кўрайлик.

1-мисол. Босим 380 *мм* Hg ва температура 27°С бўлганда 1 *г* азотнинг ($\mu = 28$) ҳажми неча литр бўлади?

Ечилиши. (5) формулага асосан:

$$V = \frac{mRT}{\mu p}.$$

Босимни *мм* Hg лардан атмосфераларга айлантирамиз:

$$p = \frac{380}{760}\,ат = 0{,}5\,ат.$$

Температурани Кельвин шкаласига ўтказамиз:

$$T = t + 273° = 300°$$

ва газ доимийсининг қуйидаги қийматидан фойдаланамиз:

$$R = 0{,}082\ л\cdot ат/град\cdot моль,$$

у ҳолда:

$$V = \frac{1\cdot 0{,}082\cdot 300}{28\cdot 0{,}5}\,л = 1{,}75\,л.$$

2-мисол. Водороднинг ($\mu = 2$) 0°C ва 1 *ат* босимдаги зичлиги қандай?
Ечилиши. (6) формулага асосан:

$$\rho = \frac{p\mu}{RT}.$$

Бу ифоданинг ўнг томонидаги ҳамма катталикларни *CGS*-системада, яъни μ ни *г/моль* ларда, p ни *бар* ларда, R ни *эрг/град·моль* ларда, T ни Кельвин градусларида олсак, ρ эса *г/см*^{3} ларда келиб чиқади.

Агар қуйидаги аралаш системадан фойдалансак: R ни *л·ат/град·моль* ларда, μ ни *г/моль* ларда, p ни атмосфераларда, T ни Кельвин градусларида олсак, ρ эса *г/л* ларда келиб чиқади, яъни зичлик бирлиги қилиб 1 *г* массаси 1 *л* ҳажмни эгаллайдиган жисмнинг зичлиги олинган системадаги зичлик ҳосил бўлади.

Равшанки, зичликнинг *г/л* лардаги қийматидан унинг *г/см*^{3} лардаги қийматига олдингисини 1000 га бўлиш билан ўтилади. Шундай қилиб, бу мисолни икки хил усулда ечиш мумкин:

1) босимни *бар* ларга айлантирамиз: $p = 1$ *ат* $= 1033 \cdot 981$ *бар* $= 1{,}013 \cdot 10^6$ *бар*, натижада:

$$\rho = \frac{2 \cdot 1{,}013 \cdot 10^6}{8{,}31 \cdot 10^7 \cdot 273} \text{ г/см}^3 = 8{,}9 \cdot 10^{-5} \text{ г/см}^3;$$

2) кўрсатилган аралаш системадан фойдаланамиз, у ҳолда:

$$\rho = \frac{2 \cdot 1}{0{,}082 \cdot 273} \text{ г/л} = 8{,}9 \cdot 10^{-2} \text{ г/л} = 8{,}9 \cdot 10^{-5} \text{ г/см}^3.$$

§ 46. Газлар кинетик назариясининг асосий тушунчалари. Нормал шароитда (яъни 0°C да ва 1 *ат* босимда) газларнинг зичлиги суюқликларнинг зичлигидан тахминан 1000 мартача кичик бўлади. Суюқлик молекулалари ўзаро зич жойлашган, демак, газ молекулалари бир-биридан ўз ўлчамларига нисбатан тахминан $\sqrt[3]{1000}$, яъни ўн мартача катта бўлган узоқликда бўлади. Бинобарин, газни бир-биридан анчагина катта масофалар билан ажратилган молекулалар тўплами деб ҳисоблаш мумкин. Молекулалар тартибсиз равишда ҳаракат қиладилар; улар бир-бирлари билан ёки газ солинган идишнинг деворлари билан бўладиган кетма-кет тўқнашувлар орасидаги йўлни эркин босиб ўтадилар. Тўқнашиш пайтидан бошқа вақтларда молекулалар орасидаги ўзаро таъсир кучлари шу қадар кичикки, уларни эътиборга олмаслик мумкин. Молекулаларнинг бир-бири билан ва идиш деворлари билан тўқнашишлари эластик шарларнинг тўқнашиш қонунлари бўйича рўй беради, бу тўқнашишларда энергия йўқотилмайди. Газ эркин ва тартибсиз ҳаракатланувчи эластик молекула—шарчалар тўпламидир деб тасаввур қилишдан иборат бўлган механик модель жуда хам соддалаштирилган модель бўлса-да, у газнинг асосий хоссаларини тушунтиришга имкон беради. Реал газларнинг хоссаларини аниқроқ ҳисобга олиш учун бу модель қандай равишда тараққий қилдирилиши кераклигини кейинчалик кўрамиз. Фақат механик тушунчаларгагина асосланиб, реал газларнинг хоссаларини тўла тушунтириб бериш мумкин эмас. Классик механикани қандай чегараларда татбиқ қилиш мумкинлиги ҳақида § 31 да айтилганларга асосан, биз умуман, қуйидаги саволни қўйишимиз керак: юқорида баён қилинган моделда молекулалар классик механика қонунлари бўйича ҳаракатланувчи зарралардир, деган тасаввурдан қанчалик фойдаланиш мумкин?

§ 31 да келтирилган муносабатга асосан, Δx координатадаги ва тезликнинг Δv_x ташкил этувчисидаги аниқсизликлар қуйидаги тенгсизликни қаноатлантириши керак:

$$\Delta x \cdot \Delta v_x > \frac{h}{m}.$$

Бу муносабатни нормал шароитдаги газда ҳаракатланаётган молекулага татбиқ қиламиз. Текширилаётган газ сифатида молекуласининг массаси $m = 4{,}7 \cdot 10^{-23}$ *г* бўлган азотни оламиз. Биз кейинчалик бу ҳолда молекулалар бошқа молекулалар билан тўқнашгунча ўрта ҳисоб билан 10^{-5} *см* га яқин йўлни босиб ўтишини ва уларнинг тезлиги 400 *м/сек* га яқин бўлишини кўрамиз. Демак, молекулалар ҳаракатининг характери ҳақида сўзлаш учун уларнинг ўрнини ҳеч бўлмаганда $\Delta x \sim 10^{-6}$ *см* аниқлик билан белгилаш имкониятига эга бўлишимиз керак. Бу ҳолда, аниқсизликлар муносабатига кўра, тезликдаги аниқсизлик:

$$\Delta v_x \sim \frac{h}{m} \cdot \frac{1}{\Delta x} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-27}}{4{,}7 \cdot 10^{-23} \cdot 10^{-6}}\ см/сек \simeq 1{,}4 \cdot 10^2\ см/сек,$$

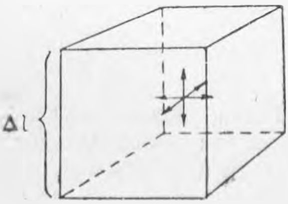
яъни тезликнинг $^1/_3$ % ига яқин бўлади.

Шундай қилиб, талаб қилинаётган аниқликда биз молекулани оддий маънодаги зарра деб ҳисоблашимиз мумкин. Молекулалар бир бирига анча яқин бўладиган жуда катта босимларда (Δx нинг қийматини кичикроқ қилиб олиш керак) ёки молекулаларнинг тезлиги жуда кичик буладиган жуда паст температураларда бундай деб ҳисоблаш хато бўлади.

Газни эркин ҳаракатланувчи зарраларнинг тўплами деб ҳисоблашдан иборат бўлган модель дастлаб, газларнинг берилган ҳажмни тўла эгаллаш хоссасини ва, шунингдек, бир-бирининг ичига кириш (диффузияланиш) хоссасини бевосита тушунишга имкон беради. Молекулаларнинг газ эгаллаган идишнинг деворларига урилишлари газнинг шу деворларга берадиган босимини вужудга келтиради.

Газнинг идиш деворларига берадиган босими алоҳида молекулаларнинг урилишидан келиб чиқади деб тушунтириш дастлаб петербурглик академик Даниил Бернулли томонидан 1738 йилда таклиф қилинган эди. 1744—1748 йилларда М. В. Ломоносов модда тузилишининг атом-молекуляр назариясини кенг ишлаб чиқди, биринчи бўлиб иссиқликнинг молекуляр-кинетик назарияси тўғри эканлигини исбот қилди ва шу нуқтаи назардан бир қанча ҳодисаларни тушунтириб берди. Бундан кейин газларнинг молекуляр-кинетик назарияси фақат XIX асрнинг иккинчи ярмида бир қатор физиклар, асосан, Клаузиус, Больцман ва Максвелл томонидан ривожлантирилди.

Молекулаларнинг идиш деворларига урилиши натижасида вужудга келадиган босимни ҳисоблаймиз. Қирраларининг узунлиги Δl бўлган ва ичида тартибсиз равишда n дона молекула ҳаракатланаётган куб шаклидаги идишни кўз олдимизга келтирайлик (113-расм). Молекулаларнинг ўз ўлчамларини назарга олмаймиз. Молекулаларнинг ҳаракати бутунлай тартибсиз бўлгани учун, уларнинг идиш деворларига бераётган таъсири гўё ҳамма молекулаларнинг $^1/_3$ қисми кубнинг олдинги ва орқа томондаги деворлари орасида, $^1/_3$ қисми юқори ва пастки деворлари орасида ва $^1/_3$ қисми ўнг ва чап деворлари орасида тўғри чизиқли ҳаракат қилаётгандагидек бўлади. Деворлардан бирига, масалан, олдинги деворга тик йўналишда v тезлик билан келаётган айрим бир молекула деворга урилгач, орқага қайтади. Бунинг натижасида молекуланинг ҳаракат миқдори $m \cdot v - m(-v) = 2mv$ катталикка ўзгаради (m — молекуланинг массаси); ҳаракат миқдорининг бу ўзгариши урилиш вақтида девор томонидан молекулага таъсир қилган кучнинг импульсини аниқлайди:



113-расм. Кубик идиш ичидаги молекула ҳаракатини соддалаштириб тасвирлаш.

$$\Delta f \cdot \delta t = 2mv,$$

бунда Δf — урилиш кучи ва δt — урилиш вақти. Ньютоннинг учинчи қонунига кўра, сон жиҳатдан Δf га тенг бўлган куч деворга таъсир қилади. Молекула деворга урилиб қайтгач, қарама-қарши томондаги деворга қараб учиб кетади ва ўз навбатида ундан ҳам қайтиб, бирор Δt вақтдан сўнг яна биринчи деворга урилади. Молекуланинг икки кетма-кет урилиши орасидаги вақтда деворга таъсир қилувчи *ўртача куч* $\overline{\Delta f}$ ни аниқлаш учун бу кучнинг $\overline{\Delta f} \cdot \Delta t$ импульси урилиш вақти δt да таъсир қилган Δf кучнинг импульсига тенг эканидан фойдаланамиз:

$$\overline{\Delta f} \cdot \Delta t = 2mv. \qquad (1)$$

Δt — молекула кубнинг олдинги деворидан қайтиб, унинг орқа деворига бориши ва яна олдинги деворга келишигача кетган вақтдир, бундан:

$$\Delta t = \frac{2 \cdot \Delta l}{v}.$$

Δt нинг бу қийматини (1) га қўйиб, қуйидаги ифодани оламиз:

$$\Delta \bar{f} = \frac{mv^2}{\Delta l}.$$

Бу—биргина молекулага тегишли урилиш кучининг вақт бўйича ўртача қийматидир. Турли молекулалар турлича v_1, v_2, v_3, ... тезликлар билан ҳаракатланади. Шунинг учун молекулаларнинг олдинги деворга таъсир этувчи йиғинди урилиш кучи:

$$\bar{f} = \frac{mv_1^2}{\Delta l} + \frac{mv_2^2}{\Delta l} + \frac{mv_3^2}{\Delta l} + \ldots + \frac{mv_{n'}^2}{\Delta l},$$

бунда n' — олдинги ва орқа деворлар орасида ҳаракатланувчи молекулаларнинг сони. Ўзгармас катталик $m/\Delta l$ ни қавсдан ташқарига чиқариб, тенгликнинг ўнг томонини n' га бўлиб ва кўпайтириб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\bar{f} = \frac{n' \cdot m}{\Delta l} \cdot \frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \ldots + v_{n'}^2}{n'}.$$

Бу ердаги:

$$\frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \ldots + v_{n'}^2}{n'} = \overline{v^2}$$

молекулалар тезликлари квадратларининг ўртача қийматидир, ёки, бошқача қилиб айтганда, *ўртача квадратик тезликнинг квадратидир*. Шунинг учун:

$$\bar{f} = \frac{n' \cdot m}{\Delta l} \overline{v^2}.$$

Олдинги ва орқа томондаги деворлар орасида ҳаракатланувчи молекулаларнинг сони барча молекулалар сони n нинг $^1/_3$ қисмини ташкил этишини юқорида кўрсатиб ўтган эдик, шунинг учун:

$$\bar{f} = \frac{1}{3} \cdot \frac{n}{\Delta l} \cdot m\overline{v^2}.$$

Бу тенгликнинг ўнг ва чап томонларини Δl^2 га бўлиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\frac{\bar{f}}{\Delta l^2} = \frac{1}{3} \frac{n}{\Delta l^3} m\overline{v^2}, \qquad (2)$$

лекин Δl^2 — куб деворининг юзидир, бинобарин, $\bar{f}/\Delta l^2$ — деворга берилаётган p босимни ифодалайди; Δl^3 эса кубнинг ҳажми бўлгани учун, $n/\Delta l^3$ — ҳажм бирлигидаги молекулалар сони n_0 га тенг бўлади; ниҳоят, (2) тенглик қуйидаги кўринишни олади:

$$p = \frac{1}{3} n_0 \cdot m\overline{v^2}. \qquad (3)$$

Шундай қилиб, газ томонидан идишнинг деворларига бериладиган p босим ҳажм бирлигидаги молекулалар сони n_0 билан, молекуланинг массаси m билан ва уларнинг тезликлари квадратининг ўртача қиймати $\overline{v^2}$ билан аниқланар экан. (3) формуланинг ўнг томонини 2 га кўпайтириб ва бўлиб, унга бошқача кўриниш бериш мумкин:

$$p = \frac{2}{3} n_0 \left(\frac{m\overline{v^2}}{2} \right), \tag{4}$$

лекин:

$$\frac{m\overline{v^2}}{2} = \overline{w}$$

бир молекуланинг илгариланма ҳаракатдаги ўртача кинетик энергиясидир, бундан:

$$p = \frac{2}{3} n_0 \overline{w}, \tag{4a}$$

яъни газнинг босими газ молекулалари илгариланма ҳаракатининг ўртача кинетик энергияси орқали ҳам ифодаланиши мумкин.

(3) ёки унга эквивалент бўлган (4a) формула *газлар кинетик назариясининг асосий формуласи* дейилади.

(4 a) формуланинг ўнг ва чап томонларини бир моль газнинг ҳажми V_0 га кўпайтирамиз:

$$pV_0 = \frac{2}{3} n_0 V_0 \overline{w},$$

лекин $n_0 V_0$ — моляр ҳажм V_0 даги молекулалар сони, яъни бир моль газдаги молекулалар сонидир; бу сон Авогадро сонига тенгдир: $n_0 V_0 = N$; бундан:

$$pV_0 = \frac{2}{3} N \cdot \overline{w},$$

аммо $pV_0 = RT$, бунда T — газнинг Кельвин шкаласидаги температураси ва R — газ доимийси, шунинг учун:

$$pV_0 = \frac{2}{3} N \overline{w} = RT. \tag{5}$$

Бу (5) формула молекулалар илгариланма ҳаракатининг ўртача $\overline{w}$ кинетик энергиясини ва газни характерловчи макроскопик катталикларни: унинг босими, ҳажми ва температурасини бевосита боғлайди. (5) формуладан:

$$\overline{w} = \frac{m\overline{v^2}}{2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N} T; \tag{6}$$

R ва N ўзгармас катталиклар бўлгани учун:

$$k = \frac{R}{N} \tag{7}$$

ҳам ўзгармас катталик бўлади: у *Больцман доимийси* деб юритилади.

Больцман доимийсининг сон қиймати қуйидагича:

$$k = \frac{8{,}31 \cdot 10^7}{6{,}02 \cdot 10^{23}} \text{ } эрг/град = 1{,}38 \cdot 10^{-16} \text{ } эрг/град.$$

Больцман доимийсини (6) формулага қўйиб, қуйидаги ифодани оламиз:

$$\overline{w} = \frac{3}{2} k T. \tag{6a}$$

(6) ва (6а) формулалар *молекулалар илгариланма ҳаракатининг ўртача кинетик энергияси фақат температурага боғлиқлигини кўрсатади; у абсолют температура T га тўғри пропорционалдир.*

Шу тариқа, температураларнинг абсолют шкаласи (Кельвин шкаласи) бевосита физик маънога эга бўлиб қолади. Абсолют ноль температурада, (6а) формулага кўра, молекулаларнинг илгариланма ҳаракати бутунлай тўхтаб қолади. Бироқ абсолют ноль температурада ҳам молекулалар ва атомларнинг ичидаги баъзи тур ҳаракатлар сақланади. Шундай қилиб, абсолют ноль температурада ҳам материянинг ички ҳаракати умуман тўхтамайди. Кейинчалик биз кўрамизки, абсолют нолга эришиш амалда мумкин эмас.

Бу келтирилган хулосалар бизга фақат молекулалар илгариланма ҳаракатининг ўртача кинетик энергиясинигина эмас, балки газнинг молекуляр-кинетик табиатини характерловчи қатор бошқа катталикларни ҳам аниқлашга имкон беради.

(6) формуладан молекулалар тезлиги квадратининг ўртача қиймати учун қуйидаги формулани оламиз:

$$\overline{v^2} = \frac{3RT}{mN},$$

m — бир молекуланинг массаси, N — бир молдаги молекулалар сони бўлганлиги учун mN моляр оғирлик μ бўлади. Натижада *молекулалар илгариланма ҳаракатининг ўртача квадратик тезлиги* учун қуйидаги ифодани оламиз:

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}, \tag{8}$$

яъни газ молекулалари илгариланма ҳаракатининг ўртача квадратик тезлиги газ абсолют температурасининг квадрат илдизига тўғри пропорционал ва газ моляр оғирлигининг квадрат илдизига тескари пропорционалдир.

(4а) формулага асосан, ҳажм бирлигидаги молекулалар сони:

$$n_0 = \frac{3}{2} \frac{p}{\overline{w}},$$

бу ерга $\overline{w}$ нинг (6а) даги қийматини қўйиб, қуйидагини топамиз:

$$n_0 = \frac{p}{kT}. \qquad (9)$$

(9) формуладан бирдай босим ва бирдай температурада ҳамма газларнинг ҳажм бирлигидаги молекулалар сони бирдай бўлиши келиб чиқади (бу натижа Авогадро қонунидан ҳам бевосита келиб чиқади). Нормал шароитда, яъни $p = 1$ *ат* ва $T = 273°$К бўлганда, ҳар қандай газнинг 1 *см*^{3} ҳажмидаги молекулалар сони:

$$n_0 = 2{,}683 \cdot 10^{19} \ см^{-3};$$

бу сон *Лошмит сони* деб юритилади.

Газлар молекуляр-кинетик назариясини характерловчи сон катталикларнинг тартиблари билан танишиш учун, сонли мисоллардан бир нечтасини кўрайлик.

1- мисол. Температура 27°С бўлганда идиш деворига берилаётган босим 1 *бар* бўлиши учун ҳажм бирлигида газнинг нечта молекуласи бўлиши керак?

Ечилиши. (9) формулага мувофиқ:

$$n_0 = \frac{p}{kT} = \frac{1}{1{,}38 \cdot 10^{-16} \cdot 300} \ см^{-3} = 2{,}42 \cdot 10^{13} \ см^{-3},$$

яъни 1 *см*^{3} ҳажмда $2{,}42 \cdot 10^{13}$ дона молекула бўлиши керак.

2- мисол. а) $t = 1000°$ С, б) $t = 0°$С ва в) $t = -270°$С бўлганда азот ($\mu = 28$) молекулаларининг ўртача квадратик тезлиги топилсин.

Ечилиши. а) (8) формулага $R = 8{,}31 \cdot 10^7$ *эрг/град·моль*, $\mu = 28$ *г/моль* ва $T = 1273°$К ни қўйиб, қуйидаги натижага эга бўламиз:

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8{,}31 \cdot 10^7 \cdot 1273}{28}} \ см/сек = 1{,}06 \cdot 10^5 \ см/сек = 1060 \ м/сек.$$

Қолган икки ҳол учун ҳам шу йўл билан аниқлаймиз; б) $\sqrt{\overline{v^2}} = 493$ *м/сек* в) $\sqrt{\overline{v^2}} = 51$ *м/сек*. Демак, температура жуда ҳам паст бўлмаганда, газ молекулаларининг тезлиги ғоят катта бўлар экан. Уй температураси шароитида эса молекулаларнинг тезлиги милтиқ ўқининг тезлигига етади.

3- мисол. а) $t = 1000°$С, б) $t = 0°$С, в) $t = -270°$С температурада газ молекулалари илгариланма ҳаракатининг *эрг* ларда ҳисобланган ўртача кинетик энергияси қанча бўлади?

Ечилиши. а) $t = 1000°$С бўлганда, яъни $T = 1273°$К бўлганда, (6а) формулага асосан қуйидаги натижани оламиз:

$$\overline{w} = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} 1{,}38 \cdot 10^{-16} \cdot 1273 \ эрг = 2{,}63 \cdot 10^{-13} \ эрг;$$

бошқа ҳоллар учун ҳам шундай йўл билан топамиз; б) $\overline{w} = 5{,}65 \cdot 10^{-14}$ *эрг* ва в) $\overline{w} = 6{,}21 \cdot 10^{-16}$ *эрг*. Демак, тезликлар ниҳоятда катта бўлишига қарамай, айрим молекулаларнинг ўртача кинетик энергияси, ҳатто 1000°С температурада ҳам жуда кичик бўлар экан. Айрим молекуланинг массаси жуда ҳам кичик бўлганлигидан натижа шундай бўлади.

§ 47. Газ аралашмаларидаги парциал босимлар. Газлар кинетик назариясининг асосий формуласига асосан [§ 46 даги (4а) формула], газнинг босими:

$$p = \frac{2}{3} n_0 \overline{w}, \tag{1}$$

бунда n_0— ҳажм бирлигидаги молекулалар сони ва $\overline{w}$ — молекулаларнинг берилган T температурадаги ўртача кинетик энергияси. Шу билан бирга ҳамма молекулаларнинг берилган T температурадаги ўртача кинетик энергиялари $\overline{w}$ бирдай бўлгани туфайли (1) формула молекулаларнинг турига боғлиқ бўлмайди.

Биз текшираётган газ бир жинсли эмас, балки турли газларнинг аралашмасидан иборат, деб фараз қилайлик ва ҳажм бирлигидаги биринчи газ молекулаларининг сони n_{01}, иккинчи газ молекулаларининг сони n_{02}, учинчи газ молекулаларининг сони n_{03} ва ҳоказо бўлсин.

У ҳолда ҳажм бирлигидаги ҳамма молекулаларнинг n_0 сони:

$$n_0 = n_{01} + n_{02} + n_{03} + \dots$$

бўлади ва (1) формулага асосан газ аралашмасининг идиш деворига бераётган босими:

$$p = \frac{2}{3} n_{01} \overline{w} + \frac{2}{3} n_{02} \overline{w} + \frac{2}{3} n_{03} \overline{w} + \dots \tag{2}$$

бўлади. Лекин равшанки, агар ана шу идишда фақат биринчи газнинг аралашмадаги миқдоригина бўлса эди, унинг босими:

$$p_1 = \frac{2}{3} n_{01} \overline{w}$$

бўлар эди. Худди шу каби, агар идишда фақат иккинчи газнинг аралашмадаги миқдоригина бўлса эди, унинг босими:

$$p_2 = \frac{2}{3} n_{02} \overline{w}$$

бўлар эди ва ҳоказо.

p_1, p_2, p_3 ва ҳоказо босимлар *парциал босимлар* дейилади. (2) формулага асосан:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots\ . \tag{3}$$

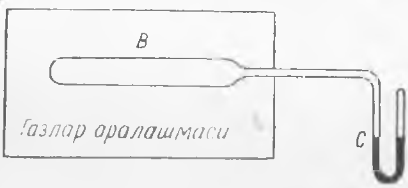
Бу (3) формула Дальтон қонуни деб юритиладиган қонуннинг ифодасидир: *идеал газларда парциал босимларнинг йиғиндиси бутун газ аралашмасининг босимига тенг бўлади.*

Дальтон қонунидан қуйидаги хулоса келиб чиқади: агар бирдай p босимга эга бўлган турли идеал газлар айрим-айрим V_1, V_2,

V_3, ... ҳажмларни эгаллаган бўлса, уларни ажратиб турувчи тўсиқлар олиб ташлангандан кейин, диффузия натижасида бу газлар бутунлай аралашиб кетади ҳамда умумий босим p лигича қолади; бошқача айтганда: идеал газлар ўзгармас босимда аралаштирилса, натижавий ҳажм ўзгармайди, яъни газларнинг ҳажмлари аддитив равишда қўшилади.

Бу кейинги хулоса тажрибада бевосита текшириб кўрилиши мумкин. Газ аралашмасидаги парциал босимларни бевосита ўлчаш эса қийин ишдир. Агар биргина газни ўтказиб, бошқа газларни ўтказмайдиган тўсиқ (*ярим ўтказувчан тўсиқ*) бор бўлса, парциал босимни ўлчаш мумкин бўлади. Масалан, қиздирилган платина пластинка водородни яхши ўтказиб, бошқа газларни ёмон ўтказади. Ярим ўтказувчан тўсиқдан ўтувчи газ тўсиқнинг ҳар икки томонидаги ўз парциал босимларини тенглаштиради.

Платинадан ясалган епиқ B идишни кўз олдимизга келтирайлик (114-расм); бу идиш олдин бўшатилган, сўнг қиздирилган бўлсин. B идиш водороднинг водородга нисбатан химиявий актив бўлмаган бошқа бирор газ (масалан, аргон) билан аралашмаси муҳитида жойлашган бўлсин. У ҳолда водород идишнинг деворларига ҳар икки томондан берилаётган босим тенглашгунча қиздирилган B платина идишнинг ичига киришда давом этади. Бу ҳол эса B идиш ичидаги водороднинг босими ташқаридаги, газлар аралашмасидаги водороднинг парциал босимига тенглашганда юз беради. Шундай қилиб, водороднинг парциал босимини C манометр ёрдамида бевосита ўлчаш мумкин бўлади.



114-расм. Водороднинг парциал босимини аниқлаш тажрибасининг схемаси.

Тажриба бирмунча бошқачароқ кўринишда ҳам ўтказилиши мумкин. Дастлаб B идишни ҳам, уни ўраб турган фазони ҳам бирдай p_0 босимга эга бўлган маълум бир газ, масалан, аргон билан тўлдирамиз. Сўнгра ташқаридаги аргонни аргон билан водороднинг аралашмасига алмаштирамиз. Бунда аралашманинг босими ҳам p_0, водороднинг бу аралашмадаги парциал босими эса p_1 бўлсин. Шундан сўнг B идишнинг деворларини қиздирсак, аргон идиш ич дан ташқарига чиқа олмагани ҳолда водород B идишнинг ичига кира бошлайди. Натижада, B идишнинг ичидаги ва ташқарисидаги газ аралашмалари орасида босим фарқи вужудга келади. Идишдаги турғунлашган босим $p_0 + p_1$ га тенг бўлиб қолади, яъни p_0 босимдан p_1 қадар катта бўлади. Мана шу „қўшимча“ p_1 босим водороднинг аралашмадаги парциал босимини кўрсатади.

Реал газларда ва буғларда Дальтон қонунидан бирмунча четланиш кузатилади. Буни Б. Б. Голицин 1890 йилда мукаммал текширган.

§ 48. Газнинг ички энергияси. Эркинлик даражаси. § 46 да газларнинг молекуляр-кинетик назарияси жуда муҳим хулосага олиб келиши кўрсатиб ўтилган эди: газ молекулалари тартибсиз ҳаракатланиб туради, бунда молекула илгариланма ҳаракатининг T температурадаги ўртача $\overline{w}$ кинетик энергияси:

$$\overline{w} = \frac{3}{2}\left(\frac{R}{N}\right)T = \frac{3}{2}\,kT \tag{1}$$

бўлади; бу ифодада R — газ доимийси, N — Авогадро сони $k = \frac{R}{N}$ — Больцман доимийси. Демак, молекулалар илгариланма ҳаракатининг ўртача кинетик энергияси фақатгина газнинг температураси T билан аниқланади, чунки (1) ифодадаги бошқа катталиклар ўзгармасдир. *Газни иситганда ёки совитганда, яъни унга бирор миқдор иссиқлик берилганда ёки ундан олинганда газ молекулаларининг ҳаракат энергияси ўзгаради.*

Идеал газнинг *ички энергияси* барча молекулаларнинг тартибсиз ҳаракати кинетик энергияси билан белгиланади. Биз кейинчалик реал газлар учун молекулаларнинг ўзаро таъсир потенциал энергиясини ҳам ҳисобга олиш зарурлигини кўрамиз, шу тариқа, реал газларнинг ички энергияси молекулаларнинг кинетик энергияси билан уларнинг потенциал энергиясининг йиғиндисига тенг бўлади.

Молекулаларнинг ҳаракат кинетик энергияси, умуман айтганда, *уларнинг илгариланма ҳаракат кинетик энергияларидангина иборат эмас: у молекулаларнинг айланиш ва тебраниш кинетик энергияларининг йиғиндисидан иборат бўлиши ҳам мумкин.*

Молекулаларнинг барча тур ҳаракатларига тўғри келадиган энергияни ҳисоблаш учун *эркинлик даражаси* деган тушунчани киритиш керак бўлади.

Жисмнинг фазодаги вазиятини аниқлаш учун зарур бўлган эркли координаталарнинг сонига жисмнинг эркинлик даражаси дейилади. Чунончи, *моддий нуқтанинг эркинлик даражаси учга тенг,* чунки унинг фазодаги вазияти, учта координата билан, масалан, тўғри бурчакли тўғри чизиқли координаталар системасида x, y, z координаталар билан аниқланади.

Қаттиқ жисмнинг (115-расм) вазияти аниқ бўлиши учун: 1) оғирлик маркази C нинг фазодаги вазияти, 2) маълум бир OO' ўқнинг йўналиши ва 3) қаттиқ жисмнинг мана шу ўқда бирор бошланғич вазиятга нисбатан бурилиш бурчаги берилган бўлиши керак. Оғирлик марказининг вазиятини аниқлаш учун x, y, z учта координата берилиши керак. OO' ўқнинг фазодаги йўналишини аниқлаш учун яна иккита координата, масалан, учта координата ўқидан иккитасининг ўқ билан ташкил қилган θ ва ψ бурчаклари берилиши керак. Ниҳоят, жисмнинг OO' ўқда бурилиш бурчаги яна бир координата (115-расмдаги φ бурчак) билан аниқланади.

115-расм. Қаттиқ жисмнинг эркинлик даражаси олтига тенг.

Шундай қилиб, қаттиқ жисмнинг эркинлик даражаси олтига тенг бўлади.

Агар жисмнинг айрим қисмлари бир-бирига нисбатан силжий оладиган (тебрана оладиган) бўлса, бу ҳаракатларни текшириш учун юқорида кўрсатилганлардан ташқари, қўшимча эркинлик даражалари киритиш керак. Аксинча, агар қаттиқ жисм бирор сабабга кўра (масалан, тўла симметрияси бўлгани учун) маълум бир ўқ атрофида айланмайдиган бўлса, унинг эркинлик даражаси олтидан кичик, аниғи—бешга тенг бўлади.

Айланмасдан, фақат илгариланма ҳаракат қилаётган шарни эркинлик даражаси учга тенг бўлган моддий нуқта деб қараш мумкин.

Газнинг ҳар бир молекуласи маълум эркинлик даражасига эга бўлиб, унинг илгариланма ҳаракатига фақат учта эркинлик даражаси тўғри келади.

Газлар молекуляр-кинетик назариясининг асосида молекулалар ҳаракатининг бутунлай тартибсизлиги тўғрисидаги асосий фараз ётади; молекулалар ҳаракатидаги бундай тартибсизлик фақат илгариланма ҳаракатгагина эмас, балки қолган барча тур ҳаракатларга (айланишга, тебранишга) ҳам хосдир. Ҳаракат турларининг барчаси тенг қийматлидир, шу сабабли *молекуланинг ҳар бир эркинлик даражасига ўртача бирдай миқдорда $\overline{w}$ энергия тўғри келади,* деб ҳисоблаш табиийдир. Бу ҳолат *энергиянинг эркинлик даражалари бўйича бирдай тақсимланиш қонуни* номи билан юритилади. Шу қоидага асосланиб, бир эркинлик даражасига тўғри келадиган ўртача энергия $\overline{w}_0$ ни ҳисоблаш осон. (1) ифодага мувофиқ, молекуланинг учта эркинлик даражасига эга бўлган илгариланма ҳаракатига қуйидаги энергия тўғри келади:

$$\overline{w} = \frac{3}{2} kT,$$

бундан битта эркинлик даражасига тўғри келадиган ўртача энергия:

$$\overline{w}_0 = \frac{1}{2} kT = \frac{1}{2} \left(\frac{R}{N}\right) T. \tag{2}$$

Газни, ҳар бирининг эркинлик даражаси i га тенг бўлган бир хил молекулалар ташкил этади, деб фараз қиламиз; у ҳолда ҳар бир молекулага (унинг барча тур ҳаракатларига) ўртача:

$$\overline{w} = \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} \left(\frac{R}{N}\right) T \qquad (3)$$

энергия тўғри келади.

$\overline{w}$ нинг бу қийматини газни ташкил қилган молекулаларнинг сонига кўпайтирсак, газнинг тўла ички энергия запасини топамиз. Агар $\overline{w}$ ни Авогадро сони N га кўпайтирсак, бир *моль* газнинг ички энергияси U_0 ни топамиз; бундан:

$$U_0 = \frac{i}{2} RT. \qquad (4)$$

Бу (4) формуладан газнинг ички энергияси молекулаларнинг эркинлик даражаси i ва газнинг абсолют температураси T орқали ифодаланишини кўрамиз. Демак, олинган миқдордаги идеал газнинг ички энергияси фақат унинг T температурасига боғлиқ бўлиб, унинг ҳажмига ва, демак, босимига боғлиқ эмас. Юқорида айтиб ўтганимиздек, реал газнинг тўла ички энергияси молекулаларнинг ҳаракат кинетик энергияси ҳамда уларнинг потенциал энергиясининг йиғиндисига тенг бўлиб, газ эгаллаб турган ҳажмга боғлиқ бўлади. Шу билан бирга реал газнинг ички энергияси фақат механик турдаги энергиялардангина иборат эмас (§ 49 га қаранг).

§ 49. Газларнинг иссиқлик сиғими. Ички энергия ҳақидаги тасаввурдан фойдаланиб, газлар иссиқлик сиғимининг ифодасини топишимиз мумкин.

Бирор модда бирлик массасининг температурасини 1° ошириш учун керак бўладиган иссиқлик миқдорига сон жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка шу модданинг *солиштирма иссиқлик сиғими* c дейилади.

Солиштирма иссиқлик сиғими билан бир қаторда, *моляр иссиқлик сиғими* C тушунчасини ҳам киритамиз. Бирор модда бир молнинг температурасини 1° ошириш учун керак бўладиган иссиқлик миқдорига сон жиҳатдан тенг бўлган физик катталикка шу модданинг *моляр* иссиқлик сиғими C дейилади. Моляр иссиқлик сиғим C билан солиштирма иссиқлик сиғим c орасида қуйидаги муносабатнинг мавжудлиги тамомила равшандир:

$$C = \mu c, \qquad (1)$$

бунда μ — олинган модданинг молекуляр оғирлиги.

Газларнинг қандай шароитда қиздирилаётганига эътибор бериш керак. Масалан, газни унинг *ҳажми* V *ни ўзгартмаган ҳолда қиздириш унинг босими* p *ни ўзгартмай* қиздиришдан фарқ қилади.

Газнинг ўзгармас V ҳажмда қиздирилиш ҳолини кўрайлик.

Бу ҳолда ташқи кучларнинг иши нолга тенг ва ташқаридан берилаётган иссиқликнинг ҳаммаси газнинг U ички энергиясини оширишга сарфланади. Бинобарин, газнинг ҳажм ўзгармас бўлгандаги моляр иссиқлик сиғими C_V бир моль газнинг температураси 1° га оширилганда U_0 ички энергиясининг ўзгаришига сон жиҳатдан тенг экан. Бу ўзгариш, § 48 даги (4) формулага кўра:

$$\Delta U_0 = \frac{i}{2} R(T+1) - \frac{i}{2} RT = \frac{i}{2} R$$

бўлгани учун, газнинг ҳажми ўзгармас бўлгандаги моляр иссиқлик сиғими:

$$C_V = \frac{i}{2} R \tag{2}$$

бўлади.

(1) тенгликдан фойдаланиб, солиштирма иссиқлик сиғимининг

$$c_V = \frac{i}{2} \frac{R}{\mu} \tag{2a}$$

ифодасини оламиз.

(2) формуладан газнинг ҳажми ўзгармас бўлгандаги моляр иссиқлик сиғими C_V газ молекулаларининг эркинлик даражаси i ва газ доимийси R нинг қиймати орқали аниқланиши келиб чиқади.

Газ доимийси R нинг *эрг/град·моль* ва *л·ат/град·моль* ларда ифодаланган сон қийматлари § 45 да келтирилган эди; агар R нинг шу қийматларидан фойдалансак, иссиқлик сиғимини ҳам, мос равишда, ўша бирликларда оламиз. Бироқ одатда иссиқлик сиғими жисмга бериладиган иссиқлик миқдори орқали ифодаланади. Иссиқлик миқдорининг бирлиги эса *калориядир*. 1 *г* тоза сувнинг температурасини 19,5 дан 20,5° С гача кўтариш учун зарур бўлган иссиқлик миқдори бир калорияга („кичик", яъни „граммкалория" га) тенгдир.

Иссиқликни узатиш энергия узатишнинг бир формаси бўлгани учун калорияларда фақат иссиқлик миқдоринигина эмас, энергияни ҳам, ишни ҳам ўлчаш мумкин. Чунки энергиянинг сақланиш қонунига кўра, узатилган иссиқликнинг маълум миқдорига маълум миқдор энергия эквивалентдир[1]. Бундан, энергиянинг бошқа бирликлари билан калория орасида қандай миқдорий муносабат бор, деган савол келиб чиқади. Энг аниқ ўлчашларнинг кўрсатишича:

$$1 \text{ кал} = 4{,}182 \text{ ж};$$

---

[1] Мукаммалроқ маълумот учун VIII боб, „Термодинамика асослари" га қаранг.

биз тақрибан 1 *кал* = 4,18 *ж* деб ҳисоблаймиз. Қалория ва жоуль орасидаги бу муносабатдан фойдаланиб, газ доимийси R нинг сон қийматини *эрг/град·моль* дан осонгина *кал/град·моль* га ўтказиш мумкин:

$$R = 8{,}313 \cdot 10^7 \ кал/град \cdot моль = \frac{8{,}313 \cdot 10^7}{4{,}182 \cdot 10^7} кал/град \cdot моль =$$

$$= 1{,}9858 \ кал/град \cdot моль.$$

Тақрибан, $R = 2$ *кал/град·моль* деб қабул қилиш мумкин. Газ доимийси R нинг бу қийматидан фойдаланиб, (2) формуладан газнинг иссиқлик сиғими C_V ни *кал/град·моль* бирликларда оламиз.

C_V ни ҳисоблаш учун муайян молекуланинг эркинлик даражаси i ни нечага тенг деб олиш кераклигини аниқлаш қолади, холос. Бироқ бу масала билан шуғулланишдан олдин, газнинг ўзгармас босимдаги моляр иссиқлик сиғими C_p нинг ифодасини топамиз.

Газ ўзгармас p босимда қиздирилганда кенгаяди; ташқаридан бериладиган иссиқлик газнинг U ички энергиясини оширишн билан бирга, ташқи кучларга қарши A иш бажаришга ҳам сарфланади. Демак, ўзгармас p босимдаги бир моль газ, T температураси 1° га ортиши натижасида кенгайиб, қанча A иш бажарса, газнинг C_V иссиқлик сиғимидан ана шу миқдорча ортиқ бўлади:

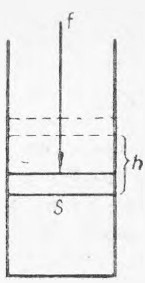
$$C_p = C_V + A. \tag{3}$$

Бу A ишни ҳисоблаш учун T температура ва p босимдаги газнинг бир моли поршенли цилиндрга солинган, деб фараз қиламиз (116-расм). Поршенни ушлаб турувчи ташқи куч $f = pS$, бу ерда S — поршеннинг юзи. Ўзгармас p босимда газ 1° қиздирилса, у кенгаяди ва поршень h баландликка кўтарилади; бунда газ қуйидаги миқдорда иш бажаради:

$$A = f \cdot h = p \cdot Sh,$$

аммо $Sh = \Delta V_0$, бунда ΔV_0— газ ҳажмининг орттирмаси. Шундай қилиб,

$$A = p \cdot \Delta V_0. \tag{4}$$



116-расм. Газнинг бажарган иши fh га тенг.

Идеал газ ҳолатининг тенгламасидан фойдаланиб, газ ҳажмининг орттирмасини топамиз. T температура ва p босимдаги бир моль газнинг V_0 ҳажми:

$$V_0 = \frac{R}{p} T.$$

Температура ($T + 1°$) бўлганда ва ўша p босимда V'_0 ҳажм қуйидагига тенг:

$$V'_0 = \frac{R}{p}(T + 1),$$

демак, бир моль газнинг температураси $1°$ ошганда, унинг ҳажми қуйидаги миқдор қадар ортади:

$$\Delta V_0 = V'_0 - V = \frac{R}{p}(T + 1) - \frac{R}{p}T = \frac{R}{p}.$$

(4) тенгликка ΔV_0 нинг қийматини қўйиб, ўзгармас p босимдаги бир моль газни $1°$ қиздиришда бажарилган кенгайиш иши A ни топамиз:

$$A = R.$$

Демак, изланаётган A иш сон жиҳатдан газ доимийси R га тенг экан. A нинг бу қийматини (3) га қўйиб, газнинг ўзгармас босимдаги моляр иссиқлик сиғими C_p билан ўзгармас ҳажмдаги моляр иссиқлик сиғими C_V орасидаги муносабатни топамиз:

$$C_p = C_V + R. \tag{5}$$

Бундан, (2) формула ёрдамида C_p ни газ молекулаларининг эркинлик даражаси орқали ифодалаймиз:

$$C_p = \frac{i}{2}R + R = \frac{i+2}{2}R. \tag{6}$$

Солиштирма ва моляр иссиқлик сиғимлар орасидаги (1) муносабатдан фойдаланиб, қуйидагини топамиз:

$$c_p = c_V + \frac{R}{\mu} \tag{5a}$$

ёки

$$c_p = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{\mu}. \tag{6a}$$

(2) ва (6) ёки (2а) ва (6а) формулалардан:

$$\frac{C_p}{C_V} = \frac{c_p}{c_V} = \frac{i+2}{i}. \tag{7}$$

Ўзгармас босимдаги ва ўзгармас ҳажмдаги иссиқлик сиғимларининг $C_p/C_V = c_p/c_V$ нисбатини γ ҳарфи билан белгилаймиз; бу нисбатнинг қиймати газ таркибидаги молекулаларнинг эркинлик даражаларигагина боғлиқдир.

Молекулани бирор эркинлик даражасига эга деб ҳисоблаш учун, молекуланинг муайян моделини қабул қилиш керак. Биз шу вақтгача молекулаларни шарлар деб ҳисоблаб келдик; агар бундай шарсимон молекулани айлана олмайди деб ҳисобласак, у ҳолда молекуланинг эркинлик даражаси учга тенг деб олиш керак бўлади. $R = 1{,}9858$ *кал/град·моль* бўлгани учун (2), (6) ва (7) тенгликларга асосан қуйидагиларни топамиз:

$$i = 3 \left\{ \begin{aligned} C_V &= \frac{3}{2} R = 2{,}979 \text{ кал/град·моль} \cong 3 \text{ кал/град·моль}, \\ C_p &= \frac{5}{2} R = 4{,}965 \text{ кал/град·моль} \cong 5 \text{ кал/град·моль}, \\ \gamma &= \frac{C_p}{C_V} = \frac{5}{3} \cong 1{,}67. \end{aligned} \right.$$

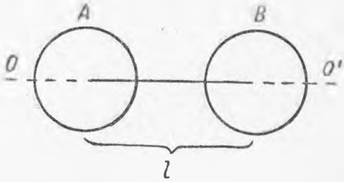
Ўлчаш натижасида аниқланган ва қуйида V жадвалда келтирилган маълумотлар иссиқлик сиғимларининг бу қийматлари гелий ва аргон газлари учун тўғри бўлишини кўрсатади.

V жадвал

Газларнинг моляр иссиқлик сиғимларининг тажрибада аниқланган қийматлари

Газ	C_V	C_p	γ
Гелий, He	2,98	5,00	1,67
Аргон, Ar	2,98	5,07	1,65
Водород, H_2	4,87	6,87	1,41
Азот, N_2	4,96	6,84	1,41
Кислород, O_2	4,99	6,90	1,40
Углерод оксиди, CO	5,01	7,01	1,40
Сув буғи, H_2O	6,65	8,65	1,31
Метан, CH_4	6,51	8,51	1,30
Хлороформ, $CHCl_3$	15, 2	17,2	1,13
Этил спирти, C_2H_6O	18, 9	20,9	1,11

Бу газлар *бир атомлидир*, яъни бу газлар таркибидаги зарралар молекула бўлиб бирлашган атом группалари бўлмай, айрим ҳолдаги атомлардир. Демак, *агар бир атомли газларнинг эркинлик даражаси учга тенг деб олинса, иссиқлик сиғимларининг кинетик назарияга асосан ҳисобланган қийматлари билан уларнинг тажрибада аниқланган қийматлари бир-бирига жуда яқин бўлади.*



117-расм. Икки атомли молекуланинг модели.

Водород, кислород, азот, углерод оксиди ва шунга ўхшаш *икки атомли* газлар учун қуйидаги моделни қабул қилиш мумкин: A ва B икки атом марказлари орасидаги l масофа ўзгармайдиган ҳолда бир-бирларига мустаҳкам боғлангандир (117- расм).

Ҳар иккала атом айланмайдиган бўлгани учун, бундай молекула ҳар икки атомнинг марказидан ўтувчи OO' ўқ атрофида айлана олмайди деб ҳисоблаш керак. Шунинг учун икки атомли молекуланинг *эркинлик даражаси бешга тенг* деб олиш керак. У ҳолда (2), (6) ва (7) тенгликларга кўра:

$$i = 5 \begin{cases} C_V = \frac{5}{2} R = 4{,}965 \ \textit{кал/град·моль} \cong 5 \ \textit{кал/град·моль}, \\ C_p = \frac{7}{2} R = 6{,}951 \ \textit{кал/град·моль} \simeq 7 \ \textit{кал/град·моль}, \\ \gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{7}{5} = 1{,}40. \end{cases}$$

V жадвалдан кўринишича, бу натижалар водород, азот, кислород ва углерод оксиди иссиқлик сиғимларининг тажрибада аниқланган қийматларига яхши мос келади; шундай қилиб, *ҳақиқатан ҳам бу икки атомли газларнинг ҳар бир молекуласининг эркинлик даражаси бешга тенг деб ҳисоблаш керак экан.*

Янада мураккаброқ *(уч атомли ва кўп атомли)* молекулаларни симметрик бўлмаган қаттиқ зарралар деб ҳисоблаб, улардан ҳар бирининг эркинлик даражасини олтига тенг деб олишимиз керак.

У ҳолда уларнинг иссиқлик сиғимлари учун қуйидагиларни оламиз:

$$i = 6 \begin{cases} C_V = \frac{6}{2} R \simeq 6 \ \textit{кал/град·моль}, \\ C_p = \frac{8}{2} R \simeq 8 \ \textit{кал/град·моль}, \\ \gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{8}{6} = 1{,}33. \end{cases}$$

V жадвалдан бу қийматларнинг сув буғи ва метан учун топилган экспериментал қийматларга яқинлиги кўринади; $CHCl_3$ ва C_2H_6O каби мураккаб молекулаларнинг иссиқлик сиғимлари учун анча катта қийматлар топилган.

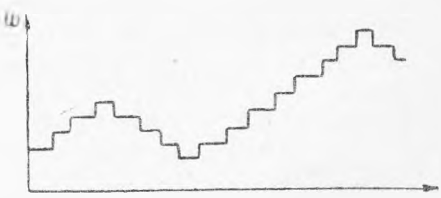
Қаттиқ зарра кўринишидаги молекуланинг эркинлик даражаси олтидан ортиқ бўла олмайди. Шунинг учун, олтидан катта моляр иссиқлик сиғим C_V га эга бўлган мураккаб молекулаларнинг илгариланма ва айланма эркинлик даражалари билан бир қаторда тебранма эркинлик даражаларини ҳам ҳисобга олиш керак бўлади.

Иссиқлик сиғимларининг бу ерда баён қилинган, молекулалар ҳаракатининг фақат механик турларини ҳисобга олувчи тамомила классик тушунчаларга асосланган назарияси тақрибий назариядир. Бу назарияга кўра, масалан, ҳар бир молекуласи бешта эркинлик даражасига эга бўлган барча икки атомли газлар ўзгармас ҳажмда мутлақо бирдай C_V иссиқлик сиғимига эга бўлиши керак. Эркинлик даражаси фақат бутун сонга тенг бўлиши мумкин ва эркинлик даражасининг бир бирликка ўзгариши натижасида иссиқлик сиғими $\frac{1}{2}R = 0,993$ *кал/град·моль* қадар ўзгариши керак. Ўша V жадвалдан икки атомли газларнинг ҳар хил иссиқлик сиғимлари бир-биридан фарқ қилиши кўринади. Бу фарқлар тажриба хатоликларидан катта ва, демак, реал фарқлар бўлиши керак. Иккинчи томондан, улар $\frac{1}{2}R$ дан анча кичик. Бу фарқларни баён қилинган назария ёрдамида тушунтириб бўлмайди. Бу назариядан яна газларнинг иссиқлик сиғими температурага боғлиқ эмас, деган хулоса ҳам келиб чиқади; *тажрибалар эса ҳақиқатда иссиқлик сиғимлари температурага боғлиқ бўлишини кўрсатади: барча моддаларнинг паст температуралардаги иссиқлик сиғими юқори температуралардаги иссиқлик сиғимидан кичик бўлади.* Масалан, газ ҳолидаги водород учун қуйидаги қийматлар маълум:

T К	197°	90°	40°
C_V	4,38	3,25	2,98

Бундан кўринишича, паст температура $T = 40°$К, яъни $t = -233°$С да водороднинг иссиқлик сиғими, водород икки атомли молекуласининг эркинлик даражаси бешга тенг деб олиб, классик назария бўйича топилган иссиқлик сиғимдан анча кичик экан; у $\frac{3}{2}R$ га яқин. Иссиқлик сиғимларининг юқори температуралардаги қиймати эса, аксинча, ҳисоблаб топилган қийматдан катта бўлади. Иссиқлик сиғимининг классик назарияси фақат ўрта температуралардагина яхши натижалар беради. Классик тасаввурларнинг алоҳида атомлар ва молекулаларга татбиқ қилиб бўлмаслиги сабабли натижалар шундай бўлади. Иссиқлик сиғимининг тўғри назариясини квант механикаси беради.

Классик нуқтаи назардан ҳар қандай эркинлик даражасига тегишли бўлган w_0 энергия узлуксиз ўзгара олади. Квант назариясига кўра, молекулалар айланма ҳаракатининг ва, шунингдек, тебранма ҳаракатининг энергиялари фақат сакраб ўзга-



118-расм. Молекула айланиш (ёки тебраниш) энергиясининг ўзгариши: энергия сакраб ўзгаради.

риши мумкин; айланишга ёки тебранишга тегишли бўлган w энергиянинг t вақт ўтиши билан ўзгариб бориши график равишда поғонасимон чизиқ билан тасвирланади (118-расм). Одатдаги икки атомли молекулалар (азот, кислород) айланиш энергиясининг поғоналари 10^{-15} *эрг* чамасидаги катталиклардир. Бир эркинлик даражасига тўғри келадиган ўртача энергия $\frac{1}{2}kT$ нинг қиймати $T = 300°К$ да $\overline{w_0} = 2{,}17 \cdot 10^{-14}$ *эрг* бўлади; демак, уй температурасида молекулалар айланиш энергиясининг поғоналари эркинлик даражаларидан биттасига тўғри келадиган ўртача энергияга қараганда кичик бўлади. Шу сабабли, иссиқлик сиғими бу ҳолда классик назария бўйича ҳисобланиши мумкин. $\overline{w_0}$ энергиянинг ўзи энергия поғоначаси билан таққосланарли катталик бўладиган паст температураларда эса классик назариядан фойдаланиб бўлмайди.

Шу билан бирга, молекулаларнинг айланиш энергияси температурага боғлиқ бўлмай қолади. Натижада, барча газларнинг иссиқлик сиғими паст температурада $C_V = \frac{3}{2} R$ қийматга интилади.

Бундан ташқари, энергиянинг ўртача қийматини ҳисоблаш квант назариясида, классик назарияга қараганда бошқача бажарилади (газнинг „айнаши" деб аталадиган ҳодисани назарга олишга тўғри келади).

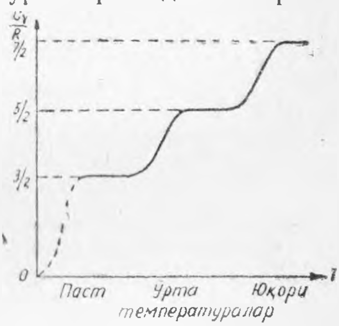
Ниҳоят, жуда ҳам паст температураларда газ музлаб, қаттиқ жисмга айланиб қолади. Қаттиқ жисмларнинг иссиқлик сиғими эса температура абсолют нолга яқинлашганда, нолга интилади. Буни биз кейинроқ кўрамиз.

Тебраниш энергиясининг поғоналари эса анча катта қийматга эга: жуда ҳам мураккаб бўлмаган молекулалар учун улар $2 \cdot 10^{-13}$ *эрг* чамасида бўлади, яъни уй температураси шароитида битта эркинлик даражасига мос келадиган ўртача $\overline{w_0}$ энергиядан тахминан 10 марта катта бўлади. Шу сабабли уй температураси шароитида тебранишлар энергиясига эътибор бермаслик мумкин: унинг таъсири фақат юқори температуралардагина сезилади[1]. Мураккаб молекулаларнинг тебраниш энергияси поғоналари кичикроқ бўлади ва бу ҳолда молекула тебранишлари энергиясининг таъсири ўртача температураларда ҳам сезилади.

[1] Молекулаларнинг квант назарияси кўрсатишича, молекулаларда тебранишларнинг ноль энергияси деб аталадиган энергия бўлиб, бу энергия абсолют нолга тенг бўлган температурада ҳам йўқолмайди. Бироқ тебранишлар энергиясининг бу „нолинчи" поғоначасидан кейинги поғонача шунча юқорида жойлашганки, фақат жуда юқори температуралардагина уни назарга олиш зарурияти туғилади. Шундай қилиб, қуйи ва ўрта температураларда молекулаларнинг тебранма ҳаракати мавжуд бўлса-да, улар температурага боғлиқ бўлмайди ва демак, иссиқлик сиғимига таъсир қилмайди.

Температура ўзгариши билан икки атомли газ иссиқлик сиғимининг ўзгариши 119-расмда тасвирланган. Юқори температураларда тебранишнинг аҳамияти катта (уларга иккита эркинлик даражаси тўғри келади, § 93), бунда иссиқлик сиғими $C_V = 7/2R$, ўртача температураларда $C_V = 5/2R$, жуда паст температураларда $C_V = 3/2\ R$ бўлади. Эгри чизиқнинг нолга интилиб борувчи пунктирли қисми иссиқлик сиғимининг газ қотиб қолгандан кейинги ўзгаришини кўрсатади.

Кўп атомли газларнинг иссиқлик сиғими билан температура орасидаги боғланишни юқори температура шароитида текшириш вақтида молекулаларнинг диссоциациясини ҳам назарга олиш керак бўлади. Масалан, икки атомли молекуланинг диссоциацияси натижасида ҳар бирининг эркинлик даражаси учга тенг бўлган иккита атом ҳосил бўлади. Икки атомли газ тўла диссоциация натижасида иккита бир атомли газнинг аралашмасига айланади ва уларнинг моляр иссиқлик сиғимларининг йиғиндиси $6/2\ R$ га тенг бўлади. Шунинг учун икки атомли газ иссиқлик сиғимининг юқори температуралардаги ўзгариши 119-расмда тасвирлангандан ҳақиқатда фарқ қилади.



119-расм. Икки атомли газ иссиқлик сиғимининг температурага боғланиши.

§ 50. Максвеллнинг тезликлар тақсимоти қонуни. Биз § 46 да молекулалар тезлиги квадратининг фақат ўртача қийматинигина кўриб ўтган эдик. Ҳақиқатда эса молекулалар ҳар хил тезликлар билан ҳаракатланади, шу билан бирга, ҳар бир T температура учун энг катта эҳтимолли v_e тезлик мавжуд. Тезлиги энг катта эҳтимолли тезликдан жуда катта ёки жуда кичик бўлган молекулалар кам учрайди.

Молекулалар ҳаракати тамомила тартибсиз бўлгани учун аниқ берилган v тезлик билан ҳаракатланувчи молекулаларнинг сонини ҳисоблаш мумкин эмас, чунки ҳар бир муайян пайтда бундай молекулаларнинг, умуман бўлмаслиги мумкин. Лекин тезликлари маълум тезлик интервалида ётувчи, масалан, берилган бирор v_1 ва v_2 тезликлар орасида бўлган молекулалар сонини топиш ҳақида масала қўйилиши мумкин. *Тезликлар тақсимоти қонунини* дастлаб Максвелл топган. Максвелл, эҳтимоллар назариясидан фойдаланиб, тезликлари берилган бирор v тезликдан $v + \Delta v$ тезликкача бўлган кичик интервалда ётувчи молекулалар сони Δn ни ҳисоблади.

Максвелл қонунини:

$$u = \frac{v}{v_э} \qquad (1)$$

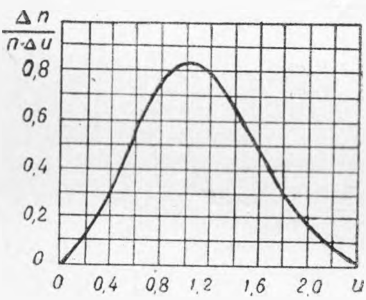
нисбий тезлик ёрдамида ифодалаш қулайроқ; бунда v — берилган тезлик, $v_э$ — берилган молекулалари учун берилган температурада энг катта эҳтимолли тезлик. Максвелл қонунига кўра, нисбий тезликлари u, $u + \Delta u$ интервалда ётган молекулаларнинг Δn сони:

$$\Delta n = \frac{4}{\sqrt{\pi}} n \cdot e^{-u^2} \cdot u^2 \Delta u, \qquad (2)$$

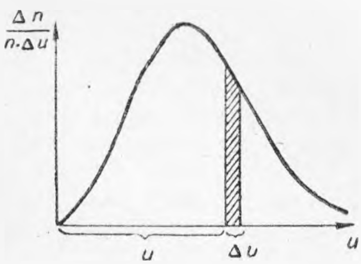
бунда n — текширилаётган газдаги барча молекулаларнинг сони. (Δu ни нисбий тезлик u га қараганда етарли даражада кичик қилиб олиш керак.)

Максвеллнинг ҳисоблашларига қараганда, энг кўп эҳтимолли $v_э$ тезлик қуйидагига тенг:

$$v_э = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}, \qquad (3)$$



120-расм. Максвеллнинг тақсимот функцияси.



121-расм. Штрихланган устунчанинг юзи берилган Δu интервалдаги тезликларга эга бўлган молекулаларнинг нисбий сонини тасвирлайди.

бунда μ — берилган газнинг молекуляр оғирлиги, T — унинг абсолют температураси, R — газ доимийси. $R = kN$ ва $\mu = mN$ бўлгани учун (бу ерда k — Больцман доимийси, m — берилган газ молекуласининг массаси, N — Авогадро сони), (3) формулани:

$$v_э = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \qquad (3а)$$

кўринишда ёзиш мумкин.

Абсциссалар ўқи бўйича молекулалар нисбий тезлиги u нинг қийматларини, ординаталар ўқи бўйича эса $\frac{\Delta n}{n \cdot \Delta u}$ катталикнинг (бу катталик *тақсимот функцияси* дейилади) қийматларини қўйсак, 120-расмда тасвирланган эгри чизиқ ҳосил бўлади. Эгри чизиқ $u = 1$ бўлган жойда максимумга эришади, бу максимум эса энг катта эҳтимолли $v_э$ тезликка тенг бўлган v тезликка мос келади.

Тезликлари берилган u, $u + \Delta u$ интервалда ётган молекулаларнинг $\Delta n/n$ нисбий сони эгри чизиқнинг ординатаси билан Δu нинг кўпайтмасига тенгдир, яъни 121-расмда штрихлаб қўйилган устунчанинг юзи билан тасвирланади.

Максвелл қонуни ҳақида янада очиқроқ тасаввур ҳосил қилиш учун қуйидаги маълумотларни келтирамиз. 148°С да азот ($\mu = 28$) молекулаларининг энг катта эҳтимолли тезлиги:

$$v_э = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{2\cdot 8{,}31\cdot 10^7\cdot 421}{28}}\ см/сек = 500\ м/сек.$$

Шу билан бирга, тезлик соҳалари бўйича азот молекулалари қуйидагича тақсимланади:

Тезликлар соҳаси, *м/сек* ларда	Азот ($T = 421$°K) молекулалари умумий сонининг кўрсатилган оралиқдаги тезликка эга бўлган қисми (% ларда)
$0 < v < 100$	0,6
$100 < v < 300$	12
$300 < v < 500$	30
$500 < v < 700$	29
$700 < v < 1000$	23
$1000 < v$	5,4

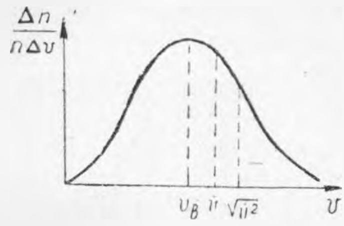
Бундан кўринадики, барча молекулалардан 59 процентининг тезликлари 300 *м/сек* билан 700 *м/сек* орасидаги соҳага, яъни энг катта эҳтимолли $v_э = 500$ *м/сек* тезликни ўз ичига олувчи соҳага тўғри келади. Секин ҳаракатланувчи ($v < 100$ *м/сек*) ва жуда тез ҳаракатланувчи молекулаларнинг нисбий сони жуда кичикдир. Бироқ ҳар ҳолда, тезликлари энг катта эҳтимолли тезликдан икки мартадан ҳам каттароқ ($v > 1000$ *м/сек*) бўлган молекулаларнинг сони 5,4% га етади. Берилган газ молекулаларининг энг кўп эҳтимолли тезлиги газнинг температурасига боғлиқ: температура қанча юқори бўлса, бу тезлик ҳам шунча катта бўлади; аммо газнинг температураси унча юқори бўлмаганда ҳам, анчагина катта тезликлар билан ҳаракатланувчи бирмунча молекулалар мавжуд бўлади; бундай „иссиқ“ молекулаларнинг мавжудлиги кўпгина процессларнинг ўтишида муҳим роль ўйнашини биз кейинчалик кўрамиз.

Максвелл тезликлар тақсимотининг эгри чизиғи ўртача арифметик тезликни топиш имконини беради. Бу тезлик қуйидаги қийматга эга бўлишини кўрсатиш мумкин:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}. \tag{4}$$

Шундай қилиб, кўриб ўтилган уч тезликни:

1) энг катта эҳтимолли тезликни:



122-расм. Молекулаларнинг энг катта эҳтимолликка эга бўлган $v_э$, ўртача арифметик $\bar{v}$ ва ўртача квадратик $\sqrt{\bar{v}^2}$ тезликларини таққослаш.

$$v_э = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} \simeq 1{,}41 \sqrt{\frac{RT}{\mu}},$$

2) ўртача арифметик тезликни:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \simeq 1{,}60 \sqrt{\frac{RT}{\mu}},$$

3) ўртача квадратик тезликни:

$$\sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3TR}{\mu}} \simeq 1{,}73 \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$$

ўзаро таққосласак, бу тезликларнинг энг кичиги энг кўп эҳтимолли тезлик эканини ва энг каттаси ўртача квадратик тезлик эканини кўрамиз (122-расм). Бу тезликларнинг бир-бирига нисбати температурага ҳам, газнинг хилига ҳам боғлиқ эмас.

Максвелл формуласидан фойдаланишга мисол келтирамиз. $T = 300$ К даги водород ($\mu = 2$) молекулаларининг қанча қисми 1900 дан 1905 *м/сек* гача бўлган оралиқдаги тезликлар билан ҳаракатланишини аниқлаш талаб қилинаётган бўлсин.

Бунинг учун дастлаб водород молекулаларининг $T = 300$°К даги энг катта эҳтимолли тезлигини топамиз:

$$v_э = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{2\cdot 8{,}31\cdot 10^7\cdot 300}{2}}\ см/сек = 1{,}6\cdot 10^5\ см/сек.$$

Бундан, берилган температурадаги водород молекулаларининг $v = 1900$ *м/сек* тезлигига мос келадиган нисбий тезликнинг қиймати:

$$u = \frac{v}{v_э} = \frac{1{,}9\cdot 10^5}{1{,}6\cdot 10^5} \approx 1{,}2$$

бўлади.

Δu нинг қийматини $\Delta u = \frac{\Delta v}{v_э}$ муносабатдан аниқлаймиз; $\Delta v = 1905$ *м/сек* — 1900 *м/сек* $= 5\cdot 10^2$ *м/сек* бўлгани учун:

$$\Delta u = \frac{5\cdot 10^2}{1{,}6\cdot 10^5} = 0{,}0031.$$

$\frac{\Delta n}{n\cdot\Delta u}$ ифоданинг $u = 1{,}2$ га мос келган қийматини 120-расмдан топамиз:

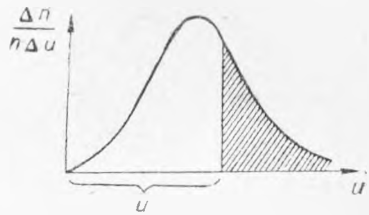
$$\frac{\Delta n}{n\cdot\Delta u} = 0{,}78.$$

Бундан, тезликлари $v = 1900$ *м/сек* дан 1905 *м/сек* гача бўлган оралиқдаги молекулаларнинг нисбий сони:

$$\frac{\Delta n}{n} = 0{,}78\cdot 0{,}0031 = 2{,}5\cdot 10^{-3},$$

яъни барча молекулаларнинг 0,25 проценти кўрсатилган оралиқдаги тезликларга эга бўлади.

Кўпгина конкрет масалаларда тезликлари бирор берилган u қийматдан катта бўлган молекулаларнинг сонини билиш жуда муҳим бўлади. Бу молекулаларнинг сони, Максвелл тақсимот қонунини тасвирловчи графикда, 123-расмдаги штрихланган шаклнинг юзи билан тасвирланади. Бу юзни u тезликнинг функцияси сифатида Максвелл формуласини интеграллаш йўли билан ҳисоблаш мумкин; бундай ҳисоблашнинг натижаси жадвал ёки график кўринишида ифодаланиши мумкин. Тезлиги берилган u тезликдан катта бўлган молекулаларнинг сонини n_u орқали белгилаймиз; 124-расмда n_u/n нисбат қийматининг u га боғланиш графиги кўрсатилган. Бу эгри чизиқ ординатасининг $u = 0$ даги 1,0 қиймати барча молекулаларнинг тезликлари 0 билан ∞ орасида эканини кўрсатади; ординатанинг $u = 1{,}0$ даги 0,57 қиймати барча молекулаларнинг 57 проценти энг катта эҳтимолли тезликдан ортиқ тезликлар билан ҳаракатланишини кўрсатади ва ҳоказо. Нисбий тезликнинг катта қийматлари учун (амалда $u > 3$ учун) n_u/n катталик тақрибан қуйидаги формула билан ифодаланади:



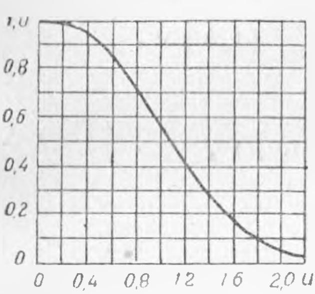
123-расм. Штрихланган шаклнинг юзи маълум бир u тезликдан катта тезликларга эга бўлган молекулаларнинг нисбий сонини билдиради.

$$\frac{n_u}{n} = 1{,}128\, u \cdot e^{-u^2}. \qquad (5)$$

Яна бир нечта конкрет мисолларни кўрайлик.

1-мисол. Газ молекулаларининг қандай қисми $^1/_2 v_э$ ва $2v_э$ оралиғидаги тезликларга эга бўлади?

Ечилиши. Бу ерда Δu оралиқ катта бўлгани учун, Максвеллнинг (2) формуласидан бевосита фойдаланиб бўлмайди. Шунинг учун 124-расмда кўрсатилган графикдан фойдаланамиз. Энг кўп эҳтимолли тезликнинг ярмисига тенг бўлган тезлик учун нисбий тезлик $u = {}^1/_2$ бўлади; 124-расмдаги графикка кўра, u нинг бу қийматига $\frac{n_u}{n} = 0{,}92$ мос келади, бу эса барча молекулаларнинг 92 проценти $^1/_2 v_э$ дан ортиқ тезликка эга эканини кўрсатади. Худди шунингдек, $2v_э$ тезликка $u = 2$ мос келади; u нинг бу қийматига графикда $\frac{n_u}{n} = 0{,}05$ мос келади, бу эса барча молекулаларнинг 5 проценти энг катта эҳтимолли тезликдан икки марта катта тезликка эга бўлишини кўрсатади. Бу маълумотлардан кўринишича, тезликлари $^1/_2 v_э$ билан $2v_э$ орасида бўлган молекулаларнинг сони барча молекулалар сонининг $92\% - 5\% = 87\%$ ини ташкил қилади.



124-расм. Эгри чизиқнинг ординаталари маълум бир u тезликдан катта тезликларга эга бўлган молекулаларнинг нисбий сонини билдиради.

2-мисол. Молекулаларнинг қанча қисмининг илгариланма ҳаракат кинетик энергияси илгариланма ҳаракатнинг иккиланган ўртача кинетик энергиясидан ортиқ бўлади?

Ечилиши. Ўртача квадратик тезлик билан ҳаракатланаётган молекула ўртача кинетик энергияга эга бўлади. Демак, кинетик энергияси иккиланган ўртача кинетик энергияга тенг бўлган молекулаларнинг тезлиги қуйидаги шартдан топилади:

$$v = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\overline{v^2}}.$$

v нинг бу қийматига мос келадиган u нисбий тезлик:

$$u = \frac{v}{v_э} = \sqrt{2}\, \frac{\sqrt{\overline{v^2}}}{v_э}$$

бўлади, аммо:

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \text{ ва } v_э = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}},$$

булардан:

$$u = \sqrt{2}\, \sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{3} = 1{,}73$$

ҳосил бўлади. 124-расмдаги графикда $u = 1{,}73$ қийматга $\frac{n_u}{n} = 0{,}11$ тўғри келади, бундан эса кинетик энергияси иккилашган ўртача кинетик энергиядан ортиқ бўлган молекулаларнинг сони молекулалар умумий сонининг 11% ини ташкил қилиши келиб чиқади.

Максвеллнинг (2) формуласи тезликлари *уларнинг йўналишидан қатъи назар* берилган Δv интервалда ётган молекулаларнинг сонини аниқлайди. Бироқ, масала бирмунча хусусийроқ кўринишда ҳам қўйилиши мумкин: тезликлари бирор аниқ йўналишга эга бўлиб, берилган интервалда ётувчи молекулаларнинг сони қанча? Бунинг учун текширишга молекулаларнинг тезлик *вектори* $\mathbf{v}$ ни киритамиз ва унинг ташкил этувчиларини v_x, v_y ва v_z орқали белгилаймиз.

Тезлигининг v_x ташкил этувчиси v_x, $v_x + \Delta v_x$ ораликда, v_y ташкил этувчиси v_y, $v_y + \Delta v_y$ ораликда, v_z ташкил этувчиси v_z, $v_z + \Delta v_z$ ораликда ётган молекулаларнинг сони:

$$\Delta n = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot n \cdot e^{\frac{-\frac{m}{2}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{kT}} \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z \tag{6}$$

ёки

$$\Delta n = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot n \cdot e^{-\frac{E_k}{kT}} \cdot \Delta v_x \cdot \Delta v_y \cdot \Delta v_z \tag{6a}$$

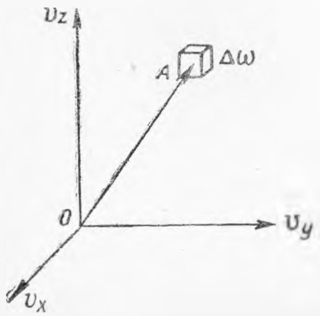
бўлади, бундаги:

$$E_k = \frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2}$$

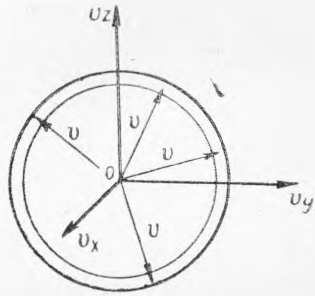
молекуланинг кинетик энергияси.

Тезликларнинг v_x, v_y, v_z ташкил этувчилари учун олинган чегара тезлик v нинг сон қиймати ётган ораликни ҳам, унинг йўналишини ҳам чеклайди. Ҳақиқатан ҳам, координата системаси олиб, унинг ўқлари бўйича v_x, v_y, v_z нинг қийматларини қўямиз (125-расм); бу системада тезлик вектори $\mathbf{v}$ боши координата бошида бўлган стрелка билан тасвирланади. Молекула тезлигининг v_x, v_y, v_z ташкил этувчиларининг v_x, $v_x + \Delta v_x$; v_y, $v_y + \Delta v_y$; v_z, $v_z + \Delta v_z$ интервалда бўлиш шарти 125-расмда, учлари берилган $\Delta\omega = \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z$ ҳажмда жойлашган векторлар билан тасвирланувчи $\mathbf{v}$ тезликларга эга бўлган барча молекулаларни ўз ичига олади.

Агар молекуланинг тезлик векторини фақат берилган v, $v+\Delta v$ тезликлар интервалида бўлиш шарти билан чекласак, у вақтда бу тезликлар, 126-расмдагидек, барча йўналишларга эга бўлган, лекин v радиусли ва Δv қалинликдаги шар қатламда тугалланувчи векторлар билан тасвирланади[1]. Тезликлари мана шундай шартни қаноатлантирувчи молекулаларнинг сони (6) формула билан ифодаланади, бу ерда $\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z$ ўрнига кўрсатилган шар қатламнинг:



125-расм. Берилган Δv_x, Δv_y, Δv_z интерваллар билан чегараланган v_x, v_y, v_z ташкил этувчиларга эга бўлган тезликлар, учлари $\Delta\omega = \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z$ ҳажмда ётадиган векторлар билан тасвирланган.



126-расм. Берилган интервал билан чегараланган сон қийматларга эга бўлган тезликлар, учлари шар қатлами ичида ётадиган векторлар билан тасвирланади.

$$\Delta\omega = 4\pi v^2 \cdot \Delta v$$

ҳажмини қўйиш керак бўлгани учун, (6) дан:

$$\Delta n = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot n \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot 4\pi v^2 \, \Delta v. \tag{7}$$

Бу (7) формулага нисбий тезлик $u = \frac{v}{v_э}$ киритилса, Максвелл формуласи (2) ҳосил бўлишини кўриш қийин эмас. (6) ва (7) формуланинг ҳар иккаласи ҳам молекулаларнинг тезликлар бўйича тақсимланишини кўрсатади. Бу формулалар бир-биридан фақат нисбий сони аниқланадиган молекулалар группаларини танлаш усули билангина фарқ қилади.

Тезликларнинг ўрнига кинетик энергия E_k ни киритиб, (7) формулани яна бир бошқача кўринишда ёзиш мумкин. $E_k = \frac{mv^2}{2}$ тенгликни дифференциаллаймиз:

$$dE_k = mvdv.$$

dE_k ва dv дифференциалларни энергиянинг ва тезликнинг кичик интерваллари ΔE_k ва Δv билан алмаштирсак:

---

[1] Яққолроқ кўрсатиш учун 126-расмда бу шар қатламнинг уни YZ текислик билан кесишдан ҳосил бўлган кесими тасвирланган.

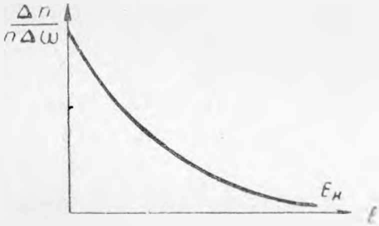
$$\Delta v = \frac{1}{mv}\,\Delta E_k$$

бўлади. Δv нинг бу қийматини (7) тенгликка қўйиб ва $v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$ эканлигини эътиборга олиб, қуйидаги тенгликни оламиз:

$$\Delta n = \frac{2}{\sqrt{\pi}\,(kT)^{3/2}}\cdot n\cdot e^{-\frac{E_k}{kT}}\sqrt{E_k}\cdot\Delta E_k. \tag{8}$$

Бу (8) формула, *кинетик энергияси берилган энергия интервалида бўлган зарраларнинг сони* (Δn) *ни* кўрсатади.

Больцман Максвеллнинг (6) тақсимот қонунини оғирлик кучи майдонида умумий ҳолда — ихтиёрий куч майдонида) ҳаракатланаётган молекулалар учун умумлаштирди. Бу ҳолда (6) формуладаги кинетик энергия E_k молекуланинг тўла энергияси $E = E_k + E_p$ билан алмаштирилиши керак; бунда E_p — молекуланинг потенциал энергияси. Бундан ташқари, потенциал энергия, умуман айтганда, координаталарга боғлиқ бўлгани учун сони изланаётган молекулаларнинг фақат тезликларигина маълум интервал билан чегараланиб қолмай, уларнинг координаталари ҳам маълум интервал билан чегараланган бўлади. Ниҳоят, (6) тақсимот қонуни ўрнига қуйидаги ифода ҳосил бўлади:



127-расм. Больцман қонунини тасвирловчи график.

$$\Delta n = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}\cdot n\cdot e^{-\frac{E}{kT}}\cdot\Delta v_x\Delta v_y\Delta v_z\Delta x\Delta y\Delta z. \tag{8a}$$

Бу (8а) формула *Больцман тақсимот қонунини* ифодалайди. $\Delta n/n\Delta\omega$ билан E орасидаги муносабат (бу ерда $\Delta\omega = \Delta v_x\Delta v_y\Delta v_z\Delta x\Delta y\Delta z$) 127-расмда график равишда тасвирланган.

§ 51. Зарраларнинг баландлик бўйича тақсимланиши. Больцман тақсимот формуласи баландлик ортиши билан оғирлик кучи майдонида зарралар сонининг камайиб бориш қонунини келтириб чиқариш имконини беради. Барча қисмлари бирдай T температурада бўлган вертикал газ устунини тасаввур қилайлик. Бу ҳолда молекулаларнинг тезликлари ва уларнинг тезликлар бўйича тақсимоти ҳамма жойда (пастда ҳам, юқорида ҳам) бирдай бўлади ва Максвелл қонунига бўйсунади. Биз бу қонуннинг § 50 да берилган (6) ифодасидан фойдаланамиз.

Зарраларнинг энергия бўйича тақсимоти ўша параграфдаги (8а) Больцман формуласи орқали берилади:

$$\Delta n = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}\cdot n\cdot e^{-\frac{E}{kT}}\cdot\Delta v_x\Delta v_y\Delta v_z\Delta x\Delta y\Delta z. \tag{1}$$

Тўла энергия $E = E_k + E_p$ га тенг, бунда E_k — кинетик энергия ва E_p потенциал энергия; бу ҳолда потенциал энергия молекулаларининг оғирлик кучи майдонидаги энергиясидир, яъни $E_p = mgh$, бунда h — молекула турган баландлик. Бундан (1) қуйидаги кўринишни олади:

$$\Delta n = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot n \cdot e^{-\frac{Ek+mgh}{kT}} \cdot \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z \Delta x \Delta y \Delta z$$

ёки ҳажм бирлигига тўғри келадиган зарралар сони:

$$\Delta n = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot n \cdot e^{-\frac{mgh}{k}} \cdot e^{-\frac{E_k}{kT}} \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z \qquad (2)$$

бўлади.

Исталган баландликда молекулаларнинг тезликлар бўйича тақсимланиши § 50 даги (6) Максвелл формуласи билан ифодаланади:

$$\Delta n = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} n_h \cdot e^{-\frac{E_k}{kT}} \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z, \qquad (3)$$

бунда n_h — зарраларнинг h баландликда олинган бирлик ҳажмдаги сонидир.

h баландликда олинган бир хил ҳажмдаги молекулаларнинг n_h сонини:

$$n_h = n_0 \cdot e^{-\frac{mgh}{kT}} \qquad (4)$$

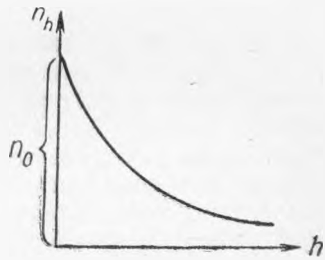
орқали ифодаласак, (3) ва (2) формулаларни мувофиқлаштириш мумкин, бунда n_0 — молекулаларнинг $h = 0$ баландликда олинган бирлик ҳажмдаги сонидир. Бу (4) формула бирлик ҳажмдаги молекулалар сонининг баландлик бўйича тақсимланишини беради: бирлик ҳажмдаги молекулаларнинг n_h сони баландлик ортиши билан экспоненциал равишда камайиб боради (128-расм).

(4) формуладан фойдаланиб, газ босимининг баландликка боғланиши ифодасини келтириб чиқариш осон.

Газнинг берилган температурадаги босими бирлик ҳажмдаги зарралар сони n га пропорционалдир [§ 46 даги (4) формула]. Бундан баландлик ортиши билан p босимнинг камайиб бориши қонуни худди зарралар сонининг камайиб бориши қонуни каби бўлади:

$$p_h = p_0 \cdot e^{-\frac{mgh}{kT}}.$$

$\frac{m}{k} = \frac{\mu}{R}$ бўлгани учун (бунда μ — газнинг молекуляр оғирлиги, R — газ доимийси), охирги формулани қуйидагича ёзамиз:



128-расм. Бирлик ҳажмда зарралар сонининг h баландлик бўйича камайиш қонуни.

$$p_h = p_0 \cdot e^{-\frac{\mu gh}{RT}}. \qquad (5)$$

(5) формула *барометрик формула* деб юритилади; у, баландлик ортган сари газнинг босими экспоненциал равишда камайиб боришини кўрсатади. Бундан ташқари, (5) формуладан баландлик ортиши билан газ босимининг камайиб бориши молекуляр оғирликка боғлиқ эканлиги кўриниб турибди: газнинг

молекуляр оғирлиги қанча катта бўлса, унинг босими баландлик ортиши билан шунча тез камайиб боради. Атмосферанинг турли баландликлардаги T температурасини қанча аниқлик билан бирдай деб олиш мумкин бўлса, атмосферанинг турли баландликларидаги p_h босимини ҳам (5) формула ёрдамида шундай аниқлик билан ҳисоблаш мумкин. Ҳақиқатда эса, баландликларнинг фарқи катта бўлганда, температурани бирдай деб олиб бўлмайди.

§ 52. Авогадро сонини аниқлаш. Оғирлик кучи майдонидаги газнинг бирлик ҳажмдаги молекулалар сони баландлик ортиши билан камайиб боради. Агар бирлик ҳажмдаги молекулалар сони ноль баландликда n_0 бўлса, h баландликда:

$$n_h = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}, \tag{1}$$

бунда m — молекуланинг массаси, g — оғирлик кучининг тезланиши, k — Больцман доимийси, T — Кельвин шкаласи бўйича олинган температура [(1) формула § 51 да асослаб берилган].

Молекулалар сонининг баландлик бўйича тақсимланишини кўрсатувчи (1) формула Перрен томонидан броун зарраларига татбиқ қилинган ва Авогадро сони N ни аниқлаш учун ишлатилган эди. Броун зарралари (§ 43 га қаранг) молекулаларнинг зарблари таъсирида тартибсиз ҳаракат қилиб туради. Тартибсиз зарбларнинг характери ҳақидаги умумий мулоҳазаларга асосланиб, *бир броун заррасининг ўртача кинетик энергияси $\overline{w}$ молекулаларнинг берилган T температурадаги ўртача кинетик энергиясига тенглигини кўрсатиш мумкин,* яъни:

$$\overline{w} = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \left(\frac{R}{N}\right) T. \tag{2}$$

Демак, броун зарраларининг тўплами газ молекуляр-кинетик структурасининг модели бўла олади; фақат бу моделда „молекула“лар шунчалик каттаки, уларни микроскопда кўриш мумкин, уларнинг тезликлари эса массалари молекула массасидан катта бўлгани учун молекулаларнинг тезлигидан кичикдир. Броун зарраларининг тўплами газнинг барча қонунларига, шу жумладан, баландлик ортиши билан зарралар сонининг камайиб боришини кўрсатувчи (1) қонунга ҳам бўйсунади.

Авогадро сони N (2) формуладан аниқланади:

$$N = \frac{3}{2} \frac{R}{\overline{w}} \cdot T. \tag{3}$$

(3) дан кўринишича, агар броун заррасининг берилган T температурадаги ўртача кинетик энергияси $\overline{w}$ маълум бўлса, Авогадро сони N ни бевосита аниқлаш мумкин. Бироқ, броун заррасининг ўртача кинетик энергияси $\overline{w} = \frac{m\overline{v^2}}{2}$ ни бевосита зарранинг массаси m ва тезлиги квадратининг ўртача қиймати $\overline{v^2}$ орқали аниқ-

лаш устида қилинган ҳаракатлар исталган натижани бермади. Чунки, броун зарралари тартибсиз ҳаракатлангани учун микроскоп остида ўлчаш йўли билан тезлик квадратининг ўртача қиймати $\overline{v^2}$ ни аниқлаш мумкин эмас. Шунинг учун Перрен бу қийинчиликни четлаб ўтадиган йўлни, яъни ўртача кинетик энергия $\overline{w}$ ни зарраларнинг баландлик бўйича тақсимланиш қонунидан аниқлаш йўлини танлаб олди.

Бирор суюқлик ичида муаллақ ҳолда бўлган броун зарралари вақт ўтиши билан идиш тубига чўкиб қолмайди, балки, ҳаракат қилиб турганликлари сабабли, суюқлик ичида баландлик ортган сари камайиб борувчи зичлик билан тақсимланган бўлади, идиш тубига яқин жойда зарралар жуда кўп, идиш тубидан бирор баландликдаги жойда оз бўлади. Броун зарралари сони n нинг баландлик h бўйича тақсимот қонуни (1) формула билан аниқланади. Зарралар сонининг баландлик ортиши билан бу камайиб бориши жуда ҳам тез юз беради (броун заррасининг массаси m бир дона молекуланинг массасига нисбатан жуда ҳам катта), h баландлик миллиметрнинг бўлаклари қадар ўзгарганда ҳам, камайиш сезиларли бўлади.

(2) тенгликдан температура T нинг $\overline{w}$ орқали қийматини аниқлаб, (1) формулага қўйсак:

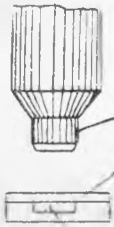
$$n_h = n_0 \cdot e^{-\frac{3Ph}{2\overline{w}}}, \tag{4}$$

бунда P — броун заррасининг оғирлиги, бундан кўринишича, зарраларнинг массаси m маълум бўлса, зарралар сонининг баландлик ортиши билан камайиб бориш қонунидан фойдаланиб, ўртача кинетик энергия $\overline{w}$ ни аниқлаш мумкин; $\overline{w}$ ни билиш эса (3) тенгликдан Авогадро сони N ни топиш имкониятини беради.

Перрен, кўп такрор центрифуглаш йўли билан, *garcinia morel* смоласидан (гумми-гут) ғоят бир жинсли бўлган эмульсия тайёрлади. Бу эмульсия ҳар бирининг диаметри бир микронга яқин бўлган шарсимон зарралардан иборат эди. Бу зарраларни сувга аралаштириб, микроскоп орқали қаралганда улар интенсив броун ҳаракатига эга эканликлари маълум бўлди. Суюқликдаги бу зарраларнинг сони баландликнинг ортиши билан жуда тез камайиб борарди.

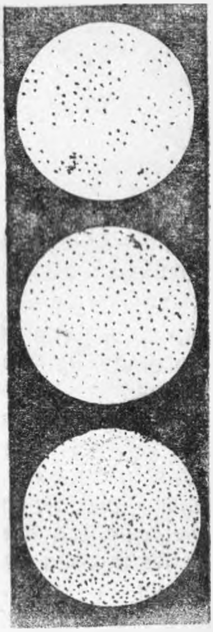
Бу камайишни кузатиш учун қуйидаги усул ишлатилди: буюмда шиша (129-расм) цилиндрик чуқурча ясалиб, бу чуқурча эмульсия билан тўлдирилди ва усти шиша қопқоп билан ёпилди. Бу эмульсияга юпқа тасвирли микроскоп орқали қаралди. Микроскопни эмульсиянинг маълум бир қатламига фокуслаб, шу қатламдаги броун зарраларини кўриш мумкин бўлади; юқорироқ ва пастроқ жойлашган зарраларнинг тасвири фокусга тушмайди.

Микроскопнинг объективини суриб, уни эмульсиянинг турли қатламларига фокуслаш ва шу тариқа зарралар сонининг баландлик бўйича ўзгаришини кузатиш мумкин бўлди.



129-расм. Броун зарраларини микроскоп ёрдамида кузатиш усули.

130-расмда суюқликнинг турли қатламларида броун зарраларидан олинган оний микрофотограммалар кўрсатилган: пастки қатламда зарралар кўп, юқори қатламда — оз. Турли h баландликлардаги қатламларда микроскоп орқали кўринган зарраларнинг n'_h сонини бевосита санаш баландлик ортиши билан зарралар сонининг камайиб бориш қонунини аниқлаш имконини беради. Микроскопнинг кўриш майдонидаги зарраларнинг n_h сони уларнинг худди шу баландликда олинган ҳажм бирлигидаги n_h сонига пропорционал бўлгани учун, n'_h сонлар (4) формулани қаноатлантириши керак.



130-расм. Броун зарраларининг турли баландликлардаги қатламларда тақсимланиши. Қатлам қанча юқорида бўлса, унда зарралар шунча кам.

h_1 баландликдаги қатламда n_{h_1} дона зарра бор бўлсин: (4) формулага асосан, бу сон:

$$n'_{h_1} = n'_0 \cdot e^{-\frac{3}{2}\frac{P}{w}h_1}$$

бўлади; худди шунга ўхшаш h_2 баландликдаги қатламда бўлган зарраларнинг n'_{h_2} сони учун қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$n'_{h_2} = n'_0 \cdot e^{-\frac{3}{2}\frac{P}{w}h_2},$$

бундан:

$$\frac{n'_{h_1}}{n'_{h_2}} = e^{-\frac{3}{2}\cdot\frac{P}{w}(h_1 - h_2)}.$$

Бу ифодани логарифмлаймиз ва $\overline{w}$ га нисбатан ечамиз:

$$\overline{w} = \frac{3}{2}\frac{P(h_2 - h_1)}{\ln\frac{n'_{h_1}}{n'_{h_2}}}. \qquad (5)$$

Бундаги n_{h_1}' ва n_{h_2}' лар микроскоп остида кўринган зарраларни бевосита санаш йўли билан аниқланади, $h_2 - h_1$ айирма эса h_1 баландликда ётган қатламдаги зарраларни санашдан h_2 баландликда ётган қатламдаги зарраларни санашга ўтиш учун микроскоп объективи қанчага силжитилганини кўрсатади. Бу силжиш микрометрик винт билан ўлчанади. $\overline{w}$ ни аниқлаш учун броун заррасининг P огирлигини топишгина қолди. Перрен броун зарраларининг P оғирлигини Стокс формуласидан (§ 42) фойдаланиб аниқлади. Стокс формуласи зарранинг ёпишқоқ суюқликдаги тушиш тезлигига қараб, унинг радиуси r ни аниқлаш имкониятини беради. Шарсимон зарранинг P огирлиги унинг радиуси r ва моддасининг зичлиги ρ орқали бевосита қуйидагича ифодаланади:

$$P = \frac{4}{3}\pi r^3 (\rho - \rho') g,$$

бунда ρ' — сувнинг зичлиги.

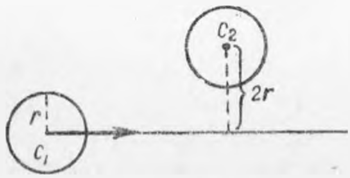
Перрен кузатган алоҳида зарралар броун ҳаракатида бўлганликлари учун уларнинг тушиш тезлигини аниқлаб бўлмайди. Аммо қуйидагича йўл тутиш мумкин: агар узун ингичка идишга солинган эмульсияни унинг зарралари баландлик бўйича текис тақсимланадиган қилиб аралаштирилса ва кейин тинч қолдирилса, зарралар чўка бошлайди: суюқликнинг юқори қисми ёриша бошлайди. Бунда бирмунча ноаниқ бўлса-да (броун ҳаракати туфайли), ҳар ҳолда қуролланмаган кўз билан кўриб бўладиган лойқаланиш чегараси вужудга келади. Шу лойқаланиш чегарасининг тушиш тезлиги алоҳида зарраларнинг тушиш тезлигини беради. Зарранинг ўртача кинетик энергияси $\overline{w}$ ни аниқлаш учун зарур бўлган барча катталикларни шу йўсинда топиш мумкин. $\overline{w}$ ни билиб олиб, юқорида айтилганидек, (3) дан Авогадро сони N ни аниқлаймиз.

Авогадро сони N ни аниқлаш учун Перрен томонидан ишлатилган бошқа бир усул броун зарраларининг силжишини кузатишга асосланган. Броун зарраси силжишининг ихтиёрий равишда ўтказилган OX ўқдаги проекциясини кузатяпмиз деб фараз қилайлик. Кузатиш вақти t да силжишнинг бу ўқдаги проекцияси x бўлсин. Агар бундай x лар кўп броун зарралари учун ўлчанса, Эйнштейннинг кўрсатишича, x лар квадратларининг ўртача қиймати қуйидаги муносабатни қаноатлантиради:

$$\overline{x^2} = \frac{RT}{3\pi\eta r N}\, t,$$

бунда R — газ доимийси, T — Кельвин шкаласи бўйича температура, η — броун зарралари солинган муҳитнинг ёпишқоқлик коэффициенти, r — броун заррасининг радиуси. Бу формулага кирувчи катталикларнинг N дан бошқа барчасини бевосита ўлчаш мумкин бўлгани учун, бу формула Авогадро сони N ни топиш имконини беради.

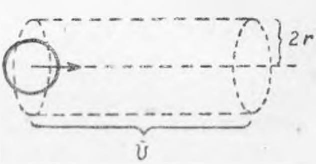
Перрен томонидан ўтказилган ўлчашлар Авогадро сони ҳар бир молда $6 \cdot 10^{23}$ донага яқин зарра борлигини билдирувчи катталик эканлигини кўрсатди. Перреннинг усуллари бундан аниқроқ натижалар бера олмайди. Кейинчалик (II томга қаранг) Авогадро сонини кўпроқ аниқлик билан топишга имкон берадиган бошқа усулларни кўрсатамиз. Ҳозирги вақтда Авогадро сони учун $N = 6{,}023 \cdot 10^{23}$ *моль*$^{-1}$ қиймат қабул қилингани юқорида айтиб ўтилган эди.



131-расм. Молекула ўз йўлида, марказларидан молекула силжиб бораётган тўғри чизиққача бўлган масофалари $2r$ дан ортиқ бўлмаган ҳамма молекулаларга тегиб ўтади.

§ 53. Молекулалар эркин йўлининг узунлиги. Газдаги молекулалар узлуксиз ва тартибсиз ҳаракатда бўлиб, бир-бирлари билан тўқнашиб туради; тўқнашишлар орасида улар бирор λ йўлни эркин босиб ўтади. Икки тўқнашиш орасидаги бу йўлнинг узунлиги турличадир, лекин молекулалар сони ниҳоят даражада кўп ва уларнинг ҳаракати тартибсиз бўлгани туфайли молекулалар эркин йўлининг ўртача узунлиги ҳақида гапириш мумкин. Молекулалар эркин йўлининг мана шу ўртача узунлиги λ ни ҳисоблаймиз.

v тезлик билан ҳаракатланаётган аниқ бир молекулани олиб қараймиз; молекулани r радиусли шарча деб тасаввур қиламиз. Молекула ҳар бир тўқнашишдан сўнг v тезлигининг йўналишини ўзгартиради, бироқ соддалик учун, молекула тўқнашишгача қандай йўналишда ҳаракатланган бўлса, тўқнашгандан сўнг ҳам ўша йўналишда ҳаракатлана беради, деб фараз қиламиз. Бундан ташқари, соддалик учун, биз текшираётган молекуладан бошқа барча молекулалар ҳаракатсиз турибди, деб фараз қиламиз. У ҳолда молекула ўз йўлида марказлари ҳаракат тўғри чизиғидан $2r$ дан катта бўлмаган масофада ётувчи молекулаларга тегиб ўтади (132-расм).



132-расм. Молекула марказлари $2r$ радиусли цилиндр ичида бўлган ҳамма молекулаларга тегиб ўтади.

Демак, молекула вақт бирлигида, радиуси $R = 2r$ ва l узунлиги сон жиҳатдан молекуланинг v тезлигига тенг бўлган цилиндр ичида марказлари жойлашган z дона молекуланинг барчасига тегиб ўтади (132-расм); бундай цилиндрнинг ичида бўладиган молекулаларнинг сони z қуйидагига тенг:

$$z = \pi R^2 v n_0,$$

бунда n_0 — бирлик ҳажмдаги молекулалар сони. Бу формулага $R = 2r$ ни қўйиб ва v ни молекулалар ҳаракатининг ўртача $\bar{v}$ тезлиги деб ҳисоблаб, *молекулаларнинг вақт бирлигидаги ўртача тўқнашишлар сони* ифодасига эга бўламиз:

$$\bar{z} = 4\pi r^2 \bar{v} n_0. \tag{1}$$

Ҳақиқатда бошқа молекулалар ҳам ҳаракатлангани учун, тўқнашишларнинг сони $\bar{z}$ (1) формуладан аниқланадиган қийматга қараганда бир оз каттароқ қийматга эга бўлади.

Тегишли ҳисоблашларнинг кўрсатишича, $\bar{z}$ нинг қиймати $\sqrt{2}$ марта катта бўлади:

$$\bar{z} = 4\sqrt{2}\pi r^2 \bar{v} n_0. \tag{2}$$

Молекулаларнинг ўлчамлари $r \simeq 10^{-8}$ *см* чамасидаги катталиклардир; нормал шароитда бирлик ҳажмдаги молекулаларнинг сони $n_0 \simeq 3 \cdot 10^{19}$ ва молекулаларнинг тезлиги $\bar{v} \simeq 5 \cdot 10^4$ *см/сек* эканлигини билган ҳолда газ молекулаларининг вақт бирлигидаги тўқнашишлар сони учун қуйидаги тартибдаги қийматни оламиз:

$$\bar{z} \simeq 4 \cdot \sqrt{2} \cdot 3{,}14\,(10^{-8})^2 \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{19}\ сек^{-1} \simeq 3 \cdot 10^9\ сек^{-1}.$$

Демак, нормал шароитда молекулалар 1 секундда бир неча миллиард марта тўқнашадилар.

Молекуланинг вақт бирлигида босиб ўтган ўртача йўлини вақт бирлигидаги тўқнашишлар сони $\bar{z}$ га бўлсак, молекула эркин йўлининг ўртача узунлиги $\bar{\lambda}$ ни топамиз. Вақт бирлигида босиб ўтилган йўл сон жиҳатдан $\bar{v}$ тезликка тенг бўлгани учун, молекулалар эркин йўлининг ўртача узунлиги:

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}} \tag{3}$$

бўлади.

Бу формулага (2) тенгликдан $\bar{z}$ нинг қийматини қўйсак:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi r^2 n_0} \tag{4}$$

ёки агар молекуланинг радиуси ўрнига унинг диаметри $\sigma = 2r$ ни киритсак:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n_0} \tag{4a}$$

бўлади.

(4) ва (4 а) формулалардан молекулалар эркин йўлининг ўртача узунлиги $\bar{\lambda}$ бирлик ҳажмдаги молекулалар сони n_0 га тескари пропорционал эканлиги кўриниб турибди. Бирлик ҳажмдаг молекулалар сони n_0 ўзгармас температурада газнинг босимига тўғри пропорционал бўлгани учун:

$$\frac{\bar{\lambda}_1}{\bar{\lambda}_2} = \frac{n_{0_2}}{n_{0_1}} = \frac{p_2}{p_1}, \tag{5}$$

бунда $\bar{\lambda}_1$ ва $\bar{\lambda}_2$ — газ молекулаларининг мос равишда, p_1 ва p_2 босимлардаги эркин йўли узунликларидир. (5) формуладан шундай хулоса келиб чиқади: *температура ўзгармас бўлганда молекулалар ўртача эркин йўлининг узунлиги $\bar{\lambda}$ газнинг p босимига тескари пропорционалдир.*

Молекулалар эркин йўли ўртача узунлигининг абсолют қиймати молекулаларнинг σ диаметрига боғлиқдир. Кейинчалик биз турли газлар учун $\bar{\lambda}$ нинг қийматини аниқлаш усуллари мавжудлигини кўрамиз; $\bar{\lambda}$ н нг шу топилган сон қийматларини (4а) формулага қўйиб молекулаларнинг σ диаметри аниқланади. Шу тариқа аниқланган диаметрлар молекулаларнинг ҳақиқий ўлчамларини аниқ кўрсатмаслигини назарда тутиш керак. Биринчидан, молекулалар мунтазам шарлар эмас; иккинчидан, молекулаларнинг ўзаро тўқнашиш процесси ҳақиқатда эластик шарларнинг ўзаро урилишларига ўхшамайди. Молекулалар атом ядролари ва электронлардан ташкил топган мураккаб системадир. Молекулалар орасидаги масофа кичик бўлганда ошкор бўладиган ўзаро таъсир кучларининг характери мураккабдир (қисман электр характеридаги кучлар бўлади). Ўзаро тўқнашиш процесси кичик масофада молекулаларнинг ўзаро итаришишларидан иборат бўлади. Бунда молекулалар орасидаги масофа камайган сари, итаришиш кучлари орта боради (мукаммалроқ § 61 да тушунтирилади). Бу кучлар таъсирида молекулаларнинг тезликлар і ўз йўналишини ўзгартиради.

Демак, молекулалар эластик шарчалардир, деб фараз қилган ҳолда ҳисоблаб чиқилган молекулалар диаметри σ бизга молекулаларнинг ўлчамлари ҳақида фақат тақрибий тасаввур беради, холос; σ катталик одатда *молекуланинг эффектив диаметри* деб юритилади. πr^2 *молекуланинг эффектив кесими* дейилади.

Бизни (4) формулага олиб келган ҳисоблашларнинг тахминийлиги, ҳақиқатда молекула эркин йўлининг ўртача узунлиги температурага бир оз боғлиқ бўлса-да, (4) формулага асосан, ўзгармас ҳажмда қиздирилган газ молекулаларининг эркин йўли температурага боғлиқ эмас деган даъвога олиб келади. Температура кўтарилиши билан молекулалар эркин йўлининг ўртача узунлиги бир оз ортади. Агар молекулалар эркин йўлининг (4) формула бўйича ҳисобланган ўртача узунлигини $\overline{\lambda}_\infty$ орқали белгиласак, эркин йўлнинг T температурадаги ҳақиқий ўртача узунлиги $\overline{\lambda}$ қуйидагига тенг бўлади:

$$\overline{\lambda} = \overline{\lambda}_\infty \frac{T}{C+T},$$

бунда C — берилган газ учун ўзгармас бўлган катталик бўлиб, *Сёзерлэнд доимийси* деб аталади ва унинг қийматлари тажриба натижаларидан топилади.

Масалан, азот учун $C = 102{,}7°$, бундан, Сёзерлэнд формуласига кўра $T = 300°$ K бўлгандаги эркин йўлнинг ўртача $\overline{\lambda}$ узунлиги $T = 200°$ K бўлгандагига қараганда 12 % катта бўлади.

Энди баъзи бир сонли маълумотларни келтирамиз. VI жадвалда баъзи газлар ва буғлар учун молекулалар эркин йўлининг нормал шароитдаги ($p = 1$ *ат*, $t = 0°$C) ўртача узунлиги $\overline{\lambda}$ ва бу $\overline{\lambda}$ лар бўйича ҳисобланган σ эффектив диаметрлари келтирилган.

VI жадвал

Молекула ва атомлар эркин йўлининг ўртача узунлиги ва уларнинг эффектив диаметри

Газ (буғ)	$\overline{\lambda} \cdot 10^5$ *см*	$\sigma \cdot 10^8$ *см*
Водород (H_2)	1,123	2,3
Азот (N_2)	0,599	3,1
Кислород (O_2)	0,647	2,9
Гелий (He)	1,798	1,9
Аргон (Ar)	0,666	3,6

Тақрибий ҳисоблашларда, эркин йўлнинг ўртача узунлиги $\overline{\lambda}$ ни нормал шароитда ҳаво учун $\overline{\lambda} = 7 \cdot 10^{-6}$ *см* деб олиш мумкин.

У ҳолда ҳавонинг турли босимлари учун (5) формулага кўра, VII жадвалда келтирилган қийматларни оламиз.

VII жадвал

Турли босимларда ҳаво молекулалари эркин йўлининг узунлиги

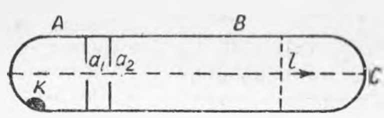
Босим, *мм* симоб устунида	760	1	0,01	10^{-4}	10^{-6}
Эркин йўлнинг ўртача узунлиги, $\overline{\lambda}$ *см* ларда	$7 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-1}$	$5 \cdot 10^{1}$	$5 \cdot 10^{3}$

VII жадвалдан газ молекулалари эркин йўлининг ўртача узунлиги нормал шароитда, тахминан, сантиметрнинг юз мингдан бир бўлагига тенг бўлса, 0,01 *мм* Hg босимдаги сийраклантирилган газда унинг 5 *мм* бўлишлиги кўриниб турибди. Жуда ҳам сийраклантирилган газда (босими 10^{-6} *мм* Hg чамасида) молекулалар эркин йўлининг узунлиги бир неча ўн метрларга тенг бўлган ғоят катта қийматга эришади.

Бу ҳисоблашлар бизга, жуда ҳам сийраклантирилган ҳолатдаги газнинг, яъни ҳозирги замоннинг жуда яхши насослари ёрдамида гази сўриб олинган идишдаги қолдиқ газнинг хусусиятларини аниқлаш имконини беради. Идишдан ҳавони $p \cong 10^{-4}$ *мм* Hg босимгача сўриб олиш ҳеч қандай техник қийинчилик туғдирмайди; шунда ҳам 1 *см*^{3} ҳажмда тахминан $4 \cdot 10^{12}$ дона молекула бўлади. VII жадвалнинг кўрсатишича шу молекулалар эркин йўлининг ўртача узунлиги $\bar{\lambda} = 50$ *см* га тенг. Агар идишнинг ўлчамлари 10 *см* чамасида бўлса, бу, ҳар бир молекула ўз йўлида бошқа бир молекула билан тасодифан тўқнашгунча, у бир неча марта идиш бўйлаб учиб ўтади ва идиш деворларига тегиб қайтади, демакдир.

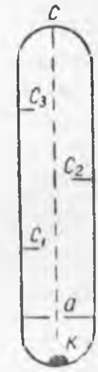
Шундай қилиб, идишнинг ҳар 1 *см*^{3} ҳажмида ўн икки хонали-сон билан ифодаланадиган миқдорда молекула қолган бўлсада, идишни етарли даражада „бўш" деб ҳисоблаш мумкин: унинг ичида молекулалар у девордан бу деворга эркин учиб ўтадилар.

§ 54. Молекулалар дасталари билан ўтказиладиган тажрибалар. Молекулалар эркин йўлининг ўртача узунлиги ўнларча сантиметрга ёки ҳатто бир неча метрга етадиган даражада сийраклантирилган газни ҳосил қилиш мумкинлиги газларнинг молекуляр-кинетик назариясидан келиб чиқадиган асосий хулосаларнинг тўғрилигини етарли даражада бевосита тасдиқловчи тажрибаларни ўтказишга имкон беради.



133-расм. Молекуляр дастанинг ҳосил бўлиши.

Бир неча жойида тўсиқлар ўрнатилган идишни кўз олдимизга келтирайлик (133-расм). Тўсиқларда бир тўғри чизиқда ётувчи кичкинагина a_1 ва a_2 доиравий тешикчалар бор. Идишдан ҳаво тортиб олиниб, унинг ичидаги босим молекулалар эркин йўлининг ўртача узунлиги идишнинг ўлчамларидан катта бўлган даражагача пасайтирилган. Идишнинг *A* қисмига тез эрувчи металл (масалан, натрий) жойлаштирилиб, идишнинг шу қисми иситилади. Бунда *K* металл буғланиб, унинг етарли даражада паст босимдаги буғлари идишнинг *A* қисмини тўлдиради. Тезликлари a_1, a_2 тешикчалардан ўтувчи тўғри чизиқ бўйича йўналган буғ молекулалари ўша тешикчалар орқали идишнинг *B* қисмига учиб ўтади. Идишдаги қолдиқ газнинг босими ниҳоятда кичик бўлгани учун идишнинг *B* қисмида молекулалар тўғри чизиқли текис ҳаракат қилади. Металл буғининг a_1, a_2 тешикчалардан учиб ўтган барча молекулаларининг тўплами идишнинг B қисмида тўғри чизиқ бўйича тарқалувчи молекулалар дастасини вужудга келтиради. Шунинг учун ҳам баён қилинган тажриба *молекулалар (атомлар) дастаси билан ўтказиладиган тажриба* деб айтилади. Идишнинг C девори етарли даражада совуқ бўлса, унга етиб келган металл атомлари ўша ерга ёпишиб қолади. Шундай қилиб, C деворга металлнинг кўзга кўринарли қатлами ўтириб қолади ва бу эса молекулалар дастасининг шу деворга етиб келганлигини кўрсатади. C деворда ўтириб қолган қатламнинг шакли a_1, a_2 тешикчаларнинг шаклига ўхшаш бўлади: агар бу тешикчалар доиравий бўлса, деворга ўтирган металл доғ ҳам доира шаклида бўлади. Агар дастанинг йўлига қандайдир тўсиқ қўйилса, масалан, l сим тортиб қўйилса, деворга ўтирган металл доғда бу симнинг „сояси" ҳосил бўлади. Бу тажрибаларнинг барчаси дастадаги молекулаларнинг тўғри чизиқли ҳаракат қилганлигига бизни бевосита ишонтиради.



134-расм. Молекулалар эркин йўлининг ўртача узунлигини молекуляр даста ёрдамида аниқлаш.

Молекулалар дастаси билан ўтказиладиган тажрибани молекулалар эркин йўлининг узунлигини баҳолаш имконини берадиган қилиб ўзгартириш мумкин. Қолдиқ газнинг босими кичик бўлганда a тешикчадан (134-расм) чиқувчи молекулалар дастаси қарши томондаги C деворга етиб боради; яқинроқ жойларга ўрнатилган C_1 C_2 C_3 . . . ён пластинкаларга металл ёпишмайди. Агар эркин йўл узунлигини қисқартириш мақсадида идишга яна газ киритсак, дастадаги молекулалар C деворга етмасданоқ, бошқа молекулалар билан тўқнашади. Газ молекулалари билан тўқнашгач, улар четга бурилади ва шу жойдаги ён пластинкага ҳамда ундан нарироқдаги пластинкаларга ўтириб қолади. Кўшилаётган газнинг босими қанча катта бўлса, эркин йўлнинг узунлиги ҳам шунча кичик бўлади ва дастадаги молекулалар шунча яқиндаги ён пластинкаларга ёпишади. Бу тажриба турли босимдаги эркин йўлнинг ўртача узунлигини баҳолаш имконини беради. Топиладиган натижаларнинг қиймати газлар молекуляркинетик назарияси асосида ҳисоблаб чиқарилган натижалар билан деярли бир хил бўлади.

Агар вақт бирлиги давомида a тешикчадан ўтган молекулалар дастасида n_0 дона молекула бўлса, a тешикчадан бирор x масофада уларнинг сони камроқ бўлади. Чунки даста шу жойга келгунча молекулаларнинг бир қисми бошқа молекулалар билан тўқнашиб, четга чиқиб кетади.

Назарий ҳисоблашларнинг кўрсатишича, дастанинг бошидан x масофада вақт бирлиги давомида учиб ўтувчи молекулаларнинг сони n_x қуйидаги формула билан ифодаланади:

$$n_x = n_0 e^{-\frac{x}{\bar{\lambda}}},$$

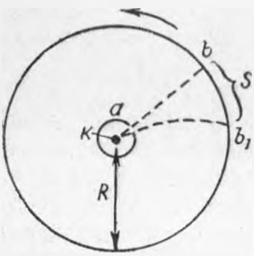
бунда $\bar{\lambda}$ — эркин йўлнинг ўртача узунлиги. Шундай қилиб, дастадаги молекулаларнинг сони экспоненциал қонун бўйича камая боради. Агар $x = 2\bar{\lambda}$ деб олсак,

$$n_{2\bar{\lambda}} = n_0 e^{-\frac{2\bar{\lambda}}{\bar{\lambda}}} = n_0 e^{-2} = 0,135 n_0$$

бўлади, яъни дастадаги молекулалардан фақат 13,5 % игина эркин йўлнинг ўртача узунлигидан икки марта катта масофага учиб бора олади.

Ниҳоят, молекуляр дасталар билан ўтказиладиган тажрибалардан газ молекулаларининг тезлигини баҳолашга имкон берадиганларини келтирамиз. Бу тажрибаларни дастлаб Штерн ўтказган эди.

Штерн тажрибасининг ғояси қуйидагича: ўқи бўйича K сим жойлаштирилган цилиндрик идишни кўз олдимизга келтирайлик (135-расм). Бу K сим цилиндрик тўсиқ билан ўралган бўлиб, унда тасмасимон a тешикча бор. Бутун идиш ичида юқори вакуум ҳосил қилинади. Штерннинг тажрибаларида устига кумуш қопланган платина сим ишлатилган. Платина симни ток ўтказиб қиздирилганда кумуш буғланиб, a тешикчадан чиқувчи ва идиш деворидаги b нуқтага келиб ёпишувчи молекуляр дастани ҳосил қиларди. Агар бутун идишни K симдан ўтувчи ўқ атрофида айлантирсак, даста идишдан орқада қола бошлайди ва унинг изи бошқа b_1 нуқтада ҳосил бўлади. Бу b ва b_1 нуқталар орасидаги s силжишни дастадаги молекулаларнинг ўртача v тезлиги билан боғлаш осон. Идишнинг радиуси R бўлсин. У ҳолда молекулаларнинг K симдан идиш деворигача учиб бориши учун кетган ўртача вақт



135-расм. Молекулалар тезликларини аниқлаш учун ўтказилган Штерн тажрибасининг схемаси.

$$\bar{t} = \frac{R}{v}$$

бўлади.

Идиш деворидаги ҳар бир нуқта бу $\bar{t}$ вақтда

$$s = \omega R \bar{t}$$

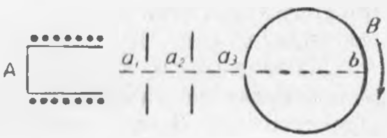
йўл босиб ўтади, бунда ω — идиш айланишининг бурчак тезлиги. Охирги тенгликдан:

$$\bar{t} = \frac{s}{\omega R}.$$

Вақт $\bar{t}$ учун топилган иккала ифодани бир-бирига тенглаштириб, қуйидаги натижани оламиз:

$$\bar{v} = \frac{\omega R^2}{s}.$$

Молекулалар турли тезликлар билан ҳаракатлангани учун b_1 нуқтадаги из бир оз ёйилган бўлади. Аммо, изнинг ўртасигача бўлган s силжишни ўлчаб ҳамда идишнинг R радиусини ва айланишининг ω бурчак тезлигини билган ҳолда молекулаларнинг ўртача $\bar{v}$ тезлигини аниқлаш мумкин. Кумуш юритилган сим билан ўтказилган тажрибаларнинг натижалари тезликнинг газлар кинетик назариясидаги формулалар асосида ҳисоблаб чиқарилган қийматига жуда яхши мос келади.



136-расм. Молекулалар тезликларини аниқлаш тажрибасининг схемаси.

Штерн тажрибаси кейинчалик турли вариантларда такрорланди. Улардан бири 136-расмда тасвирланган.

Вакуумда A печь ичида буғлантирилаётган висмутнинг атомларидан a_1, a_2 тирқишлар ёрдамида даста ажратилади. Дастанинг йўлида a_3 тирқишга эга бўлган B цилиндр айланиб туради. a_3 тешикча a_1 ва a_2 тешикчалар тўғрисига келганда, цилиндр ичига атомлар учиб киради. Бу атомлар цилиндрнинг кўндалангига учиб, унинг нариги томонига ўтгунча цилиндр бирор бурчакка бурилиб қолади ва, натижада, атомлар a_3 тирқиш қаршисидаги b нуқтага келмай, унга нисбатан бир оз силжиган бошқа нуқтага келади. Бунда тезроқ ҳаракатланувчи атомлар озроқ силжиган, секинроқ ҳаракатланувчи атомлар кўпроқ силжиган бўлади. Ёпишиб қолган металл турли жойларда зичлиги турлича бўлган полоса ҳосил қилади. Ёпишиб қолган металлнинг зичлигини ўлчаб, атомларнинг тезликлар бўйича тақсимланиш қонунини аниқлаш мумкин.

Молекуляр дастадаги молекулаларнинг тезликлар бўйича тақсимланиш қонуни молекулалар тезликларининг газнинг ўз ҳажмида тақсимланиш қонунидан бир оз фарқ қилади. Газ ҳажмидаги молекулалар тезликлар бўйича Максвелл қонунига асосан тақсимланади [§ 50 даги (2) формула]:

$$\Delta n = \frac{4}{\sqrt{\pi}} n e^{-u^2} u^2 \Delta u. \qquad (1)$$

Молекулалар дастасида эса тез ҳаракатланувчи молекулалар сони дастани вужудга келтирган газдагига қараганда кўпроқ бўлади. Чунки тез молекулалар диафрагмадаги тешикчадан суст молекулаларга нисбатан кўпроқ отилиб чиқади. Ҳисоблашларнинг кўрсатишича, агар газдаги молекулалардан u, $u + \Delta u$ интервалдаги тезликларга эга бўлганларининг нисбий сони $\Delta n/n$ га тенг бўлса, дастадаги молекулалардан шу интервалдаги тезликларга эга бўлганларининг нисбий сони

$$\frac{\Delta n'}{n'} = \frac{\Delta n}{n} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot u$$

бўлади, бу ерда u — молекулаларнинг нисбий тезлиги. Шунинг учун дастадаги молекулаларнинг тезликлар бўйича тақсимланиш қонуни эса (1) формула билан эмас, балки қуйидаги формула билан ифодаланади:

$$\Delta n' = 2n'e^{-u^2}\, u^3 \Delta u. \qquad (2)$$

§ 55. Газларда кўчирилиш ҳодисалари. Диффузия. Газдаги молекулаларнинг тартибсиз ҳаракати уларнинг узлуксиз равишда аралашиб туришига сабаб бўлади, шунинг учун бир-бирига тегиб турувчи турли хил икки газ бир-бирининг ичига кириб кетади— диффузияланади. Шунингдек, газлардаги ички ишқалиш ва иссиқлик ўтказувчанлик ҳодисалари газ молекулаларининг бир жойдан-иккинчи жойга кўчиши туфайли содир бўлади. Молекулаларнинг ҳаракати билан боғлиқ бўлган бу ҳодисаларнинг барчаси *кўчирилиш ҳодисалари* деб юритилади.

Газларнинг кинетик назарияси ривожланаётган вақтларда унга қарши қуйидагича эътироз билдирилган эди: агар молекулаларнинг ҳаракат тезликлари, газларнинг кинетик назариясида айтилгандек, ҳақиқатан ҳам секундига бир неча юз метр чамасида бўлса, газларнинг аралашиши жуда ҳам тез юз бериши керак. Агар, масалан, ҳидли модда солинган идиш уйнинг бирор чеккасида очилса, модданинг молекулалари уйнинг ўлчамларига тенг бўлган йўлни босиб ўтиши учун секунднинг фақат улушларигина кифоя бўлганлигидан ҳид уйнинг ҳамма жойида дарҳол сезилиши керак. Ҳақиқатда эса маълумки, атмосфера босимида газларнинг диффузияси секин рўй беради; жумладан, ҳидлар аста-секин тарқалади. Бу мулоҳазалардаги хато, атмосфера босимида эркин йўлнинг қисқалигидан молекулаларнинг узлуксиз ўзаро тўқнашиб туришини ва, демак, бир жойнинг ўзида анча вақт „туртинишиб“ туриб қолишини ҳисобга олмасликдан келиб чиқади. Молекуланинг тезлиги катта бўлишига қарамай, у бир секундда ўзи турган жойдан фақат озгина масофага силжийди. Унинг йўли ғоят мураккаб ва чигал синиқ чизиқдан иборат бўлади.

Дастлаб *диффузия* ҳодисасини текширайлик.

Текширишларнинг кўрсатишича, диффузия рўй бераётган ΔS юзнинг ўлчамлари ва диффузия кузатилаётган Δt вақт оралиги қанча катта бўлса ҳамда диффузияланаётган газнинг парциал зичлиги ρ олинган юзга тик йўналишда қанча тез ўзгарса, шу

ΔS юздан ўтган ΔM газ массаси ҳам шунча катта бўлади. OX ўқни ΔS юзга тик қилиб ўтказамиз; текширилаётган газнинг парциал зичлиги бир-биридан Δx узоқликда жойлашган икки нуқтада $\Delta\rho$ га фарқ қилсин, у ҳолда $\Delta\rho/\Delta x$ катталик газ зичлиги ρ нинг OX ўқ йўналишида олинган узунлик бирлигида қанчага ўзгаришини характерлайди; бу катталик *зичлик градиенти* дейилади. Айтилганларга кўра, ΔM зичлик градиенти $\Delta\rho/\Delta x$ га, ΔS юзчанинг катталигига ва Δt вақтга пропорционалдир:

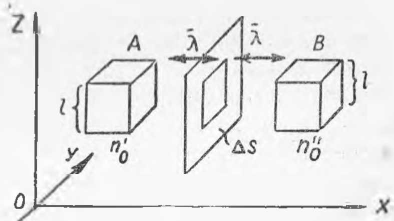
$$\Delta M = -D\left(\frac{\Delta\rho}{\Delta x}\right)\Delta S\,\Delta t. \qquad (1)$$

Газнинг турига ва газнинг қандай шароитда эканлигига боғлиқ бўлган D катталик *диффузия коэффициенти* дейилади. Минус ишораси эса массанинг зичлик камаядиган томонга қараб кўчирилишини кўрсатади.

(1) формула диффузия ҳодисасини макроскопик нуқтаи назардан характерлайди.

Энди диффузия ҳодисасини газларнинг молекуляр-кинетик назарияси нуқтаи назаридан текширамиз. Бир-бирига киришувчи икки хил газ олиб, соддалик учун, газларнинг молекулалари уларнинг массалари ва эффектик кесимлари ўзаро тенг деб, айтарлик даражада бир-бирига ўхшаш деб ҳисоблаймиз. Бир хил шароитда бундай молекулаларнинг тезликлари ҳамда эркин йўллари узунликлари бир хил бўлади.

Бу газлардан бирининг ΔS юз орқали ўтаётган молекулалари сонини ҳисоблаймиз (137-расм): бу юз OX ўққа тик бўлиб, газнинг ρ зичлиги ҳам шу OX йўналишда ўзгаради. Юзнинг ўнг ва чап томонларида, ундан эркин йўл узунлигининг ўртача қиймати $\bar{\lambda}$ қадар масофа нарида, фикран, кубча шаклидаги A ва B ҳажмларни ажратамиз. У ҳолда, бу кубчаларнинг исталган биридан учиб чиққан молекулалар бошқа молекулалар билан тўқнашишсиз ΔS юзга етиб келади деб ҳисоблаш мумкин.



137-расм. Молекулаларнинг ΔS юз орқали кўчиши.

A ва B кубчаларнинг ён ёқлари ΔS юзга параллел ва катталиги жиҳатдан унга тенг бўлсин; кубчалар қирраларининг узунлигини l орқали белгилаймиз; $l^2 = \Delta S$ эканлиги тамомила равшан. Текширилаётган газнинг A кубчадаги молекулаларининг сонини n_A орқали белгилаймиз. § 46 да аниқланганидек, молекулалар ҳаракати бутунлай тартибсиз бўлгани учун, бу кубчадаги молекулаларнинг $^1/_3$ қисми OX ўқи бўйича ҳаракатланади, улардан ярмиси — OX ўқининг мусбат томонига қараб, қолган ярмиси — OX ўқининг манфий томонига қараб ҳаракатланади. Шундай қилиб, A кубчадаги n_A дона молекуладан $^1/_6\, n_A$ донаси ΔS юз томонига қараб ҳаракатланади. ΔS юз кубчадан $\bar{\lambda}$ масофада бўлгани учун, бу молекулаларнинг ҳаммаси ΔS юзга тўқнашишсиз етиб келади ва ундан ўтади. Бу $^1/_6\, n_A$ молекуланинг ΔS юз орқали учиб ўтиши учун зарур бўлган δt вақт A кубчадан ΔS юзга қараб учиб чиқувчи охирги молекулаларнинг дастлабки молекулалардан кечикиш вақтига тенг; шунинг учун $\delta t = \frac{l}{\bar{v}}$, бунда $\bar{v}$ — молекулаларнинг ўртача арифметик тезлиги. Демак, ΔS юз орқали вақт бирлигида чапдан ўнгга учиб ўтувчи Δn_A молекулаларнинг сони:

$$\Delta n_A = \frac{\frac{1}{6} n_A}{\delta t} = \frac{1}{6} n_A \frac{\bar{v}}{l}$$

га тенг.

A кубча турган жойда бирлик ҳажмдаги молекулалар сонини n_0 орқали белгилаймиз. У ҳолда $n_A = n_0' l^3$ бўлади ва Δn_A нинг ифодасини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\Delta n_A = \frac{1}{6} n_A \frac{\bar{v}}{l} = \frac{1}{6} n_0' \bar{v} l^2 = \frac{1}{6} n_0' \bar{v}\, \Delta S. \quad (2)$$

Худди шунингдек, ΔS юз орқали вақт бирлигида ўнгдан чапга учиб ўтувчи Δn_B молекулаларнинг сони:

$$\Delta n_B = \frac{1}{6} n_0'' \bar{v} \cdot \Delta S \quad (3)$$

бўлишини аниқлаймиз, бунда n_0'' — B кубча турган жойда бирлик ҳажмдаги молекулалар сонидир. Бунда, ихтиёрий Δt вақт оралигида ΔS юз орқали чапдан ўнгга ва ўнгдан чапга учиб ўтувчи молекулалар сонларининг фарқи:

$$\Delta n = \frac{1}{6} \bar{v} (n_0' - n_0'') \Delta S\, \Delta t. \quad (4)$$

Δt вақт оралигида ΔS юз орқали чапдан ўнгга (OX ўқнинг мусбат томонига қараб) учиб ўтувчи молекулаларнинг Δn сонини бир молекуланинг m массасига кўпайтирсак, шу ΔS юз орқали Δt вақт оралигида ўтган ΔM массани топамиз:

$$\Delta M = m \cdot \Delta n = \frac{1}{6} \bar{v} m (n_0' - n_0'') \Delta S\, \Delta t. \quad (5)$$

$n_0'' - n_0'$ айирма бирлик ҳажмдаги молекулалар сонининг OX йўналишида ўзгариш тезлиги билан, яъни $\frac{\Delta n_0}{\Delta x}$ катталик билан A ва B кубчалар орасидаги масофанинг кўпайтмасига тенг; бу масофа $2\bar{\lambda}$ га тенг, шунинг учун:

$$n_0'' - n_0' = \frac{\Delta n_0}{\Delta x} \cdot 2\bar{\lambda}.$$

$n_0'' - n_0'$ айирманинг бу қийматини (5) тенгликка қўйсак:

$$\Delta M = -\frac{1}{3}\bar{v}\,\bar{\lambda}\,m\cdot\frac{\Delta n_0}{\Delta x}\,\Delta S\,\Delta t, \text{ аммо } m\frac{\Delta n_0}{\Delta x} = \frac{\Delta(mn_0)}{\Delta x};$$

mn_0 катталик текширилаётган газнинг бирлик ҳажмдаги массасига, яъни унинг ρ зичлигига тенг, бундан:

$$m\frac{\Delta n_0}{\Delta x} = \frac{\Delta\rho}{\Delta x}, \tag{6}$$

демак

$$\Delta M = -\frac{1}{3}\bar{v}\,\bar{\lambda}\left(\frac{\Delta\rho}{\Delta x}\right)\Delta S\,\Delta t.$$

Бу формуладан, (1) ифодага мувофиқ равишда, кўчирилган ΔM масса зичликнинг $\Delta\rho/\Delta x$ градиентига, ΔS юзчага ва Δt вақт оралигига тўғри пропорционал эканлигини кўрамиз. Агар

$$D = \frac{1}{3}\bar{v}\,\bar{\lambda} \tag{7}$$

деб ҳисобласак, (6) ва (1) формулалар ўзаро мос бўлиб қолади.

Шундай қилиб, диффузия коэффициенти D молекулалар ҳаракатининг ўртача тезлиги $\bar{v}$ ва эркин йўлнинг ўртача узунлиги $\bar{\lambda}$ билан боғланган экан. Молекулалар ҳаракатининг $\bar{v}$ ўртача тезлиги $\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ катталикка пропорционал, эркин йўлнинг узунлиги $\bar{\lambda}$ эса, газнинг зичлиги ўзгармас бўлганда, унинг температурасига боғлиқ эмас. Бундан, берилган газ ўзгармас ҳажмда қиздирилса, унинг диффузия коэффициенти $D \sim \sqrt{T}$ бўлишлиги келиб чиқади. Бирдай ўлчамли молекулалардан иборат бўлган турли газлар учун, бирдай босим ва бирдай температураларда $D \sim \frac{1}{\sqrt{\mu}}$ бўлади. § 53 да кўрсатилганидек, молекулалар эркин йўлининг ўртача узунлиги $\bar{\lambda}$ газнинг босимига тескари пропорционалдир, шунинг учун *диффузия коэффициенти ҳам газнинг p босимига тескари пропорционал бўлади:* $D \sim \frac{1}{p}$. Бундаги p иккала газ аралашмасининг йиғинди босимини ифодалайди.

Сийраклантирилган газларда диффузия катта босим остидаги газлардагига қараганда тезроқ боради.

Эркин йўл ўртача узунлиги $\overline{\lambda}$ нинг § 53 даги (4 а) формула билан ифодаланган қийматини (7) формулага қўйсак,

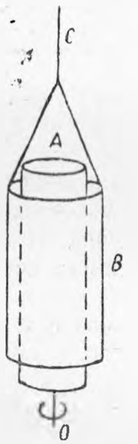
$$D = \frac{\overline{v}}{3\sqrt{2}\pi\sigma^2 n_0} \tag{7a}$$

бўлади.

Шундай қилиб, диффузия коэффициенти молекулаларнинг эффектив диаметри σ билан бевосита боғланган бўлиб қолади.

Агар молекулаларининг ўлчамлари турлича бўлган икки газнинг ўзаро диффузияси текширалаётган бўлса, σ ни иккала газ молекулаларининг ўртача диаметри деб ҳисоблаш мумкин: $\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2)$.

§ 56. Газларда ички ишқалиш ва иссиқлик ўтказувчанлик. § 42 да суюқликларнинг ички ишқалиш (ёпишқоқлик) коэффициенти η тушунчасини киритган эдик. Уша таъриф газлар учун ҳам ўринлидир.



138-расм. Газлардаги ички ишқалишни аниқлаш тажрибасининг схемаси.

Газ қатламлари турли тезликлар билан ҳаракатланганда қатламлар орасида кучлар вужудга келади: тезроқ ҳаракатланувчи қатлам секинроқ ҳаракатланувчи қўшни қатламни тезлаштиради ва, аксинча, секинроқ ҳаракатланувчи қатлам тезроқ ҳаракатланувчи қўшни қатламни секинлаштиради. Бу ҳолда вужудга келувчи ички ишқалиш кучлари f газ қатламларига уринма бўлиб йўналган бўлади.

Одатдаги шароитда газлардаги ички ишқалиш суюқликлардагига қараганда анча кичик бўлади, лекин у бир қанча тажрибаларда ошкор қилиниши мумкин. Бундай тажрибалардан бирининг схемаси 138-расмда тасвирланган. Умумий ўққа эга (коаксиал) A ва B иккита цилиндр орасидаги фазога текширилаётган газ тўлдирилган. A цилиндр O ўққа ўрнатилиб, тез айлантирилади; B цилиндр C ипга осилган бўлиб, ипнинг буралиш бурчагини ўлчаш мумкин. A цилиндр айланганда у ўзига яқин газ қатламларини илаштириб олиб кетади; бу қатламлар ички ишқалиш мавжуд бўлганлиги туфайли қўшни қатламларни ўз кетидан эргаштиради ва ҳоказо. Айлантирувчи момент, пировардида, B цилиндрга таъсир қилади ва буралаётган C ипдаги эластик куч B цилиндрга таъсир қилаётган кучларнинг моментини мувозанатлагунча цилиндр бурила боради.

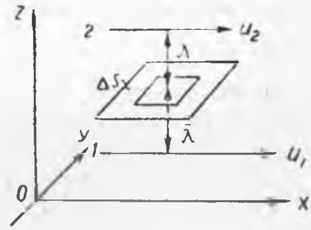
Молекулаларнинг v орқали белгиланган тезлигидан фарқ қилиш учун газ қатламларининг оқиш тезлигини u билан белгилаймиз.

У ҳолда, § 42 дагига ўхшаш, ички ишқалиш кучи f учун қуйидаги ифодани ёза оламиз:

$$f = \eta \left(\frac{\Delta u}{\Delta x}\right) \Delta S, \qquad (1)$$

бунда η — ички ишқалиш коэффициенти, $(\Delta u/\Delta x)$— тезлик градиенти, ΔS — f куч таъсир қилаётган юз.

Газларнинг молекуляр-кинетик назарияси нуқтаи назаридан оқаётган газда молекулалар тартибсиз ҳаракатининг v тезлигига кўчирилиш тезлиги u қўшилади. Бу кўчирилиш тезлиги берилган (маълум тезлик билан оқаётган) қатламдаги барча молекулалар учун бирдай бўлиб, турли қатламларда турличадир. Молекулалар тартибсиз ҳаракат қилганликлари туфайли тезроқ ҳаракатланаётган қатламдан секинроқ ҳаракатланаётган қатламга учиб ўтганларида, ҳаракат миқдорининг каттароқ mu ташкил этувчисини олиб келадилар ва натижада секинроқ ҳаракатланаётган қатламни тезлаштирадилар. Аксинча секинроқ ҳаракатланаётган қатламдан тезроқ ҳаракатланаётган қатламга ўтувчи молекулалар ҳаракат миқдорининг mu ташкил этувчиси жуда кичик бўлади, бунинг натижасида улар тез ҳаракатланаётган қатламни секинлаштиради.



139-расм. Ҳаракат миқдорининг кўчирилиши.

Турли u тезликлар билан ҳаракатланаётган қатламларга параллел қилиб, газ ичида ΔS юзни ажратамиз (139-расм). 1-қатлам ΔS юздан молекулалар эркин йўлининг ўртача узунлиги $\bar{\lambda}$ қадар пастроқда жойлашган деб фараз қилайлик. У ҳолда 1-қатламдан ΔS юз томонга учаётган молекулалар юзга бошқа молекулалар билан тўқнашмасдан етиб келади. Δt вақт ичида ΔS юз орқали учиб ўтувчи 1-қатлам молекулаларининг сони, § 55 да айтилганларга мувофиқ:

$$\Delta n_1 = \frac{1}{6} n_0 \bar{v} \, \Delta S \, \Delta t$$

бўлади, бунда n_0— бирлик ҳажмдаги молекулалар сони. Бу Δn_1 молекулалар ΔS юз орқали

$$\Delta K_1 = \frac{1}{6} n_0 \bar{v} \, \Delta S \, \Delta t \cdot m u_1$$

ҳаракат миқдорини олиб ўтади, бунда u_1 катталик—1-қатламнинг оқим тезлиги.

Худди, шунингдек, ΔS юздан $\bar{\lambda}$ қадар баландда бўлган 2-қатламнинг Δt вақт ичида ΔS юз орқали учиб ўтувчи молекулалари

$$\Delta K_2 = \frac{1}{6} n_0 \bar{v} \, \Delta S \, \Delta t \cdot mu_2$$

ҳаракат миқдорини олиб ўтади, бунда u_2 катталик — 2-қатламнинг оқим тезлиги. Текширилаётган ҳолда газ зичлигини ҳамма жойда бирдай деб ҳисоблаганимиз сабабли бирлик ҳажмдаги молекулалар сони n_0 ҳар икки қатлам учун бирдай бўлади.

Ҳаракат миқдорининг қарама-қарши йўналишларда рўй бераётган бу икки кўчирилиш натижасида ΔS юз орқали

$$\Delta K = \Delta K_2 - \Delta K_1 = \frac{1}{6} n_0 \bar{v} \, \Delta S \, \Delta t \, (mu_2 - mu_1)$$

ҳаракат миқдори кўчирилади.

$mu_2 - mu_1$ айирмани $m(u_2 - u_1)$ кўринишида ёзиш мумкин. $u_2 - u_1$ тезликлар айирмаси тезлик градиенти $\Delta u/\Delta z$ билан 2 ва 1-қатламлар орасидаги масофанинг кўпайтмасига тенг: бу масофа $2\bar{\lambda}$ га тенг бўлгани учун

$$u_2 - u_1 = \left(\frac{\Delta u}{\Delta z}\right) 2\bar{\lambda},$$

бундан

$$mu_2 - mu_1 = m \left(\frac{\Delta u}{\Delta z}\right) \cdot 2\bar{\lambda}$$

ва, демак,

$$\Delta K = \frac{1}{3} n_0 m \bar{\lambda} \bar{v} \left(\frac{\Delta u}{\Delta z}\right) \Delta S \, \Delta t;$$

$n_0 m$ катталик газнинг ρ зичлигига тенг эканлигини назарга олсак:

$$\Delta K = \frac{1}{3} \rho \bar{\lambda} \, \bar{v} \left(\frac{\Delta u}{\Delta z}\right) \Delta S \, \Delta t$$

бўлади, секинроқ ҳаракатланувчи қатламнинг тезроқ ҳаракатланувчи қатламга кўрсатадиган таъсир кучи f қуйидагича ифодаланади:

$$f = \frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{1}{3} \rho \bar{\lambda} \bar{v} \left(\frac{\Delta u}{\Delta z}\right) \Delta S. \tag{2}$$

(2) ва (1) ифодаларни таққослаб кўрганда, агар ички ишқалиш коэффициенти η ни

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \bar{\lambda} \tag{3}$$

деб олсак, улар бирдай бўлиб қолишини кўрамиз.

Демак, газларнинг молекуляр-кинетик назарияси ички ишқалиш коэффициенти η ни ҳам газнинг молекуляр структурасини характерловчи катталиклар: молекулалар эркин йўлининг ўртача узунлиги $\bar{\lambda}$, молекулаларнинг ўртача тезлиги $\bar{v}$ ва газнинг зичлиги ρ орқали ифодалашга имкон беради.

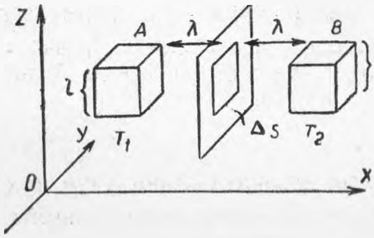
(3) формула ички ишқалиш коэффициенти η билан газнинг p босими орасидаги боғланишнинг характерини аниқлашга имкон беради. (3) ифодага кирувчи уч катталик ρ, $\bar{\lambda}$ ва $\bar{v}$ дан бири, яъни молекулаларнинг $\bar{v}$ тезлиги босимга боғлиқ эмас, қолган икки катталикдан зичлик ρ газнинг p босимига тўғри пропорционал, молекулалар эркин йўлининг ўртача узунлиги $\bar{\lambda}$ эса p га тескари пропорционал. Бинобарин, $\rho\bar{\lambda}$ кўпайтма газнинг p босимига боғлиқ эмас, демак, *газнинг ички ишқалиш коэффициенти* η *ҳам газнинг* p *босимига боғлиқ эмас* экан. Биринчи қарашда парадоксал бўлиб туюладиган бу хулоса қуйидагилардан келиб чиқади: p босим камайганда бирлик ҳажмдаги зарраларнинг n_0 сони камаяди ва, демак, бир қатламдан иккинчи қатламга ҳаракат миқдорини олиб ўтувчи зарраларнинг сони ҳам камаяди. Лекин молекулалар эркин йўлининг узунлиги $\bar{\lambda}$ катталашади ва бунинг натижасида берилган қатламга бошқача u тезликка эга бўлган ва янада узоқроқдаги қатламдан чиққан молекулалар тўқнашувсиз етиб келади. Бир-бирига акс равишда таъсир қилувчи бу икки сабаб натижасида қатламдан-қатламга кўчирилувчи ҳаракат миқдори ўзгармай қолади.

Ички ишқалиш коэффициентининг босимга боғлиқ бўлмаслиги ҳақидаги хулоса тажриба натижаларига яхши мос келади. Масалан, карбонат ангидрид (CO_2) учун ўтказилган ўлчашлар турли босимларда η нинг қуйидаги қийматларини беради:

p *мм* Hg ларда . .	760	380	20	2	0,6
η *г/см·сек* ларда .	$14{,}9\cdot10^{-5}$	$14{,}9\cdot10^{-5}$	$14{,}8\cdot10^{-5}$	$14{,}7\cdot10^{-5}$	$13{,}8\cdot10^{-5}$

Бу маълумотлардан кўринишича, босим 760 *мм* Hg дан 2 *мм* Hg гача ўзгарганда, яъни 380 марта камайганда, η ички ишқалиш коэффициенти $14{,}9\cdot10^{-5}$ *г/см·сек* дан $14{,}7\cdot10^{-5}$ *г/см·сек* гача ўзгаради, яъни амалда ўзгаришсиз қолади. Фақат босим орасидаги боғланиш анча сезила бошлайди; бир оз кейинроқ биз, η нинг босимга боғлиқ бўла бошлаши учун зарур бўлган шартларни аниқлаймиз.

Ниҳоят, яна бир кўчирилиш ҳодисасини, яъни *газнинг иссиқлик ўтказувчанлигини* текширамиз. Иссиқлик ўтказувчанлик ҳодисаси макроскопик нуқтаи назардан, бирор ΔQ иссиқлик миқдорининг иссиқроқ қатламдан совуқроқ қатламга ўтишидан иборат. Температура T нинг ўзгариши OX ўқ йўналишида юз бераётган бўлсин ва ΔS шу ўққа тик қилиб олинган юз бўлсин (140-расм). У вақтда ΔS юз қанча катта бўлса, иссиқликнинг ўтиши кузатилаётган Δt вақт оралиги қанча катта бўлса ва T температуранинг OX ўқ йўналишидаги ўзгариши қанча тез юз берса, яъни температура градиенти $(\Delta T/\Delta x)$ қанча катта бўлса, Δt вақт ичида ΔS юз орқали шунча кўп ΔQ иссиқлик миқдори ўтади. Демак, биз қуйидагини ёза оламиз:



140-расм. Молекулаларнинг энергияни кўчириши.

$$\Delta Q = -\chi\left(\frac{\Delta T}{\Delta x}\right)\Delta S\,\Delta t, \qquad (4)$$

бунда χ — газнинг хилига ва унинг қандай шароитда турганлигига боғлиқ бўлган катталикдир; бу катталик иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти дейилади. Минус ишора ΔQ иссиқлик миқдорининг T температура камайиб бораётган томонга ўтишини кўрсатади.

Газлардаги иссиқлик ўтказувчанлик ҳодисасини, одатда, *конвекция натижасида иссиқликнинг кўчирилиши,* яъни турли температуралардаги газ қисмларининг зичликлари турлича бўлиши натижасида вужудга келадиган газ оқимлари билан иссиқликнинг кўчирилиши мураккаблаштириб юборади. Газлардаги иссиқлик ўтказувчанликни соф ҳолда кузатиш учун иссиқликнинг икки параллел текисликлар орасидаги газ орқали ўтишини кузатиш керак бўлади, бу ҳолда юқоридаги текисликнинг температураси баландроқ бўлиши керак. Шундай қилганда совуқроқ, демак, зичроқ қатламлар иссиқроқ, демак, сийракроқ қатламлардан пастроқда жойлашган бўлади ва газда конвекция оқимлари вужудга келмайди.

Молекуляр-кинетик нуқтаи назардан иссиқлик ўтказиш процесси ўртача кинетик энергияси $\overline{w}$ каттароқ бўлган иссиқроқ қатламдаги молекулаларнинг совуқроқ қатлам ичига кириб, бу қатламнинг молекулаларига ўз энергиясининг бир қисмини беришидан иборатдир. Аксинча, совуқроқ қатламдаги молекулалар иссиқроқ қатламга ўтиб, бу қатламнинг молекулаларидан бирор миқдор кинетик энергия оладилар. Натижада иссиқроқ қатлам совий боради, совуқроқ қатлам исий боради. Молекуляр-кинетик нуқтаи назардан ΔQ иссиқлик миқдорининг кўчирилиши молекулалар тартибсиз ҳаракати кинетик энергиясининг маълум бир миқдорини ΔS юз орқали кўчирилиши демакдир.

Диффузия ҳодисасини текширганимиздаги каби бу ҳолда ҳам ΔS юздан ўнг ва чап томонда эркин йўлнинг ўртача узунлиги $\overline{\lambda}$

қадар масофада жойлашган A ва B иккита кубчани оламиз (140-расм). A кубчадан чиқиб ΔS юз орқали Δt вақт ичида учиб ўтувчи молекулаларнинг сони, § 55 да айтилганларга асосан, қуйидагича бўлади:

$$\Delta n_A = \frac{1}{6} n_0' \bar{v}_1 \Delta S \ \Delta t.$$

A кубчадан чиққан молекулалар ΔS юзга етиб келгунча бошқа молекулалар билан тўқнашмаганликлари учун уларнинг ҳар бири A кубча турган жойда эга бўлган w_1 кинетик энергиясини ΔS юз орқали олиб ўтади. w_1 энергия молекуланинг илгариланма ва айланма ҳаракат энергияларининг йиғиндисидан иборат бўлгани учун унинг ўртача қиймати $\frac{i}{2} kT_1$ бўлади, бунда i — молекуланинг эркинлик даражалари сони, k — Больцман доимийси, T_1— A кубча турган жойнинг абсолют температураси.

Юқоридаги мулоҳазаларга асосан, барча Δn_A молекуланинг ΔS юз орқали чапдан ўнгга олиб ўтган ΔQ_1 иссиқлигининг миқдори:

$$\Delta Q_1 = \frac{1}{6} n_0' \bar{v}_1 \Delta S \ \Delta t \cdot \frac{i}{2} kT_1.$$

Худди шунингдек, B кубчадан ΔS юз орқали ўнгдан чапга Δt вақт ичида

$$\Delta Q_2 = \frac{1}{6} n_0'' \bar{v}_2 \Delta S \ \Delta t \cdot \frac{i}{2} kT_2$$

иссиқлик миқдори ўтади, бунда T_2— B кубча турган жойнинг температураси. Иссиқлик миқдорининг бундай қарама-қарши йўналишларда кўчирилиши натижасида бу йўналишлардан бири бўйича, аниқроқ қилиб айтганда, чапдан ўнгга қараб (OX ўқнинг мусбат йўналиши томонга), ΔS юз орқали

$$\Delta Q = \Delta Q_1 - \Delta Q_2$$

миқдор иссиқлик кўчирилади. ΔQ_1 ва ΔQ_2 нинг аниқланган қийматларини бу ифодага қўйсак:

$$\Delta Q = \frac{1}{6} \cdot \frac{i}{2} k(n_0' \bar{v}_1 T_1 - n_0'' \bar{v}_2 T_2) \ \Delta S \ \Delta t$$

бўлади.

Бирлик ҳажмдаги зарраларнинг n_0' ва n_0'' сонлари T_1 ва T_2 температураларга тескари пропорционалдир; зарраларнинг $\bar{v}_1$ ва $\bar{v}_2$ тезликлари эса $\sqrt{T_1}$ ва $\sqrt{T_2}$ миқдорларга пропорционалдир. Демак, $n_0' \bar{v}_1$ ва $n_0'' \bar{v}_2$ кўпайтмалар мос температураларнинг квадрат илдизларига тескари пропорционалдир, яъни улар T_1 ва T_2 температураларнинг фарқи кичик бўлганда бир-бирларидан жуда кам фарқ қилади. Шунинг учун биз уларни ўзаро тенг деб ҳисоблаймиз:

$$n'_0\bar{v}_1 = n''_0\bar{v}_2 = n_0\bar{v}.$$

Шундан сўнг ΔQ нинг ифодаси

$$\Delta Q = \frac{1}{6} n_0\bar{v} \frac{i}{2} k(T_1 - T_2)\, \Delta S\, \Delta t \qquad (5)$$

кўринишни олади.

Температураларнинг $T_2 - T_1$ фарқини температура градиенти $\Delta T/\Delta x$ ҳамда A ва B кубчалар орасидаги масофа $2\bar{\lambda}$ орқали ифодалаймиз:

$$T_2 - T_1 = \left(\frac{\Delta T}{\Delta x}\right) \cdot 2\bar{\lambda}.$$

$T_2 - T_1$ нинг бу қийматини (5) тенгликка қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\Delta Q = -\frac{1}{3} n_0\bar{v}\,\bar{\lambda} \frac{i}{2} k\left(\frac{\Delta T}{\Delta x}\right) \Delta S\, \Delta t.$$

Бу ифодани (4) формула билан таққослаб, иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти χ учун қуйидагини топамиз:

$$\chi = \frac{1}{3} n_0\bar{v}\,\bar{\lambda} \cdot \frac{i}{2} k. \qquad (6)$$

$\frac{i}{2} k$ катталикни қуйидагича алмаштирамиз: Больцман доимийси $k = \frac{R}{N}$, бунда R — газ доимийси, N — Авогадро сони; шунинг учун:

$$\frac{i}{2} k = \frac{i}{2} R \frac{1}{N} = C_V \cdot \frac{1}{N},$$

бунда C_V — газнинг ўзгармас ҳажмдаги моляр иссиқлик сиғимидир.

Бу алмаштиришдан фойдаланиб, (6) ифодани қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\chi = \frac{1}{3} \frac{n_0}{N} \bar{v}\, \bar{\lambda}\, C_V.$$

Топилган ифода яна алмаштирилиши мумкин; n_0 бирлик ҳажмдаги зарралар сонини кўрсатади, N эса бир моль газдаги зарралар сонини кўрсатади. Бундан, n_0 нинг N га нисбати бирлик ҳажмдаги газ массасининг (газ зичлиги ρ нинг) молекуляр оғирлик μ га нисбатига тенг эканлиги келиб чиқади, яъни $\frac{n_0}{N} = \frac{\rho}{\mu}$ ва, демак:

$$\frac{n_0}{N} C_V = \rho \frac{C_V}{\mu} = \rho c_V,$$

бунда c_V — газнинг ўзгармас ҳажмдаги солиштирма иссиқлик сиғимидир. Шундай қилиб, иссиқлик ўтказувчанлик коэффициентининг

$$\chi = \frac{1}{3}\rho\overline{v}\,\overline{\lambda}\,c_V \qquad (6а)$$

ифодасига эга бўламиз.

Ички ишқалиш коэффициенти η каби, иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти χ ҳам газнинг босимига боғлиқ эмас. Бу яна зичлик ρ нинг босимга тўғри пропорционаллиги ва ўртача йўл узунлиги $\overline{\lambda}$ нинг босимга тескари пропорционаллигидан келиб чиқади; молекулаларнинг $\overline{v}$ тезлиги ва газнинг солиштирма иссиқлик сиғими c_V эса босимга боғлиқ эмас. Бироқ жуда паст босимларда иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти χ газнинг p босимига боғлиқ бўлиб қолади.

Диффузия коэффициенти D нинг, ички ишқалиш коэффициенти η нинг, иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти χ нинг ифодаларида молекулалар эркин йўли ўртача узунлиги $\overline{\lambda}$ нинг қиймати қатнашади; демак, бу уч коэффициентдан исталган бирининг сон қиймати орқали молекулалар эркин йўлининг ўртача узунлиги $\overline{\lambda}$ ни ва у орқали молекулаларнинг эффектив диаметри σ ни ҳам аниқлаш мумкин. Бироқ, агар бирор газ учун унинг молекулаларининг эффектив диаметрлари ҳар уч коэффициенти D, η ва χ нинг сон қийматлари орқали ҳисобланса, бир-биридан бирмунча фарқли қийматлар келиб чиқади. Бу фарқларга юқорида баён қилинган назарияларнинг тақрибийлиги сабаб бўлади.

Бу назарияларнинг тақрибийлиги қуйидаги фактда ҳам кўринади: (3) ва (6а) формулаларга кўра, иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти χ нинг ички ишқалиш коэффициенти η га нисбати газнинг ўзгармас ҳажмдаги солиштирма иссиқлик сиғимига тенг бўлиши керак, яъни:

$$\frac{\chi}{\eta} = c_V\,.$$

Ҳақиқатда эса χ/η нисбат Kc_V га тенг, бунда K — газнинг табиатига боғлиқ бўлган кўпайтувчидир. Ўлчашларнинг кўрсатишича, барча бир атомли газлар учун $K = 2{,}50$, икки атомли газлар учун эса, тақрибан, $K = 1{,}90$. Мукаммалроқ назария юқорида кўрсатилган қийматларни: бир атомли газлар учун $K = 2{,}5$ ва икки атомли газлар учун $K = 1{,}9$ ни беради.

Газлардаги ички ишқалиш кучларини аниқлашга битта мисол кўрайлик. 138-расмда тасвирланган A ва B коаксиал икки цилиндр оралиғи 27°C температурадаги водород билан тўлдирилган бўлсин. Ички A цилиндрнинг радиуси $r_1 = 8$ *см* га, цилиндрлар оралиғи $d = 0{,}2$ *см* га тенг. Ички цилиндр айланма ҳаракатда бўлиб, у 1 секундда 10 марта айланади. Бу ҳолни, тақрибан, текисликдаги масала деб қараб, ташқи B цилиндрнинг 1 $см^2$ юзига таъсир қилувчи уринма куч f аниқлансин. Водород молекулаларининг диаметри $\sigma = 2{,}3\cdot 10^{-8}$ *см* деб олинсин.

Ечилиши. Ички ишқалиш туфайли газ қатламлари орасида таъсир қилувчи f куч (1) формулага асосан:

$$f = \eta\,\frac{\Delta u}{\Delta x}\,S$$

бўлади.

Қаттиқ жисм сиртига тегиб турган газнинг тезлиги шу сиртнинг тезлигига тенг деб ҳисобласак, B цилиндрнинг сиртига ҳам худди шундай f куч таъсир қилади, деган хулосага келамиз.

B цилиндрнинг юз бирлигига f/S куч таъсир қилади. Бу кучни аниқлаш учун тезликнинг градиенти $\Delta u/\Delta x$ ва ички ишқалиш коэффициенти η нинг водород учун аниқланган қиймати маълум бўлиши керак. Текширилаётган ҳолда тезликнинг градиенти:

$$\frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{u_2 - u_1}{d},$$

бунда u_2— газнинг ички цилиндр сирти яқинидаги тезлиги, u_1— унинг ташқи цилиндр сирти яқинидаги тезлиги. Бу тезликларни A ва B цилиндр сиртларининг тезликларига тенг деб ҳисоблаймиз. У ҳолда:

$$u_2 = 2\pi r_1 n;\ u_1 = 0,$$

бу ерда n — ички цилиндрнинг вақт бирлигидаги айланиш сони, бундан:

$$\frac{\Delta u}{\Delta x} = 2\pi\,\frac{r_1}{d}\,n.$$

Бу ифодага мисолнинг шартида берилган сонли маълумотларни қўйсак, қуйидаги натижа ҳосил бўлади:

$$\frac{\Delta u}{\Delta x} = 2\cdot 3{,}14\cdot\frac{8}{0{,}2}\cdot 10\ сек^{-1} = 2512\ сек^{-1}.$$

(3) формулага кўра, ички ишқалиш коэффициенти:

$$\eta = \frac{1}{3}\,\rho\,\overline{v}\,\overline{\lambda},$$

бунда $\overline{v}$ — молекулаларнинг ўртача арифметик тезлиги, $\overline{\lambda}$ — молекулалар эркин йўлининг ўртача узунлиги ва ρ — газнинг зичлиги. Бу ерга

$$\overline{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\cdot\pi\sigma^2 n_0},\quad \overline{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}},\quad \rho = \frac{p\mu}{RT},\quad n_0 = \frac{p}{kT} = \frac{pN}{RT}$$

ифодаларни қўйсак (§ 45, 46, 50, 53 ларга қаранг):

$$\eta = \frac{\sqrt{8RT\mu}}{3\sqrt{2\pi^3}\cdot\sigma^2 N}$$

ҳосил бўлади.

Бу ердаги $R = 8{,}31 \cdot 10^7$ *эрг/град·моль* — газ доимийси, $\mu = 2$ *г/моль* — водороднинг молекуляр оғирлиги, $N = 6 \cdot 10^{23}$ *моль*$^{-1}$ — Авогадро сони. T ва σ нинг мисолда берилган қийматларидан фойдаланиб,

$$\eta = 8{,}6 \cdot 10^{-5} \ г/см \cdot сек$$

ни топамиз.

Тезликнинг градиенти учун топилган $\left(\frac{\Delta u}{\Delta x}\right) = 2512$ *сек*$^{-1}$ ва ички ишқалиш коэффициенти учун топилган $\eta = 8{,}6 \cdot 10^{-5}$ *г/см·сек* сон қийматлар ёрдамида B цилиндрнинг юз бирлигига таъсир қилаётган кучни аниқлаймиз:

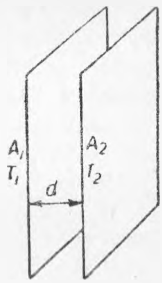
$$\frac{f}{S} = \eta \cdot \left(\frac{\Delta u}{\Delta x}\right) = 8{,}6 \cdot 10^{-5} \cdot 2512 \ дина/см^2 = 0{,}2 \ дина/см^2$$

ёки

$$\frac{f}{S} \cong 2 \cdot 10^{-4} \ Г/см^2.$$

§ 57. Жуда паст босимдаги газларда иссиқлик ўтказувчанлик ва ички ишқалиш. Жуда паст босимларда иссиқлик ўтказувчанлик ва ички ишқалиш коэффициентларининг босимга боғлиқ бўлиш сабабларини аниқлайлик. Дастлаб иссиқлик ўтказувчанлик ҳодисасини текширамиз.

Бир-биридан d масофада жойлашган параллел A_1 ва A_2 иккита пластинка (141-расм) бўлиб, бу пластинкаларнинг T_1 ва T_2 температуралари доимий сақлаб турилади. Пластинкалар орасида газ бор бўлиб, у иссиқлик ўтказувчанлик воситасида иссиқликни A_1 пластинкадан ($T_1 > T_2$ деб ҳисоблаймиз) A_2 пластинкага узатади. Молекулалар эркин йўлининг ўртача узунлиги $\bar{\lambda}$ пластинкалар орасидаги d масофага нисбатан кичик бўлган ҳолларда иссиқлик узатиш юқорида кўриб ўтилганидек бўлади, яъни молекулалар тартибсиз ҳаракатланиб, қатламдан-қатламга кинетик энергия олиб ўтади. Босим паст бўлиб, молекулалар эркин йўлининг ўртача узунлиги $\bar{\lambda}$ пластинкалар орасидаги d масофага тенг ёки ундан катта бўлган ҳолларда иссиқлик узатиш бошқача бўлади: молекула иссиқ A_1 пластинкага урилиб, бу пластинканинг T_1 температурасига тўғри келадиган $\bar{w}_1$ кинетик энергияни олгач, бошқа молекулалар билан тўқнашмай, A_2 пластинкага етиб боради ва $\bar{w}_1$ энергиясининг бир қисмини унга беради. Шунинг каби, совуқроқ A_2 пластинкага урилиб қайтган ва кичикроқ $\bar{w}_2$ энергияга эга бўлган молекула ҳам бошқа молекулалар билан тўқнашмайди, A_1 пластинкага етиб боради ва унинг энергиясидан бир қисмини



141-расм. Молекулалар эркин йўлининг узунлиги пластинкалар орасидаги d масофадан катта бўлганда, иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти босимга боғлиқ бўлади.

олади. Босим янада пасайганда пластинкадан-пластинкага энергия олиб ўтувчи молекулаларнинг сони n камаяди, лекин улар босиб ўтадиган йўл ўзгармайди, молекулалар пластинкадан-пластинкага илгаригидай эркин учиб ўтаверади. Демак, босим янада пасайганда газнинг иссиқлик ўтказувчанлиги камаяди. Шундай қилиб: *молекулалар эркин йўлининг ўртача узунлиги газ орқали биридан-иккинчисига иссиқлик узатилаётган жисмлар орасидаги d масофага тенг ёки ундан катта бўлганда, газнинг иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти босимга боғлиқ бўлади.* $\bar{\lambda} > d$ бўлганда иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти босим p га тўғри пропорционал бўлади.

Газларнинг босими жуда паст бўлганда ички ишқалиш коэффициенти η нинг босимга боғлиқ бўлишини ҳам худди шундай тушунтириш мумкин. Агар оралигидан ички ишқалишни намоён қилувчи газ оқаётган сиртлар орасидаги d масофа молекулалар эркин йўлининг ўртача узунлиги λ га тенг ёки ундан кичик бўлса, ички ишқалиш коэффициенти η босимга боғлиқ бўлиб қолади ва p босим пасайган сари унинг қиймати камая боради.

Юқорида айтилганлардан, босим p нинг $\varkappa$ ва η коэффициентлар босимга боғлиқ бўла бошлагандан кейинги абсолют қиймати биридан-иккинчисига иссиқлик ёки ҳаракат миқдори узатилаётган жисмлар орасидаги масофа билан аниқланиши маълум бўлади. Масалан, икки пластинка бир-бирига жуда яқин жойлашган бўлса, улар орасидаги газнинг иссиқлик ўтказувчанлиги унчалик паст бўлмаган p босимлардаёқ босимга боғлиқ бўла бошлайди: агар бу пластинкалар бир-биридан катта масофа d га узоқлаштирилса, иссиқлик ўтказувчанликнинг босимга боғлиқ бўлишини сезиш учун газни кўп сийраклаштириш керак бўлади.

142-расм. Дюар идишининг (термоснинг) тузилиши.

Иссиқлик ўтказувчанликнинг паст босимларда босимга боғлиқ бўлишидан термосларни (Дюар идишларини) ясашда фойдаланилади. Оддий термос девори икки қаватли шиша идишдан иборатдир (142-расм). Деворлар орасидаги фазонинг ҳавоси молекулалар эркин йўлининг узунлиги деворлар орасидаги масофадан анча катта бўлиб қоладиган ҳолгача сийраклаштирилган. Бундай шароитда деворлар орасидаги иссиқлик ўтказувчанлик атмосфера босимидаги ҳаво билан тўлдирилган ҳолдагига қараганда кичик бўлади.

Мисол тариқасида қуйидаги ҳисоблашни бажарамиз. Дюар идишининг деворлари орасидаги масофа $d = 0{,}8$ *см*. Деворлар ораси 27°C температурадаги водород билан тўлдирилган. Водород молекулаларининг диаметрини $\sigma = 2{,}3 \cdot 10^{-8}$ *см* деб олиб, водороднинг иссиқлик ўтказувчанлиги атмосфера босимидаги иссиқлик ўтказувчанликдан кичик бўла бошлайдиган ҳолдаги босимнинг қиймати топилсин.

Водороднинг иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти атмосфера босимидаги қийматидан кичик бўлиб қолиши учун водород молекулалари эркин йўлининг ўртача узунлиги $\bar{\lambda}$ идиш деворлари орасидаги d масофадан катта бўлиши керак, яъни:

$$\bar{\lambda} > d.$$

Молекулалар эркин йўлининг ўртача узунлигини $\bar{\lambda}$, § 53 даги (4а) формулага кўра, қуйидагича ифодаланади:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n_0},$$

бунда n_0 — бирлик ҳажмдаги молекулалар сони. Бирлик ҳажмдаги молекулалар сони n_0, § 46 даги (9) формулага кўра, газнинг p босими билан қуйидагича боғланган:

$$n_0 = \frac{p}{kT},$$

бунда k — Больцман доимийси ва T — газнинг температураси. n_0 нинг бу қийматини $\bar{\lambda}$ нинг ифодасига қўйсак,

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\,\pi\sigma^2 p}$$

бўлади, бундан, $\bar{\lambda} > d$ шартига кўра, p босим қуйидаги муносабатни қаноатлантириши керак:

$$p < \frac{kT}{\sqrt{2}\,\pi\sigma^2 d}.$$

Бу ифодага берилган сон қийматларни қўйиб, шундай қийматни топамиз:

$$p < \frac{1{,}37\cdot 10^{-16}\cdot 300}{\sqrt{2}\cdot 3{,}14\cdot(2{,}3\cdot 10^{-8})^2\cdot 0{,}8}\ \text{бар} = 22{,}0\ \text{бар}.$$

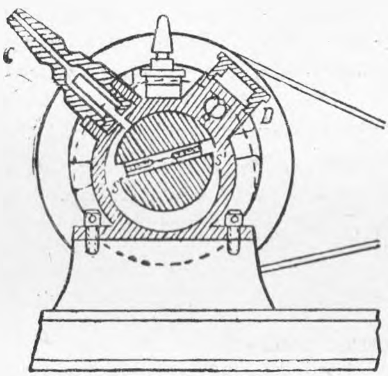
Бу босимни миллиметрларда олинган симоб устунига айлантирсак:

$$p < 0{,}015\ \text{мм Hg}.$$

Демак, Дюар идиши деворлари орасидаги қолдиқ газнинг босими 0,015 *мм* Hg дан кичик бўлса, иссиқлик ўтказувчанлик камайтирилган бўлади.

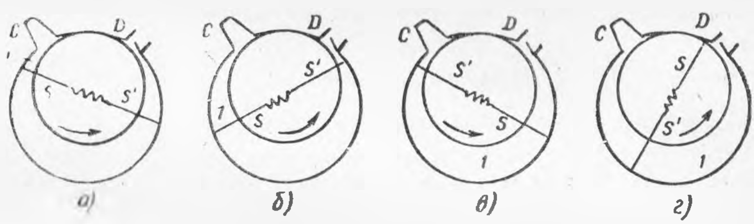
§ 58. Паст босимларни ҳосил қилиш ва ўлчаш. Паст босимни (одатда айтилишича, „вакуум"ни) ҳосил қилиш лаборатория текшириш ишларида ҳам, техникада ҳам катта роль ўйнайди. Вакуумдан турли электротехник ва радиотехник мақсадларда (электровакуум асбобларда — кенотронлар, радиолампалар ва ҳоказоларда) фойдаланиш вакуум техникасининг ривожланиши учун катта туртки бўлди. Турли вакуум насослари баъзи ёрдамчи усуллар қўлланилгани ҳолда 10^{-6} *мм* Hg ва ундан ҳам паст босимларни ҳосил қилиш имконини беради. Бундай босимларда газ молекулалари эркин йўлининг узунлиги бир неча ўн метрга етади.

Поршенли энг содда ҳаво насоси ўзининг тузилиши жиҳатидан поршенли сув насоси билан ўхшаш бўлиб, ундан фақат қисмларининг аниқроқ ишланганлиги ва зичроқ ўрнатилганлиги билан фарқ қилади. Аммо, поршенли механик нуқтаи назардан ноқулай ҳаракатланувчи, яъни орқага ва олдинга ҳаракатланувчи насосларнинг ўрнини ҳозирги вақтда кураклари айланма ҳаракат қилувчи насослар тамомила эгаллаган. Шу хилдаги вакуум насосининг кесими 143-расмда тасвирланган.



143-расм. Вакуум насос (кесими).

Насоснинг массив металл корпуси ичидаги цилиндрик бўшлиққа металл цилиндр эксцентрик ўрнатилган. Цилиндрдаги кесикка ўрнатилган S ва S' иккита курак ўзлари орасига қўйилган пружина ёрдамида бир-бирларидан итарилиб цилиндр билан бўшлиқнинг деворлари орасидаги соҳани икки қисмга ажратади. Насоснинг ишлаш принципи 144-*а, б, в, г* схематик расмларда равшан кўрсатилган. Бу схемалар, цилиндр стрелка билан кўрсатилган йўналишда айланганда, кураклар қандай кетма-кет ҳолатларда бўлишини тасвирлайди. Бўшатилаётган идиш C найчага уланган бўлиб, *а* ҳолатда газ идишдан *1* соҳага киради. Цилиндр бурилган сари S курак сурилади (*б* ҳолат), *1* соҳа кенгаяди ва газ C найча орқали сўрилади (Цилиндр яна бурилганда S' курак *1* соҳан C найчадан ажратади (*в* ҳолат), шундан сўнг, S' курак *1* соҳадаги газни D клапан орқали ташқарига суриб чиқара бошлайди (*г* ҳолат). Цилиндрнинг айланиши давом этганда, газни



144-расм. Вакуум насоснинг ишлаш схемаси: S ва S' кураклар айланаётиб, C труба орқали ҳавони сўради ва уни D клапан орқали итариб чиқаради.

C найча орқали сўриш ва D клапан орқали уни суриб чиқариш процесси узлуксиз такрорланади.

Цилиндрни электромотор айлантиради. Кураклар тагидан ва насоснинг бошқа қисмларидан газ ўтиб кетмаслиги учун насоснинг барча қисмлари автоматик равишда узлуксиз мойлаб турилади. Шунинг учун бундай хил насос *мойли насос* деб аталади. Кўпинча насоснинг ўзи мой тўлдирилган идишга бутунлай солиб қўйилади. Бу принцип асосида ясалган насослар 10^{-4} *мм* Hg босимларни ҳосил қилиш имконини беради.

Бўшатилаётган идишнинг ҳажмини V орқали, ундаги газнинг бошланғич босимини p_0 орқали белгилайлик. S куракнинг биринчи марта узоқлашиб боришида ΔV соҳа вужудга келиб, у бўшатилаётган идишдаги газ билан тўлади. Бунинг натижасида бўшатилаётган идишдаги босим

$$p_1 = p_0 \frac{V}{V + \Delta V}$$

қийматгача пасаяди.

ΔV соҳа иккинчи марта вужудга келганда босим

$$p_2 = p_1 \frac{V}{V + \Delta V} = p_0 \left(\frac{V}{V + \Delta V} \right)^2$$

қийматгача пасаяди.

Мулоҳазани давом эттириб, ΔV соҳа n марта ҳосил бўлгандан сўнг бўшатилаётган идишдаги босим қуйидаги қийматгача пасайишини топамиз:

$$p_n = p_0 \left(\frac{V}{\Delta V + V} \right)^n. \tag{1}$$

Куракларнинг вақт бирлигидаги айланишлари сони n_0 ўзгармас бўлганда, сўриб олиш актлари сони n вақтга пропорционал бўлади, шунга асосан, қуйидагича ёзиш мумкин:

$$n = n_0 t.$$

n нинг бу қийматини (1) тенгликка қўямиз:

$$p_t = p_0 \left(\frac{V}{V + \Delta V} \right)^{n_0 t},$$

бунда p_t — бўшатилаётган идишдаги t вақт ўтгандан кейинги босимдир. Охирги ифодани қуйидагича ёзиш ҳам мумкин:

$$\frac{p_0}{p_t} = \left(1 + \frac{\Delta V}{V} \right)^{n_0 t}. \tag{2}$$

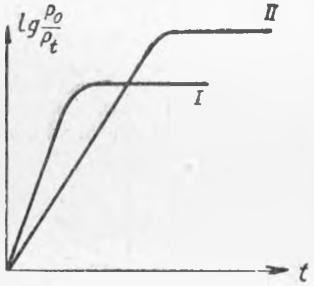
Бўшатилаётган идишдаги босим p_t камайган сари p_0/p_t нисбат ўса боради ва у насос ишининг характеристикаси сифатида қаралиши мумкин. (2) тенгликни логарифмлаб ёзамиз:

$$\lg \frac{p_0}{p_t} = n_0 t \cdot \lg \left(1 + \frac{\Delta V}{V} \right).$$

Берилган насос ва бўшатилаётган маълум идиш учун n_0, V ва ΔV миқдорлар ўзгармас бўлади, бинобарин:

$$\lg \frac{p_0}{p_t} = Ct,$$

бунда C — ўзгармас миқдор. Насоснинг ишлашини характерлаш учун абсциссалар ўқи бўйича сўриш вақти t ва ординаталар ўқи бўйича $\lg\frac{p_0}{p_t}$ нинг қийматлари олинган графикдан фойдаланиш қулайдир. Бундай графикда $\lg\frac{p_0}{p_t}$ билан t орасидаги боғланиш тўғри чизиқ билан тасвирланади. Ҳақиқатда эса зарарли соҳалар, клапанларнинг идеал ишламаслиги ва ҳоказоларнинг мавжуд бўлгани сабабли насослар чексиз сийраклаштира олмайдилар. Ҳар бир насос вужудга келтириши мумкин бўлган минимал босим p_{min} мавжуд бўлиб, ўша насос бу босимдан паст босимни бера олмайди. Шунинг учун $\lg\frac{p_0}{p_t}$ билан t орасидаги муносабатнинг графиги p_t босим p_{min} дан сезиларли даражада катта бўлиб турган пайтлардагина тўғри чизиқдан иборат бўлади (145-расм). p_t босим p_{min} га яқинлашганда насос газни борган сари секин сўра бошлайди. Шу сабабли реал насослар учун $\lg\frac{p_0}{p_t}$ билан вақт орасидаги муносабат t нинг қиймати катта бўлганда абсциссалар ўқига параллел бўлиб кетувчи эгри чизиқдан иборат бўлади. Ҳар хил насосларнинг ишини солиштириб кўриш учун бўшатиладиган ҳажмларни бирдай қилиб олиш керак. У ҳолда берилган насоснинг ишлаш тезлиги ўзгармас C нинг қиймати билан аниқланади. 145-расмда келтирилган эгри чизиқлар иккита ҳар хил насосга тегишлидир. Бу эгри чизиқларни ясаш усулидан кўринадики, I эгри чизиқ газни тезроқ сўрувчи, лекин яхши вакуум ҳосил қила олмайдиган насосга тегишлидир. II эгри чизиқ эса анча яхши вакуум ҳосил қила оладиган, лекин секинроқ ишлайдиган насосга тегишлидир.



145-расм. Насослар ишининг график характеристикаси.

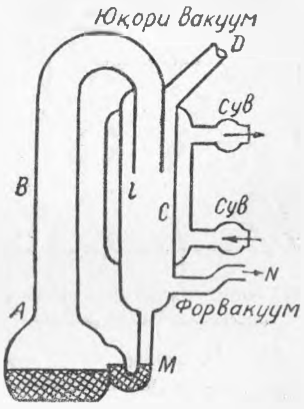
Агар бўшатилаётган идиш насосга най воситасида уланган бўлса, сўриш тезлиги шу найнинг ўлчамларига, яъни найнинг узунлигига ва диаметрига ҳам боғлиқ бўлади. Ингичка ва узун найлар сўриш тезлигини ғоят даражада пасайтириб юбориши мумкин. Юқори босим шароитида газ най бўйича ёпишқоқ суюқлик каби оқади. Бу ҳолда оқиб ўтадиган газнинг ҳажми Пуазейль формуласи (§ 42) билан аниқланади. Бу формулага кўра, оқиб ўтувчи ҳажм най диаметрининг тўртинчи даражасига тўғри пропорционал ва найнинг узунлигига тескари пропорционалдир. Босим паст бўлиб, молекулалар эркин йўлининг ўртача узунлиги λ найнинг диаметри ва узунлиги билан таққосланарлик миқдор бўлганда Пуазейль формуласини ишлатиш мумкин эмас. Бу ҳолда диаметри d ва узунлиги l бўлган най бўйича босимлар фарқи Δp бўлганда вақт бирлигида оқиб ўтувчи газнинг ΔM массаси қуйидаги формула билан ифодаланади:

$$\Delta M = \frac{4}{3}\sqrt{\frac{2\pi}{R}}\cdot\frac{d^3}{l}\sqrt{\frac{\mu}{T}}\,\Delta p, \tag{4}$$

бунда R — газ доимийси, μ — молекуляр оғирлик, T — газнинг абсолют температураси.

Бинобарин, най бўйича оқиб ўтувчи газнинг миқдори бу ҳолда ҳам найнинг диаметрига ғоят даражада боғлиқдир. Шундай қилиб, ҳамма ҳолларда ҳам мумкин қадар йўғонроқ ва калтароқ улаш найларидан фойдаланиш керак.

Мойли насослар ёрдамида ҳосил қилиш мумкин бўлган паст босимлардан ҳам пастроқ босимларни ҳосил қилиш учун ҳозирги вақтда, кўпинча *диффузион* ёки, бошқача айтганда, *конденсацион* насослар ишлатилади. Бу насослар идишлардан газни атмосфера босимидан бошлаб сўриб ололмайди, лекин улар қўшимча равишда босим фарқини вужудга келтира олади. Шунинг учун уларни юқорида баён қилинган хилдаги мойли насос билан бирга қўшиб ишлатади. Мойли насос дастлабки сийракланишни (*форвакуумни*) беради, сўнг бу сийракланиш диффузион насос билан яхшиланади. Симобли диффузион насоснинг энг содда тури 146-расмда тасвирланган. A идишга қуйиб қўйилган симоб электр печи ёрдамида қиздирилади. Симобнинг буғи B труба бўйича кўтарилиб, L соплодан отилиб чиқади. Сўнг у сув билан совитиладиган C деворда конденсацияланади ва M най бўйича яна A идишга оқиб тушади. L соплодан отилиб чиқаётган симоб буғи оқими, бўшатилаётган идишдан D най орқали келувчи газ молекулаларини ўзи билан бирга олиб кетади. Сўнг улар форвакуум насоси билан N най орқали сўриб олинади.



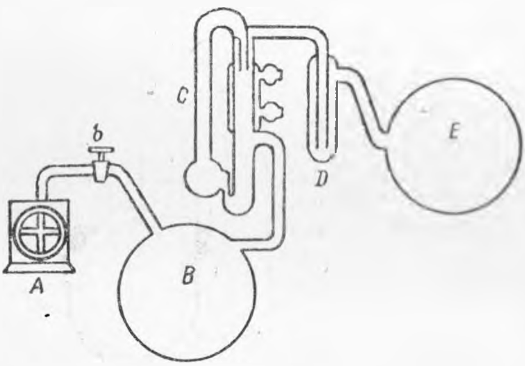
146-расм. Энг содда диффузион насоснинг схемаси.

Бу кўрсатилган принцип, яъни конденсацияланувчи симоб буғининг газ молекулаларини ўзи билан бирга олиб кетиши ҳозирги вақтда турли вариантларда қўлланилади; шишадан ва металлдан ясалган диффузион насосларнинг жуда кўп хил конструкциялари мавжуддир. Кўпинча кетма-кет бир неча сопло ўрнатилган кўп поғонали насослар ишлатилади. Бундай кўп поғонали диффузион насослар жуда яхши вакуум ҳосил қилади ва ёмон форвакуум билан ҳам ишлай олади.

Кейинги вақтларда диффузион насослардаги симобни қийин учувчан органик суюқликлар (нефтнинг оғир фракциялари ва баъзи бошқа суюқликлар) билан алмаштирмоқдалар; бундай насослар мой-буғли насослар деб юритилади.

Симобли диффузион насосларнинг камчилиги шундаки, улардан бўшатилаётган идишга симоб буғи кириб қолади. Симобнинг уй температурасидаги (20°С) тўйинган буғининг босими 0,00131 *мм* Hg га тенг бўлади. Шундай қилиб, симобли диффузион насослар 0,0013 *мм* Hg дан паст босимларни ҳосил қила олмайди. Бу камчиликдан қутулиш мақсадида симобли диффузион насос билан бўшатилаётган идиш орасида эгилган махсус найча („симоб туткич“) бўлади, у суюқ ҳаво билан совитилади. Суюқ ҳавонинг қайнаш температурасида (—184°C) симоб қаттиқ ҳолатда бўлиб, тўйинган симоб буғининг босими бу ҳолда йўқ даражада кичик бўлади.

Бутун агрегат 147-расмда тасвирланган: A — электромотор ёрдамида ҳаракатланувчи мойли форвакуум насос, C — диффузион насос, D — симоб тутгич, E — бўшатилаётган идиш, B — форвакуум баллони деб аталадиган идиш бўлиб, у A мойли насосни узлуксиз ишлатмаслик учун керак бўлади. Мойли A насос форвакуум баллони B да керакли форвакуум ҳосил қилгандан сўнг, b жўмракни беркитиш ва A насосни тўхтатиб қўйиш мумкин: у ҳолда диффузион насос газни E идишдан форвакуум баллони B га ҳайдайди.



147-расм. Форвакуум насос билан диффузион насосни бирлаштириш схемаси.

Мой-буғли насослар суюқ ҳаво билан совитиладиган симоб туткичсиз ва, ҳатто, сув билан совитилмаган ҳолда ҳам ишлай олади, чунки уларда ишлатиладиган суюқликлар тўйинган буғларининг уй температурасидаги босим симоб буғларининг худди шу температурадаги босимидан жуда ҳам кичик бўлади.

Вакуум техникаси билан боғлиқ бўлган иккинчи масала — паст босимларни ўлчаш масаласидир. Одатда симобли U-симон манометр (148-расм) миллиметрнинг бир неча бўлакларига тенг симоб устунининг босимидан паст бўлмаган босимларни ўлчай олади.

148-расм. Симобли манометр.

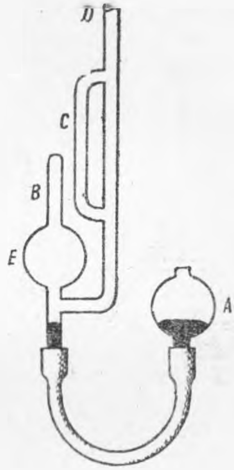
Янада паст роқ босимларни ўлчаш учун лабораторияларда *Мак-Леод манометри* (149-расм) ишлатилади. Манометрнинг D учи ичидаги босим ўлчанадиган идишга уланади. Бу ўлчанаётган босим p бўлсин. У ҳолда, p босимдаги газ манометрнинг ҳамма қисмларини, шу жумладан, E идишни ҳам тўлдиради. Манометрнинг бошқа қисмлари билан резинка най воситасида туташтирилган A идиш юқори кўтарилса, симоб кўтарилади ва E идиш билан B капиллярнинг ичидаги босим ўлчанаётган идишдан ажратади. Сўнг симоб янада юқорироқ кўтарилиб, B капиллярда маълум бир жойгача боради. Бу вақтда B капиллярдаги симоб устида қолган эркин ҳажм ΔV га тенг бўлсин.

E идиш билан B капиллярнинг умумий ҳажмини V орқали белгилаймиз. У ҳолда p босимдаги газ:

$$p' = p\,\frac{V}{\Delta V}$$

босимгача сиқилган бўлиб қолади.

$V/\Delta V$ нисбат етарли даражада катта бўлганда, p' босим дастлабки p босимдан кўп марта катта бўлади ва у B ҳамда C капиллярлардаги симоб устунлари баландликларининг фарқи бўйича ўлчаниши мумкин. p' босимни ўлчаб ва $V/\Delta V$ нисбатнинг сон қийматини билган ҳолда, ўлчанаётган p босимнинг қийматини топамиз.



149-расм. Мак-Леод манометри.

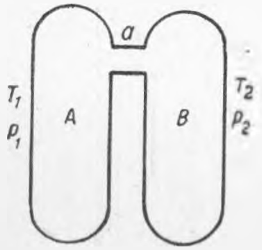
Мак-Леод манометри жуда ҳам паст босимларни ўлчаш учун, шунингдек, тез конденсацияланувчи бугларнинг босимини ўлчаш учун яроқсиздир. Жуда паст босимларни ўлчаш учун бошқа ҳар хил манометрлар ишлатилади. Мисол тариқасида *иссиқлик манометрини* кўрсатиш мумкин. Бу манометр, паст босим шароитида газларнинг иссиқлик ўтказувчанлиги босимга боғлиқ бўлишига, шу билан бирга, амалда, чизиқли боглиқ бўлишига (§ 57 га қаранг) асослангандир. Иссиқлик манометри колбадан иборат бўлиб, унинг ичига электр токи билан қиздириладиган металл тола ўрнатилган. Ток кучи маълум бир қийматга эга бўлганда, толанинг қизиш температураси унинг иссиқлик беришига боғлиқ, бу эса ўз навбатида (паст босимларда) атрофдаги газнинг босимига боғлиқ бўлади. Шундай қилиб, толанинг қизиш температураси атрофдаги газнинг босимини ўлчаш учун хизмат қила олади. Толанинг температураси эса, одатда унинг қаршилиги бўйича ҳисобланади.

§ 59. Газларнинг жуда паст босимлардаги хоссалари. Молекулалар эркин йўлининг ўртача узунлиги λ газ солинган идишнинг ўлчамлари билан бир хил катталикда бўлиб қоладиган даражадаги паст босимларда газнинг хоссалари унинг юқори босимдаги хоссаларидан фарқ қилади. Газнинг бундай ҳолати *ультрасийраклашган ҳолат* дейилади. Ультрасийраклашган ҳолатда газнинг молекуляр-кинетик табиати юқори босимдагига қараганда бевоситароқ сезилади.

Қалта ва тўгри a най билан туташтирилган A ва B икки идишни кўрайлик (150-расм).

Оддий шароитда идишлардаги газнинг босимлари бир хил бўлади; икки идишнинг T_1 ва T_2 температуралари ҳар хил бўлганда ҳам шундай бўлаверади.

Молекулалар эркин йўлининг узунлиги a найнинг узунлигидан катта бўлган ультрасийраклашган ҳолатда, молекулалар найнинг бутун узунлигини бошқа молекулалар билан тўқнашмай учиб ўтади. Бу ҳолнинг иккала идишдаги p_1 ва p_2 босимларнинг бирдай бўлмаслигига олиб келишини қуйида кўрсатамиз. Мувозанат шартига кўра, най орқали A идишдан B идишга учиб ўтувчи молекулалар сони акс йўналишда, яъни B идишдан A идишга учиб ўтувчи молекулалар сонига тенг бўлиши керак. Ультрасийраклашган ҳолатда най орқали учиб ўтувчи молекулаларнинг сони бирлик ҳажмдаги молекулалар сони n_0 га ва уларнинг ўртача тезлиги $\bar{v}$ га пропорционал бўлади. Шунга асосан, мувозанат шарти қуйидаги кўринишда ёзилади.



150-расм. Ультрасийракланиш шароитида турли T_1 ва T_2 температураларга эга бўлган A ва B идишларда турли p_1 ва p_2 босимлар ҳосил бўлади.

$$n_{01}\cdot\bar{v}_1=n_{02}\,\bar{v}_2, \qquad (1)$$

бунда n_{01} — A идишнинг бирлик ҳажмидаги молекулалар сони, n_{02} — B идишнинг бирлик ҳажмидаги молекулалар сони, $\bar{v}_1$ ва $\bar{v}_2$ — мос равишда, A ва B идишлардаги молекулаларнинг ўртача тезликлари $n_0 = \frac{p}{kT}$ бўлгани учун, (1) муносабатни

$$\frac{p_1}{T_1}\cdot\bar{v}_1=\frac{p_2}{T_2}\cdot\bar{v}_2$$

кўринишда ёзиш мумкин; нихоят $\bar{v}_1$ ва $\bar{v}_2$ тезликлар, мос равишда, $\sqrt{T_1}$ ва $\sqrt{T_2}$ ларга пропорционал эканини эътиборга олсак, мувозанат шарти қуйидаги кўринишга келади:

$$\frac{p_1}{\sqrt{T_1}}=\frac{p_2}{\sqrt{T_2}},$$

бундан

$$p_2=p_1\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}. \qquad (2)$$

Демак, газларнинг ультрасийраклашган ҳолатида туташ икки идишдаги температура ҳар хил бўлса, уларнинг мувозанат ҳолатидаги босимлари бир-биридан фарқ қилади. Газларнинг зичлиги катта бўлганда, босими каттароқ идишдан босими кичикроқ идишга газнинг узлуксиз муҳит сифатида оқиб ўтиши туташ идишлардаги босимларнинг тенглашишига сабаб бўлади.

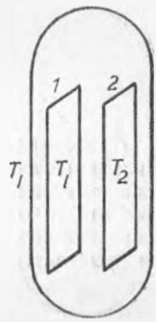
Ультрасийраклашган газ учун характерли бўлган яна бир ҳодисани кўрайлик. Идиш ичида *1* ва *2*-пластинкалар бир-бирига параллел қилиб ўрнатилган бўлсин (151-расм). *1*-пластинканинг температураси идиш деворларининг T_1 температурасига тенг бўлсин; *2*-пластинканинг температурасини T_2 орқали белгилаймиз. Ультрасийраклашиш шароитида молекулалар бир-бири билан тўқнашмай, эркин учиб юради.

1 ва *2*-пластинкалар орасидаги газни текширайлик. Молекулалар ўзаро тўқнашмаганликлари учун улар бир-бирлари билан энергия алмашмайди. Молекулалар T_1 ва T_2 температурали *1* ва *2*-пластинкаларга урилгандагина энергия алмашиш юз беради. Шунинг учун пластинкалар орасидаги газни гўё бирининг молекулалари T_1 температурага мос $\overline{v'}$ ўртача тезликка, иккинчисининг молекулалари эса T_2 температурага мос $\overline{v''}$ ўртача тезликка эга бўлган икки газдан иборат деб ҳисоблаш мумкин. Бу икки группа молекулаларининг бирлик ҳажмдаги сонларини мос равишда n_0' ва n_0'' орқали белгилаймиз.

Пластинкалар орасидаги газнинг *1*-пластинкага бераётган p' босими ҳар икки группа молекулалар бераётган босимларнинг йиғиндисига тенг бўлади:

$$p' = \frac{1}{3} n_0' m \overline{v}'_2 + \frac{1}{3} n_0'' m \overline{v''^2}, \tag{3}$$

бунда m — молекула массаси.



151-расм. Абсолют манометрнинг схемаси.

Идишнинг пластинкалар оралиғидан ташқаридаги қисмларида олинган бирлик ҳажмдаги молекулалар сонини n_0 орқали белгилаймиз; бу молекулаларнинг тезлиги $\overline{v'}$ га тенг, чунки идиш деворларининг сирти пластинкаларнинг сиртидан анча катта бўлиши ва унинг температураси биринчи пластинканинг температураси билан бирдай эканлиги бу молекулаларнинг тезлиги $\overline{v}_1$ га тенг бўлишини кўрсатади. Бу молекулаларнинг *1*-пластинкага бераётган босими қуйидагига тенг:

$$p = \frac{1}{3} n_0 m \overline{v'^2}. \tag{4}$$

Бирор юз орқали бир томонга ва қарама-қарши томонга учиб ўтувчи молекулалар сонининг бир-бирига тенг бўлиши ультрасийраклашган ҳолатнинг мувозанатда туриш шартидан иборатдир.

Шунинг учун пластинкалар орасидаги соҳада

$$n_0' \overline{v'} = n_0'' \overline{v''} \tag{5}$$

шарт бажарилиши керак.

Пластинкалар орасидаги ҳажмнинг ён сиртини олиб қарайлик. Бу сиртнинг бирор юзи орқали ҳажм ичидан, иккала группага тегишли бўлган, шу билан бирга $\overline{v'}$ ва $\overline{v''}$ тезликлар билан ҳаракатланаётган молекулалар учиб чиқади; ҳажм ичига фақат $\overline{v'}$ тезлик билан ҳаракатланаётган молекулаларгина киради, бирлик ҳажмда улардан n_0 дона бор. Демак, *1* ва *2*-пластинкалар орасидаги газ билан идиш ичидаги пластинкалардан ташқарида жойлашган газ орасидаги мувозанат шарти:

$$n_0' \overline{v'} + n_0'' \overline{v''} = n_0 \overline{v'} \tag{6}$$

бўлади. (5) ва (6) тенгликлардан қуйидагини топамиз:

$$n_0' \overline{v'} = n_0'' \overline{v''} = \frac{1}{2} n_0 \overline{v'},$$

шундан сўнг p' нинг (3) ифодаси қуйидагича ёзилиши мумкин:

$$p' = \frac{1}{6} n_0 m \overline{v'} (\overline{v'} + \overline{v''}) \quad \text{ёки} \quad p' = \frac{1}{6} n_0 m \overline{v'^2} \left(1 + \frac{\overline{v''}}{\overline{v'}}\right).$$

(4) формуладан фойдалансак ва $\frac{v''}{v'} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$ эканлигини назарга олсак

$$p' = \frac{p}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}\right).$$

Бундан, *1*-пластинкага таъсир қилаётган босимлар фарқи:

$$\Delta p = p' - p = \frac{p}{2}\left(\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} - 1\right). \tag{7}$$

(7) формуланинг кўрсатишича, агар $T_2 > T_1$ бўлса, *1*-пластинкага уни *2*-пластинкадан итарувчи куч таъсир қилади ва агар $T_2 < T_1$ бўлса, *2*-пластинка томонига яқинлаштирувчи куч таъсир қилади. Бу кучнинг сон қиймати идишдаги p босимга пропорционалдир. Бу холисага асосланиб, ультрасийракланиш шароитида p босимнинг абсолют қийматини аниқлаш имкониятини берувчи манометр ясаш мумкин. Бундай манометрнинг тузилиши, принцип жиҳатдан 151-расмда тасвирланган схемага мос келади. *1*-пластинка қўзғалувчан бўлади; таъсир қилувчи куч пластинканинг осиш бурчаги бўйича ўлчанади. Бу куч орқали ва T_1 ҳамда T_2 температуралар орқали (7) формуладан p босим топилади.

§ 60. Реал газлар. Ван-дер-Ваальс тенгламаси. Биз § 46 да кўриб ўтган молекуляр-кинетик модель газни эластик шарларга ўхшаган ва тартибсиз ҳаракатланувчи молекулалардан иборат деб ҳисоблайди. Молекулалар орасидаги кучлар фақат улар бир-бирига урилгандагина таъсир қилади ва бу кучлар итаришиш эластик кучларидир. Молекулаларнинг ўлчамлари молекулалар орасидаги ўртача масофага нисбатан назарга олмаса бўладиган даражада кичик деб ҳисобланади. Бу модель идеал газга, яъни Бойль—Мариотт ва Гей-Люссак қонунларига аниқ бўйсунадиган газга мос келади. Аммо, биз юқорида айтиб ўтганимиздек, реал газлар бу қонунларга фақат тақрибан бўйсунади. Юқори босимларда ҳамма газлар ҳам Бойль—Мариотт қонунига бўйсунмай қўяди.

Молекулаларни шарлар деб ҳисоблар эканмиз, уларнинг радиуслари 10^{-8} *см* чамасидаги катталиклар деб олишимиз керак. Бундан бир дона молекуланинг ҳажми:

$$v = \frac{4}{3}\pi r^3 \simeq 4 \cdot 10^{-24}\ см^3.$$

Нормал шароитдаги 1 $см^3$ газда $n_0 \simeq 3 \cdot 10^{19}$ дона молекула бор. Бундан, 1 $см^3$ ҳажмда бўлган барча молекулаларнинг ўз ҳажми $V' = n_0 v \simeq 10^{-4}$ $см^3$ га тенг, яъни 1 *ат* босим ва 0°C температурадаги газ молекулаларининг ҳажми газ ҳажмининг тахминан ўн мингдан бир қисминигина эгаллар экан. Босим 5000 *ат* бўлганда, Бойль—Мариотт қонунига кўра, дастлаб 1 $см^3$ бўлган ҳажм $2 \cdot 10^{-4}$ $см^3$ гача камаяди. Бу вақтда газ ҳажмининг ярмиси молекулаларнинг ўз ҳажмига тўғри келади. Равшанки, бу ҳолда газнинг юқорида баён қилинган моделидан фойдаланиб бўлмайди ва ҳақиқий газлар хоссаларининг Бойль—Мариотт қонунидан четлашиши ҳам тушунарли бўлиб қолади. Шундай қилиб, газлар хоссаларининг идеал газ хоссаларидан четлашишига сабаб, биринчидан, молекулаларнинг ўз ўлчамларига эга бўлишлиги, иккинчидан, молекулалар орасидаги ўзаро таъсир кучларининг эластик шарлардаги ўзаро таъсир кучларига қараганда анча мураккаб бўлишлигидир.

Бу икки сабабни Ван-дер-Ваальс назарда тутди. Биринчи сабаб — молекулаларнинг ўлчами борлигидир; агар молекулалар нуқтавий бўлса эди, улар ўзлари турган идишда эркинроқ ҳаракат қилган бўлар эди. Молекулаларнинг эркин ҳаракатланиши учун мавжуд бўлган ҳажм идишнинг геометрик ҳажми V дан бирор b катталик қадар кичикдир. Молекулаларнинг ўз ҳажмига боғлиқ бўлган бу b катталикни берилган миқдор газ учун ўзгармас деб ҳисоблаш мумкин; шунинг учун газ ҳолатининг тенгламасида V ҳажм $V - b$ билан алмаштирилиши керак.

Идеал газнинг бир моли учун қуйидаги тенгликни ёзиш мумкин:

$$pV_0 = RT. \quad (1)$$

Юқорида айтиб ўтганимиздек, молекулаларнинг ўз ўлчамларини ҳисобга олиш учун бир моль газнинг V_0 ҳажмини $V_0 - b$ билан алмаштиришимиз керак:

$$p(V_0 - b) = RT. \quad (2)$$

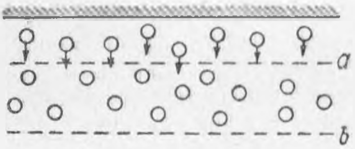
(1) тенгламадан, $p \to \infty$ бўлганда газнинг ҳажми $V_0 \to 0$ бўлишлиги, яъни чексиз сиқилаётган газнинг ҳажми нолга интилади, деган хулоса келиб чиқади, аммо бундай бўлиши мумкин эмас; газ молекулалар орасидаги бўш фазонинг камайиши ҳисобига сиқилади. Демак, босим жуда катта бўлганда, молекулалар зичлашадилар ва шундан сўнг газнинг сиқилувчанлиги жуда кичик бўлиб қолиши керак. (2) формулага кўра, $p \to \infty$ бўлганда, газнинг ҳажми $V_0 \to b$; демак, босим жуда катта бўлганда бир моль газнинг V_0 ҳажми b катталикка интилади; у бир молни ташкил қилувчи барча молекулаларни зич жойлаштирганда эгаллайдиган ҳажмга тенгдир.

Иккинчи сабаб — молекулалар орасида ўзаро таъсир кучларининг мавжудлиги бир-бирларидан маълум узоқликда турган молекулаларнинг ўзаро тортишишларига олиб келади. Бу тортишиш кучлари молекулалар орасидаги масофа жуда кичик бўлгандагина (урилиш пайтида) янада кучлироқ бўлган итаришиш кучлари билан алмашади. Молекулалар орасидаги тортишиш кучлари таъсирида газ гўё унга идиш деворлари кўрсатаётган ташқи p босимдан кўра каттароқ p' босим таъсир этаётгандек, Бойль — Мариотт қонунидан келиб чиқадиган ҳажмга қараганда кичикроқ бўлган V ҳажмни эгаллайди. Шундай қилиб, (2) тенгликда ташқи p босим $p' = p + p_i$ катталик билан алмаштирилиши керак, бунинг натижасида қуйидаги тенглик ҳосил бўлади:

$$(p + p_i)(V_0 - b) = RT. \qquad (3)$$

p_i катталик *газнинг ички босими* дейилади.

Молекулалар орасидаги юқорида айтилган тортишиш кучларининг газ ҳажми ичидаги молекулаларга ва деворларга яқин турган молекулаларга таъсири турлича натижага олиб келади. Гарчи молекулалар орасидаги тортишиш кучларининг масофа ортгандаги сусайиши итаришиш кучларининг сусайишига қараганда секинроқ юз берса-да, ҳар ҳолда улар фақат кичик ораликлардагина сезилади. Шунинг учун газнинг ҳар бир молекуласини фақат унга яқин турган молекулаларгина тортади. Газнинг ичида ҳар бир молекула ҳамма томондан бошқа молекулалар билан ўралган бўлади ва унга таъсир қилаётган тортиш кучлари, ўрта ҳисобда, бир-бирининг таъсирини йўқотади. Деворга яқин жойда эса (152-расм) газ молекулалари бошқача шароитда бўлади: уларни девордан узоқроқ турган газ молекулаларигина тортиб туради. Умуман айтганда, газнинг деворга яқин турган молекулалари билан девор моддасининг молекулалари орасида ҳам ўзаро таъсир бўлиши керак. Бироқ температура мувозанатида ва молекулаларнинг деворга ёпишиши юз бермаётган ҳолда, деворга урилиб қайтаётган молекулаларнинг ўртача энергияси деворга яқинлашувчи молекулаларнинг ўртача энергиясига тенг бўлади. Шунинг учун, ўрта ҳисобда молекулаларнинг идиш деворига урилишларини тоза эластик урилиш ҳодисаси деб қараш мумкин. Бундан, деворнинг таъсирини назарга олмаслик мумкин деган хулоса келиб чиқади.



152-расм. Газ молекулаларининг ўзаро таъсири.

Молекулалар орасидаги тортишиш кучлари старли даражада тез камаядиган бўлгани учун девор яқинидаги молекулаларга улардан энг узоғи r масофа нарида турган молекулаларгина, яъни ab қатлам (152-расм) ичидаги молекулаларгина таъсир қилади, деб ҳисоблаш мумкин. Бу қатлам ичидаги молекулалар сони бирлик ҳажмдаги молекулалар сони n_0 га пропорционалдир. Демак, молекулаларни девордан узоқлаштираётган тортиш кучларининг таъсири n_0 га пропорционалдир. Бундан ташқари, деворга урилаётган молекулаларнинг сони ҳам n_0 га пропорционалдир. Натижада, девор яқинидаги молекулаларга таъсир қилаётган ва *газнинг ичига қараб йўналган* кучлар n_0^2 га пропорционалдир.

Мана шу кучнинг девор юзи бирлигига тўғри келадиган миқдори ички босим p_i ни аниқлайди.

Ички босим p_i нинг қиймати ўзаро таъсир қилишаётган молекулаларнинг табиатига ҳам боғлиқдир, бундан:

$$p_i = a' n_0^2,$$

бу ерда a' — молекулаларнинг хилига боғлиқ бўлган ўзгармас катталик. $n_0 = \frac{N}{V_0}$ бўлгани учун (бунда N — Авогадро сони ва V_0 бир моль газнинг ҳажми) p_i нинг ифодасини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$p_i = \frac{a' N^2}{V_0^2}$$

ёки $a'N^2$ ни a билан белгиласак,

$$p_i = \frac{a}{V_0^2}. \qquad (4)$$

Ички босим p_i нинг (4) қийматини (3) ифодага қўйиб, бир моль газ учун Ван-дер-Ваальс тенгламасини ҳосил қиламиз:

$$\left(p + \frac{a}{V_0^2}\right)(V_0 - b) = RT. \qquad (5)$$

Ван-дер-Ваальснинг a ва b тузатмалари муайян газ учун анчагина дуруст аниқликда ўзгармас миқдорлардир. Турли газлар учун бу тузатмалар турличадир; уларнинг сон қийматлари эмпирик маълумотлардан аниқланади. Ван-дер-Ваальс тенгламасидаги ўзгармас R катталик газ доимийсининг илгариги қийматига эгадир.

Молекуляр ҳажм V_0 жуда катта бўлганда b тузатма V_0 га нисбатан, $\frac{a}{V_0^2}$ эса p га нисбатан жуда кичик, шунинг учун уларни ҳисобга олмаса ҳам бўлади. У ҳолда Ван-дер-Ваальс тенгламаси (1) тенглама шаклини олади.

Шундай қилиб, Менделеев — Клапейрон формуласининг тақрибий эканлиги яққол кўринади: у фақат кичик p босимлар (катта V_0 ҳажмлар) соҳасида ҳақиқатга яқинроқ бўлади; босим p катта бўлганда эса a ва b тузатмалар эътиборга олиниши керак, яъни Ван-дер-Ваальснинг (5) формуласидан фойдаланишга тўғри келади.

Ван-дер-Ваальс формуласи ҳам абсолют аниқ формула эмас, лекин у, Менделеев — Клапейрон формуласига қараганда ҳақиқатга анча яқиндир. 1000 *ат* гача бўлган босимларда азот учун Менделеев — Клапейрон ва Ван-дер-Ваальс формулаларидан олинган маълумотларни тажрибадан олинган маълумотлар билан таққослаш натижалари VIII жадвалда келтирилган. Агар азот идеал газнинг ҳолат тенгламасига тўла бўйсунса, унинг тажрибада ўлчанган p босими билан V ҳажмининг кўпайтмаси берилган T температурада ҳар қандай босимда ҳам ўзгармас бўлиши керак эди. Ҳақиқатда эса, § 44 да кўрсатиб ўтганимиздек, бу pV кўпайтма ўзгармасдан қолмайди ва 44-параграфдаги II жадвалнинг учинчи устунида келтирилган қийматларга эга бўлади; бу қийматларни биз яна VIII жадвалда ҳам келтирдик. Катта босимларда азот Бойль—Мариотт қонунида талаб қилинганидан кўра камроқ сиқилади. Масалан, 1000 *ат* босимда азотнинг ҳақиқий ҳажми идеал газ ҳолат тенгламаси бўйича ҳисоблаб чиқариладиган ҳажмдан икки мартадан ҳам ортиқроқ катта бўлади.

VIII жадвал

0°С даги 1 *л* азот учун тажрибадан олинган маълумотларни Ван-дер-Ваальс формуласи берадиган маълумотлар билан таққослаш

Босим, p *ат* ларда	pV *ат·л* ларда	$\left(p+\frac{a'}{V^2}\right)\times(V-b)$ *ат·л* ларда
1	1,0000	1,000
100	0,9941	1,000
200	1,0483	1,009
500	1,3900	1,014
1000	2,0685	0,893

VIII жадвалнинг учинчи устунида $\left(p+\frac{a'}{V^2}\right)(V-b')$ ифоданинг қийматлари келтирилган бўлиб, бу қийматлар 0°С даги ўша азот ҳажми V нинг тажрибадан топилган катталикларини қўйиш натижасида аниқланган, a' ва b' тузатмалар эса азотнинг берилган миқдорига мос равишда олинган (майда шрифтга қаранг). Улар учун $a' = 1{,}65\cdot 10^{-3}$ *ат·л*^{2} ва $b' = 1{,}36\cdot 10^{-3}$ *л* қийматлар олинган. Ван-дер-Ваальс формуласига кўра шу келтирилган ифода ўзгармас T температурада ҳар қандай p босимда ҳам ўзгармас бўлиб қолиши керак.

VIII жадвалнинг маълумотларидан кўринадики, босимнинг 1 *ат* дан 1000 *ат* гача бўлган интервалда Ван-дер-Ваальс формуласи, Менделеев — Клапейрон формуласига қараганда, тажриба маълумотларига анча яқин қийматларни беради. Азот учун Ван-дер-Ваальс формуласини татбиқ этишда четлашиш 2% дан ортмайди, ваҳоланки, идеал газ ҳолат тенгламасидан четлашиш $p = 1\,000$ *ат* босимда 100% дан ҳам ортиқдир.

(5) формула шаклида ифода қилинган Ван-дер-Ваальс тенгламаси бир моль газгагина тааллуқлидир. Уни газнинг ҳар қандай m массасига ҳам татбиқ қила оладиган қилиб ўзгартириш учун нималар қилиш кераклигини кўрайлик. Бир моль миқдорида олинган газнинг ҳажмини V_0 билан белгилаган эдик. m масса газнинг ҳажмини V билан белгиласак, берилган температура ва босимда

$$V = \frac{m}{\mu} V_0 \tag{6}$$

бўлади, бунда μ — газнинг молекуляр оғирлигидир.

$$\left(p + \frac{a}{V_0^2}\right)(V_0 - b) = RT.$$

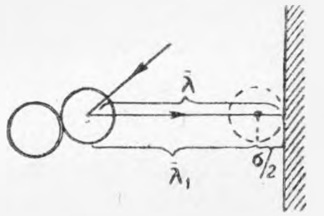
Ван-дер-Ваальс тенгламасидаги V_0 ўрнига унинг (6) тенглик асосида V орқали аниқланадиган қийматини қуямиз, у ҳолда:

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2}\frac{a}{V^2}\right)\left(V - \frac{m}{\mu}b\right) = \frac{m}{\mu}RT. \tag{7}$$

Мана шу (7) ифода газнинг ҳар қандай m массаси учун яроқли Ван-дер-Ваальс тенгламасидир. a ва b тузатмалар бир моль газ учун қандай сон қийматларига эга бўлса, бу тенгламада ҳам улар шундай қийматларга эгадир.

§ 61. Ван-дер-Ваальс тузатмаларининг характерини янада аниқроқ ҳисобга олиш. Молекулалар ўлчамларининг ролини бирмунча мукаммалроқ текширайлик.

Биз § 46 да, газлар кинетик назариясининг асосий муносабатларини аниқлашда молекулалар идишнинг у деворидан бу деворгача эркин учиб ўтади, деб ҳисоблаган эдик. Молекула деворга урилиб яна унга қайтиб келгунча ўтадиган Δt вақтни молекуланинг идишда унинг кўндалангига бир девордан иккинчи деворга тўғри бориши ва яна биринчи деворга қайтиб келиши учун зарур бўлган вақтга тенг, деб ҳисоблаган эдик. Агар молекулаларнинг бир-бирига урилишларини эътиборга олсак, баъзи молекулалар бошқа молекулалар билан тўқнашиб, деворга илгарироқ қайтиб келади, баъзилари эса, аксинча, тўқнашиш натижасида синиқ чизиқли ҳаракат қилиб деворга кечроқ қайтиб келади. Ўрта ҳисоб билан Δt вақт молекулалар ўзаро тўқнашмаган ҳолдагидек бўлади. Бироқ, молекулаларнинг ўз ўлчамларини ҳисобга олмагандагина шундай бўлади. σ диаметрли бирор молекулани олайлик; бу молекула идиш деворидан қайтиб, бошқа молекулага урилсин ва яна деворга қайтиб келсин (153-расм). Урилиш вақтида молекуланинг маркази деворга тегмайди, балки у девордан молекуланинг радиусига тенг бўлган $r = \frac{\sigma}{2}$ масофада бўлади.



153-расм. Молекуланинг деворга урилиши.

Молекула бошқа бирор молекула билан тўқнашган вақтида ҳам унинг маркази бу молекуладан худди шунча $r = \sigma/2$ масофада бўлади. Шу сабабли эркин йўл $r + r = \sigma$ миқдорга камаяди. Агар қийшиқ урилишларни эътиборга олсак, бу камайиш унча катта бўлмайди. Махсус ҳисоблашнинг кўрсатишича, бу камайиш $\sigma/2$ га тенг.

Шундай қилиб, эркин йўлнинг узунлиги $\bar{\lambda}$ шу $\sigma/2$ миқдорча қисқарган бўлади, яъни $\bar{\lambda}' = \bar{\lambda} - \frac{\sigma}{2}$ бўлади. Шунинг учун деворга урилувчи молекулалар эркин йўлининг ўртача узунлиги $\bar{\lambda}/\bar{\lambda}'$ марта қисқаради, молекулаларнинг деворга урилиш сони эса $\bar{\lambda}/\bar{\lambda}'$ марта кўпаяди, бинобарин, босим ҳам $\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\lambda}'}$ марта ортади.

Бундан, муайян V_0 моляр ҳажм учун pV_0 кўпайтма идеал газ ҳолат тенгламасига асосан RT катталикка эмас, балки ундан $\bar{\lambda}/\bar{\lambda}'$ марта ортиқ катталикка тенг бўлади, деган хулосага келамиз:

$$pV_0 = RT\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\lambda}'}. \tag{1}$$

$$\bar{\lambda}' = \bar{\lambda} - \frac{\sigma}{2}$$

бўлгани учун:

$$\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\lambda}'} = \frac{\bar{\lambda}}{\bar{\lambda} - \frac{\sigma}{2}} = \frac{1}{1 - \frac{\sigma}{2\bar{\lambda}}}.$$

Эркин йўл ўртача узунлиги $\bar{\lambda}$ нинг § 53 даги (4а) ифодасидан фойдалансак, қуйидагини топамиз:

$$\frac{1}{1 - \frac{\sigma}{2\bar{\lambda}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}\,\pi n_0\sigma^3},$$

бунда n_0 — бирлик ҳажмдаги молекулалар сонидир. Биз ҳажми V_0 бўлган бир моль газни текшираётганимиз учун $n_0 = \frac{N}{V_0}$ бўлади, бунда N — Авогадро сони, демак:

$$\frac{1}{1 - \frac{\sigma}{2\bar{\lambda}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}\,\pi\frac{N}{V_0}\sigma^3}.$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\pi\sigma^3 N = b, \tag{2}$$

деб белгиласак,

$$\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\lambda}'} = \frac{1}{1 - \frac{\sigma}{2\bar{\lambda}}} = \frac{1}{1 - \frac{b}{V_0}}.$$

$\overline{\lambda}|\overline{\lambda'}$ нинг бу ифодасини (1) га қўйиб, қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$pV_0 = RT\frac{1}{1-\frac{b}{V_0}} \text{ ёки } p(V_0 - b) = RT.$$

Шундай қилиб, биз § 60 да камроқ аниқликда чиқарилган (2) формулага эга бўлдик. Бу ерда чиқарилган формула b константанинг қийматини молекулаларнинг ўлчами σ билан боғлайди [(2) формула]. Бир дона молекуланинг ҳажми

$$v = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{6}\pi\sigma^3$$

эканлигини эътиборга олсак, (2) дан қуйидагини топамиз:

$$b = 3\sqrt{2}\cdot vN \cong 4v\cdot N. \tag{2a}$$

vN бир моль газдаги барча молекулаларнинг ҳажмини ифодалагани учун (2а) формуладан қуйидаги хулосани чиқарамиз: *молекулалар ҳажми учун Ван-дер-Ваальс киритган b тузатма молекулаларнинг ўз ҳажмидан тахминан тўрт марта каттадир.*

(2) тенглик Ван-дер-Ваальс тузатмаси b нинг сон қиймати орқали молекулаларнинг диаметри σ ни аниқлашга имкон беради. Ҳақиқатан ҳам, (2) дан:

$$\sigma = \sqrt[3]{\frac{b\sqrt{2}}{\pi N}} \cong \sqrt[3]{\frac{1,4b}{\pi N}}.$$

Масалан, кислород учун $b = 31,6$ *см³/моль*, демак, кислород молекуласининг диаметри (унинг эффектив диаметри)

$$\sigma = \sqrt[3]{\frac{1,4\cdot 31,6}{3,14\cdot 6,02\cdot 10^{23}}}\ см = 2,9\cdot 10^{-3}\ см$$

бўлади. Бу натижа σ нинг бошқа усуллар билан топилган қийматларига жуда мос келади.

Ван-дер-Ваальснинг иккинчи a тузатмаси молекулалар ўзаро таъсир кучларининг характерига боғлиқдир.

Бу кучларнинг характерини бирмунча мукаммалроқ текширайлик. Молекулалар квант механикаси қонунларига бўйсунадиган мураккаб электрик системалардир. Улар орасидаги ўзаро таъсир кучлари қисман кулон кучларининг характерига эга (турли ишорали зарядларнинг ўзаро тортишиши ва бир хил ишорали зарядларнинг бир-бирини итариши), қисман, фақат квант механикаси асосида изоҳланиши мумкин бўлган бошқача характердаги кучлардир. Умуман айтганда (одатда электр диполлар деб қаралувчи), молекулалар орасида бир вақтнинг ўзида ҳам тортишиш кучлари f_1, ҳам итаришиш кучлари f_2 мавжуддир, деб ҳисоблаш мумкин.

Иккита A ва B молекула орасидаги масофани r билан белгилаймиз.

Ҳар иккала кучни — биз манфий деб ҳисоблаган тортишиш кучи f_1 ни ҳам, биз мусбат деб хисоблаган итаришиш кучи f_2 ни ҳам — молекулалар орасидаги r масофанинг қандайдир χ_1 ва $\varkappa_2$ даражаларига тескари пропорционал деб ҳисоблаш мумкин:

$$f_1 = -\frac{C_1}{r^{\chi_1}}; \quad f_2 = \frac{C_2}{r^{\chi_2}},$$

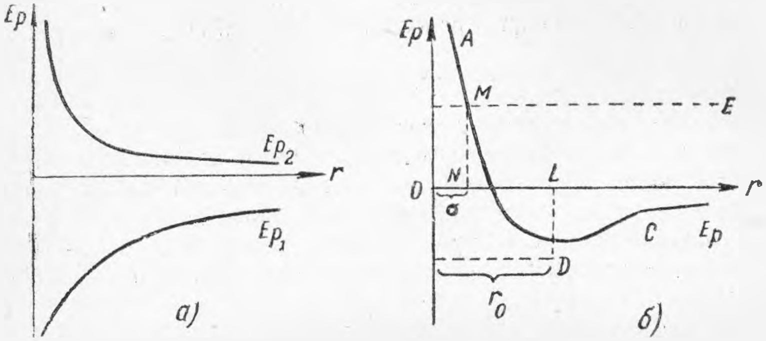
бунда C_1 ва C_2 — ўзгармас миқдорлардир.

Агар $\chi_2 > \chi_1$ бўлса, масофа ортиши билан итаришиш кучи f_2 тортишиш кучи f_1 га қараганда тезроқ камаяди. Бу ҳолда йиғинди куч $f = f_1 + f_2$ катта масофаларда тортишиш кучи бўлади, кичик масофаларда эса итаришиш кучи бўлади.

f_1 ва f_2 кучларга E_{p_1} ва E_{p_2} потенциал энергиялар мос келади:

$$E_{p_1} = -\frac{C'}{r^{k_1}}; \; E_{p_2} = \frac{C''}{r^{k_2}},$$

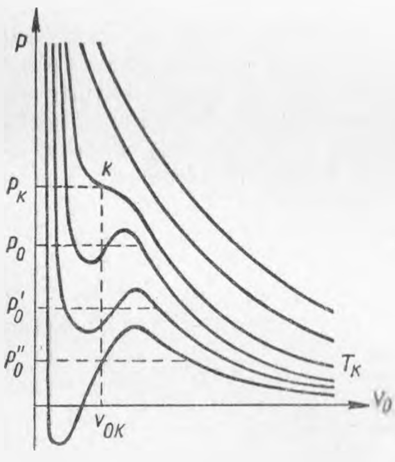
бунда C' ва C'' — янги ўзгармас миқдорлар; k_1 ва k_2 даража кўрсаткичлари эса қуйидагиларга тенг: $k_1 = \chi_1 - 1$; $k_2 = \chi_2 - 1$. Тортишиш кучи f_1 га манфий потенциал энергия мос келади (§ 33 билан солиштиринг), итаришиш кучи f_2 га эса мусбат потенциал энергия мос келади. E_{p_1} ва E_{p_2} потенциал энергияларнинг молекулалар орасидаги r масофага боғланишини графикда тасвирлайлик (154-*а* расм). $k_2 > k_1$ бўлганда, итаришиш кучларининг E_{p_2} потенциал энергиясини тасвирловчи эгри чизиқ r нинг кичик қийматларида анча тикроқ кўтарилади, тортишиш кучларининг E_{p_1} потенциал энергиясини тасвирловчи эгри чизиқ эса r нинг кичик қийматларида ётиқроқ пасайиб боради. Иккита молекуланинг тўла ўзаро потенциал энергияси $\left(E_p = E_{p_1} + E_{p_2} = -\frac{C'}{r^{k_1}} + \frac{C''}{r^{k_2}}\right)$ни тасвирловчи натижавий эгри чизиқ 154-*б* расмда туташ эгри чизиқ билан берилган. Бу эгри чизиқнинг пастга тушувчи CD тармоғи, r масофа катта бўлганда молекулаларнинг ўзаро таъсир кучи $f = f_1 + f_2$ тортишиш кучи бўлишлигини кўрсатади. Юқори кўтарилувчи DA тармоқ r масофа кичик бўлганда йиғинди f куч итаришиш кучи бўлишлигини кўрсатади. Молекулалар орасидаги масофа $r_0 = OL$ бўлганда бу икки куч — итаришиш кучи f_2 ва f_1 сон жиҳатдан бир-бирига тенг бўлади. Бу нуқтада йиғинди куч f нолга тенг. L нуқтага потенциал ўранинг энг паст D жойи мос келади. Бу жой мувозанат жойидир. Бироқ бир-биридан r_0 узоқликда турган A ва B молекулалар фақат уларнинг тўла энергияси E потенциал ўранинг D „чуқурлигидан“ кичик бўлгандагина ҳақиқатан мувозанатли ҳолатда бўлишлари мумкин. Ўра ичида потенциал энергия E_p манфий бўлгани учун дастлаб бир-биридан узоқда бўлган ва кейин яқинлаша бошлаган икки молекула ҳамма вақт потенциал ўранинг D „чуқурлигидан" каттароқ энергия запасига эга бўлади. Шунинг учун улар Ван-дер-



154-расм. а) молекулалар орасидаги тортишиш потенциал энергияси E_{p_1} нинг ва итаришиш потенциал энергияси E_{p_2} нинг ўзгариши; б) молекулалар орасидаги ўзаро таъсирнинг йиғинди потенциал энергиясининг ўзгариши.

Ваальс кучлари таъсири остида бир-бирига ёпишиб, мураккаброқ молекула ташкил қила олмайди. Фақат учта молекула урилишиб, учинчи молекула ортиқча энергияни олиб кетган ҳолдагина, молекулаларнинг ўзаро бирикиб, мураккаброқ молекула ҳосил қилишлари мумкин. Лекин температура T жуда ҳам паст бўлмаган, яъни эркинлик даражаларидан биттасига тўғри келадиган $^1/_2kT$ ўртача энергия потенциал энергиянинг ўрадаги қиймати E_{p_0} дан катта бўлганда, юқорида айтилган йўсинда ҳосил бўлган мураккаб молекулани Ван-дер-Ваальс кучлари тутиб туролмайди ва бундай молекула яна парчаланиб кетади.

Кинетик энергияни E_k билан белгилаймиз. Тўла энергия $E = E_k + E_p$ 154-*б* расмда пунктир чизиқ билан тасвирланган бўлсин. A молекулани қўзғалмас деб ҳисоблаб, B молекуланинг A молекулага нисбатан ҳаракатини кузатамиз. У ҳолда (§ 33 даги мулоҳаза билан солиштиринг) B молекула, катта r масофадан бошлаб r_0 масофагача, бу қисмда тортишиш кучлари мавжуд бўлгани учун, A молекула томонга ўсиб борувчи тезлик билан ҳаракат қилади, B молекула молекулалар орасидаги мувозанат масофаси r_0 га тўғри келадиган L нуқтага $E_k = E - E_p$ кинетик энергия запаси билан келади; кинетик энергиянинг мана шу запаси туфайли, у, L мувозанат ҳолатдан ўтиб кетади ва итариш кучларига қарши ҳаракат қилиб, ҳамма кинетик энергияси расмда NM кесма билан тасвирланган потенциал энергияга ўтмагунча A молекулага яқинлаша боради. B молекула $r = \sigma$ бўлган жойда бутун кинетик энергиясини йўқотиб ($\sigma = ON$ кесма M нуқтанинг абсциссасидир), итаришиш кучларининг таъсирида A молекуладан узоқлаша бошлайди ва ҳаракатнинг юқорида кўрсатилган этапларини акс тартибда босиб ўтади. Мана шу $ON = \sigma$ масофа молекулалар бир-бирига урилганда уларнинг марказлари яқинлашиши мумкин бўлган энг кичик ораликни кўрсатади. $\sigma = ON$ кесма молекулаларнинг эффектив диаметри („радиуслар" йиғиндиси) ни тасвирлайди. Бундан кўринадики, σ нинг қиймати тўла энергия E нинг қийматига, яъни B молекуланинг катта масофа r дан A молекула томон қилаётган ҳаракати тезлигига боғлиқ экан. Тўла энергия E қанча катта бўлса, уни тасвирловчи тўғри чизиқ потенциал энергия E_p ни тасвирловчи эгри чизиқни шунча юқорида кесиб ўтади ва, демак, σ шунча кичик бўлади. Шундай қилиб, молекулаларнинг эффектив диаметри σ ўзгармас катталик эмас: у тўқнашувчи молекулаларнинг тезлигига боғлиқдир. Аммо, агар M нуқтага яқин жойларда потенциал энергияни тасвирловчи эгри чизиқ жуда тик кўтариладиган бўлса, E нинг ортиши билан $ON = \sigma$ кесма оз ўзгаради, яъни эффектив диаметр σ бу ҳолда тўқнашувчи молекулаларнинг тезлигига жуда кам боғлиқ бўлади.



155-расм. Ван-дер-Ваальс изотермалари.

Молекулалараро кучларнинг қараб чиқилган характери молекулаларнинг тўқнашиш процесси эластик шарларнинг ўзаро тўқнашиш процессига сира ўхшамаслигини кўрсатади. Молекулаларнинг „тўқнашиши" улар орасидаги r масофага боғлиқ бўлган ва r нинг камайиши билан тез ўсадиган итаришиш кучларининг мавжудлиги натижасидир.

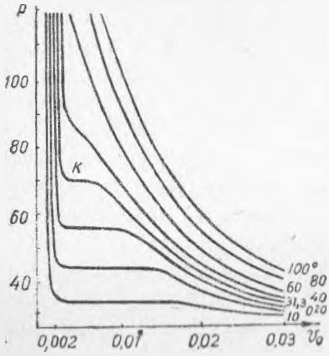
§ 62. Ван-дер-Ваальс изотермалари. Модданинг критик ҳолати. Ван-дер-Ваальс тенгламаси

$$\left(p + \frac{a}{V_0^2}\right)(V_0 - b) = RT \qquad (1)$$

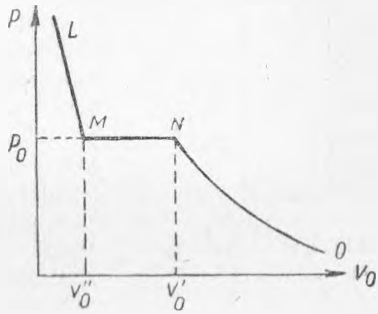
V_0 га нисбатан учинчи даражали алгебраик тенгламадир. Шунинг учун у, p ва T нинг қийматларига қараб, молекуляр ҳажм V_0 нинг битта ёки учта ҳар хил қийматларини беради[1]. T нинг ҳар

[1] Ҳақиқий коэффициентларга ва озод ҳадга эга бўлган учинчи даражали алгебраик тенглама ҳамма вақт уч илдизга эга бўлади, бироқ улардан иккитаси комплекс илдиз бўлиши мумкин. V_0 ҳажм ҳақиқий катталик бўлгани учун унинг битта ёки учта ҳар хил илдизи бўлади.

хил қийматлари учун ёзилган Ван-дер-Ваальс тенгламаси асосида p нинг V_0 га боғланиш графигини чизсак, бир қатор изотермаларга эга бўламиз (155-расм). 155-расмдаги эгри чизиқларнинг (изотермаларнинг) ҳар бири маълум бир T температурага мос келади; температура T қанча юқори бўлса, унга мос бўлган изотерма 155-расмда шунча ўнгроқда ва баландроқда жойлашган



156-расм. Карбонат ангидриди (CO_2) нинг экспериментал изотермалари.



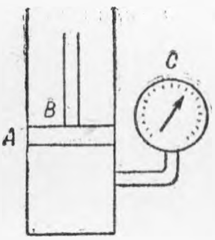
157-расм. Экспериментал изотерма.

бўлади. Расмдан кўринишича, фақат юқори T температураларда-гина V_0 нинг камайиши билан изотерманинг текис ўсиб бориши Бойль—Мариотт қонунига тегишли изотермага ўхшайди. Бундай изотермада, газ худди Менделеев — Клапейрон формуласига бўйсунгандаги каби босим p нинг ҳар бир қийматига моляр ҳажм V_0 нинг битта қиймати мос келади. Пастроқ температураларда эса изотермалар босим ва ҳажмнинг маълум соҳасида бурилишларга эга бўлади. Бу соҳада, умуман, p босимнинг ҳар битта қийматига V_0 ҳажмнинг учта қиймати мос келади.

Биринчи қарашда жуда ғалати бўлиб кўринадиган бу боғланишнинг мазмунини тушуниш учун тажрибага мурожаат қилиш керак. 156-расмда карбонат ангидрид (CO_2) учун тажрибадан олинган изотермалар келтирилган. Юқори T температураларда карбонат ангидрид изотермалари идеал газ изотермаларига ўхшайди. Пастроқ температураларда изотермаларнинг характери тамомила бошқача бўлади. Бундай пастроқ температурага тегишли изотерма 157-расмда тасвирланган.

Юқорида айтилганлар тушунарли бўлиши учун, карбонат ангидриднинг моляр ҳажми V_0 билан унинг босими p орасидаги боғланишни аниқлашга имкон берадиган тажрибанинг схемасини келтирамиз. Бу тажрибанинг схемаси (158-расм) қуйидагича: қалин деворли A цилиндр ичида B поршень остида бир моль карбонат ангидрид бор; унинг температураси T бутун тажриба давомида ўзгармас ҳолда сақланади. Поршеннинг турли ҳолатларида карбонат ангидрид эгаллайдиган V_0 ҳажмни ўлчаш мумкин. Бу турли ҳажмларга мос бўлган босимлар C манометр билан ўлчанади.

Карбонат ангидриднинг ҳажми V_0 катта бўлганда, B поршень пастга туша борган сари босим бир текис орта боради; процесснинг бу қисмига 157-расмда тасвирланган изотерманинг ON тармоғи мос келади.



158-расм. Изотермаларни аниқлаш тажрибасининг схемаси.

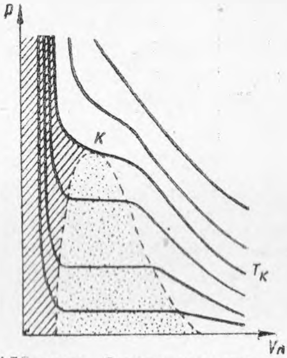
Гарчи карбонат ангидриднинг сиқилувчанлиги Бойль — Мариотт қонуни талаб қилганидан кўра кўпроқ бўлса-да, унинг хоссалари бу ерда идеал газ хоссаларига ўхшайди. Босим маълум бир p_0, ҳажм эса мос равишда V_0' қийматга етганда (изотерманинг N нуқтаси), карбонат ангидриднинг хоссалари кескин ўзгаради; поршень янада пастга тушира борганда p_0 *босим ўзгармай қола беради, карбонат ангидриднинг суюлиш процесси бошланади.* Поршень пастга қанча кўпроқ тушса, газнинг (у бундай шароитда *тўйинган буғ* деб аталади) шунча кўпроқ қисми суюқликка айланади. Изотерманинг p босим ва V_0'' ҳажм билан характерланадиган M нуқтаси поршень остидаги ҳамма карбонат ангидриднинг бутунлай суюқликка айланган ҳолатига мос келади. Бу вақтда поршень остида фақат суюқлик бўлади; поршеннинг бундан кейинги сурилиши катта куч талаб қилади, чунки суюқлик кам сиқилувчандир. Изотерманинг ML тармоғи карбонат ангидриднинг суюқ ҳолатига мос келади.

Суюлиш юз берадиган p_0 босим *тўйинган буғнинг берилган T температурадаги эластиклиги* дейилади. Босим p тўйинган буғнинг p_0 эластиклигига тенг бўлган ҳолда, берилган миқдордаги модда V_0' ва V_0'' орасидаги ихтиёрий моляр ҳажмларга эга бўла олади. Бу соҳада модда бир вақтнинг ўзида икки *агрегат ҳолатда* (баъзан икки *фазада* деб ҳам юритилади) — суюқ ва газсимон ҳолатларда бўлади. Ҳажмнинг қиймати V_0'' га қанча яқин бўлса, модданинг суюқ ҳолатда бўлган қисми шунча кўп бўлади ва газ (буғ) қисми шунча кам бўлади.

Бошқа ҳамма моддалар учун ҳам, уларни сиқиш йўли билан газсимон ҳолатдан суюқ ҳолатга ўтказиш мумкин бўлган температуралар соҳасида худди юқоридагига ўхшаган изотермалар ҳосил бўлади.

Тажрибадан олинган изотермаларни Ван-дер-Ваальснинг назарий изотермалари билан таққослашнинг кўрсатишича, Ван-дер-Ваальс изотермаларидаги бурилишлар соҳаси модданинг газсимон ҳолатдан суюқ ҳолатга ёки, аксинча, суюқ ҳолатдан газсимон ҳолатга ўтишига мос келади. Бироқ, шу билан бирга, модданинг газсимон ҳолатдан суюқ ҳолатга ўтиши ёки унинг акси ҳақиқатда бир неча бурилишга эга бўлган эгри чизиқ бўйлаб эмас, балки ўзгармас p_0 босимда тўгри чизиқ бўйича юз беради (157-расмдаги MN кесма).

Шундай қилиб, Ван-дер-Ваальс изотермалари газнинг хоссаларини идеал газ изотермасига қараганда аниқроқ акс эттирибгина қолмай, газларнинг суюлиш процессини, шунингдек, суюқликнинг жуда кам сиқилувчанлик хоссасини ҳам акс эттиради.



159-расм. Экспериментал изотермаларнинг кўриниши.

Температура кўтарилган сари Ван-дер-Ваальс изотермаларидаги бурилишлар соҳаси торая боради: яъни V_0' ва V_0'' ҳажмлар айирмаси камая боради, бунда V_0' — модданинг p босимда бутунлай газ ҳолатга (буг ҳолатга) ўтганидаги ҳажми, V_0'' — модданинг худди ўша p_0 босимда бутунлай суюқ ҳолатга ўтгандаги ҳажми. 159-расмда турли температураларга тегишли бўлган реал изотермалар ёнма-ён чизилган. Штрихланмаган соҳа модданинг газсимон ҳолатига мос келади; нуқталар билан қопланган соҳа модданинг иккита — газсимон ва суюқ фазадан ташкил топган ҳолатига мос келади; штрихланган соҳа эса модданинг суюқ ҳолатига мос келади.

Ван-дер-Ваальс изотермалари орасида бурилишлари бор бўлган изотермаларни бурилишлари бўлмаган изотермалардан ажратиб турувчи бир изотерма бор. Бу изотерма *критик изотерма* дейилади, бунга мос бўлган температура $T_к$ эса *критик температура* дейилади (155 ва 159-расмга қаранг). Критик изотермада бурилишлар соҳаси ўрнида фақат K бурилиш нуқтасигина бўлади; бу нуқтада изотермага ўтказилган уринма абсцисса ўқига параллел бўлади. K нуқта *критик нуқта* дейилади, унга мос бўлган $V_к$ ҳажм ва $p_к$ босим эса *критик ҳажм* ва *критик босим* дейилади. Берилган ҳар бир модда учун унинг критик температураси, критик моляр ҳажми ва критик босими аниқ қийматларга эгадир.

Критик температура тушунчаси дастлаб Д. И. Менделеев томонидан 1861 йилда киритилган. Менделеев ўзининг текширишларида критик температурани суюқликнинг абсолют қайнаш температураси деб атаган ва бу температурани суюқлик молекулалари орасидаги тутиниш кучлари йўқолиб, суюқлик ўзининг босими ва моляр ҳажмининг қиймати қандай бўлишидан қатъи назар, буғга айланиб кетадиган температура деб қараган.

Критик температуранинг бу тушунчаси суюқ ҳолатдан газсимон ҳолатга ўтиш ҳақидаги ҳозирги замон тасаввурига тўла мувофиқдир.

Ҳақиқатан ҳам, газсимон ҳолат, суюқ ҳолат ва суюлиш соҳаси бир-биридан ажратиб тасвирланган 159-расмни қараб чиқиш қуйидаги хулосаларга олиб келади:

1) критик температура T_k дан юқори температураларда модда фақат газсимон ҳолатдагина мавжуд бўла олади. *T температураси критик температура T_k дан юқори бўлган газни ҳеч қанақа сиқиш билан суюқ ҳолатга ўтказиб бўлмайди.* Критик температурадан паст температураларда модда, босимга қараб, газсимон ҳолатда, ёки суюқ ҳолатда, ёки бир вақтнинг ўзида икки фаза: суюқлик ва тўйинган буғ ҳолатларида мавжуд бўлиши мумкин[1];

2) тўйинган буғнинг эластиклиги p_0 шу берилган модданинг критик босими p_k дан катта қийматга эга бўла олмайди;

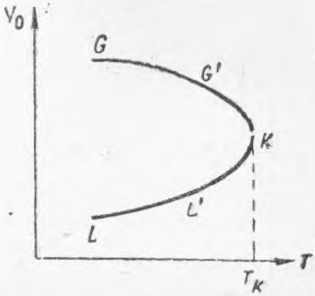
3) модданинг суюқ ҳолатдаги ҳажми берилган миқдор модданинг критик ҳажмидан катта қийматларга эга бўла олмайди.

Кўпчилик суюқликларнинг ва улар аралашмаларининг критик температураларини М. П. Авенариус ва унинг шогирдлари А. И. Надеждин, В. И. Зайончевский ва бошқалар текширган. Чунончи, А. И. Надеждин 1885 йилда сувнинг критик температурасини (374°С) биринчи бўлиб аниқлади. Машҳур рус физиги А. Г. Столетов ҳам модданинг критик ҳолати масаласи билан шуғулланган. У мавжуд экспериментал материалларни анализ қилди ва уларни назарий маълумотлар билан батафсил солиштириб чиқди.

Абсциссалар ўқи бўйича температурани, ординаталар ўқи бўйича эса суюқликнинг ва у билан мувозанатда бўлган тўйинган буғнинг солиштирма ҳажмларини (яъни бирлик массанинг ҳажмларини) қўйиб, график чизайлик (160-расм). Иситиш натижасида суюқлик кенгайгани сабабли суюқликнинг солиштирма ҳажми билан температура орасидаги боғланишни тасвирловчи LL' чизиқ юқори кўтарила боради. Температура ортган сари суюқлик ҳажмининг кенгайиши тезлаша боради, чунки унинг кенгайиш коэффициенти ўзгарувчан бўлиб, температура билан бирга орта боради. Шунинг учун LL' чизиқ юқорига эгилган бўлади. Тўйинган буғ ҳажмининг температурага боғланиши GG' чизиқ билан тасвирланади. Температура кўтарилганда суюқликнинг бир қисми буғга айланади ва суюқлик устидаги буғнинг зичлиги ортади. Аммо буғ зичлигининг ортиши унинг солиштирма ҳажмининг камайиши

[1] Кейинчалик биз бир вақтнинг ўзида уч фазанинг: газсимон, суюқ ва қаттиқ ҳолатларнинг мавжуд бўла олишини кўрамиз.

демакдир. Шунинг учун GG' чизиқ пастга эгилади. Бу икки чизиқ бирор K нуқтада туташади. Бу нуқта суюқликнинг максимал солиштирма ҳажмига мос келган нуқта бўлгани учун у критик нуқта бўлади ва унга мос келадиган температура критик температура $T_к$ бўлади. Бундан, критик нуқтада суюқликнинг ва буғнинг солиштирма ҳажмлари бирдай бўлишини кўрамиз. *Критик нуқтада суюқлик билан буғ орасида ҳеч қандай фарқ қолмайди.* Критик нуқтада моддаларнинг газсимон ҳолатдан суюқ ҳолатга ўтиши узлуксиз равишда юз беради. Критик температурада суюқликнинг буғга айланиш иссиқлиги нолга тенг бўлади. Критик температурада суюқликнинг сирт таранглик коэффициенти ҳам нолга тенг бўлади.

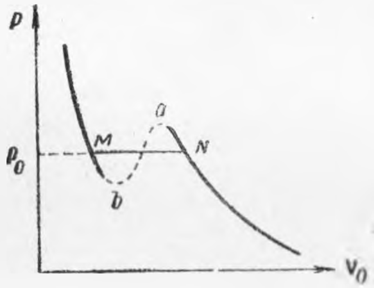


160-расм. LL' — суюқликнинг солиштирма ҳажми билан температура орасидаги боғланишнинг графиги; GG' — тўйинган буғнинг солиштирма ҳажми билан температура орасидаги боғланишнинг графиги. Бу икки чизиқ критик температура $T_к$ да учрашади.

Критик нуқта яқинида газ ҳажмининг ҳамма жойларида қуюқланиш марказлари вужудга келиб ва яна йўқолиб туради; шу сабабли критик нуқта яқинида модданинг хираланиши рўй беради. Бу хираланиш *опалесценция* ҳодисаси деб аталади.

Экспериментал изотермалар билан Ван-дер-Ваальснинг назарий изотермалари орасидаги фарқни янада мукаммалроқ текширайлик. Экспериментал изотермада бурилишлар соҳаси 161-расмда яна бир марта тасвирланган MN тўғри чизиқ билан алмаштирилган. Бироқ бурилишлар соҳасига тегишли бўлган бир қанча нуқталарни маълум бир шароитда тажрибада ҳосил қилиш мумкин экан. Масалан, чангсизланган ва электр зарядларидан холи бўлган фазода, тўйинган буғнинг берилган температурадаги p_0 эластиклигидан катта бўлган p босимли буғ ҳосил қилиш мумкин. Бундай буғ *ўта тўйинган* буғ дейилади. Ўта тўйинган буғнинг ҳолати изотерманинг бурилишлар соҳасидаги Na бўлаги билан тасвирланади. Табиий шароитда атмосферанинг юқори қатламларида кўп миқдорда ўта тўйинган буғлар тез-тез ҳосил бўлиб туради. Ўта тўйинган буғ эгаллаган фазода чангларнинг, томчиларнинг ёки электрланган зарраларнинг пайдо бўлиши буғларнинг конденсациясига сабаб бўлади, натижада туман вужудга келади.

Тўйинган буғнинг берилган температурадаги эластиклигидан кўра пастроқ босим остида, моддани буғсимон холатга ўтказмасдан, уни суюқ ҳолатда олиш ҳам мумкин; бу ҳолатга изотерманинг Mb қисми тўғри келади. Ван-дер-Ваальс изотермаларининг бир қисми абсциссалар ўқидан пастга тушади, яъни манфий босимлар соҳасига ўтади (155-расмга қаранг). Чўзилган суюқликни ифодаловчи бу ҳолатни тажрибада рўёбга чиқариш мумкин. Масалан, барометр найчасидаги суюқ симобни 760 *мм* дан ортиқ баландликда, яъни симобнинг босими атмосфера босими билан тўла мувозанатлана олмайдиган ҳолатда туриб қолишга мажбур қилиши мумкин. Бундай симоб устуни ўз оғирлиги таъсирида чўзилган бўлсада, узилиб кетмайди.



161-расм. Назарий ва экспериментал изотермаларни таққослаш.

Бу тажриба реал суюқликларда ички тутиниш кучлари мавжуд эканлигини кўрсатади.

Изотермаларнинг пастга тушиб борувчи ab қисмларини (161-расм) тажрибада сира ҳосил қилиб бўлмайди; улар модданинг бутунлай турғунмас ҳолатига тегишлидир, деб ҳисоблаш керак.

§ 63. Критик катталикларни аниқлаш. Келтирилган катталиклар тенгламаси. Ван-дер-Ваальснинг (5) тенгламасини (§ 60) текшириш критик температура, критик моляр ҳажм ва критик босимларнинг $T_к$, $V_{0к}$ ва $p_к$ қийматлари билан a ва b тузатмаларни боғлаш имконини беради:

$$\left(p+\frac{a}{V_0^2}\right)(V_0-b)=RT. \tag{1}$$

Ван-дер-Ваальс тенгламасини ўзгартириб ёзиш учун унинг ўнг ва чап томонларини V_0^2/p га кўпайтириб, сўнгра қавсларни очамиз ва таркибида V_0 нинг бир хил даражалари бўлган ҳадларни йиғамиз; у ҳолда қуйидаги тенглама ҳосил бўлади:

$$V_0^3-\left(\frac{RT}{p}+b\right)V_0^2+\frac{a}{p}V_0-\frac{ab}{p}=0. \tag{2}$$

Бундан Ван-дер-Ваальс тенгламаси V_0 га нисбатан учинчи даражали тенглама[1] эканлиги бевосита кўриниб турибди.

---

[1] Ҳақиқий сонлардан иборат бўлган c_1, c_2 коэффициентларга ва ҳақиқий c_3 озод ҳадга эга бўлган ҳар қандай учинчи даражали тенглама:

$$x^3+c_1x^2+c_2x+c_3=0, \tag{3}$$

учта: x_1, x_2 ва x_3 илдизларга эга бўлиб, улардан ёки учаласи ҳам, ёки биттаси ҳақиқий сон бўлиши алгебрада исбот қилинади. (3) тенгламанинг x_1, x_2, x_3 илдизлари қиймати орқали (3) тенглама қуйидагича ёзилиши мумкин:

$$(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)=0. \tag{3a}$$

Бу иккита (3) ва (3а) ифодалар айнан бир хилдир. Хусусий ҳолда (3) тенгламанинг ҳамма уч илдизи бир хил бўлиши мумкин: $x_1=x_2=x_3=x_к$ (уч каррали илдиз), у ҳолда (3а) тенглама қуйидагича ёзилади:

$$(x-x_к)^3=0.$$

Критик температура $T = T_к$ учун ёзилган Ван-дер-Ваальс тенгламаси

$$V_0^3 - \left(\frac{RT_к}{p_к} + b\right)V_0^2 + \frac{a}{p_к}V_0 - \frac{ab}{p_к} = 0 \tag{4}$$

критик нуқта K да (155-расм) бурилиш нуқтага эга. Шунинг учун тенглама бу нуқтада битта уч каррали $V_{0к}$ илдизга эга ва қуйидаги кўринишда ёзилиши мумкин:

$$(V_0 - V_{0к})^3 = 0$$

ёки агар даражага кўтариш амалини бажарсак:

$$V_0^3 - 3V_{0к}V_0^2 + 3V_{0к}^2V_0 - V_{0к}^3 = 0. \tag{5}$$

(5) ва (4) тенгламалар айнан бир хил бўлиши керак. Бу эса V_0 нинг бир хил даражалари олдидаги коэффициентлар тенг бўлгандагина мумкин бўлади. Бундан:

$$\frac{RT_к}{p_к} + b = 3V_{0к}, \quad \frac{a}{p_к} = 3V_{0к}^2, \quad \frac{ab}{p_к} = V_{0к}^3.$$

Бу уч тенгламани учта: $T_к$, $V_{0к}$ ва $p_к$ номаълумларга нисбатан ечиб, қуйидаги ифодаларни оламиз:

$$T_к = \frac{8a}{27bR}, \quad V_{0к} = 3b, \quad p_к = \frac{a}{27b^2}. \tag{6}$$

Шундай қилиб, $T_к$, $V_{0к}$ ва $p_к$ критик катталиклар Ван-дер-Ваальснинг a ва b тузатмалари орқали бевосита ифодаланади.

(6) муносабатлардан фойдаланиб, Ван-дер-Ваальс тенгламасини ўзгартириш мумкин. *Келтирилган босим, келтирилган ҳажм ва келтирилган температура* π, ω ва τ ларни киритамиз; булар модданинг босими, моляр ҳажми ва температурасининг мос критик катталикларига нисбатидир:

$$\pi = \frac{p}{p_к}; \quad \omega = \frac{V_0}{V_{0к}}; \quad \tau = \frac{T}{T_к}. \tag{7}$$

У холда, (6) тенгликлардан фойдаланиб, қуйидагиларни топамиз:

$$p = \frac{a}{27b^2}\pi; \quad V_0 = 3b\omega; \quad T = \frac{8a}{27bR}\tau.$$

p, V_0 ва T нинг бу қийматларини Ван-дер-Ваальснинг (1) тенгламасига қўйиб, маълум алгебраик ўзгартиришлар бажаргач, қуйидаги тенгламани ҳосил қиламиз:

$$\left(\pi + \frac{3}{\omega^2}\right)(3\omega - 1) = 8\tau. \tag{8}$$

(8) тенглама Ван-дер-Ваальснинг бир моль учун ёзилган тенгламасига эквивалентдир; бу тенглама *келтирилган катталиклар тенгламаси* дейилади.

Келтирилган босим, ҳажм ва температура π, ω ва τ лардан ташқари, (8) тенгламада фақат сонларгина қатнашади. Аммо текширилаётган газ учун характерли бўлган константаларнинг тушиб қолгандай бўлиб кўринишига сабаб, (8) тенгламада келтирилган босим, ҳажм ва температураларнинг, яъни газ босими, ҳажми ва температурасининг мана шу текширилаётган газга тегишли критик катталикларга нисбатининг қатнашишидир.

Келтирилган катталиклар тенгламаси (8) дан фойдаланиб, идеал газ ҳолатининг тенгламаси ҳақиқатга яхшигина яқинлашишдан иборат бўлиши учун зарур шартларни аниқроқ кўрсатиб бериш мумкин. Газнинг моляр ҳажми V_0 унинг критик ҳажми $V_{0к}$ дан жуда катта деб фараз қилайлик, у ҳолда ω келтирилган ҳажм таърифига кўра, бирдан анча катта бўлади ва (8) тенгламани тақрибан қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\pi\omega = \frac{8}{3}\tau.$$

Бу ерга π, ω ва τ ларнинг (7) қийматларини қўйсак:

$$pV_0 = \frac{8}{3}\frac{p_к V_{0к}}{T_к} T \tag{9}$$

бўлади, лекин (6) муносабатлардан:

$$\frac{8}{3}\frac{p_к V_{0к}}{T_к} = R,$$

бу ерда R — газ доимийси; шунинг учун (9) тенглик қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$pV_0 = RT,$$

бу эса бир моль учун ёзилган Менделеев — Клапейрон формуласидир. Демак, газнинг ҳажми унинг критик ҳажмидан анча катта бўлган ҳамма ҳолларда Ван-дер-Ваальс тенгламаси Менделеев—Клапейрон тенгламасига ўтар экан.

Келтирилган катталиклар тенгламасидан *мос ҳолатлар* ҳақидаги теорема келиб чиқади. Унинг мазмуни қуйидагича: агар иккита ҳар хил газ уларнинг ҳар бирига тааллуқли p, V_0, T уч катталикдан иккитасининг $p_к$, $V_{0к}$, $T_к$ мос критик катталикларга нисбати бирдай бўлган ҳолатларда олинган бўлса, учинчи катталикнинг мос критик катталикка нисбати ҳам бирдай бўлади. Масалан, агар шу икки газ

$$\frac{p_1}{p_{к1}} = \frac{p_2}{p_{к2}} \text{ ва } \frac{T_1}{T_{к1}} = \frac{T_2}{T_{к2}}$$

муносабатларни қаноатлантирадиган ҳолатларда олинган бўлса, у ҳолда

$$\frac{V_{01}}{V_{0к1}} = \frac{V_{02}}{V_{0к}}$$

бўлади. Бу теорема (8) тенгламадан бевосита келиб чиқади, чунки икки газ учун, масалан, π ва τ бир хил бўлса, улар учун ω ҳам бир хил бўлади.

Критик температураларининг фарқи унчалик катта бўлмаган ва химиявий жиҳатдан ўхшаш бўлган моддалар учун мос ҳолатлар теоремасининг бажарилиш аниқлиги ҳар бир модда учун тажрибалардан олинган маълумотларнинг Ван-дер-Ваальс формуласи берадиган маълумот билан миқдорий мос келиш аниқлигидан анча катта бўлади. Бу факт бундай моддаларнинг Ван-дер-Ваальс формуласидан четланишлари бир хил характерга эга бўлишлигини кўрсатади.

Ван-дер-Ваальс формуласидан реал моддалардаги сон жиҳатдан четланишлар критик нуқтага яқин ҳолатларда айниқса сезиларли бўлади. (6) формуладан критик катталиклар $p_к$, $V_{0к}$ ва $T_к$ орасидаги қуйидаги муносабатни келтириб чиқариш мумкин:

$$p_к V_{0к} = \frac{3}{8} RT_к \tag{10}$$

ёки

$$\frac{RT_к}{p_к V_{ок}} = \frac{8}{3} = 2{,}667. \qquad (10а)$$

Идеал газ ҳолатининг тенгламасидан келиб чиқадиган $p_к V_{ок} = RT_к$ муносабат ўрнига (10) тенглик келиб чиқади. Ван-дер-Ваальс формуласи билан Менделеев—Клапейрон формуласининг берган маълумотлари бир-биридан қарийб 2,7 мартача фарқ қилади. Аммо Ван-дер-Ваальс формуласининг берган маълумотлари ҳам тажриба маълумотларидан анча фарқ қилади. (10а) формулага кўра ҳамма моддалар учун бир хил $^8/_3$ қийматга эга бўлиши лозим бўлган $K_к = \frac{RT_к}{p_к V_{ок}}$ нисбат ҳақиқатда турли моддалар учун турли қийматларга эга бўлади ва бу қийматлар $^8/_3$ дан сезиларли даражада фарқ қилади. Баъзи газлар учун $K_к$ катталикнинг (*критик коэффициент* деб аталадиган коэффициентнинг) қийматлари қуйидаги IX жадвалда келтирилган.

IX жадвал

Баъзи газлар учун критик коэффициент $K_к$ нинг қийматлари

Газ	He	H_2	N_2	Ar	O_2	CO_2	H_2O
$K_к$	3,13	3,03	3,42	3,43	3,42	3,486	4,46

Сув учун $K_к$ қийматининг четлашиши айниқса катта бўлади. Бундай ҳолнинг мавжудлигига сабаб критик нуқта яқинида сув молекулаларининг ўзаро бирикиб мураккаброқ группалар ҳосил қилишидир.

§ 64. Реал газнинг ички энергияси. Жоуль—Томсон эффекти. 48-параграфда айтиб ўтилганидек, идеал газнинг U ички энергияси унинг молекулалари ҳаракатининг $E_k = \sum \overline{w}_k$ кинетик энергиясидан иборат; бу энергия берилган газнинг ҳажмига ҳам, босимига ҳам боғлиқ бўлмай, фақат унинг T температураси билан аниқланади; бир моль идеал газ учун $U = E_k = C_V T$, бунда C_V — ўзгармас ҳажмдаги моляр иссиқлик сиғимдир (§ 49 га қаранг).

Реал газда молекулалар орасидаги ўзаро таъсир кучлари катта аҳамиятга эга эканлигини кўриб ўтган эдик. Шунинг учун реал газнинг ички энергияси унинг молекулалари ҳаракатининг кинетик энергияси билан молекулаларнинг ўзаро таъсир потенциал энергиясининг йиғиндисидан иборат бўлади:

$$U = E_k + E_p. \qquad (1)$$

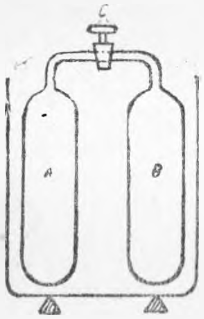
Молекулаларнинг ўзаро таъсир потенциал энергияси улар орасидаги ўртача масофага боғлиқ, шунинг учун E_p газнинг ҳажмига боғлиқ бўлиши керак. Атрофдаги жисмлар билан энергия алмашинмагани ҳолда газнинг ҳажми ўзгарса, унинг ички энергия запаси U ўзгармайди ва бу ҳолда (1) тенгликдан қуйидаги келиб чиқади:

$$\Delta E_p = -\Delta E_k, \qquad (2)$$

яъни реал газнинг ҳажми ўзгариши билан унинг потенциал энергияси ўзгарганида газ молекулалари ҳаракатининг кинетик энергияси ҳам ўзгариши керак. Ўзгармас ҳажмдаги иссиқлик сиғим C_V реал газ учун ҳам фақат молекулалар ҳаракатининг кинетик энергияси билан аниқланганлиги сабабли бу ҳолда ҳам $E_k = C_V T$ тенглик (бир моль учун) ўз кучини сақлайди ва (2) муносабатдан қуйидагини оламиз:

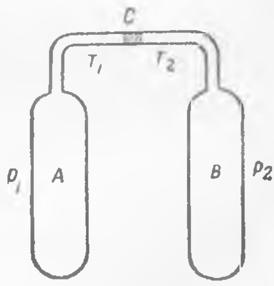
$$\Delta E_p = -C_V \cdot \Delta T. \qquad (3)$$

Бу ифодадан шундай хулоса келиб чиқади: атрофдаги жисмлар билан иссиқлик алмашинмай ва ташқи иш бажарилмай реал газнинг ҳажми ўзгарса, унинг температураси ҳам ўзгаради. Бундай ҳодисани кузатишга биринчи бўлиб уринган киши Жоулдир. Жоуль C жўмракка эга бўлган найча билан туташтирилган икки A ва B идишларни сувли калориметрга жойлаштирган (162-расм). B идишнинг ҳавоси сўриб олинган бўлиб, A идишдаги ҳаво бирор маълум p босимга эга бўлган. C жўмрак очилганда A идишдаги ҳаво B идишга оқиб чиқиб, ташқи иш бажармагани ҳолда кенгаяди. Жоуль бу тажрибасида калориметрнинг температураси ўзгармаганини пайқаган. Шунга асосан, у газнинг ҳажми ўзгарганда унинг ички энергияси ўзгармайди, деб хулоса чиқарди.



162-расм. Жоуль тажрибаси.

Бир қанча вақтдан кейин Жоуль мана шу тажрибани Томсон билан биргаликда янада сезгирроқ бошқа вариантда такрорлади. A ва B идишларни туташтирувчи найчага ғовак тиқин C жойланган (163-расм). Найча иссиқлик ўтказмайдиган модда билан ўралган. A ва B идишлардаги газнинг p_1 ва p_2 босими ўзгармас ҳолда сақлаб турилади. Газ най ичидаги тиқин орқали босими катта идишдан босими кичик идишга оқади. Тиқиннинг иккала томонига сезгир термометрлар қўйилган. Бу вақтда ҳар икки термометр кўрсатаётган температуралар орасида озгина фарқ борлиги кўринган. Тиқиннинг газ кенгаяётган томонидаги температура кўпчилик газлар учун бир оз пастроқ бўлган. Водород учун температуранинг ўзгариши аксинча бўлиб чиқди: водород кенгаётганида исиган. Газнинг ҳажми (иссиқлик



163-расм. Жоуль—Томсон тажрибаси.

алмашинмай ва ташқи иш бажармай) кенгайганида унинг температурасининг ўзгаришидан иборат бўлган мана шу эффект *Жоуль—Томсон эффекти* дейилади. Бу ҳодиса реал газ хоссаларининг идеал газ хоссаларидан фарқ қилиши натижасидир.

Газнинг кенгайиш натижасида совишидан иборат бўлган эффектга Жоуль—Томсон *мусбат эффекти* деб, газнинг кенгайиш натижасида исишидан иборат бўлган эффектга эса Жоуль—Томсон *манфий эффекти* деб аталади. Кейинчалик Жоуль—Томсон эффектининг ишораси Ван-дер-Ваальс тенгламасидаги a ва b тузатмалардан қайси бирининг роли каттароқ бўлишига боғлиқ эканлиги аниқланди.

Жоуль—Томсон эффекти билан Ван-дер-Ваальснинг

$$\left(p + \frac{a}{V_0^2}\right)(V_0 - b) = RT$$

тенгламасидаги a ва b тузатмалар орасидаги богланишни аниқлаш учун, § 61 да келтирилган потенциал эгри чизиқларидан фойдаланиш мумкин.

Соддалик учун иккита айрим-айрим ҳолни: 1) Ван-дер-Ваальс тенгламасида a тузатмани назарга олмаслик мумкин бўлгандаги газни; 2) b тузатмани назарга олмаслик мумкин бўлгандаги газни текшириб кўрайлик.

Биз юқорида Ван-дер-Ваальс тенгламасидаги a тузатма молекулалар орасидаги тортишиш кучларининг мавжуд бўлиши билан боғлиқлигини кўрган эдик. Шунинг учун биринчи ҳолда молекулалар орасидаги тортишиш кучларини ниҳоятда кичик деб олиб, фақат итаришиш кучларинигина ҳисобга олиш керак. У ҳолда молекулаларнинг ўзаро таъсир потенциал энергияси E_p, молекулалар орасидаги r масофанинг функцияси сифатида, 164-а расмда кўрсатилган эгри чизиқ билан тасвирланади.

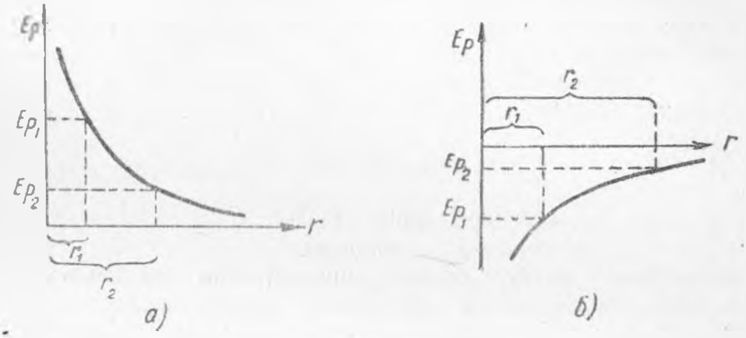
Газнинг p_1 босими катта бўлганда молекулалар орасидаги ўртача масофа r_1 кичик бўлади; p_2 босим кичик бўлганда ўртача масофа r_2 катта бўлади. Шунга кўра, босим камайиши билан ички потенциал энергиянинг камая бориши 164-a расмдан кўриниб турибди:

$$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} < 0.$$

Аммо $\Delta E_p < 0$ бўлганда, (3) тенгликдан $\Delta T > 0$ эканлиги келиб чиқади.

Шундай қилиб, қуйидаги хулосага келамиз: Ван-дер-Ваальс тенгламасидаги a тузатмани назарга олмаслик мумкин бўлган, лекин b тузатма сезиларли роль ўйнайдиган газ кенгайганида исийди.

Иккинчи ҳол нуқтавий деб ҳисоблаш мумкин бўлган кичик ўлчамли молекулаларга тааллуқлидир. Бу эса молекулалар орасидаги масофа етарли даражада катта бўлганда улар орасидаги итаришиш кучлари сезиларли бўлмайди демакдир. Фақат (тўқнашиш пайтларидан бошқа вақтларда) потенциал энергия E_p нинг масофа r га, 164-*б* расмда тасвирланганидек, боғланишига мос бўлган тортишиш кучларинигина назарга олишга тўғри келади.



164-расм. Молекулалар орасидаги ўзаро таъсирнинг потенциал энергияси: а) итаришиш кучлари мавжуд бўлганда; б) тортишиш кучлари мавжуд бўлганда.

Энди потенциал энергия манфий ва унинг сон қиймати r нинг ўсиши билан камаяди, шунинг учун:

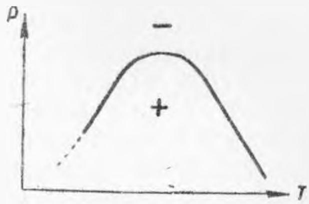
$$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} > 0.$$

Бундан, (3) тенгликка асосан, $\Delta T < 0$ эканлиги келиб чиқади. Ван-дер-Ваальс тенгламасидаги b тузатмани назарга олмаслик мумкин бўлганида, лекин a тузатма муҳим роль ўйнаганида газ кенгайишда совийди.

Агар реал газ учун молекулаларнинг хусусий ҳажмини ҳисобга олувчи b тузатма асосий ролни ўйнаса, бундай реал газ Жоуль—Томсон манфий эффектини беради; агар реал газ учун молекулалар орасидаги тортишиш кучларини ҳисобга олувчи a тузатма асосий ролни ўйнаса, бундай реал газ Жоуль—Томсон мусбат эффектини беради.

Айни бир газ учун, унинг температураси ва босимига қараб, гоҳ b тузатма, гоҳ a тузатма катта роль ўйнаши мумкин. Шу сабабли, ташқи шароитга қараб, айни бир реал газнинг ўзи гоҳ мусбат, гоҳ манфий Жоуль—Томсон эффектини бериши мумкин. Жуда катта босимларда ҳар қандай газ учун ҳам молекулаларнинг хусусий ҳажми, яъни b тузатма каттароқ роль ўйнайди, демак, жуда катта босимларда барча газлар Жоуль—Томсон манфий эффектини беради.

Босим p ва температура T нинг баъзи қийматларида ҳар икки a ва b тузатмаларнинг роли бирдай бўлади; бундай ҳолатдаги реал газ Жоуль—Томсон ноль эффектини беради, яъни газ кенгайганида исимайди ҳам, совимайди ҳам. Жоуль—Томсон эффекти нолга тенг бўлган ҳолат *инверсия нуқтаси* дейилади. Инверсия нуқталарининг тўплами 165-расмда тасвирланган эгри чизиқни ҳосил қилади. p ва T нинг берилган қийматларига мос келган нуқта учун Жоуль—Томсон эффекти, у нуқта инверсия чизигининг қайси томонида ётишига қараб, манфий ёки мусбат ишорага эга бўлиши мумкин: агар у нуқта эгри чизиқдан пастда бўлса, Жоуль—Томсон эффекти мусбат, агар нуқта эгри чизиқдан юқорида бўлса, Жоуль—Томсон эффекти манфий бўлади.



165-расм. Инверсия чизиғи.

§ 65. Газларни суюлтириш. Ван-дер-Ваальс тенгламасини текшириш бизга газнинг температураси T унинг критик температураси $T_к$ дан паст бўлгандагина, бу газни сиқиш билан суюқ ҳолатга ўтказиш мумкинлигини кўрсатди. Карбонат ангидриднинг 156-расмда келтирилган изотермаларидан кўринишича, карбонат ангидрид ўзининг критик температурасидан, яъни 31°С дан юқори температурада катта босимлар таъсирида ҳам газсимон ҳолатини сақлар экан. Фақат 31°С дан паст температурадагина изотермалар карбонат ангидриднинг суюқликка айланишига мос келадиган бурилишларга эга бўлади.

Х-жадвалда бир неча газнинг $T_к$ критик температураси ва $p_к$ критик босимининг қийматлари келтирилган.

Х-жадвал.

Критик температуралар ва критик босимлар

Модда	Критик температура, $T_к$°С ларда	Критик босим, $p_к$ *ат* ларда
Сув, H_2O	374	217
Хлор, Cl_2	144	76
Аммиак, NH_3	132	112
Карбонат ангидрид, CO_2	31	73
Криптон, Kr	—62,5	54
Кислород, O_2	—118,8	50
Аргон, Ar	—122,4	48
Азот, N_2	—147	33,5
Неон, Ne	—228	26
Водород, H_2	—240	12,85
Гелий, He	—267,9	2,2

Жадвалдан азот, кислород (бинобарин, уларнинг аралашмаси— ҳаво ҳам), водород, гелий каби газларнинг критик температураси жуда паст эканлиги кўриниб турибди. Демак, уларни дастлаб кучли равишда совитгандан кейингина сиқиш орқали суюлтириш мумкин.

Суюқлик интенсив буғланаётганда унинг ички энергияси буғланишга (буғланиш иссиқлигига) сарф бўлиб суюқлик совийди; Пикте суюқликнинг бу хоссасидан газларни суюлтиришда фойдаланди. Пикте суюқ олтингугурт ангидридни интенсив буғлатиб, унинг температурасини пасайтирди. Суюқ олтингугурт ангидрид буғланаётган идишга жойлаштирилган змеевик орқали катта босим остидаги карбонат ангидрид ўтказилган. Бу ҳолда карбонат ангидрид суюлган. Кейин суюқ карбонат ангидрид ичидан сиқилган кислород билан тўлдирилган най ўтказилган бошқа идишда буғлантирилган. Карбонат ангидриднинг интенсив буғланиши натижасида унинг температураси — 130°С гача, яъни кислороднинг критик температурасидан пастроқ температурагача тушади. Бу шароитда кислородни кучли равишда сиқиш билан суюлтириш мумкин.

1884 йилда Вроблевский билан Ольшевский водородни 190 *ат* гача сиқиб ва шунинг билан бир вақтда уни қайнаётган кислород ёрдамида совитиб суюқ ҳолга келтирганлар. Ўтган асрнинг охирида эса Дюар ва Линде газларни совитиш учун Жоуль—Томсон эффектидан фойдаланишни тавсия қилдилар.

Суюқ ҳаво олиш учун ишлатиладиган *Линде машинасининг* схемаси 166-расмда тасвирланган. Электромотор ёрдамида ҳаракатга келтириладиган икки цилиндрли *С* компрессор ҳавони 100 *ат* босимгача сиқади. Сиқилган ҳаво *G* змеевикка киради. Бу змеевик бир-бирининг ичига жойланган бир нечта трубалардан иборат. Компрессорда сиқилган ҳаво энг ички труба бўйича ўтади ва *а* вентилга етгач, тўсатдан кенгаяди. Шу вақтда унинг температураси пасаяди (бу шароитда ҳаво учун Жоуль—Томсон эффекти мусбат бўлади). Ҳосил бўлган совуқ ҳаво змеевикнинг ташқи трубаси бўйича кўтарилади ва компрессордан чиқиб, ички труба бўйича қарама-қарши йўналишда оқаётган ҳавони совитади. Шундай қилиб, бу сиқилган ҳаво *а* вентилга етиб келмасдан олдиноқ, қисман совийди. *а* вентилдан ўтаётганда кенгайиб, у Жоуль—Томсон эффекти туфайли янада кучлироқ совийди.

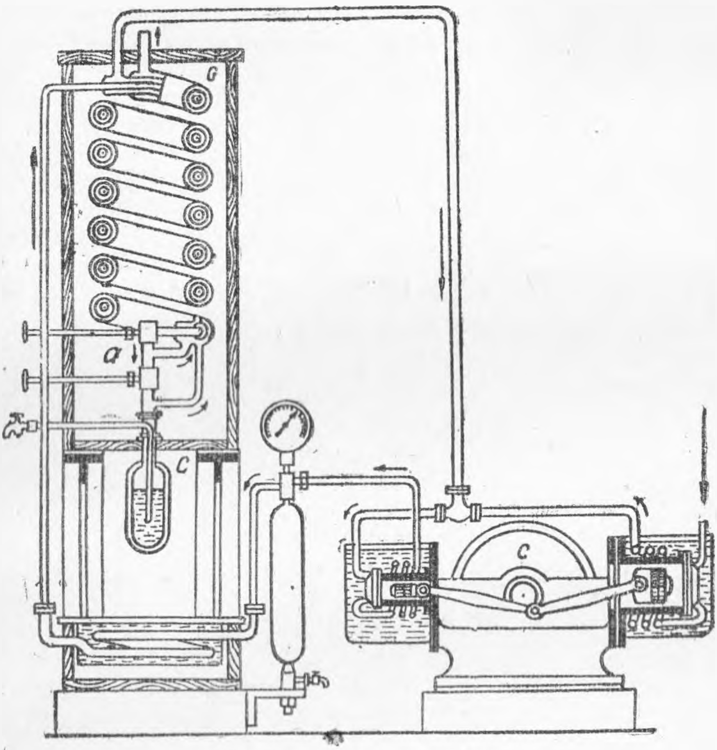
Бу процесс бир неча марта такрорланганда, ҳавони унинг критик температурасидан паст температурагача совитади ва суюлтиради.

Суюқ ҳаво дюар идиши *с* га йиғилади ва ташқаридан иссиқлик жуда оз киргани учун узоқ вақт сақланиб тура олади.

Ҳаво, асосан, икки газдан — азот ва кислороддан иборат бўлгани учун суюқ ҳаво икки суюқликнинг аралашмаси бўлади. Бироқ бу икки суюқликнинг қайнаш нуқтаси турлича: атмосфера босимида суюқ азот — 195,7°С да қайнайди, суюқ кислород эса

—183°С да қайнайди. Шунинг учун суюқ ҳаво буғланган сари кислородга бойиб боради, чунки азот олдин қайнайди.

Агар суюқ ҳавонинг учдан икки қисми буғланиб кетган бўлса, қолдиқда 53% кислород бўлади.



166-расм. Линде машинаси.

Ҳозирги вақтда суюқ ҳаво лаборатория ишларида ва техникада жуда кўп ишлатилади. Лабораторияларда суюқ ҳаводан юқори вакуум ҳосил қилишда (§ 60 га қаранг) ва бошқа турли мақсадларда фойдаланилади. Техникада суюқ кислородни ва суюқ азотни алоҳида-алоҳида ҳосил қиладиган машиналар айниқса кўп ишлатилмоқда. Ҳар икки газни ҳаводан ажратиб олиш уларнинг суюлиш ва қайнаш температураларининг турлича бўлишига асосланган.

Суюқ кислород шимдирилган писта кўмир ёки пахта тоғ ишларида ишлатиладиган жуда кучли портловчи моддани беради. Шунингдек, суюқ кислород авиацияда катта баландликларда учишда ишлатилади, у буғланиб газсимон кислород беради ва учувчиларнинг нормал нафас олишига ёрдам беради.

Фракцияланган буғлантириш методи ҳаводан гелий, неон, аргон, криптон ва ксенон каби нодир газларни ажратиб олишда ҳам қўлланади.

Дюар — Линде методини фақат уй температураси шароитида Жоуль—Томсон мусбат эффектини берувчи газларгагина бевосита татбиқ этиш мумкин.

Уй температураси шароитида Жоуль — Томсон манфий эффекти берадиган газларни даставвал инверсия нуқтасидан пастроққача совитиш керак. Масалан, босими 100 *ат* дан 1 *ат* гача камайганда водородда Жоуль—Томсон мусбат эффектини вужудга келтириш учун уни даставвал —80°С гача совитиш керак. Босимнинг худди ўша интервали учун гелийнинг инверсия нуқтаси —258°С. Шу кўрсатилган температурадан паст температурагача совитилгандан сўнг (водород суюқ ҳаво ёрдамида совитилади, гелий эса суюқ водород ёрдамида совитилади), бу газлар Дюар—Линде методи бўйича суюлтирилиши мумкин.

Ҳозирги вақтда барча маълум газларни фақат суюқ ҳолатгагина эмас, қаттиқ ҳолатга ҳам ўтказишга муваффақ бўлинган. Гелийни биринчи бўлиб Камерлинг-Оннес 1908 йилда суюлтирган. Камерлинг-Оннес суюқ гелийни жуда ҳам паст босимда буғлантириб, 0,9°К температурани ҳосил қилишга муваффақ бўлди. Кейинги йилларда мана шу йўл билан 0,71°К температура ҳам ҳосил қилинди. Магнитланган жисмларни адиабатик магнитсизлантириш йўли билан эса 0,1°К дан ҳам паст температура ҳосил қилинди[1].

Ҳавони суюлтиришнинг Дюар—Линде усулидан ташқари газ ташқи кучларга қарши иш бажарганда унинг температураси пасайишига асосланган усул ҳам ишлатилади.

Бу принцип энг содда ҳолда юқори босимгача сиқилган газ поршенли цилиндрга („детандер“ га) кирадиган машиналарда амалга оширилади. Газ поршенни сурганда ўз ички энергияси ҳисобига ташқи кучларга қарши иш бажаради, бу эса газ температурасининг пасайишига олиб келади.

Кейинги вақтда П. Л. Капица шу методдан фойдаланиб суюқ ҳаво ва бошқа суюлтирилган газлар олиш учун ишлатиладиган машинанинг конструкциясини тузди. Газ бу машинада турбинанинг айланишида бажарилган иш ҳисобига совийди.

Суюлтирилган газлар (ҳаво, водород, гелий) ёрдамида жисмларни жуда паст температураларгача совитиш имкониятининг

---

[1] Умумий назарий мулоҳазалар аниқ абсолют нолга тенг бўлган температурани ҳосил қилиш мумкин эмаслигини кўрсатади. Абсолют нолга қанча яқин борсак, температурани янада пасайтириш шунча қийинлаша боради.

мавжудлиги ҳозирги замон физикасида катта аҳамиятга эга. Жисмларнинг ҳамма хоссалари температурага боғлиқ, шунинг билан бирга, бу боғлиқлик жуда паст температураларда айниқса кучли бўлади. Температура абсолют нолга яқинлашганда қатор тамомила янги ҳодисалар вужудга келади. Биз юқорида (§ 42) суюқ гелийнинг ўта оқувчанлиги ҳақида айтиб ўтган эдик. Китобнинг II томида ўта ўтказувчанлик ҳодисаси, яъни 1—7°K тартибидаги температураларда кўпчилик соф металларнинг ва баъзи қотишмаларнинг омик қаршилиги амалда нолга тенг бўлиб қолиши ҳақида гапирилади. Паст температураларда моддаларнинг магнит хоссалари кескин ўзгаради. Температура абсолют нолга яқинлашганда жисмларнинг иссиқлик сиғими ҳам нолга интилади. Физиканинг мана шу ҳодисаларни текширувчи соҳаси паст температуралар физикаси деган ном билан юритилади.

Саккизинчи боб

ТЕРМОДИНАМИКА АСОСЛАРИ

§ 66. Процессларнинг молекуляр-кинетик ва энергетик тавсифи. Модданинг молекуляр-кинетик назарияси ўз олдига жисмларнинг макроскопик хоссаларини уларнинг асосида ётган молекуляр процессларни мукаммал текшириш йўли билан тушунтириш вазифасини қўяди. Шу билан бирга, *макроскопик физик катталиклар уларга мос бўлган молекуляр ёки атом процессларни характерловчи катталикларнинг ўртача қийматлари маъносига эгадир.* Чунончи, газнинг идиш деворига босими алоҳида молекулаларнинг деворга урилишидан вужудга келади. Босимнинг муайян шароитда ўзгармас бўлишига сабаб шуки, босимни ўлчаганимизда, ниҳоятда кўп молекулаларнинг ҳар бир айрим урилиш вақтига нисбатан жуда ҳам катта бўлган вақт оралигидаги урилишларининг ўртача эффектини кузатамиз.

Газлардаги диффузия ҳодисасини текширганда бу ҳодиса ҳам молекулаларнинг тартибсиз ҳаракатидан келиб чиқадиган қандайдир ўртача эффект маъносига эга эканлигини кўрган эдик. Бу айтилганлар газлардаги ички ишқалиш ва иссиқлик ўтказувчанлик ҳодисаларига ҳам тааллуқлидир.

Молекулалар ҳаракатининг тартибсизлиги, умуман, муайян қонуниятларга олиб келади. Максвеллнинг тезликлар тақсимоти формуласи тартибсиз равишда тақсимланган тезликлар ичида энг кўп эҳтимолли тезлик мавжуд бўлишини кўрсатади (бу тезликдан анча фарқ қиладиган тезликлар жуда кам учрайди). Модданинг берилган мувозанат ҳолатида айрим молекулалар ҳаракати кинетик энергиясининг қиймати турлича бўлиши мумкин, лекин бир эркинлик даражасига тўғри келадиган ўртача энергиянинг қиймати эса тамомила аниқ бўлади. Энергиянинг мана шу ўртача қиймати жисм температурасини белгилайди. Тартибсиз равишда ҳаракатланувчи молекулаларнинг потенциал ва кинетик энергиялари йиғиндиси модданинг ички энергия запасини ташкил қилади.

Демак, макроскопик катталиклар *жуда кўпи айрим-айрим элементар процессларнинг ўртача қиймати* бўлганликлари учун ҳам маълум қийматларга эга бўлади. Агар кузатилаётган молекулаларнинг сони оз бўлса, яъни ҳодисалар кичик масштабларда текширилса, берилган ўртача қийматлардан четланишлар сезилиши керак.

Флуктуациялар деб аталувчи бундай четлашишлар (мукаммалроқ маълумот § 76 да берилган) ҳақиқатан ҳам юз беради: броун ҳаракати бунга мисол бўла олади.

Жисмларнинг макроскопик хоссаларини уларнинг молекуляр тузилиши нуқтаи назаридан тушунтириш учун ишлатиладиган метод, ўз моҳияти жиҳатдан, *статистик* методдир. Ҳозирги вақтда бу метод шунчалик кўп ишлатиладики, назарий физиканинг мана шу методдан фойдаланувчи бир қисми *статистик физика* деб аталади.

Лекин ҳодисаларни бошқа усулда ҳам тавсиф қилиш мумкин. Жисмларнинг хоссаларини тавсифлаш учун улар билан боғлиқ бўлган процессларни мукаммал равишда текшириш шарт эмаслигини § 26 да кўрсатиб ўтган эдик. Энергия ҳақидаги, унинг бир турдан иккинчи турга айланиши ва бир жойдан иккинчи жойга узатилиш усуллари ҳақидаги тушунчалар киритилганлиги ҳамда энергиянинг бир турдан иккинчи турга айланишлари бўйсунадиган асосий қонунлар кашф қилинганлиги туфайли ҳодисаларни юқорида айтилгандек тавсиф қилиш мумкин бўлиб қолди.

Физиканинг процессларни мана шундай энергетик нуқтаи назардан текширадиган қисми *термодинамика* дейилади. Термодинамиканинг процессларини микроскопик жиҳатдан текширмай туриб, уларнинг бориши ҳақида, термодинамиканинг асосида ётувчи фундаментал қонунлар қанчалик тўғри бўлса, шунчалик тўғри бўлган қатор умумий хулосалар келтириб чиқаришга имкон беради.

Мулоҳаза юритишнинг термодинамик усули процессларнинг энергетик томонига тегишли бўлганлиги сабабли фақат жуда катта принципиал аҳамиятга эга бўлибгина қолмай, амалий аҳамиятга ҳам эгадир. Энергияни бир турдан бошқа турга ўтказиш ва энергия ҳисобига иш ҳосил қилиш билан боғлиқ техник проблемаларнинг жуда катта қисми термодинамик нуқтаи назардан текширилиб ҳал қилиниши мумкин.

Термодинамиканинг асосида ётувчи қонунлар *термодинамиканинг бош қонунлари* деб аталади. Бу қонунлар тажриба маълумотларини умумлаштириш натижасида вужудга келгандир. Қонунлардан келиб чиқувчи жуда кўп хулосаларнинг тажриба натижаларига мос келиши уларнинг тўғрилигини исботлайди.

§ 67. Узатилган иссиқлик миқдорининг ишга эквивалентлиги. Термодинамиканинг биринчи бош қонунини таърифлашдан олдин, энергиянинг бир жисмдан иккинчи жисмга иш бажариш орқали узатилишини ва иссиқлик ўтказиш орқали узатилишини мукаммалроқ текширайлик. Иш тушунчаси билан § 25 да танишган эдик. Маълум миқдор иссиқликнинг бирор жисмга узатилиши тўғрисидаги тушунчадан ҳам бир неча марта фойдаландик. Шундай бўлса-да, иссиқлик узатилиши ҳақидаги тушунчани янада мукаммалроқ текширамиз.

Жисмларнинг иссиқлик ҳолати ҳақидаги дастлабки тушунчалар иситилган жисмлар ҳосил қиладиган субъектив сезгилар натижасида вужудга келган. Бу сезгиларни иситилганлик даражаси аниқланаётган жисмгагина эмас, балки идрок қилувчи органга ҳам (кўпинча бундай орган қўлнинг териси бўлади) тегишли бўлган фактларнинг мураккаб комплекси аниқлайди. Бирор жисмнинг бизга иссиқ ёки совуқ бўлиб туюлиши унинг фақат температурасигагина эмас, балки унинг иссиқлик ўтказувчанлигига ва қўлимизнинг ҳолатига ҳам боғлиқдир. Жисмларнинг иссиқлик ҳолатини объектив баҳолашда қуйидаги фикрдан фойдаланилади: яккаланган системани ташкил қилувчи жисмларда иссиқлик ўзгаришларидан бошқача ўзгаришлар юз бермаётган бўлса, етарли даражада узоқ вақт бир-бирларига тегиб тургалларидан кейин, уларнинг температураси бир хил бўлиб қолади. Температураларни ўлчаш мана шу фикрга асосланган: термометр жисмга етарли даражада узоқ вақт тегиб тургандан кейин, жисмнинг температурасини қабул қилади. Температурани ўлчаш учун ихтиёрий физик катталик билан температура орасидаги муносабатдан фойдаланиш мумкинлигини кўриб ўтган эдик. Эмпирик шкала (§ 44 га қаранг) температурани ўзгармас ҳажм шароитида водород босимининг ўзгариши бўйича ўлчайди.

XVIII асрнинг биринчи ярмида баъзи олимлар, жисм температурасининг ортишига молекулаларнинг ҳаракати сабаб бўлади, деб ҳисоблаганлар. Бу фикрни М. В. Ломоносов ривожлантирди. Ломоносовнинг фикрича, иссиқлик ҳодисаларига молекулаларнинг айланма („коловратное“ — „гирдоб“) ҳаракатлари сабаб бўлади. Ломоносов жисмларнинг иссиқлик ҳолатларини молекулаларнинг мана шу айланма ҳаракатлари билан боғлайди, чунки у айланма ҳаракат модданинг ҳамма агрегат ҳолатлари учун бирдан-бир умумий ҳаракатдир, деб ҳисоблаган. Ломоносовнинг 1744 йилда ёзган „Иссиқ ва совуқнинг сабаби ҳақида мулоҳаза“ номли асарида баён қилинган бу назарияси, юқорида кўрсатиб ўтилган чекланишга эга бўлишига қарамай, иссиқлик молекуляр-кинетик назариясининг ҳамма асосий қоидаларини ўз ичига олган эди. Ломоносов иссиқликнинг молекуляр-кинетик назариясини тасдиқловчи асосий далил сифатида, жисмларнинг ишқалиш натижасида исишини келтиради. Ўша вақтда ҳукмрон бўлган теплород назариясини танқид қилишда ҳам Ломоносов мана шу далилдан фойдаланган.

Теплород назарияси XVIII асрда вужудга келди ва кенг тарқалди. *Теплород назариясига кўра, иссиқлик йўқдан бор бўлмайдиган, бордан йўқ бўлмайдиган ва теплород деб аталадиган моддадир.* Теплород фақат иссиқроқ жисмлардан совуқроқ жисмларга ўтади, деб ҳисобланган: иссиқ жисмда теплород кўп, совуқ жисмда кам. Теплород назарияси ишқалиш кучлари иш бажарганида жисмларнинг исишини тушунтириб бера олмайдиган бўлсада, XIX асрнинг ўрталаригача сақланиб келди.

Теплород назарияси асосида калориметрик ўлчаш методи ривожланди ва *узатилаётган Q иссиқлик миқдори* тушунчаси вужудга келди. Биринчи калориметрик ўлчашлар 1750—1751 йилларда Петербургда Г. В. Рихман томонидан ўтказилган эди. Узатилган иссиқлик миқдори тушунчасини, масалан, қуйидаги тажриба ёрдамида киритиш мумкин. Тамомила бир хил бўлган икки идиш олиниб, бу идишларга баробар миқдорда бирдай T_0 температурадаги сув солинади. Сўнг таркиби ҳар хил бўлган, лекин бирдай m массали икки жисм, масалан, темир ва қўрғошин олиниб, улар T_0 дан юқорироқ ва иккала жисм учун бирдай бўлган T температурагача иситилади. Агар бу жисмлардан биттасини сувли идишларнинг бирига, иккинчисини — идишларнинг иккинчисига солинса ва жисмлар билан сувнинг температуралари тенглашгунча кутиб турилса, темир солинган сув қўрғошин солинган сувга қараганда кўпроқ исигани маълум бўлади. Бу далилни қўрғошинга қараганда темир сувга кўпроқ ΔQ иссиқлик миқдори берди, деб тушунтириш мумкин. Шунингдек, бир хил таркибга эга бўлган жисмлар билан тажрибалар ўтказиб, жисмнинг массаси қанча катта бўлса ва жисм дастлаб қанчалик юқори температурагача иситилган бўлса, сувга шунча кўп миқдор иссиқлик узатилишини аниқлаш мумкин. Шу тажрибалар асосида, жисмга берилган ёки ундан олинган иссиқлик миқдори ΔQ жисм температурасининг ΔT ўзгаришига ва унинг m массасига пропорционал бўлади, деб қабул қилинган:

$$\Delta Q = c\, m\, \Delta T. \tag{1}$$

c катталик солиштирма иссиқлик сиғими деб аталди. Узатилган иссиқлик миқдорининг бирлиги *(калория)* сифатида 1 *г* сувнинг температурасини 1°С га орттириш учун унга берилиши керак бўлган иссиқлик миқдори қабул қилинган. Узатилган иссиқлик миқдори калорияларда ўлчанганда сувнинг солиштирма иссиқлик сиғими бирга тенг бўлиб чиқади.

Шу айтилганларга асосан, узатилган ΔQ иссиқлик миқдори қуйидаги усулда ўлчаниши мумкин: жисм сувга шундай тегизиладики, амалда иссиқлик алмашиш фақат жисм билан сув орасидагина бўлсин. У ҳолда (1) га асосан:

$$\Delta Q = cm\Delta T = c_0 m_0 \Delta T_0, \tag{2}$$

бунда c_0 ва m_0 — сувнинг иссиқлик сиғими ва массаси, ΔT_0 — сув температурасининг берилган жисм билан сув орасида иссиқлик алмашиш натижасида вужудга келган ўзгариши. m_0 ва ΔT_0 ни бевосита ўлчаш мумкин бўлгани учун, (2) тенгликдан ΔQ ни ҳисоблаш мумкин.

XVIII асрнинг охири ва XIX асрнинг бошида, экспериментал материаллар тобора кўп тўпланган сари, теплород назариясининг Ломоносов томонидан кўрсатилган камчилиги, яъни ишқалиш кучлари иш бажарганида жисмларнинг исиш далилини тушунтира олмаслиги, борган сари кескинроқ сезила бошлади.

Румфорд металлни пармалаш вақтида қириндиларнинг узлуксиз равишда қизиб боришини пайқади. Дэви XVIII асрнинг охирида икки бўлак музни ишқалаганда уларнинг исиши мумкинлигини кўрсатди. Жоуль 1843—1878 йиллар оралигида ўтказилган жуда кўп тажрибалари асосида жисмларга бир калория иссиқлик бериб қанча иситиш мумкин бўлса, уларни иш ёрдами билан шунча иситиш учун $4{,}18 \cdot 10^7$ *эрг* иш бажариш керак бўлишини кўрсатди; аксинча, қандайдир жисмлардан олинган иссиқлик ҳисобига механик иш бажарилганда, бир калория ҳисобига хамма вақт $4{,}18 \cdot 10^7$ *эрг* механик иш ҳосил бўлади. Кейинчалик турли кўринишларда жуда кўп марта такрорланган бу тажрибалар натижасида узатилган иссиқлик миқдори билан иш орасида умумий эквивалентлик мавжуд эканлиги аниқланди.

§ 68. Термодинамиканинг биринчи бош қонуни. Узатилган иссиқлик миқдори билан иш орасидаги эквивалентлик механик энергиянинг сақланиш қонунини умумлаштиришга имкон беради. § 28 да айтиб ўтилганидек, система механик энергиясининг ўзгариши системага ташқаридан таъсир қилувчи кучларнинг ва ички ишқалиш кучларининг бажарган ишига пропорционал бўлади. Унда биз иссиқлик таъсирларини эътиборга олмаган эдик[1]. Умумий ҳолда эса системанинг энергияси фақат иш бажарилиши ҳисобигагина ўзгармай, иссиқлик узатилиши ва бошқа таъсирлар (масалан, ёругликнинг ютилиши) ҳисобига ҳам ўзгариши мумкин.

Бирор системани оламиз ва уни бир ҳолатдан бошқа ҳолатга кўчирамиз. Масалан, маълум миқдор газ ташқи кучлар таъсирида сиқилиши ва шу вақтнинг ўзида унга бирор миқдор иссиқликнинг берилиши натижасида қизиши мумкин. Системанинг хар бир ҳолати шу ҳолатни характерловчи маълум катталикларнинг берилиши орқали макроскопик нуқтаи назардан аниқланиши мумкин.

---

[1] Гарчи бу ҳақда ҳеч нарса дейилмаган бўлса-да, иссиқлик таъсирларини эътиборга олмаслик билан, ташқи кучларни ишқалиш кучлари эмас, деб ҳисоблаган эдик, чунки ташқи ишқалиш кучларининг иш бажариши системага иссиқлик берилишига олиб келади.

Бундай катталиклар *параметрлар* дейилади. Идеал газ учун, унинг ҳолатини аниқловчи параметрлар қуйидаги уч катталикнинг исталган иккитаси бўлади: ҳажм V, босим p ва температура T. Чунки идеал газнинг берилган миқдори учун, унинг ҳолати шу уч катталикнинг исталган иккитаси орқали бир қийматли равишда аниқланади (масалан, босим p ва температура T).

Системанинг бир ҳолатдан бошқа ҳолатга ўтиши ташқи таъсирлар натижасида рўй беради. Бу ташқи таъсирларга фақат ташқи кучларнинг ΔA ишигина эмас, бирор ΔQ иссиқлик миқдорининг берилиши ва бошқа таъсирлар ҳам киради. Иссиқлик узатиш билан ишнинг доим бир-бирига эквивалент бўлишини кўриб ўтган эдик. Тажрибалар кўрсатадики, ҳамма бошқа таъсирлар учун ҳам тегишли механик эквивалентларни белгилаш мумкин бўлади. Тажрибалар яна шуни ҳам кўрсатадики, агар система ташқи таъсирлар натижасида маълум ҳолат I дан бошқа бир маълум ҳолат II га ўтса, *бу ўтишнинг мумкин бўлган ҳамма усуллари учун ташқи таъсирлар механик эквивалентларининг йиғиндиси бир хил бўлади.*

Ташқи таъсирлар механик эквивалентларининг мана шу йиғиндиси $\sum \Delta A_i$ энергиянинг *ўзгаришини* аниқлайди:

$$U_{II} - U_I = k \sum_i \Delta A_i, \tag{1}$$

бунда U_I ва U_{II} — системанинг мос равишда I ва II ҳолатлардаги энергиялари, k — пропорционаллик коэффициенти.

Айтилганлардан кўринадики, икки ҳолат энергиялари *фарқининг* физик маъноси бор, энергиянинг ўзи эса фақат бирор ҳолатнинг энергияси шартли равишда ноль деб (ёки бирор аниқ қийматга тенг деб) ҳисоблансагина аниқланиши мумкин. Лекин агар биз системанинг бирор ҳолатдаги энергиясини аниқ бир қийматга тенг деб ҳисобласак, масалан, системанинг I ҳолатдаги энергиясини U_I га тенг деб ҳисобласак, II ҳолатдаги U_{II} энергия (1) формулага кўра

$$U_{II} = U_I + k \sum_i \Delta A_i$$

бўлади.

Юқорида айтилганларга кўра $\sum_i \Delta A_i$ йиғинди I ҳолатдан II ҳолатга ўтиш усулига боғлиқ эмас, бундан II ҳолатда ҳам энергия тамомила аниқ U_{II} қийматга эга бўлади, деган хулоса келиб чиқади. Бу — *энергия ҳолатнинг бир қийматли функцияси бўлади*, яъни *ҳолат қайси параметрлар билан аниқланса, энергия ҳам ўша параметрлар билан бир қийматли равишда аниқ-*

ланади демакдир. Агар қандайдир таъсирлар натижасида система аввал I ҳолатдан II ҳолатга ўтса, кейин яна I ҳолатга қайтса, унинг энергияси *аввалги қийматига* қайтади. Демак, энергиянинг ўзгариш ва сақланиш қонуни энг умумий кўринишда қуйидагича таърифланади: *система энергиясининг система бир ҳолатдан бошқа ҳолатга ўтгандаги ўзгариши, системанинг кузатилаётган ўтишига сабаб бўлган барча ташқи таъсирлар механик эквивалентларининг йиғиндисига пропорционал бўлади. Айланма процессда,* яъни *процесс охирида система бошланғич ҳолатга қайтадиган процессда барча ташқи таъсирлар механик эквивалентларининг йиғиндиси нолга тенг бўлади ва энергия ўзгармай қолади.*

Энергиянинг мана шундай умумий кўринишда ифодаланган сақланиш қонуни *термодинамиканинг биринчи бош қонуни* деб юритилади.

Энергиянинг иссиқлик ўтказувчанлик йўли билан узатилиши амалда катта роль ўйнагани учун ΔQ иссиқлик миқдорини узатишга олиб келадиган таъсирларни бошқа таъсирлардан ажратамиз. У ҳолда термодинамиканинг биринчи бош қонуни қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$\Delta U = k\Delta A + k'\Delta Q, \tag{2}$$

бунда ΔU — система ички энергиясининг ўзгариши, ΔQ — системага узатилган иссиқлик миқдори ва ΔA — қолган барча ташқи таъсирлар механик эквивалентларининг йиғиндиси. Агар мана шу қолган ташқи таъсирлар механик таъсирлардан иборат бўлса, у ҳолда ΔA системага таъсир қилувчи барча ташқи кучлар ишларининг йиғиндиси бўлади.

Узатилган иссиқлик миқдори ишга эквивалент бўлгани сабабли, узатилган иссиқлик миқдори ΔQ ни иш бирликларида (*эрг* ларда, *жоуль* ларда, *кГм* ларда ва ҳ. к.) ўлчаш мумкин; энергия ҳам мана шу бирликларда ўлчанади. Агар (2) формулага кирувчи ҳамма катталиклар битта бирлик билан ўлчанса, у ҳолда k ва k' коэффициентларнинг ҳар иккаласи бирга тенг бўлади ва (2) формула қуйидаги кўринишга келади:

$$\Delta U = \Delta A + \Delta Q. \tag{2a}$$

Ички энергиянинг ўзгаришини чексиз кичик деб ҳисоблаб, (2а) формулани

$$dU = đA + dQ \tag{2б}$$

кўринишда ёзамиз.

Энергия U система ҳолатининг функцияси бўлганлиги ва унинг айланма процессдаги ўзгариши нолга тенг бўлгани учун dU *тўла дифференциал* бўлади. Ёпиқ йўл бўйича бажариладиган

ган иш эса температура кўтариладиган ҳамма ҳолларда нолга тенг эмас. Бундан кўринадики, dA бундай ҳолларда тўла дифференциал бўлмайди. Лекин бу ҳолда (2б) тенгликдан, *узатилган иссиқлик миқдори dQ ҳам тўла дифференциал эмас, деган хулоса келиб чиқади.*

Бундан на ишнинг ва на узатилган иссиқлик миқдорининг энергия билан айнан бир хил бўлмаслиги маълум бўлади. Ишнинг ва узатилган иссиқлик миқдорининг мазмуни шуки, уларнинг йиғиндиси энергиянинг ўзгаришини аниқлайди.

Системага таъсир қилувчи ташқи кучлар бажарадиган ΔA иш билан биргаликда, ташқи жисмларга система томонидан таъсир қилувчи кучлар бажарадиган $\Delta A'$ иш ҳам қаралиши мумкин. Ньютоннинг учинчи қонунига асосан $\Delta A' = -\Delta A$. Юқоридаги (2а) формулага $\Delta A'$ ни киритиб, уни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A'. \tag{3}$$

Термодинамиканинг мана шу кўринишда ёзилган биринчи бош қонуни, *системага берилган иссиқлик миқдори система ички энергиясининг ортишига ва система томонидан ташқи жисмларга таъсир қилувчи кучларнинг бажарадиган ишига сарфланади,* деб таъкидлайди.

Термодинамиканинг биринчи бош қонунини иссиқлик билан иш орасидаги эквивалентликни белгилашга асос бўлган тажрибалар ва, шунингдек, бу қонунда келиб чиқадиган жуда кўп хулосаларнинг тажрибаларда кузатилган далилларга мос келишини тасдиқлайди.

Энергия сақланиш қонунининг (биринчи бош қонуннинг) очилиши тарихий жиҳатдан, бирор кўринишдаги энергияни сарфламай ва ташқаридан иссиқлик олмай иш бажара оладиган машинани қуриш йўлидаги уринишларнинг оқибатсиз бўлиб чиқиши билан боғлиқ эди. Бундай машина термодинамикада биринчи хил перпетуум мобиле деб аталади. Юқорида айтилганларга кўра, система дастлабки ҳолатига қайтиб келганда, унинг энергияси ўзининг бошланғич қийматини олади. Шу сабабли, даврий ҳаракат қилувчи машинанинг ҳар бир даври охирида $\Delta U = 0$ бўлади ва машинанинг бажарган иши фақат ташқаридан берилган ΔQ иссиқлик миқдори ҳисобига ёки энергиянинг қандайдир бошқа қўшимча ташқи манбалари ҳисобигагина ҳосил бўлиши мумкин. Иссиқлик узатиш ҳам энергия узатиш бўлгани учун, уни умуман узатилган энергия деб айтиш мумкин ва энергиянинг сақланиш қонунини (термодинамиканинг биринчи бош қонунини) қуйидагича таърифлаш мумкин: *биринчи хил перпетуум мобилени,* яъни *бир давр давомида ташқаридан олинган энергия миқдорига қараганда кўпроқ миқдорда иш бажарадиган даврий ҳаракат қилувчи машинани қуриб бўлмайди.*

Энергиянинг сақланиш қонуни ҳақида гапирганда қуйидагиларни айтиб ўтиш муҳимдир: системанинг бирор ҳолат I дан бошқа бир ҳолат II га ўтишида шундай ҳолларнинг бўлиши мумкинки, у ҳолларда ташқи таъсирлар механик эквивалентларининг йиғиндиси нолга тенг бўлиб чиқади. У ҳолда (1) формулага асосан бу икки I ва II ҳолатларнинг энергиялари бир-бирига тенг бўлиши керак: $U_{II} = U_{I}$. Бу системада шундай процесс бўляптики, натижада системанинг параметрлари ўзгаряпти, лекин унинг энергияси ўзгармай қоляпти, демакдир. Бунга идеал газнинг изотермик кенгайиши мисол бўла олади: модомики, газнинг температураси ўзгармас экан, демак, унинг энергияси ҳам ўзгармайди. Газнинг ҳолатини аниқловчи параметрлар (ҳажм V ва босим p) эса ўзгаради. Бу вақтда ташқи иш бажарилади газга бирор миқдор иссиқлик ҳам берилади, аммо ташқи ишнинг ва узатилган иссиқлик механик эквивалентининг йиғиндиси нолга тенг бўлади.

Система яккаланган бўлса, ташқи таъсирлар бўлмайди. Лекин бу ҳолда ҳам, системадаги айрим қисмларнинг ўзаро таъсири натижасида, системада процесслар рўй бериши мумкин ва энергиянинг айрим турлари (кинетик энергия, потенциал энергия ва ҳ. к.) ўзгариши мумкин. Системанинг тўла энергияси эса ўзгаришсиз сақланади. Мисол сифатида, бирор миқдор кинетик ва потенциал энергия запаси бўлган яккаланган системани олиб қарайлик. Системани ташкил қилувчи жисмлар орасидаги ўзаро таъсирлар натижасида ишқалиш кучларига қарши иш бажаряпти, деб фараз қилайлик. Биз § 28 да кўрсатиб ўтган эдикки, бундай ҳолларда системанинг потенциал ва кинетик энергиялари йиғиндисидан иборат бўлган механик энергияси камая боради. Бироқ ишқалиш кучларига қарши иш бажарилиши натижасида жисмлар қизийди ва уларнинг ички (иссиқлик) энергияси ортади. Системанинг тўла энергияси ўзгармай қолади, фақат энергиянинг айрим турлари бир кўринишдан бошқа кўринишга ўтади.

Узатилган иссиқлик билан иш орасидаги эквивалентликнинг принципиал ва назарий моҳияти Роберт Майер (1814—1878), В. Томсон (1824—1907), Клаузиус (1822—1888) ва бир қатор бошқа физиклар томонидан аниқланган эди.

Энергиянинг сақланиш қонуни илгаридан тахмин қилинар эди. М. В. Ломоносов 1748 йилда модданинг сақланиш қонунини баён қилар экан, табиатда ҳаракатнинг сақланиши ҳақидаги қонунни ҳам таърифлаб берган эди. У, „Табиатда учрайдиган ҳамма ўзгаришлар шундай содир бўладики, бирор жисмдан қанча миқдор нимадир олинса, бошқа жисмга шунча миқдор қўшилади . . . Ушбу умумий табиий қонун ҳаракат ҳақидаги қоидаларнинг ўзига ҳам тааллуқлидир: чунки ўз кучи билан бошқа жисмни ҳаракатлантираётган жисм, ўзидан ҳаракат олаётган жисмга қанча ҳаракат берса, ўзида ўшанча йўқотади", деб ёзган эди. Энергия сақланиш қонунининг миқдорий жиҳатдан таърифланиши 100 йил ўтгач ва турли кўринишдаги энергияларнинг бир-бирига айланиши билан боғлиқ бўлган жуда кўп процесслар кашф қилингандан кейин, Роберт Майер (1814—1878) ва Гельмгольц (1821—1894) томонидан бажарилди. Майер энергиянинг сақланиш қонунини физиологик кузатишларга асосланган умумий мулоҳазалар натижасида кашф қилди. У, энергиянинг сифат жиҳатдан ҳар хил бўлган кўринишлари бир-бирига айланишини таъкидлаб, бу айланишлар ҳамма вақт аниқ миқдорий (эквивалент) муносабатларда амалга ошишини кўрсатди. Гельмгольц кинетик ва потенциал энергиялар тушунчасини киритди ва тортувчи ҳамда итарувчи марказий кучлар таъсиридаги системани текшириб, мазкур яккаланган система учун кинетик ва потенциал энергиялар йиғиндиси ўзгармас бўлишини аниқлади. Шундай қилиб, энергиянинг Гельмгольц томонидан талқин қилинган сақланиш қонуни чекланган механистик характерда эди.

Энергия сақланиш ва айланиш қонунининг умумий характери ва унинг табиёт учун ниҳоятда аҳамиятли эканлиги Энгельс томонидан очилган. Умуман ўзгариш деб тушуниладиган ҳаракат— материянинг яшаш формасидир. Мана шундай умумий маънода тушуниладиган ҳаракат йўқ бўлиб ҳам кета олмайди, йўқдан пайдо ҳам бўла олмайди, табиатда материянинг яшаш формаси фақат ўзгариши мумкин, у бир турдан иккинчи турга маълум миқдорий муносабатларда айланиши мумкин. Бу — сақланиш қонунининг умумий таърифи бўлиб, у қонуннинг янги кашфиётлар асосида ўзгариши мумкин бўлган физик таърифи билан боғлиқ эмасдир. Энгельс: „... ҳаракатнинг исталган бир шакли унинг бошқа бир исталган шаклига айланишга қобил ва мажбур экан. Мана шу кўринишга келиб, қонун ўзининг охирги ифодасини топди. Янги кашфиётлар орқали биз унга янги далиллар келтиришимиз мумкин, унга янги, янада бойроқ мазмун беришимиз мумкин. Лекин қонуннинг ўзига, унинг бу ерда келтирилган таърифига биз бошқа ҳеч нарса қўша олмаймиз"[1].

Шунинг билан бирга, энергиянинг сақланиш ва айланиш қонуни иш деб аталадиган физик катталикнинг табиатини янада чуқурроқ очиш имкониятини беради. Юқорида кўриб ўтдикки, системанинг энергияси бажарилган иш ҳисобига ўзгариши мумкин. Демак, иш энергия ўзгаришининг ўлчовидир. Энгельс, ишнинг мана шундай мазмунига эътибор бериб, „... иш — бу ҳаракат шакли ўзгаришининг миқдорий жиҳатдан олиб қаралишидир"[2] деб ёзган эди.

---

[1] Ф. Энгельс. „Диалектика природы", 1950, 178-бет.
[2] Ф. Энгельс. „Диалектика природы", 1950, 70-бет.

Иш ва „узатилган иссиқлик миқдори" энергия ўзгаришининг ўлчови бўлса-да, энергиянинг айнан ўзи эмасдир. Ҳақиқатан ҳам энергия системани характерлайди, *у система ҳолатининг бир қийматли* функцияси бўлади (§ 26 га қаранг). Системада ҳеч қандай ўзгаришлар рўй бермаётган ҳолда ҳам системанинг энергияси маълум қийматга эга бўлади. Иш ва „узатилган иссиқлик миқдори" ҳақидаги тушунчалар эса система энергиясининг ўзгаришига олиб келувчи система ҳолатининг ўзгариш процесси юз бергандагина бирор маънога эга бўлади. На иш, на „узатилган иссиқлик миқдори" система ҳолатининг функцияси бўлмайди.

Узатилган иссиқлик миқдори билан иш орасидаги эквивалентлик аниқлангач, теплород назарияси бутунлайин ташлаб юборилган бўлса-да, „иссиқлик" сўзи, кўпинча, бу сўзнинг теплород назариясидаги маъносида ишлатилади. Чунончи, „иссиқлик" сўзи, бир томондан, юқорида кўрсатиб ўтганимиздек, ишга эквивалент ҳамда энергия ўзгаришининг ўлчови бўлмиш „узатилган иссиқлик миқдори" маъносида ишлатилади. Иккинчи томондан, жисмдаги „иссиқлик" деганда, жисмнинг иссиқлик энергияси кўзда тутилади. Жисмнинг иссиқлик энергияси ҳақида кейинчалик сўзланади. Мана шу „иссиқлик" сўзининг бир маънода ишлатилмаслиги тушунмовчиликларга осон олиб келиши мумкин. Нотўғри теплород назарияси асосида жисмдаги „иссиқлик" миқдорининг „узатилган иссиқлик миқдори" билан белгиланиши бу тушунмовчиликларни янада чуқурлаштириб юборади. Бирор моддани маълум бошланғич I ҳолатдан бошқа бирор II ҳолатга ўтказиш учун, бу ўтишнинг қандай равишда амалга оширилишига қараб, моддага жуда турлича иссиқлик миқдорлари бериш кераклиги кейинги даъвонинг асоссиз эканлигини ишонарли исботлайди. Масалан, бир моль идеал газни p_1 босим ва T_1 температура билан характерланувчи I ҳолатдан юқорироқ p_2 босим ва юқорироқ T_2 температура билан характерланувчи II ҳолатга ўтказиш керак бўлсин. Бундай ўтказиш турлича амалга оширилиши мумкин. Масалан: 1) газни ўзгармас p_1 босимда T_2 температурагача иситамиз; бунинг учун газга $\Delta Q = C_p \quad (T_2 - T_1)$ иссиқлик миқдори берамиз, бунда C_p — газнинг ўзгармас босимдаги моляр иссиқлик сиғими; шундан сўнг газни p_2 босимгача изотермик равишда сиқамиз; 2) ўзгармас ҳажмда газга $\Delta Q' = C_V(T_2 - T_1)$ иссиқлик миқдори бериб, T_2 температурагача иситамиз, бунда C_V— газнинг ўзгармас ҳажмдаги моляр иссиқлик сиғими, шундан сўнг газни p_2 босимгача изотермик равишда сиқамиз. Икки ҳолда ҳам газ T ҳолатдан тамомила аниқ II ҳолатга ўтказилди, унга берилган ΔQ ва $\Delta Q'$ иссиқлик миқдорлари эса бир-бирига тенг эмас, чунки $C_p \neq C_V$.

Газни ўзгармас ҳажмда иситганда унга берилган иссиқлик миқдорининг ҳаммаси газнинг ички энергия запасининг ортишига сарфланади. Ўзгармас босимда иситилганда эса процесс мураккаброқ бўлади: газга иссиқлик узатилиши билан бир вақтда газнинг кенгайишига боғлиқ бўлган иш бажарилади. Фақат бир вақтда ишни ҳам, узатилган иссиқлик миқдорини ҳам қўшиб ҳисоблагандагина жисм ички энергиясининг ўзгаришини бир қийматли ҳисоблаш мумкин бўлади.

Бундан, жисмнинг унга *„узатилган иссиқлик миқдори" илан аниқланадиган* „иссиқлик запаси" ҳақида гапиришнинг маъносиз эканлиги кўриниб туради.

Жисмларнинг температура билан характерланадиган иситилганлик даражаси молекулалар тартибсиз ҳаракатининг интенсивлиги билан аниқланади.

Жисмнинг Кельвин шкаласида ўлчанган T температурасини молекуланинг битта эркинлик даражасига тўғри келадиган ўртача $\overline{w}_0$ энергия орқали бир қийматли равишда аниқлаш мумкинлигини § 48 да кўриб ўтган эдик: яъни $T = \frac{2}{k} \cdot \overline{w}_0$, бунда k — Больцман доимийси. Молекулалар тартибсиз ҳаракатининг (илгариланма, айланма, тебранма ҳаракатларининг) тўла энергияси билан механик бўлмаган потенциал энергиянинг маълум турларининг йиғиндиси жисмнинг ички энергия запасини ташкил қилади. Зарраларининг барча турдаги тартибсиз ҳаракатлари энергиясининг йиғиндисини баъзан берилган жисмнинг *иссиқлик энергияси* дейилади. Бироқ, берилган жисмнинг, шу жисм зарраларининг мумкин бўлган барча хил тартибсиз ҳаракатларини ва бу ҳаракатларнинг температурага боғлиқлигини ҳисобга оладиган, етарли даражада тўла молекуляр-кинетик назарияси мавжуд бўлгандагина жисмнинг умумий ички энергиясидан иссиқлик энергиясини ажратиш мумкин бўлади. Шу билан бирга, бу назария фақат классик механиканинг хулосаларигагина асосланиб қолмай, молекулалар ҳаракатининг махсус квант характерига эга бўлишлигини ҳам ҳисобга олиши кераклигини § 49 да кўрсатиб ўтган эдик.

Фақат энг содда, идеаллаштирилган ҳоллардагина иссиқлик энергиясини ажратиш мумкин. Чунончи, биз идеал газ зарраларнинг ўзаро таъсир потенциал энергияси нолга тенг эканлигини кўриб ўтган эдик (§ 48 га қаранг). Демак, бундай газнинг ички энергияси иссиқлик энергиясининг ўзгинаси бўлади. Бошқа бир мисол тариқасида барча молекулалари, температурадан қатъи назар, бешта эркинлик даражасига эга бўлган ва энергиянинг эркинлик даражалари бўйича тенг тақсимланиши қонунига бўйсинувчи идеаллаштирилган икки атомли газ оламиз. Бундай газнинг иссиқлик энергияси $\frac{5}{2}\, kTN$ бўлади, бунда N — газ молекулаларининг сони. Барча реал жисмлар учун эса иссиқлик энергиясини бундай ажратиб бўлмайди. Шунинг учун биз бундан кейин жисмларнинг фақат тўла ички энергиясини текшириш билангина чегараланиб, бу энергиянинг қандай кўринишдаги энергиялардан иборат бўлишини аниқламаймиз.

Узатилган иссиқлик миқдори билан ишнинг эквивалентлиги ва шу билан бирга, уларнинг ўзига хос хусусиятлари алоҳида ҳодисаларни молекуляр-кинетик нуқтаи назардан текширганда, айниқса, яққол сезилади. Ҳаракатдаги болға пружинага урилиб, уни сиқади, дейлик. Бунда болғанинг *тартибланган* ҳаракатининг кинетик энергияси эластик кучларнинг иш бажариши натижасида сиқилган пружинанинг потенциал энергиясига айланди. Бошқа бир мисолни олайлик: маълум миқдор газ юқорироқ температурадаги бошқа бир миқдор газ билан тегиб турганида иссиқлик утказувчанлик натижасида $\Delta T'$ га исиган. Бу процесс, макроскопик нуқтаи назардан қараганда, иссиқроқ газдан маълум миқдор иссиқликнинг совуқроқ газга узатилишидан иборат бўлса, молекуляр-кинетик нуқтаи назардан қараганда эса икки газ молекулаларининг *тартибсиз* ҳаракати ўртача кинетик энергияларининг тенглашиш процессидан иборат. Иш бажариш (тартибланган ҳаракатнинг мавжуд бўлиши натижасида) ва иссиқлик узатиш (тартибсиз молекуляр ҳаракатнинг мавжуд бўлиши натижасида) йўли билан энергия узатишнинг мана шу махсус хусусиятларига биз келгусида яна тўхталамиз.

Узатилган иссиқлик миқдорини сарфланган ишнинг эквивалент миқдорлари воситасида ўлчашда, барча жисмларнинг иссиқлик сиғими, шу жумладан сувники ҳам, етарли даражада доимий катталик бўлмай, температурага бирмунча боғлиқ бўлишлиги аниқланганини қайд қилиб ўтиш муҳимдир. Шунинг учун (1) тенглик

$$\Delta Q = cm\, \Delta T$$

билан аниқланувчи „узатилган иссиқлик миқдори"нинг ўзи система энергияси ўзгаришининг ўлчови бўла олмайди. Фақат ҳар бир температура интервали ΔT учун эквивалент иш миқдори белгиланиб олиниб, иссиқлик сиғими билан T температура орасидаги боғланишнинг кўриниши аниқлангандан сўнггина „узатилган иссиқлик миқдори" шундай ўлчов ролини бажара олади. Механик иш ҳамма вақт система энергияси ўзгаришининг „бошланғич ўлчови" бўлади. Бу, Энгельснинг, биз юқорида келтирган (§ 26) „иш — ҳаракат формасининг ўзгаришини миқдорий жиҳатдан характерлайдиган катталиклдир"[1], деган сўзларини яна бир марта тасдиқлайди.

Сувнинг иссиқлик сиғими, бошқа ҳамма жисмларнинг иссиқлик сиғимлари каби, температурага боғлиқ бўлгани учун, калориянинг таърифини аниқлаштириш керак. Ҳозирги вақтда бир калория деб ўзгармас босимда 1 *г* сувнинг температурасини 19,5° дан 20,5°C гача кўтариш учун сарф қилинадиган иссиқлик миқдорига айтилади.

§ 69. Айланма процесслар (цикллар). Бирор процессни термодинамика нуқтаи назаридан кузатар эканмиз, системанинг қандай моддалардан иборат эканлиги бизни қизиқтирмаслиги мумкин, аммо системанинг ҳолатини нечта ва қандай физик катталиклар билан бир қийматли равишда аниқлаш мумкинлигини билиш биз учун муҳимдир.

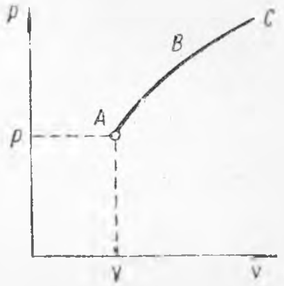
Системанинг ҳолатини аниқлайдиган ва ташқи сабаблар таъсирида ўзгариши мумкин бўлган катталиклар, юқорида айтиб ўтилганидек, *параметрлар* дейилади. Системанинг ҳолатини бир қийматли равишда аниқлаш учун зарур бўлган параметрлар сони системанинг қай даражада мураккаб бўлишига боғлиқ. Системанинг мураккаблик даражасини белгилаш учун, термодинамикада *фаза* тушунчаси киритилади. Фаза деганда, физик жиҳатдан бир жинсли бўлган ҳар қандай жисм ёки физик жиҳатдан бир жинсли бўлган айнан бир хил жисмларнинг тўплами тушунилади. Масалан, сувдан ва унинг устидаги тўйинган сув буғидан иборат система икки фазали система бўлади: биттаси сув бўлиб, иккинчиси — тўйинган буғдир. Шунинг каби, сув ва унда сузиб юрган муз парчалари ҳам биргаликда икки фазали системани ташкил қилади: биттаси сув, муз парчаларининг тўплами эса иккинчисидир.

Маълум бир миқдор идеал газ энг содда системадир; бу, бир фазали система бўлади. Бу системанинг ҳолатини бир қийматли равишда аниқловчи параметрлар қуйидаги уч катталикдан иккитаси бўлади: ҳажм V, босим p ва температура T (газнинг массаси m аниқ берилган бўлгани учун бу ҳолда у параметр бўлмайди). V, p ва T катталикларнинг ўзаро боғланиши ҳолат тенгламасида берилган. Идеал газ учун бундай тенглама Менделеев — Клапейрон тенгламасидир.

Берилган система *мувозанатлими* ёки *мувозанатсизми*, деган масала жуда муҳимдир. Системани характерловчи параметрлар аниқ қийматларга эга бўлса ва ташқаридан қандайдир сабаблар таъсир этмаганда, бу қийматлар исталганча узоқ вақт ўзгармай қолса, системанинг бу ҳолдаги ҳолати мувозанатли ҳолат дейилади. Агар бу шартлар бажарилмаса, системанинг ҳолати мувозанатсиз бўлади. Мисоллар келтирамиз: маълум V ҳажмли идишдаги суюқлик ва унинг устидаги тўйинган буғдан иборат система

[1] Ф. Энгельс. „Диалектика природы". 1950, 70-бет.

ўзининг ҳамма қисмларида бирдай T температурага эга бўлса, у мувозанатли ҳолатда бўлади; бу ҳолда системанинг ҳамма қисмлари бирдай босим остида бўлади. Шундай қилиб, система учун p ва T аниқ қийматларга эга бўлади ва вақт ўтиши билан бу қийматлар ҳам бошқа параметрлар (суюқлик ва тўйинган буғнинг нисбий миқдори) каби ўзгармайди. Агар суюқликнинг ва буғнинг температуралари турлича бўлса, худди шу системанинг ўзи мувозанатсиз ҳолатда бўлади: система учун T умуман аниқ бир қийматга эга бўлмайди, суюқлик билан буғнинг нисбий миқдорлари эса ўзгариб туради. Мувозанатсиз ҳолатдаги системанинг бошқа бир мисоли сифатида, ташқи таъсир натижасида икки учи турлича температурада тутиб турилган стерженни кўрсатиш мумкин; бу ҳолда стерженнинг ҳар бир нуқтасидаги температура доимий сақланади (стационар ҳолат), аммо, биринчидан, бу доимийлик стерженнинг учларини берилган температураларда тутиб турувчи ташқи сабаб мавжуд бўлгандагина сақланади, иккинчидан, стерженнинг турли қисмларида температура турлича бўлади.

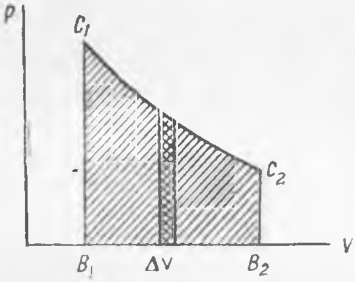


167- расм. Мувозанат ҳолат нуқта билан тасвирланади. Мувозанатли процесс чизиқ билан тасвирланади.

Координата ўқлари бўйича системани характерловчи параметрларнинг қийматларини қўйиб, системанинг ҳолатини график усулда нуқта билан тасвирлаш мумкин. Масалан, агар системанинг ҳолати унинг ҳажми V ва босими p билан характерланадиган бўлса, абсциссалар ўқи бўйича ҳажмни ва ординаталар ўқи бўйича босимни қўйиб, системанинг берилган p ва V билан характерланадиган ҳолатини тасвирловчи ва координаталари p ва V га тенг бўлган A нуқтани ҳосил қиламиз (167-расм). Нуқта билан системанинг фақат мувозанатли ҳолатинигина тасвирлаш мумкин, чунки биз юқорида аниқлаганимиздек, системанинг мувозанатсиз ҳолати аниқ қийматли параметрларга эга бўлмайди.

Системада бўлаётган процесс ҳамма вақт бир қанча мувозанатсиз ҳолатлар билан боғлиқ бўлади. Бироқ, процесснинг қуйидагича ўтишини тасаввур қилиш мумкин: ҳар бир пайтда ҳар бир параметр аниқ қийматга эга, параметрларнинг вақт ўтиши билан ўзгариши шунчалик секин борадики, ихтиёрий равишда танланган кичик Δt вақт оралигида системани мувозанатли деб ҳисоблаш мумкин. Бундай *чексиз секин ўтадиган процесс мувозанатли процесс дейилиб, уни қатор мувозанатли ҳолатлардан ташкил топган деб ҳисоблаш мумкин.* Реал процесслардан ҳеч бири аниқ мувозанатли бўла олмайди, лекин процесс қанча секин борса, у мувозанатли процессга шунча яқин бўлади. Мувозанатли процесс графикда узлуксиз эгри чизиқ билан тасвирланади (167-расмдаги ABC эгри чизиқ).

Қайтувчи процесс деб, ҳар икки йўналишда ҳам ўта оладиган, шу билан бирга, агар процесс аввал маълум бир йўналишда, сўнг акс йўналишда ўтган бўлса, система ўзининг дастлабки ҳолатига атрофдаги жисмларда ҳеч бир ўзгариш вужудга келмагани ҳолда қайтадиган процессга айтамиз. Ҳар қандай мувозанатли процесс қайтувчан бўлади, чунки у ихтиёрий бир йўналишда ҳам, акс йўналишда ҳам содир бўла оладиган кетма-кет мувозанатли ҳолатларнинг узлуксиз қаторидан иборат бўлади. Мувозанатсиз процесс ҳамма вақт қайтмасдир, бундан, жуда аниқ қилиб айтганда, реал процесслар ҳамма вақт қайтмас бўлади; улар фақат чексиз секин ўтганларидагина қайтувчан процессларга яқинлашади. Қайтувчан ва қайтмас процессларни қуйида мукаммалроқ текширамиз.



168- расм. Кенгайишда бажарилган иш $C_1C_2B_2B_1$ шаклнинг юзи билан тасвирланади.

Маълум миқдор модданинг V ҳажми, p босими ва T температураси ўзгаришидан иборат бўлган процессни кўз олдимизга келтирайлик. Процесс чексиз секин ўтяпти деб, яъни уни мувозанатли процесс деб ҳисоблаб, C_1 ҳолатдан C_2 ҳолатга ўтишда бажариладиган ишни ҳисоблаймиз (168-расм).

Газ ўзгармас p босимда кенгайганда

$$A = p\,(V_2 - V_1) \tag{1}$$

иш бажарилиши § 49 да кўрсатиб ўтилган эди, бунда $V_2 - V_1$ — ҳажмнинг ўзгариши. Бу ифода фақат газнинг кенгайиши учунгина эмас, балки биз ишловчи модда деб атайдиган ҳар қандай бошқа модданинг кенгайиши учун ҳам тўғридир, лекин бундай кенгайиш вақтида p босимнинг ўзгармас бўлиши шарт.

Аммо ҳозир биз умумийроқ ҳолни, яъни босим ўзгарувчан бўлгандаги ҳолни кўрамиз. Шунинг учун ҳажмнинг шундай чексиз ўзгариши ΔV ни оламизки, бу ўзгариш вақтида p босимни ўзгармас деб ҳисоблаш мумкин бўлсин; у ҳолда мана шундай чексиз кичик кенгайишда бажариладиган ΔA элементар иш

$$\Delta A = p\,\Delta V. \tag{2}$$

Графикда бу ΔA элементар иш 168-расмдаги қуюқ штрихланган устунчанинг юзи билан тасвирланади. Босим p сон жиҳатдан, ишловчи модда томонидан идиш деворининг юз бирлигига таъсир қилувчи кучга тенг бўлади. Шу сабабли (2) формуладаги ΔA иш система томонидан ташқи жисмларга таъсир қилувчи кучларнинг ишини, яъни § 68 даги (3) формулада $\Delta A'$ орқали белгиланган ишни ифодалайди. ΔA нинг бу қийматини § 68 даги (3) формулага қўйиб, берилган элементар процесс учун энергиянинг сақланиш қонуни ифодасини топамиз:

$$\Delta Q = \Delta U + p\,\Delta V. \tag{3}$$

Бу ерда ΔQ — ишловчи моддага берилган иссиқлик миқдори, ΔU — ишловчи модда ички энергиясининг ўзгариши. Агар модда кенгаётган бўлса ($\Delta V > 0$), иш мусбат бўлади: $\Delta A > 0$; бу иш ё ишловчи моддага ташқаридан иссиқлик миқдори узатилиши ҳисобига ($\Delta Q > 0$), ё модданинг ички энергияси U нинг камайиши ҳисобига, ёки мана шу ҳар иккала манба ҳисобига биргаликда бажарилади. Ишловчи модданинг ҳажми кичраётган бўлса ($\Delta V < 0$), модданинг ҳажми ташқи кучларнинг сиқиши натижасида кичрайиши мумкин, $\Delta A = p\Delta V$ иш манфий бўлади; бу ҳол ишловчи моддадан ташқаридаги жисмларга иссиқлик миқдори узатилишига ($\Delta Q < 0$), ё модда ички энергияси U нинг ортишига, ёки бир вақтнинг ўзида бу ҳар иккала процесснинг юз беришига сабаб бўлади.

Модданинг ҳолати C_1 нуқтадан C_2 нуқтага ўзгарганда бажарилган тўла иш элементар ишларнинг йиғиндисига тенг:

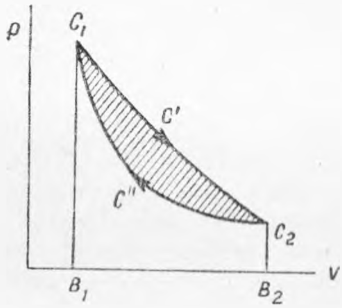
$$A = \sum \Delta A = \int p\,\Delta V, \tag{4}$$

бу иш графикда 168-расмдаги штрихланган $C_1C_2B_2B_1$ шаклнинг юзи билан тасвирланади.

Кенгайиш натижасида C_1 ҳолатдан C_2 ҳолатга ўтган ишловчи модда (169-расм), кейин сиқиш йўли билан яна C_1 ҳолатга ўтказилган деб, фараз қиламиз. Кенгайиш процесси $C_1C'C_2$ эгри чизиқ билан тасвирлансин. Сиқиш процесси ҳам акс йўналишда худди ўша эгри чизиқ $C_2C'C_1$ бўйича амалга оширилиши мумкин. Лекин сиқишни бошқа йўл билан, масалан: пастроқдаги $C_2C''C_1$ эгри чизиқ билан тасвирланадиган йўлдан олиб бориш ҳам мумкин. Бунинг учун сиқиш вақтида моддани кенгайиш вақтидаги T_1 температура шароитидан бошқача бўлган T_2 температура шароитида тутиш керак бўлади. Ҳажм кенгайиш коэффициенти мусбат бўлган ҳамма моддалар учун $T_2 < T_1$ бўлади, чунки бундай моддалар учун ўзгармас ҳажм шароитида, катта босимларга юқори температураларда эришилади. Бундан кейин фақат шундай моддалар ҳақида сўз боради.

Ёпиқ эгри чизиқ $C_1C'C_2C''C_1$ орқали тасвирланган бутун процесс *айланма процесс ёки цикл* дейилади. Бир циклда бажарилган ишларнинг йиғиндисини ҳисоблаб чиқамиз.

Кенгайиш вақтида модданинг бажарадиган A_1 иши $C_1C'C_2B_2B_1$ шаклнинг юзи билан тасвирланади; бу иш мусбат: $A_1 > 0$.



169-расм. Айланма процессда бажарилган иш ёпиқ чизиқ билан ўралган шаклнинг юзига тенг.

Сиқилиш вақтида бажариладиган A_2 иш $C_1C''C_2B_2B_1$ шаклнинг юзи билан тасвирланади; бу иш манфий $A_2 < 0$.

Йиғинди иш

$$A = A_1 + A_2$$

$C_1C'C_2B_2B_1$ ва $C_1C''C_2B_2B_1$ шакллар *юзларининг айирмаси* билан тасвирланади. Бундан, бу иш 169-расмдаги штрихланган, $C_1C'C_2C''C_1$ эгри чизиқ билан ўралган юзга тенгдир, деган натижа чиқади. Бу иш мусбат бўлади.

Модданинг C_1 ҳолатдаги ички энергиясини U_1 орқали, C_2 ҳолатдаги ички энергиясини эса U_2 орқали белгилаймиз. $C_1C'C_2$ кенгайиш вақтида *ишловчи моддага берилган* иссиқлик миқдорини Q_1 орқали, $C_2C''C_1$ сиқилиш вақтида *ишловчи моддага берилган* иссиқлик миқдорини эса Q_2 орқали белгилаймиз. (Кенгайиш вақтида модда $Q_1 > 0$ иссиқлик миқдори *олади*, сиқилиш вақтида эса $Q_2 > 0$ иссиқлик миқдори беради, яъни $-Q_2$ иссиқлик миқдори олади.) У ҳолда, термодинамиканинг биринчи қонунига асосан қуйидагиларни ёза оламиз:

$$Q_1 = U_2 - U_1 + A_1; \quad -Q_2 = U_1 - U_2 + A_2.$$

Бу икки тенгликни ҳадлаб қўшиб, модданинг цикл давомида ташқи кучларга қарши бажарган A иши:

$$A = A_1 + A_2 = Q_1 - Q_2 \tag{5}$$

эканлигини топамиз.

169-расмда тасвирланган цикл давомида бажарилган бу ишнинг мусбат эканини юқорида аниқлаган эдик. Шундай қилиб, $C_1C'C_2C''C_1$ цикл билан тасвирланган процесс натижасида моддага ташқаридан Q_1 иссиқлик миқдори берилган, модда эса ташқарига Q_1 дан камроқ Q_2 иссиқлик миқдорини қайтариб берган; бу иссиқлик миқдорларининг $Q_1 - Q_2$ айирмаси ҳисобига модда ташқи кучларга қарши A ишни бажарган. Бу хилдаги цикл *тўғри цикл* дейилади. Узатилган иссиқлик миқдори $Q_1 - Q_2$ ҳисобига натижада A иш бажарилгани учун, тўғри цикл билан тасвирланадиган процесс *иссиқлик машинаси* бўлади.

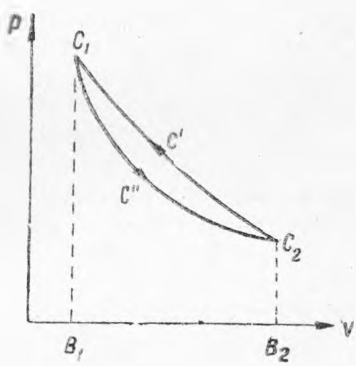
Бундан кўринадики, биз текшираётган айланма процесснинг биринчи ярми давомида моддага берилган Q_2 иссиқлик миқдорларининг ҳаммаси ишга айланмади; иссиқликнинг Q_2 қисми яна ташқарига қайтариб берилди. Иссиқлик иссиқроқ жисмдан совуқроқ жисмгагина ўз-ўзидан ўтади, шунинг учун қуйидаги икки жисм мавжуд бўлиши керак: моддага Q_1 иссиқлик миқдорини берувчи иссиқроқ жисм (иситкич) ва моддадан Q_2 иссиқлик миқдорини олувчи совуқроқ жисм (совиткич).

Узатилган иссиқлик миқдори ҳисобига иш ҳосил қилишда, албатта, энергиянинг сақланиш қонуни бажарилади: ташқаридан олинган ва ташқарига қайтариб берилган иссиқлик миқдорларининг қийматлари орасидаги $Q_1 - Q_2$ айирма ҳосил қилинган A ишга тенг. Иситкичдан олинган Q_1 иссиқлик миқдорининг қанча қисми A ишга айланганини билиш катта амалий аҳамиятга эгадир, чунки совиткичга берилган Q_2 иссиқлик миқдорининг амалий аҳамияти йўқ, шунинг учун фойдали иш коэффициенти тушунчаси киритилади:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \qquad (6)$$

Бу фойдали иш коэффициентини аниқлаш учун конкрет циклни текширмоқ ва унда бажариладиган ишларни ҳисоблаб чиқмоқ керак. Бу масала билан биз § 73 да шуғулланамиз.

Ҳозир биз 169-расмда тасвирланган циклга тескари бўлган циклни (170-расм) текширамиз. Тескари циклда модданинг кенгайиши $C_1C''C_2$ эгри чизиқ бўйича юз беради ва шу кенгайишда сон жиҳатдан $C_1C''C_2B_2B_1$ шаклнинг юзига тенг бўлган мусбат A_1 иш бажарилади. Модданинг сиқилиши $C_2C'C_1$ эгри чизиқ бўйича юз беради; бунда бажарилган A_2 иш манфий бўлиб, сон жиҳатдан $C_1C'C_2B_2B_1$ шаклнинг юзига тенгдир. A_2 нинг абсолют қиймати A_1 нинг абсолют қийматидан катта бўлганлиги сабабли йиғинди иш $A' = A_1 + A_2$ *манфийдир.* Йиғинди иш A' нинг сон қиймати $C_1C'C_2C''C_1$ ёпиқ эгри чизиқ ўраган юз билан тасвирланади. Системага ташқи жисмлар томонидан таъсир қилувчи кучларнинг бажарадиган иши мусбат бўлади: $A = -A'$.



170-расм. Тескари цикл.

Модданинг кенгайиш пайтида ташқаридан оладиган иссиқлик миқдори Q_2, сиқилиш вақтида ташқарига берадиган иссиқлик миқдори эса Q_1 бўлсин. Бутун процесс қуйидагидан иборат бўлади: ташқи жисмлар томонидан системага таъсир қилувчи кучлар мусбат A иш бажаради, система ташқаридан Q_2 иссиқлик миқдори олади ва Q_2 дан каттароқ Q_1 иссиқлик миқдорини беради. Ташқарига берилган Q_1 иссиқлик миқдори олинган иссиқлик миқдори Q_2 билан системага таъсир қилувчи ташқи кучлар бажарган ишнинг йиғиндисига тенг:

$$Q_1 = Q_2 + A.$$

Мана шундай цикл бўйича ишловчи машина *совуқлик машинаси* вазифасини бажариши мумкин: $C_1C''C_2$ кенгайиш $C_2C'C_1$ сиқилишга нисбатан пастроқ температурада ўтганлиги учун Q_2 иссиқлик миқдори совуқроқ жисмдан олиниши мумкин, Q_1 иссиқлик миқдори эса иссиқроқ жисмга берилиши мумкин. Совуқлик машинаси ташқи кучлар ҳисобига ишлайди, у қандайдир Q_2 иссиқлик миқдорини совуқроқ жисмдан иссиқроқ жисмга „кўчиради" ва шу билан совуқроқ жисмни янада кучлироқ совитади.

§ 70. Адиабатик процесслар. Адиабата тенгламаси. Система ҳолатининг ўзгариши мобайнида *атрофдаги жисмлар билан система орасида иссиқлик алмашиш юз бермаса,* бу ҳолдаги ўзгаришга система ҳолатининг *адиабатик* ўзгариши дейилади. Адиабатик процессда система ташқаридан иссиқлик олмайди ва атрофдаги жисмларга иссиқлик бермайди. Процесснинг адиабатик бўлиши учун система бутунлай иссиқлик ўтказмовчи деворлар билан ўралган бўлиши керак. Иссиқликни мутлақо ўтказмайдиган деворларни вужудга келтириш мумкин бўлмагани учун, ҳар қандай реал процесснинг ўтиши адиабатик процессга фақат озми-кўпми ўхшаши мумкин. Ташқи жисмлар билан бир оз бўлса-да, сезиларли миқдорларда иссиқлик алмашиб улгура олмайдиган даражада тез ўтадиган процесслар амалда адиабатик процессга яқин бўлади.

Процесснинг адиабатик характерининг математик ифодаси: $\Delta Q = 0$, шунга кўра энергиянинг сақланиш қонуни адиабатик процесс учун қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\Delta U + \Delta A = 0. \tag{1}$$

Адиабатик процессда ΔA иш фақат система ички энергиясининг ўзгариши ҳисобигагина бажарилиши мумкин. Агар система мусбат иш бажарса, ($\Delta A > 0$) системанинг ички энергияси камаяди; агар, аксинча, системага таъсир қилувчи ташқи кучлар иш бажарса, ($\Delta A < 0$) системанинг ички энергияси кўпаяди.

Идеал газнинг адиабатик кенгайиш процессини кўрамиз. Ҳар вақтдаги каби:

$$\Delta A = p\,\Delta V, \tag{2}$$

бунда p — газнинг босими, ΔV — газ ҳажмининг ўзгариши. Идеал газнинг ички энергияси газ молекулалари ҳаракатининг кинетик энергиясидан иборат эканлиги § 48 да кўрсатиб ўтилган эди; бундан бир моль идеал газнинг ички энергияси

$$U = \frac{i}{2} kT \cdot N = \frac{i}{2} RT,$$

бунда k — Больцман доимийси, N — Авогадро сони, R — газ доимийси. Газнинг ўзгармас ҳажмдаги моляр иссиқлик сиғими $C_V = \frac{i}{2} R$ ни киритсак:

$$U = C_V \cdot T$$

бўлади, бинобарин, идеал газ ички энергиясининг ўзгаришини қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\Delta U = C_V \cdot \Delta T. \tag{3}$$

A нинг (2) даги ва ΔU нинг (3) даги қийматини (1) тенгликка қўйсак, бир моль идеал газ учун термодинамика биринчи қонунининг ифодасини ҳосил қиламиз:

$$C_V \Delta T + p \Delta V_0 = 0. \tag{4}$$

Бу (4) тенгликдан қуйидаги хулосалар келиб чиқади: адиабатик кенгайиш ($\Delta V_0 > 0$) натижасида газ совийди ($\Delta T < 0$); адиабатик сиқилиш ($\Delta V_0 < 0$) натижасида эса газ исийди ($\Delta T > 0$). Демак, газнинг ҳажми адиабатик ўзгарганда унинг температураси ўзгаришсиз қолмайди. Махсус ҳисоблаш (415-бетдаги майда шрифтга қаранг) ёрдамида T температуранинг бу ўзгаришини газнинг ҳажми V нинг ўзгариши билан боғлаш мумкин. Газ V_1 ҳажмга эга бўлганда унинг температураси T_1 бўлсин, у ҳолда ҳажм V_2 қийматгача адиабатик ўзгартирилса, температура T_2 қийматга эга бўлиб қолади ва бунда қуйидаги муносабат бажарилади:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}, \tag{5}$$

бу ерда $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$, яъни γ газнинг ўзгармас босимдаги ва ўзгармас ҳажмдаги иссиқлик сиғимларининг нисбатидир (415-бетдаги майда шрифтга қаранг).

Газнинг ҳар бир берилган ҳолати учун ўринли бўлган Менделеев — Клапейрон формуласидан фойдаланиб, қуйидаги тенгликка эга бўламиз:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{T_1}{T_2},$$

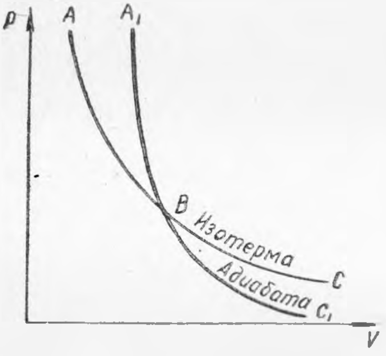
V_1/V_2 нисбатнинг бу қийматини (5) тенгликка қўйиб,

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \tag{6}$$

ифодага эга бўламиз.

Ўз маъноси жиҳатдан (5) формула билан бир хил бўлган (6) формула адиабатик процессда юз берадиган температура ўзгаришини газ босимининг ўзгариши билан боғлайди.

Энди газ ҳолатининг изотермик ва адиабатик ўзгаришларини таққослаб кўрамиз. Газнинг кенгайиши *изотермик* равишда, яъни ўзгармас температурада юз бериши учун газга ташқаридан узлуксиз равишда иссиқлик бериб туриш керак. Бу иссиқлик газ мусбат иш бажарганида унинг ички энергиясининг камайишини қоплаб туриши керак. Аксинча, газни изотермик сиқишда унинг температураси ва ички энергияси запаси ортиб кетмаслиги учун, газдан узлуксиз равишда иссиқлик олиб туриш керак. Изотермик процесс юз бериши учун газ билан ташқи жисмлар орасида иссиқлик жуда яхши алмашиниши керак. Процесс бораётганда газнинг температураси атрофдаги жисмларнинг температураси билан тенглашишга ҳамма вақт улгурадиган бўлса, бундай процесс амалда изотермик процессга яқин бўлади.



171-расм. Адиабата изотермадан тикроқдир.

Хулоса қилиб айтганда:

1) иссиқликнинг ташқи жисмлар билан алмашиниши жуда яхши бўлгандагина *газнинг ҳажми изотермик ўзгариши* мумкин; кенгайиш вақтида газ томонидан ташқи жисмларга таъсир қилувчи кучларнинг иши ташқаридан кирган иссиқлик ҳисобига бажарилади; ташқи кучлар газни сиқиб иш бажарганда, бу ишга мос миқдорда иссиқлик газдан ташқи жисмларга ўтади;

2) иссиқ ик изоляцияси жуда яхши бўлгандагина *газнинг ҳажми адиабатик ўзгариши* мумкин. Газнинг иши унинг ички энергияси ҳисобига бажарилади; кенгайишда газ совийди, сиқилишда — исийди.

Газнинг изотермик ўзгариши газнинг берилган миқдори учун ёзилган Бойль — Мариотт қонунига бўйсунади:

$$p\,V = \text{const.}$$

Бу боғланиш 171-расмда ABC изотерма билан тасвирланади, деб фараз қилайлик. Агар биз, бирор B ҳолатдан бошлаб, газни адиабатик равишда сиқа бошласак, айтилганларга кўра унинг температураси кўтарила бошлайди; шу сабабли pV кўпайтманинг барча қийматлари изотермик сиқилиш вақтидаги қийматларига қараганда сон жиҳатдан катта бўладилар; демак, адиабатик сиқилиш изотерманинг BA тармоғига қараганда юқорига янада тикроқ кўтарилувчи BA_1 эгри чизиқ билан тасвирланади. Худди шунинг каби B нуқтадан бошлаб газни адиабатик кенгайтира бошласак, унинг температураси пасая бошлайди, бунинг натижасида кенгайиш изотерманинг BC тармоғига қараганда пастга янада тикроқ тушувчи BC_1 эгри чизиқ билан тасвирланади. A_1BC_1 эгри чизиқ *адиабата* деб аталади. Демак, *газнинг ҳажми адиабатик ўзгарганда газ Бойль — Мариотт қонунига бўйсунмайди.* Газ ҳажмининг адиабатик ўзгаришини тасвирловчи чизиқ (адиабата) газ ҳажмининг изотермик ўзгаришини тасвирловчи чизиққа (изотермага) қараганда тикроқ бўлади.

(5) ва (6) ифодалардан фойдаланиб, адиабата тенгламасини топамиз, уларнинг ўнг томонларини ўзаро тенглаб қуйидагига эга бўламиз:

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}},$$

бундан

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma}, \tag{7}$$

яъни газнинг ҳажми адиабатик ўзгарганда унинг p босими ҳажмнинг γ даражасига тескари пропорционал бўлиб ўзгаради. (7) формуладан адиабатик процессда

$$pV^{\gamma} = \text{const} \tag{7a}$$

бўлишини топамиз.

Адиабатик процесс учун Бойль — Мариотт қонуни ўрнида ишлатиладиган (7а) формула *Пуассон формуласи* дейилади.

Амалда процесслар аниқ адиабатик характерга ёки аниқ изотермик характерга эга бўлмайдилар, чунки тўла термик изоляцияни ҳам, тўла идеал иссиқлик алмашишни ҳам вужудга келтириб бўлмайди. Ҳақиқий процесслар изотермик ва адиабатик процессларга яқинроқ бўлган процесслардир. *Политропик* процесслар реал процессларнинг хусусий ҳоли бўлиб, бундай процесслар учун ҳам адиабатик процесс формулалари ўринлидир, лекин γ бу ҳолда 1 ва C_p/C_V орасидаги бирор сонга тенг бўлади. Бундай ҳолда γ *политропа кўрсаткичи* деб аталади.

Политропа кўрсаткичи C_p/C_V га қанча яқин бўлса, процесс адиабатик процессга шунча яқин бўлади; политропа кўрсаткичи 1 га қанча яқин бўлса, процесс изотермик процессга шунча яқин бўлади.

(5) ифодани келтириб чиқариш учун термодинамиканинг биринчи қонуни (4) ни дифференциал кўринишда ёзиш керак:

$$C_V\, dT + p\, dV_0 = 0, \text{ бундан } p\, dV_0 = -C_V\, dT.$$

Бу тенгликни идеал газ ҳолатининг тенгламасини ифодаловчи

$$p V_0 = R T$$

тенгликка ҳадма-ҳад бўлсак, қуйидаги ифода ҳосил бўлади:

$$\frac{dV_0}{V_0} = -\frac{C_V}{R} \cdot \frac{dT}{T} \quad \text{ёки} \quad \frac{R}{C_V} \cdot \frac{dV_0}{V_0} = -\frac{dT}{T}.$$

R/C_V ўзгармас катталик бўлгани учун охирги тенгликни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$d\left(\frac{R}{C_V} \ln V_0\right) = -d(\ln T).$$

Агар икки катталикнинг дифференциаллари бир-бирига тенг бўлса, у катталикларнинг ўзлари фақат ихтиёрий аддитив сонга фарқ қилишлари мумкин:

$$\frac{R}{C_V} \ln V_0 = -\ln T + \text{const}, \quad \text{бундан} \ \ln\left(V_0^{\frac{R}{C_V}} \cdot T\right) = \text{const}.$$

Логарифми ўзгармас бўлган катталикнинг ўзи ҳам ўзгармас бўлганлиги сабабли:

$$V_0^{\frac{R}{C_V}} \cdot T = \text{const} \tag{8}$$

бўлади. Бу ифодани ўзгартириб ёзиш учун § 49 даги (5) формуладан фойдаланамиз:

$$\frac{R}{C_V} = \frac{C_p - C_V}{C_V} = \frac{C_p}{C_V} - 1 = \gamma - 1.$$

R/C_V нинг бу қийматини (8) га қўйиб, қуйидагини топамиз:

$$V_0^{\gamma-1}\, T = \text{const},$$

яъни адиабатик процессда температура T нинг $V_0^{\gamma-1}$ га кўпайтмаси ўзгармас бўлади, демак:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}, \quad \text{бундан} \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1},$$

бу эса (5) формуланинг ўзидир.

Изотермик ва адиабатик процессларнинг бир-биридан фарқи ҳақида конкрет тасаввур ҳосил қилиш мақсадида бир неча конкрет мисоллар келтирамиз.

1-мисол. 27°C температура ва 1 *ат* босимдаги маълум миқдор азот бошланғич ҳажмидан 5 марта кичик ҳажмгача адиабатик равишда сиқилади. Сиқилишдан сўнг азотнинг босими ва температураси қанча бўлади? Шу босим изотермик сиқилиш натижасида ҳосил бўладиган босим билан солиштирилсин.

Ечилиши. Пуассон формуласи (7) бўйича:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}, \quad \text{бундан} \quad p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}.$$

Бу мисолда $p = 1$ *ат*; $\frac{V_1}{V_2} = 5$; азот икки атомли газ бўлганлигидан (§ 49 га қаранг):

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{7}{5} = 1{,}4.$$

Бундан

$$p_2 = 1 \cdot 5^{1,4} am = 9{,}5\ am.$$

Изотермик сиқилишда босим Бойль — Мариотт қонунидан аниқланар эди:

$$p_2 = p_1 \cdot \frac{V_1}{V_2} = 1 \cdot 5\ am = 5\ am.$$

Газнинг адиабатик сиқилиш охиридаги T_2 температураси (5) муносабатдан аниқланади:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}, \quad \text{бундан} \quad T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = 300 \cdot 5^{0,4} = 571\ \text{K}$$

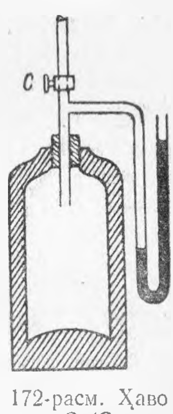
ёки Цельсий шкаласига ўтсак: $t = 298$ С. Демак, биз кўрган адиабатик сиқилиш натижасида газ анча (27 С дан 298 С гача) исийди ва босим изотермик сиқилиш натижасида эришиладиган босимдан қарийб икки марта ортиб кетади.

2-мисол. Деворлари иссиқлик ўтказмайдиган материал билан ўралган ёпиқ колбада атмосфера босимидан юқорироқ p_1 босимга ва T_1 температурага эга бўлган ҳаво бор. Жўмракни очиб (172-расм), колба ичидаги ҳавонинг босимига тезда атмосфера босими H билан тенглашиш имконияти берилади, сўнгра C жўмрак ёпиб қўйилади. Колба ичидаги ҳавонинг температураси яна T_1 га тенглашгач, колба ичидаги босим p_2 бўлади.

Мана шу маълумотлар бўйича ҳавонинг ўзгармас босимдаги ва ўзгармас ҳажмдаги иссиқлик сиғимларининг нисбати γ аниқлансин.

Ечилиши. Колбанинг ҳажмини V_1 билан белгилаймиз. Жўмракни очгандан кейин колба ичида қоладиган ҳавони фикран ажратамиз; у ҳавонинг ҳажми бирор V_2, босими p_1 ва температураси T_1 эди.

Жўмрак очилганда ҳавонинг бир қисми колбадан чиқиб кетади; қолган ҳаво колбанинг бутун V_1 ҳажмини эгаллайди ва унинг босими атмосфера босими H га тенглашади.



172-расм. Ҳаво учун C_p/C_V ни аниқлаш тажрибасининг схемаси.

Газ тез кенгайгани ва шартга кўра, колбанинг деворлари иссиқликни ёмон ўтказадиган бўлгани учун, кенгайиш процессини адиабатик процесс деб ҳисоблаш мумкин. Шунинг учун Пуассон формуласи бўйича:

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma} = \frac{H}{p_1}. \qquad (9)$$

Бу адиабатик кенгайиш натижасида ҳаво бирор T_2 температурагача совиди. Ҳавонинг температураси яна дастлабки T_1 қийматгача кўтарилгандан сўнг, унинг босими атмосфера босими H дан катта бўлиб қолди ва бирор p_2 қийматга етди. Ҳавонинг ҳажми эса V_1 га тенглигича қолди.

Ҳавонинг мана шу охирги ҳолатида унинг температураси дастлабки температурага тенг бўлгани учун V_2, V_1, p_1 ва p_2 катталиклар Бойль — Мариотт қонуни асосида ўзаро қуйидагича боғланган бўлиши керак:

$$\frac{V_2}{V_1}=\frac{p_2}{p_1}. \tag{10}$$

(9) ва (10) ифодаларни таққослаб, қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$\frac{H}{p_1}=\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\gamma}.$$

Шу муносабатни логарифмлаймиз:

$$\lg H-\lg p_1=\gamma(\lg p_2-\lg p_1),$$

бундан $\gamma=\dfrac{\lg H-\lg p_1}{\lg p_2-\lg p_1}$.

Шундай қилиб, H, p_1 ва p_2 босимларни ўлчаб, ҳаво учун γ нинг қийматини топиш мумкин.

Баён қилинган мисол газларнинг C_p ва C_V иссиқлик сиғимлари нисбатини аниқлаш учун бажариладиган тажрибанинг схемасидир.

§ 71. Газ ҳажмининг адиабатик ва изотермик ўзгаришларида бажариладиган иш. Газнинг адиабатик кенгайиши вақтида бажариладиган ишни аниқлаймиз. Бу ΔA иш бутунлай газ ички энергиясининг ўзгариши ҳисобига бажарилишини биз юқорида кўриб ўтган эдик.

Бир моль идеал газ учун § 49 даги (4) формуладан фойдаланиб қуйидагини ёзамиз:

$$\Delta A=p\,\Delta V_0=-C_V\Delta T.$$

C_V ўзгармас катталик бўлганлигидан, бу муносабат температуранинг чекли ўзгариши учун ҳам ўринлидир. Газнинг бошланғич температураси T_1, охирги температураси T_2 бўлсин; у ҳолда $\Delta T=T_2-T_1$ ва бажарилган A иш:

$$A=-C_V(T_2-T_1)=C_VT_1\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right).$$

T_2/T_1 нисбатни § 70 даги (5) формула бўйича $\left(\frac{V_{01}}{V_{02}}\right)^{\gamma-1}$ нисбат билан алмаштириб, қуйидаги ифодани оламиз:

$$A=C_VT_1\left[1-\left(\frac{V_{01}}{V_{02}}\right)^{\gamma-1}\right]. \tag{1}$$

Бу формула бир моль газнинг ҳажми V_{01} қийматдан V_{02} қийматгача адиабатик ўзгарганда бажариладиган ишни беради; формуладаги T_1 температура V_{01} ҳажмга тегишлидир.

(1) формулага бирмунча бошқачароқ кўриниш бериш мумкин; бунинг учун § 49 даги (5) муносабатдан фойдаланамиз:

$$C_p - C_V = R,$$

бундан

$$C_V = R\frac{C_V}{R} = R\frac{C_V}{C_p - C_V} = R\frac{1}{\gamma - 1}.$$

C_V нинг бу ифодасини (1) формулага қўйиб,

$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V_{01}}{V_{02}}\right)^{\gamma - 1}\right] \tag{1a}$$

формулани топамиз.

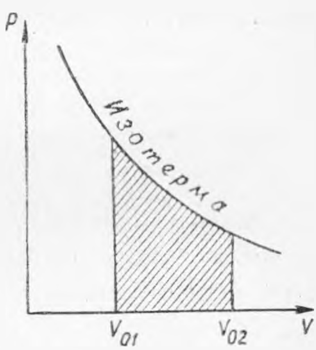
Газнинг *изотермик* кенгайишида бажариладиган иш газга ташқаридан бериладиган иссиқлик ҳисобига ҳосил қилинади. Шунинг учун адиабатик кенгайишда бажарилган ишни аниқлаш усулида изотермик кенгайишдаги ишни аниқлаш мумкин эмас. Газнинг ҳажми чексиз кичик ΔV катталикка ортганида газнинг бажарадиган элементар иши § 69 даги (2) формулага асосан қуйидагича бўлади:

$$\Delta A = p\,\Delta V.$$

Газнинг ҳажми V_1 қийматдан V_2 қийматгача ўзгарганда бажариладиган тўла A иш барча элементар ишларнинг йиғиндисидан иборат бўлади:

$$A = \sum p\,\Delta V,$$

график равишда бу иш 173-расмда штрихланган шаклнинг юзи билан ифодаланади. Амалда мана шу қўшиш амали интеграллашга келтирилади. Бу интеграллашнинг натижаси бир моль газ учун қуйидаги кўринишда бўлади (310-бетдаги майда шрифтга қаранг):



173-расм. Газнинг изотермик кенгайиши вақтида бажарилган иш штрихланган шаклнинг юзи билан тасвирланади.

$$A = RT\ln\frac{V_{02}}{V_{01}}. \tag{2}$$

Изотермик процесс Бойль — Мариотт қонунига бўйсунганлигидан:

$$\frac{V_{02}}{V_{01}} = \frac{p_1}{p_2},$$

шунинг учун (2) ифода

$$A = RT \ln \frac{p_1}{p_2} \tag{2a}$$

кўринишда ҳам ёзилиши мумкин.

(1а) ва (2) формулаларни газнинг ҳар қандай m массаси учун умумлаштириб, қуйидаги хулосаларни чиқарамиз:

1) *m массали газнинг ҳажми V_1 дан V_2 гача адиабатик равишда ўзгарганда унинг бажарадиган иши*

$$A = \frac{R\,T_1}{\gamma - 1} \cdot \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}\right], \tag{1б}$$

бунда μ — газнинг молекуляр оғирлиги; T_1 — газнинг ҳажми V_1 бўлгандаги температура;

2) *m массали газнинг ҳажми V_1 дан V_2 гача изотермик равишда ўзгарганда унинг бажарадиган иши*

$$A = RT\frac{m}{\mu} \ln \frac{V_2}{V_1}, \tag{2б}$$

бунда T — газ ҳажмининг изотермик ўзгаришидаги ўша ўзгармас температура.

Ҳажм ўзгарганда бажариладиган иш ифодасини қуйидагича келтириб чиқариш мумкин. Элементар иш:

$$dA = p\,dV. \tag{3}$$

Ҳажм V_1 қийматдан V_2 қийматгача ўзгарганида бажариладиган тўла иш аниқ интеграл орқали ифодаланади:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV. \tag{4}$$

Процесс изотермик бўлганда ҳам, адиабатик бўлганда ҳам бу ифода ўринлидир.

Процесс изотермик бўлганда бир моль газ учун Менделеев — Клапейрон формуласи татбиқ қилинади:

$$pV_0 = RT,$$

бундаги T температуранинг қиймати ўзгармас бўлади. p босимни V_0 ва T орқали ифодалаймиз:

$$p = \frac{RT}{V_0}.$$

p нинг бу қийматини (4) га қўйиб ҳамда R ва T ни ўзгармас катталиклар сифатида интеграл ишорасининг ташқарисига чиқариб қуйидагини топамиз:

$$A = RT \int_{V_{01}}^{V_{02}} \frac{dV_0}{V_0} = RT \ln \frac{V_{02}}{V_{01}},$$

бир моль газнинг ҳажми V_{01} қийматидан V_{02} қийматгача изотермик ўзгарганда унинг бажарадиган иши мана шу формула билан ифодаланади [асосий текстдаги (2) формула билан таққослаб кўринг].

Ҳажмнинг адиабатик ўзгаришида бажариладиган иш ифодасини яна бир марта келтириб чиқариш учун (4) формуладан фойдаланамиз. Адиабатик процесс учун қуйидаги Пуассон формуласи ўринлидир:

$$pV_0^\gamma = p_1V_{01}^\gamma,$$

бу ерда p_1 ва V_{01} — бир моль газнинг бошланғич босими ва ҳажми. Бундан:

$$p = \frac{p_1V_{01}^\gamma}{V_0^\gamma}.$$

Бу ифодани (4) га қўйсак ва $p_1V_{01}^\gamma$ ни ўзгармас катталик сифатида интеграл ишорасининг ташқарисига чиқарсак, қуйидаги ифодани оламиз:

$$A = p_1V_{01}^\gamma\int\limits_{V_{01}}^{V_{02}}\frac{dV_0}{V_0^\gamma} = \frac{p_1V_{01}^\gamma}{\gamma-1}\left(\frac{1}{V_{01}^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_{02}^{\gamma-1}}\right);$$

бу ифодадаги $\frac{1}{V_{01}^{\gamma-1}}$ ни қавсдан ташқарига чиқарамиз:

$$A = \frac{1}{\gamma-1}\frac{p_1V_{01}^\gamma}{V_{01}^{\gamma-1}}\left[1-\left(\frac{V_{01}}{V_{02}}\right)^{\gamma-1}\right] = \frac{p_1V_{01}}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{V_{01}}{V_{02}}\right)^{\gamma-1}\right].$$

Идеал газ ҳолати тенгламасига асосан:

$$p_1V_{01} = RT_1,$$

бу ерда T_1 — газнинг ҳажми V_{01} ва босими p_1 бўлгандаги температураси. Бундан:

$$p = \frac{RT_1}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{V_{01}}{V_{02}}\right)^{\gamma-1}\right],$$

бу эса (1а) формуланинг ўзгинасидир

Газнинг сиқилиш ишини ҳисоблашга сонли мисол келтирамиз.

Мисол. $p_1 = 1$ *ат* босимдаги 10 *л* азот $p_2 = 100$ *ат* босимгача сиқилган. Қуйидаги икки ҳол учун сиқилиш ишини ҳисоблаймиз: 1) сиқилиш изотермик бўлади ва 2) сиқилиш адиабатик бўлади.

Ечилиши. 1) Изотермик сиқилишда иш, (2б) формулага кўра,

$$A = R\ T\frac{m}{\mu}\ln\frac{V_2}{V_1}$$

бўлади.

$$\frac{m}{\mu}RT = p_1V_1 \quad \text{га} \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

бўлганини назарга олсак, ишнинг ифодасини қуйидагича ёзамиз:

$$A = p_1V_1\ln\frac{p_1}{p_2}.$$

Масалани *CGS*-системада ечиш учун босимни *бар* ларга ва ҳажмни *см*³ ларга айлантирамиз, у ҳолда $p_1 = 1$ *ат* $\cong 10^6$ *бар*; $V_1 = 10$ *л* $= 10^4$ *см*³ бўлганидан:

$$A = 10^6\cdot10^4\ln\frac{1}{100}\ \text{эрг} \cong -4{,}6\cdot10^{10}\ \text{эрг} = -4{,}6\cdot10^3\ \text{ж}.$$

2) адиабатик сиқилишда, (16) формулага кўра:

$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \cdot \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}\right].$$

Бу ерда яна $\frac{m}{\mu} RT_1 = p_1V_1$ муносабатдан фойдаланамиз; ундан ташқари, Пуассон формуласи бўйича:

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} = \frac{p_2}{p_1}, \text{ бундан } \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}$$

эканлигини назарга оламиз.

Бу ифодаларни иш формуласига қўйганимиздан сўнг:

$$A = \frac{p_1V_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}\right].$$

Биринчи ҳолдаги каби бу ҳолда ҳам: $p_1 \cong 10^6$ *бар*, $V_1 = 10^4$ *см*^{3}, бундан ташқари, азот икки атомли газ бўлгани учун $\gamma = 1,4$, шунинг учун:

$$A = \frac{10^6 \cdot 10^4}{1,4 - 1}\left[1 - 100^{\frac{1,4 - 1}{1,4}}\right] \text{ эрг} = -6,8 \cdot 10^{10} \text{ эрг} = -6,8 \cdot 10^3 \text{ ж}.$$

Ҳар икки ҳолда ҳам иш манфий, чунки у ташқи кучлар томонидан бажарилган сиқилиш ишидир. Мана шу биз кўрган ҳолда адиабатик сиқилишдаги иш изотермик сиқилишдаги ишдан катта бўлиб чиқди.

§ 72. Термодинамиканинг иккинчи бош қонуни. § 69 да ихтиёрий ишловчи модда бажарган тўғри айланма процессни текширганимизда, бундай процесс иссиқлик машинаси сифатида ишлатилиши мумкинлигини кўрдик: ишловчи модда бирор манбадан олинган Q_1 иссиқлик миқдори ҳисобига A ишни бажаради. Бу билан бир вақтда Q_2 иссиқлик миқдори совиткичга берилишини кўрган эдик. Шундай қилиб, процесс мураккаб характерга эга эди: иситкичдан Q_1 иссиқлик миқдори олинарди; ишловчи модда олинган Q_1 иссиқлик миқдоридан камроқ миқдордаги A ишни бажарарди; $Q_2 = Q_1 - A$ иссиқлик миқдори совуқроқ жисмга (совиткичга) узатиларди. Кўпчилик ҳолларда, A иш иситкичдан олинган Q_1 иссиқлик миқдорининг қандай қисмини ташкил қилиши ҳақидаги масала амалий аҳамиятга эга бўлгани учун ушбу нисбат

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

иссиқлик машинасининг фойдали иш коэффициенти (ф. и. к.) деб аталиши мумкинлигини кўрсатиб ўтган эдик.

Равшанки, η бирга қанча яқин бўлса, яъни A иш олинган иссиқлик миқдорининг қанчалик катта қисмини ташкил қилса, машина шунчалик кўп манфаатли бўлади.

Ф. и. к. $\eta = 1$ бўлган иссиқлик двигатели ғоят манфаатли бўлар эди. Чунки бундай двигатель икки жисмнинг — иссиқроқ жисмнинг (иситкичнинг) ва совуқроқ жисмнинг (совиткичнинг) мавжуд бўлишини талаб қилмасди; бундай двигатель атрофимиздаги исталган жисмнинг, масалан, Ер қобиғининг ёки океанларнинг атрофимиздаги энг совуқ жисмларникидан ҳам пастроқ температураларгача совиши ҳисобига ишлай олган бўлар эди. Бундай двигатель *иккинчи хил перпетуум мобиле* деган ном олди. Иккинчи хил перпетуум мобиле энергиянинг сақланиш қонунига (термодинамиканинг биринчи бош қонунига) хилоф бўлмаганлиги учун уни ясаш мумкин эмаслиги ўз-ўзидан аён эмас. Бироқ, ишлашининг оқибати фақатгина бирор манбадан Q_1 иссиқлик миқдорининг ишловчи моддага узатилишидан ва $A = Q_1$ иш ҳосил қилинишидан иборат бўлган даврий ишловчи иссиқлик машинасини ясаш йўлидаги барча уринишлар ҳамма вақт муваффақиятсизликка учраб келди.

Манбадан олинган иссиқлик ҳисобига иш бажарилиши ҳақидаги масалани биринчи бўлиб умумий ҳолда текширган киши Сади Карно бўлди. У 1824 йилда „Оловнинг ҳаракатлантирувчи кучи ҳақида мулоҳазалар“ деган асарини эълон қилди. Карно идеал газ устида бажарилган ва газ ҳажмининг адиабатик ва изотермик ўзгаришларидан иборат бўлган айланма процессда (агар совиткичнинг температураси абсолют нолдан юқори бўлса) иссиқликнинг иситкичдан совиткичга узатилмаслиги мумкин эмас, деган хулосага келди.

Клаузиус билан В. Томсон кейинчалик Карнонинг хулосаларини қуйидаги *принцип* тарзида умумлаштирдилар; бу принципга асосан, *бирдан-бир натижаси манбаларнинг биттасидан олинган иссиқлик ҳисобига иш ҳосил қилишдан иборат бўлган даврий процессни вужудга келтириб бўлмайди.*

Бу принцип *термодинамиканинг иккинчи бош қонуни* деган ном олди.

Термодинамиканинг иккинчи бош қонунини яна иккинчи хил перпетуум мобилени ясаш мумкин эмаслиги, яъни битта иссиқлик манбаининг совиши ҳисобига иш ҳосил қила оладиган, даврий ишлайдиган двигателни ясаш мумкин эмаслиги принципи кўринишида ҳам таърифлаш мумкин.

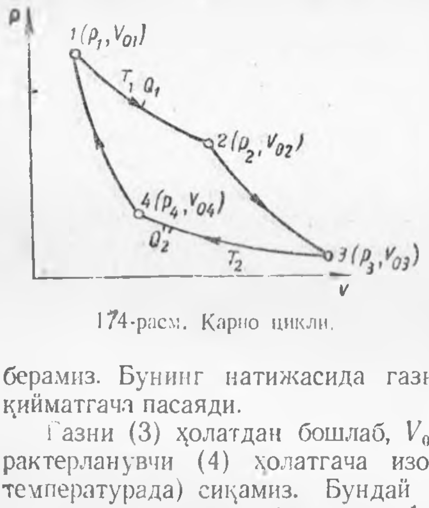
Термодинамиканинг иккинчи бош қонунидан келиб чиқадиган жуда кўп хулосаларга тажриба натижаларининг аниқ мос келиши иккинчи бош қонуннинг тўғрилигини тасдиқлайди.

§ 73. Карно цикли. Иссиқлик машинасининг фойдали иш коэффициенти. Бу параграфда дастлаб Карно томонидан ўрганилган ва *Карно цикли* деб аталадиган айланма процессни кўриб чиқамиз.

Бу цикл икки изотерма ва икки адиабатадан иборат бўлган қайтувчан айланма процессдир. Циклни амалга ошириш учун ишловчи модда изотермик кенгайган вақтда унга тегишли миқдор иссиқлик берувчи иситкичнинг ва ишловчи модда изотермик сиқилган вақтда ундан тегишли миқдор иссиқлик қабул қилиб олувчи совиткичнинг мавжуд бўлиши шарт.

Иситкичнинг *ишловчи моддага берган* иссиқлик миқдорини, § 69 даги каби, Q_1 орқали, совиткичнинг *ишловчи моддага берган* иссиқлик миқдорини — Q_2 орқали белгилаймиз. (*Ишловчи модданинг* совиткичга *берган* Q_2 иссиқлик миқдори мусбат.) Ишни ҳамма ҳолларда A орқали (ишорасиз) белгилаймиз. Ишловчи модданинг кенгайиш вақтида бажарган иши мусбат: $A_1 > 0$; сиқилиш вақтида бажарган иши манфийдир: $A_2 < 0$.

V_{01} ҳажм, p_1 босим ва T_1 температура билан характерланувчи дастлабки (1) ҳолатда бўлган (174-расм) бир моль идеал газни ишловчи модда сифатида олиб, Карно циклини ўрганамиз. Газ p_2 босимда V_{02} ҳажмни олгунча [(2) ҳолат] уни изотермик равишда кенгайишга мажбур қиламиз. Газ бу изотермик кенгайиш вақтида иситкичдан Q_1 иссиқлик миқдорини олади ва $A_1 = Q_1$ иш бажаради.



174-расм. Карно цикли.

Газга (2) ҳолатдан бошлаб, V_{03} ҳажм ва p_3 босим билан характерланувчи (3) ҳолатгача адиабатик кенгайиш имконини берамиз. Бунинг натижасида газнинг температураси бирор T_2 қийматгача пасаяди.

Газни (3) ҳолатдан бошлаб, V_{04} ҳажм ва p_4 босим билан характерланувчи (4) ҳолатгача изотермик равишда (ўзгармас T_2 температурада) сиқамиз. Бундай сиқилишда газ совиткичга Q_2 иссиқлик миқдорини беради ва $A = -Q_2$ иш бажаради.

Ниҳоят, газни (4) ҳолатдан бошлаб адиабатик равишда шундай сиқамизки, унинг ҳажми бошланғич V_{01} ҳажмга, босими бошланғич p_1 босимга етсин ва унинг температураси бошланғич T_2 температурагача кўтарилсин.

Аввало, мана шундай икки изотерма ва икки адиабатадан иборат бўлган процессни ҳақиқатан ҳам ёпиқ цикл сифатида амалга ошириш мумкинлигини кўрсатамиз. Бунинг учун § 70 даги (5) формуладан фойдаланамиз. Бу формулага асосан адиабатик кенгайиш (2) → (3) учун қуйидаги муносабатни ёзиш мумкин:

$$\left(\frac{V_{02}}{V_{03}}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1}. \qquad (1)$$

Процесс ёпиқ бўлиши учун газ (4) ҳолатдан (1) ҳолатгача адиабатик равишда сиқилганда унинг температураси T_2 қийматдан T_1 қийматгача кўтарилиши керак, яъни қуйидаги муносабат бажарилиши керак:

$$\left(\frac{V_{01}}{V_{04}}\right)^{\gamma-1}=\frac{T_2}{T_1}. \tag{2}$$

(1) ва (2) ифодаларни таққослаганимизда, қуйидаги шарт қаноатлантирилиши зарурлигини кўрамиз:

$$\frac{V_{02}}{V_{03}}=\frac{V_{01}}{V_{04}}. \tag{3}$$

Бу шартни ҳамма вақт қаноатлантириш мумкин, демак, биз текшираётган процессни ҳақиқатан ҳам айланма процесс (цикл) кўринишида амалга оширишимиз мумкин.

Карно циклининг ф. и. к. ини аниқлаймиз. § 69 да айтилганларга кўра, айланма процесснинг фойдали иш коэффициенти:

$$\eta=\frac{A}{Q_1}=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}, \tag{4}$$

бунда A — тўла цикл давомида бажарилган йиғинди иш; Q_1 — иситкичдан олинган иссиқлик миқдори; Q_2 — совиткичга берилган иссиқлик миқдори.

Ишловчи модда олган Q_1 иссиқлик миқдори бир моль газнинг (1) — (2) изотермик кенгайишда бажарган A_1 ишига тенг. § 71 даги (2) формулага асосан:

$$Q_1=A_1=RT_1\ln\frac{V_{02}}{V_{01}}.$$

Шунингдек, совиткичдан *олинган* — Q_2 иссиқлик миқдори газнинг (3) — (4) изотермик сиқилишда бажарган A_2 ишига тенг:

$$-Q_2=A_2=RT_2\ln\frac{V_{04}}{V_{03}}=-RT_2\ln\frac{V_{03}}{V_{04}}.$$

Q_1 ва $-Q_2$ нинг бу қийматларини (4) ифодага қўйсак:

$$\eta=\frac{T_1\ln\frac{V_{02}}{V_{01}}-T_2\ln\frac{V_{03}}{V_{04}}}{T_1\ln\frac{V_{02}}{V_{01}}}.$$

Лекин процесснинг ёпиқ бўлиш шарти (3) га кўра:

$$\frac{V_{03}}{V_{04}}=\frac{V_{02}}{V_{01}},$$

бундан

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \qquad (5)$$

Бу ерда T_1 — газнинг (1) → (2) изотермик кенгайишдаги температураси; T_2 — газнинг (3) → (4) изотермик сиқилишдаги температураси. Изотермик кенгайишда газ иситкичдан Q_1 иссиқлик миқдорини олади, изотермик сиқилишда эса совиткичга Q_2 иссиқлик миқдорини беради. Иситкичнинг температурасини T_1 га, совиткичнинг температурасини T_2 га тенг қилиб олишимиз керак, чунки иситкичнинг температураси T_1 дан баландроқ ва совиткичнинг температураси T_2 дан пастроқ бўлганида, процесс мувозанатли бўлмай қолар эди.

Карнонинг мана шу биз кўриб чиққан *тўғри цикли идеал иссиқлик машинасидир. Бундай идеал иссиқлик машинасининг фойдали иш коэффициенти* η *фақатгина иситкичнинг* T_1 *температураси ва совиткичнинг* T_2 *температураси билан аниқланади.*

Бир циклнинг ўтиши натижасида газ

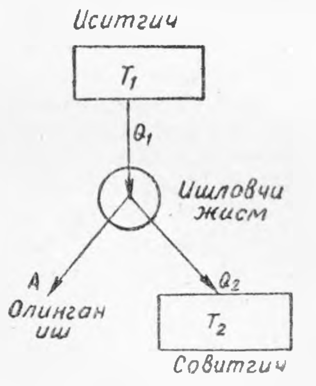
$$A = Q_1 - Q_2 = \eta Q_1 \qquad (6)$$

ишни бажаради, бунда η — (5) формуладан топиладиган ф. и. к. Бу ҳолда иситкичдан Q_1 иссиқлик миқдори олинган ва совиткичга

$$Q_2 = Q_1 - A = (1 - \eta) Q_1 \qquad (7)$$

иссиқлик миқдори берилган бўлади.

Иситкичнинг T_1 температураси қанчалик юқори бўлса ва совиткичнинг T_2 температураси қанчалик паст бўлса, ф. и. к. шунчалик юқори бўлади, иситкичдан олинган Q_1 иссиқлик миқдорининг шунчалик кўп қисми ишга айланади ва шунчалик кам Q_2 иссиқлик миқдори совиткичга берилади. Совиткичнинг температураси $T_2 = 0$ бўлгандагина, яъни абсолют нолга тенг бўлгандагина ф. и. к. $\eta = 1$ бўлиши мумкин.



175-расм. Иссиқлик машинасининг ишлаш схемаси.

Карно тўғри циклининг (идеал иссиқлик машинасининг) ишлаш схемаси 175-расмда кўрсатилган.

Карно циклининг қайтувчанлиги уни юқорида кўрилган ҳолга нисбатан акс йўналишда амалга ошириш имконини беради. *Карнонинг бундай акс цикли идеал совуқлик машинаси бўлади.* Ҳақиқатан ҳам, Карнонинг акс цикли давомида ташқи кучлар газни сиқишда мусбат A' иш бажаради. Бу иш эса газнинг ўзи тўғри цикл давомида бажарган A ишига тенг бўлади. Бундай цикл натижасида совиткичдан Q_2 иссиқлик миқдори олинади. Бу иссиқлик миқдори (6) ва (7) формулаларга асосан қуйидагича ифодаланиши мумкин:

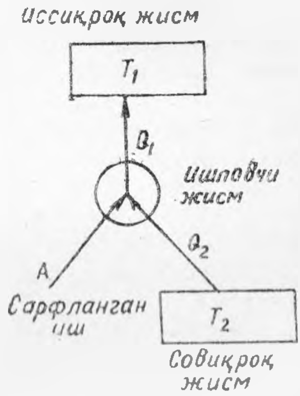
$$Q_2 = \frac{1-\eta}{\eta} A.$$

Иситкичга

$$Q_1 = \frac{A}{\eta}$$

иссиқлик миқдори берилади.

Карно акс циклининг (идеал совуқлик машинасининг) ишлаш схемаси 176-расмда кўрсатилган.



176-расм. Совуқлик машинасининг ишлаш схемаси.

Юқорида баён қилинган барча хулосаларни чиқаришда биз Карно цикли идеал газ устида бажарилди, деб фараз қилдик. Аммо термодинамиканинг иккинчи бош қонунидан фойдаланиб, *ихтиёрий ишловчи модда устида бажарилган қайтувчан Карно циклининг фойдали иш коэффициенти идеал газ устида бажарилган Карно циклининг фойдали иш коэффициентига тенглигини кўрсатиш мумкин.* Бунинг исботи учун, бирор ишловчи модда устида бажарилган қайтувчан Карно циклининг η' фойдали иш коэффициенти идеал газ устида бажарилган Карно циклининг η фойдали иш коэффициентидан катта деб фараз қиламиз: $\eta' > \eta$. Бу цикллардан биринчисини (иссиқлик машинаси сифатида) T_1 температурадаги иситкич ва T_2 температурадаги йўналишда n марта бажарамиз. Натижада биз nA иш ҳосил қиламиз, бунда иситкичдан nQ_1 иссиқлик миқдори олинган ва совиткичга nQ_2 иссиқлик миқдори берилган бўлади. Фақат идеал газ устида бажарилган Карно цикли учунгина эмас, балки ҳар қандай цикл учун ҳам (фақат у ҳолда η ни текширилаётган циклнинг фойдали иш коэффициенти деб қаралади) тўғри бўлган (6) ва (7) тенгликларга асосан қуйидагини ёза оламиз:

$$nA = \frac{\eta'}{1-\eta'} nQ_2. \qquad (8)$$

Карно циклини идеал газ устида *акс йўналишда* (совуқлик машинаси сифатида) худди ўша иситкич ва ўша совиткичлар орасида m марта бажарамиз. Бунинг учун биз mA' иш сарфлашимиз керак; совиткичдан mQ_2' иссиқлик миқдори олинади ва иситкичга mQ_1 иссиқлик миқдори берилади. Бу ҳолда қуйидаги муносабат ўринлидир:

$$mA' = \frac{\eta}{1-\eta} mQ_2'. \tag{9}$$

Биз n ва m сонларни қуйидаги тенглик бажариладиган қилиб танлаб олишимиз мумкин:

$$nQ_2 = mQ_2'. \tag{10}$$

У ҳолда, $\eta' > \eta$ эканлигини назарга олиб, (8) ва (9) тенгликлардан қуйидагини топамиз:

$$\frac{nA}{mA'} = \frac{\dfrac{\eta'}{1-\eta'}}{\dfrac{\eta}{1-\eta}} > 1,$$

яъни n марта тўғри цикл ва m марта акс цикл бажарилиши натижасида ҳосил қилинган nA иш сарфланган mA' ишдан катта бўлиб чиқади; бунда (10) га асосан, совиткичдан қанча иссиқлик олинган бўлса, унга яна шунча иссиқлик қайтариб берилган бўлади. Шундай қилиб, биргаликда бажарилган бу икки цикл иккинчи хил перпетуум мобилени амалга оширар экан: иситкичдан олинган иссиқлик ҳисобига, совиткичга ҳеч бир миқдор иссиқлик берилмагани ҳолда иш бажарилган бўлиб чиқади. Термодинамиканинг иккинчи бош қонунига асосан иккинчи хил перпетуум мобиленинг амалга оширилиши мумкин эмас. Бундан келиб чиқадики, биз $\eta' > \eta$ деган фаразни рад қилишимиз керак.

Энди $\eta' < \eta$ деб фараз қиламиз. Аммо бу ҳолда, Карно циклини идеал газ устида тўғри йўналишда, бошқа ишловчи модда устида эса тескари йўналишда ўтказиб, биз яна юқоридагидек иккинчи хил перпетуум мобилени амалга ошира олган бўлар эдик.

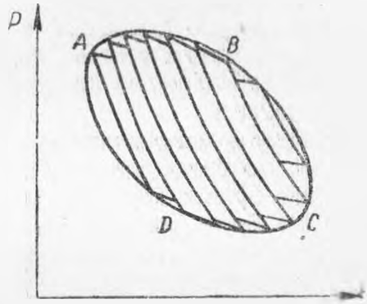
Демак, бу иккинчи фараз ҳам рад қилиниши керак. Бинобарин, бирдан-бир имконият $\eta' = \eta$ қолади.

Энди тўғри йўналишда ўтувчи, яъни иссиқлик машина сифатида ишловчи *қайтмас* (мувозанатсиз ўтувчи) Карно циклини қурамиз. Унинг фойдали иш коэффициентини η'' орқали белгилаймиз. Олинган иситкич ва совиткичлар орасида бу процессни амалга ошириб ва шу иситкич билан совиткич орасида қайтувчан Карно циклини совуқлик машинаси сифатида ишлатиб, юқоридагига ўхшаш мулоҳазалар асосида $\eta'' \leqslant \eta$ (бу ерда η — қайтувчан Карно циклининг фойдали иш коэффициенти) деган хулосага келамиз.

Карнонинг қайтмас цикли учун бир вақтнинг ўзида η'' нинг η дан кичик бўла олмаслигини кўрсатиб бўлмайди, чунки шартга кўра бу процесс қайтувчан бўлолмайди, яъни ундан совуқлик машинаси сифатида фойдаланиб бўлмайди. Шунинг учун биз *қайтмас Карно циклининг фойдали иш коэффициенти қайтувчан Карно циклининг фойдали иш коэффициентидан катта бўла олмайди,* деган хулоса билан чекланишимиз керак бўлади.

Чиқарилган хулосаларни ҳар қандай ёпиқ цикл учун умумлаштириш мумкин.

Графикда $ABCDA$ ёпиқ эгри чизиқ (177-расм) билан тасвирланган қайтувчан ихтиёрий ёпиқ процессни олайлик. Бу процесс тақрибан чексиз кўп сонли чексиз тор Карно циклларига ажратилиши мумкин. Мана шу Карно циклларининг ҳаммаси бажарилганда икки марта қарама-қарши йўналишларда ўтиладиган адиабаталар йўқолиб кетади. Фақат четки адиабаталар ва изотермалар қолади. Улар биргаликда ёпиқ синиқ чизиқни ҳосил қилади. Бу чизиқ лимитда $ABCDA$ циклни беради. Бу Карно циклларининг ҳар бири, турли цикллар учун турлича бўлган, T'_k ва T_k температуралар орасида содир бўлади. (5) формулага асосан Карнонинг k-циклининг фойдали иш коэффициенти:



177-расм. Ихтиёрий $ABCDA$ ёпиқ айланма процесс элементар Карно циклларига ажратилиши мумкин.

$$\eta'_k = \frac{T'_k - T_k}{T'_k}.$$

$ABCDA$ цикли ўтаётгандаги максимал температурани T_1 орқали, минимал температурани T_2 орқали белгилаймиз. У ҳолда ҳар бир алоҳида Карно циклининг фойдали иш коэффициенти:

$$\eta_k \leqslant \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Бундан бутун $ABCDA$ циклнинг фойдали иш коэффициенти қуйидаги шартни қаноатлантиради:

$$\eta''' \leqslant \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \qquad (11)$$

Шундай қилиб биз, *тўғри йўналишда ўтказиладиган қайтувчан ҳар қандай айланма процесснинг (иссиқлик машинасининг) фойдали иш коэффициенти T_1 ва T_2 температуралар орасида ўтказиладиган қайтувчан Карно циклининг (идеал иссиқлик машинасининг) фойдали иш коэффициентидан катта бўла олмайди,* деган хулосага келамиз.

Агар биз текшираётган процесс қайтмас бўлса, яъни у 177-расмда тасвирлаб бўлмайдиган қайтмас қисмларга эга бўлса, бу ҳолда уни маълум қисми қайтмас циклардан иборат бўлган чексиз кўп Карно циклларига ажратила олинишини кўрсатиб бериш мумкин.

Қайтмас Карно циклининг фойдали иш коэффициенти η_k' қайтувчан Карно циклининг фойдали иш коэффициенти η_k дан катта бўла олмаслиги сабабли *тўғри йўналишда ўтказилган қайтмас ихтиёрий айланма процесс* учун (11) формула янада аниқроқ бажарилади.

Термодинамиканинг иккинчи бош қонуни бирдан-бир натижаси бирор манбадан олинган иссиқлик ҳисобига иш ҳосил қилишдан иборат бўлган процесснинг бўлиши мумкин эмаслигини таъкидлайди. Энди биз, олинган иссиқлик ҳисобига иш ҳосил қилиш билан бир вақтда юз берувчи процесс иссиқроқ жисмдан совуқроқ жисмга иссиқлик узатилишидан иборат бўлиши мумкинлигини биламиз.

(6) ва (7) формулалардан қуйидаги хулоса чиқади: агар қайтувчан Карно циклини бажараётган ишловчи жисм $A = \eta Q_1$ ишни бажарса ва иситкичдан Q_1 иссиқлик миқдори олса, бу вақтда совиткичга

$$Q_2 = (1 - \eta) Q_1$$

иссиқлик миқдори берилади, бу ерда η — (5) тенгликдан аниқланувчи фойдали иш коэффициенти.

Бу муносабатга η нинг (5) даги ифодасини қўйиб қуйидаги тенгликни оламиз:

$$Q_2 = \frac{T_2}{T_1} Q_1, \tag{12}$$

бунда T_1 — иссиқлик олинаётган жисмнинг (иситкичнинг) температураси, T_2 — иссиқлик узатилаётган жисмнинг (совиткичнинг) температураси.

Ўша иситкич билан ўша совиткич орасида ўтказиладиган ва фойдали иш коэффициенти қайтувчан Карно циклининг фойдали иш коэффициентидан катта бўлмаган ҳар қандай бошқа процесс (12) ифодадагидан кам бўлмаган иссиқлик миқдорини иситкичдан совиткичга ўтказган ҳолда юқоридагича A иш (иситкичдан шу ишга тенг миқдорида олинган иссиқлик ҳисобига) бажаради.

Шундай қилиб, *қайтувчан Карно циклини текшириш бизга, иссиқ жисмдан олинган $Q_1 - Q_2$ иссиқлик миқдорига тенг бўлган A миқдор ишни олиш учун ҳар қандай ишлаш процессида иссиқ жисмдан совуқ жисмга узатилиши мумкин бўлган энг кичик иссиқлик миқдори Q_2 ни аниқлаш имконини берувчи миқдорий ўлчовни беради.*

Карно циклини текширишдан келиб чиқадиган яна бир муҳим натижа устида тўхталамиз. Эмпирик шкаланинг термометрик жисмнинг танлаб олинишига боғлиқлигидан температуралар шкаласининг ихтиёрий бўлишлигини биз § 44 да кўриб ўтган эдик. Фақат газлар кинетик назариясининг хулосаларигина температура билан молекулалар ҳаракатининг кинетик энергияси орасидаги барча молекулалар учун умумий бўлган богланишни топиш имконини берди. Карно циклини ўрганиш ҳам температуранинг термометрик жисмни танлаб олишга боғлиқ бўлмаган шкаласини тузиш имконини беради (буни биринчи бўлиб Кельвин кўрсатган). *Температуранинг термодинамик шкаласи* деб аталадиган бу шкала қуйидагича белгиланади: (12) формуладан:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Бу тенгликдан кўринадики, икки температуранинг нисбати T_1/T_2 иссиқлик миқдорлари нисбати Q_1/Q_2 орқали ўлчаниши мумкин; бунда Q_1 — қайтувчан Карно циклида иситкичдан олинадиган иссиқлик миқдори, Q_2— совиткичга бериладиган иссиқлик миқдори. Қайтувчан Карно циклининг фойдали иш коэффициенти η олинган ишловчи модданинг хилига боғлиқ эмаслигини кўрган эдик. Шунинг учун Q_1/Q_2 нисбат ҳам олинган ишловчи модданинг хилига боғлиқ бўлмайди ва, демак, у температуранинг термометрик жисмни танлаб олишга боғлиқ бўлмаган шкаласини тузиш учун хизмат қила олади.

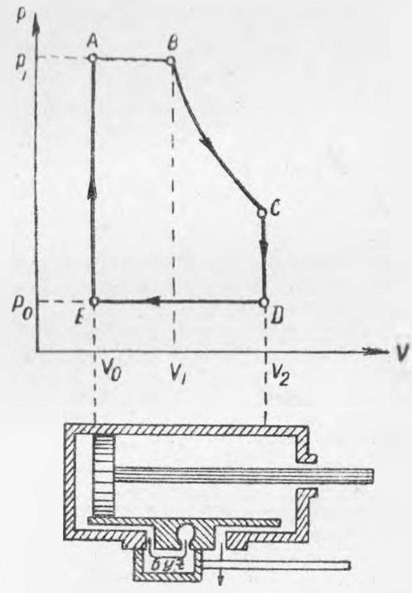
Температуранинг термодинамик шкаласи идеал газли термометр воситасида аниқланадиган абсолют шкаласи билан бир хил бўлади.

§ 74. **Техник цикллар.** Мумкин бўлган энг катта фойдали иш коэффициенти η га қайтувчан Карно цикли эга бўлишлигини ва η қуйидагича ифодаланишини

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

(бунда T_1 — иситкичнинг температураси, T_2 — совиткичнинг температураси) ўтган параграфда кўрсатиб ўтган эдик.

Бироқ амалда бундай циклни вужудга келтириш мумкин эмас; процессларни жуда секин ўтказиш билангина Карно циклига яқинлашиш мумкин, лекин бу ҳам техник нуқтаи назардан яроқсиздир. Техникада ишлатиладиган иссиқлик машиналаридаги цикллар қайтмас цикллар бўлиб, ҳақиқатда улар ёпиқ ҳам эмаслар, чунки улардаги ишловчи модда (буғ, ёнган аралашма) цикл тугагандан сўнг ташқарига чиқариб ташланади. Аммо техниканинг вазифаси фойдали иш коэффициенти Карно циклининг фойдали иш коэффициентига мумкин қадар яқин бўлган циклларни вужудга келтиришдан иборатдир. Техникада ишлатиладиган циклардан баъзиларини кўриб ўтамиз.



178-расм. Поршенли буғ машинасининг цикли.

1. *Поршенли идеал буғ машинасининг иш цикли.* Бу цикл қуйидагидан иборат (178-расм):

а) қозондан цилиндрга буғ кира бошлагач, цилиндр ичидаги буғнинг босими p_0 қийматдан (буғнинг совиткичдаги босими) p_1 қийматгача (буғнинг қозондаги босими) кўтарилади; бутун бу процессни ўзгармас V_0 ҳажмда бўлиб ўтади, деб ҳисоблаш мумкин (EA тармоқ);

б) буғнинг қозондан цилиндрга кириши давом қилганда поршень чапдан ўнгга силжийди ва бунинг натижасида ўзгармас p_1 босимда ҳажм V_0 қийматдан V_1 қийматгача катталашади (AB тармоқ);

в) поршеннинг ўнгга силжиши давом қилганда буғнинг қозондан цилиндрга кириши тўхтайди ва бунинг натижасида буғ V_1 ҳажмдан V_2 ҳажмгача адиабатик равишда кенгаяди (BC тармоқ);

г) поршеннинг ўнгдаги энг четка ҳолатида золотник буғнинг цилиндрдан совиткичга чиқадиган йўлини очади; буғнинг босими жуда тез p_0 қийматгача пасаяди (амалда ўзгармас V_2 ҳажмда; CD тармоқ);

д) поршень қайтишда қолган буғни ўзгармас p_0 босимда суриб чиқариб, ҳажмни V_2 дан V_0 гача кичрайтиради.

Буғ машинанинг бир цикл давомида бажарган тўла ишини аниқлаймиз. EA ва CD тармоқлардаги иш нолга тенг, шунинг учун тўла иш A қуйидаги ишлардан ташкил топгандир:

1) AB изобарик кенгайишдаги A_1 ишдан:

$$A_1 = p_1(V_1 - V_0);$$

2) BC адиабатик кенгайишдаги A_2 ишдан:

$$A_2 = \frac{p_1V_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}\right];$$

3) DE изобарик сиқилишдаги A_3 ишдан:

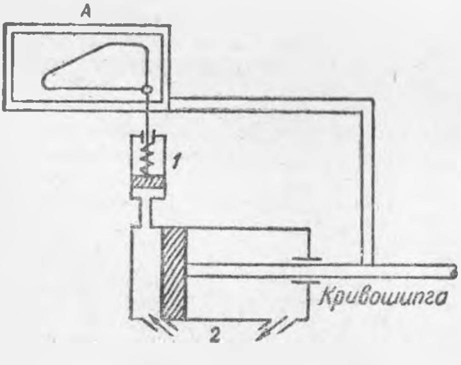
$$A_3 = -p_0(V_2 - V_0);$$

бундан тўла иш:

$$A = p_1(V_1 - V_0) - p_0(V_2 - V_0) + \frac{p_1V_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}\right].$$

Поршенли буғ машиналарининг ҳақиқий цикли ҳозир биз кўрган циклдан бирмунча фарқ қилади. Реал машинанинг циклини чизиш учун *индикатор* деб аталадиган асбоб ишлатилади.

Бу асбобнинг схемаси 179-расмда тасвирланган. Чизувчи пероли штифтнинг силжиши цилиндрдаги буғ босимига пропорционал. Чизиқ чизиладиган қоғоз парчаси A поршень билан бирга ҳаракатланади; демак, унинг силжиши буғ эгаллаган ҳажмга пропорционал. Бу асбоб ёрдамида ҳосил қилинадиган эгри чизиқ *индикатор диаграммаси* деб юритилади. Машинанинг бир цикл давомида бажарган иши индикатор эгри чизиғи ўраб олган юз билан тасвирланади.



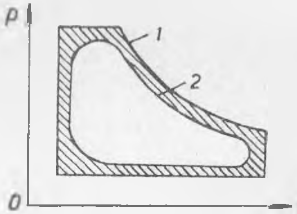
179-расм. Индикатор.

180-расмда назарий циклни тасвирловчи 1 чизиқ билан ҳақиқий машинанинг 2 индикатор диаграммаси солиштирилган. Индикатор эгри чизиғи, ўзининг ҳамма қисмлари билан назарий циклни тасвирловчи эгри чизиқнинг ичида ётиши кўриниб турибди. Бундан, реал машинанинг бажарган иши назарий йўл билан ҳисобланган ишдан кичик эканлиги келиб чиқади. Бундан ташқари, ҳар қандай реал буғ машинасида иссиқликнинг ўтхона ва бошқа қисмларда фойдасиз сарфланиши ҳам бордир. Мана шунинг натижасида буғ машиналарининг фойдали иш коэффициенти кичик булади. Энг яхши буғ машиналар ҳар бир от кучи учун бир соатда иссиқлик бериш қобилияти 1 *кг* га 7000 *ккал* бўлган 0,5 *кг* кўмир сарфлайди. Демак, 1 *о. к.* қувватига эга бўлган бундай машина бир соатда $0,5\cdot7000\cdot427$ *кГм* энергия сарфлаб, $A = 75\cdot60\cdot60$ *кГм* иш бажаради. Шунинг учун, унинг фойдали иш коэффициенти қуйидагига тенг:

$$\eta' = \frac{75\cdot60\cdot60}{0,5\cdot7000\cdot427} = 0,18.$$

Процентларга айлантирсак, $\eta' = 18\%$ бўлади.

Бундай машинада қозоннинг температураси 200°C га, совиткичнинг температураси 30°C га яқин бўлади. Мана шундай температураларга эга бўлган иситкич ва совиткич орасида ўтказилган қайтувчан Карно циклининг фойдали иш коэффициенти



180-расм. Буғ машинасининг назарий циклини индикатор диаграмма билан таққослаш.

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{170}{473} \cong 0,36$$

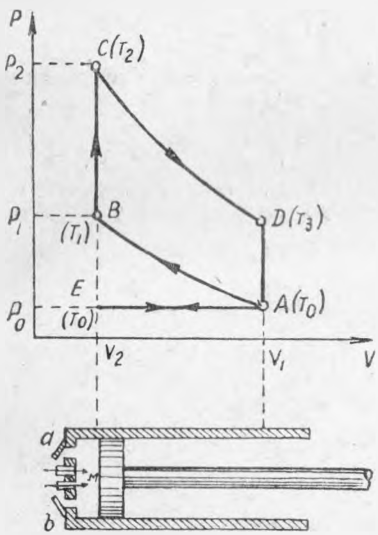
бўлар эди ёки процентларда: $\eta = 36\%$. η' ва η коэффициентларни солиштириш ёқилғининг ёниши натижасида вужудга келган энергиядан поршенли реал буғ машиналарда, назарий мумкин бўлган лимитга нисбатан, деярли икки марта кам фойдаланилишини кўрсатади. Поршенли буғ машина фойдали иш коэффициентининг бунчалик кичик бўлишига, қисман, унинг иш цикли қайтувчан идеал циклдан зарарли исрофларнинг мавжудлиги билан фарқ қилиши сабаб бўлади; конструкцияни яхшилаш билан зарарли исрофлар камайтирилиши мумкин.

Буғ турбиналарининг фойдали иш коэффициенти 20% гача етади ва ҳатто ундан бир оз каттароқ ҳам бўлади.

2. *Тўрт тактли ичдан ёнар двигателнинг иш цикли.* Бу цикл қуйидаги процесслардан иборат (181-расм):

а) поршеннинг чапдан ўнгга биринчи юришида (биринчи такт) цилиндрга *a* клапан орқали ёқилғи (ҳаво билан аралашган бензин буғи) сўрилади; бу сўрилиш тақрибан атмосфера босимига тенг бўлган ўзгармас p_0 босимда ўтади, деб ҳисоблаш мумкин; бу вақтда ҳажм V_2 дан V_1 гача катталашади (*EA* тармоқ);

б) иккинчи юришда поршень (иккинчи такт; *AB* тармоқ) чап томонга сурилиб, сўриб олинган аралашмани адиабатик равишда сиқади ва унинг ҳаж-



181-расм. Ичдан ёнар двигателнинг иш цикли.

мини V_1 дан V_2 гача кичрайтиради, температурасини T_0 дан T_1 гача кўтаради ҳамда босимини p_0 дан p_1 гача орттиради;

в) сиқилган аралашма M свеча олдида чақнаган электр учқуни воситасида портлатилади. Учинчи такт бошланади. Дастлаб, деярли бир онда (ҳажм ўзгармаган ҳолда; BC тармоққа қаранг) босим ортиб p_2 қийматга етади, температура портлашда ҳосил бўлган иссиқлик ҳисобига T_2 қийматгача кўтарилади. Сўнг, поршень чапдан ўнгга сурилганда газнинг тахминан адиабатик кенгайиши юз беради ва шу вақтнинг ўзида температура T_2 дан T_3 гача пасаяди (CD тармоқ). Поршень D нуқтага мос бўлган энг чекка ўнг ҳолатга келганда, b чиқариш клапани очилади, натижада босим (ўзгармас V_1 хажмда) p_0 қийматгача тушади (DA тармоқ); температура T_0 қийматгача пасаяди;

г) охирги тўртинчи тактда поршень чап томонга ҳаракат қилади ва бунда ишлаб бўлган газни b клапан орқали ташқарига чиқариб ташлайди (AE тармоқ).

Цикл давомида бажарилган тўла ишни ҳисоблаймиз. Биринчи ва охирги тактларда бажарилган ишлар бир-бирига тенг, лекин қарама-қарши ишорага эга бўлади. Бунинг шундай эканлигини бу икки тактнинг қарама-қарши йўналишларда ўтиладиган бирдан-бир AE тўғри чизиқ билан тасвирланишидан биламиз. BC ва AD изохорик (ҳажмлар ўзгармайди) процессларда бажариладиган ишлар нолга тенг. Демак, цикл давомида бажарилган иш AB ва CD тармоқларда бажарилган ишларнинг йиғиндисига тенг бўлади. AB адиабатик сиқилишда бажарилган иш:

$$A_1 = \frac{RT_0}{\gamma - 1} \cdot \frac{m}{\mu}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}\right]$$

бўлади, бунда m — цилиндр ичидаги газ массаси, μ — унинг молекуляр оғирлиги.

CD адиабатик кенгайишда бажарилган иш:

$$A_2 = -\frac{RT_3}{\gamma - 1} \cdot \frac{m}{\mu}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}\right]$$

бўлади; булардан тўла иш:

$$A = A_1 + A_2 = \frac{R}{\gamma - 1} \cdot \frac{m}{\mu}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}\right](T_0 - T_3). \tag{1}$$

Реал двигателларда AB сиқилиш ва CD кенгайиш аниқ адиабатик бўлмайди. Процесс политропик бўлган хусусий ҳолда (1) ифодадаги γ иссиқлик сиғимларининг нисбати C_p/C_V ни эмас, балки § 70 да айтилганидек, $\frac{C_p}{C_V}$ дан кичик бўлган политропа кўрсаткичини ифодалаши керак.

§ 70 даги (5) формулага асосан (1) ифодани ўзгартириш мумкин:

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1} = \frac{T_2}{T_3} = \frac{T_1}{T_0}, \tag{2}$$

ундан ташқари,

$$\frac{R}{\gamma - 1} = C_V.$$

Бу тенгликлардан фойдаланиб, (1) ни қуйилагича ёзамиз:

$$A = \frac{m}{\mu} C_V \left(1 - \frac{T_2}{T_3}\right)(T_0 - T_3).$$

бундан

$$\frac{T_2}{T_3} = \frac{T_1}{T_0}$$

муносабатга асосан қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$A = \frac{m}{\mu} C_V \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right)(T_2 - T_3). \tag{3}$$

Циклнинг фойдали иш коэффициентини аниқлаймиз. Ёқилғининг цилиндр ичида ёниши (BC тармоқ) натижасида ҳосил бўлган Q_1 иссиқлик миқдори:

$$Q_1 = \frac{m}{\mu} C_V (T_2 - T_1). \tag{4}$$

Изланаётган фойдали иш коэффициентини (3) ва (4) дан топамиз:

$$\eta' = \frac{A}{Q_1} = \frac{T_2 - T_3}{T_2}.$$

Шуни айтиб ўтиш керакки, цикл давомида эришиладиган энг юқори температура T_2 га тенг, энг паст температура эса T_0 га тенгдир; T_0 ва T_2 температуралар орасида ўтказилган Карно циклининг фойдали иш коэффициенти

$$\eta = \frac{T_2 - T_0}{T_2}$$

бўлар эди; $T_0 < T_3$ бўлгани учун:

$$\eta' < \eta,$$

яъни биз текшираётган ичдан ёнар двигателнинг фойдали иш коэффициенти Карно циклининг фойдали иш коэффициентидан кичик экан. § 73 да келтирилган мулоҳазаларга кўра ҳам худди шу натижани кутиш керак эди

(2) тенгликдан фойдаланиб, циклнинг фойдали иш коэффициенти ифодасига қуйидаги кўринишни бериш мумкин:

$$\eta' = 1 - \frac{1}{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}}.$$

V_1/V_2 катталик „сиқилиш“ дейилади. Шундай қилиб, циклнинг фойдали иш коэффициенти сиқилиш орқали ва политропа кўрсаткичи γ орқали тўла аниқланади.

Цикл давомида бажарилган йиғинди ишнинг (3) ифодасини биз циклнинг айрим тармоқларида бажарилган ишларни текшириш орқали келтириб чиқардик. Аммо худди шу натижани энергиянинг сақланиш қонуни асосида ҳам ҳосил қилиш мумкин. A иш қуйидаги айирмага тенг:

$$A = Q_1 - Q_2,$$

бунда Q_1 — ёнувчи аралашманинг портлашида ҳосил бўлган иссиқлик миқдори, Q_2 — ташқарига берилган иссиқлик миқдори.

Q_1 иссиқлик миқдори (4) формула билан ифодаланади. Q_2 иссиқлик миқдори DA тармоқ билан тасвирланган изохорик совиш вақтида ташқарига берилади, шунинг учун:

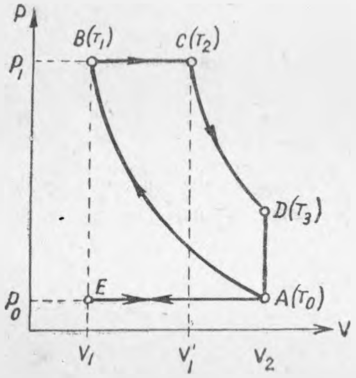
$$Q_2 = \frac{m}{\mu} C_V (T_3 - T_0).$$

Q_1 ва Q_2 нинг бу ифодаларидан фойдаланиб, қуйидагини ёза оламиз:

$$A = Q_1 - Q_2 = \frac{m}{\mu} C_V [(T_2 - T_1) - (T_3 - T_0)],$$

бу ифода (3) билан бирдай эканини тушуниш қийин эмас.

Мана шу кўрсатилган цикл бўйича ишловчи тўрт тактли двигателлар жуда ҳам кенг қўлланилади: бензин билан ишлайдиган автомобиль двигателлари мана шу цикл бўйича ишлайди. Одатда битта вални айлантириш учун бир неча (тўртта ва ундан ортиқ) цилиндр ишлайди. Ҳар бир цилиндрнинг иш фазаси кейинги цилиндрнинг иш фазасига нисбатан даврнинг бирдай бўлакларига сурилган бўлади, бу эса ҳаракатнинг текис бўлишини таъминлайди.



182-расм. Дизель двигателининг иш цикли.

3. *Дизелнинг тўрт тактли ичдан ёнар двигателининг иш цикли.* Дизель двигателининг ишлаши билан юқорида текширилган ичдан ёнар бензин двигателининг ишлашида маълум даражада ўхшашлик бор. Асосий фарқ Дизель двигателида жуда кучли сиқишни (30—35 атмосферагача ва кўпроқ) қўлланишидадир. Бу сиқилиш тақрибан адиабатик бўлгани учун температуранинг жуда ҳам кўтарилиб кетишига эришилади. Температуранинг бу кўтарилиши ёнувчи аралашманинг ўз-ўзидан алангаланиши учун етарли бўлади. Шунинг учун Дизель двигатели ёнувчи аралашмани учқун ёрдамида алангалатишни талаб қилмайди. Ёнувчи аралашма сиқилиш тамом бўлгач цилиндрнинг ичига аста-секин пуркалади ва бу билан ёқилғининг изобарик кенгайиш вақтида бир қадар аста-секин ёнишига эришилади. Дизель двигателининг бу хусусиятлари ёқилғиси учқун билан алангалатиладиган тўрт тактли двигателлардагига нисбатан юқорироқ фойдали иш коэффициентга эришишга имкон беради. Бундан ташқари, Дизель двигатели оғирроқ ёқилғи (нефть) билан ишлайди.

Дизель двигателининг иш цикли қуйидагилардан иборат:

а) биринчи тактда поршень цилиндр ичига атмосферадан ҳаво сўриб олади. Процесс изобарик равишда атмосфера босими p_0 да ўтади (EA тармоқ, 182-расм);

б) иккинчи тактда поршень бу ҳавони юқори босим p_1 гача адиабатик равишда сиқади (AB тармоқ), бунинг натижасида температура T_0 дан анча юқори T_1 гача кўтарилади;

в) учинчи тактнинг бошида цилиндр ичига ёқилғи пуркалади; бу ёқилғи иссиқ ҳавода алангаланиб кетади ва ўзгармас p_1 босимда поршенни суради; бу вақтда температура ёниш ҳисобига T_1 дан T_2 гача кўтарилади (BC тармоқ). Сўнгра ёниш маҳсулотлари билан ҳаво аралашмаси адиабатик равишда кенгаяди (CD тармоқ). Учинчи тактнинг охирида (D нуқта) чиқариш клапани очилади ва цилиндр ичидаги босим ўзгармас V_2 ҳажмда p_0 атмосфера босимигача пасаяди (DA тармоқ);

г) охирги, яъни тўртинчи тактда аралашма цилиндрдан чиқариб ташланади (AE тармоқ).

Дизель цикли давомида бажарилган тўла ишни аниқлаш учун энергиянинг сақланиш қонунидан фойдаланамиз:

$$A = Q_1 - Q_2,$$

бунда Q_1— аралашма ёнганида чиққан иссиқлик миқдори, Q_2— ташқарига берилган иссиқлик миқдори.

Шартга кўра, аралашманинг ёниши изобарик равишда юз берганлиги сабабли

$$Q_1=\frac{m}{\mu}C_p(T_2-T_1)$$

бўлади.

Иссиқликнинг ташқарига берилиши билан боғлиқ бўлган процесс (DA тармоқ) изохорик процессдир, шунинг учун:

$$Q_2=\frac{m}{\mu}C_V(T_3-T_0).$$

Q_1 ва Q_2 нинг бу ифодаларидан фойдаланиб, иш ифодасини топамиз:

$$A=\frac{m}{\mu}C_V[\gamma(T_2-T_1)-(T_3-T_0)].$$

Дизель циклининг фойдали иш коэффициенти:

$$\eta_D=\frac{A}{Q_1}=1-\frac{1}{\gamma}\frac{T_3-T_0}{T_2-T_1}.$$

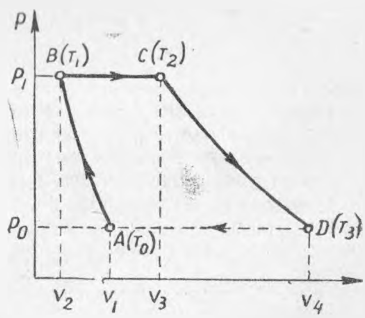
Адиабата ва изобара тенгламаларидан фойдаланиб, бу ифодани қуйидаги кўринишга келтириш мумкин:

$$\eta_D=1-\frac{\left(\frac{V'_1}{V_1}\right)^{\gamma-1}-1}{\gamma\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}\cdot\left(\frac{V'_1}{V_1}-1\right)},$$

бунда V'_1— нуқта C га мос ҳажмдир (182-расм). Демак, Дизель циклининг фойдали иш коэффициенти сиқилишнинг V_2/V_1 ва V'_1/V_1 қийматлари орқали ва политропа кўрсаткичи γ орқали аниқланади.

Дизель двигателларининг фойдали иш коэффициенти 35% га етади.

4. *Пульсланувчи ҳаво-реактив двигателининг иш цикли.* § 41 да биз пульсланадиган ҳаво-реактив двигателнинг схемасини берган эдик. Бу двигателнинг ишига тегишли бўлган маълум циклни чизиш мумкин (183-расм). A диффузорга кирган ҳаво (100-расмга қаранг, § 41) унинг тор олди қисмидан кенг қисмига ўтади, бунинг натижасида ҳавонинг тезлиги пасаяди. Бу вақтда, Бернулли тенгламасига кўра (§ 40), ҳавонинг босими дастлабки p_0 қийматидан бирор чекли p_1 қийматгача кўтарилади. Демак, ҳаво сиқилади; бу сиқилиш 183-расмда AB адиабата (аниқроги политропа) билан тасвирланган. Ёниш камерасида ишловчи аралашма ўзгармас p_1 босимда исийди (BC чизиқ), бу вақтда аралашмага Q_1 иссиқлик миқдори берилади; аралашманинг температураси T_1 дан T_2 гача кўтарилади, ҳажми эса V_2 дан V_3 гача катталашади. C соплода адиабатик сиқилиш давом қилади ва ишловчи аралашма ташқарига катта тезликда чиқариб ташланади, натижада реактив куч вужудга келади. Амалда цикл ёпилмай қолади,



183-расм. Ҳаво-реактив двигателининг иш цикли.

лекин схемада уни ёпиқ ҳолда тасвирлаш мумкин. Бунинг учун ишловчи модда ўзгармас p_0 босимда яна қайтадан V_1 ҳажмгача сиқилади (DA чизиқ), деб фараз қилиш керак. Бу ҳолда совиткичга Q_2 иссиқлик миқдори узатилади. Циклнинг фойдали иш коэффициенти:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}.$$

Аралашма ўзгармас босимда ёнганлиги ва совиганлиги сабабли:

$$Q_1 = \frac{m}{\mu} C_p (T_2 - T_1); \quad Q_2 = \frac{m}{\mu} C_p (T_3 - T_0),$$

шунинг учун:

$$\eta = 1 - \frac{T_3 - T_0}{T_2 - T_1}.$$

AB ва CD адиабаталарнинг тенгламаларидан қуйидагиларни топамиз:

$$\frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}; \quad \frac{T_2}{T_3} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}, \quad \text{бундан} \quad \frac{T_3}{T_0} = \frac{T_2}{T_1}.$$

Температуралар орасидаги бу муносабатдан фойдаланиб, фойдали иш коэффициенти η нинг ифодасини қуйидагича ўзгартирамиз:

$$\eta = 1 - \frac{T_3 - T_0}{T_2 - T_1} = 1 - \frac{T_0}{T_1}.$$

Демак, T_3 ва T_2 оралиқ температуралар роль ўйнамайди ва фойдали иш коэффициенти фақат T_0 ва T_1 температураларнинг қийматлари орқали аниқланади.

AB адиабатанинг тенгламасидан фойдаланиб, температуралар нисбати T_0/T_1 ни V_1 ва V_2 ҳажмлар нисбати билан алмаштириш мумкин:

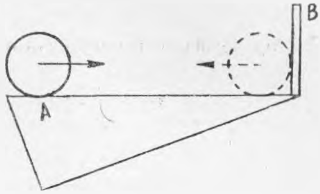
$$\frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}, \quad \text{бундан} \quad \eta = 1 - \frac{1}{\left(\frac{V_0}{V_2}\right)^{\gamma - 1}}.$$

Охирги ифоданинг кўрсатишича, ҳаво-реактив двигателнинг фойдали иш коэффициенти фақат V_1/V_2 сиқилиш ва политропа кўрсаткичи γ орқали аниқланади. Мана шу кўрсатилган схема асосида қурилган ҳаво-реактив двигателларда сиқилиш унча катта бўлмагани учун уларнинг фойдали иш коэффициенти кичик бўлади.

§ 75. **Қайтувчан ва қайтмас процесслар.** Ҳар икки йўналишда ҳам бора оладиган, шу билан бирга, агар процесс дастлаб бир йўналишда, сўнг акс йўналишда борганда *атрофдаги жисмларда ҳеч қандай ўзгариш юз бермагани ҳолда*, система ўзининг бошланғич ҳолатига қайтадиган процессга қайтувчан процесс деб айтамиз.

Қайтувчан процессга мисол келтирамиз. Абсолют эластик оғир шар қия текисликнинг A нуқтасида маҳкамлаб қўйилган бўлсин

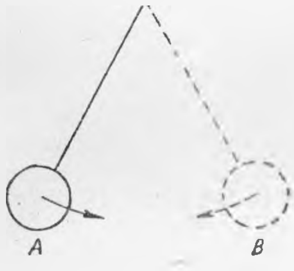
(184-расм). Қия текисликнинг охирида текисликка тик қилиб абсолют эластик қўзғалмас B деворча ўрнатилган бўлсин. Агар биз шарни қўйиб юборсак, у қия текислик бўйича думалаб тушиб, B деворчага урилади, сўнгра ундан эластик равишда қайтиб яна қия текисликнинг A нуқтасигача думалаб чиқади. Бунда атрофдаги жисмларда хеч қандай ўзгариш юз бермагани ҳолда шар яна A нуқтага чиқди, яъни шарнинг тушиш процесси тескари йўналишда тўла қайтарилди.



184-расм. Абсолют эластик шарнинг қайтувчан думалаши.

Ишқалишсиз тебранаётган маятникнинг ҳаракати ҳам қайтувчан процесснинг мисоли бўла олади: биринчи ярим даврда A нуқтадан B нуқтагача босиб ўтилган йўлни (185-расм) маятник иккинчи ярим даврда акс йўналишда босиб ўтади ва атрофдаги жисмларда хеч қандай ўзгариш юз бермагани ҳолда маятник A нуқтага қайтиб келади. Умуман айтганда, ишқалишсиз ва эластикмас урилишсиз юз берадиган барча соф механик процесслар қайтувчан бўлади.

Карнонинг идеал цикли мисолида биз маълум иссиқлик миқдори $Q_1 - Q_2$ ҳам қайтувчан процесс билан, бу процесснинг ўзи янада мураккаброқ процесснинг фақат бир звеноси бўлса-да, A ишга айлантирилиши мумкинлигини кўрган эдик: бу процесс мобайнида иситкичдан совиткичга Q_2 иссиқлик миқдори ўтади. Худди ўша Карно циклини совуқлик машинаси сифатида ишлатиб биз A иш хисобига қайтадан $Q_1 - Q_2$ иссиқлик миқдорини ҳосил қилишимиз ва Q_2 иссиқлик миқдорини совиткичдан иситкичга қайтариб беришимиз мумкин. Аммо биз бундай ҳол *фақат мувозанатли, яъни чексиз секин ўтадиган Карно циклидагина* мумкинлигини, бундай процессни эса амалга ошириб бўлмаслигини таъкидлаб ўтган эдик. Иш иссиқликка айланадиган реал процессларнинг ҳаммаси қайтмас бўлади, чунки ишнинг иссиқликка айланиши бирор бошқа процессларсиз амалга оширилиши мумкин, лекин иссиқликнинг ишга айланиши эса фақат қандайдир бошқа процесслар билан биргаликдагина юз бера олади.



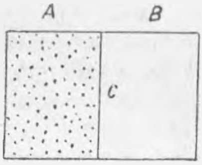
185-расм. Маятникнинг қайтувчан тебраниши.

Қайтмас процесс шундай процессдирки, унга акс бўлган процесс фақат мураккаброқ процесснинг бир звеноси сифатидагина юз бера олади.

Демак, қайтмас процесслар учун *уларнинг ўтиш йўналиши* муҳимдир. *„Мусбат“* деб аталадиган бир йўналишда улар „ўз-ўзича“ ўтади, яъни улар ёпиқ системада бўлиб ўтадиган *бирдан-бир* процесслардир. *„Манфий“* деб аталадиган бошқа йўналишда эса улар фақат бошқа бир „мусбат“ процесс билан биргаликдагина ўтиши мумкин. Чунончи, иш ҳамма жойда ва ҳамма вақт „ўз-ўзича“ иссиқликка айланади. Ишқалиш ҳодисаси ёки жисмларнинг ўзаро эластикмас таъсирлари қатнашадиган барча процессларда бажарилган иш ҳисобига иссиқлик ҳосил бўлади. Иссиқликнинг ишга айланиши эса фақат мураккаброқ процесснинг бир қисми сифатидагина учрайди. Карно цикли ёки унга ўхшаш бўлган бошқа цикл бажарилганда иссиқликнинг ишга айланиш процесси иссиқликнинг иссиқроқ жисмдан (иситкичдан) совуқроқ жисмга (совиткичга) узатилишидан иборат бўлган „мусбат“ процесс билан биргаликда юз беради.

Иссиқликнинг иссиқ жисмдан совуқ жисмга узатилиши (иссиқлик ўтказувчанлик ҳодисаси) ҳам қайтмас процессдир. Жисмларнинг температурасини тенглаштиришга олиб борадиган бу процесс ҳам „ўз-ўзича“ ўтади, яъни у ёпиқ системада юз бераётган бирдан-бир процесс бўла олади. Бунга акс бўлган „манфий“ процесс— иссиқликнинг совуқроқ жисмдан иссиқроқ жисмга ўтиши — „ўз-ўзича“ юз бермайди. Совуқлик машина ишлаган вақтда иссиқликнинг совуқроқ жисмдан иссиқроқ жисмга узатилиши фақат бошқа бир „мусбат“ процесс билан, яъни A ишни сарфлашдан иборат бўлган процесс билан параллел равишдагина амалга оширилади. Бажарилган A иш эса ηQ_1 иссиқлик миқдорига айланиб, иситкичга берилади.

Қайтмас процесснинг яна бир мисоли сифатида газнинг бўшлиққа чиқиб кенгайишини келтириш мумкин. C тўсиқ ёрдамида бир-бирига тенг A ва B қисмларга ажратилган идишни кўз олдимизга келтирайлик (186-расм). Идишнинг A қисмида газ бор, B қисми бўш. Агар тўсиқ олиб ташланса, газ дарҳол „ўз-ўзича“ кенгайиб, B қисмни тўлдиради ва бутун идишга текис тарқалади. Ташқи кучлар ёрдами билан бирор иш бажарибгина газни яна қайтадан A-қисмга йиғиш мумкин бўлади. Бу иш натижасида газ исийди, яъни газнинг сиқилишидан иборат бўлган „манфий“ процесс ишнинг иссиқликка айланишидан иборат бўлган „мусбат“ процесс билан биргаликда юз беради.



186-расм. Идишнинг икки ярми бўйича газнинг тақсимланиши.

Газнинг кенгайишидан иборат бўлган „мусбат“ процесс иссиқликнинг ишга айланиши билан биргаликда юз берадиган процесс бўла олиши мумкин. Чунончи, газ изотермик равишда кенгайганда унга ташқаридан бериладиган Q иссиқлик миқдорининг ҳаммаси A ишга айланади; бу ҳолда иссиқлик иссиқ жисмдан совуқроқ жисмга узатилмайди, лекин газнинг қайтмас („мусбат") кенгайиши юз беради. Демак, ҳар қандай „манфий" процесс, албатта, бирор „мусбат" процесс билан компенсацияланади.

§ 76. Термодинамика иккинчи бош қонунининг статистик маъноси. Энди қуйидаги саволни қўямиз: модомики, модданинг молекуляр-кинетик назариясига асосан ҳамма процесслар молекулалар механик ҳаракатининг ва, демак, молекулалар қайтувчан ҳаракатининг натижаси экан, реал процессларнинг қайтмас бўлишлигини шу назария билан қандай келиштириш мумкин?

Молекуляр-кинетик назарияга асосан, газ тартибсиз ҳаракатланувчан молекулаларнинг тўплами бўлиб, бу молекулалар бир-бири билан ва идиш деворлари билан эластик тўқнашишиб туради.

Ҳар бир алоҳида олинган молекуланинг ҳаракати қайтувчан бўлади. Агар шундай бўлса, нима учун молекулалар тўпламининг ҳаракати қайтмас бўлади, деган савол туғилади.

Алоҳида ҳодисаларнинг эҳтимоллиги ҳақидаги тушунчага ва энг кўп эҳтимолликли ҳолатларни статистик усулда ҳисоблашга асосланиб, бу саволга жавоб бериш мумкин.

Эҳтимоллик тушунчасини аниқлаб олиш учун ўйин суякчасини ташлашдан иборат бўлган энг содда мисолга мурожаат қилайлик.

Суякча — ёқларига 1 дан 6 гача номерлар қўйилган бир жинсли мунтазам куб бўлсин. Суякчани ташлаш мураккаб процессдир. Ташлаш шароити тартибсиз равишда ўзгаргани учун, бирор номернинг чиқиши *тасодифий* ҳодисадир. Бироқ, агар биз суякчани етарли даражада кўп марта ташласак, номерлардан тахминан ҳар бир ташлашга баробар сон тўғри келади.

Фараз қилайлик, биз суякчани ҳаммаси бўлиб N марта ташлаган бўлайлик ва қандайдир аниқ бир номер m марта чиққан бўлсин, у ҳолда, ташлашлар сони N жуда катта бўлганда m/N нисбат аниқ қийматга (бизнинг мисолда 1/6 га) интилади. Бу m/N нисбатнинг $N \to \infty$ бўлгандаги лимити ана шу номернинг чиқиш *эҳтимоллиги* p ни аниқлайди:

$$p = \lim_{N \to \infty} \frac{m}{N}. \tag{1}$$

Эҳтимолликнинг бу таърифини биз ҳар қандай воқеаларга ҳам умумлаштира оламиз. Бунинг учун, ўтказилган тажрибалар сони N та деб кутилган воқеа рўй берган қулай ҳолларнинг сони m та бўлган деб олсак, бу ҳодисанинг эҳтимоллиги p ҳам (1) тенглик орқали ифодаланади.

Эҳтимоллик мазкур ҳодисага ҳақиқатан ҳам тааллуқли бирор хоссани объектив ифодалайди; у, чексиз кўп марта такрорланиши мумкин бўлган маълум тажриба шароитида аниқ бир воқеанинг вужудга келиш имконияти даражасини кўрсатувчи сонли характеристикани беради. Шу нарсани кўзда тутиш керакки, тажрибалар сони, ҳатто у жуда катта бўлса ҳам, чекли сон бўлганда, эҳтимолликка суяниб, тажрибаларнинг натижасини олдиндан *аниқ қилиб эмас*, балки тақрибангина айта оламиз. Шу билан бирга, тажрибалар сони кўпайган сари, аниқлик даражаси орта боради.

Эҳтимолликларни билиш турли катталикларнинг такрорий тажрибаларда эга бўла оладиган *ўртача* қийматларини аниқлашга имкон беради. Ўйин суякчасини ташлашда чиққан номерларнинг ўртача қийматини топмоқчимиз, деб фараз қилайлик. Агар N марта ташлаш натижасида n_1 номер m_1 марта, n_2 номер m_2 марта чиққан бўлса ва ҳоказо чиққан номерларнинг ўртача қиймати қуйидагича бўлади:

$$\bar{n} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i m_i}{N},$$

бунда k — суякчадаги турли номерларнинг сони (бизнинг мисолда $k = 6$).

Таърифга кўра, $N \to \infty$ бўлганда $m_i/N \to p_i$ бўлади, бунда p_i — n_i — номерларнинг чиқиш эҳтимоллигидир. Демак, суякчани жуда кўп ташлаганда, номерларнинг ўртача қиймати қуйидаги қийматга интилади:

$$\bar{n}_\infty = \sum_{i=1}^{k} p_i n_i.$$

Биз кўраётган мисолда ҳамма эҳтимолликлар

$$p_i = {}^1/_6 \text{ ва } \bar{n}_\infty = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = 3{,}5.$$

Бундан кўринадики, ўртача қийматни мана шундай ҳисоблаш *статистик характерга* эга.

Моддани характерловчи макроскопик катталиклар алоҳида молекулаларнинг тартибсиз таъсирларидан келиб чиқадиган ўртача қийматлар характерига эга эканлиги § 66 да кўрсатиб ўтилган эди. Биз амалда ҳар бир молекуланинг ҳаракатини алоҳида аниқлай олмаймиз ва шу маънода, унинг ҳаракати тасодифийдир. Лекин, молекулалар сони жуда ҳам кўп бўлгани учун ўртача катталикларда тасодифийлик элементлари бўлмайди ва муайян шароитда улар аниқ қийматларга эга бўладилар. Биз газнинг бир қатор макроскопик ҳолатларини кузатяпмиз, деб фараз қилайлик. Бу ҳолатлардан ҳар бири молекулаларнинг қандайдир биргина ҳаракат ҳолати натижасида эмас, балки кўп ҳаракат ҳолатлари натижасида вужудга келади. Равшанки, алоҳида молекулаларнинг мумкин бўлган ҳаракат ҳолатларининг кўпчилиги вужудга келтирган макроскопик ҳолат, бошқа ҳолатларга қараганда тезроқ вужудга келиб туради, у кўпроқ эҳтимолликка эга бўлади. Буни идишнинг икки ярми орасида тақсимланган газ мисолида тушунтирамиз.

Дастлаб, газ ҳаммаси идишнинг A қисмида бўлган тўрттагина молекуладан иборат, деб фараз қиламиз (186-расм); идишнинг B қисми бўш. C тўсиқни олиб ташласак, тартибсиз ҳаракатланаётган молекулалардан баъзилари идишнинг B қисмига учиб кирадилар, бу эса газ кенгайди демакдир. Бундан сўнг тўрт молекуланинг ҳаммаси бутун идиш ичида уча бошлайдилар, лекин бунда идишнинг ҳар бир ярмида ҳамма вақт иккитадан молекула бўлиши шарт эмас. Уларнинг тартибсиз ҳаракатланиши натижасида, идишнинг бир қисмида идишнинг уч молекула, бошқа қисмида эса бир молекула бўладиган ҳоллар ҳам вужудга келиши мумкин. Тўрт молекуланинг ҳаммаси тасодифан яна идишнинг A қисмига учиб кирадиган ҳол ҳам юз бериши мумкин; агар биз шу пайтда C тўсиқни қўйсак, газ яна идишнинг шу қисмидагина тўпланган бўлиб қолади. Шундай қилиб, газ тўрт молекуладан иборат бўлганда, унинг дастлаб кенгайиши ва кейин ўз-ўзича сиқилиши тамомила мумкин экан. Газнинг кенгайиш процесси қайтувчан процесс бўлиб чиқди.

Бироқ тартибсиз ҳаракат натижасида ҳамма молекулалар идишнинг бир қисмига тўпланадиган ҳолат идишнинг ҳар икки қисмида ҳам бир нечтадан молекулалар бўладиган ҳолатларга қараганда камроқ эҳтимолликка эгадир. Олинган тўрт молекулани a, b, c, d ҳарфлар билан белгилаймиз. У ҳолда идиш қисмлари орасида молекулаларнинг қуйидаги 16 та тақсимоти бўлиши мумкин:

	Идиш қисмлари		Ҳолатлар сони	Идиш қисмлари		Ҳолатлар сони
	A	*B*		*A*	*B*	
Молекулалар тақсимоти	0	*abcd*	2	*ab*	*cd*	6
	abcd	0		*ac*	*bd*	
	a	*bcd*	8	*ad*	*bc*	
	b	*acd*		*bc*	*ad*	
	c	*abd*		*bd*	*ac*	
	d	*abc*		*cd*	*ab*	
	bcd	*a*		Жами . . .		16
	acd	*b*				
	abd	*c*				
	abc	*d*				

Ҳаракат тартибсиз бўлгани учун бу ҳолатларнинг ҳар бири баробар мартадан вужудга келади. Идишнинг ҳар икки қисмида ҳам молекулалар бўладиган ҳолларнинг сони 14 га тенг эканлиги кўриниб турибди; идишнинг бир қисми бўш бўладиган ҳолларнинг сони эса ҳаммаси бўлиб 2 та. Ҳамма молекулалар яна идишнинг A қисмида бўлиб қоладиган тақсимот, бошқача тақсимотларга қараганда 16 марта сийрак учрайди; унинг эҳтимоллиги $^1/_{16}$ га тенг. Бироқ молекулаларнинг ҳаракат тезлиги жуда катта бўлганда, ҳолатлар бир-бирининг кетидан тез-тез келиб туради ва, афтидан, кенгайган газнинг яна „ўз-ўзича" сиқилиб қолишини унчалик узоқ кутиш керак бўлмайди. Аммо молекулаларнинг сони жуда ҳам кам бўлгандагина ана шундай бўлади.

Идишнинг икки қисми орасидаги n та молекула тақсимотларининг умумий сони $z = 2^n$ бўлишлигини кўрсатиш мумкин. Мана шунча тақсимотдан фақат биттасидагина n молекуланинг ҳаммаси идишнинг A ярмида бўлиб, B ярмида битта ҳам молекула бўлмайди. Амалда биз учратадиган ҳолларда ҳамма вақт молекулалар сони n жуда ҳам катта бўлади. Агар идишнинг A ярмининг ҳажми 1 $см^3$ бўлиб, у нормал шароитдаги газ билан тўлатилган деб фараз қилсак, у ҳолда $n = 3 \cdot 10^{19}$ ва, демак, мумкин бўлган тақсимотларнинг сони $z = 2^{30\,000\,000\,000\,000\,000\,000}$ бўлади. Мана шу z хил ҳолатлардан фақат биттасидагина газ яна ўз-ўзича идишнинг A қисмига йиғилади. Кўриниб турибдики, бундай воқеанинг эҳтимоллиги ғоят кичиклигидан, уни амалда вужудга келтириб бўлмаслиги аёндир. Шундай қилиб, биз муҳим хулосага келамиз: газнинг бўшлиққа кенгайишининг қайтмаслиги статистик характерга эга, яъни газнинг ўз-ўзича сиқилишидан иборат „манфий" процесснинг эҳтимоли жуда кичикдир.

Бу натижани умумлаштириш мумкин: *қайтмас процесс шундай процесски, унга акс бўлган процесснинг эҳтимоли жуда ҳам кичикдир.* „Мусбат" процессга акс бўлган процесснинг ёпиқ системадаги бирдан-бир процесс сифатида ўтиши принципиал жиҳатдан мумкин бўлмаган ҳол эмас. У ниҳоятда кичик эҳтимолликка эга бўлгани сабабли, ҳақиқатда учрамайди. *Ёпиқ системадаги ҳамма процесслар система ҳолати эҳтимоллигининг кўпайиши томонига қараб ўтади.*

Бу айтилганларнинг ҳаммаси бажарилган иш ҳисобига ҳосил қилинган маълум миқдор иссиқликни жисмга беришдан иборат бўлган ҳолга ҳам тааллуқлидир. Бу процесс жисмнинг ташқи кучлар таъсирида вужудга келган макроскопик ҳаракати ҳисобига молекулалар тартибсиз ҳаракатининг вужудга келишини кўрсатади. Демак, бу процесс *тартибли ҳаракатнинг тартибсиз ҳаракатга* айланишидан иборатдир — бундай айланишнинг эҳтимоллиги каттадир.

Молекулаларга берилган иссиқлик миқдори ҳисобига иш ҳосил қилиниши *молекулалар тартибсиз ҳаракатининг макроскопик жисмнинг тартибли ҳаракатига айланишини* кўрсатади — бундай айланишнинг эҳтимоллиги жуда ҳам камдир.

Шундай қилиб, термодинамиканинг иккинчи бош қонуни ишнинг иссиқликка айланишидан иборат бўлган процесснинг қайтмас бўлишига сабаб, иссиқликнинг ишга айланиши эҳтимоли каттароқ бўлган ҳолатдан эҳтимоли кичикроқ бўлган ҳолатларга ўтишдан иборат эканлигини кўрсатади. Модданинг молекуляр-кинетик назарияси қайтмас процесс ҳақидаги тушунчага ва термодинамикани иккинчи бош қонунига зид эмас, балки уларга янада чуқурроқ маъно беради ҳамда улардан фойдаланиш мумкин бўлган чегараларни кўрсатади.

Термодинамиканинг иккинчи бош қонунида ифодаланган қонуниятнинг статистик характерга эга эканлиги кўриниб турибди. Статистик қонуниятнинг классик механикадаги механик (динамик) қонуниятлардан фарқли эканлиги юқорида айтилганлардан кўриниб турибди. Чунки классик механикада хар бир алоҳида процесс учун бир қанча физик катталикларнинг қиймати бўйича бошқаларининг қийматини бир қийматли равишда исталганча аниқликда топиш мумкин. Шундай бўлса-да, статистик қонуният умуман бутун системанинг ҳолатини кўрсатади ва шу маънода системанинг объектив хоссаларини ифодалайди. Ҳар бир айрим ҳодиса тасодифий, лекин тасодифий ҳодисаларнинг жуда катта мажмуаси заруриятга олиб келади. Статистик қонуният тасодифийлик билан зарутиятнинг диалектик бирлигига яққол мисол бўлади.

Ўртача микдорларни топишда қатнашган алоҳида воқеалар сони қанча катта бўлса, статистик қонуниятнинг хулосалари кузатиш натижаларига шунча яқин бўлади; статистик қонуният шу маънода тақрибийдир. Кичик масштабларда статистик қонуниятдан четлашишлар юз бериши мумкин.

Демак, қайтмас процесс ҳақидаги тушунча фақат макроскопик жисмларгагина, яъни жуда кўп молекулалардан ташкил топган жисмларгагина тааллуқлидир. Молекулалар сони унча кўп бўлмаган тўпламга нисбатан қайтмас процесс ҳақидаги тушунчани татбиқ этиш мумкин эмас. Тўртта молекуладан иборат бўлган „газ" мисолида бундай „газ" ўз-ўзича сиқила олишини кўрдик. Зарралар унча кўп бўлмаганда энг кўп эҳтимолликли ҳолатдан бир қадар четлашишларнинг юз бериши амалда мумкин бўлиб қолади. Масалан, макроскопик нуқтаи назардан, ҳамма жойда зичлиги бирдай бўлган газнинг ҳолати энг кўп эҳтимолликли ҳолат бўлади. Лекин, агар газни ҳар бирининг ичида бир нечтадангина молекуласи бўлган қўшни икки кичик ҳажмга ажратсак, улардаги молекулалар текис тақсимланмаган ҳоллар ҳам юз беради. Тўртта молекуланинг икки тенг ҳажм бўйича тақсимланиши устида юқорида бажарилган ҳисоблашнинг кўрсатишича, бу ҳолда-ҳар икки ҳажмда ҳам иккитадан молекула бўладиган ҳолатларга қараганда ҳажмлардан бирида уч молекула ва иккинчисида бир молекула бўладиган ҳолатлар кўпроқ учрайди.

Кичик масштабларда ўртача қийматлардан бу тариқа воқе бўладиган четлашишларни *флуктуация* деб аталишини айтиб ўтган эдик. Кўп молекулаларнинг ўртача таъсирини ифодаловчи ҳар қандай физик катталик *флуктуацияларга* учрайди. Флуктуациялар кўп ҳодисаларда намоён бўлади. Масалан, оптикага бағишланган бўлимда (III том) осмоннинг ҳаво ранг бўлишига сабаб газ зичлигининг флуктуацияси эканини кўрамиз.

Молекулалар урилишларининг кичик масштабларда юзага чиқадиган текиссизлиги босимнинг флуктуациясини вужудга келтиради. Босимнинг флуктуацияси зарраларнинг броун ҳаракатига сабабчи бўлади (§ 43 билан солиштиринг). Броун зарралари шунчалик майда объектларки, улар термодинамиканинг иккинчи бош қонунига бўйсунмайди. Масалан, бирор броун зарраси иссиқлик ҳаракатида бўлган молекулаларнинг зарби таъсирида оғирлик кучини енгиб, пастроқ қатламдан юқорироқ қатламга кўтарила олади. Заррани кўтаришдаги механик иш молекулалар иссиқлик ҳаракатининг энергияси ҳисобига бажарилиб, бу процесс берилган ҳолда ягона процессдир. Юқорига кўтарилган броун зарраси, тасодифан, яна пастга тушиши ва ўзининг потенциал энергиясини атрофдаги молекулаларнинг иссиқлик ҳаракат энергиясига айлантириш мумкин.

Бу микроскопик масштабларда иссиқликнинг ишга айланиш процесси қайтувчан бўлиб чиқади, иккинчи бош қонун бузилади, бироқ иккинчи бош қонуннинг бу бузилишидан макроскопик масштабда фойдаланиб бўлмайди. Броун зарраларининг энергиясини тўплаш учун биз фойдаланмоқчи бўлган ҳар қандай механизмнинг ўзи флуктуациядан холи бўлмай, энергияни бундай йиғиш имкониятини бермайди.

Флуктуацияларнинг мавжудлиги биз ўтказадиган ўлчашларнинг аниқлик чегарасини белгилашини айтиб ўтиш муҳимдир. Ҳар қандай ўлчов асбоби, масалан, электр гальванометрининг қўзғалувчан системаси (стрелкаси) бўлади ва бу қисмнинг силжишига қараб текширилаётган физик катталик ўлчанади. Бу қўзғалувчан системанинг ўзи флуктуация таъсирида бўлади — кучсиз тартибсиз тебранишларга эга бўлади. Бу тебранишларнинг ўртача энергияси $^1/_2\ kT$ га тенг бўлишини кўрсатиш мумкин, бунда k — Больцман доимийси, T — атрофдаги муҳитнинг температураси. Демак, бу система билан ўлчанаётган энергия (масалан, электр токининг энергияси) $^1/_2\ kT$ дан катта бўлиши керак. Аниқроқ ҳисоблашларнинг кўрсатишича E энергияни ўлчашдаги ΔE хатолик πkT га яқин катталик бўлади. Уй температураси ($T = 290°\ K$) учун $\pi kT = 1{,}26\cdot 10^{-20}$ *ж*. Демак, ҳар бир муайян T температурада ўлчов асбоби сезгирлигининг табиий чегараси мавжуд бўлиб, бу чегара асбобнинг конструкциясига боғлиқ эмас.

Кўпчилик ўлчов асбобларининг сезгирлиги бу чегарадан анча узоқ, лекин баъзи жуда аниқ ҳозирги замон ўлчов асбобларининг (электр ўлчов асбобларининг, ёруғлик энергиясининг оқимини ўлчовчи асбобларнинг ва ҳоказо) сезгирлиги бу чегарага етган. Атрофдаги муҳитнинг маълум бир T температурасида бу асбобларнинг сезгирлигини янада ошириб бўлмайди.

Қўзғалувчан енгил системанинг флуктуацион тебранишларидан фойдаланиб, тажриба йўли билан Авогадро сони N ни аниқлаш мумкин. Бундай тажрибалар N нинг тартиб жиҳатдан тўғри бўлган қийматини беради. Флуктуацион тебранишларни кузатиш учун жуда ингичка кварц ипидан ва унга осилган жуда кичкина енгил кўзгучадан иборат бўлган система ишлатилади. Атрофдаги ҳаво молекулаларининг урилишлари таъсирида система тартибсиз буралма тебранишлар қилади. Кўзгучадан қайтувчи нур маълум масофада ўрнатилган шкала устида шуълача ҳосил қилиб, шу шуълача ёрдамида системанинг буралма тебранишларини бевосита кузатиш мумкин бўлади.

Кўзгуча тебранишларининг $\overline{E}_k$ ўртача кинетик энергияси юқорида айтилганларга асосан $^1/_2\, kT$ га тенг. Иккинчи томондан, $\overline{E}_k$ тебранишларнинг ўртача потенциал энергияси $\overline{E}_p$ га тенг.

E_p учун § 89 даги (17) формуладан фойдаланиб, қуйидагини оламиз:

$$\overline{E}_p = \frac{1}{2} D\overline{\varphi^2} = \frac{1}{2} kT,$$

бунда D — ипнинг буралиш модули ва $\overline{\varphi^2}$ — буралиш бурчаги квадратининг ўртача қиймати.

Бу формула қуйидаги кўринишда ёзилиши ҳам мумкин:

$$\overline{\varphi^2} = \frac{kT}{D}. \tag{2}$$

Буралиш модули D ни бевосита ўлчаш қийин бўлгани учун, уни аниқлашда буралма тебранишларнинг частотаси ифодасидан фойдаланиш мумкин (§ 89 га қаранг, у ерда даврнинг $T = \frac{1}{\nu_0}$ ифодаси берилган):

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{I}},$$

бунда I — системанинг инерция моменти.

У ҳолда (2) муносабат қуйидаги кўринишга келади:

$$\overline{\varphi^2} = \frac{kT}{(2\pi\nu_0)^2 I},$$

бу ердаги Больцман доимийси k дан ташқари ҳамма катталиклар бевосита ўлчаниши мумкин.

Бу ўлчашларни бажариб, k ни топиш ва, демак, Авогадро сони $N = \frac{R}{k}$ ни ҳам аниқлаш мумкин.

Термодинамика иккинчи бош қонунининг қўлланишини чекловчи бошқа бир соҳа космик масштабларга тегишлидир. Ўтган асрнинг иккинчи ярмида баъзи физиклар ва философлар „коинотнинг иссиқлик ўлими“ деган гипотезани илгари сурганликлари муносабати билан шу масала устида тўхтаб ўтиш зарур. Коинотни ёпиқ система деб қараб ва унга термодинамиканинг иккинчи бош қонунини татбиқ қилиб, улар, маълум вақтдан кейин осмон жисмлари орасидаги температура фарқлари йўқолади ва коинот ҳамма жойда температура бирдай бўлган ҳолатга („иссиқлик ўлимига“) келиб қолиши керак, деган хулоса чиқардилар.

„Иссиқлик ўлими“ ҳақидаги гипотеза яна бошқа бир хулосага — температуралар фарқини қачонлардир вужудга келтирган „биринчи туртки“ ҳақидаги тушунчага ҳам, яъни пировардида тўппа-тўғри динчиликка — дунёнинг яратилганлигини тан олишга олиб боради.

Энгельс „Иссиқлик ўлими“ назариясининг реакцион моҳиятини очиб, унинг илмий жиҳатдан асоссиз эканлигини кўрсатиб берди.

Иссиқлик ўлими ҳақидаги хулосанинг асоссизлигига сабаб иккинчи бош қонуннинг бутун дунёдан иборат бўлган системага ҳақсиз равишда татбиқ қилинишидир. Иккинчи бош қонун вақт ва фазо масштаблари бутун коинот эволюциясининг масштабларидангина эмас, ҳатто юлдузларнинг каттагина тўплами эволюциясининг масштабларидан ҳам анча кичик бўлган вақт ва фазо масштабларида кузатиладиган қайтмас процесслар тушунчаси билан боғлиқдир. Ер шарида сезиларли роль ўйнамайдиган баъзи процессларнинг, масалан, бир элементнинг иккинчи бир элементга айланиши каби процессларнинг ҳатто биттагина юлдузнинг эволюциясида ғоят муҳим роль ўйнаши шубҳасиз. Бундай процессларнинг қонунларини биз ҳали кам биламиз.

Демак, иккинчи бош қонунни бутун коинотга ва чексиз катта вақт ораликларига умумлаштириш хатодир. Бу хато физик қонунларни абсолют қонунлар деб ҳисоблашдан ва уларнинг ҳақиқатга озми-кўпми яқинлашишини унутишдан иборат (§ 2 билан солиштиринг).

§ 77. Клаузиус тенгсизлиги. Энтропия. Ўтган параграфларда биз „манфий“ процессларнинг фақат бирор „мусбат“ процесс билан биргаликдагина воқе бўла олиши мумкинлигини аниқладик.

Қайтувчан Карно циклини текшириш $Q_1 - Q_2$ иссиқлик миқдорининг 4 ишга айланиши учун температураси T_1 бўлган иситкичдан температураси T_2 бўлган совиткичга узатилиши зарур бўлган Q_2 иссиқлик миқдорини аниқлаш имконини беради. Биз ҳозир бу миқдорий муносабатнинг § 73 даги (12) формула орқали берилган ифодасидан фойдаланамиз:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}. \tag{1}$$

Биз иситкичдан ишловчи моддага берилган иссиқлик миқдорини Q_1 орқали, совиткичдан ишловчи моддага берилган иссиқлик миқдорини эса $-Q_2$ орқали белгилашга келишган эдик (§ 73). Энди белгилашни ўзгартириб, ишловчи моддага иситкич томонидан ҳам, совиткич томонидан ҳам берилган иссиқлик миқдорларни Q ҳарфи (ишорасиз) билан белгилаймиз. У ҳолда, агар Q_2 совиткич томонидан ишловчи моддага берилган иссиқлик миқдорини билдирса, қуйидаги тенгсизлик мавжуд бўлади: $Q_2 < 0$: бундай белгилангандa (1) тенгликни қуйидагича ёзиш керак бўлади:

$$\frac{Q_1}{-Q_2} = \frac{T_1}{T_2}, \tag{1 a}$$

бундан

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0. \tag{2}$$

Q/T нисбат *келтирилган иссиқлик миқдори* дейилади: (2) формуланинг мазмуни қуйидагича таърифланиши мумкин: *қайтувчан Карно циклида келтирилган иссиқлик миқдорларининг йиғиндиси нолга тенг бўлади.*

Ихтиёрий Карно циклининг фойдали иш коэффициенти қуйидаги:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \leqslant \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

(қайтувчан Карно цикли учун фақат тенглик ишораси булади) тенгсизликни қаноатлантиришини § 73 да аниқлаган эдик. Шу сабабли, ихтиёрий Карно цикли учун қуйидаги муносабат келиб чиқади:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \qquad (2a)$$

яъни *ихтиёрий Карно цикли учун келтирилган иссиқлик миқдорларининг йиғиндиси нолдан катта бўла олмайди*. Бу тенгсизлик *Клаузиус тенгсизлиги* деб юритилади.

Клаузиус тенгсизлиги ҳар қандай айланма процессга татбиқ этила оладиган қилиб умумлаштирилиши мумкин.

Ҳар қандай айланма процессни жуда кўп сонли элементар Карно циклларига ажратиш мумкинлигини олдин кўриб ўтган (§ 73 га қаранг) эдик. Бу элементар Карно циклларидан ҳар бири мос равишда температураси T_i бўлган иситкичдан ΔQ_i иссиқлик миқдорини олиб температураси T_k бўлган совиткичга ΔQ_k иссиқлик миқдорини беради.

Бу элементар цикл учун Клаузиус тенгсизлигини ёзамиз:

$$\frac{\Delta Q_i}{T_i} + \frac{\Delta Q_k}{T_k} < 0. \qquad (3)$$

Агар элементар процесс қайтувчан бўлса, бу ерга тенглик ишораси қуйилади.

Барча элементар цикллар учун ёзилган (3) тенгликларни қўшиб, бутун цикл учун қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\sum \frac{\Delta Q}{T} < 0, \qquad (4)$$

яъни *ҳар қандай айланма процессда келтирилган иссиқлик миқдорларининг йиғиндиси нолдан катта бўла олмайди; қайтувчан процесс учун у йиғинди нолга тэнг.*

Процесс қайтувчан бўлганда (4) йиғиндининг қуйидаги контур интегралга айланишини кўрсатиш мумкин:

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0. \qquad (4a)$$

Интегралдаги dQ катталик эркли ўзгарувчилар ва уларнинг дифференциаллари орқали ифодаланади. Ҳолатни аниқловчи параметрлар (p, V ёки T) эркли ўзгарувчилар қилиб танлаб олинади.

Интеграл ишорасидаги айланача бу интегралнинг тўла қайтувчан айланма процесс бўйича ҳисобланишини кўрсатади.

Қайтмас процесс учун (4) йиғиндини контур интеграл билан алмаштириб бўлмайди, чунки интеграллашнинг p ва T ўзгарувчилари процесснинг қайтмас қисмларида аниқ қийматларга эга бўлмайдилар.

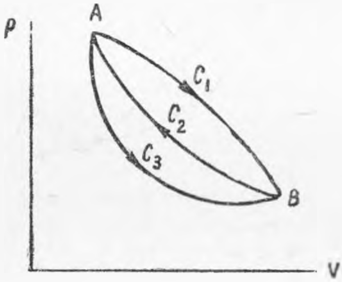
Қайтувчан процессда жисмга берилган келтирилган иссиқлик миқдорларининг йиғиндиси процесснинг қайси йўлдан юришига боғлиқ бўлмаслигини кўрсатамиз.

Бирор жисм, қайтувчан равишда A ҳолатдан (187-расм) B ҳолатга AC_1B эгри чизиқ билан тасвирланган йўл бўйича ўтаётган бўлсин. Тескари йўлни BC_2A билан белгилаб, AC_1B йўлни айланма процессгача тўлдирамиз. AC_1B йўлдаги келтирилган иссиқлик миқдорларининг йиғиндисини X орқали, BC_2A

йўлдаги келтирилган иссиқлик миқдорларининг йиғиндисини Y орқали белгилаймиз, у ҳолда (4) шартга кўра:

$$X + Y = 0. \tag{5}$$

A ҳолатдан B ҳолатга олиб борувчи яна бир йўлни AC_3B эгри чизиқ билан белгилаймиз; бу йўлдаги келтирилган иссиқлик миқдорларининг йиғиндисини X_1 орқали белгилаймиз; у ҳолда AC_3BC_2A айланма процесс учун:



187-расм. Берилган A ва B ҳолатлар орасидаги турли ўтиш йўллари.

$$X_1 + Y = 0.$$

Бу тенгликни (5) тенглик билан таққосласак:

$$X = X_1,$$

яъни AC_1B ва AC_3B йўллардаги келтирилган иссиқлик миқдорларининг йиғиндилари бир-бирига тенг бўлади. A ҳолатдан B ҳолатга олиб борувчи ҳар қандай бошқа йўл учун ҳам шу хулоса исбот қилиниши мумкин.

Шунинг учун, A ҳолатдан B ҳолатга қайтувчан равишда ўтишдаги келтирилган иссиқлик миқдорларининг йиғиндисини ифодаловчи

$$\int_A^B \frac{dQ}{T},$$

интеграл жисмнинг дастлабки ва охирги ҳолатлари билангина аниқланиб, процесснинг ўтиш йўлига боғлиқ эмас. Бу ҳол, жисмнинг ҳолати билан характерланувчи ва A ҳолатда S_A, B ҳолатда S_B қийматларга эга бўладиган қандайдир S катталикнинг мавжудлигини кўрсатади. Шу билан бирга $S_B - S_A$ айирма қуйидаги интегралга тенг бўлади:

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T}, \tag{6}$$

яъни A ва B ҳолатлар орасида ўтадиган қайтувчан ихтиёрий процессдаги келтирилган иссиқлик миқдорларининг йиғиндисига тенг бўлади.

$S_B - S_A$ айирма ҳолатнинг функцияси бўлган бирор S физик катталикнинг айирмасидир; бу физик катталик *энтропия* дейилади.

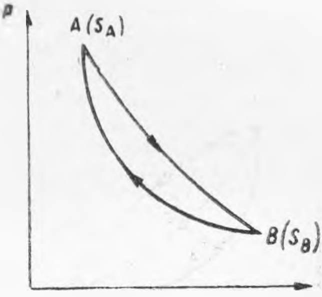
Юқорида келтирилган мулоҳаза йўли энтропиянинг абсолют қийматини аниқлаш имконини бермайди; фақат B ва A икки ҳолат энтропияларининг $S_B - S_A$ айирмасинигина аниқлаш мумкин.

Бирор ёпиқ система, A ҳолатдан бошлаб қайтувчан ABA *айланма процессни* бажаряпти, деб фараз қилайлик (188-расм); у ҳолда A ҳолатдан B ҳолатга ўтишдаги энтропиянинг ўзгариши

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T}.$$

Бутун цикл тамом бўлиб, система яна A ҳолатга қайтиб келганда, энтропиянинг шу A ҳолатдаги қийматини S'_A орқали белгилаймиз, у ҳолда:

$$S'_A - S_B = \int_B^A \frac{dQ}{T}.$$



188-расм. Қайтувчан айланма процесс бажарилганда энтропия ўзгармайди.

Лекин (4а) шартга кўра, қайтувчан процесс учун

$$\int_A^B \frac{dQ}{T} + \int_B^A \frac{dQ}{T} = 0,$$

бундан

$$S_B - S_A = -\left(S'_A - S_B\right)$$

ёки

$$S'_A - S_A = 0,$$

яъни *қайтувчан айланма процесс бажарилганда системанинг энтропияси ўзгармайди.*

Бирор A ҳолатдан B ҳолатга *шартли* равишда AC_1B чизиқ билан тасвирланган (189-расм) қайтмас йўл билан ўтишни текширайлик. Сўнг қайтувчан BC_2A йўлни танлаб олиб, шу йўл билан системани B ҳолатдан A ҳолатга қайтарамиз; у ҳолда бутун AC_1BC_2A айланма процесс қайтмас бўлади, чунки унинг бир қисми қайтмасдир. Бундан:

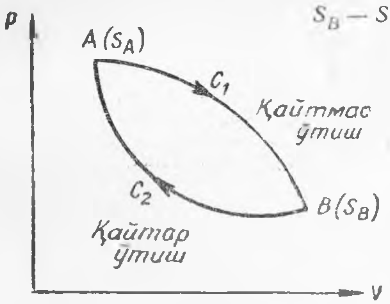
$$\sum_{AC_1B\ \text{қайтмас}} \frac{\Delta Q}{T} + \int_{BC_2A\ \text{қайтувчан}} \frac{dQ}{T} \leqslant 0.$$

Лекин таърифга кўра интеграл

$$\int_{BC_2A} \frac{dQ}{T} = S_A - S_B, \text{ бинобарин, } \sum_{AC_1B\ \text{қайтмас}} \frac{\Delta Q}{T} + (S_A - S_B) \leqslant 0.$$

бундан

$$S_B - S_A \geqslant \sum_{AC_1B\ \text{қайтмас}} \frac{\Delta Q}{T}. \qquad (7)$$



189-расм. A ва B ҳолатлар орасидаги қайтувчан ва қайтмовчан ўтишлар.

Агар система яккаланган бўлса, бутун система ташқаридан иссиқлик олмайди ҳам, ташқарига иссиқлик бермайди ҳам; шу сабабли бундай система учун $\Delta Q = 0$ ва (7) тенгсизликнинг ўнг томонидаги йиғинди нолга айланади. Бундан: *яккаланган системада фақат системанинг энтропиясини камайишига олиб келмайдиган процессларгина воқе бўлиши мумкин.*

Агар яккаланган системада бўлиб ўтган бирор процесс вақтида энтропия ўзгармай қолган бўлса, бу процесс акс йўналишда ҳам ўтиши мумкин, яъни у қайтувчан бўлади. Агар процесс вақтида энтропия кўпайган бўлса, унга акс процесснинг бўлиши мумкин эмас, яъни бундай процесс қайтмас бўлади. Шундай қилиб, *якkаланган системада қайтмас процесс ўтаётганда системанинг энтропияси кўпайиб боради.*

Қайтмас процесслар ўтиши мумкин бўлган икки йўналиш бир-биридан фарқли эканини юқорида кўриб ўтган эдик: йўналишлардан бирида (бу йўналишни „мусбат“ йўналиш деб атаган эдик) процесс „ўз-ўзича“ ўтиши мумкин, бошқасида („манфий“ йўналишда) эса у „ўз-ўзича“ ўтмайди. Бироқ, шу вақтгача биз олинган қайтмас процесс қайси йўналишда ўтади, деган масалани ҳал қилиш учун керакли белгига эга эмас эдик. Энтропия тушунчасини киритиш бу масалани ҳал қилади: *ёпиқ системада процесслар энтропия ўса борадиган йўналишда юз беради; системада юз бераётган процессларнинг ҳаммаси қайтувчан бўлган хусусий ҳолда энтропия ўзгармай қолади.*

Процессларнинг қайтмаслик характери эҳтимоллиги камроқ бўлган ҳолатлардан эҳтимоллиги кўпроқ бўлган ҳолатларга ўтиш билан боғлиқлиги § 75 да кўрсатилган эди. Шунинг учун, қайтмас процессларнинг ўтиш йўналишини кўрсатадиган энтропия ҳам эҳтимоллик билан алоқадор бўлиши керак. Больцманнинг кўрсатишича, *S энтропия ҳолат эҳтимоллигининг логарифмига пропорционалдир:*

$$S = k \ln W,$$

бунда W — берилган ҳолатнинг эҳтимоллиги; пропорционаллик коэффициенти ролини Больцман доимийси k ўйнайди.

Модомики, $\int\limits_A^B \frac{dQ}{T}$ ифода энтропиянинг ўзгаришинигина берар экан, маълум бир ҳолат энтропиясининг ўзи фақат аддитив ўзгармасгача аниқликда топилади:

$$S = \int\limits_O^A \frac{dQ}{T} + S_0, \tag{8}$$

бунда $\int \frac{dQ}{T}$ олинчи ҳолат сифатида олинган бирор ҳолатдан берилган A ҳолатга қайтиш йўли бўйича олинади.

(8) тенгликни дифференциаллаб, энтропиянинг тўла дифференциали ифодасига эга бўламиз:

$$dS = \frac{dQ}{T}. \tag{9}$$

1-мисол. 100 *г* сув $t_1 = 15°C$ дан $t_2 = 0°C$ гача совитилгандаги энтропия ўзгариши топилсин.

(6) формулага асосан, энтропиянинг ўзгариши қуйидагига тенг:

$$S_B - S_A = \int\limits_A^B \frac{dQ}{T}.$$

Сувни иситганда ҳажмнинг ўзгаришини жуда ҳам кичик деб ҳисобласак:

$$dQ = m\ c\ dT$$

бўлади, бунда m — сувнинг массаси, c — унинг солиштирма иссиқлик сиғими. Сув учун иссиқлик сиғими c ни ўзгармас деб ҳисоблаш мумкин, бундан:

$$S_2 - S_1 = mc \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = m\,c\,\ln\frac{T_2}{T_1}. \qquad (10)$$

Бу (10) ифодага $m = 100$ *г*, $c = 1$ *кал/г·град*, $T_2 = 273$°K ва $T_1 = 288$°K қийматларни қўйиб, қуйидаги натижага эга бўламиз:

$$S_2 - S_1 = 100 \cdot 1 \cdot \ln\frac{273}{288}\ \textit{кал/град} = -5{,}1\ \textit{кал/град}.$$

2-мисол. 280 *г* азотнинг ҳажми изотермик равишда 5 марта ортганда энтропиясининг ўзгариши топилсин.

Термодинамиканинг биринчи бош қонунига асосан:

$$dQ = dU + dA. \qquad (11)$$

Ички энергия запасининг dU ўзгариши:

$$dU = \frac{m}{\mu} C_V\, dT,$$

бунда μ — молекуляр оғирлик ва C_V — газнинг ўзгармас ҳажмдаги моляр иссиқлик сиғими.

dA иш:

$$dA = p\, dV.$$

Азотни идеал газ деб ҳисоблаб, шнинг бу ифодасини ўзгартириб ёзамиз:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT, \text{ бундан } p = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{RT}{V}.$$

p нинг бу қийматидан фойдаланиб, dA иш учун қуйидаги ифодани топамиз:

$$dA = \frac{m}{\mu} RT\, \frac{dV}{V}.$$

dU ва dA учун топилган ифодаларни (11) га қўйиб, идеал газ учун

$$dQ = \frac{m}{\mu}\left(C_V\, dT + RT\frac{dV}{V}\right)$$

тенгликни ҳосил қиламиз.

dQ нинг бу ифодасидан фойдаланиб, энтропиянинг ўзгариши учун қуйидаги формулани ҳосил қиламиз:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \frac{m}{\mu}\left(\int_{T_1}^{T_2} C_V \frac{dT}{T} + R\int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}\right).$$

Иссиқлик сиғими C_V ни температурага боғлиқ эмас деб ҳисоблаб, интеграллаш амалини бажарамиз:

$$S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu}\left(C_V \ln\frac{T_2}{T_1} + R\ln\frac{V_2}{V_1}\right). \qquad (12)$$

Масаланинг шартига кўра, кенгайиш изотермик равишда ўтади, демак, $T_2 = T_1$, у ҳолда (12) дан:

$$S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu} R \ln\frac{V_2}{V_1} \cong \frac{290}{28} \cdot 2 \cdot \ln 5\ \textit{кал/град} = 32{,}2\ \textit{кал/град}.$$

Юқорида келтирилган мулоҳазалар фақат энтропиянинг ўзгаришинигина аниқлаш имконини бердилар [340-бет, (6) формула]. Энтропиянинг қиймати эса фақат аддитив ўзгармасгача аниқликда топилади [342-бет, (8) формула]. Энтропиянинг абсолют қийматларини аниқлаш учун ҳеч бўлмаганда қандайдир битта температура учун энтропиянинг абсолют қийматини билиш керак бўлади. Энтропиянинг бундай бир қийматини, Нернст таърифлаган ва баъзан термодинамиканинг учинчи бош қонуни деб юритиладиган теорема аниқлайди. Нернст теоремасига асосан, *ҳар қандай модданинг абсолют ноль температурадаги энтропияси нолга тенг.*

Бирор модданинг бир молини ўзгармас босим шароитида, абсолют ноль температурадан бошлаб исита бошлаймиз. Бу модданинг температурасини dT га кўтариш учун унга

$$dQ = C_p dT$$

иссиқлик миқдорини бериш керак, бу вақтда модданинг энтропияси

$$dS = \frac{C_p dT}{T}$$

миқдорга ортади.

Ўзгармас босим шароитида 0 дан T гача олинган интеграл, берилган модда бир молининг T температурадаги энтропиясининг абсолют қийматини беради:

$$S = \int_0^T \frac{C_p dT}{T}.$$

Паст температураларда иссиқлик сиғими ўзгармас миқдор бўлмай, температурага боғлиқ бўлгани учун (§ 93), иссиқлик сиғим C_p нинг температура бўйича ўзгариши $T = 0$ қийматгача маълум бўлгандагина, юқоридаги интегрални ҳисоблаш мумкин бўлади.

Тўққизинчи боб

СУЮҚЛИКЛАРДАГИ МОЛЕКУЛЯР ҲОДИСАЛАР

§ 78. Суюқликнинг тузилиши. Молекуляр босим. Модданинг суюқ ҳолати унинг газсимон ҳамда қаттиқ ҳолатлари орасидаги оралик ҳолат бўлиб, у иккала ҳолат билан маълум ўхшашликларга эга бўлади. Ван-дер-Ваальс тенгламаси модданинг фақат газсимон ҳолатини тушунтирибгина қолмай, суюқ ҳолатнинг баъзи хоссаларини ҳам кўрсатиб беришини § 62 да кўриб ўтган эдик. Шу билан бирга Ван-дер-Ваальс тенгламаси суюқ ҳолатдан газсимон ҳолатга критик нуқта орқали узлуксиз равишда ўтиш имконияти борлигини кўрсатади. Критик нуқта яқинида газ ва суюқлик орасидаги фарқлар жуда ҳам кичик бўлади ва суюқликни маълум даражада зич газ деб ҳисоблаш мумкин. Лекин худди шу Ван-дер-Ваальс тенгламасининг ўзи критик температурадан анча паст температураларда суюқ ва газсимон ҳолатлар орасидаги фарқ жуда ҳам сезиларли бўлишини кўрсатади. Уй температураси шароитида кўпчилик суюқликларнинг тўйинтирувчи бугининг зичлиги, суюқликнинг зичлигига қараганда, минг марта, ҳатто бир неча минг марта кичик бўлади. Ван-дер-Ваальс изотермалари ичида қисман манфий босимлар соҳасига ҳам ўтадиган изотермалар борлигини § 62 да кўрган эдик: улар суюқликнинг чўзилган ҳолатда бўлиши мумкинлигини кўрсатади. Тажрибалар суюқликнинг бундай чўзилган ҳолати ҳақиқатда мавжуд бўла олишини ва бу ҳолат суюқликларда узилишга бир қадар қаршилик қила олиш маҳкамлиги борлигини кўрсатади. Бу жиҳатдан суюқлик қаттиқ жисмга ўхшаб кетади. Кейинчалик биз суюқлик билан қаттиқ жисм орасидаги ўхшашликлар бир қанча бошқа соҳаларда ҳам борлигини кўрамиз. Улар айниқса суюқликнинг қотишига (кристалланишига) яқин бўлган шароитда сезиларли бўлади.

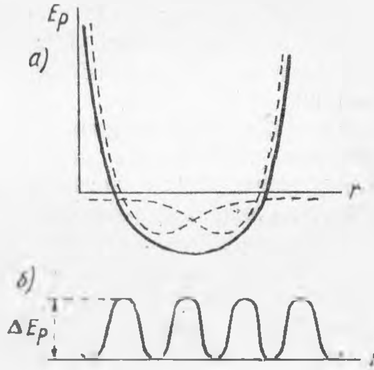
Молекуляр-кинетик нуқтаи назардан, модданинг газсимон ҳолати молекулалар орасидаги ўртача масофаларнинг катта бўлганлиги билан характерланиб, газ молекулаларининг иссиқлик ҳаракати молекулаларнинг ўз ўлчамларидан бир неча марта катта бўлган эркин йўлдаги эркин ҳаракатлардан иборат бўлади. Газларда диффузия сезиларли равишда тез боради. Суюқликларда эса молекулалар газлардагига қараганда бир-бирига анча яқин жойлашадилар. Уларда ўзаро таъсир кучлари катта бўлади. Суюқликларда диффузия газлардагига қараганда анча секин боради. Лекин шу билан бирга, суюқликларнинг тузилиши қаттиқ жисмларнинг тузилишидан кескин фарқ қилади; қаттиқ жисмларда диффузия деярли бўлмайди. Қаттиқ жисмда ҳар бир зарра (атом, ион) ўз мувозанат ҳолати атрофида тебр ниб туради. Шу билан бирга қаттиқ кристаллнинг идеал панжарасида (§87) зарралар эгаллаши мумкин бўлган барча „ўринлар“ банд бўлади. Суюқлик қаттиқ жисмга қараганда „ғовакроқ“ тузилишга эга бўлиб, унда бўш ўринлар — „тешикчалар“ борлигидан суюқлик молекулалари бир жойдан иккинчи жойга кўчиши, ўзининг ўрнини ташлаб, қўшни бўш ўринлардан — „тешикчалардан“ бирини эгаллаши мумкин. Я. И. Френкель назариясига асосан суюқликлардаги иссиқлик ҳаракатининг характери қуйидагича бўлади: ҳар бир молекула бирор вақт давомида маълум мувозанат ҳолати атрофида тебраниб туради. Молекула мувозанат ҳолатини ўзгартириб, ўз ўлчамларидек масофага силжийди. Шундай қилиб, молекулалар маълум вақт ичида маълум жойларда туриб ёки Я. И. Френкелнинг образли ифодаси билан айтганда, „ўтроқ“ ҳолатда бўлиб, улар суюқлик ичида жуда секин кўчиб юради. Суюқликларнинг тузилишида кристалл қаттиқ жисмларнинг тузилишини эслатадиган баъзи хусусиятлар бор (§95 га қаранг).

Газда молекулалар иссиқлик ҳаракатининг ўртача кинетик энергияси молекулалар орасидаги тортишиш кучларини енгиш учун етарлидир; бунинг натижасида газ молекулалари барча томонларга сочилиб кетади ва газ ўзига берилган ҳажмни тўла эгаллайди.

Суюқликларда, аксинча, иссиқлик ҳаракатининг ўртача кинетик энергияси молекулалар орасидаги тутиниш кучларини енгиш учун етарли эмас. Шунинг учун суюқлик муайян ҳажмга эга бўлган жисмдир. Суюқликдан фақат энг тез ҳаракатланувчи молекулаларгина учиб чиқади, бу ҳол суюқликнинг буғланишига олиб келади.

Газдаги икки молекуланинг ўзаро потенциал энергияси молекулалар орасидаги масофа бирор r_0 га тенг бўлганда, минимумга эга бўлишини § 61 да кўрган эдик (154-расм). Лекин ҳосил бўлган потенциал ўранинг чуқурлиги катта бўлмай, у бир эркинлик даражасига тўғри келадиган ўртача кинетик энергия $^1/_2\ kT$ дан кичикдир. Шунинг учун газ молекулалари бир-бирининг яқинида ушланиб турмайди, балки улар бир-бирига яқинлашгандан сўнг яна узоқлашиб кетади. Биз кўрдикки, иссиқлик ҳаракатининг ўртача кинетик энергияси суюқлик молекулалари орасидаги ўзаро тортишиш кучларини енгиш учун етарли эмас. Натижада молекулалар бир-бирига анча яқин жойлашади ва ҳар бир молекула бошқа молекулалар билан қуршалган бўлади.

Соддалик учун бир тўғри чизиқ бўйича жойлашган бир неча молекулани олиб қараймиз. Бундай тўғри чизиқдаги ҳар бир молекуланинг иккита қўшниси бўлади — бири ўнгда, иккинчиси чапда. Шу сабабли бундай молекуланинг потенциал энергияси 154-расмдаги эгри чизиққа ўхшаш иккита эгри чизиқнинг йиғиндиси билан тасвирланади. Бу эгри чизиқлар 190-*а* расмда пунктир билан чизилган. Йиғинди эгри чизиқ (туташ чизиқ) анчагина чуқур потенциал ўрани беради. Молекулалар мажмуаси учун тўлқинсимон потенциал эгри чизиқ ҳосил бўлади (190-*б* расм). Айрим потенциал ўраларнинг ΔE_p чуқурлиги суюқлик молекуласининг бир эркинлик даражасига тўғри келадиган $^1/_2\ kT$ ўртача кинетик энергиядан каттадир. Шунинг учун потенциал ўрадаги ҳар бир молекула ўзининг мувозанат ҳолати атрофида бўлади. Бироқ суюқлик учун $^1/_2\ kT$ ўртача энергия ўранинг чуқурлиги ΔE_p дан унчалик кичик эмас. Шу сабабдан айрим молекуланинг кинетик энергияси, флуктуацияларнинг мавжудлиги туфайли, вақт-вақти билан унинг потенциал ўрадан чиқиб кетиши учун етарли бўлиб қолади ва молекула бошқа бир жуфт молекула орасидаги янги ўринни эгаллайди.



190-расм. Суюқлик молекуласи потенциал энергиясининг графиклари.

Суюқлик молекулалари ҳаракатининг юқорида баён қилинган характери суюқликларда диффузиянинг секин боришига ҳам, суюқликнинг ёпишқоқлиги газнинг ёпишқоқлигига қараганда катта бўлишига ҳам сабаб бўлади. Газлардаги ички ишқалиш (ёпишқоқлик) молекулаларнинг йўналган ҳаракати миқдорининг иссиқлик ҳаракати ҳисобига қатламдан-қатламга кўчирилишидан келиб чиқади (§56). Суюқликларда эса бу хилдаги ички ишқалишлар билан бир қаторда, ҳаракат миқдорининг бу молекулаларнинг бир-бирига урилишлари ҳисобига узатилиши билан боғлиқ бўлган бошқа хил ишқалиш ҳам бор; бу эса ҳаракат миқдорининг бир-бирига тегиб турган қатор эластик шарлар бўйича узатилишига ўхшайди. Молекулаларнинг ўзаро урилишлари сони улар орасидаги бўш ҳажмга тескари пропорционал бўлгани учун суюқликнинг ёпишқоқлиги ҳам бу бўш ҳажмга тескари пропорционал бўлади. Бир моль суюқликнинг бўш ҳажми $V_0 - b$ га тенг; бунда V_0 — суюқликнинг моляр ҳажми, b эса молекулаларни зич жойлаштирганда улар эгаллайдиган ҳажм (Ван-дер-Ваальс тенгламасидаги b тузатмага ўхшаш катталик).

Айтилганларга асосан, суюқликнинг ёпишқоқлиги η ни қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\eta = \frac{C}{V_0 - b},$$

бундаги C — константа. Дастлаб А. И. Бачинский таклиф этган бу формулани кўпчилик ёпишқоқ суюқликлар учун ишлатиш мумкин.

Суюқлик молекулалари иссиқлик ҳаракатининг юқорида баён қилинган характерига асосланиб, Я. И. Френкель суюқликнинг ёпишқоқлиги билан температура орасидаги боғланиш қуйидаги формула билан ифодаланиши кераклигини кўрсатди:

$$\eta = A \cdot e^{\frac{\Delta E_p}{kT}},$$

бунда ΔE_p — ҳар қайси молекула турган потенциал ўранинг чуқурлиги. Бу формула ҳам бир қанча ҳолларда етарли даражада яхши тасдиқланади.

Суюқлик ичидаги молекуланинг потенциал энергиясини суюқликдан ташқаридаги молекуланинг потенциал энергияси билан солиштириш каби бошқачароқ йўл билан суюқликнинг хоссаларини ўрганиш мумкин. Суюқлик ичидаги молекуланинг потенциал энергияси суюқликнинг ташқарисидаги молекуланинг потенциал энергиясидан кичик. Суюқликнинг сирт қатлами суюқликнинг бутун ҳажмидан кўра бошқачароқ шароитда бўлади. Молекулани суюқлик ичидан ташқарига чиқариш учун муайян потенциал тўсиқни енгиб ўтиш керак бўлади, яъни маълум иш бажариш керак бўлади. Молекулалар иссиқлик ҳаракатининг ўртача кинетик энергияси бу ишни бажариш учун етарли эмас. Шу сабабли суюқлик ўз ҳажмини сақлайди.

Биз реал газларнинг хоссаларини текширганда кўрдикки, газнинг чегарасида турган молекулалар, тортишиш кучлари мавжуд бўлгани сабабли, газнинг ичидаги молекулаларга қараганда бошқача шароитда бўлади. Айнан шундай ҳодиса суюқликларда ҳам мавжуддир.

Агар биз суюқликда бир молекулани фикран ажратиб олсак, ҳамма бошқа молекулаларнинг унга таъсирини ҳисобга олишимиз керак бўлади. Бироқ молекулалар орасидаги ўзаро таъсир кучлари масофа ортган сари жуда тез камая боради, шунинг учун амалда етарли даражада яқин жойлашган молекулаларнинггина таъсирини ҳисобга олиш кифоядир.

Шундай r масофани танлаб олайликки, бир-биридан бундан ортиқроқ узоқликда турган молекулаларнинг ўзаро таъсир кучларини ҳисобга олмаслик мумкин бўлсин. Маркази A молекулада (191-расм) жойлашган r радиусли сфера чизамиз. У ҳолда r радиусли сфера ичидаги молекулаларнинггина қаралаётган молекулага таъсирини ҳисобга олиш етарли бўлиб қолади.

191-расм. Молекуляр таъсир радиуси.

Бу r масофа *молекуляр таъсир радиуси* деб, r радиусли сферани эса *молекуляр таъсир сфераси* деб айтиш қабул қилинган.

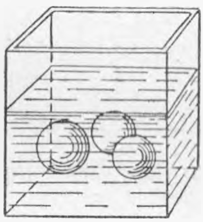
Суюқлик ичидаги A молекула атрофида чизилган молекуляр таъсир сфераси ичида жуда кўп бошқа молекулалар бўлади. Бу молекулаларнинг A молекулага таъсир кучлари турли томонларга йўналган бўлиб, ўрта ҳисобда, ўзаро компенсацияланади. Шундай қилиб, суюқлик ичидаги молекулага бошқа молекулаларнинг натижавий таъсир кучи ўрта ҳисобда нолга тенг. Суюқликнинг сиртига яқин жойлашган молекулалар бошқача шароитда бўлади. Суюқлик сиртидан молекуляр таъсир радиуси r га қараганда кичикроқ масофада жойлашган B молекулани олайлик. У ҳолда, 191-расмдан кўринишича, молекуляр таъсир сферасининг фақат бир қисмигина суюқлик ичида, унинг бошқа бир қисми суюқликдан ташқарида бўлади. Суюқликнинг сирти устида газсимон ҳолатдаги модда, масалан, шу суюқликнинг буғи бўлсин. Буғда молекулаларнинг концентрацияси кичик бўлади, шунинг учун уларнинг таъсирини назарга олмаслик мумкин. Демак, таъсир сферасининг суюқлик ичидаги қисмида бўлган молекулаларнинг B молекулага таъсиринигина эътиборга оламиз, холос. Натижада, B молекулага турли томондан таъсир қилувчи молекулаларнинг сони бирдай бўлмай қолади. B молекулага таъсир қилаётган кучлар, ўрта ҳисобда, ўзаро компенсацияланмайди ва *суюқликнинг ичига* йўналган йиғинди куч f вужудга келади. Демак, *суюқлик сиртидан молекуляр таъсир радиуси r га қараганда кичикроқ узоқликда жойлашган ҳар бир молекулага бошқа молекулалар томонидан суюқлик ичига қараб йўналган куч таъсир қилади.* Суюқликнинг сирт қатламига эса *сиртга тик* ҳолда суюқлик ичига йўналган кучлар таъсир қилади. Сирт қатламининг бутун суюқликка босими *молекуляр босим* дейилади. Бу босимнинг таъсирида суюқликнинг молекулалари бир-бирига яқинлашиб қолади, бу эса молекулалар орасида, сирт қатлам ҳосил қилган сиқувчи кучларни мувозанатловчи итаришиш кучларининг вужудга келишига сабаб бўлади.

Юқорида келтирилган мулоҳазадан бу босимнинг табиати Ван-дер-Ваальс тенгламасидаги a/V_0^2 тузатма билан ҳисобга олинувчи газлар ички босими p' нинг айнан ўзи эканлиги кўриниб турибди:

$$\left(p + \frac{a}{V_0^2}\right)(V_0 - b) = RT.$$

Ван-дер-Ваальс тенгламаси суюқ ҳолатдаги модданинг хоссаларини миқдорий жиҳатдан тўла-тўкис акс эттиролмайди, лекин шундай бўлса-да, тақрибий ҳисоблашларда бу тенгламадан фойдаланиш мумкин. Масалан, сув учун Ван-дер-Ваальс тузатмаси $a = 5{,}47$ $ат \cdot л^2/моль$; бир моль суюқ сувнинг 0°С даги ҳажми $V_0 = 18$ $см^3/моль =$ 0,018 $л/моль$, бундан:

$$p' = \frac{a}{V_0^2} = \frac{5{,}47}{(0{,}018)^2}\ ат \simeq 17\,000\ ат.$$



192-расм. Зайтун мойи сув билан спирт аралашмаси ичида.

Шунингдек, бошқа суюқликлардаги ички босим ҳам ўн минг атмосфера чамасида бўлади.

Суюқликнинг сирт қатламида мавжуд бўлган молекуляр тортишиш кучлари суюқлик массасининг ичига томон йўналган бўлади. Агар суюқликка ҳеч қандай бошқа кучлар таъсир қилмаётган бўлса, молекуляр тортишиш кучлари сиртга нормал таъсир қилаётганида сиртнинг вазияти мувозанатли вазият бўлади. Суюқлик массаси, унга ташқи кучлар таъсир қилмаётган ҳолда, молекуляр босим кучлари таъсирида сферик шаклда бўлади. Суюқликнинг майда томчилари учун оғирлик кучининг роли кичик бўлгани сабабли ҳақиқатан ҳам улар мунтазам сфералар шаклини оладилар. Суюқликнинг катта массалари, оғирлик кучини Архимед қонунига асосан мувозанатлаб, сферик шаклни олишга интилишини сезиш мумкин. Масалан, зичлиги зайтун мойи зичлигидек қилиб олинган сув билан спирт аралашмасига зайтун мойини солиш мумкин. У ҳолда мойга таъсир қилувчи оғирлик кучини гидростатик босим компенсациялайди ва мой ўз молекуляр босимининг таъсирида мунтазам сферик шаклни олади (192-расм.)

§ 79. Сирт таранглик. Суюқлик сирт қатламининг бошқа қатламларга молекуляр босим беришидан келиб чиқадиган ҳодисаларни § 78 да баён қилингандан кўра бошқача нуқтаи назардан текшириш ҳам мумкин.

Бирдай ҳажмли барча геометрик жисмлар ичида сфера энг кичик сиртга эга бўлади. Шунинг учун маълум суюқлик массасининг сферик бўлмаган шаклдан сферик шаклга ўтиши сиртнинг кичрайиши билан боғлиқдир. Демак, суюқликни сферик шаклга киргизадиган молекуляр босим кучларининг таъсири, қисқаришга интилувчи суюқликнинг чўзилган пардасида вужудга келадиган таъсирга ўхшайди. Молекуляр босимнинг мавжудлигидан келиб чиқадиган барча ҳодисаларни чўзилган ҳолатдаги шундай парданинг таъсирини текшириш йўли билан тушунтириш мумкин.

Чўзилган пардани мувозанатда сақлаш учун *суюқлик сиртига уринма бўлган f куч* билан парданинг чегара чизиғига бу чизиқнинг нормали йўналишида таъсир қилиш керак (193-расм). Бу куч *сирт таранглик кучи* дейилади.

193 расм. Сирт таранглик кучи.

Парда чегарасининг l узунлиги қанча катта бўлса, бу куч ҳам шунча катта бўлиши равшан:

$$f = \alpha \cdot l. \qquad (1)$$

Суюқликнинг табиатига боғлиқ бўлган α *коэффициент сирт таранглик коэффициенти* дейилади

(1) формуладан.

$$\alpha = \frac{f}{l}. \qquad (1a)$$

Шундай қилиб, сирт таранглик коэффициенти α сон жиҳатдан, суюқлик сирт пардаси чегарасининг узунлик бирлигига қўйилган кучга тенг бўлади. *CGS*-системада α *дина/см* ларда ўлчанади.

Берилган суюқликнинг α сирт таранглик коэффициенти температурага боғлиқ: температуранинг кўтарилиши билан у камаяди.

Суюқликнинг температураси критик температура $T_к$ га (§ 62 га қаранг) яқинлашганда, сирт таранглик коэффициенти α нолга интилади.

Агар критик нуқтада суюқ ва газсимон ҳолатлар орасидаги фарқнинг йўқолишини эсласак, бу ҳол тушунарли бўлади.

XI жадвал

Сирт таранглик коэффициенти α нинг қийматлари

Суюқлик	α *дина/см* ларда 20°С да
Сув	73
Симоб	540
Глицерин	65
Эфир	17

XI жадвалда баъзи бир суюқликлар учун сирт таранглик коэффициенти α нинг *CGS*-системадаги қийматлари келтирилган.

Суюқлик сирт пардаси юзини ΔS қадар катталаштириш учун бажариладиган ишни аниқлаймиз. Бунинг учун парданинг чегарасини f куч ёрдамида ΔS кесма қадар ўз-ўзига параллел равишда сурамиз (194-расм). У ҳолда бажарилган иш:

$$\Delta A = f \Delta S,$$

лекин (1) га асосан $f = \alpha l$, шунинг учун: $A = \alpha l \Delta S$. $l \Delta S$ кўпайтма парда юзининг ΔS катталашишига тенг бўлади, шунинг учун:

$$\Delta A = \alpha \cdot \Delta S.$$

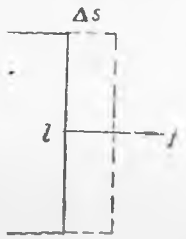
Бу иш парда энергиясининг ΔE қадар ошиши учун сарфланади, шунинг учун:

$$\Delta E = \alpha \cdot \Delta S \tag{2}$$

ёки

$$\alpha = \frac{\Delta E}{\Delta S}. \tag{2a}$$

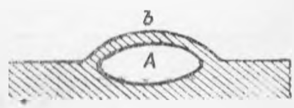
E энергия парда ички энергиясининг изотермик процессда ишга айлана оладиган қисмидир. Энергиянинг бу қисми термодинамикада *эркин энергия* дейилади.



194-расм. Сирт қатлам юзининг катталашишида бажарилган ишни аниқлаш.

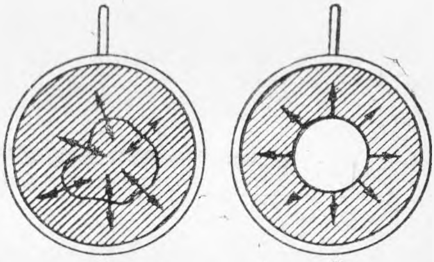
(2a) тенгликдан сирт таранглик коэффициентининг яна бир таърифи келиб чиқади: сирт таранглик коэффициенти α сон жиҳатдан, сирт парда эркин энергияси ўзгаришининг шу парда юзининг ўзгариши нисбатига тенг.

Сирт таранглик модданинг суюқ ҳолати учун характерли бўлган жуда кўп ҳодисаларни, масалан, суюқлик кичик тешикчадан оқиб чиқаётганда томчиларнинг ҳосил бўлиши, кўпикнинг ҳосил бўлиши ва бошқаларни тушунтиради. Суюқликнинг сиртига кўтарилаётган ҳаво пуфаги A ни кўз олдимизга келтирайлик (195-расм). У сиртга етгач, суюқликнинг юпқа қатламини кўтариб, гумбаз ҳосил қилади. Агар пуфак етарли даражада кичик бўлса, сирт қатламини ёриб чиқолмайди ва суюқлик сиртининг остида қолади. Жуда кўп мана шундай пуфакларнинг мажмуаси кўпик ҳосил қилади.



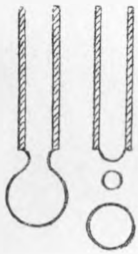
195-расм. Суюқлик сирти остидаги ҳаво пуфаги.

Совунли сувнинг сирт таранглик коэффициенти (45 *дина/см*) соф сувнинг 73 *дина/см* га тенг бўлган сирт таранглик коэффициентидан анча кичик бўлишига қарамай, бунда совунли сув айниқса осонлик билан юпқа пардалар ҳосил қилиши ҳаммага маълум. Бу ҳол совунли сувнинг катта ёпишқоқликка эга бўлиши билан тушунтирилиб, худди шу сабабли у оғирлик кучи таъсирида сувга нисбатан секинроқ оқади ва шунинг учун бундай сув сирт қатламлари орасида осонроқ ушланиб туради. Сирти жуда катта ва сиртлари орасидаги суюқлик массаси кичик бўлган юпқа пардаларда сирт таранглик ҳодисалари жуда кескин ошкор бўлади. Юпқа совун парда чўзилган резинка пардага анча ўхшаш бўлиб, сирт таранглик ҳодисаларини намойиш қилиш учун жуда қулайдир. Масалан, сим ҳалқани совун парда билан қоплаш мумкин (196-*а* расм); агар шу совун парданинг сиртига ип сиртмоқни ташласак, бунда ип ўзининг дастлабки шаклини ўзгартирмай сақлайди. Ипнинг ҳар бир қисмига бир-бирини мувозанатловчи бирдай кучлар ҳар икки томондан таъсир қилади. Агар парданинг сиртмоқ ичидаги қисмини тешиб юбориб, парданинг қолган қисмларини бутун сақласак, кучлар энди мувозанатлашмайдилар ва сиртмоқнинг ташқарисидаги парда сиртмоқни тортиб айлана шаклига келтиради (196-*б* расм).



196-расм. Совун парда ип сиртмоқчани тортиб, уни айлана шаклига келтиради.

Суюқлик вертикал найчадан секин оқиб тушаётганда томчилар ҳосил бўлишини ҳам қараб чиқайлик. Сирт таранглик суюқликнинг найчадан бирданига тўкилишига имкон бермайди. Суюқлик оқиб чиққан сари, томчининг сирт пардаси тораяди, яъни бўйин ҳосил қилади (197-*а* расм). Сўнгра бу торайган жой узилади ва суюқликнинг пастки қисмидан асосий томчи, торайган қисмидан эса қўшимча кичик томчи ҳосил бўлади (197-*б* расм).



197-расм. Томчининг ҳосил бўлиши.

Агар тешик жуда кичик бўлса ва суюқликнинг босими етарли бўлмаса, томчи узилиб тушмаслиги ҳам мумкин. Майда катакли сиртлардан суюқликнинг ўтмаслигига, масалан, зонтикдан ёки палатканинг тўқимасидан суюқликнинг ўтмаслигига ҳам сирт таранглик сабаб бўлади.

М и с о л. Суюқлик сиртининг ўзгаришидаги энергия балансини баҳолаш мисоли тариқасида сувнинг $r = 2 \cdot 10^{-3}$ *мм* радиусли майда томчилари бирлашиб, $R = 2$ *мм* радиусли битта катта томчи ҳосил қилганда чиқадиган энергияни аниқлайлик.

Е ч и л и ш и. Бир-бирига қўшилиб битта томчи ҳосил қиладиган майда томчиларнинг сонини n орқали белгилаймиз. У ҳолда барча n та кичик томчиларнинг умумий сирти S:

$$S = 4\pi r^2 \cdot n. \qquad (3)$$

Катта томчининг сирти $S_0 = 4\pi R^2$, бундан томчиларнинг қўшилишида сиртнинг кичрайиши ҳисобига ажраладиган энергия, (2) формулага асосан:

$$\Delta E = (S - S_0)\alpha = 4\pi(r^2 n - R^2)\alpha, \qquad (4)$$

бунда α — сирт таранглик коэффициенти.

Кичик томчиларнинг сони n ни аниқлаш учун уларнинг ҳажмлари йиғиндиси катта томчининг ҳажмига тенг бўлишидан фойдаланамиз:

$$^4/_3\,\pi r^3 n = {}^4/_3\,\pi R^3, \text{ бундан } n = \frac{R^3}{r^3}.$$

n нинг бу қийматини (4) га қўйсак:

$$\Delta E = 4\pi R^2 (R/r - 1)\alpha.$$

Бу ерга $R = 2$ *мм*; $r = 2\cdot 10^{-3}$ *мм*; $\alpha = 73$ *дина/см* сон қийматларни қўйиб, қуйидаги натижани оламиз:

$\Delta E = 4\cdot 3{,}14\cdot 4\cdot 10^{-2}\cdot(10^3 - 1)\cdot 73$ *эрг* $\simeq 3{,}5\cdot 10^4$ *эрг* $= 3{,}5\cdot 10^{-3}$ *ж*.

Демак, сувнинг майда томчилари битта катта томчига бирлашганда, сиртнинг кичрайиши ҳисобига $3{,}5\cdot 10^{-3}$ *ж* энергия ажралиб чиқади. Бу энергия томчининг исишига сарф бўлади.

Аксинча, катта томчи майда томчиларга ажралганда сирт пардасининг энергияси кўпаяди, бу эса томчиларнинг бир оз совишига олиб келади.

§ 80. Суюқликнинг эгри сирти остидаги босим. Биз ўтган параграфда суюқлик сирт пардаси ўз хоссалари билан чўзилган ҳолатдаги эластик пардага ўхшашлигини аниқлаган эдик. Шу сабабли, агар парда ясси контур билан чегараланган бўлса, унинг ўзи ҳам текислик шаклини олишга интилади. Шунга кўра, қавариқ парда текисланишга интилиб, суюқликнинг пастки қатламларини босади, ботиқ парда эса — уларни чўзади (198- *а, б* расм). Бошқача айтганда: *суюқликнинг ҳар қандай эгри сирт пардаси ясси сирт пардали суюқликка таъсир этаётган босимга нисбатан қўшимча босим билан таъсир этади; бу қўшимча босим қавариқ сирт учун мусбат, ботиқ сирт учун манфий бўлади.*


а) *б)*

198-расм. Суюқлик эгри сиртининг таъсири.

Суюқликнинг сирти R радиусли сферанинг бир қисмидан иборат бўлган ҳол учун бу қўшимча босимнинг қийматини аниқлаймиз. Кичик ΔS сферик сегмент ажратамиз (199-расм). Бу сегментнинг контурига таъсир қилувчи сирт таранглик кучлари ҳамма жойда сфера сиртига уринма бўлади. Контурнинг Δl элементига таъсир қилувчи Δf кучни текширамиз. Бу куч:

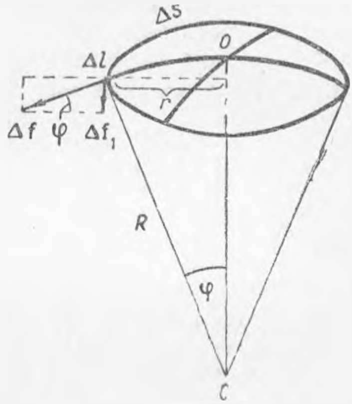
$$\Delta f = \alpha\cdot\Delta l, \qquad (1)$$

бунда α — суюқликнинг сирт таранглик коэффициенти. Бу куч сферик сиртга уринма бўлгани учун OC радиус билан бирор бурчак ташкил қилади. Шу сабабли бу кучнинг OC радиусга параллел ва нолдан фарқли бўлган Δf_1 ташкил этувчиси мавжуд бўлади. Агар суюқликнинг сирти қавариқ бўлса, C марказ суюқликнинг ичида бўлади ва бу ҳолда Δf_1 куч ΔS сегмент остидаги суюқликни сиқади, яъни мусбат босим вужудга келтиради; агар сирт ботиқ бўлса, C марказ суюқликдан ташқарида бўлади ва бу ҳолда Δf_1 куч суюқликни чўзади, яъни манфий босим беради. Расмдан:

$$\Delta f_1 = \Delta f \sin \varphi,$$

бундан, (1) га асосан:

$$\Delta f_1 = \alpha \Delta l \cdot \sin \varphi.$$



199-расм. Суюқликнинг сферик сирти остидаги қўшимча босимни аниқлаш.

Бу Δf_1 куч контурнинг Δl элементига таъсир қилади. Контурнинг барча бошқа элементларига ҳам худди шундай кучлар таъсир қилади. Шунинг учун бутун ΔS сферик сегментга OC радиусга параллел ҳолда:

$$f_1 = \sum \Delta f_1 = \alpha \sin\varphi \cdot \sum \Delta l$$

куч таъсир қилади.

$\sum \Delta l$ йиғинди шар сегменти ΔS ни ўраб олган контур узунлигидир. Бу контур айланадан иборат; унинг радиусини r орқали белгиласак, $\sum \Delta l = 2\pi r$ бўлади, шунинг учун:

$$f_1 = \alpha \cdot 2\pi r \sin \varphi. \quad (2)$$

199-расмдан:

$$\sin \varphi = \frac{r}{R}.$$

$\sin \varphi$ нинг бу қийматини (2) га қўйсак:

$$f_1 = \frac{\alpha \cdot 2\pi r^2}{R}.$$

Бу кучнинг қийматини сегмент контури билан чекланган текислик бўлагининг юзига, яъни r радиусли айлананинг юзига бўлиб, босим p ни аниқлаймиз:

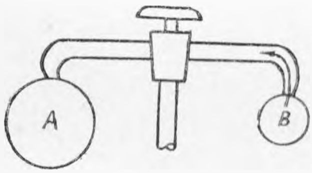
$$p = \frac{\alpha \cdot 2\pi r^2}{R \cdot \pi r^2},$$

яъни

$$p = \frac{2\alpha}{R}. \qquad (3)$$

Бу формула бизга сферик сиртнинг суюқликка берадиган қўшимча p босимининг қийматини беради.

Формуладан бу босим сирт таранглик коэффициенти α га тўғри пропорционал ва сиртнинг радиуси R га тескари пропорционал эканлиги кўриниб турибди. Сирт қанча кўпроқ эгриланган бўлса, унинг R радиуси шунча кичик бўлади ва, демак, қўшимча босим p шунча катта бўлади.



200-расм. Ҳаво кичик совун пуфакдан катта пуфакка оқиб ўтади.

Эгри сирт остида қўшимча босимнинг мавжудлиги, масалан, совун пуфаги ичидаги ҳавонинг ташқи ҳавонинг босимига нисбатан катта босим остида бўлишига олиб келади. Пуфакнинг радиуси қанча кичик бўлса, пуфакнинг ичида ва ташқарисида бўлган ҳаво босимларининг фарқи ҳам шунча катта бўлади.

Шиша найчанинг икки учида ҳар хил радиусли A ва B совун пуфаклари ҳосил қилиб (200-расм), буни яққол кўрсатиш мумкин. У ҳолда кичик пуфакдаги ҳаво каттароқ босим остида бўлиб қолади ва найча бўйича катта пуфакка оқиб ўта бошлайди. Натижада кичик пуфак бутунлай йўқолади, катта пуфак эса янада катталашади.

Мисол. Қўшимча босим p нинг қийматини баҳолаш учун сув сирти остида жойлашган ва радиуси $R = 5 \cdot 10^{-3}$ *мм* бўлган пуфакчадаги ҳавонинг қандай босим остида бўлишини аниқлаймиз.

Ечилиши. Пуфак ичидаги ҳавонинг босими атмосфера босими H нинг ва пуфакни ўраб олган сув пардаси (пуфакча сувнинг худди сирти остига жойлашган бўлиб, пуфакчанинг устидаги сув қатлами сезиларли босим бермайди, деб ҳисоблаймиз) вужудга келтирадиган қўшимча босим p нинг йиғиндисидан иборат.

(3) формулага асосан:

$$p = \frac{2\alpha}{R}.$$

Сув учун $\alpha = 73$ *дина/см*, бундан:

$$p = \frac{2 \cdot 73}{5 \cdot 10^{-4}} \text{ бар} = 2{,}92 \cdot 10^{5} \text{ бар}.$$

1 *ат* $= 1{,}013 \cdot 10^{6}$ *бар* бўлгани учун

$$p \cong 0{,}29 \text{ ат}$$

бўлади.

Бундан, пуфакча ичидаги ҳавонинг босими:

$$P = H + p = 1{,}29 \ am$$

§ 81. Суюқликнинг ихтиёрий шаклдаги эгри сирти остидаги босим. Қўшимча p босимнинг сферик сирт учун § 80 да чиқарилган ифодасини ихтиёрий шаклдаги эгри сирт учун ҳам умумлаштириш мумкин. Бунинг учун *ихтиёрий сиртнинг эгрилиги* тушунчасини киритиш керак.

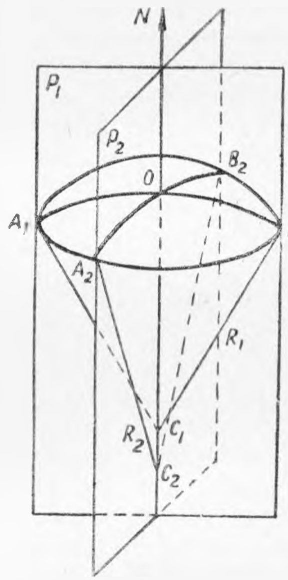
Бирор ихтиёрий эгри сирт олиб, унинг O нуқтасига ON нормал ўрнатамиз. ON нормал орқали P_1 текислик ўтказамиз. Бу текислик билан сиртнинг кесишиш чизиги нормал кесим дейилади.

Сферанинг ҳар қандай нормал кесими катта айлана A_1B_1 дан иборат бўлиб (201-расм), унинг радиуси сферанинг радиусига тенг; $C = \frac{1}{R}$ катталик сферанинг эгрилигидир.

Ихтиёрий эгри сиртнинг маълум бир O нуқта орқали ўтказилган турли нормал кесимлари турли геометрик эгри чизиқлардан иборат бўлади ва, демак, эгриликлар турлича бўлади. 201-расмда биргина O нуқтадан ўтувчи турли икки нормал кесим кўрсатилган. Бу кесимлардан бири эгрилик радиуси $OC_1 = R_1$ бўлган A_1B_1 ёйни беради; иккинчиси— эгрилик радиуси $OC_2 = R_2$ бўлган A_2B_2 ёйни беради.

Агар ихтиёрий эгри сиртнинг O нуқтасидан *ўзаро тик* A_1B_1 *ва* A_2B_2 *иккита нормал кесим* ўтказилса ва уларнинг эгрилик радиуслари R_1 ва R_2 бўлса,

$$C = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$



201-расм. Эгри сиртнинг нормал кесимлари

катталик *мана шундай ўзаро тик нормал кесимларнинг исталган жуфти учун биргина ўзгармас қийматга эга бўлиши геометрияда исбот қилинади.* Бу C катталик *сиртнинг O нуқтадаги ўртача эгрилиги* дейилади.

Энди суюқликнинг ихтиёрий кўринишдаги эгри сирти устида O нуқта олиб, шу нуқта орқали эгрилик радиуслари R_1 ва R_2 бўлган A_1B_1 ва A_2B_2 ўзаро тик иккита нормал кесим ўтказамиз (202-расм). O нуқта атрофида эгри чизиқли кичкина тўртбурчак $DEFG$ ни ажратамиз. $\overset{\frown}{DE} = \overset{\frown}{FG}$ ёй узунлигини Δl_1 орқали, $\overset{\frown}{DG_1} = \overset{\frown}{EF}$ ёй узунлигини эса Δl_2 орқали белгилаймиз. У ҳолда текширилаётган тўртбурчакнинг юзи $\Delta S = \Delta l_1 \cdot \Delta l_2$.

Бундан кейинги мулоҳазаларни § 80 да сферик сирт учун келтирилган мулоҳазаларга бутунлай ўхшаш йўл билан олиб борамиз. Тўртбурчакнинг DE томонига таъсир этувчи сирт таранглик кучи:

$$\Delta f_1 = \alpha \ \Delta l_1. \tag{1}$$

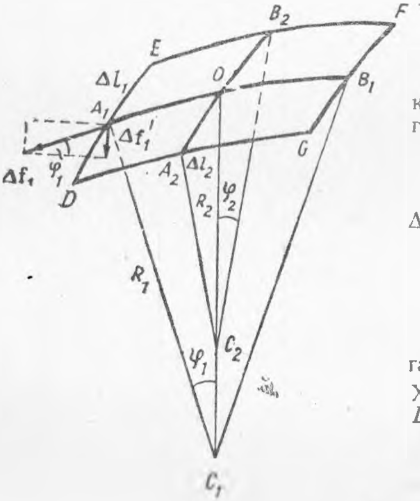
Суюқликка эгри сирт томонидан таъсир қилаётган босимни аниқлаш учун бу кучнинг OC_1 радиусга параллел йўналган $\Delta f_1'$ ташкил этувчисини топиш керак. 202-расмдан:

$$\Delta f_1' = \Delta f_1 \cdot \sin \varphi_1. \tag{2}$$

Лекин тақрибан:

$$\sin\varphi_1 \cong \varphi_1 = \frac{\overset{\frown}{OA_1}}{\overset{\frown}{OC_1}}.$$

Бу ердаги ёй $OA_1 = \frac{\Delta l_2}{2}$, OC_1 эса A_1B_1 нормал кесимнинг R_1 радиусидир, шунинг учун:



202-расм. Эгри сирт остидаги қўшимча босимни аниқлаш.

$$\sin\varphi_1 \cong \frac{\Delta l_2}{2R_1}.$$

$\sin\varphi_1$ нинг бу қийматини (2) га қўйиб ва (1) дан фойдаланиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\Delta f_1' = \alpha\,\Delta l_1\,\Delta l_2 \frac{1}{2R_1}.$$

$\Delta l_1\,\Delta l_2 = \Delta S$ бўлгани учун:

$$\Delta f_1' = \alpha\,\Delta S\,\frac{1}{2R_1}.$$

FG томонга ҳам шунга тенг бўлган $\Delta f_1'$ ташкил этувчи таъсир қилади. Худди шу йўл билан тўртбурчакнинг DG томонига

$$\Delta f_2' = \alpha\,\Delta S\,\frac{1}{2P_2}$$

ташкил этувчи куч OC_1 радиусга параллел бўлгани ҳолда таъсир қилишини топамиз.

EF томонга ҳам худди шундай $\Delta f_2'$ ташкил этувчи куч таъсир этади. Эгри чизиқли $DEFG$ тўртбурчакнинг тўртала томонидан, натижада, OC_1 радиусга параллел ҳолда қуйидаги куч таъсир қилади:

$$\Delta f' = \Delta f_1' + \Delta f_1' + \Delta f_2' + \Delta f_2' = 2\alpha\,\Delta S\,\frac{1}{2R_1} + 2\alpha\,\Delta S\,\frac{1}{2R_2},$$

бундан

$$\Delta f' = \alpha\,\Delta S\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Қавслар ичидаги катталик сиртнинг O нуқтадаги ўртача эгрилиги бўлиб, бу катталик юқорида айтиб ўтилганидек, A_1B_1 ва A_2B_2 ўзаро тик нормал кесимларнинг қандай танлаб олинишига боғлиқ эмас.

Эгри сиртнинг суюқликка бераётган p босимини топиш учун $\Delta f'$ кучнинг қийматини ΔS юзга бўламиз, бу ҳолда:

$$p = \alpha\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right). \qquad (3)$$

Лаплас формуласи деб юритиладиган бу формула суюқликнинг ихтиёрий шаклдаги эгри сирти вужудга келтирадиган қўшимча босим p нинг қийматини беради.

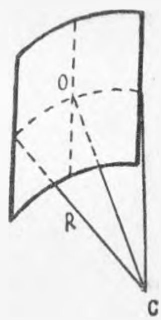
Сфера учун $R_1 = R_2 = R$, бунда R — сферанинг радиуси. Шунга кўра, (3) бўйича сферик сирт остидаги қўшимча босим

$$p = \frac{2\alpha}{R}.$$

Бу эса § 80 даги (3) формуланинг ўзидир.

Яна бир хусусий ҳол сифатида доиравий цилиндр шаклидаги сиртни текшириб кўрайлик. Нормал кесимлардан бири сифатида цилиндрнинг ясовчиси бўйича ўтувчи кесимни оламиз (203-расм); бу кесим тўғри чизиқдан иборат бўлиб, унинг учун $R_1 = \infty$. Бунга тик бўлган иккинчи кесим айланадан иборат бўлиб, унинг R_2 радиуси цилиндрнинг радиуси R га тенг бўлади. Шунинг учун цилиндрик сирт остидаги қўшимча босим:

$$p = \frac{\alpha}{R}. \quad (4)$$

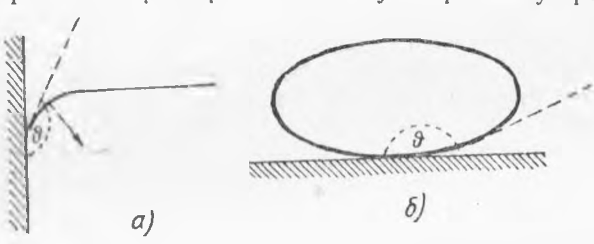


203-расм. Цилиндрик сирт.

§ 82. Суюқлик билан қаттиқ жисм чегарасидаги ҳодисалар. Капиллярлик. Суюқлик қаттиқ жисмга тегиб турганида суюқлик молекулаларининг ўзаро таъсир кучларини ҳам, суюқлик молекулалари билан қаттиқ жисм молекулаларининг ўзаро таъсир кучларини ҳам ҳисобга олиш керак.

Бунда икки ҳолнинг бўлиши мумкин:

1) суюқлик молекулаларининг ўзаро таъсир кучлари суюқлик молекулалари билан қаттиқ жисм молекулаларининг ўзаро таъсир

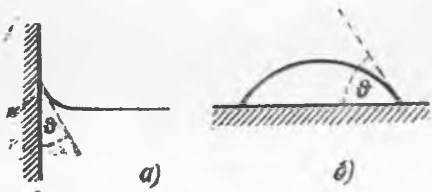


204-расм. Ҳўлламайдиган суюқликнинг чегаравий бурчаги.

кучларидан катта; 2) суюқлик молекулаларининг ўзаро таъсир кучлари суюқлик молекулалари билан қаттиқ жисм молекулаларининг ўзаро таъсир кучларидан кичик.

Биринчи ҳолда, *суюқлик қаттиқ жисмни ҳўлламайди* дейилади. Ҳўлламасликда суюқликнинг қаттиқ жисмга ёпишган қатламидаги *натижавий куч суюқлик томонга йўналган* бўлади. Мувозанат ҳолатда суюқликнинг сирти кучга тик вазиятда жойлашади ва, шунинг натижасида, ҳўлламовчи суюқликнинг вертикал қаттиқ девор ёнидаги сирти 204-*а* расмда кўрсатилгани каби жойлашади. Горизонтал сирт устидаги ҳўлламовчи суюқлик томчиси пачақланган сфера шаклини олади (204-*б* расм). Суюқлик сиртига ва қаттиқ жисм сиртига ўтказилган уринмалар орасидаги ϑ *бурчакни чегаравий бурчак* дейилади. Ҳўлламасликда чегаравий бурчак ўтмас бўлади: $\vartheta > \frac{\pi}{2}$. $\vartheta = \pi$ бўлгандаги ҳолга *тўла ҳўлламаслик* дейилади.

Суюқлик молекулаларининг ўзаро таъсир кучлари суюқлик молекулалари билан қаттиқ жисм молекулаларининг ўзаро таъсир кучларидан кичик бўлган иккинчи ҳолда *суюқлик қаттиқ жисмни ҳўллайди,* дейилади. Ҳўллашликда суюқликнинг қаттиқ жисмга ёпишган қатламидаги натижавий куч қаттиқ жисм томонга йўналган бўлади. Бу ҳолда чегаравий бурчак ўткир бўлади, яъни $\vartheta \leqslant \frac{\pi}{2}$. $\tau = 0$ бўлган ҳолга *тўла ҳўллашлик* дейилади.

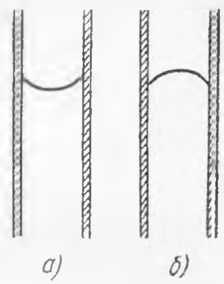


205-расм. Ҳўллайдиган суюқликнинг чегаравий бурчаги.

Ҳўлловчи суюқликнинг вертикал қаттиқ девор ёнидаги сирти қандай жойлашиши 205-*а* расмда кўрсатилган, 205-*б* расмда эса горизонтал сиртдаги ҳўлловчи суюқлик томчисининг шакли тасвирланган.

Қаттиқ жисмнинг горизонтал сиртига уни тўла ҳўлловчи суюқликнинг томчиси томизилса, у сиртга ёйилиб кетади. Ҳўлловчи суюқликнинг томчиси эса (ўлчамларига қараб) озми-кўпми сферик шаклни олади ва қаттиқ жисмнинг сиртида эркин силжий олади.

Маълум бир суюқлик баъзи қаттиқ жисмларни ҳўлласа, бошқаларини ҳўлламайди. Чунончи, сув шишанинг тоза сиртини амалда тўла ҳўллагани ҳолда, масалан, парафинни ҳўлламайди. Симоб шишани ҳўлламайди ва темирнинг тоза сиртини ҳўллайди ва ҳоказо.



206-расм. Менискларнинг шакли: *а*) ҳўллайдиган суюқликники, б) ҳўлламайдиган суюқликники.

Ингичка цилиндрик найча ичидаги ҳўлловчи суюқликнинг сирти ботиқ шаклга эга бўлади (206-*а* расм), ҳўлламайдиган суюқликнинг сирти эса — қавариқ шаклга эга бўлади (206-*б* расм). Суюқликнинг шу хилдаги эгри сиртлари *менисклар* дейилади.

Кенг идишдаги суюқликка ингичка найчанинг бир учи ботирилган ҳолни кўрайлик. Суюқлик найча ясалган материални ҳўллайдиган бўлсин. У ҳолда найча ичидаги мениск ботиқ (207-расм) ва агар найчанинг кўндаланг кесими доирасимон бўлса, бу мениск тахминан сферанинг бир қисми бўлади.

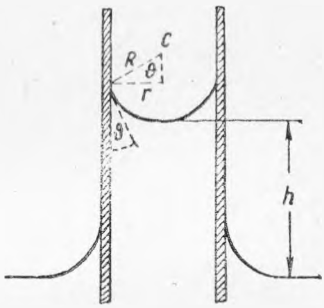
Суюқликнинг ботиқ сирти остида, § 80 да айтилганларга асосан, қўшимча манфий босим вужудга келади [§ 80 даги (3) формула]:

$$p = \frac{2\alpha}{R},$$

бунда R — суюқлик сиртининг радиуси ва α — сирт таранглик коэффициенти.

Кенг идишдаги суюқликнинг текис сирти остида қўшимча босим бўлмагани сабабли суюқлик устунининг босими қўшимча p босимни мувозанатлаш учун h баландликка кўтарилади. h баландликка эга бўлган суюқлик устунининг босими $\rho g h$ га тенг, бунда ρ — суюқликнинг зичлиги, g — оғирлик кучининг тезланиши, шунга кўра, мувозанат шарти қуйидагича ёзилади:

$$p = \frac{2\alpha}{R} = \rho g h. \tag{1}$$



207-расм. Капилляр найчадан ҳўллайдиган суюқликнинг кўтарилиши.

Найчанинг радиусини r орқали ва чегаравий бурчакни ϑ орқали белгилаб, 207-расмдан қуйидаги тенгликка эга бўламиз:

$$R = \frac{r}{\cos\vartheta}.$$

R нинг бу қийматини (1) га қўйиб, қуйидагини топамиз:

$$\frac{2\alpha\cdot\cos\vartheta}{r} = \rho g h,$$

бундан суюқликнинг кўтарилиш баландлиги:

$$h = \frac{2\cos\vartheta\cdot\alpha}{r\rho g}. \tag{2}$$

Найчанинг $d = 2r$ диаметрини киритсак:

$$h = \frac{4\cos\vartheta\cdot\alpha}{d\rho g}. \tag{2a}$$

(2) формуладан кўринишича, радиус r қанча кичик бўлса, яъни найча қанча ингичка бўлса, суюқлик юқорига шунча кўп кўтарилади. Шу сабабли ҳўлловчи суюқликнинг кўтарилиши жуда ингичка найчаларда айниқса сезиларли бўлади.

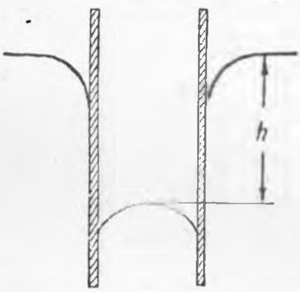
Бундай ингичка найчалар *капилляр найчалар* дейилади. Бу сўз соч деган маънони берувчи латинча capillus сўзидан келиб чиққан. Ингичка найчаларда суюқлик сатҳи баландлигининг ўзгариш ҳодисаси *капиллярлик* деб аталади.

Суюқликнинг сирт таранглик коэффициенти α қанча катта бўлса, ҳўлланиш қанча кучли бўлса (чегаравий бурчак ϑ қанча кичик бўлса) ва суюқликнинг зичлиги ρ қанча кичик бўлса, r радиусли найчадаги кўтарилиш шунча катта бўлади. Суюқлик тўла ҳўлловчи ($\vartheta = 0$) бўлганда (2) формула

$$h = \frac{2\alpha}{r\rho g} \tag{2б}$$

кўринишни олади.

Агар суюқлик найчанинг материалини ҳўлламаса, суюқликнинг найчадаги мениски қавариқ бўлиб, бу мениск вужудга келтирадиган қўшимча босим мусбат ва суюқликнинг найчадаги сатҳи идишнинг кенг қисмидаги сатҳидан пастроқда бўлади (208-расм). Ҳўлламовчи суюқлик сатҳининг пасайиши h ҳам ҳўлловчи суюқликнинг кўтарилиши аниқланадиган (2) формула орқали топилади.



208-расм. Капилляр найчада ҳўлламайдиган суюқликнинг пасайиши.

(2) формула сирт таранглик коэффициенти α ни аниқлаш учун ишлатилиши мумкин. Бу мақсад учун тўла ҳўлланувчи (ёки тўла ҳўлланмоқчи) материал танлашга интилинади. У ҳолда (2б) формуладан фойдаланиш мумкин. Найчанинг радиуси r, суюқликнинг зичлиги ρ маълум бўлганда, суюқликнинг найчадаги кўтарилиш (ёки пасайиш) баландлиги h ни ўлчаб, α нинг қиймати (2б) дан бевосита топилади.

Капиллярлик ҳодисалари табиатда ва кундалик турмушда катта роль ўйнайди. Сувнинг тупроққа ва ҳар хил говак материалларга кириши капиллярлик натижасида юз беради. Пиликларнинг ёқилғини, гигроскопик пахтанинг сувни шимиши ва бошқалар ҳам капиллярликка асосланган. Техникада *флотация* деб аталадиган процесс ҳўллаш ва ҳўлламаслик ҳодисаларига асослангандир. Флотация процесси схематик равишда қуйидагидан иборат: руда билан тоғ жинсларининг майдаланган аралашмаси суюқликка қорилади. Рудани ҳўллайдиган ва „бўш“ жинсларни ҳўлламайдиган суюқлик танлаб олинади. Суюқлик орқали ҳаво пуфакчалари ўтказилади. Бу пуфакчалар суюқлик ҳўлламайдиган жинсларнинг зарраларига ёпишиб, уларни суюқликнинг сиртига олиб чиқади. Суюқлик ҳўллайдиган руда зарралари эса суюқликнинг остига чўкади. Шундай қилиб, руда „бўш“ жинслардан ажратилади.

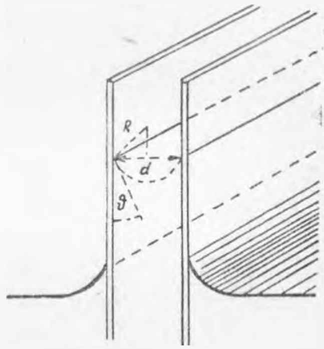
Энди бир-биридан d узоқликда жойлашган икки параллел пластинка орасидаги суюқликни кўрайлик (209-расм).

Пластинкалар орасидаги ҳўллайдиган суюқликнинг сирти цилиндрик шаклда бўлади. § 81 даги (4) формула бўйича цилиндрик ботиқ сирт остидаги қўшимча манфий босим:

$$p = \frac{\alpha}{R},$$

бунда R — цилиндрнинг радиуси. Чегаравий бурчак ϑ га тенг бўлганда:

$$R = \frac{\frac{d}{2}}{\cos\vartheta} \text{ ва } g = \frac{2\alpha\cos\vartheta}{d}.$$



209-расм. Параллел пластинкалар орасидан ҳўллайдиган суюқликнинг кўтарилиши.

Бу босимни h баландликка эга бўлган суюқлик устунининг босими мувозанатлайди:

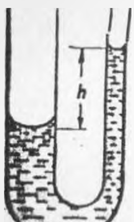
$$\frac{2\alpha\cos\vartheta}{d} = \rho g h,$$

бундан кўтарилиш баландлиги

$$h = \frac{2\cos\vartheta\cdot\alpha}{d\rho g}. \qquad (3)$$

(2а) ва (3) формулаларни солиштирганимизда бир-биридан d масофада турган параллел пластинкалар орасидаги ҳўлловчи суюқликнинг кўтарилиш баландлиги d диаметрли найча ичидаги кўтарилиш баландлигига қараганда икки марта кичикдир.

Энди суюқликларнинг капилляр кўтарилиш ва пасайиш баландликларини ҳисоблашга доир мисоллар келтирамиз.



210-расм. U-симон найнинг ингичка енгида сувнинг кўтарилиши.

1-мисол. U-симон шиша идиш енгларининг диаметрлари 1 *мм* ва 3 *мм* (210-расм). Ҳар икки енгдаги сув сатҳларининг фарқи нимага тенг?

Ечилиши. Идишнинг ингичкароқ енги ичидаги сувнинг ботиқ сирти вужудга келтирган p_1 босимни, ҳар икки енгдаги сув сатҳларининг фарқи h вужудга келтирган босим билан кенгроқ енг ичидаги ботиқ сирт вужудга келтирган p_2 босим мувозанатлайди:

$$p_1 = h\rho g + p_2, \qquad (4)$$

бунда ρ — сувнинг зичлиги, g — оғирлик кучи тезланиши. Чегаравий бурчак $\vartheta = 0$ деб ҳисоблаб, § 80 даги (3) формулага асосан қуйидагиларни ёза оламиз:

$$p_1 = \frac{2\alpha}{r_1}; \quad p_2 = \frac{2\alpha}{r_2},$$

бундаги r_1 ва r_2 — тегишли енгларнинг радиуслари.

Радиуслар ўрнига $d_1 = 2r_1$ ва $d_2 = 2r_2$ диаметрларни киритамиз:

$$p_1 = \frac{4\alpha}{d_1};\ p_2 = \frac{4\alpha}{d_2}.$$

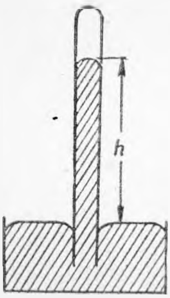
p_1 ва p_2 нинг бу қийматларини (4) га қўйсак:

$$\frac{4\alpha}{d_1} = h\rho g + \frac{4\alpha}{d_2},$$

бундан:

$$h = \frac{4\alpha}{\rho g}\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right) = \frac{4\cdot 73}{1\cdot 980}\left(\frac{1}{0,1} - \frac{1}{0,3}\right)\ см \cong 2\ см.$$

2-мисол. Симоб билан тўлдирилган барометрик найчанинг (211-расм) пастки учи кенг идишга ботирилган. Найча ички кесимининг диаметри 0,4 *см* га тенг. Симоб сатҳларининг фарқи $h = 758$ *мм*. Атмосфера босими нимага тенг?



211-расм. Симобнинг барометрик найчада кўтарилиш баландлигига капиллярликнинг таъсири.

Ечилиши. Атмосфера босимини симоб устунининг h баландлиги орқали бевосита аниқлаб бўлмайди. Чунки устунининг босимига найча ичидаги симобнинг қавариқ мениски вужудга келтирган босим ҳам қўшилади. Демак, h баландликка эга бўлган симоб устунининг босими билан қўшимча p босимни атмосфера босими P мувозанатлайди:

$$P = h\rho g + p.$$

Қўшимча p босим қуйидагига тенг:

$$p = \frac{4\alpha\,|\cos\vartheta|}{d},$$

бунда d — найчанинг диаметри, ϑ — чегаравий бурчак. Шунга кўра:

$$P = h\rho g + \frac{4\alpha\,|\cos\vartheta|}{d}. \tag{5}$$

Атмосфера босими P ни, одатдагича, симоб устунининг миллиметрларида ифодалашни истасак, қўшимча p босим қандай h' баландликка эга бўлган симоб устунининг босимига тенг бўлишини аниқлашимиз керак.

$$P = \frac{4\alpha\,|\cos\vartheta|}{d} = h'\rho g$$

муносабатдан:

$$h' = \frac{4\alpha\,|\cos\vartheta|}{d\rho g}.$$

h' мусбат бўлиши керак, шунинг учун бу ерда $\cos\vartheta$ нинг абсолют қиймати олинган.

Симоб устунининг миллиметрларда ўлчанган атмосфера босимини H деб белгилаймиз. У ҳолда (5) ўрнига қуйидаги ҳосил бўлади:

$$H = h + h' = h + \frac{4\alpha\,|\cos\vartheta|}{d\rho g}. \tag{6}$$

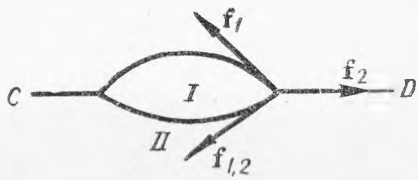
Агар симоб — шиша чегара учун $\vartheta = \pi$ деб ҳисобласак, (6) ўрнига қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$H = h + \frac{4\alpha}{d\rho g}. \tag{6a}$$

Симоб учун $\alpha = 540$ *дина/см* ва $\rho = 13{,}6$ *г/см*^{3} дир, шунинг учун

$$H = 75{,}8\ см + \frac{4 \cdot 540}{0{,}4 \cdot 13{,}6 \cdot 980}\ см = 76{,}2\ см\ \mathrm{Hg}.$$

§ 83. Томчининг суюқлик сирти бўйича ёйилиб кетиши. Мономолекуляр пардалар. Бирор суюқлик I нинг зичроқ бошқа бир суюқлик II сирти *CD* даги томчисини текширайлик (212-расм). Биринчи суюқликнинг сирт таранглигини α_1 орқали ва иккинчисиникини α_2 орқали белгилаймиз. Иккала суюқликнинг чегарасида ҳам сирт таранглик кучи таъсир қилади, бироқ бундай куч бу суюқликларнинг эркин сиртларидаги кучлардан фарқ қилади. Икки суюқликнинг чегарасидаги бу сирт таранглигининг коэффициентини $\alpha_{1,2}$ орқали белгилаймиз. Томчи айланасининг ҳар бир нуқтасида учта чегара сиртлари учрашади. Шу сабабли томчи айланасининг ҳар бир узунлик бирлигига учта сирт таранглик кучи f_1, f_2 ва $f_{1,2}$ таъсир қилади ва бу кучлар тегишли сиртлар бўйича йўналган бўлади. f_1 ва $f_{1,2}$ кучлар томчини сиқишга интилади; f_2 куч уни чўзади. f_1 ва $f_{1,2}$ кучларнинг вектор йиғиндиси f_2 куч билан мувозанатлашган ҳолда томчи мувозанат вазиятида бўлади. Равшанки бундай ҳол ушбу $f_2 < f_1 + f_{1,2}$ шарт бажарилгандагина мавжуд бўлади. Демак, агар



212-расм. Зичлиги кўпроқ бўлган суюқликнинг (II) сиртида зичлиги кичикроқ бўлган суюқликнинг (I) томчиси.

$$\alpha_2 < \alpha_1 + \alpha_{1,2}$$

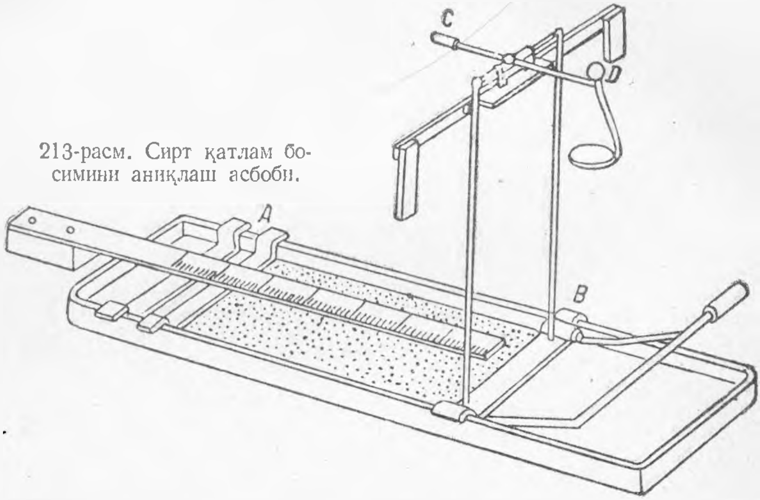
бўлса, I суюқлик II суюқлик устида томчи шаклида тура олади.

Агар α_2 сирт таранглик бошқа сирт таранглникларга қараганда етарлича катта бўлиб,

$$\alpha_2 > \alpha_1 + \alpha_{1,2}$$

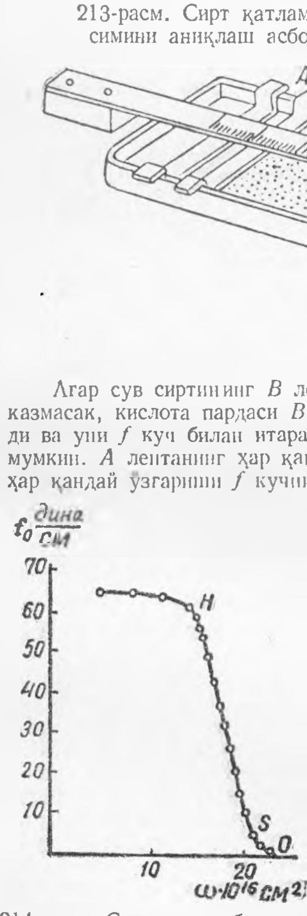
тенгликсиз бажарилса, f_1 ва $f_{1,2}$ кучларнинг тенг таъсир этувчиси, томчи қандай шаклга эга бўлмасин, f_2 кучни мувозанатлай олмайди ва томчи II суюқликнинг сирти бўйича юпқа парда кўринишида ёйилиб кетади. Масалан, кўпчилик органик суюқликлар (эфир, скипидар) сувнинг сиртида ёйилиб кетади. Баъзи суюқликларнинг (бензол, ёғ кислоталарнинг) тоза сув сиртига томизилган биринчи томчиларигина ёйилади, кейинги томчилар эса ёйилмайди, балки сувнинг сиртида турғун томчилар ҳолида қолади. Бундай бўлишига сабаб дастлабки томчиларнинг сувда қисман эриши натижасида сув сирт таранглигининг томчилар мувозанати мумкин бўларлик даражада камайишидир.

Ленгмюр 213-расмда тасвирланган асбоб ёрдамида сув сиртидаги жуда юпқа пардаларнинг хоссаларини текширган. Ясси деворли кювета тоза сув билан тўлдирилган; парафинланган *A* ва *B* иккита қоғоз лента сувнинг сиртида силжий олади. *A* лентани эркин силжитиш мумкин; *B* лента эса *CD* тарози шайинининг елкасига маҳкам бириктирилган. Агар сувнинг сирти тоза бўлса, *A* лентанинг силжиши *B* лентанинг ҳолатига таъсир қилмайди. Ленгмюр сувда эримайдиган ёғ кислотани бензолда эритиб, бундай эритманинг бир неча томчисини кюветадаги сувга томизган. Бензол буғланиб кетганида сув сиртини ёғ кислотанинг юпқа пардаси қоплаб қолган.



213-расм. Сирт қатлам босимини аниқлаш асбоби.

Агар сув сиртининг B лентадан ўнг томондаги қисмига ёғ кислотани ўтказмасак, кислота пардаси B лентанинг фақат бир томонида жойлашган бўлади ва уни f куч билан итара бошлайди. Бу кучни CD тарози билан ўлчаш мумкин. A лентанинг ҳар қандай силжиши, яъни ёғ кислота пардаси сиртининг ҳар қандай ўзгариши f кучнинг ўзгаришига сабаб бўлади.



214-расм. Сирт қатлам босими билан юз орасидаги боғланишнинг графиги.

Эритманинг концентрацияси ва унинг сувга қуйилган миқдори маълум бўлганда, ёғ кислотанинг сув сиртидаги молекулалари сонини ҳисоблаш мумкин. Сув сиртининг A ва B ленталар орасидаги қисмининг юзини ўлчагандан сўнг, бир молекулага тўғри келадиган ω юзни аниқлаш осон бўлади. A лентанинг силжиши натижасида ω юз ўзгаради.

Ленгмюр ω нинг турли қийматлари учун B лентанинг узунлик бирлигига тўғри келадиган f_0 кучни ўлчади. f_0 нинг ω га боғланиши 214-расмда тасвирланган. ω нинг нисбатан катта ($20 \cdot 10^{-16}$ $см^2$ дан катта) қийматларига чизиқнинг гиперболик қисми QS мос келади. Чизиқ S нуқтадан H нуқтагача кескин кўтарилиб борувчи тўғри чизиқ кўринишидаги қисмга эга; сўнг у қарийб горизонтал бўлиб давом этади. Бу чизиқнинг характерини қуйидагича тушунтириш мумкин: ω нинг қиймати $20 \cdot 10^{-16}$ $см^2$ дан катта бўлганда, бир молекулага тўғри келадиган юз молекуланинг ўз ўлчамларидан катта бўлади. Ёғ кислотанинг сув сиртида жойлашган молекулалари гўёки икки ўлчовли газни ҳосил қилади. Бу икки ўлчовли газ одатдаги газ қонунларига бўйсунади.

Лентанинг узунлик бирлигига тўғри келадиган f_0 кучнинг (босимнинг) бир молекула эгаллайдиган ω юзга (ҳажмнинг) боғланиши

$$f_0\omega = kT$$

қонунга бўйсунади, бунда T — парданинг абсолют температураси ва k — Больцман доимийси.

ω нинг S нуқтага мос келадиган қийматидан бошлаб, молекулалар жипс ҳолда жойлашадилар. Бунда ёғ кислотасининг сув сиртида жойлашган молекулалари гўёки икки ўлчовли қаттиқ жисмни ҳосил қилади. Бундай қаттиқ пардадаги молекулалар бир қатор жойлашган бўлади, шунинг учун бундай парда *мономолекуляр парда* дейилади. SH тўғри чизиқ мономолекуляр парданинг деярли кам сиқилувчанлигини ифодалайди.

H дан чапроқдаги нуқталар учун пардада қаватланишлар вужудга келиб, икки ва ундан ортиқ молекуляр қатламлар ҳосил бўлади.

S нуқтанинг абсциссаси молекулалар сув сиртида зич жойлашганларида ҳар бир молекулага тўғри келадиган ω_0 юзни тасвирлайди. Ленгмюрнинг тажрибалари пальмитин кислотадан ($C_{15}H_{31}COOH$) церотин кислотагача ($C_{25}H_{51}COOH$) барча ёғ кислоталар учун бирдай $\omega_0 = 21 \cdot 10^{-16}$ *см*^{2} юз тўғри келишини кўрсатди. Турли ёғ кислоталарнинг молекулалари турли узунликдаги узунчоқ занжирлар кўринишида бўлгани учун ёғ кислоталарнинг бундай молекулалари сувда вертикал ҳолатда жойлашиб, уларнинг $COOH$ группали учлари сувга ботиб туради, углевод занжирлари $CH_3 - (CH_2)_n$ эса сувдан ташқарида бўлади (215-расм); юқорида олинган хулоса ана шундай тушунтирилади.

215-расм. Ёғ кислоталар молекулаларининг сув юзидаги мономолекуляр қатламда жойлашиши.

§ 84. Суюқликларнинг буғланиши. Агар суюқлик очиқ идишда бўлса, у аста-секин буғланади, яъни газсимон ҳолатга ўтади.

Буғланиш ҳар қандай температурада ҳам бўла беради, лекин ҳар бир берилган суюқликнинг буғланиш тезлиги температура кўтарилиши билан ортади.

Буғланиш ҳодисасининг, газлардаги каби, суюқликларда ҳам молекулаларнинг T температура билан аниқланувчи ўртача энергиядан катта ҳамда кичик бўлган турли катталикдаги энергияларга эга бўлиши билан тушунтирилишини юқорида айтиб ўтган эдик. Шунинг учун ҳам ҳар бир T температурада суюқликнинг сиртига яқинлашганда, қўшни молекулаларнинг тортиш кучини енга олувчи ва сирт қатламини ёриб ўтиб, суюқликдан ташқарига отилиб чиқа олувчи тез ҳаракатланаётган молекулалар мавжуд бўлади. Суюқликнинг температураси қанча юқори бўлса, тез ҳаракатланаётган молекулаларнинг сони шунча кўп бўлади ва, демак, буғланиш шунча тез боради.

Буғланиш вақтида тезроқ ҳаракатланаётган молекулалар суюқликдан учиб чиқаётиб, ўз энергияларининг бир қисмини бу молекулаларни суюқлик ичида ушлаб турувчи молекуляр тортиш кучларига қарши иш бажариш учун сарфлайди. Бу эса суюқликда қоладиган молекулаларнинг ўртача энергиясининг камайишига, яъни суюқликнинг совишига олиб келади.

Буғланаётган суюқликнинг температурасини ўзгармас қилиб сақлаб туриш учун унга ташқаридан иссиқлик бериб туриш керак. Бу иссиқлик *буғланиш иссиқлиги* дейилади; бу миқдор иссиқлик суюқликнинг температурасини оширмайди, балки буғланишда бажариладиган ишга сарфланади.

Буғланиш солиштирма иссиқлиги λ *деб* T *температурадаги суюқликнинг бирлик массасини шу температурадаги буғга айлантириш учун унга бериладиган иссиқлик миқдорига* айтилади.

Одатда буғланиш солиштирма иссиқлиги суюқликнинг бир грамига ёки бир килограмига нисбатан белгиланади.

Буғланиш иссиқлиги суюқликнинг температурасига боғлиқ бўлади: температура критик температура $T_к$ га интилса, буғланиш иссиқлиги нолга интилади.

Агар буғланаётган суюқликка ташқаридан иссиқлик бериб турилмаса, у совийди. Температурани пасайтириш усули мана шу фактга асосланган: иссиқлик ўтказмайдиган деворли идишдаги суюқликни тез буғланишга мажбур этиб, уни анча совитиш мумкин (§ 65 билан таққосланг).

Буғ конденсацияланиб суюқликка айланаётганда унинг молекулалари ўзаро тортишади, бунинг натижасида уларнинг тезлиги ва, демак, кинетик энергияси ошади. Бу эса ҳосил бўлаётган суюқликни иситади: буғланишда сарфланган иссиқлик буғ конденсацияланаётганда қайтиб берилади.

Суюқликни унинг тўйинган буғининг эластиклиги ташқи босимга тенг бўлиб қоладиган температурагача иситсак, фақат сиртидангина буғланишдан ташқари унинг ичида ҳам буғ пуфаклари ҳосил бўлиб, бутун ҳажмда буғланиш бошланади. Ҳажм бўйича бундай шиддатли буғланиш *қайнаш* деб аталади. Демак, қайнаш температураси суюқликнинг қандай ташқи босимда бўлишига боғлиқдир. Атмосфера босимидаги (760 *мм* Hg) сув 100°C да қайнайди; пастроқ босимда у пастроқ температурада қайнайди, юқорироқ босимда, юқорироқ температурада қайнайди.

Суюқлик қайнаганда ҳосил бўладиган буғ пуфакчалари даставвал суюқлик ичида мавжуд бўладиган ва одатда идиш деворларига ёпишадиган ҳаво пуфакчаларида вужудга келади.

Ҳаво пуфакчалари қайнаш бошланадиган марказлар бўлади. Ҳавоси бўлмаган суюқликни *ўта қиздириш*, яъни уни қайнамагани ҳолда қайнаш температурасидан юқори температурагача қиздириш мумкин. Агар шундай ўта қиздирилган суюқликка сиртига ҳаво ёпишган қандайдир қаттиқ зарралар киритилса, суюқлик шу онда қайнаб, унинг температураси қайнаш температурасигача пасаяди.

Ўта қиздирилган суюқликнинг қайнаши шиддатли равишда юз берганлиги сабабли бу ҳодисанинг олдини олишга интилади-лар. Бунинг учун, масалан, сув иситилаётган идиш ичига капилляр найлар туширилган бўлади (капилляр найлар ичида ҳаво пуфакчалари яхши сақланади).

Буғланиш иссиқлиги λ — молекулалар суюқликнинг сирт қатламидан ўтаётганда, бажарадиган A ишга ва модда суюқ ҳолатдан газсимон ҳолатга ўтаётганда унинг V_0 солиштирма ҳажмининг катталашиши билан боғлиқ бўлган A' ишга сарфланади:

$$\lambda = A = A'. \tag{1}$$

Тортиш кучи молекулаларга молекуляр таъсир радиуси r ча қалинликдаги сирт қатламидагина таъсир қилади (§ 78 га қаранг). Шу молекуляр таъсир радиуси узунлигида таъсир қилувчи ўртача кучни $\bar{f}$ орқали белгилаб, битта молекуланинг суюқликдан чиқишида бажариладиган ишнинг ифодасини ҳосил қиламиз:

$$\Delta A = \bar{f} \cdot r.$$

Суюқликнинг бирлик массасидаги барча молекулаларнинг бажарадиган A иши:

$$A = n \cdot \Delta A = n \cdot \bar{f} r,$$

бунда n — бирлик массадаги молекулалар сони.

A' иш эса:

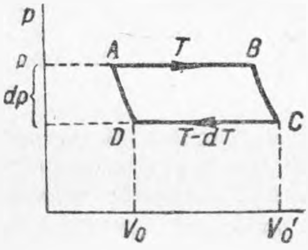
$$A' = p(V_0' - V_0),$$

бунда V_0' — буғнинг солиштирма ҳажми, V_0 — суюқликнинг солиштирма ҳажми ва p — буғланиш юз бераётган пайтдаги босим. A ва A' нинг қийматини (1) га қўйиб, қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$\lambda = n \bar{f} r + p(V_0' - V_0). \tag{2}$$

$\bar{f}$ ва r маълум бўлмаганликлари сабабли бу ифода буғланиш иссиқлиги λ нинг қийматини бевосита ҳисоблаш имконини бермайди, лекин у λ нинг, сирт таранглики тақозо қилувчи молекуляр ўзаро таъсир кучи $\bar{f}$ нинг катталигига боғлиқлигини кўрсатади. Температуранинг кўтарилиши билан $\bar{f}$ куч ҳам, буғ ва суюқликнинг V_0' ва V_0 солиштирма ҳажмлари фарқи ҳам камайганлигидан, (2) формула температуранинг кўтарилиши билан буғланиш иссиқлиги λ ҳам камайишини кўрсатади. Температура критик температура $T_к$ га яқинлашганда молекулаларнинг тортишиш кучи $\bar{f}$ нолга интилади ва шу билан бир вақтда, буғ ва суюқликнинг V_0' ва V_0 солиштирма ҳажмлари орасидаги фарқ ҳам йўқолади; бундан, (2) га асосан, $T \to T_к$ бўлганда буғланиш иссиқлиги $\lambda \to 0$, шундай ҳолнинг ҳақиқатда мавжудлиги юқорида айтиб ўтилган эди.

Термодинамиканинг иккинчи бош қонунидан фойдаланиб, тўйинган буғнинг эластиклиги, температура, буғланиш иссиқлиги ва суюқ ҳолатдан газсимон ҳолатга ўтишдаги солиштирма ҳажмнинг ўзгариши орасида боғланиш борлигини кўрсатиш мумкин. Бунинг учун цилиндрдаги поршень остида суюқлик ва суюқлик устида унинг тўйинган буғи бор, деб фараз қилиб, шу аралашма билан қайтувчан Карно циклини бажарамиз (§ 73 га қаранг). Дастлабки температура T ва тўйинган буғнинг шу температурадаги эластиклиги p бўлсин. Дастлаб, аралашмани изотермик равишда кенгайтирамиз. Бу ҳолда, суюқликнинг бирор m массаси ўша p босимли тўйинган буғ ҳолатига ўтади. Демак, бу кенгайиш изобарик ҳам бўлади: графикда (216-расм) у AB изобара билан тасвирланган. Бу кенгайиш ҳақиқатан ҳам изобарик бўлиши учун аралашмага



216-расм. Суюқлик билан унинг тўйинган буғининг аралашмаси устида ўтказиладиган Карно цикли.

$$Q_1 = m\lambda \tag{3}$$

буғланиш иссиқлигини бериш керак бўлади.

Ҳажмнинг ΔV катталашиши:

$$\Delta V = m(V_0' - V_0),$$

бунда V_0' — буғнинг солиштирма ҳажми, V_0 — суюқликнинг солиштирма ҳажми. Мана шу изобарик кенгайишда бажарилган иш:

$$A_1 = p \cdot \Delta V = pm(V_0' - V_0). \tag{4}$$

Сўнг ҳажмни адиабатик равишда чексиз кичик миқдор қадар катталаштирамиз (BC тармоқ); бунда температура dT қадар пасаяди, тўйинган буғнинг эластиклиги эса dp қадар камаяди. Сўнг аралашмани яна изобарик равишда ΔV қадар сиқамиз. Бу сиқилиш процесси CD тўғри чизиқ билан тасвирланиб, у $p - dp$ босим ва $T - dT$ температурада юз беради ва бу процесс вақтида:

$$A_2 = -(p - dp)\,\Delta V = -(p - dp)\,m(V_0' - V_0) \tag{5}$$

иш бажарилади.

Ниҳоят, DA адиабатик сиқишни бажариб, циклни тугаллаймиз. Цикл натижасида иситкичдан Q_1 иссиқлик миқдори олинди ва қандайдир A иш бажарилди. BC ва AD адиабаталарда бажариладиган чексиз кичик ишларни назарга олмасак, $A = A_1 + A_2$ деб ҳисоблаш мумкин. Қайтувчан Карно циклининг фойдали иш коэффициенти $\eta' = \frac{A}{Q_1}$, 316-бетда айтилганларга асосан, ишловчи модданинг табиатига боғлиқ эмас ва $\frac{T_1 - T_2}{T_1}$ га тенгдир; бунда T_1 — иситкичнинг температураси (бизнинг ҳолда T) ва T_2 — совиткичнинг температураси (бизнинг ҳолда $T - dT$). Демак:

$$\eta' = \frac{A_1 + A_2}{Q_1} = \frac{T - (T - dT)}{T} = \frac{dT}{T}.$$

Бундаги Q_1, A_1 ва A_2 ларнинг ўрнига уларнинг (3), (4) ва (5) даги қийматларини қўйсак, қуйидаги ифода ҳосил бўлади:

$$\frac{m(V_0' - V_0)\,dp}{m\lambda} = \frac{dT}{T}.$$

ёки

$$\frac{dp}{dT} = \frac{1}{T} \cdot \frac{\lambda}{V_0' - V_0}. \qquad (6)$$

(6) формула *Клапейрон — Клаузиус формуласи* деб аталиб, у тўйинган буғ эластиклигининг температурага боғланишини характерловчи dp/dT катталик билан буғланиш иссиқлиги λ, солиштирма ҳажмнинг ўзгариши $V_0' - V_0$ ва температура T ни боғлайди. Бу формуланинг кўриниши суюқликнинг табиатига боғлиқ эмас.

§ 85. Эритмалар. Осмотик босим. Маълумки, қаттиқ жисмлар, умуман айтганда, суюқликларда эриб, улар билан бир жинсли муҳит ташкил қиладилар. Бироқ эритма, бир-бири билан химиявий реакцияга киришмайдиган газларнинг аралашмаси каби оддий аралашма эмас. Д. И. Менделеев 1865—1887 йиллар мобайнида бажарган кенг текширишлари натижасида эритманинг ҳажми эритувчи ва эриган моддалар ҳажмларининг йиғиндисидан фарқли эканини кўрсатди. Эриш процессида иссиқлик ажралади ёки ютилади. Менделеев эритувчи ва эриган моддаларнинг маълум оғирлик нисбатларига тегишли бўлган махсус нуқталарнинг мавжудлигини аниқлади. Буларнинг ҳаммаси эритма ва эриган модда молекулалари орасида ўзаро энергетик таъсирлар борлигини ва эритмаларнинг химиявий бирикмаларга яқинлигини кўрсатади. Лекин кучсиз эритмаларда бу кўрсатилган эффектлар кам роль ўйнайди. Бундан буён биз эриган модданинг бир молекуласи эритувчининг жуда кўп молекуласига тўғри келадиган кучсиз эритмаларни ўрганиш билан чекланамиз. У ҳолда эриган модданинг молекулалари бир-биридан узоқда бўлади, ўзаро таъсири кучсиз бўлади ва уларнинг мажмуаси газга ўхшайди. Эриган модданинг ҳақиқий газдан фарқи шундаки, эриган модда молекулаларининг ҳаракати, уларнинг орасида эритувчининг молекулалари борлиги ва эриган модда молекулалари эритувчининг молекулалари билан узлуксиз равишда тўқнашиб турганлиги сабабли, қийинлашган бўлади. Шу сабабли эриган модданинг диффузия коэффициенти газларнинг диффузия коэффициентидан анча кичик бўлади.

Эритувчи модда молекулаларининг ҳам, эриган модда молекулаларининг ҳам иссиқлик ҳаракати ўртача кинетик энергияси берилган T температурадаги газ молекулаларининг ўртача кинетик энергияси каби бўлади: эркинлик даражаларидан биттасига тўғри келадиган ўртача энергия:

$$\overline{w} = \frac{1}{2} kT,$$

бунда k — Больцман доимийси.

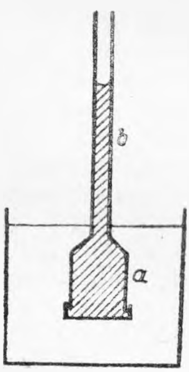
Эриган модда молекулаларининг мажмуаси газга ўхшагани учун босимга эга бўлиши керак (§ 46 га қаранг).

$$p = \frac{2}{3} n_0 \overline{w}, \tag{1}$$

бунда n_0 — эритманинг бирлик ҳажмидаги эриган модда молекулаларининг сони. Бу p босим *осмотик босим* дейилади.

Аммо эритувчи суюқликда сирт пардаси вужудга келтирган катта ички босимнинг мавжудлиги осмотик босимни бевосита кузатишга имкон бермайди.

Осмотик босим катта босимдаги газга оз миқдорда қўшилган бошқа бир газнинг парциал босимига ўхшайди. Шунинг учун осмотик босимни кузатиш усули ҳам газлардаги парциал босимни кузатиш усули билан бирдай бўлиши керак. § 47 да баён қилинган тажрибада, водород молекулаларини ўтказадиган ва аргон молекулаларини ўтказмайдиган қиздирилган платинадан иборат тўсиқ ёрдамида водороднинг парциал босимини бевосита ўлчаш мумкин бўлган эди. Шунга ўхшаш, эритувчининг молекулаларини ўтказиб, эриган модда молекулаларини ўтказмайдиган тўсиқ ёрдамида осмотик босимни кузатиш мумкин. Бундай тўсиқлар *ярим ўтказувчан тўсиқлар* деб аталади. Масалан, ҳайвон пуфаги қанд эритмаси учун ярим ўтказувчан тўсиқдир, у сув молекулаларини ўтказиб, қанд молекулаларини эса ўтказмайди. Бинобарин, ҳайвон пуфаги қанд эритмасининг осмотик босимини кузатиш ва ўлчашда ишлатилиши мумкин.



217-расм. Ярим ўтказувчан парда ёрдамида осмотик босимни аниқлаш.

Осмотик босимни кузатишга хизмат қиладиган тажрибанинг схемаси 217-расмда тасвирланган. Тоза сувли идишга пастки очиқ томони ярим ўтказувчан парда билан қопланган кичкина идишча a солинган. a идишчанинг юқори қисмига узун ингичка b найча ўрнатилган. Идишчада қанд эритмаси бор. 114-расмда тасвирланган тажрибада платинадан ясалган идиш ичига водород кўпроқ кириб, ундан ташқарига камроқ чиққани каби, a идишчага ҳам ярим ўтказувчан парда орқали сув кўп кириб, ундан ташқарига сув оз чиқади. Ортиқча кирган бу сув b найчадаги эритманинг сатҳини кўтарилган суюқлик устунининг гидростатик босими эриган қанднинг осмотик („парциал“) босимига тенглашгунча кўтаради.

(1) формуладан осмотик босим Менделеев—Клапейрон формуласини қаноатлантириши зарурлиги келиб чиқади.

$$p = \frac{m}{\mu \cdot V} R T, \tag{2}$$

бунда m — эриган модданинг массаси, μ — унинг молекуляр оғирлиги, V — эритманинг ҳажми, R — газ доимийси.

Эритманинг концентрацияси (концентрация сон жиҳатдан эритманинг бирлик ҳажмидаги эриган модда массасига тенг бўлади) деб аталувчи

$$C = \frac{m}{V}$$

катталикни киритиб, (2) формулани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$p = \frac{C}{\mu} RT. \tag{3}$$

Осмотик босимга татбиқ қилинган бу (3) формула *Вант-Гофф формуласи* дейилади. *Вант-Гофф формуласидан* қуйидаги хулосалар келиб чиқади: 1) ўзгармас температурадаги эриган маълум бир модданинг p осмотик босими C концентрацияга тўғри пропорционалдир; 2) ўзгармас концентрацияли эриган маълум бир модданинг p осмотик босими эритманинг T абсолют температурасига тўғри пропорционалдир; 3) бирдай концентрация ва бирдай босимда олинган эриган хар хил моддаларнинг p осмотик босими молекуляр оғирликка тескари пропорционалдир.

Кўпгина кучсиз эритмалар учун Вант-Гофф формуласи (3) яхши натижа беради. Бироқ қатор эритмалар учун, масалан, анорганик тузларнинг эритмалари учун осмотик босимнинг қиймати (3) формула бўйича ҳисобланган қийматдан анча катта бўлиб чиқади.

Бу ҳол мана шундай моддалар молекулаларининг эриганда бир неча қисмларга парчаланиши *(диссоциацияланиши)* билан боғлиқдир. Чунки диссоциация натижасида эритувчининг бирлик ҳажмига тўғри келадиган зарралар сони n_0 ошади ва (1) формулага кўра, босим ҳам ошади.

Катта осмотик босимга эга бўлган эритмалар электр ўтказувчи *(электролитлар,* II томга қаранг) бўлганлари ҳолда (3) формулага бўйсунувчи эритмаларнинг электр токини ўтказмаслиги маълум бўлди. Бундан эса эришда молекулалар нейтрал қисмларга эмас, зарядли қисмларга (ионларга) ажралиши маълум бўлади.

Осмотик босим билан боғлиқ бўлган ҳодисалар табиатда, хусусан, тирик организмларда юз берадиган процессларда катта роль ўйнайди.

Осмотик босимларни катталик жиҳатдан баҳолаш учун қуйидаги мисолларни кўрамиз.

1-мисол. 27°C температурадаги 1 *л* сувда 34 *г* қамиш қанди ($C_{12}H_{22}O_{11}$) эритилган. Осмотик босимнинг катталиги аниқлансин.

Ечилиши. (2) формула бўйича:

$$p = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{RT}{V},$$

бунда R — газ доимийси бўлиб, 0,082 *л·ат/град·моль* га тенг. Водород (Н), углерод (С) ва кислород (О) нинг атом оғирликлари мос равишда 1; 12 ва 16 га тенг бўлишини эътиборга олиб ва қамиш қандининг юқорида келтирилган химиявий формуласидан фойдаланиб, молекуляр оғирлик $\mu = 342$ эканини аниқлаймиз. Мана шу сон қийматлардан фойдаланиб, осмотик босимни топамиз:

$$p = \frac{34}{342} \cdot \frac{0{,}082 \cdot 300}{1} \ am \cong 2{,}46 \ am.$$

Келтирилган ҳисоблаш осмотик босимнинг бир неча атмосфера чамасида бўла олишини кўрсатади.

2-мисол. Эриган модда барча молекулалари χ қисмининг ҳар бири диссоциация натижасида i тадан заррага ажралса, осмотик босим қандай нисбатда ўсади?

Ечилиши. Эритманинг бирлик ҳажмидаги эриган модда молекулаларининг сони диссоциациягача n_0 эди, деб оламиз. Агар эриган модданинг χ қисмини ташкил этган молекулалардан ҳар бири i тадан заррага ажралса, бирлик ҳажмдаги зарралар сони қуйидагига тенг бўлиб қолади:

$$n_0' = n_0 \chi i + (1 - \chi)\, n_0 = [1 + \chi\,(i - 1)]\, n_0.$$

Босим бирлик ҳажмдаги зарралар сонига пропорционал бўлганлиги учун у диссоциация натижасида қуйидаги нисбатда ошади:

$$\frac{p'}{p} = \frac{n_0'}{n_0} = 1 + \chi\,(i - 1). \qquad (4)$$

Жуда кучсиз эритмаларда диссоциация тўла бўлади, яъни барча молекулалар парчаланади, у ҳолда $\chi = 1$ ва (4) формула

$$p'/p = i$$

кўринишини олади.

Агар, масалан, барча молекулалар иккитадан бўлакка диссоциацияланса, $i = 2$ бўлади ва $p' = 2p$, яъни диссоциация натижасида осмотик босим икки баробар ошади.

3-мисол. Агар 2,92 *г* ош тузи NaCl 27°C температурадаги 1 *л* сувда эриганда осмотик босим 1,75 *ат* га тенг бўлиши маълум бўлса, ош тузи молекулаларининг қанча (χ) қисми диссоциацияланганлиги аниқлансин.

Ечилиши. Ош тузи эритмасининг ҳақиқатда кузатиладиган осмотик босимини p' орқали белгилаймиз, диссоциация йўқ деб фараз қилинганда бўлиши мумкин бўлган босимни p орқали белгилаймиз. У ҳолда, олдинги мисолни ечишда чиқарилган (4) формулага асосан:

$$p' = p\,[1 + \chi\,(i - 1)].$$

Шартга кўра, $i = 2$, бундан:

$$p' = p\,(1 + \chi).$$

Бу тенгликни χ га нисбатан ечамиз:

$$\chi = \frac{p'}{p} - 1. \qquad (5)$$

Менделеев — Клапейрон формуласидан:

$$p = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{RT}{V}.$$

p нинг бу қийматини (5) га қўйсак:

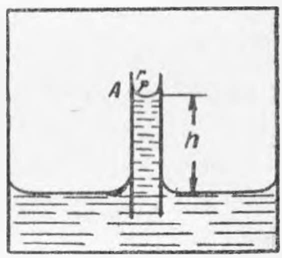
$$\varkappa = \frac{p'\mu V}{mRT} - 1.$$

Берилган сон қийматларни бу формулага қўйсак:

$$\varkappa = 0{,}44,$$

яъни ош тузи молекулаларининг 0,44 қисми диссоциацияланади

§ 86. Эгри сирт устидаги ва эритма устидаги тўйинган буғнинг босими. Суюқлик тўйинган буғининг босимини суюқлик сиртининг эгрилигига боғланишини текширайлик. Ёпиқ идишда маълум миқдор суюқлик бўлсин; суюқликнинг устида тўйинган буғ бор. Суюқлик сирти устидаги тўйинган буғнинг босими берилган T температурада тамомила аниқ p қийматга эга бўлади. Бу босим баландлик бўйича барометрик формулага асосан камайиб боради (§ 51 га қаранг).



218-расм. Тўйинган буғнинг баландликдаги эластиклиги, идишдаги суюқликнинг сиртидаги эластиклигига қараганда кичик бўлади.

Бир учи суюқликка ботирилган A капилляр найчани кўз олдимизга келтирайлик (218-расм). Капилляр найча материалини суюқлик тўла ҳўллайди, деб фараз қиламиз. У ҳолда суюқликнинг мениски ярим сфера шаклидаги ботиқ сиртдан иборат бўлиб, унинг r радиуси капилляр найчанинг радиусига тенг бўлади. Найча ичида: суюқлик h баландликка кўтарилади. Бу баландлик § 82 даги (2б) формулага кўра:

$$h = \frac{2\alpha}{r\rho g}, \tag{1}$$

бунда α — суюқликнинг сирт таранглик коэффициенти ва ρ — унинг зичлиги.

Фараз этайлик, капиллярдаги суюқликнинг ботиқ сирти устидаги тўйинган буғнинг босими идишдаги ясси сирт устидаги босимнинг p қийматига тенг бўлсин. У ҳолда идишдаги суюқлик сиртидан h баландликда бўлган ботиқ сиртдан буғланган буғ ўзини ўраб олган буғга нисбатан каттароқ босим остида қолади, чунки ўша атрофдаги буғнинг босими p' баландлик бўйича камайиб боргани сабабли, p босимдан кичик бўлади. Вужудга келган зичроқ буғ кенгайиб, иш бажариши мумкин; бу иш, совиткич бўлмагани ҳолда, T температурали биргина иситкич ҳисобига бажарилган бўлиб қолади; термодинамиканинг иккинчи бош қонунига кўра эса бунинг юз бериши мумкин эмас. Демак, биз суюқликнинг ботиқ сирти устидаги тўйинган буғнинг босимини атрофдаги буғнинг p' босимига тенг деб ҳисоблашимиз керак, чунки фақат шу босимдагина капиллярдаги суюқлик билан буғ орасида мувозанат мавжуд бўлади.

p' нинг қийматини барометрик формула ёрдамида аниқлаш мумкин эди, бироқ h баландлик кичик бўлгани учун $p - p'$ айирмани h баландликка ва ρ_0 зичликка (бунда ρ_0 — берилган суюқлик тўйинган буғининг T температурадаги зичлиги) эга бўлган бир жинсли буғ устунининг босимига тенг, деб олиш мумкин:

$$p - p' = hg\rho_0.$$

Бу ерга (1) бўйича h нинг қийматини қўйсак:

$$p - p' = \frac{2\alpha}{r} \cdot \frac{\rho_0}{\rho},$$

бундан:

$$p' = p - \frac{2\alpha}{r} \cdot \frac{\rho_0}{\rho}. \tag{2}$$

(2) формуладан кўринишича, $p' < p$ экан, яъни *ботиқ сирт устидаги тўйинган буғнинг босими ясси сирт устидаги босимдан кичик бўлади.* Сиртнинг r эгрилик радиуси қанча кичик бўлса, p' босим ҳам ясси сирт устидаги буғ босими p дан шунча фарқ қилади.

Суюқлик капилляр найчани ҳўлламайдиган ҳолни текширганимизда, капиллярдаги суюқлик мениски қавариқ бўлишини ва суюқлик сатҳи катта идишдаги сатҳга нисбатан бир оз паст бўлишини кўрамиз. Бундан, юқорида келтирилганларга тамомила ўхшаш мулоҳазалар ёрдамида *қавариқ сирт устидаги тўйинган буғнинг p'' босими ясси сирт устидаги босимидан катта бўлади,* деган хулосага келамиз, яъни

$$p'' = p + \frac{2\alpha}{r} \cdot \frac{\rho_0}{\rho} \tag{2a}$$

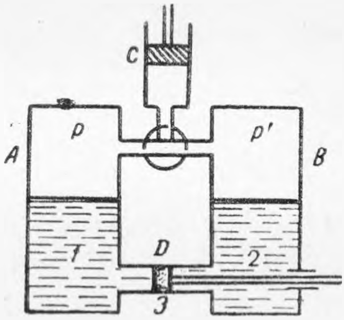
эканлиги маълум бўлади.

Кейинги хулосадан сферик томчилар устидаги тўйинган буғнинг босими суюқлик ясси сирти устидаги ўша тўйинган буғнинг босимидан катта эканлиги ва томчининг радиуси қанча кичик бўлса, унинг устидаги тўйинган буғ босими шунча катта бўлишлиги келиб чиқади. Буғ билан ўралган турли радиусли томчилар ўзаро мувозанатда бўла олмайди. Кичик томчилар буғланади, катта томчиларда эса то кичик томчилар тамомила йўқолгунча буғлар конденсациялана боради.

Энди эритма устидаги тўйинган буғнинг босимини соф эритувчи устидаги буғнинг босимига таққослаймиз.

Ўтган асрнинг охирларидаёқ, Рауль асосан органик моддалар устида ўтказган кўп сонли ўлчашлар натижасида учувчан бўлмаган модда эритмаси устидаги эритувчи модда тўйинган буғининг p' босими соф эритувчи устидаги тўйинган буғнинг шу температурадаги p босимидан пастроқ бўлишини кўрсатган эди. Масалан, қанднинг сувдаги эритмаси устидаги тўйинган сув буғининг босими, худди шу температурадаги тоза сув устидаги тўйинган сув буғининг босимидан пастдир. Соф эритувчининг ν молида ν' моль модда эритилган бўлсин; у ҳолда, Рауль топган қонунга кўра, тўйинган буғлар босимининг нисбий пасайиши:

$$\frac{p-p'}{p}=\frac{\nu'}{\nu+\nu'}. \qquad (3)$$



219-расм. Тўйинган буғ эластиклигининг эритма устида камайишини ифодаловчи формулани келтириб чиқаришга доир.

Рауль қонуни қуйидаги айланма процессни текширишдан келтириб чиқарилиши мумкин:

1) бир моль соф эритувчини A идиш (219-расм) ичида буғлантириб, p босимли тўйинган буғ ҳосил қиламиз; ҳосил бўлган тўйинган буғнинг ҳажмини V_0 орқали белгилаймиз;

2) бу буғларни C насос ёрдамида уларнинг босими эритма устидаги тўйинган буғнинг p' босимига тенглашгунча кенгайтирамиз; бу ҳолда ҳажм V_0 бўлсин;

3) B идишдаги p' босимли буғнинг бир молини конденсациялаб, эритмага айлантирамиз.

Бу учта процессни бирдай T температурада изотермик бажарамиз;

4) ярим ўтказувчан поршень ёрдамида бир моль эритувчини эритмадан яна тоза эритувчи томонга ўтказамиз.

Бу айланма процессда бажарилган ишларнинг йиғиндиси нолга тенг бўлиши керак; акс ҳолда, термодинамиканинг иккинчи бош қонуни яна бузилган бўлар эди, чунки бутун процесс T температурали биргина иссиқлик манбаи билан бажарилди.

1) ва 3) процессларда бажарилган ишлар катталик жиҳатдан ўзаро тенг ва ишоралари қарама-қарши эканлигига осонлик билан ишонч ҳосил қилиш мумкин; шунинг учун ҳам бутун айланма процесс учун ишлар йиғиндиси тузилаётганда, улар ўз-ўзидан тушиб қолади.

Буғнинг C насос ёрдамида кенгайишидаги иш (§ 71 га қаранг):

$$A_1 = RT \ln \frac{p'}{p}.$$

Бир моль эритувчини эритмадан соф эритувчи солинган идишга ўтказишда бажарилган ишни аниқлаймиз. Ярим ўтказувчан D поршень орқали эритувчининг ΔV ҳажми ўтиши учун поршенни маълум кесмага суриш керак. Бу ҳолда поршень осмотик босим P га қарши сурилгани учун

$$A_2 = P \cdot \Delta V$$

иш бажарилади.

ΔV — бир моль тоза эритувчининг ҳажмидир; бундан $\Delta V = \frac{\mu}{\rho}$, бу ерда μ — эритувчининг молекуляр оғирлиги, ρ — унинг зичлиги, буларга асосан:

$$A_2 = P \frac{\mu}{\rho}.$$

$A_1 + A_2 = 0$ шартдан:

$$P \cdot \frac{\mu}{\rho} = -RT \ln \frac{p'}{p},$$

бундан осмотик босимни топамиз:

$$P = \frac{\rho}{\mu} RT \ln \frac{p}{p'}. \qquad (4)$$

Бу кейинги ифодани ўзгартириш мумкин. $\ln \frac{p}{p'}$ ифодани қуйидагича ёзамиз:

$$\ln \frac{p}{p'} = \ln \left(1 + \frac{p - p'}{p'}\right);$$

босимнинг $p - p'$ ўзгариши кичик бўлгани учун, $\frac{p - p'}{p'}$ бирдан анча кичик бўлади, шунинг учун тақрибан:

$$\ln \left(1 + \frac{p - p'}{p'}\right) \approx \frac{p - p'}{p'}.$$

Бу тақрибий ифодадан фойдаланиб, (4) формулани қуйидагича ёзамиз:

$$P = \frac{\rho}{\mu} RT \frac{p - p'}{p'}. \qquad (5)$$

Бу формула осмотик босимнинг қийматини § 85 да баён қилинган ярим ўтказувчан пардалар ёрдамида ўлчаш ўрнига эритма устидаги тўйинган буғ босимининг пасайиши орқали ҳисоблаш имконини беради.

Менделеев—Клапейрон формуласи бўйича осмотик босим:

$$P = \frac{m'}{\mu'} \frac{RT}{V}.$$

Бу ерда m' — эриган модданинг массаси, μ' — унинг молекуляр оғирлиги, демак, m'/μ' эриган модда молларининг сони ν' га тенгдир.

Бундан:

$$P = \nu' \frac{RT}{V}.$$

Иккинчи томондан, $\frac{\rho}{\mu} = \frac{m}{\mu V}$, бунда m —эритувчининг массаси ва μ — унинг молекуляр оғирлиги, бинобарин:

$$\frac{\rho}{\mu} = \nu \frac{1}{V},$$

бунда ν — эритувчининг моллари сони. P ва ρ/μ нинг бу қийматларини (5) га қўйсак:

$$\frac{p - p'}{p'} = \frac{\nu'}{\nu},$$

бундан:

$$\frac{p - p'}{p} = \frac{\nu'}{\nu + \nu'},$$

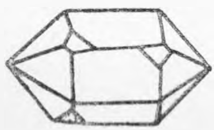
бу эса Рауль қонуни (3) нинг ўзидир.

Ўнинчи боб

ҚАТТИҚ ЖИСМЛАР

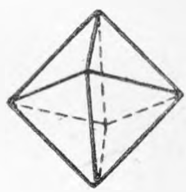
§ 87. Кристалл ва аморф жисмлар. Қаттиқ жисмлар бир-биридан ўзларининг физик хоссалари билан кескин фарқланадиган икки турга, яъни *кристалл* ва *аморф* жисмларга ажралади.

Кристалл ҳолатдаги модданинг асосий аломати унда *анизотропиянинг* мавжуд бўлишидир. Анизотропия деб, *бир жинсли жисм хоссаларининг турли йўналишларда турлича бўлишига* айтилади. Масалан, кристалл жисмнинг иссиқликдан кенгайиш коэффициенти турли йўналишлар учун турлича бўлади; турли йўналишларда кристалларнинг механик, оптик ва электр хоссалари ҳам турличадир. Кристаллнинг энг характерли ташқи аломати унинг мунтазам геометрик шаклда бўлишидир. Дераза ойнасида сув музлаганда муз кристаллари мунтазам геометрик нақшлар ҳосил қилишини ва қор учқунининг мунтазам шаклга эга бўлишини ҳамма билади. Кристаллар текис ёқлар билан чегараланган бўлиб, бу ёқлар қирраларда ва учларда учрашади.



220-расм. Кварц кристали.

Одатда, ёқлар бир-бирига нисбатан симметрик равишда жойлашади. Кварц, масалан, олти ёқли пирамидалар билан тугалланувчи олти ёқли призмадан иборат бўлган кристаллар ҳосил қилади (220-расм); аччиқтош октаэдрлар шаклида (221-расм), тош туз эса кублар шаклида кристалланади ва ҳоказо. Маълум бир кристалл модданинг ҳар хил намуналарида ёқлар орасидаги бурчаклар мутлақо бирдай бўлади. Масалан, кварц кристалларида призма ва пирамида ёқлари орасидаги бурчак ҳамма вақт 38°13′ га тенг бўлади.

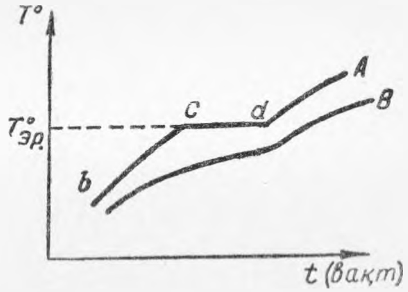


221-расм. Аччиқтош кристали.

Аморф қаттиқ жисмлар эса *изотроп* бўлади, яъни улар *барча йўналишларда бирдай хоссаларга эга бўлади.*

Кристалларда муайян вазиятдаги текисликлар бор бўлиб, кўпчилик кристаллар мана шу текисликлар бўйича осонгина ушалиб кетади. Масалан, тош тузнинг кристаллари ўзаро тик бўлган текисликлар бўйича параллелепипед шаклидаги бўлакларга ушалади; слюда осонлик билан юпқа қатламларга ажралади. Аморф жисмлар синганда эса ҳамма вақт эгри-бугри сиртли ушоқлар ҳосил бўлади; бир бўлак шиша синдирилса, ҳосил бўлган бўлакчалар тамомила номунтазам тасодифий шаклларга эга бўлади.

Кристалл ва аморф жисмлар эриш вақтида, яъни қаттиқ ҳолатдан суюқ ҳолатга ўтиш вақтида ўзларини турлича вазиятда тутадилар. Ҳар бир кристалл жисм тамомила аниқ эриш нуқтасига эга бўлади. 222-расмдаги A чизиқ текис иситиш билан эритилаётган кристалл жисм температурасининг вақт ўтиши билан ўзгаришини ифодалайди. Чизиқнинг bc қисми қаттиқ ҳолатдаги кристаллнинг исиш процессини тасвирлайди. Эриш температураси $T_{эр}$ га етганда жисмнинг исиши тўхтайди, чунки берилаётган иссиқликнинг ҳаммаси жисмнинг қаттиқ ҳолатдан суюқ ҳолатга ўтиши *(эриш иссиқлиги)* учун сарфланади. d нуқта жисмнинг тўла суюқ ҳолатга ўтган пайтига мос келади. Чизиқнинг юқорига кўтарилувчи охирги қисми суюқликнинг исишига тегишлидир. Музнинг эриши бундай процесс учун мисол бўлади: эриш вақтида муз бутунлай сувга айлангунча унинг температураси ўзгармай, ҳамма вақт 0°C га тенг бўлиб туради. Аморф жисм температурасининг вақт ўтиши билан ўзгаришини кўрсатувчи чизиқда (222-расм, B эгри чизиқ) аморф жисмнинг юмшаш интервалига мос келувчи бурилишгина мавжуддир; аморф жисм қаттиқ ҳолатдан суюқ ҳолатга узлуксиз равишда ўтади. Бу жиҳатдан, умуман, аморф қаттиқ жисм жуда ҳам ёпишқоқ суюқликка ўхшайди.



222-расм. Кристалл қаттиқ жисмни (A) ва аморф қаттиқ жисмни (B) эритишда температуранинг вақт ўтиши билан ўзгариши.

Шиша, ҳар хил шишасимон моддалар, смолалар, битумлар ва бошқалар аморф жисмларнинг намуналари бўла олади.

Эритилган кристалл модда совитилганда, баъзан шишасимон ҳолат вужудга келади. Ҳали эриш яширин иссиқлиги ажралиб чиқмаган ва модда кристалик фазасига ўтмагани ҳолда секинаста совиётган модданинг температураси эриш температурасидан паст бўлиб қолиши мумкин. Бироқ, бу вақтда ёпишқоқлик жуда ошиб кетган бўлиб, модда оддий маънодаги суюқлик бўлмай қолади ва шишасимон моддага айланади. Бундай модда *ўта совитилган суюқлик* дейилади. Ўта совитилган суюқлик турғун бўлмайди: вақт ўтиши билан унда кристалланиш процесси юз беради.

Кейинги вақтларда *полимерлар* деб аталадиган группаларни ташкил этувчи органик бирикмалардан иборат бўлган аморф моддалар алоҳида диққатни ўзига жалб қилмоқда. Уларда соддароқ бирикманинг (мономернинг) молекулалари группаларга бирлашган. Масалан, C_2H_4O мономер (паральдегид), ҳар бир молекуласи паральдегиднинг уч молекуласидан ташкил топган полимер $(C_2H_4O)_3$ ни (ацетальдегидни) беради. Мономернинг бир неча минг молекуласи ип шаклидаги битта группага бирлашиб, жуда юқори даражада полимерланиш юз бериши ҳам мумкин. Бунга тегишли бўлган қаттиқ аморф жисм молекулаларнинг ипсимон занжир мажмуасидан ташкил топгандир. Табиий ва сунъий каучуклар ва бошқа пластмассалар бунга мисол бўла олади.

Кристалл қаттиқ жисмларнинг сони, биринчи қарашда, озгина бўлиб кўриниши мумкин. Ҳақиқатда эса фақат шаклининг ташқи симметрияси ва анизотроплиги бевосита сезилиб турадиган жисмларгина кристалик тузилишда бўлмайди. Кристалик тузилиш фақат йирик якка кристаллардагина бевосита сезилади. Кварцнинг (тоғ хрусталининг) табиий кристаллари, тош тузининг бўлаклари ва бошқалар ана шундай кристаллардандир. Бундай якка кристаллар *монокристаллар* дейилади. Кўпчилик қаттиқ жисмлар эса *майда кристалл тузилишга* ёки бошқача қилиб айтганда, *поликристалл тузилишга* эга бўлади. Тузларнинг кукунлари айрим микроскопик кристалларнинг тўпламидан иборат бўлади. Биронта тузнинг эритмасидан шу тузнинг катта монокристалини сунъий равишда ўстириш мумкин.

Барча *металлар поликристалл тузилишга эга.* Металлнинг айрим кристаллчалари бир-бирининг ёнида молекуляр кучлар туфайли ушланиб туради ва бундай майда кристалларнинг мажмуаси бевосита қараганда туташ бўлиб кўринувчи металл парчасини ҳосил қилади. Металлнинг айрим кристаллчалари анизотроп бўлса ҳам, уларнинг тартибсиз жойлашганликлари туфайли, металл парчаси анизотроп бўлмайди.

Металларнинг поликристалл тузилишини металлнинг силлиқланган сиртини текшириш орқали билиш мумкин; баъзан кристаллар анча йирик бўлиб, уларни кўз билан кўриш мумкин, баъзан эса уларни фақат микроскоп ёрдамида кўриш мумкин.

Кейинги вақтларда турли металларнинг монокристалларини ҳосил қилиш усуллари ишлаб чиқилди. Кўпчилик ҳолларда монокристаллар эриган моддани совитиш орқали ҳосил қилинади. Совиш вақтида, одатда, эриган моддада бир нечта кристалланиш марказлари (ядролари) ҳосил бўлади; бу марказларда вужудга келган кристаллчалар турли йўналишларда турлича тезликлар билан ўса боради ва поликристалл тузилишни вужудга келтиради. Монокристаллни ҳосил қилиш учун фақат биттагина ядро ўса оладиган шароитни вужудга келтириш керак. Эриган моддага „томизғи" (айрим кристаллча) солиш ва идишни унинг қуйи қисмидан бошлаб жуда секин совитиш йўли билан металлнинг каттагина (масалан, узунлиги 20 *см* ва ундан ортиқ бўлган стерженчалар шаклида) монокристалларини ҳосил қилиш мумкин.

Е. С. Федоров кристалларнинг симметриясини энг умумий ҳолда текшириб, зарраларнинг кристалларда 230 хил усулда жойлаша олишлигини кўрсатди. Бундан ташқари, Федоров кристалларнинг химчявий таркиби билан уларнинг симметрияси орасидаги боғланишни аниқлаб, кристаллохимик текшириш методини яратди.

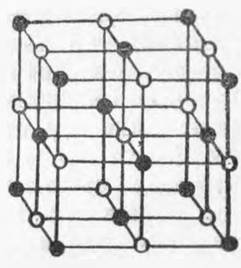
Кристаллнинг ташқи симметрияси уни ташкил қилган зарраларнинг симметрик равишда жойлашишининг оқибатидир. Бу ғоя XVIII асрнинг охиридаёқ айтилган эди. Ҳозир биз кристалларда атомлар бир-бирига нисбатан симметрик равишда *фазовий панжара* ташкил қилиб жойлашганлигини бевосита исбот қиламиз. Бу исбот кристалл панжарада рентген нурларининг дифракциясини ҳосил қилиш мумкинлигига асосланган (III томга қаранг).

Қаттиқ жисмни ташкил қилувчи атомларнинг ҳар бирига барча қўшни атомлар таъсир қилади. Атомлар маълум фазовий панжаранинг бурчакларида жойлашганда, ҳар бир атомга таъсир қилувчи кучлар бир-бирларини компенсациялайди ва атом мувозанатда бўлади. Атомлар бундай жойлашганда уларнинг ўзаро потенциал энергияси минимум бўлади. Бу эса бутун кристаллнинг мустаҳкамлигига сабаб бўлади.

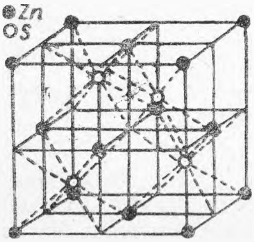
Шундай қилиб, кристалл мураккаб архитектура қурилишидан иборат бўлиб, унинг мустаҳкамлигини ички симметрияси таъминлайди.

Кристаллни ташкил қилувчи атомларнинг ўзаро таъсир кучлари турли характерга эга. Тузларнинг кристалларида электрланган атомлар — ионлар бўлади. Мусбат ва манфий ионлар шундай навбатма-навбат жойлашадики, натижада бутун кристалл нейтрал бўлади. Бундай *ион панжарада* ёки бошқача айтганда, *гетерополяр панжарада* зарралар орасидаги ўзаро таъсир кучлари асосан электростатик кучлар бўлади.

223-расмда ош тузнинг (NaCl) кубик панжараси тасвирланган; бундай панжара энг содда панжара бўлиб, кубик системага киради. Натрий атомлари қора доирачалар билан тасвирланган, улар мусбат электр зарядига эга, яъни улар мусбат ионлар бўлади. Хлор атомлари оқ доирачалар билан тасвирланган, улар манфий электр зарядга эга, яъни улар манфий ионлардир.


223-расм. Тош тузнинг куб панжараси.

224-расмда рух алдама (ZnS) нинг фазовий панжараси тасвирланган. Қора доирачалар Zn нинг мусбат ионларини тасвирлайди, оқ доирачалар эса S нинг манфий ионларини тасвирлайди. Рух алдаманинг панжараси, ош тузнинг панжарасига қараганда, бирмунча мураккаброқ тузилган.



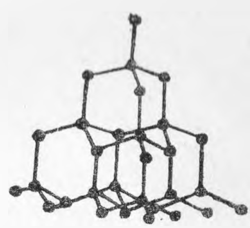
224-расм. Алдама рухнинг фазовий панжараси.

Химиявий содда қаттиқ жисмларда фазовий панжарани ташкил қилувчи атомларнинг ҳаммаси нейтрал бўлади. Бундай кристаллнинг панжараси *атом панжара* ёки *гомеополяр панжара* деб юритилади.

Атом панжарадаги ўзаро таъсир кучларининг табиати фақат квант механикаси асосидагина тўла-тўкис тушунтириб берилиши мумкин.

225-расмда олмоснинг кристалл панжарасидаги атомларнинг жойлашиши тасвирланган.

Ион панжара (NaCl типидаги) ҳамда атом панжарани (олмос типидаги) молекуляр панжара ва металл панжарадан фарқ қилинади; кўп атомли химиявий бирикмалар, масалан, P_2O_5, SO_3 ва бошқаларнинг кристаллари биринчи тур панжарага мисол бўлади; иккинчи тур панжарага ўзининг яхши электр ўтказувчанлиги ва ялтироқлиги билан характерли бўлган металлар мисол бўлади. Металларнинг кристалларини қўпол равишда кўз олдимизга келтирсак, улар электрон булутига ўхшайди ва унда бирбиридан маълум узоқликда мусбат ионлар жойлашган бўлади.

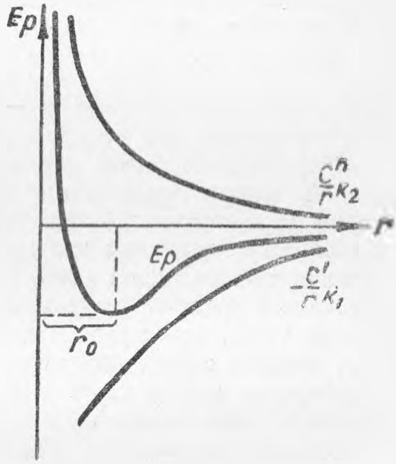

225-расм. Олмоснинг фазовий панжараси.

Кристалл панжаранинг тургун мувозанат ҳолатда бўлиши кристалл сиқилганда, уни ташкил қилувчи зарралар орасида итаришиш кучлари, чўзилганда эса — тортишиш кучлари вужудга келишини кўрсатади. Агар зарралар орасида бир вақтнинг ўзида ҳам тортишиш, ҳам итаришиш кучлари мавжуд деб ҳисобласак, бу ҳодисани тушунтириш мумкин бўлади. Бу кучлар зарралар орасидаги r масофага ҳар хил тарзда боғлиқ бўлади. Мувозанат ҳолатда бу кучлар сон жиҳатдан бир-бирига тенгдир. Қўшни зарралар орасидаги r масофа кичрая борганда, итаришиш кучлари устунлик қила бошлайди, масофа катталаша борганда эса тортишиш кучлари устунлик қила бошлайди.

§ 88. Кристалл панжаранинг энергияси. Кристалл панжаранинг потенциал энергияси E_p қуйидаги кўринишда ифодаланиши мумкин (§ 61):

$$E_p = -\frac{C'}{r^{k_1}} + \frac{C''}{r^{k_2}}. \tag{1}$$

бу формуладаги биринчи ҳад $-\frac{C'}{r^{k_1}}$ тортишиш кучларига тегишли, иккинчи ҳад $+\frac{C''}{r^{k_2}}$ эса итаришиш кучларига тегишли. 226-расмда бу ҳадларнинг ўзгариши ва E_p потенциал энергиянинг панжарадаги қўшни зарралар орасидаги r масофага қараб ўзгариши йиғинди чизиқ орқали тасвирланган. $k_2 > k_1$ бўлганда, r нинг камайиши билан итаришиш кучлари тортишиш кучларига қараганда тезроқ ўсади, кристаллнинг сиқилишга қаршилик кўрсатишига сабаб ана шудир. Потенциал ўранинг энг чуқур жойи $r = r_0$ қийматга тўғри келади; r_0 катталик кристаллнинг ташқи кучлар таъсирида бўлмаган зарралари орасидаги масофани билдиради. Ҳар бир зарра ўз мувозанат ҳолати атрофида, потенциал ўрадан чиқиб кетмаган ҳолда, бир оз тебраниб туриши мумкин. Кристаллардаги иссиқлик ҳаракати зарраларнинг мувозанат ҳолат атрофида мана шундай тебраниб туришидан иборат бўлади.



226-расм. Кристалл ион панжара E_p потенциал энергиясининг ионлар орасидаги r масофага боғлиқлиги.

Кристалл панжаралар назариясини Борн ва бошқа физиклар ривожлантирган. Борн (1) формуладаги k_1 ва k_2 даража кўрсаткичлар маълум бўлганда, кристалларнинг эластиклик хоссаларини, кристалланиш энергиясини, унинг оптик хоссаларини ва бошқаларни ҳисоблаш мумкинлигини кўрсатган. Тажриба маълумотларига (1) ни мос келтириш учун, гетерополяр панжаралар учун $k_1 = 1$ ва $k_2 = 9$ деб олиниши керак; гомеополяр панжаралар учун k_2 катта қийматларга эга бўлади.

NaCl типидаги энг содда кубик кристалл панжаранинг энергиясини ҳисоблаш, схематик равишда, қуйидагича бажарилиши мумкин.

Бир-биридан r_0 узоқликда турган $-e$ ва $+e$ зарядларга эга бўлган иккита холис ионнинг потенциал энергияси:

$$E'_p = -\frac{e^2}{r_0}. \tag{2}$$

Панжара ичидаги икки қўшни ионнинг потенциал энергияси, қуйидаги икки сабабга кўра, бу миқдордан катта бўлади: 1) ҳар бир ионга унинг энг яқин қўшнисидан ташқари, панжаранинг барча бошқа ионлари ҳам таъсир қилади; 2) ионлар бир-бирига таъсир қилиб, итаришиш кучларини вужудга келтирувчи ўзаро қутбланиш ҳосил қилади [(1) формуладаги иккинчи ҳад].

Ҳисоблашларнинг кўрсатишича, NaCl типидаги кристалл учун (2) формула қуйидаги ифода билан алмаштирилиши керак:

$$E'_p = -0{,}2582\frac{e^2}{r_0}. \tag{2a}$$

(2a) формула билан ифодаланган потенциал энергия, сон жиҳатдан, икки қўшни ионни панжарадан ажратиб олиб, уларни чексиз узоқлаштириш учун бажариладиган ишга тенг, бошқача айтганда, у потенциал энергия панжарадаги икки қўшни ионлар орасидаги боғланишни узиш учун бажариладиган ишга тенг. Шу панжарани ташкил қилувчи модданинг бир молида N *жуфт* ион бор ва кубик панжарадаги ҳар бир ион 6 та қўшни ионга эгадир; шундай қилиб, бир молни ташкил қилувчи барча ионларни бир-биридан чексиз катта масофага узоқлаштириш учун $6N$ боғланишни узиш керак.

Бундан, панжаранинг бир молга мос келувчи тўла потенциал энергияси $E_p = 6NE'_p$ бўлади, яъни:

$$E_p = -0{,}2582\frac{e^2}{r_0}\cdot 6\,N. \tag{3}$$

Кубик панжарадаги қўшни ионлар орасидаги r_0 масофани қуйидагича аниқлаймиз: агар текширилаётган кристаллнинг зичлиги ρ, молекуляр оғирлиги μ ва бир молининг ҳажми V_0 бўлса, у ҳолда:

$$V_0 = \frac{\mu}{\rho}.$$

Ҳар бир элементар кубик ячейкага тўғри келадиган $v = r_0^3$ ҳажмни эса V_0 ни бир молдаги ячейкалар сонига бўлиб топамиз, ячейкаларнинг сони бир молдаги ионлар сонига, яъни $2N$ га тенг бўлади. Шунинг учун:

$$r_0^3 = \frac{V_0}{2N} = \frac{\mu}{2\rho N},$$

бундан:

$$r_0 = \sqrt[3]{\frac{\mu}{2\rho V}}. \tag{4}$$

Бу қийматни потенциал энергиянинг (3) ифодасига қўямиз:

$$E_p = -0{,}2582 \cdot 6 \cdot e^2 \sqrt[3]{\frac{2\rho N^4}{\mu}}. \tag{5}$$

e ва N константалар бўлгани учун, охирги ифода

$$E_p = -K\sqrt[3]{\frac{\rho}{\mu}} \tag{5a}$$

кўринишда ёзилиши мумкин.

Агар ρ ни *г/см*^{3} ларда, μ ни *г/моль* ларда ва E_p ни *кал/моль* ларда ифодаласак, K нинг сон қиймати 545 га тенг бўлади.

CsCl ёки CaF_2 типидаги кристалл панжаралари учун ҳам (5а) га ўхшаш формула келиб чиқади, фақат K константанинг сон қиймати бошқача бўлади.

Борннинг ҳисобларини тажрибаларда бевосита текшириб кўриш қийин, чунки биз қаттиқ кристаллни эркин ионларнинг тўпламига айлантириш имкониятига эга эмасмиз. Ҳисоблашларнинг тўғрилигини бир неча усул билан бавосита тасдиқлаш мумкин.

Масалан, NaCl ва KJ тузларининг KCl ва NaJ тузларига айланиш реакциясини кўрайлик:

$$NaCl_{(\text{қат.})} + KJ_{(\text{қат.})} = NaJ_{(\text{қат.})} + KCl_{(\text{қат.})}.$$

Бу ердаги (қат.) индекслар, химиявий символлар берилган моддаларнинг қаттиқ кристалл фазасига тегишли эканини билдиради. Бундай реакциянинг энергияси ΔU қуйидагига тенг бўлиши равшан:

$$\Delta U = -[E_p(NaCl) + E_p(KJ)] + [E_p(NaJ) + E_p(KCl)].$$

Демак, бу энергия NaCl, KJ ва ҳоказо кристалл панжараларнинг E_p(NaCl), E_p(KJ) ва ҳоказо потенциал энергиялари орқали (5а) формула бўйича ҳисобланиши мумкин. Иккинчи томондан, химиявий айланиш энергияси ΔU биринчи тақрибда эритмалар улардаги диссоциацияни тўла деб ҳисоблаш мумкин бўладиган даражада кучсиз қилиб олинганда, тузларнинг эриш иссиқликлари айирмаси q га тенг:

$$\Delta U = \sum q = [q(NaCl) + q(KJ)] - [q(NaJ) + q(KCl)].$$

Қуйидаги XII жадвалда бир неча тузлар учун ΔU ва $\sum q$ нинг эриш иссиқлиги орқали ҳисобланган қийматлари таққосланган.

XII-жадвал

Реакция	ΔU	$\sum q$
$KCl + LiBr = KBr + LiCl$	+4	+3,6
$KCl + LiJ = KJ + LiCl$	+7	+7,2
$KCl + NaBr = KBr + NaCl$	+3	+2,0
$KCl + NaJ = KJ + NaCl$	+5	+3,4

Агар $\sum q$ нинг тажрибадан кам аниқлик билан (катта сонларга нисбатан кичик айирма) топилишини эътиборга олсак, $\sum q$ ва ΔU қийматларнинг деярли бир хилда бўлишини яхши деб ҳисоблаш керак.

Текширишнинг иккинчи усули Борн-Габернинг айланма процессига келтирилади. NaCl учун бу процесс қуйидаги схемада кўрсатилади:

$$NaCl_{(\text{қат.})} \begin{array}{l} \nearrow Na^{+} \rightarrow Na_{(\text{газ})} \rightarrow Na_{(\text{қат.})} \\ \searrow Cl^{-} \rightarrow Cl_{(\text{газ})} \rightarrow \frac{1}{2}Cl_{(\text{газ})} \end{array} \begin{array}{l} \searrow \\ \nearrow \end{array} NaCl_{(\text{қат.})}.$$

Дастлаб биз, бир моль қаттиқ NaCl кристали эркин ионлар Na^{+} ва Cl^{-} нинг тўпламларига ажралади, деб фараз қиламиз; бунинг учун сарфланган иш, сон жиҳатдан, панжаранинг E_p потенциал энергиясига тенг бўлади. Сўнг Na^{+} ва Cl^{-} ион газлари нейтрал атом газлари $Na_{(\text{газ})}$ ва $Cl_{(\text{газ})}$ га айланади. Бунинг учун сарфланадиган ишлар, сон жиҳатдан, бир молга тўғри келувчи $A_j(Na)$ ва $A_j(Cl)$ ионлаш ишларига тенг. Сўнг газ $Na_{(\text{газ})}$ қаттиқ металл натрийга айланади [буғланиш иссиқлиги $L(Na)$ га тенг иш сарфланади] ва атом газ $Cl_{(\text{газ})}$ одатдаги икки атомли газсимон хлорнинг ярим молига айланади [диссоциация иссиқлиги $\frac{1}{2}q(Cl)$ га тенг иш сарфланади]. Ниҳоят, қаттиқ металл натрий ва газсимон хлордан химиявий реакция натижасида яна бир моль қаттиқ кристалл NaCl олинади; бу вақтда бирикиш иссиқлиги $Q(NaCl)$ ажралиб чиқади. Айланма процессда барча ишлар билан барча олинган ва берилган иссиқликларнинг (бу ерда улар эквивалент миқдордаги ишлар орқали ифодаланган) йиғиндиси нолга тенг. Шунинг учун:

$$-E_p = A_j(Na) + A_j(Cl) + L(Na) + \frac{1}{2}q(Cl) + Q(NaCl).$$

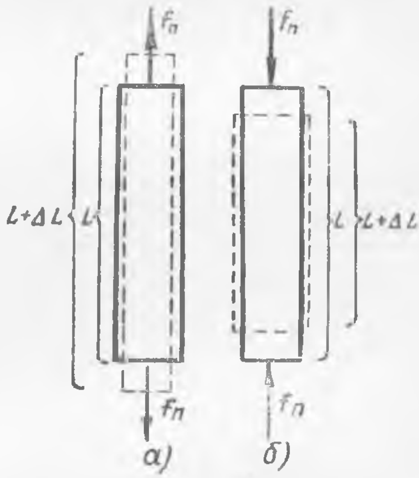
Агар бу тенгликнинг ўнг томонидаги катталикларнинг ҳар биттаси ўлчанса, E_p нинг қийматини топиш мумкин. Ҳақиқатан ҳам, манфий ион Cl^{-} ни ҳосил қилиш учун сарфланадиган ишдан ташқари, кўрсатилган катталикларнинг ҳаммаси тажриба орқали бевосита аниқланади. Баъзи мулоҳазалар бўйича $A_j(Cl)$ ни тахминан -90 *кал/моль* га тенг, деб ҳисоблаш мумкин. У ҳолда эмпирик қийматлар: $A_j(Na) = 117$ *кал*, $L(Na) = 27$ *кал*, $\frac{1}{2}q(Cl) = 29$ *кал* ва $Q(NaCl) = 98$ *кал* дан фойдаланиб, NaCl панжарасининг энергияси — 180 *кал/моль* га яқин катталик эканини кўрамиз. Агар (5а) формулага бир моль ош тузининг массаси $\mu = 58{,}5$ *г/моль* ни ва унинг зичлиги $\rho = 2{,}16$ *г/см*^{3} ни қўйсак, у формуладан $E_p = -182$ *кал/моль* экани келиб чиқади.

Шуни айтиб ўтиш керакки, кристалл панжараларнинг янада аниқроқ назарияси, айниқса панжараларнинг паст температуралардаги хоссаларини текширувчи назария квант механикасига асосланиши керак.

§ 89. Қаттиқ жисмларнинг деформациялари. Ҳар қандай қаттиқ жисм ташқи кучлар таъсирида *деформацияланади,* яъни ўз шаклини ўзгартиради. Кучларнинг таъсири тўхташи билан йўқолиб кетадиган деформация *эластик деформация* деб аталади. Масалан, эластик чўзилган пружина, чўзувчи кучнинг таъсири тўхташи билан ўзининг дастлабки узунлигига қайтади. Кучнинг ишораси ўзгариши билан эластик деформациянинг ишораси ҳам ўзгаради. Масалан, чўзувчи куч таъсирида узаювчи пружина сиқувчи куч таъсирида қисқаради. *Гук кашф қилган қонунга кўра, деформациянинг* Δx *катталиги таъсир қилувчи* f *кучга пропорционалдир:*

$$\Delta x = Kf, \qquad (1)$$

бунда K — берилган қаттиқ жисмнинг кузатилаётган тур деформацияси учун ўзгармас катталикдир.



227-расм. Чўзилиш (*а*) ва сиқилиш (*б*) деформациялари.

Энг содда деформациялардан бирини, яъни бўйлама чўзилиш ёки *бир томонлама сиқилишни* кўрайлик[1]. Узунлиги L га, кўндаланг кесимининг юзи S га тенг бўлган бир жинсли стерженни кўз олдимизга келтирайлик. Бу стерженнинг учларига f_n кучлар таъсир қилса, стерженнинг узунлиги ΔL миқдорга ўзгаради.

Чўзувчи кучларни мусбат деб ҳисоблаймиз; бу ҳолда ΔL ҳам мусбат бўлади (227-*а* расм), яъни стержень узаяди. Сиқувчи кучларни манфий деб ҳисоблаймиз; бу ҳолда ΔL ҳам манфий бўлади (227-*б* расм), яъни стержень бир томонлама сиқувчи кучлар таъсирида бўлса, унинг L узунлиги камаяди.

---

[1] Бир томонлама сиқилишни *ҳар томонлама* сиқилишдан фарқ қиладилар. Ҳар томонлама сиқилишда жисм бир вақтнинг ўзида ҳар томондан сиқувчи кучлар таъсирида бўлади. Бундан сўнг биз фақат бир томонлама сиқилишни текширамиз.

Деформацияни характерлаш учун стержень узайиши ΔL нинг абсолют қиймати муҳим эмас, бунинг учун нисбий узайиш $\Delta L/L$ муҳимдир. Бу хулоса бир хил материалдан ясалган ва бир хил кўндаланг кесимга эга бўлган, лекин бирининг L узунлиги 2 *см*, иккинчисиники 10 *м* бўлган икки стерженни, масалан, $\Delta L = 1$ *см* га чўзиш бир хилда осон эмаслигидан келиб чиқади. Бундай стерженларни ўзларининг дастлабки узунликларининг маълум бир қисмига (масалан, $\frac{1}{1000}$ қисмга) чўзиш учун уларга бир хил f куч билан таъсир қилишга тўғри келади. Шундай қилиб, деформацияни узунликнинг *нисбий ўзгариши* $\Delta L/L$ билан характерлаш керак.

Ҳар хил S кўндаланг кесимли стерженлар учун бир хил куч таъсирида вужудга келган $\Delta L/L$ нисбий деформация стержень қанча йўғон бўлса, яъни S қанча катта бўлса, шунча кичик бўлади. Бундан, эластик чўзилиш (сиқилиш) деформациясида узунликнинг $\Delta L/L$ нисбий ўзгариши f_n/S катталикка, яъни стержень кўндаланг кесимининг бирлик юзига тўғри келадиган кучга пропорционал бўлиши керак, деган хулосани чиқарамиз. Бу $\frac{f_n}{S} = p_n$ катталикни *кучланиш* деб атаймиз.

Оқибатда қуйидаги тенгликка эга бўламиз:

$$\frac{\Delta L}{L} = \alpha \frac{f_n}{S}$$

ёки

$$\frac{\Delta L}{L} = \alpha P_n, \tag{2}$$

бу ердаги коэффициент α *эластиклик коэффициенти* дейилади. Бу коэффициент, энди, фақат стерженнинг қандай материалдан ясалган бўлишига боғлиқ бўлади.

Материални характерлаш учун эластиклик коэффициенти билан бир қаторда унга тескари бўлган

$$E = \frac{1}{\alpha} \tag{3}$$

катталикдан фойдаланишга ҳам одатланилган, уни *эластиклик модули* ёки *Юнг модули* дейилади. Юнг модули E ни (2) тенгликдаги α ўрнига қўйиб, қуйидаги формулани оламиз:

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{E} \cdot p_n. \tag{3a}$$

(2) ва (3а) формулалардан:

$$\alpha = \frac{\Delta L/L}{p_n}, \quad E = \frac{p_n}{\Delta L/L}, \tag{4}$$

бундан кўринадики, эластиклик коэффициенти α сон жиҳатдан бир бирлик кучланиш таъсирида узунликнинг $\Delta L/L$ нисбий узайишига тенг; Юнг модули E сон жиҳатдан бирга тенг бўлган нисбий узайишини ҳосил қиладиган p_n кучланишга тенг.

Нисбий узайиш бирга тенг $\Delta L/L = 1$ бўлганда $\Delta L = L$ бўлади; бундан: Юнг модули E сон жиҳатдан стержень узунлигини икки марта ошириш учун зарур бўлган p_n кучланишга тенгдир. Ҳақиқатда эса кўпчилик материаллар икки марта узайтирилмасдан олдинроқ узилиб кетади. Шунинг учун, одатда, стерженга сон жиҳатдан Юнг модулига тенг бўлган p_n кучланиш билан таъсир қилиш мумкин эмас.

Дастлабки узунлиги L_0 бўлган стерженга p_n кучланиш таъсир қиляпти деб фараз қилайлик, у ҳолда стерженнинг янги узунлиги

$$L = L_0 + \Delta L$$

бўлади, (2) формулага асосан:

$$\Delta L = \alpha L_0 p_n$$

ва стерженнинг янги узунлиги:

$$L = L_0(1 + \alpha p_n). \quad (5)$$

Бу формуладан кўринадики, эластик деформация чегарасида стерженнинг узунлиги кучланиш p_n га чизиқли боғланишда ўзгаради. Стерженни чўзганда ёки сиққанда ташқи кучлар иш бажаради. (2а) формулага асосан, стерженга ҳар бир муайян вақт пайтида таъсир қилаётган куч, яъни куч

$$f_n = \frac{ES}{L} \cdot \Delta L$$

деформация вақтида бир хил қолмай, балки стержень узунлигининг ΔL ўзгаришига пропорционал равишда ўзгариб боради. § 25 да бундай ўзгарувчан кучнинг ишини аниқлаган эдик. Уни бу ерда яна бир марта, бошқа усулда ҳисоблаймиз. Стерженнинг узунлиги L қийматдан $L + \Delta L$ қийматгача ўзгарсин; у ҳолда A иш:

$$A = \overline{f}_n \cdot \Delta L,$$

бунда $\overline{f}_n$ — кучнинг ўртача қийматидир. f_n кучнинг ўсиши ΔL узайишга чизиқли боғлиқ бўлгани учун, кучнинг бу ўртача қиймати $f_n = 0$ ($\Delta L = 0$ бўлганда) билан $f_n = \frac{ES}{L} \cdot \Delta L$ нинг (ΔL нинг берилган қийматида) ўрта арифметик қийматига тенг, яъни:

$$\overline{f}_n = \frac{1}{2} \cdot \frac{ES}{L} \Delta L, \quad \text{бундан:} \quad A = \frac{1}{2} \cdot \frac{ES}{L} \cdot \Delta L^2.$$

Бу иш *эластик деформацияланган* стерженда *потенциал энергия* ҳосил қилиш учун сарфланади:

$$E_p = \frac{1}{2}\left(\frac{ES}{L}\right)\Delta L^2. \tag{6}$$

Шундай қилиб, эластик деформацияланган стерженнинг потенциал энергияси *деформациянинг квадрати* ΔL^2 *га пропорционал* экан.

Бўйлама чўзилиш ёки сиқилиш деформацияси вақтида деформацияланаётган стерженнинг кўндаланг ўлчамлари ўзгаради.

Стержень бўйлама чўзилганда кўндалангига сиқилади, бўйлама сиқилганда кўндалангига кенгаяди. Стержень йўғонлигининг нисбий ўзгариши $\Delta d/d$ таъсир қилувчи p_n кучланишга пропорционалдир:

$$\frac{\Delta d}{d} = \beta p_n. \tag{7}$$

Коэффициент β *бўйлама чўзилиш вақтидаги кўндаланг сиқилиш коэффициенти* дейилади.

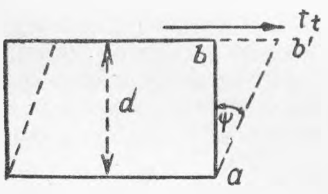
$$\sigma = \frac{\beta}{\alpha}$$

нисбат *Пуассон коэффициенти* дейилади. Пуассон коэффициентининг ифодасидан фойдаланиб, (7) формулани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{\Delta d}{d} = \alpha\sigma p_n. \tag{7a}$$

Бир жинсли изотроп жисмларнинг кўпчилиги (ва металлар) учун Пуассон коэффициенти σ нинг сон қиймати $^1/_4$ га яқин.

Силжиш деформацияси деб аталувчи яна бир содда деформацияни кўрайлик.



228-расм. Силжиш деформацияси.

Силжиш деформациясини вужудга келтирувчи f_t куч ўзи таъсир қилаётган сиртга уринма бўйича йўналган бўлади (228-расм). Бундай кучнинг таъсирида жисмнинг қатламлари бир-бирига нисбатан силжийди ва куч таъсир қилаётган сиртга тик бўлган ҳар қандай ab физик тўғри чизиқ (яъни қаттиқ жисмнинг муайян зарралари билан боғланган чизиқ) бирор ψ бурчакка бурилади.

Силжиш бурчаги кичик бўлганда, ψ нинг қиймати тақрибан:

$$\psi = \frac{bb'}{d},$$

бунда $d = ab$ — жисмнинг қалинлиги, bb' — юқори қатламнинг пастки қатламга нисбатан силжишининг абсолют қиймати. Бундан кўринадики, ψ силжиш бурчаги *нисбий силжишни* характерлайди, шунинг учун Гук қонуни бажариладиган чегараларда қуйидаги тенгликни ёзишимиз мумкин:

$$\psi = n\frac{f_t}{S}, \tag{8}$$

бунда брусокнинг қандай материалдан ясалганлигигагина боғлиқ ўзгармас сон n — *силжиш коэффициенти* дейилади; S эса f_t куч таъсир қилаётган сиртнинг юзи.

Кучланишлик $p_t = \frac{f_t}{S}$ ни киритиб, (8) формулани қуйидагича ёзамиз:

$$\psi = n \cdot p_t; \tag{8a}$$

n га тескари катталик

$$N = \frac{1}{n}$$

силжиш модули дейилади. Силжиш коэффициенти n ўрнига (8a) формулага *силжиш модули* N ни киритсак:

$$\psi = \frac{1}{N} \cdot p_t. \tag{9}$$

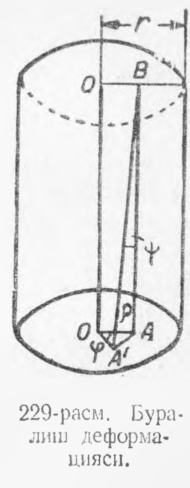
Бир жинсли изотроп жисмларнинг кўпчилиги учун силжиш модули N сон жиҳатдан, Юнг модули E нинг тахминан 0,4 қисмига тенг.

Яна силжиш деформациясига келтирувчи *буралиш деформациясини* кўриб ўтайлик.

L узунликдаги ва r радиусли доиравий цилиндр шаклида стержень олайлик (229-расм). Стерженнинг юқориги кесими қўзғалмас қилиб маҳкамланган ва пастки кесимига эса стерженни буровчи M куч моменти таъсир қилсин. Пастки кесимининг бирон бир радиусида $OA = \rho$ кесмани олиб қараймиз. Буровчи момент таъсирида OA кесма φ бурчакка бурилади ва OA' вазиятини эгаллайди. φ/L катталик нисбий деформация бўлади, яъни стержень узунлиги бирлигига тўғри келадиган буралиш бурчаги нисбий деформацияни ифодалайди. Эластик деформация чегарасида бу φ/L катталик буровчи момент M га пропорционалдир, яъни:

$$\frac{\varphi}{L} = cM. \tag{10}$$

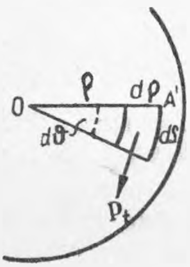
Бу ердаги c — берилган стержень учун ўзгармас катталикдир; ҳар хил стерженлар учун у радиусга ва стерженлар ясалган материалларининг хоссаларига қараб, ҳар хил бўлади. c ни аниқлаш учун буралиш деформациясини силжиш деформацияси билан боғловчи муносабат топайлик.



229-расм. Буралиш деформацияси.

Стержень буралганда унинг пастки асоси юқори асосига нисбатан силжийди; BA тўғри чизиқ бурилиб, BA' вазиятни эгаллайди; ψ бурчак силжиш бурчаги бўлади. (9) формулага кўра, силжиш бурчаги

$$\psi = \frac{1}{N}\cdot p_t, \tag{11}$$



230-расм. dS юза элементига таъсир қилувчи dM моментни аниқлаш.

бунда p_t— сиртнинг A' нуқта яқинидаги dS элементига таъсир қилувчи уринма кучдир (230-расм). N — силжиш модули.

229-расмдан:

$$\psi = \frac{AA'}{L} = \frac{\varphi\cdot\rho}{L},$$

бундан (11) га асосан:

$$p_t = N\psi = N\cdot\frac{\varphi\cdot\rho}{L}. \tag{12}$$

Сиртнинг dS элементига таъсир қилувчи куч $p_t dS$ га тенг, унинг моменти $dM = \rho p_t dS$. Қутб координаталари ϑ ва ρ ни киритиб (230-расм), сирт элементи учун $dS = \rho d\rho d\vartheta$ ни оламиз, бундан:

$$dM = p_t\cdot\rho^2 d\rho d\vartheta.$$

Бу ифодага p_t нинг (12) қийматини қўйиб, қуйидагини топамиз:

$$dM = \frac{N\varphi}{L}\rho^3 d\rho d\vartheta.$$

Стерженнинг бутун пастки асосига таъсир қилувчи тўла момент M ни топиш учун dM нинг ифодасини r радиусли доиранинг бутун юзи бўйича интеграллашимиз керак:

$$M = \frac{N_\varphi}{L}\int\limits_{\vartheta=0}^{2\pi}\int\limits_{\rho=0}^{\vartheta}\rho^3 d\rho d\vartheta = \frac{\pi N r^4}{2}\cdot\frac{\varphi}{L},$$

бундан:

$$\varphi = \frac{2}{\pi N}\cdot\frac{L}{r^4}M. \tag{13}$$

(13) ни (10) формула билан таққослаб, қуйидагини топамиз:

$$c = \frac{2}{\pi N}\cdot\frac{1}{r^4}.$$

(13) формуладан кўринадики, φ *буралиш бурчаги силжиш модули N га боглиқ ва стержень радиусининг тўртинчи даражасига тескари пропорционалдир.*

Ўша (13) формулани қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$M = \frac{\pi N}{2}\cdot\frac{r^4}{L}\varphi; \tag{13a}$$

бундан кўринадики, симни муайян φ бурчакка бураш учун r^4 га тўғри пропорционал ва симнинг L узунлигига тескари пропорционал бўлган M момент билан таъсир қилиш керак.

Демак, момент радиусга жуда ҳам боғлиқдир. Йўғон калта симларни бураш жуда қийин, аксинча, ингичка, узун симлар жуда кичик момент таъсирида ҳам сезиларли буралади. Ўлчов асбобларидаги сезгир осма системалар бу ҳолдан фойдаланиб ясалади.

Масалан, агар кичик магнит стрелкаси узун ва ингичка симга осилса, ташқи магнит майдони таъсир қилаётган кичик жуфт кучни ўша симнинг буралиш бурчагига қараб аниқлаш мумкин; буралиш бурчаги эса, симга ўрнатилган кичкина кўзгудан қайтувчи нурнинг силжишига қараб аниқланади. Мисол учун, узунлиги 5 *см* ва радиуси 0,02 *мм* бўлган симни 10′ бурчакка бура оладиган жуфт кучнинг моментини топайлик. Сим материалининг силжиш модулини 6000 *кГ/мм*² деб ҳисоблаймиз.

Мисолни ечиш учун (13а) формуладан фойдаланамиз:

$$M = \frac{\pi N}{2}\cdot\frac{r^4}{L}\cdot\varphi = \frac{3,14\cdot 6000}{2}\cdot\frac{(0,02)^4}{50}\cdot 0,0029\ \text{кГ}\cdot\text{мм} = 8,74\cdot 10^{-8}\ \text{кГ}\cdot\text{мм}.$$

Олинган натижани *Г·см* ларга айлантирамиз:

$$M = 8,74\cdot 10^{-6}\ \text{Г}\cdot\text{см},$$

яъни 1 *см* елкага қўйилган, тақрибан, 10^{-2} *мГ* кучнинг моментига тенг куч моменти ўша юқорида кўрсатилган симни 10′ бурчакка буриш учун етарли экан.

Яна ингичка ипга осилган ва I инерция моментига эга бўлган ab жисмнинг ўз *буралма тебранишларини* кўрайлик (231-расм). Ипнинг инерция моментини жуда кичик деб, уни ҳисобга олмайлик.

§ 35 да айтилганларга асосан, жисмнинг бурчак тезланиши:

$$\beta = \frac{M}{I}, \tag{14}$$

бунда M — жисмга таъсир қилувчи кучларнинг моменти. Иккинчи томондан, жисмнинг бурчак тезланиши β буралиш бурчаги φ дан вақт бўйича олинган иккинчи ҳосилага тенг; вақт бўйича олинган иккинчи ҳосилани φ ҳарфи устига қўйилган икки нуқта билан белгиласак, $\beta = \ddot{\varphi}$ бўлади. Жисмга таъсир қилувчи M куч моменти ипга таъсир қилувчи моментга тенг, лекин қарама-қарши йўналган; шунинг учун (13а) формуладан:

$$M = -D\varphi;$$

бундаги $D = \frac{\pi N}{2}\cdot\frac{r^4}{L}$ катталик берилган ипнинг *буралиш модули* деб аталиши мумкин. β ва M нинг қийматларини (14) га қўйиб, қуйидагини топамиз:

$$\ddot{\varphi} = -\frac{D}{I}\varphi.$$

231-расм. Ипга осилган стержень.

Кейинчалик, § 97 да бундай дифференциал тенгламанинг ечими

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}} \tag{15}$$

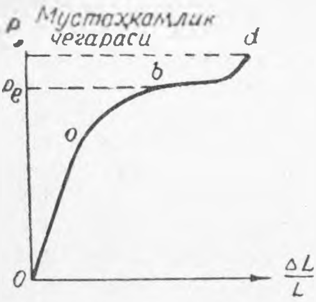
даврга эга бўлган тебранишдан иборат эканлиги кўрсатилади.

Шундай қилиб, ипга осилган жисм буралма тебранишларининг даври жисмнинг инерция моменти ва ипнинг буралиш модули билан тўла аниқланади.

Тебранишнинг кинетик энергияси

$$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}I\dot{\varphi}^2,$$

233-расмда темирнинг чўзилиш диаграммаси тасвирланган. Тўғри чизиқли Oa қисм Гук қонунининг бажарилишига тўғри келади; ab қисм эластик деформацияга тегишли бўлса ҳам, энди Гук қонунидан четланади: бу ерда узайиш кучланишдан тезроқ ортиб боради. b нуқтадан кейин куч ортмаганда ҳам узайиш ортиб бориши мумкин — бу оқувчанлик соҳасидир. Кучланиш орттира борилса, стержень яна чўзилишга қаршилик кўрсатиш қобилиятига эга бўлиб қолади: эгри чизиқ юқорига кўтарилади. d нуқта узилишга мос келади (мустаҳкамлик чегараси).



233-расм. Темирнинг чўзилиш диаграммаси.

Турли металларнинг эластиклик хоссаларини характерловчи баъзи сонли маълумотларни келтирамиз.

Мисол тариқасида XIII жадвалдаги материаллардан ясалган симлар учун, шу жадвалдаги маълумотлардан фойдаланиб, мумкин бўлган энг катта эластик чўзилишларнинг катталигини ҳисоблаймиз.

XIII жадвал

Металларнинг эластиклик хоссалари

Металл	Юнг модули, $кГ/мм^2$ ларда	Эластиклик чегараси, $кГ/мм^2$ ларда	Мустаҳкамлик чегараси, $кГ/мм^2$ ларда
Қўрғошин	1800	0,25	2
Қалайи	3000	0,34	2
Мис (юмшоқ)	10000	3	20
Темир (юмшоқ)	19000	5	35
Карбонли пўлат	20000	33	75
Молибденли пўлат	22000	60	150

Мумкин бўлган энг катта $\left(\frac{\Delta L}{L}\right)_{\max}$ эластик чўзилиш, p_e эластиклик чегарасига тенг бўлган кучланиш таъсирида вужудга келган чўзилиш орқали аниқланади.

Демак, § 89 даги (2а) формулага асосан:

$$\left(\frac{\Delta L}{L}\right)_{\max} = \frac{p_e}{E},$$

бундаги E — Юнг модули.

Бу формулага p_e ва E нинг сон қийматларини қўйиб, қуйидагини топамиз:

Материал	$\left(\frac{\Delta L}{L}\right)_{\max}$
Қалайи	0,00011
Қўрғошин	0,00014
Мис	0,00030
Темир	0,00026
Карбонли пўлат	0,00165
Молибденли пўлат	0,00273

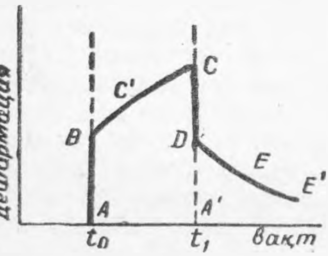
Шундай қилиб, эластик деформация чегарасида қалайидан қилинган сим дастлабки узунлигининг фақат 0,01 процентича чўзилиши мумкин, молибденли пўлатдан қилинган сим эса дастлабки узунлигининг қарийб 0,3 процентича чўзилиши мумкин.

Реал қаттиқ жисмларда деформация вақтга озми-кўпми мураккаб боғланишда бўлиб, улар Гук қонунида ҳам, биз кўрган бошқа соддалаштирилган схемаларда ҳам ҳисобга олинмаган. Деформация, умуман айтганда, куч таъсир қила бошлагач бирданига тўла юз бермайди, кучнинг таъсири йўқолиши билан эса, деформация бутунлай йўқолиб кетмайди: унинг бир қисми сақланиб қолади ва кейин вақт ўтиши билан йўқола боради. Эластик деформациянинг вақтга боғлиқлиги схематик равишда 234-расмда тасвирланган. Агар вақтнинг t_0 пайтида қаттиқ жисмга куч таъсир қила бошласа, бошланғич AB эластик деформация жуда ҳам тез ҳосил бўлиб, сўнгра барқарорлашган ўзгармас f куч таъсирида, вақт ўтиши билан деформация $BC'C$ эгри чизиқ бўйича аста-секин ўсишда давом этади. Агар вақтнинг t_1 пайтида кучнинг таъсири тўхтаса, деформация дастлаб тездан AB га тенг CD миқдорча камаяди, сўнг аста-секин DE' эгри чизиқ бўйича пасая боради. Шундай қилиб, кучнинг таъсири тўхтагандан сўнг, *қолдиқ деформация* $A'D$ сақланади ва аста-секин камая боради; жисм ўзининг дастлабки шаклини аста-секин тиклайди. Бу ҳодиса *эластик сўнгги таъсир* дейилади.

Эластик сўнгги таъсирни резинка найчани чўзганда осонлик билан кузатиш мумкин. Узун резинка найча вертикал ҳолатда осиб қўйилади. Унинг пастки учида бир оз вақт P юк осиб қўйилади, натижада найча ΔL миқдорга узаяди. P юк олиниши билан найча яна тезда қисқаради, бироқ у $\Delta L' < \Delta L$ миқдорга қисқаради. Сезиларли $\delta L = \Delta L - \Delta L'$ узайиши сақланиб қолади ва у аста-секин (ўн минутлар мобайнида) йўқолиб кетади.

Кўпчилик қаттиқ жисмлар учун деформациянинг $BC'C$ қисми қайтмас пластик деформация бўлади. Бундай жисмлар узоқ вақт таъсир қилувчи кичик кучларга нисбатан суюқ жисмларга ўхшаб кўринади, ваҳоланки қисқа вақтли катта кучлар таъсир қилганда улар мўрт бўлади. Масалан, муз ёки мум узоқ вақт таъсир қилувчи кучлар таъсирида оқади, қисқа вақтли, лекин кучли таъсирлар остида, осонгина синади.

§ 91. Деформацияларни қаттиқ жисмларнинг кристалл тузилиши нуқтаи назаридан изоҳлаш. Монокристаллардаги сиқилиш ва чўзилиш эластик деформациялари, кристалл панжараларнинг мавжудлиги нуқтаи назаридан осонгина тушунтирилиши мумкин. Кристалл панжаранинг мувозанати панжарани ташкил қилувчи зарралар (ионлар ва атомлар) орасидаги тортишиш ва итаришиш кучларининг ўзаро компенсациялашиб туришидан келиб чиқиши § 87 да кўрсатилган эди. Масалан, ион панжарада, кристалл сиқилганда қўшни ионлар орасидаги r_0 масофа қисқаради, итаришиш кучлари тортишиш кучларидан катта бўлиб қолади. Бунинг натижасида, кристаллни сиқаётган ташқи кучга акс таъсир қилувчи итаришиш йиғинди кучи вужудга келади. Ионлар мувозанат ҳолатдан қанча кўп чиқарилган бўлса, яъни деформация қанча кўп бўлса, итаришиш кучи ҳам шунча кўп бўлади. Ташқи кучнинг таъсири тўхтаса, ионлар ўзларининг мувозанат ҳолатларига қайтади, панжара дастлабки кўринишига келади. Бу кристаллнинг деформацияси йўқолди, демакдир. Кристалл чўзилганда ҳам, худди шунинг каби, қўшни ионлар орасидаги r_0 масофа катталашади, тортишиш кучлари итаришиш кучларидан катта бўлади, кристалл бутунлигича ташқи чўзувчи кучга қаршилик кўрсатади.



234-расм. Деформациянинг куч таъсир қилган вақтга боғлиқ бўлиши.

Кристалл панжаралар назарияси NaCl типидаги ионли кристаллар учун ҳар томонлама сиқилиш коэффициентини ҳисоблаш имконини беради. Қуйида, XIV жадвалда бир қанча кристаллар учун ҳар томонлама сиқилиш коэффициенти γ нинг тажрибада ўлчанган ва ҳисоблаб топилган қийматлари келтирилган.

Бу ерда γ нинг қийматлари *CGS*-системада берилган. Кўриниб турибдики, ҳисобланган ва ўлчанган қийматлар бир-бирларига жуда яқин.

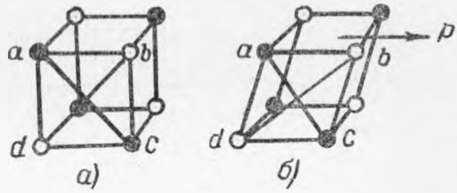
XIV жадвал

Ҳар томонлама сиқилиш коэффициенти φ нинг хисобланган ва ўлчанган қийматлари

Кристалл	$\gamma_{ўлч.}\cdot 10^{12}$	$\gamma_{ҳис.}\cdot 10^{12}$
NaCl	4,1	3,56
NaBr	5,1	4,73
NaJ	6,9	6,30
KCl	5,0	5,36
KBr	6,2	6,64
KJ	8,6	8,68
TlCl	4,7	4,69
TlBr	5,1	5,36
TlJ	6,7	6,76

Силжиш деформацияси вақтида панжара қийшаяди. Агар панжара энг содда куб ион панжарадан иборат бўлса, панжаранинг ҳар бир элементар шуъбаси (ячейкаси) куб шаклдан қийшиқ бурчакли параллелепипедга айланади, *ac* диагонал қисқариб, *bd* диагонал узаяди (235-расм). Натижада *a* ва *c* ионлар орасида итаришиш кучлари, *b* ва *d* ионлар орасида тортишиш кучлари вужудга келади. Панжара ўзининг дастлабки шаклини тиклашга интилади, бу эса эластик силжиш деформациясининг вужудга келишига сабаб бўлади.

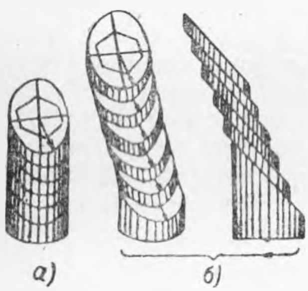
Силжиш ҳодисаси юз берганда пластик ва қолдиқ деформацияларнинг пайдо бўлишини ҳам тушунтириш осон. Атомларнинг (ёки ионларнинг) геометрик мунтазам жойлашганлиги туфайли кристаллнинг фазовий панжарасида шундай текисликлар бўладики, панжаранинг бўлаклари бири иккинчисига нисбатан ўша текисликлар бўйича маълум даражада силжиши натижасида мусбат ионлар яна манфий ионлар устига келиб қолади. У ҳолда бу ионлар ўзаро худди дастлабки панжарадаги каби жойлашиб қолади ва уларни ўз ўринларига қайтаришга интилувчи кучлар бўлмайди. Қолдиқ деформациянинг бўлишига сабаб мана шудир.



235-расм. Силжиш деформациясида кристалл панжаранинг қийшайиши.

Биринчи қарашда монокристалларни чўзишда вужудга келадиган қолдиқ деформацияни тушунтириш қийинроқдек кўринади. Ҳақиқатда эса бундай деформациялар ҳам силжишдан, яъни пировардида, бир қатламнинг иккинчиси устида сирпанишидан иборат бўлиб чиқади.

Доиравий кесимли стержень монокристаллдан кесиб олинган ва сирпанишлар бўлиши мумкин бўлган текисликлар, 236-*а* расмда кўрсатилганидек, қийшиқ ўтади деб фараз этамиз. Бундай стержень, маълум маънода, бир қанча тангалардан ясалган устунчага ўхшайди. Стержень чўзилганда унда қийшиқ жойлашган текисликлар бўйича сирпанишлар бўлади, натижада бутун стержень узунроқ бўлиб қолади (236-*б* расм), яъни чўзилиш қолдиқ деформациясини беради. Равшанки, бунинг натижасида стерженнинг шакли ҳам ўзгариши керак: унинг кўндаланг кесими доирадан эллипсга айланиши керак. Монокристалл рух таёқчаларни чўзиш устида ўтказилган тажрибалар қолдиқ деформация вужудга келганда, доиравий кесим чўзиқроқ овал шаклига киришини кўрсатади. Бундай таёқчаларнинг силлиқ бўлган дастлабки сирти чўзишдан сўнг ғадир-будур бўлиб қолади.



236-расм. Монокристаллдан ясалган стерженни чўзганда сирпаниш текисликлари бўйича силжиш.

Буларнинг ҳаммаси, чўзилиш қолдиқ деформацияга кристалл қисмларининг маълум текисликлар бўйича сирпаниши сабаб бўлади, деган фикрни тасдиқлайди.

Кристалл панжаралар назарияси кристалларнинг мустаҳкамлигини ҳисоблаш имконини беради. Бироқ, монокристаллар учун ҳисоблаб чиқарилган мустаҳкамлик чегарасининг қийматлари кузатишларда ўлчанадиган қийматларидан жуда ҳам катта бўлади. Масалан, тош туз кристаллари учун назарий мустаҳкамлик чегарасининг қиймати 200 $кГ/мм^2$ га яқиндир. Бу тош туздан ясалган ва кўндаланг кесими 1 $мм^2$ бўлган стерженни узиш учун унга 200 $кГ$ куч билан таъсир қилиш керак, демакдир. Ҳақиқатда эса тош туз монокристалидан қирқиб олинган стерженлар $^1/_2$ $кГ/мм^2$ дан ортиқ бўлмаган куч таъсирида узилиб кетади. Шундай қилиб, экспериментал маълумотлар назарий ҳисоблаб чиқарилган қийматдан тўрт юз марта кичик экан. Бундай ниҳоятда катта тафовут кристалл панжара назариясининг нотўғрилиги билан эмас, балки ҳисоблашлар бутунлай мунтазам бир жинсли панжарадан иборат идеал кристаллга тегишли бўлганлиги билан тушунтирилади; ҳар қандай реал кристаллда эса кўпгина нуқсонлар бўлади: унда панжаранинг мунтазам тузилиши бузилган жойлар бўлади; кристаллнинг ичига нисбатан бошқачароқ шароитга эга бўлган сиртлар ҳам махсус ролни ўйнайди. Кристаллнинг сиртидаги дарзлар катта роль ўйнаши керак: кристаллнинг сиртида микроскопик дарз пайдо бўлса, дарҳол унинг четларида ўта кучланиш пайдо бўлади ва натижада дарз катталашиб, бутун кристаллнинг парчаланишига олиб келади. Сиртдаги дарзчаларнинг ролини йўқотиш учун, А. Ф. Иоффе тош туз таёқчасини олиб, унга таёқчани узиб юбормайдиган кичик юкчани осган ва уни илиқ сувга туширган. Тош тузнинг сувда эриши натижасида таёқчанинг сиртидаги нуқсонлар йўқолиб, янгилари вужудга келишга улгура олмайди, чунки эриш узлуксиз боради. Эриш жараёнида таёқча ингичкаланиб, ниҳоят, унга осилган юкнинг оғирлиги таъсирида узилади. Таёқчанинг узилиш пайтидаги кўндаланг кесимининг юзи ва осилган юкнинг катталиги бўйича мустаҳкамлик чегараси аниқланган. У тош тузи кристалларининг одатдаги мустаҳкамлик чегарасидан анча катта бўлиб чиққан. Баъзи ҳолларда Иоффе 160 $кГ/мм^2$ кучланишда рўй берган узилишларни ҳам кузатди; бу эса одатдаги мустаҳкамлик чегарасидан уч юз марта катта ва назарий қийматга яқин. Балки, Иоффенинг тажрибаларида сувнинг роли фақат сиртдаги дарзларни йўқотишдангина иборат бўлмагандир ва мураккаброқ характерга эгадир. Лекин, ҳар ҳолда, Иоффенинг тажрибалари монокристалларда назарий ҳисоблашларга яқин бўлган мустаҳкамликни кўриш мумкинлигини кўрсатди.

Кристалларнинг амалий мустаҳкамлиги уларнинг назарий мустаҳкамлигидан бир неча юз марта кичик. Реал кристалларнинг панжараси идеал кристалларнинг панжарасидан фарқ қилади. Реал кристалларда ҳамма вақт ички нуқсонлар бўлади: зарралар банд қилмаган бўш жойлар, тартиб бузилган жойлар бўлади.

Панжаранинг сиртидаги ёки ичидаги жуда кичик нуқсонлар бутун кристаллни парчаланишга олиб боради.

Поликристалл жисмлар амалда монокристаллардан мустаҳкамроқ бўлади. Поликристалл жисмларнинг механик хоссалари алоҳида кристаллчаларнинг шаклига ва улар орасидаги тутиниш кучларига боғлиқдир. Одатдаги металлар шулар жумласидандир. Кристалл жисмни ташкил қилувчи айрим кристаллчалар шаклининг ҳар қандай ўзгариши, шунингдек уларнинг ўзаро вазиятларининг ўзгариши бутун қаттиқ жисм механик хоссаларининг ўзгаришига сабаб бўлади.

Прокаткалаш, болғалаш, тоблаш ва бошқа кўринишлардаги совуқ ва иссиқ ишланишларнинг мустаҳкамлик ва бошқа механик хоссаларга таъсири ҳам, кристаллчалар шаклининг ва ўринларининг ўзгариши билан тушунтирилади.

§ 92. Қаттиқ жисмларда иссиқлик ҳаракати. Қаттиқ жисмларнинг кенгайиши. Кристалл қаттиқ жисмнинг фазовий панжарасини ташкил қилувчи ҳар бир зарра (атом ёки ион) мувозанат вазияти атрофида тебраниб туради. Қаттиқ жисмнинг ички энергияси мана шу тебранишларнинг энергиясидан иборатдир. Шундай қилиб, қаттиқ жисмлардаги зарраларнинг иссиқлик ҳаракати, газ ва суюқликлардаги зарраларнинг иссиқлик ҳаракатидан ўзларининг характери билан фарқланади. Газларда алоҳида молекулалар эркин учиб юради ва бир-бири билан фақат эластик тўқнашишларга учрайди; газлардаги диффузиянинг бирмунча катта тезлик билан ўтишига шу нарса сабаб бўлади. Суюқликларда молекулалар, ўзининг тартибсиз ҳаракати мобайнида, қўшни молекулалар билан узлуксиз равишда тўқнашиб туради. Улар бир жойнинг атрофида „туртиниб туради" ва § 78 да айтилгани каби, секин-астагина силжиб боради. Суюқликларда ҳам, ҳар ҳолда газлардагига қараганда секинроқ ўтса ҳам, диффузия мавжуддир. Қаттиқ жисмнинг кристалл панжарасида ҳар бир зарра (атом ёки ион) маълум мувозанат вазиятга эга бўлади ва шу вазият атрофида тебраниб туради. Бундан ташқари, қаттиқ жисмда зарралар, умуман айтганда, бир жойдан иккинчи жойга ўтиши мумкин; лекин бундай ўтишлар етарли даражада сийракдир. Қаттиқ жисмларда диффузия жуда ҳам секин ўтади. Бир-бирига тегиб турувчи икки металлнинг бир-бирига киришини сезиш учун, улар узоқ вақт бир-бирига тегиб туриши лозим ва жуда ҳам нозик кузатиш олиб бориш керак бўлади.

Қаттиқ жисмнинг температураси кўтарилса, зарраларнинг мувозанат вазиятлардан четлашишлари кўпаяди. Бу қаттиқ жисмни иссиқликдан кенгайишга олиб келади.

Маълумки, қаттиқ жисмнинг 0° температурадаги узунлигини L_0 га тенг деб олиб, унинг t температурагача қиздиргандаги ΔL узайишини қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\Delta L = aL_0t, \qquad (1)$$

бунда a — қаттиқ жисмнинг *иссиқлиқдан чизиқли кенгайиш коэффициенти.* Бундан жисмнинг t температурадаги L_t узунлиги:

$$L_t = L_0 + \Delta L = L_0(1 + at), \qquad (2)$$

яъни қаттиқ жисмнинг узунлиги температура билан чизиқли боғланишда ўсади. Ҳақиқатда бу муносабат аниқ бажарилмайди, иссиқликдан кенгайиш коэффициенти a температурага бирмунча боғлиқ бўлади (§ 44 да айтилганлар билан солиштиринг), лекин кўпчилик амалий мақсадлар учун a ни ўзгармас деб олиш мумкин. Қаттиқ жисмлар учун чизиқли кенгайиш коэффициенти кичик бўлиб, улар 10^{-5} ва 10^{-6} *град*$^{-1}$ га яқин катталиклар бўлади.

Чизиқли кенгайиш натижасида жисмнинг ҳажми ҳам катталашади. Қирраларининг узунлиги L_0 бўлган куб шаклидаги жисмни кўз олдимизга келтирайлик; унинг L_0^3 га тенг бўлган дастлабки ҳажмини V_0 орқали белгилаймиз. У ҳолда t температурадаги ҳажм

$$V = L_0^3(1 + at)^3 = V_0(1 + at)^3.$$

Бу ифодадаги $(1 + at)$ биномни кубга ошириб, a^2 ҳамда a^3 қатнашган ҳадларни эътиборга олмасак,

$$V = V_0(1 + 3at)$$

бўлади. $3a$ ни b орқали белгиласак:

$$V = V_0(1 + bt). \qquad (3)$$

Бу ердаги катталик b қаттиқ жисмнинг *иссиқликдан ҳажмий кенгайиш коэффициенти* дейилади. Юқорида келтирилган ҳисоблаш b коэффициентнинг чизиқли кенгайиш коэффициентидан тахминан уч марта катта эканлигини кўрсатади.

Анизотроп кристалларда чизиқли кенгайиш коэффициенти a турли йўналишлар учун турлича бўлади. Бунинг натижасида, кристалл кенгайгандан сўнг, ўзига ўхшаш бўлмай қолади: кристалл ўз шаклини ўзгартиради. Бирор физик тўғри чизиқ (яъни қаттиқ жисмнинг маълум зарралари билан боғланган чизиқ) кристаллнинг иссиқликдан кенгайиши натижасида, умуман айтганда, тўғри чизиқлигича қолмайди. Бироқ, ҳар бир кристаллда шундай йўналишлар борки, улар бўйича олинган физик тўғри чизиқлар иссиқликдан кенгайиш вақтида ҳам тўғри чизиқлигича қолаверади. Бу йўналишлар *кристаллографик ўқлар* дейилади. Иссиқликдан кенгайиш коэффициенти a нинг мана шу йўналишлар бўйича олинган қийматлари *бош қийматлар* дейилади. Умумий ҳолда кристаллар учта шундай ўққа ва иссиқликдан чизиқли кенгайишнинг учта бош коэффициенти a_1, a_2 ва a_3 га эгадир. Баъзи системалардаги кристаллар учун бу уч йўналиш ўзаро тикдир.

Ўзаро тик ўқларга эга бўлган кристаллдан кесиб олинган ва қирраларининг узунлиги 0° температурада L_{01}, L_{02}, L_{03} га тенг бўлган параллелепипедни кўз олдимизга келтирайлик. Бу параллелепипеднинг ҳажми $V_0 = L_{01} \cdot L_{02} \cdot L_{03}$. t температурагача қиздирганда қирраларнинг узунлиги:

$$L_1 = L_{01}(1 + a_1 t),$$
$$L_2 = L_{02}(1 + a_2 t),$$
$$L_3 = L_{03}(1 + a_3 t)$$

бўлиб қолади.

У ҳолда параллелепипеднинг янги ҳажми:

$$V = V_0(1 + a_1 t)(1 + a_2 t)(1 + a_3 t).$$

Кўпайтиришларни бажариб, a_1, a_2, a_3 катталикларнинг кўпайтмаларига эга бўлган барча ҳадларни эътиборга олмасак, тахминан:

$$V = V_0\,[1 + (a_1 + a_2 + a_3)\,t].$$

Иккинчи томондан

$$V = V_0(1 + bt)$$

деб олиш мумкин; бунда b — кристаллнинг иссиқликдан ҳажмий кенгайиш коэффициенти. Кейинги икки формулани таққосласак:

$$b = a_1 + a_2 + a_3 \tag{4}$$

бўлади.

Шундай қилиб, кристаллнинг ҳажмий кенгайиш коэффициенти тақрибан чизиқли кенгайишнинг бош коэффициентлари йиғиндисига тенг. Изотроп жисм учун $a_1 = a_2 = a_3 = a$ ва биз (4) дан яна юқорида чиқарилган $b = 3a$ тенгликни ҳосил қиламиз.

Агар қаттиқ жисм иссиқликдан эркин кенгая олмайдиган бўлса, қиздириш натижасида бундай жисмда катта механик кучланишлар вужудга келади. Бу кучланишни баҳолаш учун қуйидаги ҳисоблашни бажарамиз. Узунлиги L_0 бўлган стержень 0° дан $t°$ гача қиздирилганда:

$$\Delta L = aL_0 t$$

миқдорга узайди, деб фараз қилайлик; бу ерда a — стержень материалининг чизиқли кенгайиш коэффициенти. Стерженни эластик сиқилиш деформацияси билан қайтадан ΔL миқдор қадар қисқартириш учун унга § 89 даги (2а) формуладан аниқланадиган p_n кучланиш билан таъсир қилиш керак:

$$\Delta L = \frac{1}{E} L_0 p_n,$$

бунда E — стержень материалининг Юнг модули. ΔL нинг ҳар икки қийматини бир-бирига тенгласак:

$$\frac{1}{E} L_0 p_n = aL_0 t,$$

бундан:

$$p_n = aEt. \tag{5}$$

Масалан, темир учун $a \cong 1 \cdot 10^{-5}$ *град*$^{-1}$ ва $E \cong 2 \cdot 10^4$ *кГ/мм*^{2}, демак, температура 1°С га ортганда, стерженнинг иссиқликдан кенгайишини компенсация қилиш учун унга қуйидаги куч билан таъсир қилиш керак:

$$p_n \cong 1 \cdot 10^{-5} \cdot 2 \cdot 10^4 \ кГ/мм^2 = 0{,}2 \ кГ/см^2 = 20 \ кГ/мм^2.$$

Қурилиш техникасида қизиш орқасида мана шундай кучланишларнинг вужудга келиши мумкинлигини ҳисобга олиш керак бўлади. Бу кучланишлардан сақланиш учун темир йўлларнинг рельслари бир-биридан бир оз қочириб уланади, кўприклар ва бошқа иншоотлар фермаларининг учлари тақаб бириктирилмайди, улар ғалтаклар устига ўрнатилади ва ҳоказо.

Турли материаллар уланганда яна уларнинг кенгайиш коэффициентларининг қийматлари турлича бўлишлиги натижасида вужудга келадиган кучланишларни ҳам ҳисобга олиш зарур.

§ 93. **Қаттиқ жисмларнинг иссиқлик сиғими.** Қаттиқ жисмнинг запас ички энергияси жисмни ташкил қилувчи зарраларнинг запас тебраниш энергиясидан ва, шунингдек, уларнинг ўзаро потенциал энергиясидан иборатдир. Кристалл панжарани ташкил қилувчи зарралар (атомлар ва ионлар), умуман айтганда, эркин бўлмайди, чунки улар орасида анчагина ўзаро таъсир кучлари бўлади. Шунинг учун зарраларнинг тебранишларини боғланган тебранишлар деб қараш керак; бутун панжарада турли частотали тебранишлар вужудга келади. Худди шу тебранишларнинг энергияси назарга олиниши керак.

Аммо температура етарли даражада юқори бўлиб, тебранишлар энергияси катта бўлганда зарраларни эркин деб ҳисоблаш мумкин. Ҳар бир зарра мувозанат вазият атрофида тебранма ҳаракат қилади. Зарра тебранишининг ўртача энергиясини аниқлаш учун, зарра ҳам кинетик, ҳам потенциал энергия запасига эга бўлишини эътиборга олиш керак. Бу энергия турларининг ҳар бирига ўрта ҳисоб билан бирдай миқдорда энергия тўғри келади. Шундай қилиб, агар зарранинг ўртача кинетик энергиясини $\overline{w}_k$ орқали белгиласак, зарранинг ўртача энергиясининг тўла қиймати $\overline{w} = 2\overline{w}_k$ бўлади.

Фазовий кристалл панжарадаги ҳар бир зарра ўзининг мувозанат вазияти атрофида исталган йўналишда тебрана олади; демак, унинг тезлиги v вектор кўринишида берилиши керак. Бундан ҳар бир зарранинг $i = 3$ эркинлик даражасига эга бўлиши келиб чиқади. Шунинг учун ўртача кинетик энергия $\overline{w}_k = \frac{i}{2} kT = \frac{3}{2} kT$ бўлади. Битта зарра ўртача энергиясининг тўла қиймати:

$$\overline{w} = 2\overline{w}_k = 3kT.$$

Бир моль қаттиқ жисмнинг тўла ички энергияси U ни топиш учун, бир зарранинг ўртача энергиясини бир молда бўлган эркин тебранувчи зарралар сонига кўпайтириш керак. Химиявий содда қаттиқ кристалл жисмларнинг бир молидаги[1] эркин тебранувчи зарралар сони Авогадро сони N билан бирдай бўлади, шунинг учун:

$$U = \overline{w} \cdot N = 3NkT = 3RT, \tag{1}$$

бунда R — газ доимийси.

Иссиқликдан кенгайиш коэффициенти кичик бўлган қаттиқ жисмларнинг ўзгармас ҳажмдаги ва ўзгармас босимдаги иссиқлик сиғимлари амалда бир-биридан фарқ қилмайди. Шунинг учун келгусида биз уларни бир-биридан фарқламаймиз. У ҳолда: химиявий содда кристалл қаттиқ жисмнинг атом иссиқлик сиғими, сон жиҳатдан, температура 1° га кўтарилгандаги ички энергия U нинг ўсишига тенг бўлиб, (1) формулага кўра:

$$C = 3R;$$

газ доимийси $R \simeq 2$ *кал/град·моль* бўлгани учун,

$$C \simeq 6 \text{ кал/град·моль}, \tag{2}$$

яъни барча *химиявий содда кристалл қаттиқ жисмларнинг атом иссиқлик сиғими, етарли даражада юқори температурада 6 кал/град·моль га тенгдир.* Бу хулоса Дюлонг ва Пти қонуни деб юритилади.

Кристаллни ташкил қилувчи ва ўзаро таъсирлашиб турувчи зарралар тебранишининг характерини чуқур текширмасдан, берилган жисм учун Дюлонг ва Пти қонуни бажариладиган етарли даражада юқори температура қандай бўлишини олдиндан айтиб бериш мумкин эмас. Дюлонг ва Птиларнинг ўзлари бу қонунни уй температураси шароитида бир қанча қаттиқ жисмлар учун олинган эмпирик маълумотга асосланиб кашф этганлар.

Қуйидаги XV жадвалда бир қанча химиявий содда қаттиқ жисмларнинг атом иссиқлик сиғимларининг қийматлари келтирилган.

XV жадвал

Элементларнинг қаттиқ ҳолатдаги атом иссиқлик сиғимлари

Модда	Атом иссиқлик сиғим, C	Модда	Атом иссиқлик сиғим, C
Алюминий, Al	6,14	Мис, Cu	5,91
Олмос, C	1,35	Қалий, Sn	6,63
Темир, Fe	6,36	Платина, Pt	6,29
Олтин, Au	6,36	Кумуш, Ag	6,13
Кадмий, Cd	6,11	Рух, Zn	6,10
Кремний, Si	4,67	Бор, B	2,51

[1] Қаттиқ ҳолатдаги элементлар учун „моль“ сўзи грамм-атомни билдиради.

Жадвалдан кўринадики, атом иссиқлик сиғим кўрсатилган моддаларнинг кўпчилиги (Al, Fe, Au, Cd ва бошқалар) учун 6 *кал/град·моль* га яқин, яъни улар учун уй температураси, атомлар амалда бир-биридан мустақил равишда тебраниши учун етарли даражада юқоридир; бу жисмлар учун Дюлонг ва Пти қонуни бажарилади. Олмос, кремний ва бор учун уй температурасидаги атом иссиқлик сиғимлари 6 *кал/град·моль* дан анча кичик; бу, шу моддаларнинг кристалл панжараларидаги атомларнинг уй температурасидаги тебранишларини мустақил деб ҳисоблаш мумкин эмаслигини кўрсатади. Олмоснинг атом иссиқлик сиғими 985°C температурада 5,52 га тенг бўлади, яъни кутилган қиймат 6 га яқинлашади.

Химиявий мураккаб моддаларнинг кўпчилик кристаллари ион характеридаги кристаллар бўлади. Бу кристалларда берилган модданинг айрим молекулаларини, газсимон ҳолатда мумкин бўлганидек, ажратиб бўлмайди. Берилган модда газининг молекуласига кирувчи атомлар кристалл панжарада ионлар шаклида фақат тартибли равишда такрорланади, холос. Бундан мана шу модданинг кристалл ҳолатдаги бир молини ташкил қилувчи зарралар сони шу модданинг бир молидаги атомлар сонига тенглиги келиб чиқади. Масалан, газсимон натрий хлорнинг бир молидаги NaCl молекулаларининг сони Авогадро сони N га тенг бўлади. Тош тузнинг кристалида эса, панжаранинг тугунларида жойлашган Na^+ ва Cl^- ионлар бўлиб (223-расм) уларнинг умумий сони 2N га тенг бўлади. Юқоридаги каби, панжарадаги ҳар бир ионга $w = 2\frac{i}{2}kT$ ўртача энергия тўғри келади деб ҳисоблаб, кристалл тош тузнинг моляр иссиқлик сиғими

$$C = 2\frac{i}{2}k\cdot 2N = 6kN = 6R$$

га ёки тақрибан 12 *кал/град·моль* га тенг бўлишини топамиз. Атомлар панжарада нейтрал ҳолатда бўлиб бир-биридан мустақил тебранганларида ҳам юқоридаги мулоҳаза тўғри бўлади. Бундан, барча бошқа икки атомли бирикмаларнинг ҳам қаттиқ ҳолатдаги моляр иссиқлик сиғими тақрибан 12 *кал/град·моль* га тенг бўлиши кераклиги келиб чиқади. Худди шунинг каби, уч атомли бирикмаларнинг моляр иссиқлик сиғими, тақрибан, 18 *кал/град·моль* га, тўрт атомли бирикмаларнинг моляр иссиқлик сиғими, тахминан, 24 *кал/град·моль* га тенг бўлиши керак, деган хулосага эга бўламиз ва ҳоказо.

Бу хулоса эмпирик йўл билан аниқланган *Жоуль* ва *Копп қонунига* мос келади. Бу қонунга кўра, *қаттиқ ҳолатдаги бирикмаларнинг моляр иссиқлик сиғими бу бирикмалар таркиби-*

га кирувчи элементлар атом иссиқлик сиғимларининг йиғиндисига тенг.

Жоуль ва Копп қонуни зарраларнинг тебранишларини мустақил деб ҳисоблаш мумкин бўладиган юқори температуралардагина тўғри бўлади.

XVI жадвалдан, бир қанча қаттиқ ҳолатдаги бирикмалар учун Жоуль ва Копп қонуни уй температурасида ҳам етарли даражада яхши бажарилиши кўринади.

XVI жадвал

Қаттиқ ҳолатдаги бирикмаларнинг моляр иссиқлик сиғими

Модда	Моляр иссиқлик сиғими, C
CuO	11,3
NaCl	12,1
$CaCl_2$	18,2
$BaCl_2$	18,6
KNO_3	24,1

Температура пасайган сари барча қаттиқ жисмларнинг иссиқлик сиғими камаяди. Иссиқлик сиғимининг температура билан биргаликда камайиб бориши график равишда 237-расмда тасвирланган. *Температура абсолют нолга интилганда барча қаттиқ жисмларнинг иссиқлик* сиғими нолга интилади. Қаттиқ жисм иссиқлик сиғимининг жуда паст температуралардаги ўзгаришлари фақат квант механикаси асосидагина тушунтирилиши мумкин.

Биз § 49 да ҳар бир айрим зарранинг энергияси, квант механикасига мувофиқ фақат дискрет ўзгаришларгагина эга бўлиши мумкинлигини кўрсатиб ўтган эдик. Бу фикр кристалл панжарадаги атомларнинг (ёки ионларнинг) тебраниш энергиясига ҳам тааллуқлидир. Панжарадаги тебранаётган зарра энергиясининг сакраб ўзгаришлари $h\nu$ га тенг; бунда h — Планк доимийси бўлиб, у $6{,}6\cdot10^{-27}$ *эрг. сек* га тенг, ν — зарра тебранишининг частотаси. Агар битта эркинлик даражасига тўғри келадиган ўртача энергия $\frac{1}{2}kT$ маълум температурада энергия улуши $h\nu$ га нисбатан жуда катта бўлса, T температура ўзгара борганда зарранинг тебраниш энергияси узлуксиз ўзгариб боради деб ҳисоблаш мумкин ва, демак, бу ҳолда классик назарияни ишлатиш мумкин. Лекин ўртача энергия $\frac{1}{2}kT$ энергия улуши $h\nu$ га яқин бўлиб қоладиган даражадаги паст температураларда ҳисоблашлар квант механикаси асосида олиб борилиши керак. Кристалл панжарадаги зарралар тебранишининг частотаси 10^{12} $сек^{-1}$ га яқин катталикдир, шунинг учун

237-расм. Қаттиқ жисмлар иссиқлик сиғимининг температурага боғлиқ бўлиши.

$$\frac{1}{2}kT > h\nu$$

тенгсизликдан қуйидаги:

$$T > \frac{2\ 6{,}6\cdot 10^{-27}\cdot 10^{12}}{1{,}4\cdot 10^{-16}}\ \text{K} \cong 100\ \text{K}$$

шартни қаноатлантирувчи температураларда классик назария асосида ҳисоблаш мумкинлиги келиб чиқади.

Шундай қилиб, уй температурасида ($T \cong 300°$K) иссиқлик сиғимини классик усулда ҳисоблаш мумкин. —200°С га яқин температураларда эса, иссиқлик сиғимини квант назарияси асосида ҳисоблаш керак бўлади. Қаттиқ жисмлар иссиқлик сиғими квант назариясининг асосларини Эйнштейн қуриб берган эди. Сўнг Дебай панжарани ташкил қилувчи зарраларнинг паст температуралардаги ўзаро таъсири катта роль ўйнашини эътиборга олди. Дебай айрим зарраларнинг тебранишларини эмас, балки бутун панжарада вужудга келадиган тебранишларни текширди. У кристалл панжарада акустик тўлқинларгача бўлган турли частотали турғун тўлқинлар қарор топишини кераклигини кўрсатди.

Кристалл панжарадаги бу тебранишларнинг барчасига тегишли бўлган энергияларни қўшиб ва уларнинг температурага боғлиқлигини квант механикасига асосан ҳисобга олгани ҳолда, Дебай тажрибалар билан жуда яхши мослашадиган хулосаларга эришди. *Жуда паст температураларда қаттиқ жисмларнинг иссиқлик сиғими абсолют температуранинг учинчи даражасига пропорционал бўлиб ўзгаради.*

Дебай назариясининг афзаллиги унда кристаллардаги иссиқлик тебранишларнинг акустик тебранишлар билан боғланишидир.

Совет физиги Л. И. Мандельштам кристалларда эластик иссиқлик тўлқинларининг мавжуд бўлиши кристаллдан сочилувчи ёруғликнинг характерига таъсир қилиши кераклигини кўрсатди (III томга қаранг). Л. И. Мандельштам олдиндан айтиб қўйган бу ҳодисани совет физиги Е. Ф. Гросс кузатди; шунинг билан қаттиқ жисмларда эластик иссиқлик тебранишларнинг мавжуд бўлиши эксперимент орқали тасдиқланди.

§ 94. Қаттиқ жисмларнинг эриши ва буғланиши. Кристалл қаттиқ жисмларнинг аниқ эриш температураси борлиги § 87 да кўрсатиб ўтилган эди. Бу температура ташқи шароитга бирмунча боғлиқ бўлади.

Агар модда эриганда унинг ҳажми катталашадиган бўлса, (кўпчилик моддалар учун шундай бўлади), босим ортиши билан эриш температураси ҳам кўтарилади: эриган модда босим ортиши билан яна қотиб қолиши мумкин.

Агар модда эриган вақтида унинг ҳажми кичраядиган бўлса (сув, висмут, сурьма ва баъзи бошқа моддалар), босим ортиши билан эриш температураси пасаяди: қотган жисм босим ортиши билан яна суюлиб қолиши мумкин. Босим остидаги муз 0°С дан паст температурада эрийди: босим тахминан 130 *ат* қадар ошганда музнинг эриш температураси 1° пасаяди.

Эриганда кенгаядиган моддаларни жуда юқори босим остида критик температурадан юқори температурада ҳам қаттиқ ҳолатда сақлаб туриш мумкин.

Масалан, хлорли фосфор 2050 *кГ/см*² босим остида $t = 102°$ да ҳам қаттиқ ҳолатда бўлади, ваҳоланки, $p = 75$ *кГ/см*² бўлганда унинг критик нуқтаси $t = 50°$ да бўлади. Шунингдек, критик температураси 31° бўлган карбонат ангидрид $p = 12\,000$ *кГ/см*² босимда $t = 93°C$ да ҳам қаттиқ ҳолатда қолади.

Ван-дер-Ваальс изотермаларини текширганда критик температурадан юқорида уларнинг текис ўзгариши, икки фазани — газсимон ва суюқ фазаларни фарқлашга имкон бермаслигини кўрган эдик. Аммо критик температурадан юқори температурада ҳам қаттиқ ҳолатнинг бўлиши мумкин экан.

Қаттиқ ҳолатдан суюқ ҳолатга ўтиш процесси энергия сарфлаш билан боғлиқ; бошқача айтганда, берилган қаттиқ жисм массасини шу температурадаги суюқ ҳолатга ўтказиш учун, жисмга маълум миқдорда иссиқлик бериш керак бўлади. Бу *эриш иссиқлиги* дейилади. Суюқлик қотган вақтда бу энергия иссиқлик шаклида ажралиб чиқади. Эриш иссиқлиги турли моддалар учун турличадир; масалан, сув учун у 80 *кал/г* га, симоб учун эса атиги 2,75 *кал/г* га тенг.

Биз юқорида (370-бетда) ишловчи модда сифатида олинган суюқлик ва унинг тўйинган буғ аралашмаси билан бажарилган Карно циклини текшириб, тўйинган буғ эластиклигининг температурага боғлиқ бўлишлиги билан буғланиш иссиқлиги орасида муносабат борлигини аниқлаш мумкинлигини кўрган эдик. Лекин ишловчи модда сифатида бирор жисмнинг қаттиқ ва суюқ фазалари аралашмаси олинганда ҳам, ўша юқорида келтирилган мулоҳазалар ўз кучини сақлайди.

Шундай қилиб, бу ҳол учун ҳам

$$\frac{dp}{dT} = \frac{1}{T} \cdot \frac{\lambda}{V_0' - V_0} \tag{1}$$

формула [(6), 370-бет] ўринлидир (бу ҳолда T — эриш температураси, λ — эриш иссиқлиги, V_0' ва V_0 — мос равишда суюқ ва қаттиқ фазаларнинг солиштирма ҳажмлари ва p — аралашмага таъсир этаётган босим) деб ҳисобланиши керак.

(1) формулани қуйидаги шаклда ҳам ёзиш мумкин:

$$dT = T\frac{V_0' - V_0}{\lambda}\,dp. \tag{2}$$

Бу формула босим dp қадар ўзгарган вақтда эриш температурасининг dT ўзгаришини ифодалайди.

Кўрсатилган қоидалар (2) формуладан бевосита келиб чиқади; агар суюқликнинг солиштирма ҳажми қаттиқ фазанинг солиштирма ҳажмидан катта бўлса ($V_0' > V_0$), босим кўтарилганда ($dp > 0$) эриш нуқтаси юқорилашади; агар $V_0' < V_0$ бўлса, босим ортганда эриш нуқтаси пасаяди. Масалан, музнинг 0°C даги солиштирма ҳажми $V_0 = 1{,}0908$ *см³/г*, сувнинг ўша температурасидаги солиштирма ҳажми $V_0' = 1{,}0001$ *см³/г*, музнинг эриш иссиқлиги $\lambda = 79$ *кал/г* =

$= 33 \cdot 10^8$ *эрг/г*. Бундан, $T = 273°K$ яқинида босимнинг dp ўзгариши эриш температурасини

$$dT = -273\frac{0,0907}{33\cdot10^8}dp$$

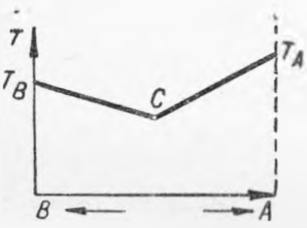
миқдор қадар ўзгартади, бу ерда p барларда ифодаланган.

Агар p атмосфераларда ифодаланса,

$$dT = -0,0076dp$$

бўлади. Бундан, музнинг эриш температурасини 1° га кўпайтириш учун босимни $\frac{1}{0,0076}$ *ат* $\cong$ 130 *ат* қадар ошириш керак деган хулоса келиб чиқади. Бу эса асосий текстдаги маълумотга мос келади.

Эриш температураси берилган модданинг тозалигига жуда ҳам боғлиқдир. Баъзан озгина миқдорда бошқа бир модданинг қўшилиши эриш температурасини сезиларли даражада пасайтириши мумкин. Бирор аниқ химиявий бирикмадан иборат бўлмаган, лекин моддалар исталган пропорциядан олиниши мумкин бўлган қотишмалар учун эриш температураси билан қотишма таркиби орасидаги боғланиш характерли кўринишга эгадир. У 238-расмда тасвирланган. Қотишма A ва B элементлардан иборат бўлсин. Абсциссалар ўқи бўйича қотишмадаги A ва B моддаларнинг миқдори олинган. Чапдан ўнгга қараб борувчи йўналиш A модда миқдорининг ортиб боришига тўғри келади. Ординаталар ўқи бўйича қотишманинг эриш температуралари олинган. T_B нуқта соф B модданинг эриш температурасини кўрсатади; A моддадан озгина қўшилиши натижасида эриш температураси пасаяди. Эриш температураси C нуқтада минимумга етади; қотишманинг C нуқтага тўғри келувчи таркиби *эвтектик таркиб* дейилади. Ундан сўнг эриш температураси кўтарила бошлайди ва T_A нуқтага етади. Бу нуқта соф A модданинг эриш температурасини кўрсатади. Чизиқнинг шаклидан кўринадики, иккинчи компонентнинг озгина қўшилиши қийин эрийдиган моддага осон эрийдиган моддани қўшганда ҳам, аксинча, осон эрийдиган моддага қийин эрийдиган моддани қўшганда ҳам ҳамма вақт эриш *температурасининг пасайишига* сабаб бўлади.

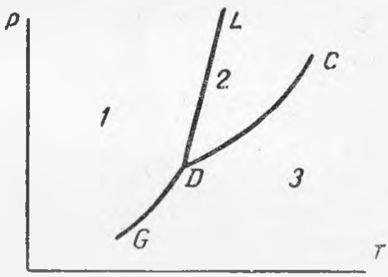


238-расм. Эриш температурасининг қотишма таркибига боғлиқ бўлиши.

Қаттиқ жисмлар ҳам худди суюқликлар каби, ҳар қандай температурада озми-кўпми буғланиб, шу модданинг буғини ҳосил қилади.

Суюқликни берк идишда совитамиз, суюқлик устида эса фақат тўйинган буғ бўлсин. Температура пасайган сари, буғларнинг босими ҳам камаяди; бу босимнинг температурага қараб ўзгаришининг графиги 239-расмдаги CD чизиқ орқали тасвирланади, деб фараз қилайлик.

Тўйинган буғ босими остидаги суюқликнинг қотиш температурасига D нуқта тўғри келади. D нуқтага етгач, системадан иссиқлик олиш давом эттирилгани ҳолда, суюқлик қаттиқ ҳолатга ўта бошлайди, шунинг билан бирга, суюқликнинг ҳаммаси қаттиқ ҳолатга ўтгунча, температура ўзгармайди. Бу вақт ичида тўйинган буғларнинг босими ҳам ўзгармайди ва у D нуқтанинг ординатасига тенг бўлади. Бутун суюқлик қаттиқ ҳолатга ўтгач, қаттиқ жисм устидан тўйинган буғ илгаригидек мавжуд бўлади. Қаттиқ жисмни совитиш давом эттирилса, тўйинган буғларнинг босими ҳам пасая бошлайди, лекин бу пасайиш янги DG чизиқ бўйича боради.



239-расм. Учлик нуқта.

1 — қаттиқ фаза; *2* — суюқ фаза; *3* — газсимон фаза.

Шундай қилиб D нуқтада иккита чизиқ учрашади, яъни қаттиқ ҳолатдаги берилган модда устидаги тўйинган буғ босимининг температурага боғлиқлигини тасвирловчи GD эгри чизиқ билан суюқ ҳолатдаги ўша модда устидаги тўйинган буғ босимининг температурага боғлиқлигини кўрсатувчи CD чизиқ учрашади. D нуқтанинг абсциссасига тўғри келувчи температурадан паст температураларда буғ фақат қаттиқ жисм билангина мувозанатда бўлиши мумкин; бу температурадан юқори температураларда эса буғ фақат суюқлик билан мувозанатда бўла олди. D нуқтанинг ўзида модданинг уч ҳолати — қаттиқ, суюқ ва улар устида тўйинган буғ — ёки, бошқача айтганда, учала фазаси мувозанатда бўлади. Шунинг учун D нуқта *учлик нуқта* дейилади.

Учлик нуқтанинг температураси ўз тўйинган буғи босими остида бўлган модданинг эриш температурасидир. Агар моддага каттароқ босим берилса, эриш температураси ҳам ўзгаради. Юқорида айтилганидек, кўпчилик жисмлар учун, босим ортган сари, эриш температураси ҳам кўтарилади.

Эриш температураси билан босим орасидаги боғланишни ифодаловчи графикни чизиш мумкин. Бу чизиқ учлик нуқта D орқали ўтади; 239-расмда у DL чизиқ орқали ифодаланган. 239-расм босим ортиши билан жисмнинг эриш температураси ўса борадиган ҳолга тўғри келади.

Эриш температураси босим билан жуда кучсиз боғланишда бўлганлиги учун (*DL* чизиқ юқорига тик кўтарилади), оддий (атмосфера босимига яқин) босимларда эриш температураси учлик нуқта температурасига мос келади.

Кўпинча биз учлик нуқта температурасидан анча паст температуралардаги қаттиқ жисмлар (уй температурасида темир ва бошқа металлар) билан иш олиб борамиз, шунинг учун уларнинг тўйинган буғининг босими жуда паст бўлиб, бу қаттиқ жисмлар деярли буғланмайди. Лекин учлик нуқта яқинида қаттиқ жисм устидаги тўйинган буғнинг босими тўла сезиларли бўлиши мумкин. Масалан сув учлик нуқтада (0,00748°С да) $p_0 = 4{,}58$ *мм* Hg босимли тўйинган буғга эга бўлади; -1°С да муз устидаги тўйинган буғнинг эластиклиги 4,22 *мм* Hg ва -10°С да 1,95 *мм* Hg бўлади. Қаттиқ музнинг осон сезиладиган буғланиши, масалан, ҳўл кийимларнинг қаттиқ совуқ вақтида „қуриши“ факти, мана шу тўйинган буғнинг анчагина катта эластиклиги билан тушунтирилади. Иоднинг тўйинган буғи учлик нуқтада (114°С) 90 *мм* Hg босимга эга бўлади; тўйинган буғ босимининг бундай катта қийматга эга бўлиши иод кристаллари мисолида қаттиқ жисмларнинг буғланиш процессини („возгонка“ ни) қулайлик билан демонстрация қилиш имконини беради.

Бир қанча моддаларнинг тўйинган буғларининг босими учлик нуқтада жуда паст бўлади; масалан, кумушнинг тўйинган буғининг босими эриш температурасида (962°С) атиги $2\cdot 10^{-3}$ *мм* Hg бўлади.

§ 95. Суюқликларнинг квазикристалл тузилиши. Биз § 78 да суюқликларнинг табиати, айниқса қотиш температураси яқинида, қаттиқ жисмларнинг табиатига кўп жиҳатдан ўхшашлигини кўрсатиб ўтган эдик. Энди биз бу ўхшашлик билан мукаммалроқ танишамиз.

Даставвал, эришда (ёки қотишда) модданинг хоссалари буғланишдагига қараганда, жуда ҳам кам ўзгаришини айтиб ўтиш керак.

Биз юқорида буғланиш критик температурадан анча паст температураларда юз бераётганда, солиштирма ҳажмнинг эришдаги ўзгариши буғланишдаги ўзгаришидан анча кам бўлишини кўрсатиб ўтган эдик.

Эриш иссиқлиги буғланиш иссиқлигига қараганда кичикдир. Масалан, натрий ва симобнинг қайнаш температурасидаги буғланиш иссиқликлари, мос равишда, 25000 *кал/моль* ва 14000 *кал/моль* га тенгдир.

Худди шу элементларнинг эриш иссиқликлари, мос равишда, 610 *кал/моль* ва 570 *кал/моль* га тенг.

Қуйидаги XVII жадвалда бир қанча элементларнинг қаттиқ ва суюқ ҳолатлардаги моляр иссиқлик сиғимлари таққосланган.

XVII жадвал

Қаттиқ ва суюқ моддаларнинг ўзгармас босимдаги моляр иссиқлик сиғимлари

Модда	Na	Hg	Pb	Zn	Al	HCl	CH_4
C_p (қаттиқ) . . .	7,6	6,7	7,2	7,2	6,14	12,27	10,0
C_p (суюқ)	8,0	6,7	7,7	7,9	6,25	14,73	13,5

Жадвалдан химиявий содда ҳамда химиявий мураккаб моддалар қаттиқ ҳолатдан суюқ ҳолатга ўтганда уларнинг иссиқлик сиғимлари кам ўзгариши кўриниб турибди. Мана шу факт суюқ ҳолатдаги модда зарралари иссиқлик ҳаракатининг характери қаттиқ жисмлардаги зарралар иссиқлик ҳаракатининг характерига яқин бўлишини бевосита кўрсатади. Я. И. Френкелнинг § 78 да баён қилинган, суюқлик молекулалари вақтинча мувозанат вазиятлари атрофида тебраниб турадилар, деган назарияси худди мана шу хулосага асослангандир. Қаттиқ ва суюқ ҳолатлар орасидаги фарқ қуйидагидан иборатдир: қаттиқ жисмларда ҳар бир зарра (атом ёки ион) узоқ вақт давомида ўзгармайдиган аниқ бир мувозанат вазият атрофида тебранади; суюқликда ҳам ҳар бир зарра аниқ мувозанат вазият атрофида тебранади, лекин қисқа вақт ўтиши билан бу мувозанат вазиятнинг ўрни ўзгаради. Зарранинг маълум бир аниқ мувозанат вазият атрофида бўлишининг ўртача вақти τ ни зарранинг „ўтроқ“ ҳаёт вақти деб атаб, қуйидаги қоидани айта оламиз: модданинг қаттиқ ҳолати жуда катта „ўтроқ“ ҳаёт вақти билан характерланади, суюқ ҳолати эса қиёсан кичик „ўтроқ“ ҳаёт вақти билан характерланади.

Ўтган параграфларда биз жисмлар қаттиқ кристалл ҳолатда бўлганда зарралар аниқ фазовий симметрия билан мунтазам геометрик панжаранинг тугунларида жойлашган бўлишлигини кўрган эдик. Суюқлик зарраларининг (тўғрироғи, уларнинг вақтинча мувозанат вазиятларининг) жойлашишида ҳам бирор тартиб борми, деган савол туғилади. Бир қатор фактлар бу саволга ижобий жавоб беришга мажбур этади: суюқликдаги зарраларнинг иссиқлик тебранишлари мустақил эмас, қаттиқ жисмларда мавжуд бўлган иссиқлик эластик тўлқинларни суюқликларда ҳам учратиш мумкин (410-бет), суюқлик орқали рентген нурлари ўтганда, анча ёйилган бўлса-да, ҳар ҳолда аниқ сезиларли диффракция беради (III томга қаранг). Аммо шуни ҳам айтиб ўтиш зарурки зарралари геометрик панжаранинг тугунларида жойлашган кристалл қаттиқ жисмларга хос бўлган анизотропия суюқликларда (баъзи ҳоллардан ташқари) ҳеч учрамайди. Бу зоҳирий қарама-қаршилик, суюқлик зарралари, *„яқин тартиб"*да жойлашади, деган гипотезага асосан бартараф қилинади.

„Яқин тартиб" деганда берилган заррага энг яқин бўлган зарралар, тақрибан, мунтазам равишда жойлашган бўлгандаги тартиб тушунилади. Берилган заррадан узоқлашганимиз сари, бошқа зарраларнинг берилган заррага нисбатан жойлашиш тартиби бузила боради. Етарлича катта ҳажм ичида зарралар аслида тартибсиз жойлашган бўлади. Зарраларнинг бундай жойлашиши қаттиқ жисмларнинг ҳақиқий кристалл тузилишидан фарқ қилувчи тузилишга мос келади. Қаттиқ жисмларнинг ҳақиқий кристалл тузилиши „узоқ тартиб" да бўлади. „Узоқ тартиб" мавжуд бўлганда каттагина ҳажм ичидаги зарралар геометрик панжаранинг тугунлари бўйича мунтазам жойлашган бўлади.

Айтилганлардан кўринадики, суюқлик фақат кичик ҳажмлардагина маълум даражада тартибланган тузилишга эга бўлади; бундай тузилиш *квазикристалл* (кристаллга ўхшаш) тузилиш дейилади.

Температура кўтарилган сари, суюқликдаги зарраларнинг „ўтроқ" ҳаёт вақти борган сари камая боради ва суюқликнинг хоссалари қаттиқ жисмларнинг хоссаларидан узоқлашиб, зич газларнинг хоссаларига яқинлаша боради.

Баён қилинган назария суюқликларнинг механик хоссаларини тушунтиришга ҳам имкон беради.

Маълумки, суюқликлар оқувчандир. Бироқ жуда қисқа вақтли кучлар таъсирида ёпишқоқ суюқликлар мўртлик хоссасига эга бўлади ва эластик деформациялар бера олади. Ўтган асрнинг иккинчи ярмида Максвелл модданинг шундай ҳолатининг формал назариясини бердики, бу ҳолатда бир вақтнинг ўзида ҳам оқувчанлик, ҳам эластик деформация юз беради.

Бундай жисмдаги кучланиш кучнинг таъсири тўхташи билан йўқолиб кетмай, қуйидаги қонун бўйича камаяди:

$$p_t = p_0 e^{-t/\tau},$$

бунда p_0 — кучланишнинг бошланғич қиймати, p_t — кучнинг таъсири тўхтаганда t вақт ўтгандан кейинги кучланиш. Бу формуладаги τ катталик *релаксация вақти* деб юритилади.

Максвеллнинг фикрича, агар куч релаксация вақти τ дан кичик вақт оралигида таъсир қилса, модда ўзини қаттиқ жисмдек тутади; агар куч τ дан катта вақт оралигида таъсир қилса, модда ўзини суюқликдек тутади. Я. И. Френкелнинг назарияси бўйича, модда шундай қисқа вақтли куч таъсирида ўзини қаттиқ жисм каби тутади ва ундай куч зарраларнинг „ўтроқ" ҳаёт вақтидан кичик вақт оралигида таъсир қилади. Ҳақиқатан ҳам, бундай кичик вақт ичида зарралар ўзларининг мувозанат ҳолатлари атрофида бўлади ва модда қаттиқ ҳолатга хос тузилишга эга бўлади. Агар кучнинг таъсир вақти зарраларнинг „ўтроқ“ ҳаёт вақтидан катта бўлса, модда ёпишқоқ равишда оқади, яъни ўзини суюқлик каби тутади. Шундай қилиб, Я. И. Френкелнинг назариясида релаксация вақти бевосита физик маънога эга бўлади: у зарраларнинг „ўтроқ“ ҳаёт вақтига мос келади.

§ 96. Газларнинг қаттиқ жисмлар томонидан абсорбция ва адсорбция қилиниши. Тажрибалар кўрсатадики, агар газга тегиб турган бирор қаттиқ жисмни ҳавоси сўриб олинаётган идиш ичига жойлаштирилса, жисмдан илгари унга тегиб турган газ чиқади. Бундан, қаттиқ жисмлар газларни ютади, деган хулоса келиб чиқади.

Газнинг босими қанча катта бўлса ва қаттиқ жисмнинг сирти қанча катта бўлса, бу ютилиш ҳам шунча катта бўлади. Туташ жисмга нисбатан, у билан бир хил таркиб ва бир хил массага эга бўлган кукунлар кўпроқ ютади. Бундан кўринадики, ютилиш, қисман бўлса-да, қаттиқ жисм сиртига газнинг ёпишиб қолишидан иборатдир.

Ютилишни янада чуқурроқ текшириш газларнинг қаттиқ жисмлар томонидан икки хил ютилиши борлигини кўрсатади; улар *адсорбция* ва *абсорбция* дейилади. *Адсорбция* газнинг қаттиқ жисм сиртига юпқа қатлам бўлиб ёпишишидан иборат. *Абсорбция* (ёки *окклюзия*) қаттиқ жисмнинг бутун массаси томонидан газнинг ҳақиқатан ҳам ютилишидир, яъни газларнинг суюқликларда эришига ўхшаш процессдир.

Адсорбцияланган газ қаттиқ жисмнинг сиртида, суюқликларнинг сиртида учрайдиган мономолекуляр қатламларга ўхшайдиган, мономолекуляр парда ҳосил қилади (§ 83).

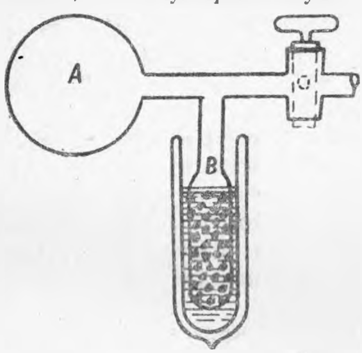
Қаттиқ жисм сиртида газнинг мономолекуляр қатлами газ молекулалари билан қаттиқ жисм молекулалари бир-бирларига катта куч билан таъсир қилганликлари учун вужудга келади. Тортишиш кучларидан иборат бўлган бу кучлар жуда қисқа масофалардагина таъсир қилади, деб ҳисоблаш керак. Шунинг учун, газнинг биринчи қатламига янги молекулалар келиб тегса, уларга фақат мана шу биринчи қатламнинг молекулаларигина таъсир қилиб, қаттиқ жисмнинг молекулалари таъсир қилмайди; газ молекулаларини иккинчи қатлам сифатида ушлаб қолиш учун биринчи қатламнинг кучлари етарли эмас.

Адсорбцияланган молекулалар қатлами вакуумда аста-секин ажралиб, қаттиқ жисмнинг сиртини бўшатади. Температура қанча юқори бўлса, газнинг қаттиқ жисм сиртидан ажралиб чиқиш процесси шунчалик тез боради.

Абсорбция (ёки окклюзия), асосан, юқори температураларнингина боради, чунки фақат шу температурадагина газнинг қаттиқ жисм ичига кириши сезиларли бўлади.

Баъзи қаттиқ жисмлар газни шунчалик кўп миқдорда юта оладики, натижада ютилган газнинг ҳажми (нормал шароитга келтирилган ҳажми) қаттиқ жисмнинг ўз ҳажмидан юзлаб марта катта бўлади. Қиздирилган палладий ўз ҳажмидан нормал босимдаги ҳажми 1000 марта катта бўлган миқдордаги водородни ютади. Ишқорли металлар, айниқса натрий, водородни кўп ютади. Ютилган газлар вакуумда қиздириш натижасида ажралиб чиқади.

Адсорбция ва абсорбция (окклюзия) ҳодисалари вакуум техникасида катта роль ўйнайди. Вакуум асбобнинг ичига киргизиладиган қаттиқ (хусусан металлдан ясалган) қисмларни газсизлаш учун, уларни ҳавоси узлуксиз равишда сўриб олинаётган идиш ичида қиздириш керак. Иккинчи томондан, адсорбция ҳодисаларидан вакуумни яхшилаш учун ҳам фойдаланадилар. Бу мақсадлар учун, асосан, писта кўмирнинг кўпчилик газларни, айниқса паст температураларда, жуда кўп адсорбциялаш қобилиятидан фойдаланадилар.



240-расм. Совитиладиган кўмирнинг газларни ютиши ёрдамида вакуумни яхшилаш.

Вакуумни яхшиланиши керак бўлган *A* идишга (240-расм) олдиндан газсизлантирилган кўмирли *B* идиш бириктирилади. Кўмирли *B* идиш суюқ ҳаво ичига туширилса, у — 184°C гача совийди ва *A* идишдаги газ қолдиқларини ютади; бу йўл билан 10^{-6} *мм* Hg га яқин вакуум ҳосил қилиш мумкин.

Қуйидаги XVIII жадвалда турли газларнинг суюқ ҳаво температурасидаги кўмирнинг бирлик ҳажми томонидан ютиладиган ҳажмлари (нормал шароитга келтирилган ҳажмлари) келтирилган.

XVIII жадвал

Газларнинг суюқ ҳаво температурасидаги кўмир томонидан ютиладиган ҳажмлари

Газ	Кўмирнинг бирлик ҳажми томонидан ютиладиган газ ҳажми
Гелий	15
Водород	135
Азот	155
Аргон	175
Кислород . . .	230

Бу XVIII жадвалдан суюқ ҳаво температурасида бошқаларга нисбатан гелий газининг кам ютилиши кўриниб турибди. Гелийнинг бу хоссасидан уни тозалашда фойдаланадилар; тоза бўлмаган гелийни совитилган кўмирли идиш орқали ўтказилганда, унга аралашган газлар (азот, кислород ва бошқалар) кўмир томонидан кўп ютилади, гелийнинг ўзи эса жуда оз миқдорда ютилади.

Газларни кўп адсорбциялаш қобилиятига эга бўлиши учун, кўмир серковак кўринишда ва одатда унинг тешикларида бўладиган углеводородлардан тозаланган ҳолда олиниши керак. Бунинг учун уни ёпиқ идишда, идишдаги ҳавони гоҳ сўриб олиб, гоҳ киргизиб, 350—400°С температурада қиздирилади.

Бу процесс *кўмирни активлаштириш* деб юритилади. Активлаштирилган кўмир мудофаа мақсадларида ҳам ишлатилади: противогазларда активлаштирилган кўмир бўлади.

Қаттиқ жисмнинг сиртида фақат газларгина эмас, суюқликлар ҳам адсорбцияланиши мумкин. Адсорбцияланган моддалар қаттиқ жисм сиртининг хоссаларини ўзгартиради. Баъзи қаттиқ жисмлар ўз сиртларида адсорбцияланган моддаларнинг таъсирида маҳкамлигини камайтиради. Бу вақтда, афтидан, поликристалл жисмларнинг (металлар) кристаллчалари орасидаги микроскопик дарзлар ва оралиқлар муҳим роль ўйнаса керак. Адсорбцияланган суюқликнинг молекулалари микроскопик ёриқларга кириб, уларни кенгайтиради. Бу ҳодисадан амалда фойдаланилади: қаттиқ жисмнинг сиртини тегишли суюқлик билан ҳўллаб, уни осонгина кесиш мумкин.

УЧИНЧИ ҚИСМ

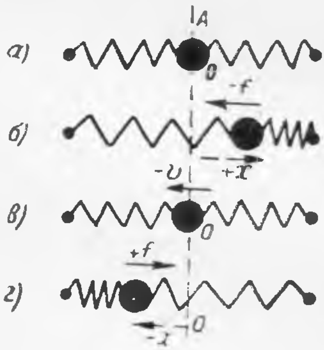
ТЕБРАНИШЛАР ВА ТЎЛҚИНЛАР

Ўн биринчи боб

ГАРМОНИК ТЕБРАНМА ҲАРАКАТ

§ 97. Гармоник тебраниш. Юқорида, § 89 да айтиб ўтилган эдики, Гук қонунига бўйсунувчи эластик деформациялар вақтида деформацияга пропорционал бўлган ва мувозанат вазият томонига йўналган куч вужудга келади. Шундай куч таъсирида юз бераётган ҳаракатнинг характерини текширамиз.

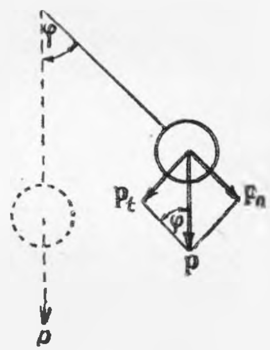
Бирор A юк икки пружина орасига сиқиб қўйилган, деб фараз қилайлик. Ҳар икки пружина баравар миқдорда чўзилган ва O нуқтада мувозанатда туради (241-*а* расм). Юкни мувозанат вазиятдан ўнг томонга (241-*б* расм) $+x$ кесмага сурамиз (чапдан ўнгга қараб йўналган кесмаларни мусбат деб ҳисоблаймиз), у ҳолда ўнгдаги пружина сиқилиб, чапдаги пружина чўзилади ва юкка $-f$ куч таъсир қилади. Бу куч мувозанат вазият O га қараб йўналган ва силжиш x қанча катта бўлса, бу кучнинг сон қиймати шунча катта бўлади. Бу кучнинг таъсирида A юк ўсиб борувчи тезлик билан мувозанат вазиятга қараб ҳаракат қила бошлайди. У қайтиб мувозанат вазиятга келганда (241-*в* расм), куч нолга тенг, лекин юкнинг запас тезлиги $-v$ га тенг бўлади. Шунинг учун у мувозанат вазиятдан ўтиб кетади ва ҳаракатини чап томонга давом эттиради. Бунинг натижасида чапдаги пружина сиқилади, ўнгдаги пружина чўзилади ва юкка мувозанат вазиятга қараб ўнг томонга йўналган $+f$ куч таъсир қила бошлайди. Бу куч то юк тўхтагунча юк ҳаракатини секинлаштира боради. Сўнг юк яна му-



241-расм. Икки пружина орасига қисилган A юкнинг O мувозанат ҳолат атрофида тебраниши.

возанат вазиятга томон ҳаракатлана бошлайди. Шундай қилиб, A юкнинг мувозанат ҳолат атрофидаги тебранма ҳаракати вужудга келади.

Тебранма ҳаракатнинг бошқа бир мисоли сифатида бир текисликда тебранувчи маятникнинг ҳаракатини кўрсатиш мумкин (242-расм). Маятникнинг ипи вертикал бўлганда, маятникнинг юкига таъсир қилувчи оғирлик кучи P ипнинг таранглик кучи билан мувозанатлашади. Аммо, агар маятник мувозанат вазиятдан бирор φ бурчакка оғдирилса, оғирлик кучи P нинг фақат бир қисмигина (ипга параллел бўлган P_n қисмигина) ипнинг реакцияси билан мувозанатлашади. Оғирлик кучининг ипга тик бўлган P_t қисми мувозанатлашмай қолади. Оғирлик кучининг бу ташкил этувчиси $P \sin\varphi$ га тенг бўлиб, маятникнинг мувозанат вазиятига қараб йўналгандир. Агар φ бурчак кичик бўлса, синусни бурчакнинг ўзи билан алмаштириш мумкин, у ҳолда P_t тақрибан $P\varphi$ га тенг бўлади. Бу ерда маятник юкининг мувозанат вазиятдан четланиши φ бурчак билан аниқланади. φ бурчак кичик бўлганда, маятникнинг юкини мувозанат вазиятга қайтарувчи куч φ бурчакка пропорционал бўлади.



242-расм. Маятникнинг тебраниши.

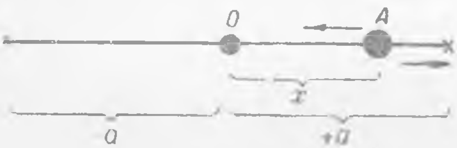
Мана шу кучнинг таъсирида маятник мувозанат вазият атрофида тебрана бошлайди. Бу ҳолда ҳаракатга эластик куч эмас, балки оғирлик кучининг P_t ташкил этувчиси сабабчи бўлади. Бу P_t куч маятникнинг мувозанат вазиятдан оғишига пропорционал бўлиб (φ бурчак кичик бўлганда), мувозанат вазият томонига йўналган бўлади. Шундай қилиб, бу кучнинг характери эластик кучнинг характерига ўхшайди. Бу куч вужудга келтирадиган тебранишларнинг характери φ бурчак кичик бўлганда, эластик куч вужудга келтирадиган тебранишларнинг характерига ўхшайди.

Табиати жиҳатидан эластик бўлмаган, лекин силжишга боғланиши жиҳатидан эластик кучларга ўхшайдиган кучлар *квазиэластик* кучлар дейилади.

Юқорида келтирилган мисоллардан кўринадики, эластик ёки квазиэластик кучнинг таъсири тебранма ҳаракатни вужудга келтиради. Тебраниш процессини янада мукаммалроқ текширамиз. m массали моддий нуқтанинг ўрнини унинг мувозанат вазиятдан силжиши x билан аниқлаймиз; мувозанат вазиятда $x = 0$. Силжишга, яъни x га пропорционал бўлишлик ва мувозанат вазиятга қараб йўналганлик эластик (ёки квазиэластик) f куч учун характерлидир; демак, уларни қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$f = -kx. \tag{1}$$

Кучнинг силжиш x йўналишига акс йўналганлигини минус ишора кўрсатади: масалан, силжиш юқорига бўлганда, куч пастга томон таъсир қилади, силжиш пастга бўлганда, куч юқорига томон таъсир қилади ва ҳоказо. k коэффициент — мусбат. Ньютоннинг иккинчи қонунига асосан:



243-расм. Тебранувчи нуқтанинг мувозанат ҳолатдан силжиши.

$$mw = f = -kx, \tag{2}$$

бунда w — моддий нуқтанинг тезланиши.

w тезланиш силжишдан вақт бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосилага тенг, яъни $w = \frac{d^2x}{dt^2}$, вақт бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосилани, ҳосиласи олинаётган катталикнинг устига қуйилган иккита нуқта билан белгилаймиз, у ҳолда $w = \ddot{x}$. Бу ифодани (2) га қуйсак:

$$m\ddot{x} = -kx \tag{3}$$

ёки

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}x. \tag{3a}$$

Бу ердаги k ва m иккаласи ҳам мусбат бўлгани учун, уларнинг нисбатини бирор ω катталикнинг квадратига тенглаш мумкин, яъни уни қуйидагича белгилаб олиш мумкин:

$$\frac{k}{m} = \omega^2. \tag{4}$$

Бу ω катталик, кейинчалик кўрсатиладиган сабабларга асосан, тебранишнинг *доиравий* (ёки *циклик) частотаси* дейилади.

У ҳолда (3а) тенгламани

$$\ddot{x} = -\omega^2 x \tag{5}$$

кўринишида ёзиш мумкин. Энди бизнинг вазифамиз моддий нуқтанинг, тезланиш нуқтанинг мувозанат вазиятдан оғиши x га (5) формула бўйича пропорционал бўлиши ва мувозанат вазиятга томон йўналганлиги маълум бўлгандаги ҳаракатини аниқлашдан иборат. Нуқтанинг ўрни вақтнинг функцияси сифатида маълум бўлса, нуқтанинг ҳаракати аниқланган бўлади; бу ҳолда силжиш

x ни вақт t нинг функцияси шаклида ифодалаш керак. Демак, x ва t орасида шундай боғланиш топишимиз керакки, у (5) тенгликни қаноатлантирсин. Бу боғланишнинг

$$x = a\cos(\omega t + \alpha) \tag{6}$$

тенглама билан ифодаланишини текшириб кўриш қийин эмас, бунда a ва α — ихтиёрий ўзгармас сонлар, улар бошланғич шартлардан аниқланиши мумкин. Ҳақиқатан ҳам, x дан вақт бўйича иккинчи тартибли ҳосилани олиб, x нинг бу қиймати (5) тенгламани айниятга айлантиришини кўрамиз. Кўпайтувчи a — *тебраниш амплитудаси* дейилади, аргумент $\omega t + \alpha$ — *тебраниш фазаси* дейилади, ўзгармас сон α — *бошланғич фаза* дейилади. (6) формула ўрнига

$$x = a\sin(\omega t + \alpha) \tag{7}$$

формулани олишга ҳам ҳақимиз бор эди, лекин бунда ўзгармас сон α нинг ҳар бир хусусий ҳол учун аниқланган қиймати (6) формула бўйича аниқланадиган қийматидан бошқача бўлар эди. Ўзгармас α нинг бу бошқа қиймати учун (7) формуладаги синуснинг ҳар бир пайтдаги сон қиймати (6) формуладаги косинуснинг сон қийматига тенг бўлар эди, яъни (6) ва (7) формулалар билан ифодаланувчи ҳаракатлар айнан бирдай бўлар эди.

(6) ёки (7) тенгламалар *гармоник тебранма ҳаракатнинг тенгламалари* дейилади; уларни текширишга ўтайлик.

Гармоник тебранма ҳаракатнинг асосий хоссаси унинг даврийлигидир. Соддалик учун бошланғич фаза $\alpha = 0$ деб оламиз, у ҳолда:

$$x = a\cos\omega t. \tag{6a}$$

$t = 0$ бўлганда, $\cos\omega t = +1$ бўлади, бундан $x = +a$. Силжишнинг мусбат қийматларини мувозанат вазиятдан ўнгга қараб, манфий қийматларини чапга қараб ўлчаймиз, деб келишиб олайлик (243-расм). У ҳолда гармоник тебранма ҳаракат қилувчи A моддий нуқта $t = 0$ пайтда мувозанат вазиятдан ўнг томонга a кесмага силжиган бўлади. Бу нуқтанинг ўнг томонга мумкин бўлган энг катта силжишидир, чунки $\cos\omega t$ нинг қиймати $+1$ дан катта бўла олмайди. Вақт t ўса борган сари $\cos\omega t$ нинг қиймати камая боради, нуқта мувозанат вазият 0 га қараб чап томонга силжийди. $\omega t = \frac{\pi}{2}$ тенгликдан аниқланадиган вақтда, яъни $t = \frac{\pi}{2\omega}$ бўлганда, нуқта мувозанат вазият 0 да бўлади. Вақтнинг кейинги ўсиши натижасида косинус манфий қийматларга эга бўлади. A нуқта мувозанат вазиятдан чапга силжийди.

Вақт $t = \frac{\pi}{\omega}$ бўлганда косинус -1 қийматга эга бўлади, бундан $x = -a$, яъни нуқта чап томондаги энг четки вазиятга бориб етган бўлади. Сўнг нуқта ўнг томонга ҳаракатлана бошлайди, мувозанат ҳолати 0 дан иккинчи марта ўтади ва $t = T = \frac{2\pi}{\omega}$ бўлган пайтда ўнг томондаги энг четки вазиятга яна етиб келади. Шундан сўнг ҳамма ҳаракат қайтарила бошлайди. Шундай қилиб, нуқта дастлабки ҳаракат ҳолатига

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{8}$$

вақтдан сўнг қайтиб келади; бу T *вақт тебранишлар даври* бўлади. Тебранувчи A жисм давр T га тенг вақтда ўз йўлидаги (энг катта четланишларга мос келувчи $x = \pm a$ нуқталардан ташқари) ҳар бир нуқтадан икки марта ўтади: бир марта — маълум бир томонга ҳаракатланганда, иккинчи марта — унга қарама-қарши томонга ҳаракатланганда.

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ катталик 2π вақт ичидаги тебранишлар сонидир. *Амплитуда* деб аталадиган a катталик тебранувчи нуқтанинг мувозанат вазиятдан мумкин бўлган энг катта силжишини кўрсатади.

$\alpha \neq 0$ бўлганда, вақтнинг бошланғич $t = 0$ пайтида A нуқта $x = a\cos\alpha$ билан аниқланадиган жойда бўлади. Ҳаракатнинг T давр давомидаги бутун характерини мана шу нуқтадан бошлаб кузатиш ҳам мумкин. Демак, бошланғич фаза α тебранувчи нуқтанинг $t = 0$ бошланғич пайтдаги ўрнини аниқлар экан.

Циклик частота ω ўрнига, бирлик вақт ичидаги тебранишлар сонини кўрсатувчи одатдаги $\nu = \frac{1}{T}$ частотани ҳам киритиш мумкин. Уч катталик ω, ν ва T ни таққослаб, улар орасида

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \tag{9}$$

муносабат бор эканлигини аниқлаймиз.

ω нинг бу қийматларини (6) га қўйиб, гармоник тебранма ҳаракатнинг яна иккита қуйидаги ифодасига эга бўламиз:

$$x = a\cos(2\pi\nu t + \alpha), \tag{6б}$$

$$x = a\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \alpha\right). \tag{6в}$$

(4) формуладан ва $T = \frac{2\pi}{\omega}$ муносабатдан фойдаланиб, давр учун:

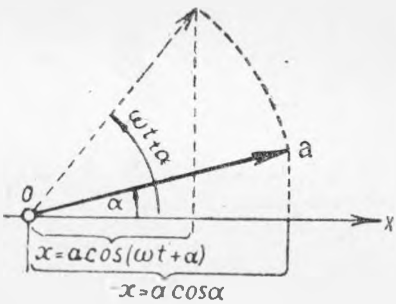
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{10}$$

ифодани ҳосил қиламиз.

Шундай қилиб, биз кўрамизки, тебранишлар даври масаланинг фақат динамик характеристикаларига: m массага ва k коэффициентга боғлиқ бўлади.

Тебранма ҳаракат билан боғлиқ бўлган кўпчилик татбиқий масалаларда тебранишни амплитуда вектори ёрдамида геометрик тасвирлаш усули қулайдир.

Бу усул қуйидагидан иборатдир Бир ўқ олиб, уни X ўқи деб атаймиз (244-расм) ва унда ихтиёрий O нуқтани танлаб оламиз. Бу нуқтад и бирор масштабда сон жиҳатдан a амплитудага тенг бўлган векторни бошланғич фаза α га тенг бўлган бурчак остида чизамиз. Шаклдан кўринишича, a векторнинг X ўқига проекцияси ўша масштабда нуқтанинг бошлангич силжиниши $x = a\cos\alpha$ ни беради. Амплитуда векторини ω бурчак тезлик билан соат стрелкасининг айланишига қарама-қарши йўналишда айлантирамиз. У ҳолда бирор t вақтда амплитуда вектори X ўқи билан $\omega t + \alpha$ га тенг бурчак ташкил қилади ва унинг X ўқидаги проекцияси



244-расм. Гармоник тебранма ҳаракатни ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи a векторнинг проекцияси сифатида тасвирлаш.

$$x = a\cos(\omega t + \alpha)$$

бўлади, яъни тебранувчи нуқтанинг t пайтдаги силжишини беради. Бундан биз, гармоник тебранма ҳаракат, бирор ўқнинг ихтиёрий нуқтасидан бошланғич фазага тенг бурчак остида чизилган ва нуқта атрофида ω бурчак тезлик билан айланувчи амплитуда вектори учининг шу ўқдаги проекцияси бажарадиган ҳаракат билан тасвирланади деган хулосага келамиз. ω нинг *доиравий частота* деб аталишининг сабаби шу мулоҳазалардан кўриниб турибди.

§ 98. Гармоник тебранма ҳаракатнинг тезлиги ва тезланиши. Мисоллар. Гармоник тебранма ҳаракат қилувчи A моддий нуқтанинг силжиши x, § 97 даги (6) формула бўйича, қуйидагича ифодаланади:

$$x = a\cos(\omega t + \alpha), \qquad (1)$$

бунда a — тебраниш амплитудаси, ω — доиравий частота ва α — бошланғич фаза. Нуқтанинг v тезлиги, сон жиҳатдан, силжиш x дан вақт бўйича олинган ҳосилага тенг, яъни $v = \frac{dx}{dt}$. Вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилани ҳосиласи олинаётган катталикни ифодаловчи ҳарфнинг юқорисига нуқта қўйиш билан белгилаймиз. У ҳолда, дифференциаллашни бажариб, қуйидагига эга бўламиз:

$$v = \dot{x} = -a\omega \sin(\omega t + \alpha). \tag{2}$$

Тезликдан вақт бўйича ҳосила олиб, нуқтанинг тезланишини топамиз:

$$w = \frac{dv}{dt} = \ddot{x} = -a\omega^2 \cos(\omega t + \alpha). \tag{3}$$

(2) ва (3) формулалардаги ω ўрнига $T = \frac{2\pi}{\omega}$ даврни қўямиз:

$$v = -\frac{2\pi}{T} a \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \alpha\right), \tag{2a}$$

$$w = -\frac{4\pi^2}{T^2} a \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \alpha\right). \tag{3a}$$

Охирги тенглик, (1) формулага асосан, яна қуйидагича ёзилиши мумкин:

$$w = -\frac{4\pi^2}{T^2} x,$$

бу ердан яна гармоник тебранма ҳаракатда тезланиш силжиш x га пропорционал бўлиб, мувозанат вазиятга қараб йўналган бўлади, деган хулосани чиқарамиз (422-бетга қаранг).

(2а) ва (3а) формулалардан кўринадики, гармоник тебранма ҳаракат қилаётган нуқтанинг тезлиги ва тезланиши вақтнинг, силжиш x нинг T даври билан бирдай даврга эга бўлган даврий функциялардир; тезлик ва тезланишнинг бир тебраниш вақти ичидаги ўзгаришини кузатамиз. Бунинг учун v ва w нинг турли вақт пайтларидаги қийматларини силжиш x нинг ҳам ўша вақт пайтларидаги қийматлари билан таққослаб жадвал тузамиз. Соддалик учун, бошланғич фаза α ни нолга тенг деб оламиз.

XIX жадвал

Гармоник тебранма ҳаракатда турли вақт пайтлари учун x, v ва w нинг қийматлари

t	x	v	w
0	$+a$	0	$-\frac{4\pi^2}{T^2}a$
$\frac{1}{4}T$	0	$-\frac{2\pi}{T}a$	0
$\frac{1}{2}T$	$-a$	0	$+\frac{4\pi^2}{T^2}a$
$\frac{3}{4}T$	0	$+\frac{2\pi}{T}a$	0
T	$+a$	0	$-\frac{4\pi^2}{T^2}a$

Жадвалдан кўринадики, тебранувчи A нуқта мувозанат вазиятдан ўтаётганда тезлик абсолют максимал $|v|_{max} = \frac{2\pi}{T}a$ қийматга эга бўлади; нуқта энг кўп четланган $x = \pm a$ жойларда тезлик нолга тенг. Тезланиш, аксинча, мувозанат вазиятдан ўтишда нолга тенг (бу пайтда куч нолга тенг бўлади) ва энг кўп четланиш жойларида

$|w|_{max} = \frac{4\pi^2}{T^2} a$ максимал абсолют қийматига эга бўлади. Тезланиш ҳамма вақт мувозанат вазиятга қараб йўналган бўлади.

Юқорида айтилганидек, тебраниш амплитудаси ва бошланғич фаза бошланғич шартлардан аниқланади. Зарранинг $t = 0$ бошланғич вақтдаги тезлиги v_0 ва силжиши x_0 маълум деб фараз қилайлик. Бу шартларни эътиборга олиб, (1) ва (2) ифодаларга $t = 0$ ни қўйсак:

$$x_0 = a\cos\alpha, \; v_0 = -a\omega\sin\alpha \tag{4}$$

ёки

$$\frac{v_0}{\omega} = -a\sin\alpha. \tag{5}$$

(4) ва (5) ифодаларни квадратга ошириб, сўнг ҳадлаб қўшамиз:

$$x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2} = a^2,$$

бундан:

$$a = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}. \tag{6}$$

(5) ифодани $x_0 = a\cos\alpha$ га ҳадлаб бўлиб, қуйидагини топамиз

$$\operatorname{tg}\alpha = -\frac{v_0}{\omega x_0}. \tag{7}$$

(6) ва (7) ифодалар амплитуда a нинг ва бошланғич фаза α нинг бошланғич силжиш x_0 ва бошланғич тезлик v_0 орқали аниқланган қийматларини беради. Шундай қилиб, биз кўрдикки, маълум массали нуқта маълум бир эластик кучнинг таъсири остида бўлганда, бошланғич шартларга қараб, турли амплитуда ва турли бошланғич фазага эга бўлган тебранишларни бажара олади. Унинг даври эса ҳамма ҳоллар учун бирдай қолаверади.

Агар пружинага осилган юк мувозанат вазиятдан чиқарилса, у амплитудаси пружинанинг дастлаб қанча чўзилганига ва юкка қандай бошланғич тезлик берилганига боғлиқ бўлган тебранишларни бажара бошлайди; тебраниш даври амплитудага боғлиқ бўлмаган ҳолда, фақат юкнинг массаси m ва пружинанинг „маҳкамлиги“ k билан аниқланади.

Келтирилган мулоҳазалардан кўринадики, бошланғич фаза бошланғич пайтнинг танланишига боғлиқ: масалан, бошланғич пайт учун нуқтанинг силжиши $x_0 = +a$ бўлгандаги пайтни олиш мумкин, у ҳолда (6) га кўра $v_0 = 0$ бўлиши керак ва (7) формулага кўра бошланғич фаза ҳам нолга тенг: $\alpha = 0$.

Бир неча мисоллар кўрайлик.

1-мисол. 3 *кГ* куч таъсир қилганда 9 *см* га чўзиладиган пружинага осилган $P = 2{,}5$ *кГ* юкнинг тебраниш даври аниқлансин.

Ечилиши. Пружинага таъсир қилувчи 3 *кГ* кучни шу куч вужудга келтирадиган силжишга бўлсак, пружинанинг эластиклик коэффициенти чиқади:

$$k = \frac{3}{9}\ кГ/см = \frac{1}{3}\ кГ/см,$$

энди § 97 даги (10) формула бўйича аниқлаймиз:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{P}{gk}} = 2\pi\sqrt{\frac{2,5\cdot 3}{981}}\ сек = 0,55\ сек.$$

2-мисол. l узунликдаги математик маятникнинг тебранишлар даври аниқлансин.

Математик маятник деб, масаланинг шартларида ипининг оғирлигини назарга олмаслик мумкин бўлган маятникка айтилади.

Ечилиши. Маятник юкининг массасини m билан белгилаймиз. Маятник вертикалдан φ бурчакка оғдирилган деб фараз қиламиз. Маятник юкини мувозанат вазиятга қараб ҳаракатлантирувчи куч оғирлик кучининг ипга тик бўлган P_t ташкил этувчисидир (242-расм). 422-бетда айтилганларга кўра, оғиш бурчаги φ кичик бўлганда, бу P_t ташкил этувчи сон жиҳатдан тақрибан $P\cdot\varphi$ га тенг ва мувозанат вазиятга томон йўналган бўлади. Шунинг учун:

$$P_t = -P\cdot\varphi = -mg\varphi, \tag{8}$$

бунда g — оғирлик кучининг тезланиши; минус ишора P_t кучнинг мусбат φ бурчакларни ўлчаш томонига тескари йўналганлигини кўрсатади.

Юкнинг траекториясига уринма бўлган тезланиш $l\ddot{\varphi}$ га тенг, бундан Ньютоннинг иккинчи қонунига кўра:

$$ml\ddot{\varphi} = P_t$$

ёки (8) бўйича:

$$ml\ddot{\varphi} = -mg\varphi,$$

бундан:

$$\ddot{\varphi} = -\frac{g}{l}\varphi.$$

g/l ни ω^2 орқали белгилаймиз; у ҳолда:

$$\ddot{\varphi} = -\omega^2\varphi.$$

Маятникнинг бурчак силжиши φ га нисбатан ёзилган бу тенглама § 97 даги (5) тенгламага тамомила ўхшашдир. Шунинг учун φ вақтнинг даврий функцияси бўлиб, унинг даври:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \tag{9}$$

Шу (9) формула математик маятник тебранишининг қидирилаётган даврини аниқлайди. Математик маятникнинг тебраниш даври фақатгина маятникнинг узунлиги l га ва Ер шарининг берилган жойидаги оғирлик кучининг тезланиши g га боғлиқ экан.

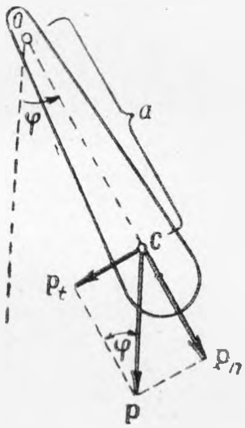
3-мисол. P оғирликдаги, C оғирлик маркази O айланиш ўқидан a масофада бўлган жисмнинг (245-расм) шу O ўқ атрофида тебранишининг даври аниқлансин. Жисмнинг мувозанат вазиятдан оғиш бурчаклари φ кичик деб ҳисоблансин.

Ечилиши. P оғирлик кучини C оғирлик марказига қўйилган деб ҳисоблаш мумкин. Олдинги мисолдаги каби, бу ҳолда ҳам жисм оғирлик кучининг P_t ташкил этувчиси таъсирида мувозанат вазиятга томон ҳаракат қилади, φ бурчаклар кичик бўлганда тақрибан:

$$P_t = -P\varphi.$$

Бу кучнинг айланиш ўқига нисбатан моменти (§ 35 га қаранг) қуйидагига тенг:

$$M = P_t a = -P\varphi a \qquad (10)$$



245-расм. Оғир жисмнинг O ўқ атрофида тебраниши.

Бу M моментнинг таъсирида жисм $\beta = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi}$ бурчак тезланиш олади, бироқ

$$\beta = \frac{M}{I}$$

бўлади (§ 35 га қаранг); бунда I — жисмнинг O ўққа нисбатан инерция моменти. Бу охирги ифодадаги M ўрнига унинг (10) қийматини ва β ўрнига $\ddot{\varphi}$ ни қўямиз, у ҳолда:

$$\ddot{\varphi} = -\frac{P\cdot a}{I}\varphi.$$

Бу тенглама § 97 даги (5) тенглама билан ёки олдинги мисолдаги φ га нисбатан ёзилган тенгламага бутунлай ўхшашдир. Бундан биз қуйидаги хулосага келамиз: оғиш бурчаги φ кичик бўлганда, жисм мувозанат вазият атрофида гармоник тебранма ҳаракат қилади, унинг тебранишлар даври

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Pa}} \qquad (11)$$

бўлади. $P = mg$ муносабатдан фойдаланиб, даврнинг ифодасини қуйидагича ёзамиз:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mga}}, \qquad (11a)$$

бунда m — жисмнинг массаси.

Мувозанат вазият атрофида мана шу кўрсатилган тарзда тебрана оладиган жисм *физик маятник* деб аталади.

$$L = \frac{I}{ma} \qquad (12)$$

катталикни *физик маятникнинг келтирилган узунлиги* деб аташ қабул қилинган.

Инерция моменти I нинг ифодасига масса киргани учун (§ 35 га қаранг), физик маятникнинг келтирилган узунлиги L нинг тўла массасига боғлиқ бўлмай, балки унинг фақат *геометрик шаклига ва массанинг тақсимотига* боғлиқ бўлади.

(11a) га маятникнинг келтирилган узунлиги қийматини қўйиб, қуйидаги ифодани оламиз:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}},$$

шундай қилиб, физик маятник тебранишлар даврининг формуласи математик маятник тебранишлар даврининг формуласига [ўтган мисолдаги (9) формулага] ўхшаш кўринишни олади.

§ 99. Гармоник тебранма ҳаракатнинг энергияси. m массали моддий нуқта квазиэластик куч

$$f = -kx$$

таъсири остида тебранаётган бўлсин: бу ерда x — нуқтанинг мувозанат вазиятдан силжишидир. Тебранма ҳаракатдаги моддий нуқта тезликка эга ва, демак, у

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 \tag{1}$$

кинетик энергияга эга.

Бундан ташқари, тебранаётган нуқтанинг потенциал энергияси ҳам бўлади. Нуқтанинг турли жойларда турли тезликларга эга бўлиши унинг кинетик энергияси E_k нинг вақт ўтиши билан ўзгариб туришини кўрсатади. Равшанки, бунда потенциал энергия ҳам ўзгара боради. Потенциал энергия маълум x силжишни вужудга келтириш учун ташқи кучлар томонидан бажарилган иш билан ўлчанади. § 25 да кўрсатилган эдики, эластик кучнинг бажарган иши, сон жиҳатдан, $\frac{1}{2} kx^2$ га тенг. Шундай қилиб, потенциал энергия E_p учун

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 \tag{2}$$

ифодага эга бўламиз.

(1) ва (2) формулаларга v ва x нинг § 93 даги (1) ва (2) формулалар бўйича қийматларини қўямиз:

$$E_k = \frac{1}{2} ma^2\omega^2 \sin^2(\omega t + \alpha), \tag{1a}$$

$$E_p = \frac{1}{2} ka^2 \cos^2(\omega t + \alpha). \tag{2a}$$

Потенциал энергия максимумга етган жойда кинетик энергия E_k нолга тенг бўлади, яъни энг катта четланиш жойларида $E_k = 0$ бўлади; мувозанат вазиятдан ўтиш вақтларида кинетик энергия максимумга етади, бу нуқтада потенциал энергия нолга тенг бўлади.

Тебранувчи нуқтанинг тўла энергияси E иккала хил энергияларнинг йиғиндисига тенг, яъни:

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} ma^2\omega^2 \sin^2(\omega t + \alpha) + \frac{1}{2} ka^2 \cos^2(\omega t + \alpha).$$

Юқорида қабул қилинган белгилашга кўра, $m\omega^2 = k$; шунинг учун тўла энергиянинг ифодасини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$E = \frac{1}{2} ka^2 \sin^2(\omega t + \alpha) + \frac{1}{2} ka^2 \cos^2(\omega t + \alpha),$$

бундан:

$$E = \frac{1}{2} ka^2, \tag{3}$$

яъни *тўла энергия E тебраниш амплитудасининг квадратига ва эластиклик коэффициенти k га пропорционалдир.*

$k = m\omega^2 = m\frac{4\pi^2}{T^2}$ тенгликдан фойдаланиб, (3) формулани қуйидагича ёзиш ҳам мумкин:

$$E = \frac{2\pi^2 m}{T^2} a^2. \tag{4}$$

(3) ва (4) формулалардан кўринадики, *бутун тебраниш вақтида тўла энергия ўзгармас* бўлади. Энергиянинг сақланиш қонунига асосан ҳам худди шундай бўлиши керак.

Энг катта четланиш жойларида бутун энергия потенциал энергияга айланади, мувозанат вазиятдан ўтаётганда бутун энергия кинетик энергияга айланади; тебранувчи нуқтанинг барча бошқа вазиятларида ҳар иккала хил энергия мавжуд бўлади. Тебранма ҳаракат энергиясининг график тасвири § 29 да кўрилган эди.

Юқорида айтилганлардан равшанки, тебранма ҳаракат вақтида, доим потенциал энергия кинетик энергияга ва, аксинча, кинетик энергия потенциал энергияга айланиб туради. Бир T давр ичида тула энергия *E икки марта* бутунлай кинетик энергияга айланади (икки марта мувозанат вазиятдан ўтиш вақтида) ва *икки марта* бутунлай потенциал энергияга айланади (иккала четки нуқталарда). Энергиянинг гоҳ потенциал энергияга, гоҳ кинетик энергияга ўтишини, маълум маънода энергиянинг „тебраниши" деб аташ мумкин. Юқоридаги мулоҳазалардан, бу энергия „тебранишининг" T' даври тебранма ҳаракатнинг ўз даври T дан икки марта кичик бўлиши кўриниб турибди.

Тебранишнинг энергиясини аниқлашга оид қуйидаги мисолни кўрайлик.

Қуйида келтирилган маълумотлар асосида пружинага осилган юкнинг тебраниш энергияси аниқлансин; юк дастлабки пайтда мувозанат вазиятдан 8 *см* қадар четга чиқарилган ва сўнг ўз ҳолига қўйиб юборилган. Пружинанинг 2 *кГ* куч таъсиридан 1 *см* га чўзилиши маълум.

Ечилиши. Бошланғич пайтда юк тезликка эга бўлмагани ($v_0 = 0$) учун, тебраниш амплитудаси $a = x_0 = 8$ *см*.

Эластиклик коэффициенти k қуйидагича аниқланади:

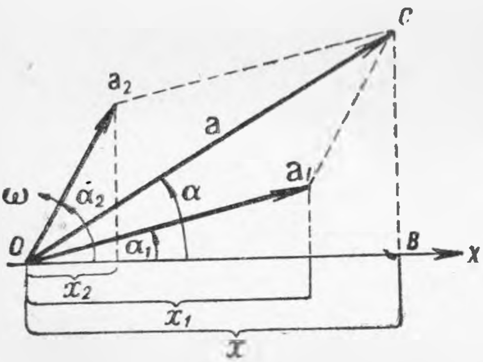
$$k = \frac{2}{1} \text{ кГ/см} = 2 \text{ кГ/см} = 2 \cdot 980 \cdot 10^3 \text{ дина/см},$$

бундан тўла энергия:

$$E = \frac{1}{2} ka^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 980 \cdot 10^3 \cdot 64 \text{ эрг} \cong 6{,}3 \cdot 10^7 \text{ эрг} = 6{,}3 \text{ ж}.$$

Бу натижанинг тебранувчи жисмнинг массасига боғлиқ эмаслигига эътибор бериш лозим.

§ 100. Бир тўғри чизиқ бўйича бўлаётган тебранишларни қўшиш. Жисмнинг бир вақтда иккита ёки бир неча тебранишларда қатнашишидан иборат бўлган ҳаракат тез-тез учраб туради. Масалан, агар юкни пружина ёрдамида рессорали вагоннинг шипига осиб қўйсак, юк осиш нуқтасига нисбатан тебранади, у нуқтанинг ўзи эса ўз навбатида вагоннинг рессораларида тебранади; шундай қилиб, юк бир йўналишда бўлаётган иккита тебранишнинг қўшилишидан иборат бўлган ҳаракатни бажаради.



246-расм. Бирдай даврли гармоник тебранма ҳаракатларни тасвирловчи векторларни қўшиш.

Тебранишларнинг қўшилишидан қандай натижавий ҳаракат хосил бўлишини кўрайлик.

Бирдай йўналиш ва бирдай даврга эга бўлган, лекин бошланғич фазалари ва амплитудалари турлича бўлган икки тебранишнинг, яъни

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= a_1 \cos(\omega t + \alpha_1), \\ x_2 &= a_2 \cos(\omega t + \alpha_2) \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

тенгламалар билан ифодаланувчи икки тебранишнинг қўшилишини текширишдан бошлаймиз. Иккала тебранишнинг доиравий частотаси ω умумий, чунки уларнинг даврлари тенг деб фараз қилинган.

Жисм бир вақтда иккала тебранишда қатнашса, унинг мувозанат вазиятдан силжиши x (1) тенгликлар билан ифодаланувчи x_1 ва x_2 силжишларнинг алгебраик йиғиндиси бўлади:

$$x = x_1 + x_2 = a_1 \cos(\omega t + \alpha_1) + a_2 \cos(\omega t + \alpha_2). \tag{2}$$

Бу қўшишни график усулда бажарамиз. Иккала тебранишни X ўқининг ихтиёрий O нуқтасидан чизилган амплитуда векторлари (§ 97 га қаранг) орқали тасвирлаймиз (246-расм). Бошланғич пайтда a_1 амплитуда X ўқи билан α_1 бурчак ташкил қилиб чизилади, a_2 амплитуда эса α_2 бурчак ташкил қилиб чизилади. Иккала амплитуда бирдай ω бурчак тезлик билан соат стрелкасининг айланишига қарама-қарши йўналишда айланади. Демак, $\mathbf{a}_2$ ва $\mathbf{a}_1$ векторлар орасидаги бурчак ҳамма вақт $\alpha_2 - \alpha_1$ га тенг бўлиб қолаверади. Икки векторнинг бирор ўқдаги проекциялари йиғиндиси шу векторлар йиғиндисининг ўша ўқдаги проекциясига тенг бўлгани учун, натижавий тебраниш $\mathbf{a}_1$ ва $\mathbf{a}_2$ амплитуда векторларини геометрик қўшишдан келиб чиқадиган $\mathbf{a}$ амплитуда вектори билан тасвирланиши мумкин, яъни:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2. \tag{3}$$

246-расмдан:

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1). \tag{4}$$

Равшанки, қўшилувчи тебранишларнинг амплитуда векторлари қандай бурчак тезлик билан айланса, натижавий амплитуда вектори $\mathbf{a}$ ҳам шундай тезлик билан айланади.

Натижавий амплитуда векторининг бошланғич пайтда X ўқи билан ташкил қилган бурчаги α, 246-расмдан кўриниб турганидек, қуйидагича аниқланади:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{BC}{OB} = \frac{a_1 \sin\alpha_1 + a_2 \sin\alpha_2}{a_1 \cos\alpha_1 + a_2 \cos\alpha_2}. \tag{5}$$

Натижавий тебранишнинг ўзи амплитуда вектори $\mathbf{a}$ нинг X ўқидаги проекцияси билан тасвирланади, яъни қуйидагига тенг бўлади:

$$x = x_1 + x_2 = a\cos(\omega t + \alpha). \tag{6}$$

Шундай қилиб, биз кўрамизки, натижавий ҳаракат ҳам гармоник тебраниш бўлиб, қўшилувчи тебранишлар қайси тўғри чизиқ бўйича юз бераётган бўлса ва қандай даврга эга бўлса, натижавий тебраниш ҳам шу тўғри чизиқ бўйича бўлади ва шундай даврга эга бўлади. Натижавий тебранишнинг амплитудаси a ва бошланғич фазаси α қўшилувчи тебранишларнинг амплитудалари ва бошланғич фазалари орқали, мос равишда (4) ва (5) формулалар бўйича аниқланади.

Шуни айтиб ўтиш муҳимки, (4) формулага кўра, *натижавий тебранишнинг амплитудаси a қўшилувчи тебранишлар фазаларининг айирмаси $\alpha_2 - \alpha_1$ га боғлиқ.* Косинус $+1$ дан катта ва -1 дан кичик бўла олмагани учун, (4) формуладан натижавий амплитуда қўшилувчи амплитудалар a_1 ва a_2 нинг йиғиндисидан катта бўлмаслиги ва уларнинг айирмасидан кичик бўлмаслиги кўринади, яъни у қуйидаги чегараларда бўлади:

$$a_1 + a_2 \geqslant a \geqslant |a_2 - a_1|.$$

Агар қўшилувчи тебранишлар фазаларининг фарқи *нолга ёки $2k\pi$ га тенг* бўлса (k — бутун сон), фазалар айирмасининг косинуси $+1$ га тенг бўлади ва, (4) формулага кўра:

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2, \text{ бундан } a = a_1 + a_2,$$

яъни *фазалар фарқи* $\alpha_2 - \alpha_1 = 2k\pi$ *бўлганда* (*бунда* $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$), *натижавий тебранишнинг амплитудаси* a *қўшилувчи тебранишларнинг* a_1 *ва* a_2 *амплитудалари йиғиндисига тенг бўлади.*

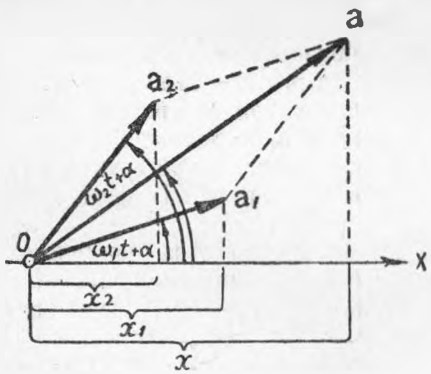
Агар қўшилувчи тебранишлар фазалари айирмаси тоқ сон марта олинган π га тенг бўлса, фазалар айирмасининг косинуси -1 га тенг бўлади ва a амплитуда учун (4) дан қуйидаги қийматни оламиз:

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2, \text{ бундан } a = |a_2 - a_1|.$$

Биз бу ерда $a_2 - a_1$ айирманинг абсолют қийматини оламиз, чунки a амплитуда, амплитуда тушунчасининг мазмунига кўра, фақат мусбат катталик бўла олади.

Бундан, *агар фазалар айирмаси* $\alpha_2 - \alpha_1 = (2k+1)\pi$ *бўлса* (*бунда* $k = 0, 1, 2, \ldots$), *натижавий тебранишнинг* a *амплитудаси қўшилувчи тебранишларнинг* a_2 ва a_1 *амплитудалари айирмасининг абсолют қийматига тенг.*

Энди, қўшилувчи тебранишлар бир йўналишда, лекин турли давр билан содир бўляпти, деб фараз қиламиз. У ҳолда тебранишларнинг вектор диаграммасидаги қўшилувчи $\mathbf{a}_1$ ва $\mathbf{a}_2$ амплитудаларнинг векторлари турли бурчак тезликлар билан айланади (247-расм). Бунинг натижасида улар орасидаги бурчак ўзгармас бўлмайди, балки вақт ўтиши билан ўзгара боради. Шу сабабли натижавий амплитуда a нинг қиймати ҳам ўзгариб туради. Қўшилувчи тебранишларнинг доиравий частоталари ω_1 ва ω_2 бўлсин. Қўшилувчи тебранишлар фазаларининг айирмаси ўзгарувчан бўлгани учун, ҳар икки тебранишнинг фазаси бирдай бўлган пайтни бошлангич пайт деб олиш мумкин, яъни тебранишларни қуйидагича ифодалаш мумкин:



247-расм. Турли даврли гармоник тебранма ҳаракатларни тасвирловчи векторларни қўшиш

$$x_1 = a_1 \cos(\omega_1 t + \alpha), \; x_2 = a_2 \cos(\omega_2 t + \alpha), \qquad (7)$$

бунда $\omega_2 > \omega_1$ деб фараз қиламиз.

Қўшилувчи амплитудалар фазаларининг айирмаси $(\omega_2 - \omega_1)t$ га тенг бўлади. Фазалар айирмасининг бу қийматини (4) формуладаги $\alpha_2 - \alpha_1$ ўрнига қўйиб, натижавий амплитуда квадрати ифодасини ҳосил қиламиз:

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos(\omega_2 - \omega_1)\,t. \tag{8}$$

Шундай қилиб, натижавий тебраниш амплитудаси a нинг катталиги вақт ўтган сари маълум давр билан ўзгариб туради.

Натижавий амплитуда векторининг бурчак тезлиги ўзгармас бўлмайди, шунинг учун натижавий ҳаракат *гармоник тебраниш* бўлмайди.

Баробар $a_1 = a_2$ амплитудаларга эга бўлган, лекин даврлари ва, бинобарин, доиравий частоталари бир-биридан жуда оз фарқ қиладиган икки тебранишнинг қўшилиш натижасини махсус текширайлик.

(8) формулада $a_1 = a_2$ деб ҳисобласак,

$$a^2 = 2a_1^2\,[1 + \cos(\omega_2 - \omega_1)\,t] = 4a_1^2\cos^2\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}\,t$$

бўлади ёки:

$$a = \left|2a_1\cos\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}\,t\right|. \tag{9}$$

Биз бу ерда, 428-бетдаги каби, ўнг томондаги катталикнинг мусбат қийматини оламиз, чунки амплитуда аниқ мусбат катталикдир. Косинуснинг абсолют қийматининг даври π га тенг; демак, косинуснинг аргументи π га ўзгарадиган вақт оралиги амплитуда абсолют қийматининг ўзгариш даври τ бўлади, яъни τ қуйидаги шартдан аниқланади:

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}\,\tau = \pi,$$

бундан:

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1}. \tag{10}$$

Амплитуда ўзгаришининг частотаси ν, яъни давр τ га тескари катталик қуйидагига тенг:

$$\nu = \frac{1}{\tau} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\pi} = \nu_2 - \nu_1, \tag{10a}$$

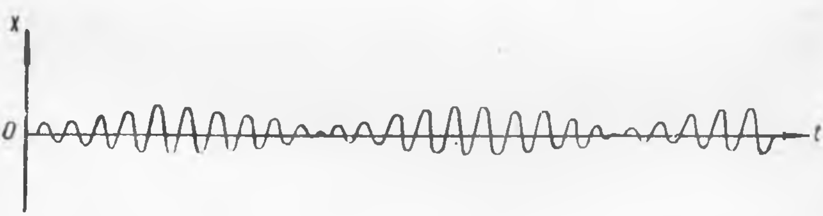
яъни *натижавий тебраниш амплитудасининг ўзгариш частотаси ν қўшилувчи тебранишлар частоталарининг $\nu_2 - \nu_1$ айирмасига тенг.* 247-расмдан кўринадики, натижавий амплитуданинг X ўқи билан ташкил қилган бурчаги $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\,t + \alpha$ га тенг, демак, бу ҳолда натижавий амплитуда вектори қўшилувчи тебранишлар доиравий частоталарининг ярим йиғиндисига тенг бўлган ўзгармас тезлик билан айланади. Натижавий амплитуда векторини X ўқига проекцияласак, натижавий ҳаракат ифодаси ҳосил бўлади. Шунинг учун натижавий силжиш x:

$$x = a\cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t+\alpha\right)$$

ёки (9) га кўра:

$$x = \left|2a_1\cos\frac{\omega_2-\omega_1}{2}t\right|\cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t+\alpha\right). \qquad (11)$$

Шартга кўра, ω_2 билан ω_1 бир-бирига жуда ҳам яқин, шунинг учун $\omega' = \omega_2 - \omega_1$ айирма $\omega_1 + \omega_2$ йиғиндига қараганда жуда ҳам кичик; шу сабабли биз қуйидаги хулосани чиқара оламиз: (11) тенглик билан ифодаланувчи натижавий ҳаракатни доиравий частотаси $\frac{\omega_1+\omega_2}{2}$ бўлган гармоник тебранма ҳаракат деб ҳисоблаш мумкин. Унинг амплитудаси a ўзгармас бўлмай, вақт ўтиши билан, (9) муносабат бўйича даврий ўзгариб туради. a амплитуда ўзгаришининг τ даври (10) формула билан берилади. Бундай тебраниш график усулда 248-расмда тасвирланган. Бу тебранишнинг амплитудаси гоҳ катталашиб, гоҳ кичиклашиб туради; бундай ҳодиса *тепкили тебраниш* дейилади.



248-расм. Тепкили тебраниш (биение).

§ 101. Ўзаро тик тебранишларни қўшиш. Энди ўзаро тик йўналишларда бўлаётган тебранишлар қўшилишининг натижасини текшириб кўрамиз. Дастлаб моддий нуқта ўзаро тик йўналишлардаги бирдай даврли икки тебранишда қатнашади, деб фараз қиламиз. Тебранишларнинг йўналишлари учун OX ва OY ўқлари олинган бўлсин.

У ҳолда тебраниш тенгламалари

$$x = a_1\cos(\omega t+\alpha_1),\quad y = a_2\cos(\omega t+\alpha_2) \qquad (1)$$

бўлади; бунда a_1 ва a_2, α_1 ва α_2 — мос равишда, биринчи ва иккинчи тебранишларнинг амплитуда ва бошланғич фазаларидир.

Нуқта траекториясининг тенгламасини аниқлаш учун, (1) тенгламалардан вақтни чиқариб ташлаймиз.

(1) тенгламаларни қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{x}{a_1} = \cos\omega t\cdot\cos\alpha_1 - \sin\omega t\cdot\sin\alpha_1; \tag{2}$$

$$\frac{y}{a_2} = \cos\omega t\cdot\cos\alpha_2 - \sin\omega t\cdot\sin\alpha_2. \tag{2a}$$

(2) ни $\cos\alpha_2$ га ва (2а) ни $\cos\alpha_1$ га кўпайтириб, уларнинг айирмасини оламиз:

$$\frac{x}{a_1}\cos\alpha_2 - \frac{y}{a_2}\cos\alpha_1 = \sin\omega t\cdot\sin(\alpha_2-\alpha_1).$$

(2) ни $\sin\alpha_2$ га ва (2а) ни $\sin\alpha_1$ га кўпайтириб, уларнинг айирмасини оламиз:

$$\frac{x}{a_1}\sin\alpha_2 - \frac{y}{a_2}\sin\alpha_1 = \cos\omega t\cdot\sin(\alpha_2-\alpha_1).$$

Кейинги икки тенгламани квадратга кўтариб ва ҳадлаб қўшиб, траекториянинг тенгламасини топамиз:

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} - \frac{2xy}{a_1a_2}\cos(\alpha_2-\alpha_1) = \sin^2(\alpha_2-\alpha_1). \tag{3}$$

Бу тенглама, умуман айтганда, *эллипснинг тенгламаси* бўлиб, унинг характеристикалари фазалар айирмаси $\alpha_2-\alpha_1$ нинг қийматлари орқали аниқланади. Хусусий ҳолларни текширамиз. Қўшилувчи тебранишлар фазаларининг айирмаси $\alpha_2-\alpha_1$ нолга тенг бўлсин, яъни

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha.$$

Бу ҳолда траекториянинг тенгламаси (3) қуйидаги кўринишни олади:

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} - \frac{2xy}{a_1a_2} = 0 \quad \text{ёки} \quad \left(\frac{x}{a_1} - \frac{y}{a_2}\right)^2 = 0, \ \text{бундан:} \ \frac{x}{y} = \frac{a_1}{a_2},$$

яъни биз координат бошидан ўтувчи ва OX ўқ билан тангенси $\frac{a_2}{a_1}$ га тенг бўлган бурчак ташкил қилувчи тўғри чизиқнинг тенгламасини олдик (249-*а* расм).

Нуқта мана шу тўғри чизиқ бўйича гармоник тебранма ҳаракат қилади, чунки нуқтанинг шу чизиқдаги ўрни

$$s = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{a_1^2\cos^2(\omega t+\alpha) + a_2^2\cos^2(\omega t+\alpha)} =$$
$$= \sqrt{a_1^2 + a_2^2}\cos(\omega t+\alpha).$$

s кесма билан аниқланади; натижавий тебранишнинг даври қўшилувчи тебранишларнинг даврига тенг, натижавий тебранишнинг амплитудаси

$$a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

га тенг.

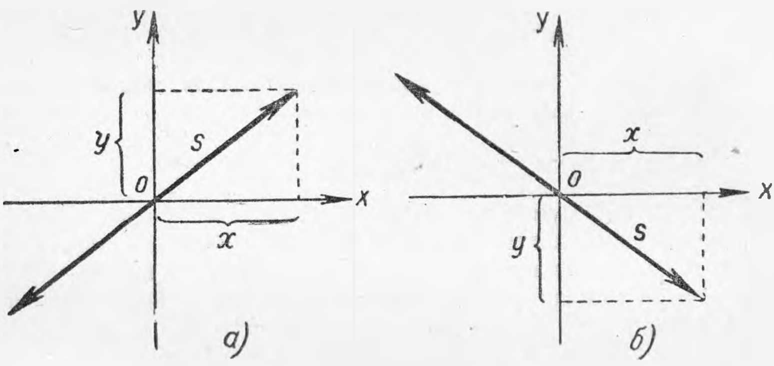
Энди, қўшилувчи тебранишлар фазаларининг $\alpha_2-\alpha_1$ айирмаси π га тенг деб фараз қиламиз, яъни

$$\alpha_2-\alpha_1=\pi.$$

Траекториянинг тенгламаси (3) бу ҳолда қуйидаги кўринишни олади:

$$\frac{x^2}{a_1^2}+\frac{y^2}{a_2^2}+\frac{2xy}{a_1a_2}=0,\quad \text{бундан}\quad \frac{x}{y}=-\frac{a_1}{a_2}.$$

Бу 249-*б* расмдаги тўғри чизиқнинг тенгламасидир; нуқта, бу тўғри чизиқ бўйлаб, олдинги ҳолдагига тенг амплитуда билан гармоник тебранма ҳаракат қилади.



249-расм. Бирдай ёки қарама-қарши фазали иккита ўзаро тик тебранма ҳаракатнинг қўшилиши натижасида тўғри чизиқли гармоник тебранма ҳаракат вужудга келади.

Агар қўшилувчи тебранишлар фазаларининг $\alpha_2-\alpha_1$ айирмаси $\pi/2$ ёки $3\pi/2$ га тенг бўлса, траекториянинг тенгламаси

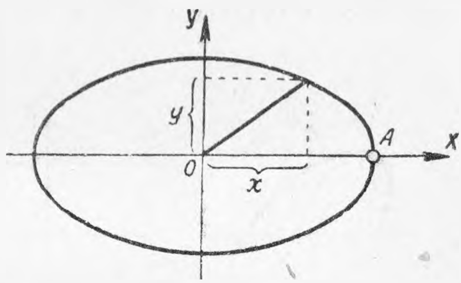
$$\frac{x^2}{a_1^2}+\frac{y^2}{a_2^2}=1 \tag{4}$$

кўринишда бўлади. Бу ўқлари OX ва OY ўқларга тўғри келадиган эллипснинг тенгламасидир (250-расм). Агар фазалар айирмаси $\alpha_2-\alpha_1=\frac{\pi}{2}$ бўлса, нуқта эллипс бўйича соат стрелкаси йўналишида ҳаракатланади. Буни исбот қилиш учун қўшилувчи тебранишларнинг тенгламаларини қуйидаги кўринишда ёзиш керак бўлади:

$$x=a_1\cos(\omega t+\alpha),$$

$$y=a_2\cos\left(\omega t+\alpha+\frac{\pi}{2}\right)=-a_2\sin(\omega t+\alpha).$$

Вақтнинг бирор пайтида ҳар икки ифоданинг аргументи нолга тенг; бу пайтда тебранувчи нуқта A нуқтада бўлади (250-расм); вақтнинг ундан кейинги пайтида аргумент катталашади, демак, x мусбат, y манфий бўлади; нуқта пастга қараб, соат стрелкаси йўналишида силжийди. Агар қўшилувчи тебранишлар фазаларининг айирмаси $3\pi/2$ га тенг бўлса, юқоридагига ўхшаш йўл билан, нуқта эллипс бўйича соат стрелкасининг йўналишига тескари ҳаракатланишини кўрсатиш мумкин.



250-расм. Иккита ўзаро тик гармоник тебранма ҳаракатнинг қўшилиши натижасида эллиптик ҳаракат вужудга келади.

Фазалар айирмасининг ишораси ўзгарса, эллипс бўйича бўладиган ҳаракатнинг йўналиши тескарисига алмашади. Масалан, $\alpha_2 - \alpha_1 = -\frac{\pi}{2}$ бўлганда, соат стрелкасига тескари ҳаракат ҳосил бўлади. $\alpha_2 - \alpha_1 = -\frac{3\pi}{2}$ бўлганда эса соат стрелкаси бўйича ҳаракат ҳосил бўлади. Равшанки, амплитудалар тенг бўлса, эллипс ўрнига айлана бўйича ҳаракат ҳосил бўлади.

$$x = a\cos\omega t, \quad y = a\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \tag{5}$$

ёки

$$x = a\cos\,\omega t,\ y = -a\sin\omega t \tag{5a}$$

ўзаро тик гармоник тебранишлар қўшилиб, *а радиусли айлана бўйича соат стрелкаси йўналишида ω бурчак тезлик билан содир бўлаётган текис айланма ҳаракатни беради.*

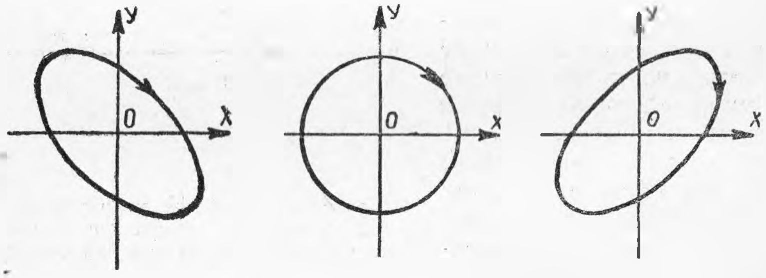
Аксинча, a радиусли айлана бўйича соат стрелкаси йўналишида бўлаётган ва бурчак тезлиги ω га тенг бўлган текис айланма ҳаракат ўзаро тик икки гармоник тебранма ҳаракатга *ажратилиши* мумкин: улар (5) ва (5а) формулалар билан ифодаланади.

Шунингдек, қуйидаги тенгламалар билан ифодаланувчи икки ўзаро тик гармоник тебранишлар:

$$x = a\cos\omega t,$$
$$y = a\cos\left(\omega t + \frac{3\pi}{2}\right) = a\sin\omega t \tag{6}$$

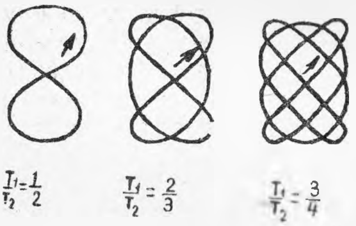
қўшилиб, a радиусли айлана бўйича *соат стрелкасига тескари йўналишда бўлаётган* ва ω бурчак тезликка эга бўлган текис айланма ҳаракатни беради.

Фазалар айирмасининг $\pm\pi/2$ ва $\pm 3\pi/2$ дан бошқа ҳамма қийматлари ўқлари OX ва OY ўқларнинг устига тушмайдиган эллипсларни беради. Бирдай даврли ўзаро тик гармоник тебранма ҳаракатларнинг қўшилишидан ҳосил бўлиши мумкин бўлган траекториялардан баъзилари 251-расмда кўрсатилган.



251-расм. Бирдай даврли ўзаро тик гармоник икки тебранма ҳаракатнинг қўшилишидан ҳосил бўладиган ҳаракатларнинг турли траекториялари.

Келтирилган мулоҳазалардан нуқтанинг эллипс бўйича ҳаракати ҳам икки ўзаро тик тебранишларга ажратилиши мумкинлиги келиб чиқади. Уларнинг фазалари орасидаги айирма эллипснинг кўриниши ва нуқта ҳаракатининг йўналиши билан аниқланади.



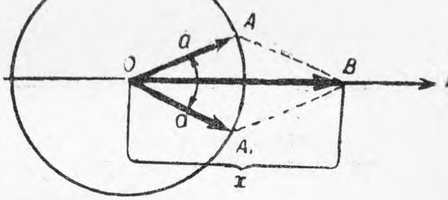
252-расм. Турли даврли ўзаро тик иккита гармоник тебранма ҳаракатнинг қўшилишидан ҳосил бўладиган турли ҳаракатларнинг траекториялари.

Агар ўзаро тик тебранишларнинг даврлари ҳар хил бўлса, бундай тебранишларнинг қўшилиши натижасида мураккаброқ шаклдаги траекториялар ҳосил бўлади; уларнинг баъзилари 252-расмда тасвирланган. Бу траекториялар *Лисажу фигуралари* деб аталади.

Ниҳоят, нуқтанинг тўғри чизиқли тебранишини иккита „доиравий тебраниш" га ажратиш мумкинлигини текширамиз. Бунинг тушунарли бўлиши учун 253-расмга мурожаат қилайлик. Нуқта мувозанат вазият O дан чиқиб, бир вақтнинг ўзида иккита силжишда қатнашаётир деб фараз қиламиз. Силжишлардан бири OA вектор билан тасвирланган, иккинчиси унга сон жиҳатдан тенг бўлган OA_1 вектор билан тасвирланган. Бу векторлардан ҳар бирининг узунлигини a билан белгилаймиз.

Натижавий силжиш бу икки силжишнинг геометрик йиғиндиси билан ифодаланади. Демак, нуқтанинг вазияти 253-расмдаги B нуқта билан берилади. Силжиш векторлари баробар ω бурчак тезлик билан O нуқта атрофида қарама-қарши йўналишларда айланади, деб фараз қиламиз. У ҳолда натижавий силжиш OB тўғри чизиқ устида юз бераверади, бу чизиқни X ўқ деб атаймиз. O мувозанат вазиятдан B нуқтагача бўлган масофа вақтнинг берилган пайти учун x катталикнинг қиймати бўлади. Бу қийматнинг

$$x = 2a\cos(\omega t + \alpha)$$



253-расм. OA ва OA_1 векторлар билан тасвирланувчи ва қарама-қарши томонларга айланувчи иккита доиравий тебранишнинг қўшилиши.

эканлиги расмдан кўриниб турибди, яъни натижавий силжиш гармоник тебраниш бўлиб, унинг амплитудаси OA ва OA_1 векторларнинг учлари чизаётган айлананинг иккиланган радиусига тенг. Тебраниш даври силжиш векторларининг айланиш даврига тенг.

Бундан, тўғри чизиқли гармоник тебранма ҳаракатдаги нуқтанинг силжишини, тебранишнинг доиравий частотасига тенг бўлган ω бурчак тезлик билан қарама-қарши йўналишларда айланаётган иккита силжиш векторларининг геометрик йиғиндиси шаклида тасвирлаш мумкин, деган хулоса келиб чиқади. Векторларнинг катталиги тебраниш амплитудасининг ярмига тенг ва ҳар бир берилган пайтда векторлар тебраниш содир бўлаётган тўғри чизиққа нисбатан симметрик жойлашган бўлади.

§ 102. Сўнувчи тебранишлар. Амалда моддий нуқтанинг ташқаридан мадад олиб турмаган ҳар қандай тебраниши сўнади, тебраниш амплитудаси вақт ўтиши билан кичиклаша боради. Тебранишларнинг сўнишига ҳаракатни тўхтатишга интилувчи кучлар, масалан, маятник осиб қўйилган жойдаги ишқалиш кучи ёки муҳитнинг қаршилик кучи сабабчи бўлади. Бу масалани текшириш учун, қаршилик кучларини ҳам ҳисобга олиб Ньютоннинг иккинчи қонунини ифодаловчи тенгламани ёзиш керак. Биз нуқтанинг ёпишқоқ муҳит ичидаги тўғри чизиқли тебранма ҳаракатини текшириш билан чекланамиз. Муҳитнинг қаршилик кучи нуқтанинг ҳаракат тезлигига боғлиқ ва юқорида кўриб ўтганимиздек (§ 42), тезлик кичик бўлганда бу кучни тезликка пропорционал деб ҳисоблаш мумкин ва бу куч тезлик йўналишига қарама-қарши томонга йўналган. Шундай қилиб, қаршилик кучини $-r\dot{x}$ га тенг деб ҳисоблаш мумкин; бунда r — *қаршилик коэффициенти* деб аталадиган ўзгармас катталик. Бу куч эластик куч $-kx$ га қўшилади ва, бинобарин, нуқтага таъсир қилаётган тўла куч $f = -kx - r\dot{x}$ бўлади, демак, Ньютоннинг иккинчи қонуни қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x}. \tag{1}$$

Бу тенгламанинг ўнг ва чап томонларини m массага бўлсак:

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}x - \frac{r}{m}\dot{x} \tag{1a}$$

ҳосил бўлади.

Қуйидаги белгилашларни киритамиз:

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2, \quad \frac{r}{m} = 2\beta, \tag{2}$$

бунда ω_0^2 ва β — мусбат. У ҳолда (1a) тенглама:

$$\ddot{x} = -\omega_0^2 x - 2\beta\dot{x} \tag{1б}$$

кўринишни олади.

Ўрнига қўйиш йўли билан (1б) тенгламани § 97 да кўрган тенгламанинг кўринишига келтириш мумкин. Бунинг учун, x билан

$$x = z \cdot e^{-\beta t} \tag{3}$$

муносабат орқали боғланган янги z ўзгарувчини киритамиз. Қуйидаги тенгликлардан фойдаланиб, (1б) тенгламани ўзгартирамиз:

$$\dot{x} = e^{-\beta t} \cdot \dot{z} - \beta e^{-\beta t} \cdot z;$$
$$\ddot{x} = e^{-\beta t} \cdot \ddot{z} - 2\beta e^{-\beta t} \cdot \dot{z} + \beta^2 e^{-\beta t} z.$$

$\dot{x}$ ва $\ddot{x}$ нинг бу қийматларини (1б) тенгламага қўйиб, сўнг ҳамма ҳадларни $e^{-\beta t}$ кўпайтувчига қисқартириб,

$$\ddot{z} - 2\beta\dot{z} + \beta^2 z = -\omega_0^2 z + 2\beta^2 z - 2\beta\dot{z}$$

ёки

$$\ddot{z} = -(\omega_0^2 - \beta^2) z \tag{4}$$

тенгламага эга бўламиз.

Муҳитнинг қаршилиги $\omega_0^2 > \beta^2$ тенгсизлик бажариладиган даражада кичик деб фараз қиламиз[1]. У ҳолда $\omega_0^2 - \beta^2$ мусбат катталик бўлади ва биз $\omega_0^2 - \beta^2 = \omega^2$ деб белгилай оламиз. Шундан сўнг (4) тенглик қуйидаги кўринишга келади:

$$\ddot{z} = -\omega^2 z. \tag{4a}$$

---

[1] Муҳитнинг қаршилиги катта бўлганда $\beta^2 > \omega_0^2$; у ҳолда ҳаракатнинг даврий бўлмаслигини кўрсатиш мумкин. Бу ҳолни биз бу ерда текширмаймиз.

(4а) тенглама § 97 даги ечилиши бизга таниш бўлган (5) тенглама билан бир хилдир. Шунинг учун (4а) тенгламанинг ечими ўша тенгламанинг ечимига ўхшаш бўлади:

$$z = a_0 \cos(\omega t + \alpha), \tag{5}$$

бундаги a_0 ва α ўзгармас сонлар бошланғич шартлардан аниқланиши керак. § 97 да келтирилган ҳамма мулоҳазаларни такрорлаб, қуйидаги хулосаларни чиқарамиз: z даврий ўзгаради ва унинг ўзгариш даври

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

бўлади ёки ω нинг ўрнига унинг $\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2$ қийматини қўйсак:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \tag{6}$$

(2) ифодалардан фойдаланиб, тебранишлар даври T ни яна қуйидагича ёзиш мумкин:

$$T = \frac{2\pi m}{\sqrt{km - \frac{1}{4} r^2}}. \tag{6a}$$

(5) ечимдаги z нинг ўрнига унинг қийматини қўйиб, (3) формула ёрдамида, қаршилик кўрсатувчи муҳит ичида эластик куч таъсиридаги нуқтанинг ҳаракат тенгламасини ҳосил қиламиз:

$$x = a_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha), \tag{7}$$

бу тенгламани қуйидагича ёзиш ҳам мумкин:

$$x = a \cos(\omega t + \alpha). \tag{7a}$$

Бу ечим *вақт ўтиши билан кичиклашиб борадиган* $a = a_0 e^{-\beta t}$ *амплитудага эга бўлган тебранишни* ифодалайди. Қаршилик кўрсатувчи муҳитдаги тебранишлар даври $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$ худди шу m массага эга бўлган ва худди шундай эластик куч $f = -kx$ таъсири остидаги нуқтанинг қаршилик кўрсатмайдиган муҳитдаги тебранишнинг даври $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ га қараганда *каттадир*. Вақт билан x орасидаги боғланишнинг графиги 254-расмда тасвирланган. Тебранишларнинг вақт ўтган сари сўниб бориши кўриниб турибди.

Амплитуданинг бир-бирининг оралиги T даврга тенг бўлган вақтдаги иккита кетма-кет қиймати нисбатининг логарифми *сўнишнинг логарифмик декременти* дейилади. Логарифмик декрементни λ орқали белгиласак, таърифга кўра:

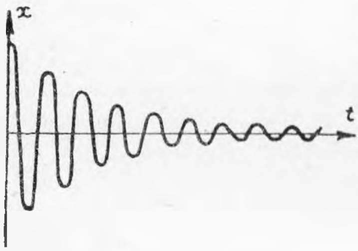
$$\lambda = \ln \frac{a_0 e^{-\beta t}}{a_0 e^{-\beta(t+T)}} = \ln e^{\beta T},$$

яъни

$$\lambda = \beta T. \tag{8}$$

(7) ифодадаги β ўрнига (8) формула бўйича логарифмик декремент λ ни киритсак ва ω нинг ўрнига $T = \frac{2\pi}{\omega}$ даврни қўйсак, сўнувчи тебранишлар учун яна қуйидаги ифодани топамиз:

$$x = a_0 e^{-\lambda \frac{t}{T}} \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \alpha\right), \tag{7б}$$



254-расм. Сўнувчи тебранишлар.

бундаги T давр (6) ёки (6а) формула бўйича аниқланади.

Тажрибада икки кетма-кет тебранишнинг a_1 ва a_2 амплитудаларини ўлчаб, логарифмик декрементни бевосита аниқлаш мумкин, у ҳолда таърифга кўра:

$$\lambda = \ln \frac{a_1}{a_2}.$$

λ маълум бўлса,

$$r = 2\beta m = 2 \frac{\lambda}{T} m$$

муносабатдан фойдаланиб қаршилик коэффициенти r ни аниқлаш мумкин.

(7) формулага кўра, тебраниш фақат чексиз кўп вақт ўтгандан кейингина тўхташи мумкин. Ҳақиқатда эса тебранишлар чекли вақт ўтгач, тўхтаб қолади, чунки атомнинг ўлчамлари билан бирдай катталикдаги амплитудага эга бўлган тебранишларни макроскопик системалар бутунлигича бажара олмайди. Системани мувозанат вазиятдан чиқаришда унга ташқаридан берилган энергия, сўнувчи тебраниш вақтида оз-оздан ишқалиш кучларига қарши бажариладиган ишга сарфланади. Тебранишни сўнмайдиган ҳолда сақлаш учун, системага ташқаридан узлуксиз равишда энергия бериб туриш керак бўлади.

Ташқаридан энергия берилиб тургани учун, ишқалиш кучлари мавжуд бўлишига қарамай, ўзгармас амплитуда билан тебранадиган системага мисол қилиб соат маятнигини кўрсатиш мумкин. Тепкили механизм маятникни унинг тебраниш тактида кетма-кет туртиб туради. Бу вақтда маятникка бериладиган энергия ёки буралган пружинанинг бўшашидан, ёки тушаётган тошдан олинади.

Мана шундай, ўз тебранишларининг амплитудасини ўзгартмай сақлайдиган системалар *автотебранма системалар* дейилади.

Сўнувчи тебранишлар ҳақида янада конкрет тасаввурга эга бўлиш учун, қуйидаги иккита мисолни кўрамиз:

1-мисол. Маятник тебранишларининг логарифмик декременти $\lambda = 0{,}02$ га тенг. Маятник 100 марта тўла тебрангандан сўнг, тебраниш амплитудаси неча марта камайиши аниқлансин.

Ечилиши. $t = 0$ вақтнинг бошланғич пайтида тебранишлар амплитудаси

$$a = a_0 e^{-\beta t} = a_0 e^{-\lambda \frac{t}{T}}$$

a_0 га тенг бўлади.

100 марта тебранишдан сўнг, яъни $t = 100\ T$ пайтда тебраниш амплитудаси

$$a_{100} = a_0 e^{-\lambda \cdot 100},$$

бундан:

$$\frac{a_0}{a_{100}} = \frac{1}{e^{-\lambda \cdot 100}} = e^{\lambda \cdot 100} = e^2 \cong 7{,}4,$$

яъни 100 тебранишдан сўнг маятникнинг тебраниш амплитудаси 7,4 марта камаяди.

2-мисол. $l = 50$ *см* узунликдаги маятник 8 *мин* тебраниб, ўз энергиясининг 99% ини йўқотади. Шу маятник сўнувчи тебранишларининг логарифмик декременти аниқлансин.

Ечилиши. Маятник тебраниш энергиясининг бошланғич қийматини E_0 билан белгилаймиз. $t = 8$ *мин* $= 480$ *сек* дан кейинги тебраниш энергиясини E_t билан белгилаймиз; у ҳолда шартга кўра:

$$\frac{E_t}{E_0} = \frac{1}{100}.$$

Тебраниш энергияси амплитуданинг квадратига тўғри пропорционал бўлгани учун:

$$\frac{a_t}{a_0} = \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10}.$$

$t = 0$ бошланғич пайтда амплитуда a_0 га тенг; t вақтдан кейинги амплитуда $a_t = a_0 e^{-\lambda \frac{t}{T}}$ га тенг, бунда T — маятникнинг тебранишлар даври, бундан:

$$\frac{a_t}{a_0} = e^{-\lambda \frac{t}{T}} = \frac{1}{10},$$

қидирилаётган сўниш декременти

$$\lambda = \frac{T}{t} \ln 10.$$

Сўниш кучсиз бўлгани туфайли, тебранишлар даври T ни, маятник тебранишлари даврининг одатдаги формуласидан фойдаланиб, тақрибий ифодалаш мумкин:

$$T \cong 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

у ҳолда:

$$\lambda \cong 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \frac{\ln 10}{t} = 0{,}0068.$$

§ 103. Мажбурий тебранишлар. Энди моддий нуқтанинг шундай тебранишларини кўрамизки, бунда моддий нуқтага эластик ва қаршилик кучларидан ташқари, яна қўшимча равишда даврий куч таъсир қилади. Агар пружинага осиб қўйилган юк қўшимча равишда туртиб турилса ва бу турткилар баробар вақт оралиқларидан сўнг бериладиган бўлса, бу ўша юқорида айтилган ҳолга мисол бўлади. Бу қўшимча *мажбур этувчи куч* f_1 вақт бўйича синус ёки косинус қонуни билан ўзгаради, яъни у,

$$f_1 = H\cos\omega t \tag{1}$$

кўринишга эга бўлади, деб фараз қиламиз.

Бу фараздан кўринадики, куч $T = \frac{2\pi}{\omega}$ га тенг давр билан даврий ўзгариб туради; H катталик куч амплитудаси дейилади ва кучнинг энг катта қийматини кўрсатади.

Бу ҳолда Ньютоннинг иккинчи қонунини ифодаловчи тенглама қуйидагича ёзилади;

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + H\cos\omega t; \tag{2}$$

ўнг томондаги ифода эластик куч — kx, муҳитнинг қаршилик кучи — $r\dot{x}$ ва мажбур этувчи куч $H\cos\omega t$ нинг йиғиндисидир. Бу тенгламани

$$\ddot{x} = -\omega_0^2 x - 2\beta\dot{x} + h\cos\omega t \tag{2a}$$

кўринишда ёзиб оламиз, бунда ω_0 ва β юқорида § 102 да кўрсатилган [(2) формула] қийматларга эга, h эса — куч амплитудасининг нуқта массасига нисбатини кўрсатади:

$$h = \frac{H}{m}. \tag{3}$$

Мажбур этувчи куч бўлмаса ($h\cos\omega t = 0$) ва ишқалиш йўқ бўлса, нуқта ω_0 доиравий частота билан тебранади (*ўз тебранишлар*).

Энди x ни

$$x = a\cos(\omega t + \alpha) \tag{4}$$

деб олиб, (2а) тенгламанинг ечимини топишга уриниб кўрамиз, бошқача айтганда, ҳамма кучларнинг таъсири натижасида тебранма ҳаракат вужудга келади ва тебранишнинг даври мажбур этувчи кучнинг даврига тенг деб фараз қилиб, ечимни қидирамиз. (4) функцияни (2а) тенгламага қўямиз ва тенглама айниятга айланиши керак, деган талабдан фойдаланиб, a ва α катталикларни аниқлаймиз. (4) ифодадан x нинг t бўйича олинган биринчи ва иккинчи ҳосилаларини топамиз:

$$\dot{x} = -a\omega\sin(\omega t + \alpha); \quad \ddot{x} = -a\omega^2\cos(\omega t + \alpha);$$

$\dot{x}$ ва $\ddot{x}$ нинг қийматларини (2а) тенгламага қўямиз:

$$-a\omega^2\cos(\omega t+\alpha)=-a\omega_0^2\cos(\omega t+\alpha)+$$
$$+2\beta a\omega\sin(\omega t+\alpha)+h\cos\omega t$$

ёки мураккаб аргументнинг тригонометрик функцияларини ёйиб, қуйидагича ёзамиз:

$$-a\omega^2(\cos\omega t\cos\alpha-\sin\omega t\sin\alpha)=$$
$$=-\omega_0^2 a(\cos\omega t\cdot\cos\alpha-\sin\omega t\cdot\sin\alpha)+$$
$$+2\beta a\omega(\sin\omega t\cdot\cos\alpha+\cos\omega t\cdot\sin\alpha)+h\cos\omega t.$$

Бу тенгламанинг айниятга айланиши учун, тенгламанинг ҳар икки томонидаги $\cos\omega t$ олдидаги коэффициентлар тенг бўлиши керак, шунингдек, тенгламанинг ҳар икки томонидаги $\sin\omega t$ нинг олдидаги коэффициентлари ҳам ўзаро тенг бўлиши керак; шундай қилиб, қуйидаги тенгламаларга эга бўламиз:

$$-a\omega^2\cos\alpha=-a\omega_0^2\cos\alpha+2\beta a\omega\sin\alpha+h,$$
$$a\omega^2\sin\alpha=a\omega_0^2\sin\alpha+2\beta a\omega\cos\alpha$$

ёки

$$\left.\begin{aligned}a(\omega_0^2-\omega^2)\cos\alpha-2\beta a\omega\cdot\sin\alpha=h,\\ a(\omega_0^2-\omega^2)\sin\alpha+2\beta a\omega\cdot\cos\alpha=0.\end{aligned}\right\}\qquad(5)$$

(5) системанинг иккинчи тенгламасидан:

$$\operatorname{tg}\alpha=-\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2-\omega^2}.\qquad(6)$$

(5) системанинг иккала тенгламасини квадратга кўтариб, сўнг қўшиб чиқсак:

$$a^2\left[(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\beta^2\omega^2\right]=h^2,$$

бундан:

$$a=\frac{h}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\beta^2\omega^2}}.\qquad(7)$$

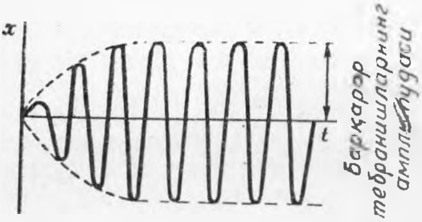
Бу (6) ва (7) ифодалар барқарор мажбурий тебранишларнинг фазасини ва амплитудасини аниқлайди[1].

Агар жисм дастлаб тинч турган бўлса ва кейин унга мажбур этувчи $f_1=H\cdot\cos\omega t$ куч таъсир қила бошласа, у мажбурий тебрана бошлайди. Бу тебранишларнинг амплитудаси (7) тенглик билан аниқланадиган қийматга етгунча ўса боради. Мажбурий

[1] Дифференциал тенгламалар назариясида (2а) тенгламанинг умумий ечимини топиш учун, (4) ечимни $\ddot{x}=-\omega_0^2x-2\beta\dot{x}$ тенгламанинг ечими билан қўшиш керак эканлиги кўрсатилади, аммо бу кейинги тенгламанинг ечими, § 102 да аниқланганидек, сўнувчи тебранишлар бўлади ва бир қанча вақт ўтгандан сўнг, сезиларли роль ўйнамай қолади. (4) ечим эса сўнувчи эмас, шунинг учун у, мажбур этувчи f_1 кучнинг бутун таъсир вақти давомида ўринли бўлаверади.

тебранишлар амплитудасининг вақт бўйича ўсиб бориши 255-расмда тасвирланган. Мажбурий тебранишлар қарорлангач, амплитуданинг ўсиши тўхтайди.

(6) ва (7) формулалардан кўрамизки, мажбурий тебранишларнинг амплитудаси a ва фазаси α мажбур этувчи кучнинг частотаси ω билан нуқтанинг ўз тебранишлар частотаси ω_0 орасидаги муносабатга боғлиқдир. Тебраниш, умуман айтганда, куч билан „фазалашган" бўлмайди, яъни куч энг катта қийматга эришгандаги пайтда нуқтанинг силжиши ҳам ҳамма вақт энг катта бўлавермайди. (6) формуладан агар муҳитнинг қаршилиги нолга тенг бўлса, яъни $\beta = 0$ бўлса, тебраниш билан куч бирдай фазага эга бўлиши кўриниб турибди. Бошқа ҳамма ҳолларда фаза $\alpha \neq 0$ бўлади. Мажбурий тебранишларнинг амплитудаси учун ёзилган (7) ифода жуда ажойибдир. Тебранишлар амплитудаси куч амплитудасига пропорционал. Агар ўз тебранишлар частотаси ω_0 ўзгармас бўлганда, мажбур этувчи кучнинг частотаси ω ўзгариб турса, бу ҳолда мажбурий тебранишлар амплитудаси ҳам ўзгариб туради. Агар мажбур этувчи кучнинг частотаси $\omega_{рез}^2 = \omega_0^2 - 2\beta^2$ муносабатни қаноатлантирувчи $\omega_{рез}$ га тенг бўлса, мажбурий тебранишлар амплитудаси максимал қийматга эга бўлишини кўрсатиш мумкин[1]. Бундай максимумнинг пайдо бўлиши *резонанс ҳодисасидир*. Юқоридаги муносабатга асосан, *резонанс частотаси*:



255-расм. Мажбурий тебранишлар амплитудасининг вақт ўтиши билан ўсиб бориши.

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}. \tag{8}$$

(7) формулага мувофиқ максимал амплитуда (резонанс амплитудаси) қуйидаги қийматга эга бўлади:

---

[1] Бунга ишониш учун, (7) ифода махражининг минимумини топиш керак. Бунинг учун махражнинг ҳосиласини нолга тенглаймиз:

$$-2(\omega_0^2 - \omega^2)\cdot 2\omega + 8\beta^2\omega = 0.$$

ω нолга тенг бўлмагани учун ($\omega = 0$ бўлганда махраж максимум бўлади), (7) ифоданинг махражи $\omega^2 = \omega_0^2 - 2\beta^2$ бўлганда минимум бўлади.

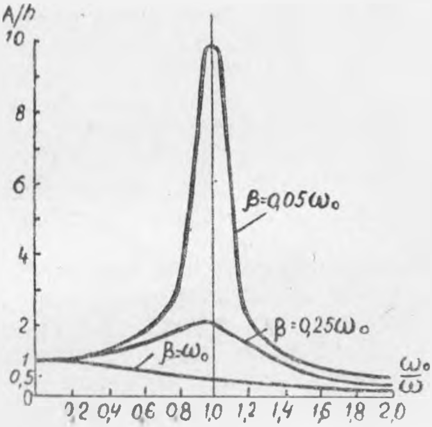
$$a_{\text{рез}} = \frac{h}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \qquad (9)$$

Агар муҳитнинг қаршилиги нолга тенг бўлса, яъни $\beta = 0$ бўлса, амплитуданинг максимал бўлиши учун

$$\omega_{\text{рез}} = \omega_0$$

бўлиши керак, яъни мажбур этувчи кучнинг ω частотаси хусусий тебранишларнинг ω_0 частотасига тенг бўлиши керак; у ҳолда мажбурий тебранишлар амплитудаси чексиз катта бўлади. β нинг нолдан фарқли қийматларида амплитуда ҳеч қачон чексиз катта бўлмайди ва ω_0 дан кичик $\omega_{\text{рез}}$ қийматда максимумга етади. Мажбурий тебранишлар амплитудасининг мажбур этувчи куч частотасига боғлиқлиги β нинг турли қийматлари учун 256-расмда тасвирланган. Биз, сўниш коэффициенти β қанча катта бўлса, амплитуда максимуми шунча кичик бўлишини кўрамиз.

256-расмдаги эгри чизиқлар *резонанс эгри чизиқлари* дейилади. Резонанслашувчи системанинг сўниши β қанча кичик бўлса, резонанс чизигининг максимуми шунча баланд ва ўткир бўлади. Ҳақиқатда β ҳамма вақт нолдан фарқли бўлгани учун, резонанс вақтида чексиз катта амплитуданинг бўлиши мумкин эмас.



256-расм. Турли сўниш коэффициентлари учун мажбурий тебранишлар амплитудаси билан мажбур этувчи куч частотаси орасидаги боғланиш.

Мажбурий тебранишлар фазаси α нинг частотага боғлиқлигини ҳам текширамиз [(6) формула]. $0 \leqslant \omega < \omega_0$ бўлганда тангенснинг қиймати манфий бўлади, бинобарин, α учун қуйидаги тенгсизликларни оламиз: $0 \geqslant \alpha > -\frac{\pi}{2}$ ёки $\pi \geqslant \alpha > \frac{\pi}{2}$. Қурилган (5) системанинг биринчи тенгламасида $\omega = 0$ деб ҳисобласак, $a\omega_0^2 \cos\alpha = h$ бўлади; a ва h амплитудалар мусбат бўлгани учун, $\omega = 0$ бўлганда, $\cos\alpha$ нолдан катта бўлиши керак. Бу шарт икки тенгсизликдан бирини, яъни $0 \geqslant \alpha > -\frac{\pi}{2}$ ни танлаб олишга мажбур қилади. Шундай қилиб, $0 \leqslant \omega \leqslant \omega_0$ бўлганда, фазалар айирмаси α манфий бўлади, яъни мажбурий тебранишлар мажбур қилувчи кучдан фаза бўйича орқада қолади. ω нинг қиймати резонанс частотаси $\omega_{\text{рез}}$ га яқинлашса, фаза бўйича орқада қолиш кучаяди.

Резонанс шароитида, яъни $\omega = \omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ бўлганда, мажбурий тебранишлар фазаси, (6) формулага кўра,

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}}{\beta}$$

муносабатдан аниқланади.

Уткир резонанс бўлган ҳолда β кичик ва $\operatorname{tg}\alpha$ учун тақрибан

$$\operatorname{tg}\alpha \approx -\frac{\omega_0}{\beta}$$

деб ёзиш мумкин. ω_0/β катта сон бўлгани учун, α нинг фазаси $-\pi/2$ га яқин бўлади. $\omega = \omega_0$ бўлганда фаза $\alpha = -\frac{\pi}{2}$. Ниҳоят, $\omega > \omega_0$ бўлганда, α бурчакнинг тангенси мусбат, демак, $\alpha < -\frac{\pi}{2}$, яъни фаза бўйича орқада қолиш янада катта. Мажбур этувчи кучнинг ω частотаси хусусий тебранишлар частотаси ω_0 дан кўп марта катта бўлганда, фаза α манфий қийматли бўлган ҳолда $-\pi$ га интилади. α нинг ω/ω_0 нисбатга боғланиши график равишда β нинг икки хил қиймати учун 257-расмда тасвирланган: *1* эгри чизиқ β нинг кичик қийматига мос келади (кичик сўниш), *2* эгри чизиқ β нинг каттароқ қийматига мос келади (катта сўниш).

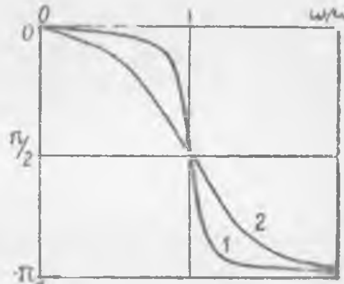
Резонансга яқин жойда, яъни $\alpha \simeq -\frac{\pi}{2}$ бўлганда, максимал манфий силжишдан максимал мусбат силжишга боргунча, куч мусбат бўлади, қарама-қарши йўналишда эса куч манфийдир. Шунинг учун у узлуксиз равишда тебранишнинг амплитудасини катталаштира боради. Ташқи кучнинг бутун иши тебранишни сўндиришга интилувчи ишқалиш кучларини енгишга сарф бўлгунча, амплитуда мана шундай катталашиб боради. Натижада амплитуданинг катталиги барқарор мажбурий тебранишлар амплитудаси қийматига эришади.

Фазалар айирмаси $-\pi/2$ бўлганда, яъни резонанс частотасига яқин частотада, ташқи кучнинг бажарган иши максимал бўлади. Фазалар фарқи бошқача бўлганда, куч қисман тезлантирувчи таъсир берса, қисман ҳаракатга қарши таъсир қилади. $\alpha = 0$ ёки $\alpha = -\pi$ бўлганда, куч вақтнинг ярмида ҳаракатни тезлантиради, вақтнинг иккинчи ярмида эса ҳаракатни секинлантиради, яъни умуман ҳеч қандай иш бажармайди.

Бундан, резонанс соҳасидан ташқарида ташқи кучнинг озгина иш бажариши, резонанс шароитида эса иш катталашади деган хулоса чиқади. Ўткир резонанс ҳолида бу эффект айниқса кескин намоён бўлади. Бу ҳолда β кичик сон ва 257-расмдан кўриниб турганидек, агар ω катталик ω_0 дан озгина кичик қийматдан, ω_0 дан озгина катта қийматгача ўзгарса, α катталик $\alpha = 0$ га яқин қийматдан $\alpha = -\pi$ га яқин қийматгача ўзгаради. Частотанинг

$\omega_0 \cong \omega_{рез}$ қийматдан ўтишида, куч ва силжиш фазалари орасидаги айирма мана шу маънода тескарисига ўзгаради.

Резонанс ҳодисаси кўп физик процессларда ва техникада катта роль ўйнайди. Баъзан техникада резонанс ҳодисалари зарарли бўлади. Масалан, эластик тебранишлар қила оладиган таглик устида эксцентрикли мотор ўрнатилган бўлсин. Айланаётган мотор тагликка даврий куч билан таъсир қилиб, уни титратади ва мажбурий тебраниш ҳолатига келтиради.



257-расм. Мажбурий тебранишлар фазаси билан мажбур этувчи куч частотаси орасидаги боғланиш.

Резонанс вужудга келганда, мотор тагликка анча энергия беради ва ҳосил бўладиган мажбурий тебранишларнинг амплитудаси тагликнинг мустаҳкамлиги учун хавфли бўлган қийматларга эришиши мумкин. Моторнинг айланиши янада тезлашса, тагликнинг силжиши билан титратувчи куч орасидаги фазалар фарқи ўзгаради, моторнинг тагликка бераётган энергияси камаяди. Бунинг натижасида моторнинг айланиши янада тезлашиб кетади. Бу ҳол ҳам зарарлидир, чунки у моторнинг бузилишига олиб келиши мумкин.

Параметрик резонанс деб аталадиган резонанс махсус кўринишдаги резонансдир. Системада тебранишлар фақат юқорида кўриб ўтилган мажбур этувчи кучлар таъсиридангина вужудга келмай, балки улар системанинг эркин тебранишлар вақтида ўзгармайдиган параметрларидан бирининг даврий ўзгариши таъсиридан ҳам вужудга келиши мумкин. Масалан, механик системада тебранишлар система инерция моментининг, ўлчамларининг, зўриқишларнинг ва бошқаларнинг ўзгариши натижасида вужудга келиши мумкин. Параметр ўзгаришининг ν_n частотаси билан хусусий тебранишларнинг ўртача частотаси $\overline{\nu}_0$ орасидаги нисбатнинг маълум қийматларида, аниқроғи $\nu_n/\overline{\nu}_0 = 2/k$ бўлганда (бунда k — бутун сон), яъни $\nu_n/\overline{\nu}_0$ нинг қиймати: 2, 1, $^1/_2$, $^1/_3$ ва ҳоказолардан бирига тенг бўлганда тебранишлар амплитудаси максимумга эришади.

Параметрнинг ўзгариши қанчалик кучли бўлса ва система энергиясининг йўқотилиши (ишқалиш, қаршилик) қанча кичик бўлса, параметрик резонанснинг вужудга келиш шарти шунчалик ўнғай бажарилади. Кўпинча параметрик резонанс $\frac{\nu_n}{\varphi_0} = 2$ бўлганда вужудга келади. Арғимчоқ учаётган кишилар арғимчоқнинг

29*

тебраниш тактига мос равишда ўтириб-турганларида арғимчоқ тебранишининг кучая бориши параметрик резонанснинг энг содда мисолидир. Мана шу ўтириб-туришлар натижасида шу арғимчоқдан иборат бўлган физик маятникнинг келтирилган узунлиги даврий ўзгаради. Параметрик резонанснинг бошқа бир мисоли — торнинг таранглигини даврий ўзгартириш йўли билан шу торда тебранишлар уйғотишдир. Агар тор таранглигининг даврий ўзгаришлар частотаси торнинг хусусий тебранишлар частотасидан икки баробар катта қийматга яқин бўлса, гарчи ташқи кучлар (зўриқиш) торнинг узунлиги бўйлаб таъсир қилса ҳам, торда кучли кўндаланг тебранишлар вужудга келади. Параметрик резонанс оқибатида вужудга келадиган тебранишлар зарарли бўлиб чиқиши ҳам мумкин, масалан, айланувчи қисмлари бўлган машиналарда бундай тебранишлар подшипникларнинг парчаланишига олиб келиши мумкин.

Мажбурий тебранишларга оид мисол кўрайлик.

1-мисол. 400 *г* массали жисм пружинага осиб қўйилган. Пружина 40 *Г* куч таъсирида 1 *см* га чўзилади. Тебранувчи жисмнинг сўниш логарифмик декременти $\lambda = 1{,}57$. Тебранишлар даврининг резонанс вужудга келгандаги қиймати ва резонанс амплитудаси аниқлансин. Мажбур этувчи кучнинг амплитудаси $H = 200$ *Г* га тенг.

Ечилиши. Сўниш кичик бўлганда $\omega \cong \omega_0$ ва, демак, логарифмик декремент $\lambda = \frac{2\pi}{\omega}\beta \cong \frac{2\pi}{\omega_0}\beta$ бўлади. (8) формуладаги β ўрнига унинг λ орқали ифодаланган тақрибий қийматини қўйиб, резонанс частотаси учун қуйидаги ифодани оламиз:

$$\omega_{рез} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2};$$

бизнинг ҳолда

$$\omega_{рез} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2}\left(\frac{1{,}57}{\pi}\right)^2} \cong 0{,}94\ \omega_0;$$

бундан:

$$T_{рез} = \frac{1}{0{,}94} T_0 \text{ ёки } T_{рез} = 1{,}07\, T_0,$$

бунда $T_{рез}$ — даврнинг резонанс вужудга келгандаги қиймати, T_0 — жисмнинг пружинадаги хусусий тебранишларининг даври. Мисолдаги маълумотларга асосан:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{400}{40 \cdot 981}}\ сек \cong 0{,}63\ сек.$$

Демак, даврнинг

$$T_{рез} = 1{,}07 \cdot 0{,}63\ сек \cong 0{,}67\ сек$$

қийматида резонанс вужудга келади.

(9) формуладаги h ўрнига унинг H/m қийматини ва ϑ ўрнига унинг логарифмик декременi орқали ифодасини қўйсак, қуйидагига эга бўламиз:

$$a_{рез} = \frac{\frac{H}{m}}{\omega_0^2 \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{1 + \frac{1}{4}\left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2}},$$

бундан, сон қийматлардан фойдаланиб, $a_{рез} \cong 10$ *см* бўлишини аниқлаймиз

§ 104. Гармоник бўлмаган тебранма процессларни гармоник тебранишлар орқали ифодалаш. Шу вақтгача биз асосан оддий гармоник тебранма ҳаракатни кўриб келдик. Бу ҳаракатда тебранувчи нуқтанинг мувозанат вазиятдан силжиши x қуйидагича ифодаланар эди:

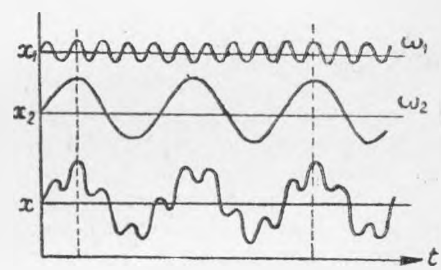
$$x = a\cos(\omega t + \alpha), \qquad (1)$$

ёки худди шунингдек (423-бетга қаранг):

$$x = a\sin(\omega t + \alpha'), \qquad (1a)$$

бунда a — тебраниш амплитудаси, ω — тебранишнинг доиравий частотаси, α ва α' — бошланғич фазалар. Бундай тебраниш график усулда синусоида билан тасвирланади.

Бироқ реал тебранишлар аниқ синусоидал тебранишларга фақат озми-кўпми ўхшаш бўлиши мумкин, холос, чунки ҳар қандай реал тебранишлар сўнувчи бўлади (§ 102 га қаранг). Бундан ташқари, умуман, мураккаброқ характердаги тебранишлар жуда тез учраб туради. Шундай бўлса-да, гармоник тебранишларни ўрганиш катта аҳамиятга эга, чунки мураккаб тебранишни гармоник тебранишларнинг йиғиндиси сифатида ифодалаш мумкин.



258-расм. ω_1 ва ω_2 частотали иккита гармоник тебранма ҳаракатнинг қўшилиши.

Биз юқорида (§ 100), бир тўғри чизиқ бўйича содир бўлаётган ва *бирдай* ω_1 *частотали* иккита x_1 ва x_2 гармоник тебранма ҳаракатлар қўшилганда натижавий ҳаракат ҳам гармоник тебранма ҳаракат бўлишини кўриб ўтган эдик. Аммо бирдай частотали тебранишлар қўшилгандагина шундай бўлади. *Турли частотали* икки гармоник тебранма ҳаракат қўшилганда, натижавий тебраниш мураккаброқ характерда бўлади. 258-расмда энг юқоридаги йўлда маълум ω_1 частотага ва маълум a_1 амплитудага эга бўлган гармоник тебранма ҳаракат график усулда тасвирланган (ордината ўқи бўйича x_1 силжишлар олинган, абсциссалар ўқи бўйича — вақт). Ўртадаги йўлда бошқа бир x_2 гармоник тебраниш тасвирланган. Бу иккинчи гармоник тебранишнинг ω_2 частотаси биринчи тебранишнинг ω_1 частотасидан 4,5 марта кичик, амплитудаси $a_2 = 2{,}5\, a_1$. Ниҳоят, энг пастдаги йўлда юқоридаги икки тебранишнинг йиғиндисидан иборат бўлган тебраниш тасвирланган; бу мураккаб тебранишни бажараётган нуқтанинг силжиши x ҳар бир берилган пайтда, қуйидаги йиғиндига тенг:

$$x = x_1 + x_2.$$

Масалани акс тарзда қўйиб, мураккаб тебранишни олиб, унинг қандай гармоник тебранма ҳаракатларга ажралиши мумкинлигини текширсак ҳам бўлар эди. Агар 258-расмнинг пастки йўлида тасвирланган мураккаб тебраниш берилган бўлса, уни ўша 258-расмнинг юқорисидаги икки йўлида тасвирланган гармоник тебранишларга ажратиш мумкин.

Биз § 100 да тепкили тебраниш деб аталадиган ҳодиса билан танишган эдик. Бу ҳодиса шундан иборатки, бир-бирига яқин ω_1 ва ω_2 частоталарга эга бўлган $x_1 = a_1 \cos(\omega_1 t + \alpha)$ ва $x_2 = a_1 \cos(\omega_2 t + \alpha)$ икки тебраниш қўшилиб, $\omega = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$ частотага ва

$$a = \left| 2a_1 \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2}\, t \right| \tag{2}$$

қонун бўйича ўзгарувчи a амплитудага эга бўлган тебранишни беради.

Аксинча, биз, амплитудаси (2) қонун бўйича ўзгарувчи мураккаб тебранишни частоталари ω_1 ва ω_2 бўлган иккита соф гармоник тебранма ҳаракатга ажратиш мумкин, деб айта оламиз.

Худди шунга ўхшаш, амплитудаси қандайдир бошқа қонунга асосан (тебранишнинг даврига нисбатан) секин ўзгариб борадиган бошқа бир мураккаб тебранишни кўз олдига келтиришимиз ҳам мумкин. Бундай тебраниш *модулланган тебраниш* дейилади. Модулланган тебраниш гармоник тебранма ҳаракат эмас, лекин уни бир неча гармоник тебранма ҳаракатларга ажратиш мумкин. Мисол учун

$$x = a \cos \omega_0 t$$

тебранишни олайлик; унинг амплитудаси

$$a = a_1 + a_2 \cos \omega t$$

қонун бўйича ўзгарсин; бунда a_1 ва a_2 — ўзгармас сонлар, $a_2 < a_1$ ва $\omega \ll \omega_0$ деб ҳисоблаймиз. Бу қонун, вақт ўтиши билан амплитуда $a_1 + a_2$ ва $a_1 - a_2$ қийматлар орасида ўзгаришини ифодалайди. Амплитуда a нинг келтирилган қийматини x нинг ифодасига қуямиз:

$$x = (a_1 + a_2 \cos \omega t) \cdot \cos \omega_0 t = a_1 \cos \omega_0 t + a_2 \cos \omega t \cdot \cos \omega_0 t$$

ёки

$$x = a_1 \cos \omega_0 t + \frac{a_2}{2} \cos (\omega_0 + \omega) t + \frac{a_2}{2} \cos (\omega_0 - \omega) t, \quad (3)$$

яъни модулланган тебранишни мос равишда ω_0, $\omega_0 + \omega$, $\omega_0 - \omega$ частоталарга ва a_1, $a_2/2$, $a_2/2$ амплитудаларга эга бўлган учта гармоник тебранма ҳаракатга ажратиш мумкин.

Иккита гармоник тебранишнинг қўшилиш натижаси уларнинг частоталарига, амплитудаларига ва бошланғич фазаларига боғлиқ. Частота, фаза ва амплитудаларнинг қийматларига қараб, хилма-хил йиғинди тебранишлар ҳосил бўлиши мумкин. Учта ва ундан кўп гармоник тебранма ҳаракатлар қўшилганда, янада мураккаб характердаги йиғинди тебранишлар ҳосил бўлади. Аксинча, жуда мураккаб характерга эга бўлган тебранишни турли амплитуда ва частоталарга эга бўлган маълум сондаги гармоник тебранишларга ажратиш мумкин.

Тригонометрик қаторлар назариясида 2π га тенг даврли

$$x = F(\omega t)$$

даврий функцияни *Фурье қатори*[1] деб аталадиган қуйидаги чексиз тригонометрик қатор кўринишида ёзиш мумкинлиги исбот қилинади.

$$\left.\begin{aligned} x = A_0 + A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2\omega t + A_3 \cos 3\omega t + \ldots + \\ + B_1 \sin \omega t + B_2 \sin 2\omega t + B_3 \sin 3\omega t + \ldots \end{aligned}\right\}, \quad (4)$$

берилган $F(\omega t)$ функция учун A_0, A_1, A_2, A_3, ... ва B_1, B_2, B_3, ... коэффициентларнинг қийматлари маълум формулалар бўйича ҳисоблаб топилади.

Жуфт функция учун, яъни аргументининг ишораси қарама-қаршисига ўзгарганда ўз қийматини ўзгартирмайдиган:

$$F(-\omega t) = F(\omega t)$$

функция учун барча B_1, B_2, B_3, ... коэффициентлар нолга тенг, бу ҳолда қатор

$$x = A_0 + A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2\omega t + A_3 \cos 3\omega t \ldots \quad (5)$$

кўринишга эга бўлади.

---

[1] Умумийроқ ҳолда, Дирихле шартлари деб аталадиган шартларни қаноатлантирувчи ва $-l$ дан $+l$ гача интервалда берилган ихтиёрий $y = F(x)$ функцияни

$$\left.\begin{aligned} y = A_0 + A_1 \cos \frac{\pi x}{l} + A_2 \cos \frac{2\pi x}{l} + A_3 \cos \frac{3\pi x}{l} + \ldots + \\ + B_1 \sin \frac{\pi x}{l} + B_2 \sin \frac{2\pi x}{l} + B_3 \sin \frac{3\pi x}{l} + \ldots \end{aligned}\right\} \quad (4a)$$

қатор кўринишида ёзиш мумкинлиги кўрсатилади.

Тоқ функция учун, яъни аргументининг ишораси ўзгарганда ўз ишорасини ўзгартирадиган:

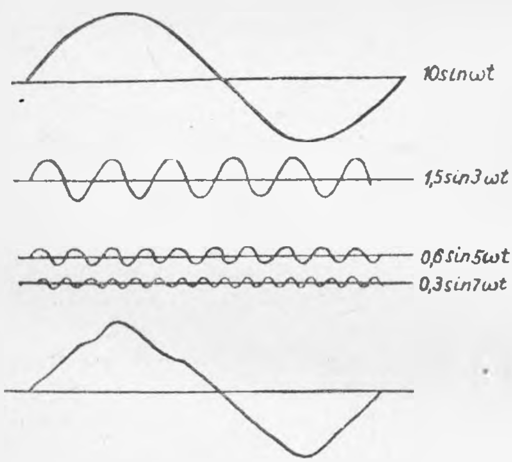
$$F(-\omega t) = -F(\omega t)$$

функция учун ҳамма A_0, A_1, A_2, A_3, ... коэффициентлар нолга тенг. бу ҳолда қатор

$$x\,B_1 \sin\omega t + B_2 \sin 2\omega t + B_3 \sin 3\omega t + \ldots \tag{6}$$

кўринишга эга бўлади.

Шундай қилиб, умуман айтганда, ҳар қандай даврий тебраниш математик равишда каррали ω, 2ω, 3ω ва хоказо частотали гармоник тебранишларнинг йиғиндиси кўринишида ифодаланиши мумкин.



259-расм. Мураккаб тебранма ҳаракатни бир қатор гармоник тебранма ҳаракатларга ажратиш.

259-расмдаги пастки йўлда деярли синиқ чизиқ кўринишидаги тебраниш тасвирланган; юқорида ўша тебраниш ажраладиган тўртта синусоида тасвирланган. Бу хилда ажратишнинг аналитик ифодаси қуйидагича:

$$x = 10a \sin\omega t - 1{,}5a \sin 3\omega t + 0{,}6a \times \sin 5\omega t - 0{,}3a \sin 7\omega t; \tag{7}$$

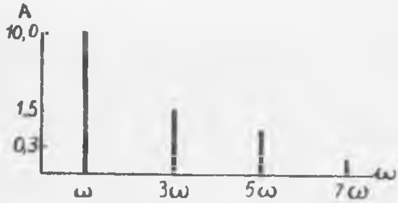
бунда $B_1 = 10a$, $B_3 = -1{,}5a$, $B_5 = 0{,}6a$, $B_7 = 0{,}3a$ барча бошқа B_i коэффициентлар нолга тенг.

Мураккаб тебранишни Фурье қаторига ёйишни амплитудалари нолдан фарқли бўлган частоталарни ва у частоталарга мос бўлган амплитудаларни ёзиш орқали бериш мумкин. Бу ёзишни қуйидагича график усулда амалга ошириш қулайдир: абсциссалар ўқи бўйича частоталар шкаласи олинади ва абсциссалар ўқининг маълум жойларида вертикал чизиқлар ўтказилади: бу чизиқларнинг узунлиги маълум масштабда амплитудани тасвирлайди. Бундай график бе-

260-расм. 258-расмда тасвирланган мураккаб тебранишнинг спектри.

рилган тебранишнинг *спектри* дейилади. 260-расмда 258-расмнинг пастки йўлида тасвирланган мураккаб тебранишнинг спектри тасвирланган. У мураккаб тебраниш мос равишда частоталари ω_1 ва $\omega_2 = \frac{\omega_1}{4.5}$ ва амплитудалари a_1 ва $a = 2{,}5\,a_1$ бўлган иккита синусоидага ажраладиган бўлгани учун, спектр ω_1 ва $\frac{\omega_1}{4.5}$ абсциссали икки чизиқчадан иборат бўлади; бу чизиқлардан иккинчисининг узунлиги биринчисининг узунлигидан 2,5 марта катта.

261-расмда 259-расмдаги мураккаб тебранишнинг спектри тасвирланган. (7) ёйилмага асосан, бу спектр ω, 3ω, 5ω ва 7ω частотали тўртта чизиқчадан иборат; бу чизиқчаларнинг узунлиги, бирор маълум масштабда, 10; 1,5; 0,6 ва 0,3 узунлик бирликларига тенг.



261-расм. 259-расмда тасвирланган мураккаб тебранишнинг спектри.

Мураккаб тебранишларни бундай спектрлар ёрдамида тасвирлаш тўла маъно бермайди, чунки бу ҳолда ташкил этувчи гармоник тебранишларнинг фақат частоталари ва амплитудалари берилиб, уларнинг бошланғич фазалари берилмайди; лекин кўпчилик ҳолларда частота ва амплитудаларни [билишнинг ўзи тамомила кифоядир.

Биз шу вақтгача даврий характердаги мураккаб тебранишларни гармоник тебранишларнинг йиғиндиси шаклида ифодалашни кўриб келдик. Бироқ ҳаракат тебранма бўлса-да, даврий бўлмаслиги мумкин. Мисол қилиб 254-расмда тасвирланган сўнувчи тебранишларни кўрсатиш мумкин. Бу ҳолда тебраниш амплитудаси узлуксиз равишда камайиб боради ва бир марта вужудга келган бирор муайян ҳаракат ҳолати қайтадан вужудга келмайди. Бундай даврий бўлмаган ҳаракатни дискрет ω, 2ω, 3ω, ... частоталарга эга бўлган Фурье қаторига ёйиш мумкин эмас. Уни чексиз кўп гармоник тебранма ҳаракатлар қаторига ёйиш мумкин. Бу ёйилмадаги „қўшни" тебранишларнинг частоталари бир-биридан чексиз кичик фарқ қилади, айрим элементар тебранишларнинг ΔA_i амплитудалари эса чексиз кичик бўлади[1].

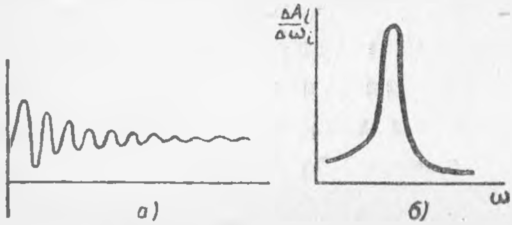
Графикда бундай тебранишга энди алоҳида чизиқлардан иборат бўлган спектр („чизиқли спектр") мос келмайди: унга узлуксиз спектр мос келади, бу эса „барча хил" частоталардаги тебранишларнинг мавжуд бўлишини кўрсатади. Узлуксиз спектрни график равишда тасвирлаш учун, абсциссалар ўқи бўйича

---

[1] Математикада бу функцияни қуйидаги Фурье интеграли кўринишида ифодалашга мос келади:

$$F(\omega t) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} d\alpha \int_{-\infty}^{+\infty} F(\theta)\cos\alpha(\theta - \omega t)\,d\theta.$$

яна ω частоталарни қўйиб чиқамиз, ординаталар ўқи бўйича эса $\Delta A_i/\Delta\omega_i$ нисбатни қўямиз. У ҳолда бу графикдаги эгри чизиқ берилган мураккаб тебранишнинг туташ спектрида частоталар бўйича „амплитудалар тақсимотини" тасвирлайди. 262-*а* расмда сўнувчи тебраниш яна бир марта тасвирланган, 262-*б* расмда эса бу тебранишнинг туташ спектрида частоталар бўйича „амплитудалар тақсимоти" тасвирланган. Частоталарнинг маълум $\Delta\omega_i$ интервали графикнинг мос ординатасига кўпайтирилса, тебранишнинг шу интервалдаги ўртача амплитудаси чиқади. 262-*б* расмдан эгри чизиқнинг максимумга эга бўлишлиги кўринади. Тебранишнинг сўниши қанча суст бўлса, бу максимум шунча ўткир бўлади.



262-расм. Сўнувчи тебраниш (*а*) ва унинг спектрида „амплитуда тақсимоти" (*б*).

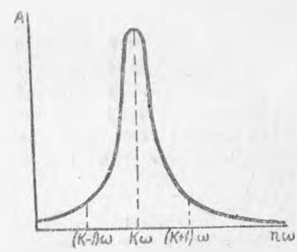
Даврий бўлмаган бошқача ҳаракатлар учун ҳосил бўладиган туташ спектрда амплитудаларнинг частоталар бўйича тақсимоти бошқача бўлади.

Гармоник бўлмаган процессни гармоник ташкил этувчиларга ёйишнинг қандай физик моҳиятга эга эканини, яъни бу ташкил этувчиларни (гармоникаларни) тажрибада қандай қилиб кузатиш мумкинлигини кўрайлик. Бирор процесс билан вақт орасидаги боғланиш Фурье қаторига ёйила оладиган $f(t)$ функция орқали ифодаланади, деб фараз қилайлик. Бу ёйилма, масалан,

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t) \qquad (8)$$

кўринишга эга бўлсин.

Бу тенгликнинг чап ва ўнг томонлари математик жиҳатдан айнан бирдайдир — гармоникалар тўпламининг $f(t)$ функциядан фарқи йўқ. (8) қаторнинг *алоҳида бир ҳадини* (алоҳида гармоникани) қайд қилиш учун, тажриба шароитини шундай танлаб олиш керакки, унда мана шу алоҳида гармоника сезиладиган бўлсин. Бу, масалан, қуйидагича амалга оширилиши мумкин. $f(t)$ функция мажбурий тебранишларни (§ 103) бажара оладиган системага (резонаторга) таъсир қилаётган мажбур этувчи кучни характерлайди, деб фараз қиламиз. Бу резонаторнинг хусусий частотаси (резонанс частотаси) (8) қатордаги гармоникалардан бирининг $k\omega$ частотасига тенг бўлсин. Агар резонаторнинг резонанс эгри чизи-



263-расм. Мажбурий тебранишларнинг амплитудалари.

ги шунчалик ўткир бўлсаки, қўшни гармоникаларнинг $(k \pm 1)\omega$ частоталари мажбурий тебранишларнинг жуда кичик амплитудалари соҳасида ётса (263-расм), резонатор амалда амплитудаси (8) ёйилмадаги $k\omega$ гармоникaнинг амплитудасига пропорционал бўлган, $k\omega$ частотали тебранишларнигина бажаради. Резонаторнинг резонанс частотасини (созлаб) ўзгартириб, (8) ёйилмадаги бошқа гармоникаларни қайд қилиш учун зарур бўлган шароитларни ҳам бирин-кетин вужудга келтириш мумкин.

Мана шу типдаги ҳодисалар бирор физик процесснинг, масалан, оптик, акустик ёки электр тебранишларининг спектрал таркибини аниқловчи асбобларда учрайди.

§ 105. Тебранма процессларни комплекс сонлар ёрдамида ифодалаш. Комплекс сонлар назариясидан комплекс сон $\xi = a \cdot e^{i\varphi}$, бунда a ва φ—ҳақиқий сонлар, e — натурал логарифмлар асоси, $i = \sqrt{-1}$, $a(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ шаклида ифодаланиши мумкинлиги маълум. Шундай қилиб.

$$\xi = a \cdot e^{i\varphi} = a(\cos\varphi + i\sin\varphi). \tag{1}$$

Бундан, комплекс сон ξ нинг $|\xi|$ кўринишида белгиланган ҳақиқий қисми қуйидагича ифодаланади:

$$|\xi| = a\cos\varphi. \tag{2}$$

Охирги тенглик айниятдан иборат бўлгани учун, биз тригонометрик функция $a\cos\varphi$ ўрнига комплекс сон $\xi = a \cdot e^{i\varphi}$ нинг ҳақиқий қисмини олишимиз мумкин. Бу формал алмаштиришнинг ўзи ҳеч бир янгилик бермайди. Лекин унинг қуйидаги аҳамияти бор: агар биз бир неча комплекс сон ξ лар устида маълум математик амалларни (қўшиш, айириш, кўпайтириш, дифференциаллаш, интеграллаш ва бошқаларни) бажариб, сўнг ҳақиқий қисмни мавҳум қисмдан ажратсак, мос тригонометрик функциялар устида ўша амалларни бажарганда олинадиган натижанинг худди ўзига эга бўламиз. Бу ҳол бизга тригонометрик ифодалар устидаги анча мураккаб амалларни кўрсаткичли функциялар устидаги анча содда амаллар билан алмаштириш имконини беради. Демак, тригонометрик функциялар ўрнида уларга мос келувчи даража кўрсаткичи мавҳум бўлган кўрсаткичли функциялардан фойдаланиш ҳисоблашга қулайлик туғдиради.

Юқорида кўриб ўтганимиздек,

$$x = a\cos(\omega t + \alpha)$$

кўринишидаги ифода амплитудаси a, циклик частотаси ω ва бошланғич фазаси α бўлган гармоник тебранма ҳаракатни ифодалайди; t—бирор бошланғич пайтдан бошлаб ҳисобланган вақтни кўрсатади.

Юқорида айтилганлардан кўринадики, ўша гармоник тебранма ҳаракат

$$\xi = a \cdot e^{i(\omega t + \alpha)} \tag{3}$$

комплекс соннинг $|\xi|$ ҳақиқий қисми билан ифодаланиши мумкин.

Биз, кўпгина масалаларни ечиш учун, тебранишнинг энергияси a^2 га пропорционал бўлганлиги сабабли, амплитуданинг квадратини, яъни a^2 катталикни билишнинг ўзи етарли эканлигини кўрган эдик; бошланғич фаза α ни билиш бу вақтда ҳеч бир аҳамиятга эга бўлмаслиги мумкин. a^2 ни топиш учун, (3) кўринишидаги комплекс соннинг ҳақиқий қисмини мавҳум қисмидан ажратиш шарт эмас, балки $\xi\xi^*$ ифодани тузиш кифоя эканлигини исботлаш осон; бу ерда ξ^* — комплекс сон ξ га қўшма бўлган комплекс сондир. (Берилган комплекс сондаги ҳамма мавҳум i бирликларнинг ишораси ўзгартирилса, берилган сонга қўшма комплекс сон ҳосил бўлишини эслатиб ўтамиз.) Ҳақиқатан ҳам, (3) формула билан ифодаланган ξ комплекс сонга қўшма бўлган комплекс сон:

$$\xi^* = ae^{-i(\omega t + \alpha)} \tag{3a}$$

бўлади.

$\xi\,\xi^*$ ифодани тузамиз:

$$\xi\,\xi^* = ae^{i(\omega t + \alpha)} \cdot ae^{-i(\omega t + \alpha)} = a^2, \tag{4}$$

яъни $\xi\,\xi^*$ бизга бевосита амплитуданинг квадратини беради.

(3) ифодани умумлаштириб, a катталикни ҳам комплекс сон деб ҳисоблаш мумкин. Бу ҳолда, албатта, a бевосита тебранишнинг ҳақиқий амплитудасини кўрсатмайди, чунки ҳақиқий амплитуда ҳамма вақт ҳақиқий сон бўлади. Даставвал бундай „комплекс амплитуданинг" қандай физик мазмунга эга бўлишини текшириб кўрайлик. Бунинг учун $a = a_0 e^{i\alpha_0}$ деб ҳисоблаймиз; бунда a_0 ва α_0 — ҳақиқий сонлар; у ҳолда:

$$\xi = a_0 e^{i\alpha_0} \cdot e^{i(\omega t + \alpha)}$$

ёки

$$\xi = a_0 e^{i(\omega t + \alpha + \alpha_0)}. \tag{4a}$$

Ҳақиқий қисмни мавҳум қисмдан ажратамиз:

$$|\xi| = a_0 \cos(\omega t + \alpha + \alpha_0), \tag{5}$$

бунда $|\xi|$—гармоник тебранма ҳаракат бўлиб, унинг амплитудаси a_0 ва бошланғич фазаси $\alpha + \alpha_0$ эканлиги кўриниб турибди. Демак, амплитуданинг комплекс қийматга эга бўлиши бошланғич фазанинг α_0 га ўзгаришини кўрсатади. Бу ҳолда ҳам $\xi\,\xi^*$ кўпайтма ҳақиқий амплитуданинг квадратини беришига ишониш қийин эмас: $\xi\,\xi^* = a_0^2$.

Гармоник тебранма ҳаракатларни ифодалашда комплекс сонлардан фойдаланишнинг қулайлигини яққол кўрсатиш учун, бир тўғри чизиқ бўйича содир бўлаётган ва бирдай ω частотали икки гармоник тебраниш $x_1 = a_1\cos(\omega t + \alpha)$ ва $x_2 = a_2\cos(\omega t + \alpha_2)$ ларнинг қўшилиши ҳақидаги масалани кўриб чиқайлик; бу масалани § 100 да амплитуда векторларини қўшиш йўли билан текширган эдик. Комплекс сонлардан фойдаланиб эса қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$x_1 = a_1 e^{i(\omega t + \alpha_1)}, \quad x_2 = a_2 e^{i(\omega t + \alpha_2)}.$$

Натижавий тебраниш:

$$x = x_1 + x_2 = a_1 e^{i(\omega t + \alpha)} + a_2 e^{i(\omega t + \alpha_2)}.$$

Бу тебраниш амплитудасининг квадрати a^2 ни топиш учун, ўнг томонни ўзига қўшма бўлган катталикка кўпайтирамиз:

$$a^2 = \left[a_1 e^{i(\omega t + \alpha_1)} + a_2 e^{i(\omega t + \alpha_2)}\right]\left[a_1 e^{-i(\omega t + \alpha_1)} + a_2 e^{-i(\omega t + \alpha_2)}\right],$$

бундан:

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_1 a_2 \left(e^{i(\alpha_2 - \alpha_1)} + e^{-i(\alpha_2 - \alpha_1)}\right),$$

лекин (1) формула бўйича:

$$e^{i(\alpha_2 - \alpha_1)} + e^{-i(\alpha_2 - \alpha_1)} = 2\cos(\alpha_2 - \alpha_1),$$

бундан:

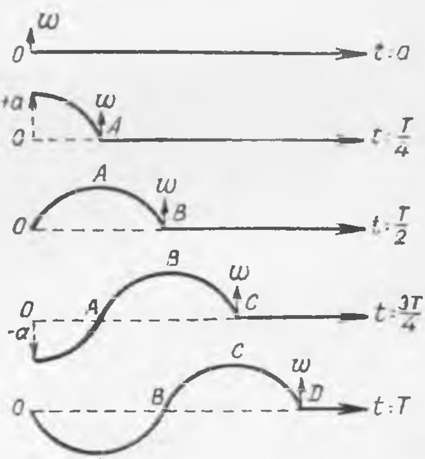
$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1).$$

Бу эса § 100 даги (4) формула билан бирдайдир.

Ўн иккинчи боб

ТЎЛҚИНЛАР

§ 106. **Тўлқинларнинг эластик муҳитда тарқалиши.** Тебранма ҳаракатдаги нуқта барча зарралари ўзаро боғланган муҳит ичига жойлашган бўлсин. У ҳолда нуқтанинг тебраниш энергияси атрофидаги нуқталарга узатилиб, уларни тебранма ҳаракатга келтириши мумкин. Тебранишнинг муҳит ичида тарқалиш ҳодисаси *тўлқин* деб аталади. Сувга тош ташласак, тўлқинлар ҳосил бўлишини кўрамиз; сув сиртининг тошнинг тушиши натижасида бевосита ғалаёнга келтирилган соҳаси тебрана бошлайди, бу тебраниш бу соҳадан бошқа қўшни соҳаларга тарқалади ва сув сиртида тўлқин ҳосил бўлади. Бир арқон олиб, унинг учларидан бири қўл билан тебранма ҳаракатга келтирилганда ҳам тўлқин ҳосил бўлишини кузатиш мумкин, бу ҳолда тебраниш арқон бўйича тарқала бошлайди: тўлқин арқон бўйлаб кетади.

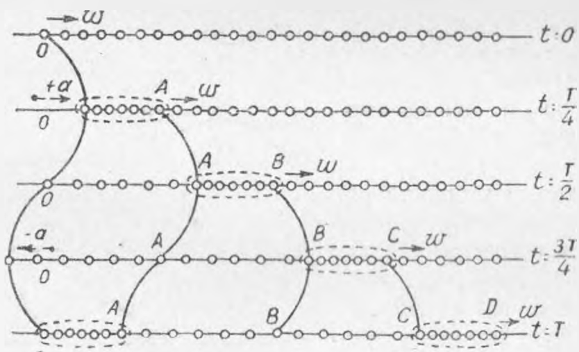


264-расм. Кўндаланг тўлқиннинг тарқалиш схемаси.

Даставвал, тебранишлар тарқалаётганда тебранаётган зарралар тарқалаётган тебранма процесс билан бирга силжиб бормай, балки ўз мувозанат вазиятлари атрофида тебраниб туришини таъкидлаб ўтиш керак.

Агар зарралар тебраниш тарқалаётган тўғри чизиқ бўйлаб тебранаётган бўлса, бундай тўлқин *бўйлама тўлқин* деб аталади; агар зарраларнинг тебраниш йўналиши тебраниш тарқалаётган йўналишга тик бўлса, бундай тўлқин *кўндаланг тўлқин* деб аталади.

264-расмда кўндаланг тўлқиннинг тарқалиш схемаси тасвирланган. 264-расмдаги бешта чизиқ муҳит зарраларининг вақтнинг кетма-кет пайтларидаги жойлашишини кўрсатади. Биринчи чизиқ зарраларнинг бошланғич $t = 0$ пайтдаги вазиятини кўрсатади; бу вақтда барча зарралар мувозанат вазиятда бўлади ва фақат энг четдаги O зарра юқорига йўналган w тезланиш олган. Иккинчи чизиқ зарраларнинг ҳаракат бошлангандан сўнг, чорак давр ўтгач эгаллаган вазиятларини кўрсатади; O зарра ўзининг энг баланд вазиятига етган, A зарра эндигина юқорига йўналган w тезланишни олган. Учинчи чизиқ ҳаракат бошлангандан ярим давр ўтгандаги вазиятни тасвирлайди: O зарра пастга қараб мувозанат вазиятдан ўтмоқда, A зарра ўзининг энг баланд вазиятига етган, B зарра эндигина юқорига йўналган w тезланиш олган. Тўртинчи чизиқ ҳаракат бошлангандан уч чорак давр ўтгандаги вазиятни кўрсатади: O зарра ўзининг энг пастки вазиятига етган, A зарра пастга қараб мувозанат вазиятдан ўтмоқда, B зарра ўзининг энг баланд вазиятига етган; C нуқта юқорига йўналган w тезланишни олаётир. Ниҳоят, бешинчи чизиқда ҳаракат бошлангач бир давр ўтгандан сўнгги вазият кўрсатилган: O зарра юқорига қараб яна мувозанат вазиятдан ўтмоқда, A зарра ўзининг энг паст вазиятига етган, B зарра пастга қараб мувозанат вазиятдан ўтмоқда, C зарра ўзининг энг баланд вазиятига етган, D зарра юқорига йўналган w тезланишни олган. Тебранишнинг бундан кейинги тарқалишини ҳам шу йўсинда кузатиб бориш мумкин.



265-расм. Бўйлама тўлқиннинг тарқалиш схемаси.

Бўйлама тўлқин учун худди шундай схема 265-расмда берилган. Фарқ фақат шундаки, зарралар тебранишларнинг тарқалиш йўналишида силжийди. 265-расмдан кўриниб турибдики, бўйлама тўлқин тарқалаётганда зарралар бир-бирига яқинлашади ва бир-биридан узоқлашади, бунинг натижасида муҳитда қуюқланишлар (расмда ўраб қўйилган соҳалар) ва сийракланишлар ҳосил бўлади; тўлқин тарқалиш ҳодисаси бу қуюқланиш ва сийракланиш соҳаларининг кўчиб боришидан иборат.

Муҳит ичида тарқалувчи тўлқинларнинг бўйлама ёки кўндаланг бўлишлиги муҳитнинг эластиклик хоссаларига боғлиқдир.

Агар муҳитнинг бир қатлами иккинчи қатламига нисбатан силжиганда шу силжиган қатламни мувозанат вазиятга қайтаришга интилувчи эластик кучлар ҳосил бўлса, муҳитда кўндаланг тўлқинлар тарқалиши мумкин (умуман айтганда, қаттиқ жисм шундай муҳит бўлади). Агар параллел қатламлар бир-бирига нисбатан силжиганда муҳитда эластик кучлар ҳосил бўлмаса, кўндаланг тўлқинлар вужудга кела олмайди. Масалан, суюқлик ва газ кўндаланг тўлқинлар тарқалмайдиган муҳитлардир (бу хулоса суюқликнинг сиртига тегишли эмас; суюқликнинг сиртида кўндаланг тўлқинлар тарқала олади, бироқ улар мураккаброқ бўлади; зарралар ёпиқ доиравий ёки эллиптик траекториялар бўйича ҳаракатланади). Агар чўзилиш ва сиқилиш деформациялари вақтида эластик кучлар ҳосил бўлса, бундай муҳитда бўйлама тўлқинлар тарқалиши мумкин. Масалан, суюқлик ва газ сиқилганда босим ортади; бизга маълумки, бу босим кучи сиқилиш деформациясидаги эластиклик кучи ролини ўйнайди. Суюқликда ва газда фақат бўйлама тўлқинлар тарқалади. Қаттиқ жисмларда бўйлама тўлқинлар билан бир қаторда кўндаланг тўлқинлар ҳам мавжуд бўлиши мумкин.

Бўйлама тўлқинларнинг тарқалиш тезлиги V, назариянинг кўрсатишича (§ 111 га қаранг), муҳитнинг эластиклик коэффициенти α ва унинг зичлиги ρ дан олинган квадрат илдизга тескари пропорционалдир:

$$V = \sqrt{\frac{1}{\alpha\rho}}.$$

Бу муносабат тақрибан қуйидаги муносабат билан алмаштирилиши мумкин:

$$V = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

бунда E — муҳитнинг Юнг модули.

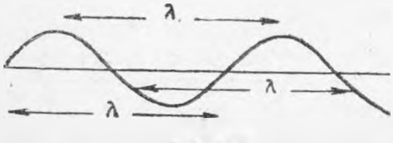
Кўндаланг тўлқинларнинг тарқалиш тезлиги силжиш модули N га боғлиқ бўлади:

$$V = \sqrt{\frac{N}{\rho}}.$$

Муайян тебраниш фазаси бир тебраниш даврида қанча масофага сурилса, бу масофа *тўлқин узунлиги* дейилади, тўлқин узунлигини λ орқали белгилаймиз.

266-расмда бир-биридан λ масофада жойлашган бир неча жуфт нуқталар кўрсатилган.

Расмдан, *тўлқин узунлиги бирдай фазаларда тебранувчи нуқталар орасидаги энг қисқа масофа* эканлиги яққол кўриниб турибди. Тўлқиннинг тарқалиш тезлиги деганда унинг *фаза тезлиги,* яъни берилган тебраниш фазасининг тарқалиш тезлиги тушунилади; масалан, вақтнинг $t=0$ пайтида 264-расмдаги O нуқтанинг фазаси бошланғич фаза эди, яъни у мувозанат вазиятдан эндигина чиқаётган эди; T вақт ўтгач, бундай фазага O нуқтадан λ масофада турган D нуқта эга бўлади. Демак, давр T га тенг вақт ичида бошланғич фаза тўлқин узунлиги λ га тенг масофага тарқалди. Бундан фаза тезлиги учун қуйидаги таъриф келиб чиқади:



266-расм. Бирдай фазада тебранувчи энг яқин икки нуқта орасидаги масофа тўлқин узунлиги λ ни аниқлайди.

$$V=\frac{\lambda}{T}. \qquad (1)$$

Тебраниш тарқатаётган нуқта (тебраниш маркази) туташ муҳит ичида тебранаётган бўлсин. Тебранишлар марказдан ҳамма томонларга тарқалади. Вақтнинг бирор пайтида *тебраниш етиб борган нуқталарнинг геометрик ўрни тўлқин фронти дейилади.* Шунингдек, муҳит ичида *бирдай фазаларда тебранаётган нуқталарнинг геометрик ўрнини ҳам ажратиб олиш мумкин.* Бу нуқталар *бирдай фазалар сиртини* ёки бошқача айтганда, *тўлқин сиртини ташкил қилади.* Равшанки, тўлқин фронти тўлқин сиртининг хусусий ҳолидир. Агар муҳит изотроп бўлса, тебранишлар тебраниш марказидан ҳамма томонларга бирдай тарқалади; бу ҳолда тўлқин фронти ҳам, бирдай фазалар сиртлари ҳам маркази тебраниш марказида бўлган сфералардан иборат бўлади. Равшанки, тўлқин фронтининг радиуси, марказдаги нуқта тебрана бошлагандан сўнг t вақт ўтгач, тебранишлар қанча масофага тарқалганини кўрсатади; бундан:

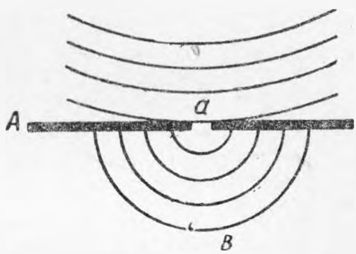
$$r=Vt,$$

бу ерда V — тўлқиннинг тарқалиш тезлиги.

Тўлқин фронтининг шакли тўлқиннинг типини белгилайди, масалан, фронти текисликдан иборат бўлган тўлқин *ясси тўлқин* дейилади ва ҳоказо.

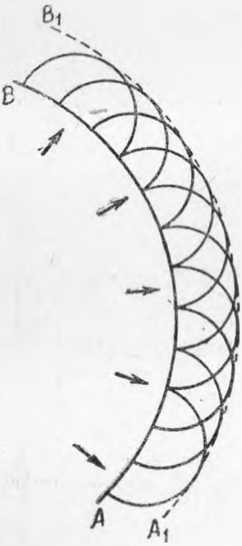
Тебранишлар тарқалаётган йўналишлар *нурлар* дейилади. Изотроп муҳитда нурлар тўлқин фронтига тик бўлади; тўлқин фронти сферадан иборат бўлганда нурлар радиуслар бўйича йўналган бўлади.

§ 107. Гюйгенс принципи. Вақтнинг бирор пайтидаги тўлқин фронти маълум бўлганда, ундан кейинги пайтга тегишли бўлган тўлқин фронтини ясаш методига эга бўлиш турли масалаларни ечиш учун жуда муҳимдир. Бундай методни Гюйгенс 1690 йилда берган эди; у *Гюйгенс принципи* дейилади.



267-расм. Тўсиқдаги кичкина тешик тўлқинларнинг янги манбаи бўлади.

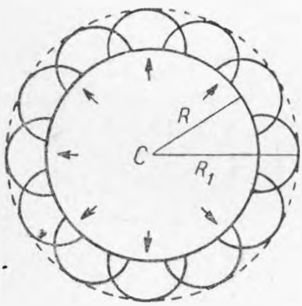
Гюйгенс ўз принципининг қатъий исботини берган эмас; Гюйгенс принципининг тўғрилиги фақат ясаш натижаларини тажрибалар билан таққослаб кўришдан келиб чиқар эди. Анча вақт ўтгандан кейин Гюйгенс методининг тўғрилиги умумий эластиклик назарияси асосида исбот қилинди. Гюйгенс методининг гоясини бирмунча тушуниб олиш учун, қуйидаги тажрибани кўрайлик. Сув сиртида ихтиёрий шаклдаги тўлқин тарқалмоқда, деб фараз қилайлик. Бу тўлқиннинг йўлига A тўсиқни қўямиз; бу тўсиқда ўлчамлари тўлқин узунлиги λ га нисбатан жуда кичик бўлган a тешик бўлсин (267-расм). Тўлқин A тўсиққа етгач ундан қайтади, тўсиқдаги a тешик эса тўсиқнинг иккинчи томонига тарқалувчи тўлқинларнинг манбаи бўлиб хизмат қилади. Бунда, тўсиққача бўлган тўлқиннинг шакли қандай бўлишидан қатъи назар, тўсиқдан ярим ҳалқа шаклидаги B тўлқинлар тарқала бошлайди. Тешик гўё янги тебраниш маркази бўлиб, ундан тебранишлар ҳамма томонларга тарқала бошлайди. Бу тажриба, муҳитнинг тўлқин фронти бориб етган ҳар бир нуқтасини янги тебраниш манбаи деб қараш мумкин, деган фикрга олиб келади. Гюйгенс принципининг моҳияти мана шундан келиб чиқади. Фараз қилайлик, бирор пайтда стрелкалар билан кўрсатилган йўналишда келган AB тўлқин фронти маълум бўлсин (268-расм). t вақт ўтгандан кейинги пайтга тегишли бўлган янги фронтни ясаш учун, эски фронтнинг ҳар бир нуқтасини олдинги тарқалувчи тебранишларнинг мустақил маркази деб қараш керак. Ҳар бир нуқтадан элементар тўлқин сиртларини чизамиз, бу сиртлар $r = Vt$



268-расм. Тўлқин янги фронтининг Гюйгенс берган схемаси.

радиусли ярим сферик сиртлар бўлади. Ҳамма элементар тўлқин сиртларининг A_1B_1 ўровчиси янги тўлқин фронтини беради.

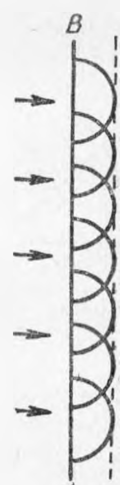
Хусусий ҳолларда тўлқин сиртларини ясашга Гюйгенс методини татбиқ қиламиз. Тўлқин вақтнинг бирор пайтида R радиусли сфера шаклига эга бўлсин (269-расм) ва тебранишлар марказидан тарқалаётган бўлсин; фронтнинг хар бир нуқтаси атрофида ярим сферик шаклдаги элементар тўлқин сиртларини чизамиз. Бу элементар ярим сферик сиртларнинг ўровчиси $R_1 = R + Vt$ радиусли сферик сирт бўлади. Нурлар, юқорида айтиб ўтилганидек, марказдан радиуслар бўйича йўналган бўлади. Сферик тўлқин тарқалаётиб, катталаша борувчи радиусли сфера шаклига эга бўлади; радиус жуда ҳам катта бўлганда тўлқин фронтининг бир қисмини ясси деб ҳисоблаш мумкин. 270-расмда AB тўлқиннинг ясси фронтининг бир қисми тасвирланган.



269-расм. C марказдан тарқалувчи сферик тўлқин учун Гюйгенс схемаси.

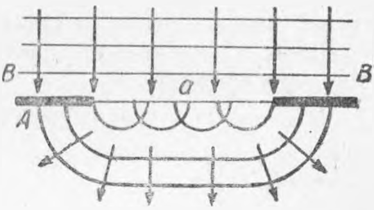
Бу фронтнинг барча нуқталарини мустақил тебранишлар деб қараб, улар атрофида элементар ярим сфералар чизсак, AB текисликка параллел текислик шаклида ўровчи сирт ҳосил бўлади. Нурлар, яъни тебранишлар тарқалаётган йўналишлар фронт текислигига тик тўғри чизиқлардир. Бундан, ясси тўлқин бир изотроп муҳитда тарқалаётганида ясси тўлқинлигича қолаверади, деган хулосага келамиз; нурлар параллел тўғри чизиқлар дастасидан иборат бўлади. Бир жинсли изотроп муҳитда кўчиб бораётган тўлқин фронти геометрик жиҳатдан ҳамма вақт ўз-ўзига ўхшаш бўлиб қолади.

Энди, ясси тўлқиннинг тарқалиш йўлида A тўсиқ қўйилган бўлса ва бу тўсиқда ўлчамлари тўлқин узунлиги λ дан катта бўлган a тешикча бўлса (271-расм), қандай ҳодиса рўй беришини кўрайлик. BB' ясси фронт A тўсиққа етгач ундан қайтади, a тешикчанинг нуқталари эса мустақил тебраниш манбалари бўлиб қолади. Ҳар бир нуқта атрофида элементар ярим сферик тўлқин сирти ҳосил бўлади; бу тўлқин сиртларининг ўровчиси тешикча орқасидаги тўлқин фронтини беради. 271-расмдан, тешик орқасидаги бу фронт энди ясси бўлмаслиги, фақат унинг ўрта қисмигина дастлабки фронтга параллел бўлиши кўриниб турибди; фронт-



270-расм. Ясси тўлқин учун Гюйгенс схемаси.

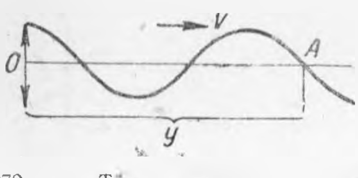
нинг четлари қайрилган бўлади — нурлар ўзларининг дастлабки йўналишларини ўзгартиради. Нурларнинг *дифракция* деб аталадиган бундай қайрилишини тўла ҳисобга олиш учун, тешикчанинг айрим нуқталаридан келувчи тебранишларни, уларнинг фазаларини ҳисобга олган ҳолда қўшиш керак бўлади. Диффракцияни кейинчалик мукаммалроқ текширамиз. Тешикча қанча кичик бўлса, нурларнинг қайрилиши шунча кучли бўлади. Агар a тешикчанинг ўлчами тўлқин узунлигидан кичик бўлса, тешикча якка тебраниш маркази бўлиб қолади ва Гюйгенс принципини асослашда ишлатилган тажрибадаги каби (267-расм), бу манбадан ярим сферик тўлқин тарқала бошлайди.



271-расм. Тусиқдаги тешикдан ўтган тўлқиннинг қайрилиши (тўлқинлар диффракцияси).

§ 108. **Тўлқин тенгламаси.** Тўлқин процессини қандай қилиб аналитик равишда характерлаш мумкинлигини текширайлик.

Дастлаб, бирор тўғри чизиқ бўйича, масалан, бир учи доим тебратиб турилаётган арқон бўйича кетаётган тўлқинларни кўз олдимизга келтирамиз. Нуқтанинг мувозанат вазиятдан силжишини x орқали белгилаймиз. Тўлқин тарқалаётган тўғри чизиқнинг ҳар бир нуқтаси учун x силжиш ҳар бир пайтда қандай қийматларга эга бўлишини билсак, тўлқин процесси аниқланган бўлади. Бошқача айтганда, нуқтанинг x силжишини вақтнинг ва нуқталар мувозанат вазияти координаталарининг функцияси сифатида билиш керак.



272-расм. Тўлқин тенгламасини келтириб чиқаришга доир.

Тўғри чизиқдаги тебранишлар маркази бўлган O нуқтани (272-расм) координаталар боши деб қабул қиламиз. O нуқтадаги тебранишлар

$$x = a\cos\omega t \tag{1}$$

қонун бўйича содир бўлаётган бўлсин. Бу ерда a — тебранишлар амплитудаси, ω — доиравий частота, t — тебраниш бошланган пайтдан бошлаб ҳисобланган вақт.

Тўғри чизиқ устида координаталар бошидан y масофада жойлашган ихтиёрий A нуқтани оламиз. Тебранишлар O нуқтадан тарқалиб, A нуқтага

$$\tau = \frac{y}{V}, \tag{2}$$

вақт ўтгандан сўнг етиб келади; бунда V — тўлқиннинг тарқалиш тезлиги. Шундай қилиб, A нуқта O нуқтадан τ вақт қадар кеч тебрана бошлайди. Текширилаётган тўғри чизиқ бўйлаб тарқалувчи тўлқинларни сўнмайдиган тўлқинлар деб ҳисоблаб, A нуқтага тўлқин етиб келганда, у нуқта ҳам a амплитуда ва ω доиравий частота билан тебрана бошлайди, деган хулосага келамиз. Демак, A нуқтанинг мувозанат вазиятдан силжиши x қуйидагича ифодаланади:

$$x = a\cos\omega t', \tag{3}$$

бунда t' — *A нуқта тебрана бошлагандан бошлаб ҳисобланган вақт.* Лекин, юқорида аниқланганича, A нуқта O нуқтадан вақт τ қадар *кеч* тебрана бошлагани учун, $t' = t - \tau$ бўлади; t' нинг бу қийматини (3) га қўйсак:

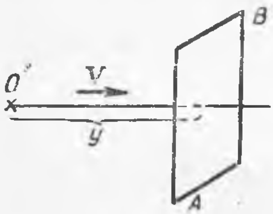
$$x = a\cos\omega\,(t - \tau)$$

ёки бу ерга τ нинг (2) қийматини қўйсак:

$$x = a\cos\omega\left(t - \frac{y}{V}\right). \tag{4}$$

Бу тенглама нуқтанинг силжиши x ни вақт t нинг ва A нуқтадан O нуқтагача бўлган y масофанинг функцияси сифатида ифодалайди; OA тўғри чизиқ бўйича тарқалаётган тўлқиннинг қидирилаётган тенгламаси мана шудир.

(4) ифода y йўналиш бўйича тарқалаётган ясси тўлқиннинг тенгламасидир. Ҳақиқатан ҳам, бу ҳолда y нинг йўналишига тик бўлган ҳар қандай AB текислик (273-расм) бирдай фазалар сиртидан иборат бўлади ва, демак, бу текисликнинг ҳамма нуқталари вақтнинг муайян t пайтида бирдай x силжишга эга бўлади. Бу силжиш текисликдан O нуқтагача бўлган y масофа билангина аниқланади.



273-расм. Ясси тўлқин учун бирдай фазалар текислиги.

Агар биз y масофа ўлчанаётган йўналишга тескари томонга тарқалувчи ясси тўлқинни кўз олдимизга келтирсак, (4) ифодадаги y нинг ўрнига $-y$ қўйилиши керак, у ҳолда бундай тўлқиннинг тенгламаси

$$x = a\cdot\cos\omega\left(t + \frac{y}{V}\right) \tag{4a}$$

кўринишга эга бўлади.

§ 106 даги (1) муносабатдан фойдаланиб, (4) ифоданинг кўринишини ўзгартириш мумкин; ўша формулага кўра: $\frac{\omega}{V} = \frac{2\pi}{VT} = \frac{2\pi}{\lambda}$, бунда λ — тарқалаётган тўлқинларнинг тўлқин узунлиги; у ҳолда:

$$x = a\cos\left(\omega t - 2\pi\frac{y}{\lambda}\right)$$

ёки агар доиравий частота ω ўрнига одатдаги частота $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ қўйилса:

$$x = a\cos 2\pi\left(\nu t - \frac{y}{\lambda}\right). \quad (5)$$

Тўғри чизиқ бўйича тарқалаётган тўлқин (272-расм) мисолида (4) тенгламадан келиб чиқадиган натижаларни текширамиз. Тўлқин процесси — бу икки ёқлама даврий процессдир: (4) формуладаги косинуснинг аргументи икки ўзгарувчига — вақт t ва координата y га боғлиқ. Шундай қилиб, тўлқин даврийлиги икки ёқлама — у фазада ҳам, вақтда ҳам даврийдир. Вақтнинг берилган t пайти учун (4) тенглама зарраларнинг силжиши x ни улардан координат бошигача бўлган y масофаларнинг функцияси сифатида ифодалайди; ўтаётган тўлқин таъсирида тебранаётган зарралар шу берилган t пайтда косинусоида бўйича жойлашган бўлади.

y нинг аниқ бир қиймати билан характерланувчи маълум бир зарра вақтга боғлиқ равишда гармоник тебранма ҳаракат қилади:

$$x = a\cos\omega\left(t - \frac{y}{V}\right) = a\cos(\omega t - \alpha),$$

бунда

$$\alpha = \frac{\omega y}{V} = 2\pi\frac{y}{\lambda}. \quad (6)$$

α катталик берилган нуқта учун ўзгармас бўлиб, у шу нуқта тебранишининг *бошланғич фазаси* бўлади.

Координаталар бошигача бўлган y_1 ва y_2 масофалар билан характерланувчи икки нуқта фазаларининг айирмаси:

$$\alpha_2 - \alpha_1 = 2\pi\frac{y_2 - y_1}{\lambda}. \quad (7)$$

Бундан кўринадики, бир-биридан λ қадар узоқликда жойлашган икки нуқта учун, яъни $y_2 - y_1 = \lambda$ бўлган ҳолда, фазалар айирмаси $\alpha_2 - \alpha_1 = 2\pi$ бўлади; бу икки нуқтанинг x силжишлари ҳар қандай берилган t пайтда катталик бўйича ҳам, йўналиш бўйича ҳам бирдай бўлади; бундай икки нуқта *бирдай фазада тебранувчи* нуқталар деб айтилади.

Бир-биридан $y_2 - y_1 = \frac{\lambda}{2}$ масофадаги, яъни бир-биридан ярим тўлқин узунлигича масофадаги нуқталар учун фазалар айирмаси $\alpha_2 - \alpha_1 = \pi$; бундай нуқталар *қарама-қарши фазаларда* тебранувчи нуқталар деб айтилади — ҳар бир берилган пайтда бу нуқталар силжишларининг абсолют қийматлари тенг бўлади, лекин ишоралари турлича бўлади: агар нуқталардан бири юқорига силжиган бўлса, иккинчиси пастга силжиган бўлади ва аксинча.

Юқорида текширилган, бир тўғри чизиқ бўйлаб тарқалувчи тўлқинлар тўлқинларнинг хусусий ҳолидир. Эластик муҳитда бошқача тўлқинлар, масалан, сферик тўлқинлар мавжуд бўлиши мумкин.

Сферик тўлқинда амплитуда тебраниш манбаигача бўлган масофага тескари пропорционал равишда камая боради. Силжишнинг координаталарга ва вақтга боғланиши

$$x = \frac{a}{r} \cos \omega \left(t - \frac{r}{V}\right) \tag{8}$$

кўринишда бўлади.

Вақтнинг бирор пайтида тенг фазалар сирти $r = \text{const}$ тенглама билан аниқланади, яъни у r радиусли сфера бўлади.

Бундай тўлқиннинг „сферик" деган номи мана шундан келиб чиқади.

§ 109. Тўлқинлар интерференцияси. Бир вақтнинг ўзида муҳитда турли тебраниш марказларидан чиқувчи тебранишлар тарқалиши мумкин.

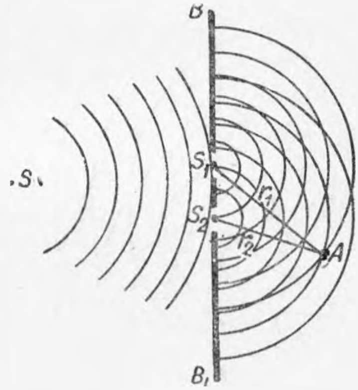
Агар турли манбалардан чиқувчи тўлқинларнинг иккита турли системаси бирор соҳада бир-бирини қопласа, сўнг яна тарқалиб кетса, учрашишдан кейин уларнинг ҳар бири гўё ўз йўлларида бир-бирларини учратмагандек тарқалиб борадилар. Тўлқинлар тарқалишининг бу мустақиллик принципи *суперпозиция принципи* деб юритилади; бу принцип тўлқин процессларнинг тарқалиши учун жуда ҳам характерлидир.

Сувга иккита тошни ташлаб, суперпозиция принципини текшириб кўриш осон. Тошлар тушган жойларда вужудга келган доиравий тўлқинлар бир-бири орқали ўтиб, ажралиб кетганларидан кейин ҳам маркази тошлар тушган жойларда бўлган тўғри доиралар шаклида тарқала беради. Бу фактни билган Леонардо да-Винчи қуйидагича ёзган эди: „Катта ва тинч сув юзига бир вақтда икки тошни бир-биридан бирмунча масофада ташла. Тошлар тушган жойлар атрофида икки группа доиравий тўлқинлар вужудга келганини кўрасан; улар тарқала бориб учрашади ва у ҳолда ҳар бир группанинг доиралари бир-бирларининг ораларидан ўтиб кетади".

Тўлқинлар бир-бирини қоплаган соҳада тебранишлар устма-уст тушади, тўлқинларнинг қўшилиши (*интерференцияси*) юз беради. Бунинг натижасида тебранишлар баъзи жойларда кучаяди, бошқа жойларда сусаяди. Муҳитнинг ҳар бир нуқтасидаги натижавий тебраниш шу нуқтага етиб келган барча тебранишларнинг йиғиндисидан иборат бўлади.

Тебраниш манбалари бирдай частота билан бир хил йўналишда тебранса ва улар бирдай фазага ёки ўзгармас фазалар айирмасига эга бўлса, бу ҳол алоҳида аҳамиятга эгадир. Бундай манбалар *когерент манбалар* дейилади. Натижавий тебраниш муҳитнинг ҳар бир нуқтасида ҳамма вақт ўзгармай қолаверадиган ва нуқтадан тебраниш манбаларигача бўлган масофаларга боғлиқ бўлган амплитудага эга бўлишини биз қуйида кўрамиз. Тебранишларнинг бундай қўшилиши *когерент манбалар тўлқинларининг интерференцияси* дейилади.

Тебранишларнинг когерент манбаларини, масалан, қуйидагича хосил қилиш мумкин: сферик тўлқин тарқатувчи S нуқтавий манбани оламиз (274-расм). Тўлқиннинг йўлига BB_1 тўсиқ қўйилган, бу тўсиқда S манбага нисбатан симметрик жойлашган жуда кичик s_1 ва s_2 тешикчалар бор. Гюйгенс принципига мувофиқ, s_1 ва s_2 тешикчалар мустақил тебраниш манбалари бўлиб қолади, шу билан бирга бу манбалар бирдай амплитудага ва бирдай фазага эга бўлади, чунки улардан S манбагача бўлган масофалар бирдайдир. BB_1 тўсиқнинг ўнг томонида иккита сферик тўлқин тарқалади ва муҳитнинг ҳар бир нуқтасидаги тебраниш мана шу икки тўлқиннинг қўшилишидан хосил бўлади. s_1 ва s_2 манбалардан, мос равишда, r_1 ва r_2 масофада бўлган бирор A нуқтани оламиз ва бу нуқтада тўлқинларнинг қўшилишини кўрамиз. Тебранишлар A нуқтага бирор фазалар фарқи билан етиб келади ва бу фазалар фарқи r_1 ва r_2 масофаларнинг фарқига боғлиқ бўлади.



274-расм. s_1 ва s_2 тешикчалардан чиқувчи тўлқинларнинг қўшилиши.

s_1 ва s_2 манбаларнинг бирдай фазадаги тебранишини

$$x_1 = a_0 \cos \omega t, \quad x_2 = a_0 \cos \omega t$$

кўринишда ифодалаш мумкин.

У ҳолда A нуқтага s_1 ва s_2 манбалардан етиб келган тебранишлар, § 108 даги (8) формулага асосан, мос равишда қуйидагича ифодаланади:

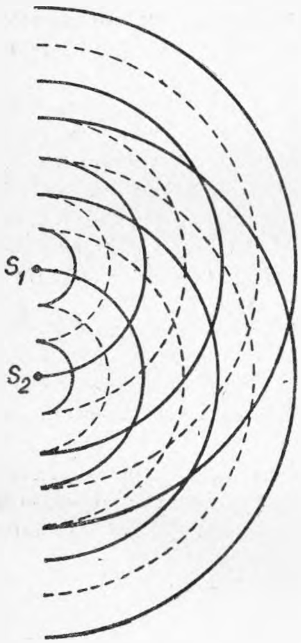
$$x_1 = a_1 \cos 2\pi \left(\nu t - \frac{r_1}{\lambda}\right), \quad x_2 = a_2 \cos 2\pi \left(\nu t - \frac{r_2}{\lambda}\right),$$

бунда $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ — тебраниш частотаси. § 108 даги (8) га асосан, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{r_2}{r_1}$. Бироқ, агар $|r_2 - r_1| \ll r_1$ бўлса, тақрибан $a_1 \approx a_2$ дейиш мумкин.

A нуқтадаги қўшилувчи тебранишлар фазаларининг айирмаси қуйидагича:

$$\Delta\alpha = 2\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda}. \qquad (1)$$

Биз § 100 да кўрган эдикки, натижавий тебранишнинг амплитудаси қўшилувчи тебранишлар фазаларининг айирмасига боғлиқ бўлади, шу билан бирга, агар фазалар айирмаси нолга ёки 2π нинг карраларига тенг бўлса, амплитуда максимал қийматга эга бўлади; унинг бу максимал қиймати қўшилувчи тебранишлар амплитудаларининг йиғиндисига тенг бўлади. Агар фазалар айирмаси π нинг тоқ каррасига тенг бўлса, амплитуда қўшилувчи тебранишлар амплитудаларининг айирмасига тенг бўлган минимал қийматга эга бўлади. Демак, ҳар икки тебранишнинг A нуқтага қандай $\Delta\alpha$ фазалар айирмаси билан етиб келишига қараб, шу нуқтада максимум ёки минимум тебранишлар ҳосил бўлади. Юқорида айтилганга кўра, A нуқтадаги амплитуданинг максимум бўлиш шарти қуйидагича:



275-расм. Тўлқинлар интерференцияси.

$$\Delta\alpha = 2\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda} = \pm 2k\pi, \tag{2}$$

бу ерда $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$, бундан,

$$|r_2 - r_1| = k\lambda \tag{2a}$$

бўлганда амплитуда максимум бўлади, яъни *нурлар йўлининг айирмаси нолга ёки тўлқин узунлиги каррасига тенг бўладиган нуқталарда амплитуда максимум бўлади.*

A нуқтадаги амплитуданинг минимум бўлиш шарти қуйидагидан иборат:

$$\Delta\alpha = 2\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda} = \pm (2k + 1)\pi, \tag{3}$$

бу ерда яна $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$, бундан нурлар йўлининг айирмаси қуйидагига тенг бўлиши керак:

$$|r_2 - r_1| = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}, \tag{3a}$$

яъни *нурларнинг йўл фарқи ярим тўлқин узунлигининг тоқ каррасига тенг бўладиган нуқталарда амплитуда минимум бўлади.*

Фазалар айирмаси $\pm 2k\pi$ билан $\pm(2k + 1)\pi$ орасидаги қийматларга эга бўладиган нуқталарда (бу ерда k бутун сон) тебранишлар кучайиши ёки сусайишининг бирор ўртача эффекти кузатилади.

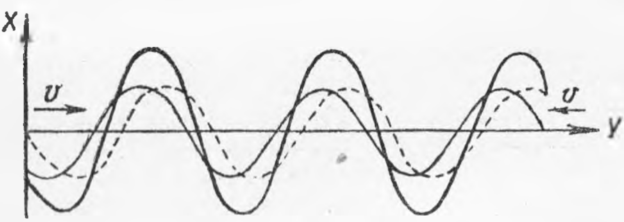
Демак, икки тўлқиннинг қўшилиши натижасида муҳитда амплитудаси турли нуқталарда турлича бўлган тебранишлар вужудга келади. Шу билан бирга, ҳар бир нуқтада, бу нуқтадан когерент манбаларгача бўлган масофалар айирмасининг қандай қийматга эга бўлишига қараб, амплитуданинг ёки максимуми, ёки минимуми, ёки оралиқ қиймати ҳосил бўлади.

275-расмда интерференциялашувчи тўлқинларнинг икки системаси тасвирланган; тўлқинларнинг чўққилари туташ чизиқлар билан, чуқурчалари эса пунктир чизиқлар билан тасвирланган.

Чўққилар кесишган жойларда ёки чуқурчалар кесишган жойларда амплитуда максимум бўлади; чўққи билан чуқурча кесишган жойларда амплитуда минимум бўлади. Бундай интерференция максимумлари ва минимумларининг вужудга келишини сув сиртида икки система тўлқинлар тарқалаётганда кузатиш осон.

§ 110. Турғун тўлқинлар. Икки тўлқин интерференцияси натижасининг махсус мисоли сифатида *турғун тўлқинлар* деб аталадиган тўлқинларни кўрсатиш мумкин. Турғун тўлқин қарама-қарши йўналишларда тарқалувчи бирдай амплитудали иккита ясси тўлқиннинг қўшилишидан ҳосил бўлади.

Бирдай амплитудали икки ясси тўлқиндан бири y ўқининг мусбат йўналишида, иккинчиси y ўқининг манфий йўналишида тарқалаётир, деб фараз қилайлик. 276-расмда бу тўлқинлардан



276-расм. Қарама-қарши йўналишларда тарқалувчи икки тўлқиннинг қўшилиши.

бири ингичка туташ чизиқ билан, иккинчиси пунктир чизиқ билан тасвирланган; натижавий тўлқин йўғон чизиқ билан тасвирланган. Агар координата боши қилиб қарама-қарши тўлқинларнинг фазалари бирдай бўлган нуқта олинса ва вақтни бошланғич фазалар нолга тенг бўлган пайтдан бошлаб ўлчасак, ҳар икки ясси тўлқиннинг тенгламаларини қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин: y ўқининг мусбат томонига борувчи тўлқин учун:

$$x_1 = a \cos\, 2\pi \left(\nu t - \frac{y}{\lambda}\right)$$

ва y ўқининг манфий томонига борувчи тўлқин учун:

$$x_2 = a \cos 2\pi\left(\nu t + \frac{y}{\lambda}\right).$$

Бу икки тўлқиннинг қўшилишидан

$$x = x_1 + x_2 = a \cos\, 2\pi\left(\nu t - \frac{y}{\lambda}\right) + a \cos\, 2\pi\left(\nu t + \frac{y}{\lambda}\right)$$

ҳосил бўлади ёки мураккаб аргументли косинусларни очсак ва қисқартиришни бажарсак:

$$x = 2a \cos\left(2\pi \frac{y}{\lambda}\right) \cdot \cos 2\pi\nu t. \tag{1}$$

$\cos 2\pi\nu t$ кўпайтувчи муҳитнинг нуқталарида қарама-қарши тўлқинларнинг ν частотасига тенг частотали тебранишлар вужудга келишини кўрсатади.

Вақтга боғлиқ бўлмаган $2a \cos\left(2\pi \frac{y}{\lambda}\right)$ кўпайтувчи натижавий тебранишнинг A амплитудасини ифодалайди; аниқроғи, амплитуда аниқ мусбат катталик бўлгани учун бу кўпайтувчининг абсолют қийматига тенг:

$$A = \left|2a \cos\left(2\pi \frac{y}{\lambda}\right)\right|. \tag{2}$$

Шундай қилиб, тебраниш амплитудаси муҳит нуқталарининг ўрнини аниқловчи y координатага боғлиқдир. Вужудга келган тебраниш *турғун тўлқин* деб аталади. Маълум нуқталарда турғун тўлқиннинг амплитудаси иккита қўшилувчи тебранишлар амплитудаларининг йиғиндисига тенг; бундай нуқталар *дўнгликлар* дейилади; бошқа бир нуқталарда натижавий амплитуда нолга тенг; бундай нуқталар турғун тўлқиннинг *тугунлари* дейилади.

Дўнгликларнинг ва тугунларнинг координаталарини аниқлаймиз. (2) формула билан аниқланадиган амплитуданинг бирор нуқтада максимум бўлиши учун, ўша нуқтада

$$\left|\cos\left(2\pi \frac{y}{\lambda}\right)\right| = 1$$

бўлиши керак; бу нуқталарда, (2) бўйича,

$$A = 2a.$$

Бундан, дўнгликларнинг ўрни қуйидаги шартдан аниқланади:

$$2\pi \frac{y}{\lambda} = \pm k\pi,$$

бунда $k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots$. Демак, дўнгликларнинг координаталари:

$$y = \pm k \frac{\lambda}{2}, \tag{3}$$

бунда $k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots$.

Қўшни дўнгликлар орасидаги масофани аниқлаш учун, k нинг икки кетма-кет қийматлари учун y нинг (3) формуладан аниқланган қийматлари айирмасини оламиз:

$$y_{k+1} - y_k = \frac{\lambda}{2},$$

яъни қўшни дўнгликлар орасидаги масофа, бир-бири билан интерференциялашиб турғун тўлқин ҳосил қилувчи тўлқинларнинг ярим тўлқин узунлигига тенг. Мутлақо равшанки, дўнгликлар бўлаётган жойларда ҳар икки тўлқиннинг тебранишлари доим бир фазада бўлади.

Тугунларда натижавий тебранишнинг амплитудаси нолга тенг, бундан, (2) формула бўйича, тугунларнинг ҳосил бўлиш шарти:

$$\cos\left(2\pi\frac{y}{\lambda}\right) = 0 \text{ ёки } 2\pi\frac{y}{\lambda} = \pm(2k+1)\frac{\pi}{2},$$

демак, тугунларнинг координаталари:

$$y = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{4} \tag{4}$$

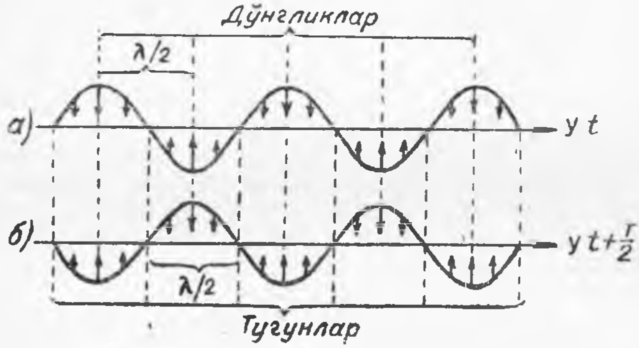
бўлади, бинобарин, тугундан энг яқин дўнгликкача бўлган масофа

$$(2k+1)\frac{\lambda}{4} - k\frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{4}$$

бўлади, яъни тугунлар ва дўнгликлар бир-биридан тўлқин узунлигининг тўртдан бири қадар узоқликда жойлашган бўлади. Тугунлар ҳар икки тўлқиндаги тебранишлар доим қарама-қарши фазаларда бўладиган жойларда ҳосил бўлади.

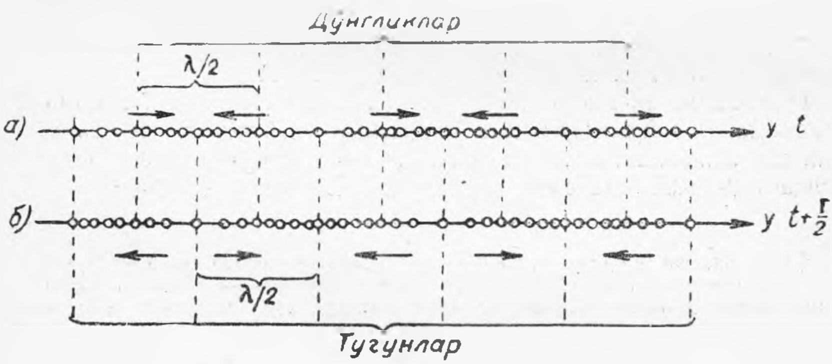
(1) формулага кўра ҳамма нуқталарда натижавий тебранишлар гўё нуқталарнинг ўрнига боғлиқ бўлмаган фаза билан содир бўлаётгандек бўлиб кўринса ҳам ($\cos 2\pi\nu t$ кўпайтувчи y га боғлиқ эмас), ҳақиқатда тугундан ўтишда тебраниш фазаси қарама-қаршисига ўзгаришини айтиб ўтиш муҳимдир. Бу хулоса амплитудаларни аниқловчи $\cos\left(2\pi\frac{y}{\lambda}\right)$ кўпайтувчи ноль қийматдан (тугундан) ўтишда *ишорасини ўзгартиришидан* келиб чиқади; бунинг натижасида, агар тугуннинг бир томонида силжиш x вақтнинг бирор пайтида мусбат бўлса, тугуннинг иккинчи томонида у шу вақтнинг ўзида манфий бўлади.

Вақтнинг берилган бир пайтида $\cos 2\pi\nu t$ кўпайтувчи барча нуқталар учун бирдай қийматга эга бўлгани сабабли *икки тугун орасидаги* барча нуқталар бирдай фазада тебранади, яъни улар максимал силжиш нуқталарига бир вақтда етиб келади, мувозанат вазиятлардан бир вақтда ўтади ва ҳоказо. Бир тугуннинг икки томонида ётган нуқталар қарама-қарши фазаларда тебранади, яъни улар энг катта, лекин қарама-қарши ишорали силжишларга бир вақтда эга бўлади, мувозанат вазиятлардан қарама-қарши йўналишлардаги тезликлар билан бир вақтда ўтади ва ҳоказо. Кўндаланг турғун тўлқин тарқалаётганда нуқталар тебранишларининг схемаси 277-*а* ва *б* расмда тасвирланган; унда тебранувчи нуқталарнинг вақтнинг бир-бирдан ярим даврга фарқ қилувчи иккита пайтдаги ўринлари кўрсатилган.



277-расм. Кўндаланг турғун тўлқиндаги тебранишлар схемаси.

Бўйлама турғун тўлқинда нуқталарнинг силжиши y ўқига параллел бўлади. 278-*а* ва *б* расмда нуқталарнинг бўйлама турғун тўлқинда вақтнинг бир-биридан ярим даврга фарқ қилувчи иккита



278-расм. Бўйлама турғун тўлқиндаги тебранишлар схемаси.

пайтидаги жойлашиши кўрсатилган. Биз расмлардан кўрамизки, тебранувчи нуқталарнинг тезликлари нолга тенг бўлган тугунларда муҳитнинг зичлиги энг кескин ўзгаради: зарралар гоҳ тугунга икки томондан яқинлашади, гоҳ ундан- узоқлашади.

Турғун тўлқинлар, одатда, олдинга борувчи ва орқага қайтган тўлқинларнинг ўзаро интерференциялашишидан ҳосил бўлади.

Масалан, агар арқоннинг бир учи маҳкам боғлаб қўйилса, арқон боғлаб қўйилган жойдан қайтган тўлқин олдига бораётган тўлқин билан интерференциялашиб турғун тўлқинни ҳосил қилади. Кўзғалмас бўлиб қоладиган тугун нуқталар бир-биридан бораётган тўлқиннинг ярим тўлқин узунлиги қадар масофада бўлади; арқон маҳкамлаб қўйилган жойда, яъни тўлқин қайтадиган чегарада, тугун вужудга келади.

Умуман айтганда, қайтиш чегарасида ё тугун, ёки дўнглик вужудга келиши мумкин; бу эса муҳитлар зичликлари орасидаги муносабатга боғлиқ. Агар тўлқинни қайтараётган муҳит тўлқин тарқалаётган муҳитдан зичроқ бўлса, чегарада тугун вужудга келади. Агар тўлқинни қайтараётган муҳит тўлқин тарқалаётган муҳитдан сийракроқ бўлса, чегарада дўнглик вужудга келади.

Зичроқ муҳитдан қайтиш чегарасида тугуннинг вужудга келишига тўлқиннинг зичроқ муҳитдан қайтаётиб қайтиш жойида ўз фазасини қарама-қарши фазага алмаштириши сабаб бўлади; бу вақтда чегарада қарама-қарши йўналишдаги тебранишлар қўшилади, бу эса тугунни вужудга келтиради.

Бу фактни, фаза ярим тўлқин узунлигига тенг масофада қарама-қарши фазага алмашадиган бўлгани учун, „ярим тўлқин йўқотиш" деб аташ қабул қилинган.

Тўлқин сийракроқ муҳитдан қайтганида қайтиш жойида ўз фазасини ўзгартмайди, шунинг учун ярим тўлқин йўқотилмайди. Шу туфайли чегарада тушувчи ва қайтувчи тўлқинларнинг фазалари бирдай бўлади; бу ерда бирдай фазали тебранишларнинг қўшилиши натижасида дўнглик вужудга келади.

Тўлқиннинг зичроқ муҳит чегарасидан қайтганида ўз фазасини ўзгартиши ва сийракроқ муҳит чегарасидан қайтганида ўз фазасини сақлаши эластиклик назариясида икки эластик муҳит чегарасидаги умумий чегаравий шартлар асосида исбот қилинади.

§ 111. Эластик муҳитда тебранишлар тарқалишининг динамикаси. Муҳит ичида тарқалиши мумкин бўлган тўлқинларнинг тури муҳитнинг эластик хоссаларига боғлиқ эканлиги юқорида кўрсатиб ўтилган эди. Муҳитнинг эластик деформацияларини вужудга келтирувчи силжишлар ҳосил қилган тебранишларгина тарқала олади. Фақат сиқилиш деформациясигина юз бера оладиган муҳитда (суюқликда, газда) бўйлама тўлқинлар тарқалади; сиқилиш деформацияси ҳам, силжиш деформацияси ҳам юз бера оладиган муҳитда бўйлама тўлқинлар ҳам, кўндаланг тўлқинлар ҳам тарқала олади. Ҳозирча фақат бўйлама тўлқиннигина текширамиз.

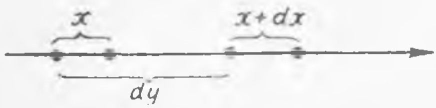
Туташ муҳитга тегишли бўлган ва бўйлама тўлқин тарқалаётган бир тўғри чизиқда ётган бир неча нуқта оламиз.

Бу тўғри чизиқда ётувчи бирор нуқтанинг мувозанат вазиятдан силжишини x билан белгилаймиз. Нуқталар орасидаги шу тўғри чизиқ бўйлаб ўлчанган масофаларни y орқали белгилаймиз.

Мувозанат вазиятлари бир-биридан dy масофада жойлашган икки нуқтани оламиз. Бу нуқталарнинг ўз мувозанат вазиятларидан силжиши мос равишда

x ва $x + dx$ га тенг бўлсин (279-расм). Демак, dy масофада нуқталарнинг силжиши dx га ўзгаради.

Силжиш ўзгариши dx нинг нуқталар орасидаги дастлабки dy масофага нисбатини, яъни dx/dy катталикни *нисбий деформация* деб атаймиз ва уни s харфи билан белгилаймиз, у ҳолда:



279-расм. Бўйлама тўлқиннинг тарқалиш тезлиги ифодасини келтириб чиқаришга доир.

$$s = \frac{dx}{dy}. \tag{1}$$

$s = \frac{dx}{dy} > 0$ бўлганда, нуқталар орасидаги масофа ортаётган бўлади; бу муҳитнинг чўзилиши демакдир.

$s = \frac{dx}{dy} < 0$ бўлганда, нуқталар орасидаги масофа қисқараётган бўлади, яъни муҳит *сиқилган* бўлади.

Тўлқиннинг

$$x = a\cos\omega\left(t - \frac{y}{V}\right) \tag{2}$$

тенгламасини эътиборга олиб (бунда ω — доиравий частота, V — тўлқиннинг тарқалиш тезлиги), dx/dy нисбий деформация билан тебранувчи нуқталарнинг dx/dt тезлиги орасидаги богланишни аниқлаш мумкин; ҳақиқатан ҳам нуқталарнинг тезлигини v ҳарфи билан белгилаб,

$$v = \dot{x} = \frac{dx}{dt} = -a\omega\sin\omega\left(t - \frac{y}{V}\right)$$

ифодага эга бўламиз.

Нисбий деформация s:

$$s = x' = \frac{dx}{dy} = \frac{a\omega}{V}\sin\omega\left(t - \frac{y}{V}\right).$$

Охирги икки ифодани таққослаб,

$$\frac{dx}{dt} = -V\frac{dx}{dy}$$

ифодани ҳосил қиламиз. Бундан кўринадики, муҳитнинг dx/dy деформацияси, абсолют қиймати бўйича, тебранувчи зарраларнинг тезлиги энг катта бўлган нуқталарда, яъни нуқталарнинг мувозанат вазиятдан ўтаётганидаги соҳада энг катта бўлади.

Тўлқин тенгламаси (2) дан бизга кейинчалик керак бўладиган яна битта муносабатни келтириб чиқариш мумкин, x дан t вақт ва y координата бўйича иккинчи тартибли ҳосилаларни оламиз:

$$\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} = -a\omega^2\cos\omega\left(t - \frac{y}{V}\right); \quad x'' = \frac{d^2x}{dy^2} = -\frac{a\omega^2}{V^2}\cos\omega\left(t - \frac{y}{V}\right),$$

бундан:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = V^2\frac{d^2x}{dy^2}, \tag{3}$$

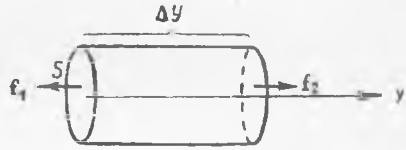
яъни силжишдан вақт бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосила силжишдан координата бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосилага пропорционалдир; бунда тўлқиннинг тарқалиш тезлиги V нинг квадрати пропорционаллик коэффициенти вазифасини ўтайди.

Тўлқин тенгламаси (2) ни дифференциаллаб, (3) тенгламани ҳосил қилдик. Аксинча, (2) тенглама билан ифодаланувчи косинусоидага мос келувчи соф даврий тўлқин дифференциал (3) тенгламани қаноатлантиради.

Бироқ, ҳақиқатда бир қатор бошқа функциялар ҳам (3) дифференциал тенгламанинг ечими бўлади. Бу функциялар ихтиёрий шаклдаги тўлқин процессларининг муҳитда V тезлик билан тарқалишини ифодалайди.

Шундай қилиб, (3) дифференциал тенглама тўлқин процесси тарқалишининг энг умумий ифодасидир; у *тўлқиннинг дифференциал тенгламаси* деб аталади.

Тўлқиннинг эластик муҳитда тарқалиш тезлигини аниқлаш учун Гук қонунидан фойдаланамиз.



280-расм. Бўйлама тўлқиннинг тарқалиш тезлиги ифодасини келтириб чиқаришга доир.

Туташ муҳитдаги деформация учун аниқланган Гук қонуни (§ 89 га қаранг) эластик куч муҳитнинг *нисбий деформациясига* пропорционал бўлишлигини кўрсатади. Агар, масалан, туташ муҳитнинг dx катталикка чўзилган ёки сиқилган dy узунликдаги ва S кўндаланг кесимли бўлагини олсак, Гук қонунига кўра, эластик куч қуйидагига тенг бўлади:

$$f = \frac{1}{\alpha}\frac{dx}{dy}S,$$

бунда α — эластиклик коэффициенти.

y ўқи бўйича бўйлама тўлқин тарқалаётган туташ муҳитда фикран ажратиб олинган бўлакка қандай кучлар таъсир қилишини кўрайлик. Муҳитда фикран цилиндрик ҳажм ажратамиз: цилиндрнинг ясовчиси y ўқига параллел ва Δy узунликка эга, цилиндрнинг кўндаланг кесими S га тенг бўлсин. Биз текшириш ўтказаётган пайтдаги бу ҳажм бўлаги цилиндрнинг асосларига қўйилган f_1 ва f_2 кучлар таъсирида чўзилган бўлсин (280-расм). y ўқининг бошини цилиндрнинг чап асосида оламиз, у ҳолда f_1 куч, Гук қонунига кўра, қуйидагига тенг:

$$f_1 = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{dx}{dy}\right)_0 S,$$

бундаги 0 индекс нисбий dx/dy деформация $y = 0$ қиймат учун, яъни цилиндрнинг чап асосидаги нуқталар учун ҳисобланаётганини кўрсатади.

Ўнг асосга қўйилган куч, ўша қонунга кўра, қуйидагига тенг:

$$f_2 = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{dx}{dy}\right)_{\Delta y} S,$$

бунда dx/dy ўнг асоснинг нуқталари учун ҳисобланади.

Бирор $F(y)$ функциядан иборат бўлган dx/dy катталикни Маклорен қаторига ёйиш мумкин:

$$F(y) = F(0) + F'(0)\Delta y + \ldots$$

Δy га нисбатан биринчи тартибли кичик миқдорлар билан чегараланиб,

$$\left(\frac{dx}{dy}\right)_{\Delta y} = \left(\frac{dx}{dy}\right)_0 + \left[\frac{d}{dy}\left(\frac{dx}{dy}\right)\right]_0 \Delta y$$

ифодани ҳосил қиламиз.

f_1 ва f_2 кучлар қарама-қарши томонларга йўналган бўлганлигидан, ҳажм элементига уларнинг айирмасига тенг бўлган куч таъсир қилади:

$$f = f_2 - f_1 = \frac{1}{\alpha}\left[\left(\frac{dx}{dy}\right)_{\Delta y} - \left(\frac{dx}{dy}\right)_0\right]S = \frac{1}{\alpha}\cdot\frac{d^2x}{dy^2}\Delta y\, S.$$

Бу кучнинг таъсирида ҳажм бўлаги $\frac{d^2x}{dt^2}$ тезланиш олади; бу тезланиш, Ньютоннинг иккинчи қонунига кўра, таъсир қилаётган кучнинг бўлак m массасига нисбатига тенг; бўлакнинг массаси муҳитнинг ρ зичлиги билан бўлакнинг ҳажми ΔyS нинг кўпайтмасига тенг. Бинобарин:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{\alpha\rho\Delta yS}\cdot\frac{d^2x}{dy^2}\Delta yS$$

ёки

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{\alpha\rho}\frac{d^2x}{dy^2}. \tag{4}$$

Бу (4) формула силжишдан вақт бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосила d^2x/dt^2 билан силжишдан координата бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосила d^2x/dy^2 орасидаги боғланишни ифодалайди. Бундай боғланишни биз юқорида (3) формула кўринишида келтириб чиқарган эдик, у ердаги V катталик тўлқиннинг тарқалиш тезлиги эди. Бу икки ифодани таққослаб, бўйлама тўлқинларнинг тарқалиш тезлиги муҳитнинг зичлиги ва эластиклик коэффициенти орқали қуйидагича ифодаланишини кўрамиз:

$$V^2 = \frac{1}{\alpha\rho} \text{ ёки } V = \sqrt{\frac{1}{\alpha\rho}}. \tag{5}$$

Айрим олинган цилиндрик ҳажм учун эластиклик коэффициенти $\alpha = \frac{1}{E}$, бунда E — Юнг модули (§ 89 га қаранг); бу боғланиш (5) формулани қуйидагича ёзиш имконини беради:

$$V = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \tag{5a}$$

бу эса 463-бетда келтирилган формула билан тамомила бир хилдир.

Бироқ чексиз муҳитдаги сиқилаётган ёки чўзилаётган ҳажм бўлагига шу вақтнинг ўзида ён томондаги қўшни бўлаклардан ҳам сиқувчи ёки чўзувчи кучлар таъсир қилади. Шунинг учун эластиклик коэффициенти α билан Юнг модули орасидаги боғланиш мураккаброқ

$$\alpha = \frac{(1+\sigma)(1-2\sigma)}{(1-\sigma)E}$$

кўринишга эга бўлади, бунда σ — Пуассон коэффициенти (§ 89 га қаранг). Шунга кўра, бўйлама тўлқинларнинг туташ эластик муҳитда тарқалиш тезлиги қуйидагига тенг:

$$V = \sqrt{\frac{1-\sigma}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}\cdot\frac{E}{\rho}}. \tag{5б}$$

Пуассон коэффициенти 1/4 га яқин сон бўлгани учун $\frac{1-\sigma}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}$ кўпайтувчи 1 га яқин бўлади ва туташ муҳит учун ҳам (5а) формуладан тақрибан фойдаланиш мумкин. **Шундай қилиб,** ***бўйлама тўлқинларнинг эластик*** *муҳитда тарқалиш тезлиги Юнг модулининг квадрат илдизига тўғри пропорционал ва муҳит зичлигининг квадрат илдизига тескари пропорционал экан.*

Шу йўсинда *кўндаланг* тўлқинларнинг эластик муҳитда тарқалиш тезлиги

$$V=\sqrt{\frac{N}{\rho}} \tag{6}$$

бўлишини исбот қилиш мумкин, бунда N — силжиш модули.

Бу формула 463-бетда келтирилган формула билан бир хилдир.

§ 112. Тўлқин энергияси. y ўқи бўйлаб тарқалаётган ва

$$x=a\cos\omega\left(t-\frac{y}{V}\right) \tag{1}$$

тенглама билан ифодаланувчи тўлқинни кўз олдига келтирайлик.

Муҳитнинг бу тўлқин тарқалаётган бўлагидаги энергия кинетик энергия E_k ва потенциал энергия E_p дан иборат. Муҳитнинг бу бўлагининг ҳажми τ бўлсин; унинг массасини m билан ва ундаги зарралар силжишининг тезлигини v билан белгилаймиз; у ҳолда кинетик энергия

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2$$

бўлади; $m=\rho\tau$ бўлишини эътиборга олиб (бунда ρ — муҳитнинг зичлиги) ва (1) дан тезлик ифодасини топиб:

$$v=\frac{dx}{dt}=-a\omega\sin\omega\left(t-\frac{y}{V}\right),$$

кинетик энергия ифодасини

$$E_k=\frac{1}{2}\rho\tau a^2\omega^2\sin^2\omega\left(t-\frac{y}{V}\right) \tag{2}$$

кўринишда ёзамиз.

$\Delta L/L$ нисбий деформацияга эга бўлган қаттиқ жисмнинг потенциал энергияси, § 89 да келтириб чиқарилганига кўра [(6) формула], қуйидагига тенг:

$$E_p=\frac{1}{2}\left(\frac{ES}{L}\right)\cdot\Delta L^2.$$

Юнг модули E ўрнига эластиклик коэффициенти $\alpha=\frac{1}{E}$ ни қўйиб ва ўнг томонни L га ҳам кўпайтириб, ҳам бўлиб,

$$E_p=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\alpha}\right)\left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2\cdot LS$$

ифодани ҳосил қиламиз.

Бу ердаги LS кўпайтма деформацияланаётган жисмнинг ҳажми τ ни ифодалайди; $\Delta L/L$ нисбий деформацияни dx/dy

шаклда ифодалаш мумкин; бунда dx бир-биридан dy масофадаги нуқталар силжишларининг айирмаси; у ҳолда:

$$E_p = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\alpha}\right)\left(\frac{dx}{dy}\right)^2 \tau.$$

(1) дан dx/dy нинг

$$\frac{dx}{dy} = \frac{a\omega}{V}\sin\omega\left(t - \frac{y}{V}\right)$$

ифодасини топиб, потенциал энергиянинг ифодасини

$$E_p = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\alpha}\right)\frac{a^2\omega^2\tau}{V^2}\sin^2\omega\left(t - \frac{y}{V}\right) \qquad (3)$$

кўринишда ёзамиз.

(2) ва (3) ифодаларни таққослаб биз, кинетик энергия ҳам, потенциал энергия ҳам бир фазада ўзгаришини, яъни улар максимумга ҳам, минимумга ҳам бир вақтда эришишларини кўрамиз. Бу билан тўлқин бўлагининг энергияси алоҳида нуқтанинг тебраниш энергиясидан кескин фарқ қилади. Алоҳида нуқта тебранаётганда, кинетик энергия максимум бўлса, потенциал энергия минимум бўлади ва аксинча. Бу вақтда энергиянинг умумий запаси ўзгармас бўлади. Муҳитда тебранишлар бўлаётганда муҳитнинг ҳар бир бўлаги ўз атрофидаги муҳит билан боғланган бўлади ва энергия муҳитнинг бир бўлагидан иккинчи бўлагига ўта олади. Шунинг учун муҳитнинг тўлқин тарқалаётган бўлагидаги тўла энергия ўзгармас бўлмайди.

(2) ва (3) ифодаларни ўзаро қўшиб, муҳит ҳажмининг τ бўлагидаги тўла энергия E ни топамиз:

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\alpha V^2} + \rho\right) a^2\omega^2\tau \sin^2\omega\left(t - \frac{y}{V}\right).$$

§ 111 даги (5) формулага асосан эластик муҳитда тўлқинларнинг тарқалиш тезлиги

$$V = \sqrt{\frac{1}{\alpha\rho}}$$

бўлгани учун, тўла энергия E нинг ифодасини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$E = \rho a^2\omega^2\tau \sin^2\omega\left(t - \frac{y}{V}\right). \qquad (4)$$

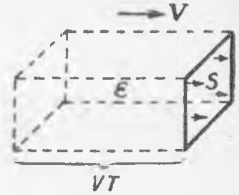
Демак, *тўлқин бўлагининг энергияси тебраниш амплитудасининг квадратига, частотанинг квадратига ва муҳитнинг зичлигига пропорционалдир*

Муҳокамага энергия зичлиги ε тушунчасини киритамиз; бу — τ ҳажм бўлагидаги энергиянинг шу ҳажмнинг катталигига нисбатидир:

$$\varepsilon = \frac{E}{\tau}\rho a^2\omega^2 \sin^2\omega\left(t - \frac{y}{V}\right). \qquad (5)$$

Берилган нуқтадаги энергия зичлиги, шу нуқтадаги энергиянинг ўзи каби ўзгарувчандир. Ярим давр вақт ўтгач, энергия зичлиги ўзининг дастлабки қийматига эришади. Синус квадратининг бир давр ичидаги ўртача қиймати 1/2 га тенг бўлгани учун, (5) га асосан, энергия зичлигининг ўртача қиймати:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}\rho a^2 \omega^2. \quad (6)$$



281-расм. T вақт ичида S юз орқали VTS устунча ҳажмидаги энергия оқиб ўтади.

Энергиянинг муҳитнинг маълум бир бўлагида туриб қолмаслиги ва муҳит ичида бир жойдан иккинчисига кўчиб туриши сабабли, *энергия оқими* тушунчасини киритиш мумкин. Маълум бир сирт орқали энергия оқими деб, шу сирт орқали бирлик вақтда оқиб ўтадиган энергия миқдорига сон жиҳатдан тенг бўлган катталикка айтамиз.

Тўлқиннинг тарқалиш тезлиги V га тик бўлган S сиртни олиб қарайлик; бу сирт орқали T даврга тенг вақт ичида оқиб ўтган энергия миқдори, S кўндаланг кесимли ва VT узунликдаги устунча ичидаги энергияга тенг бўлади (281-расм); бу энергия миқдори бир давр учун олинган ўртача энергия зичлиги $\bar{\varepsilon}$ билан устунчанинг VTS ҳажмининг кўпайтмасига тенг:

$$E = \bar{\varepsilon} \cdot VTS.$$

Бу ифодани T вақтга, яъни E энергиянинг S сирт орқали оқиб ўтиши учун кетган вақтга бўлиб, ўртача энергия оқими $\bar{P}$ ни ҳосил қиламиз:

$$\bar{P} = \bar{\varepsilon} \cdot VS. \quad (7)$$

Бу ерга (6) дан $\bar{\varepsilon}$ нинг қийматини келтириб қўйсак:

$$\bar{P} = \frac{1}{2}\rho a^2 \omega^2 VS$$

бўлади.

Демак, *тебранишлар тарқалаётган йўналишга тик жойлашган сирт орқали ўтадиган ўртача энергия оқими энергиянинг ўртача зичлиги билан тўлқин тарқалиш тезлигининг ва сирт катталигининг кўпайтмасига тенг.*

Бирлик юздан бирлик вақт ичида оқиб ўтувчи энергия миқдори $\bar{U}$ *оқим зичлиги* дейилади. Бу таърифга кўра, $\bar{U} = \frac{\bar{P}}{S}$ бўлгани учун, (7) формуладан фойдаланиб ёза оламиз:

$$\bar{U} = \bar{\varepsilon} \cdot V, \quad (8)$$

яъни *оқим зичлиги ўртача энергия зичлиги билан тўлқин тарқалиш тезлигининг кўпайтмасига тенг.*

Тезлик V вектор бўлгани учун, энергия оқими зичлигини ҳам тўлқин тарқалаётган томонга йўналган вектор деб қараш мумкин. Бундай векторни биринчи бўлиб, Москва университетининг профессори Н. А. Умов (1845—1915) киритган ва у, *Умов вектори* деб аталади.

Агар биз нуқтавий манбадан тарқалаётган сферик тўлқинга эга бўлсак, бу ҳолда энергия оқимининг ўртача зичлиги манбагача бўлган масофанинг квадратига тескари пропорционал бўлишини кўрсатамиз.

Нуқтавий тебраниш манбани оламиз ва маркази шу манбада бўлган R радиусли сфера чизамиз. Тўлқин ва у билан боғланган энергия радиуслар буйича, яъни сфера сиртига тик йўналишларда тарқалади. T давр ичида сферанинг сирти орқали $\overline{P}T$ га тенг энергия оқиб ўтади; бунда $\overline{P}$ — сфера орқали ўтаётган энергия оқими. Агар бу энергияни сфера сиртининг катталигига ва вақтга бўлсак, оқим зичлиги $\overline{U}$ ни оламиз:

$$\overline{U} = \frac{\overline{P} \cdot T}{4\pi R^2 T} = \frac{\overline{P}}{4\pi R^2}.$$

Тебранишлар муҳитда ютилмаётган ҳолдаги стационар тўлқин процессда энергиянинг $\overline{P}$ ўртача оқими ўзгармас бўлганлиги ва қандай радиусли сфера ўтказилишига боғлиқ бўлмаганлиги учун, энг кейинги муносабат *энергия оқимининг ўртача зичлиги нуқтавий манбагача бўлган масофанинг квадратига тескари пропорционал бўлишини кўрсатади.*

Юқорида чиқарилган муносабат, айтиб ўтилганидек, муҳит тўлқинни ютмаганида тўғри бўлади; бошқача айтганда, юқоридаги муҳокамада тўлқин процесснинг энергияси бошқа бир кўринишдаги энергияга айланмайди, деб фараз қилинган эди. Бироқ, ҳақиқатда муҳитдаги тебранма ҳаракатнинг энергияси одатда қисман ички энергияга айланади. Бунга ҳар қандай механик муҳитда мавжуд бўлган ички ишқалиш сабаб бўлади. Тўлқиннинг ўзи билан олиб кетаётган тўла энергия миқдори ундан манбагача бўлган масофага боғлиқ бўлади; тўлқин сирти манбадан узоқлаша борган сари унинг энергияси камая боради. Энергия амплитуданинг квадратига пропорционал бўлганлиги учун, манбадан узоқлашган сари амплитуда ҳам кичиклаша боради. Амплитуданинг камайиш қонунини аниқлаш учун, dy қалинликдаги қатламдан ўтиш натижасида амплитуданинг $-\frac{da}{a}$ нисбий камайиши қатламнинг dy қалинлигига пропорционал бўлади деб фараз қиламиз, яъни қуйидаги тенгламани ёзамиз:

$$-\frac{da}{a} = \varkappa\, dy,$$

бунда $\varkappa$ — муҳитнинг табиатига боғлиқ бўлган ўзгармас катталик. Равшанки, бу ифодани қуйидагича ёзиш ҳам мумкин:

$$d(\ln a) = -d(\varkappa y).$$

Агар икки катталикнинг дифференциаллари бир-бирига тенг бўлса, у катталикларнинг ўзлари бир-биридан ихтиёрий аддитив ўзгармас C катталикка фарқ қилади, бундан:

$$\ln a = -\varkappa y + C;$$

C ўзгармасни аниқлаш учун $y = 0$ деб оламиз ва бундан $\ln a_0$ сон жиҳатдан C га тенг эканлигини топамиз, демак:

$$\ln a = \ln a_0 - \varkappa y, \quad \text{бундан} \quad a = a_0 e^{-\varkappa y}. \tag{9}$$

Бу ифода, тўлқин y ўқи бўйича тарқала борган сари, амплитудани камая бориш қонунини беради; a_0 — амплитуданинг $y = 0$ бўлгандаги қийматидир.

Тебранишларни ютадиган муҳитдаги ясси тўлқиннинг тенгламаси, (9) формулага асосан, қуйидагича бўлади:

$$x = a_0 e^{-\varkappa y} \cdot \cos \omega \left(t - \frac{y}{V}\right). \tag{10}$$

Яна, энергиянинг масофа ошган сари камайиб бориш қонунини аниқлаймиз. Энергиянинг $y = 0$ бўлган жойидаги ўртача зичлигини $\overline{\varepsilon}_0$ билан, y масофадаги ўртача энергия зичлигини $\overline{\varepsilon_y}$ билан белгилаймиз, у ҳолда, (6) ва (9) муносабатларга асосан:

$$\overline{\varepsilon_y} = \overline{\varepsilon_0} e^{-2\varkappa y}. \tag{11}$$

$2\varkappa$ ни k билан белгилаб, (11) формулани қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\overline{\varepsilon y} = \overline{\varepsilon_0} e^{-ky}. \tag{11a}$$

Бу ердаги k *ютилиш коэффициенти* дейилади.

§ 113. Допплер ҳодисаси. Бирор манбадан чиқаётган тебранишларни қандайдир асбоб қайд қилаётган бўлса ва асбоб билан манба бир-бирига нисбатан ҳаракатланаётган бўлса, манбадан чиқаётган тебранишлар билан қайд қилинаётган тебранишлар орасида қандай боғланиш бор, деган масалани текширамиз. Аммо, тебранишнинг манбадан асбобгача тўлқинлар кўринишида тарқала олиши учун, уларнинг ҳар иккиси ҳам туташ эластик муҳитда жойлашган бўлиши керак. A манбадан T даврли тебранишлар чиқаётган деб фараз қиламиз, у ҳолда бирлик вақт ичида чиқарилган тебранишлар сони $\nu = \frac{1}{T}$ га тенг. Бирор асбоб тебранишларни қабул қилаётган бўлсин; вақт бирлигида асбоб қабул қилган тебранишлар сонини ν' орқали белгилаймиз. Асбоб ва манбанинг тебранишлар тарқалаётган муҳитга нисбатан ҳаракатининг турли ҳоллари учун ν' ва ν орасидаги боғланишни текширамиз. Соддалик учун, бу ҳаракатлар манба билан асбобни туташтирувчи тўғри чизиқ бўйича бўлаётир, деб фараз қиламиз.

Биз ишлатадиган формулаларда манба ва асбоб тезликлари ишораларини белгилашнинг муайян қоидасидан фойдаланамиз. Агар манба асбобга яқинлашаётган бўлса, унинг муҳитга нисбатан u тезлигини мусбат деб ҳисоблаймиз. Агар манба асбобдан узоқлашаётган бўлса, унинг тезлигини манфий деб ҳисоблаймиз. Асбобнинг муҳитга нисбатан v тезлигининг ишорасини белгилашда ҳам шунга ўхшаш қоидани қўллаймиз: асбоб манбага яқинлашаётган бўлса, унинг тезлигини мусбат деб ҳисоблаймиз, узоқлашаётган бўлса, манфий деб ҳисоблаймиз. Тебранишларнинг муҳитда тарқалиш тезлигини v ҳарфи билан белгилаймиз.

Биринчи ҳолни кўрамиз: *қайд қилувчи А асбоб ва В манба муҳитга нисбатан ҳаракат қилмайди,* $u = 0$; $v = 0$. Агар тебранишлар асбоб олдидан узлуксиз равишда ўтиб турган бўлса, у ҳолда бирлик вақт ичида неча тўлқин унинг олдидан ўтса, у шунча тебранишни қабул қилади. Тўлқин бирлик вақт ичида V масофани босиб ўтганлигидан, асбоб қабул қилган тебранишлар сони қуйидагига тенг:

$$\nu' = \frac{V}{\lambda} = \frac{V}{VT} = \frac{1}{T} = \nu.$$

яъни биз табиий натижани олдик: бирлик вақт ичида асбоб қабул қилган тебранишлар сони бирлик вақт ичида манба чиқарган тебранишлар сонига тенг.

Иккинчи ҳол: қайд қилувчи асбоб муҳитга нисбатан v тезлик билан ҳаракатланади; манба қўзғалмас, яъни $u = 0$.

Дастлаб, асбоб манбага томон ҳаракатланяпти, деб фараз қиламиз, яъни белгиланган қоидага кўра $v > 0$. Бу ҳолда асбоб орқали бирлик вақт ичида ўтган тўлқинлар сони тўлқин тарқалаётган муҳитга нисбатан тинч турган асбоб орқали ўтган тўлқинлар сонидан кўпроқ бўлади. Ҳақиқатан ҳам, асбоб тўлқинларга қарши ҳаракатланаётганлиги сабабли, бу ҳол тўлқинлар асбобга нисбатан тўлқиннинг V тезлиги билан асбобнинг v тезлиги йиғиндисига тенг тезлик билан ҳаракатланаётгандаги ҳолга эквивалентдир. Асбоб олдидан бирлик вақт ичида ўтган тўлқинлар сони қуйидагича:

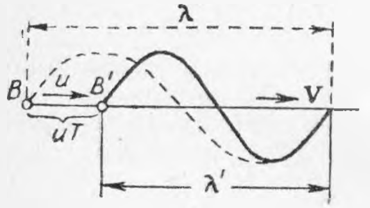
$$\nu' = \frac{V+v}{\lambda} = \frac{V+v}{VT},$$

$\frac{1}{T} = \nu$ бўлгани учун:

$$\nu' = \left(1 + \frac{v}{V}\right)\nu, \tag{1}$$

яъни асбоб қабул қилган тўлқинлар сони манба чиқарган тўлқинлар сонидан $\left(1 + \frac{v}{V}\right)$ марта катта.

Агар асбоб манбадан узоқлашаётган бўлса, ишоралар ҳақида қабул қилинган қоидага кўра, $v < 0$. Асбоб қабул қилган тебранишлар сони ν' бу ҳолда ҳам (1) формула билан ифодаланади, лекин v/V нисбат нолдан кичик бўлганлиги сабабли, ν' ҳам ν дан кичик бўлади, яъни асбоб қабул қилган тебранишлар сони манбадан чиққан тебранишлар сонидан кичикроқ бўлади.



282-расм. Манба тўлқин тарқалаётган йўналишда ҳаракат қилганда тўлқин узунлигининг қисқариши.

Асбоб ёки манба муҳитга нисбатан ҳаракатланганда, асбоб қайд қилган тебранишлар сонининг ўзгариши *Допплер ҳодисаси* деб аталади.

Агар асбобнинг v тезлиги тўлқиннинг тезлигига тенг бўлса, асбоб тўлқин билан бирга ҳаракатланади ва унинг бирлик вақт ичида қабул қилган тебранишлари сони нолга тенг бўлади. Агар асбобнинг тезлиги тўлқинларнинг тезлигидан катта бўлса, тўлқинлар асбобдан орқада қолади. Асбоб тўлқинларни гўё улар қарши томондан келаётгандек қайд қилади.

Энди учинчи ҳолни кўрамиз: манба муҳитга нисбатан u тезлик билан ҳаракатланади; қайд қилувчи асбоб қўзғалмас, яъни $v = 0$.

Дастлаб, манба асбоб томонга ҳаракатланяпти, деб фараз қиламиз: $u > 0$.

Тебранишларнинг тарқалиш тезлиги фақат муҳитнинг хоссаларигагина боғлиқ бўлганидан, манбанинг муҳитга нисбатан ҳаракат қилиш-қилмаслигидан қатъи назар, бир даврда тебраниш олдинга қараб тўлқин узунлиги λ қадар масофага тарқалади; лекин шу вақт ичида манба тўлқин билан бир йўналишда uT масофани босиб ўтади (282-расм), натижада тўлқин узунлиги қуйидагига тенг бўлиб қолади:

$$\lambda' = \lambda - uT = VT - uT = (V - u)T.$$

Тўлқин узунлиги қисқаргани сабабли, асбоб қабул қилган тебранишлар сони ортади ва қуйидагига тенг бўлади:

$$\nu' = \frac{V}{\lambda} = \frac{V}{(V-u)T} \text{ ёки } \nu' = \frac{V}{V-u}\nu, \tag{2}$$

яъни асбобнинг бирлик вақт ичида қабул қилган тебранишлар сони $\frac{V}{V-u}$ нисбатда ортади.

Агар манба асбобдан узоқлашаётган бўлса ($u < 0$), тўлқин узунлиги $\Delta\lambda = uT$ қадар *катталашади,* бунинг натижасида асбоб қабул қилган тебранишлар сони камаяди: $\nu' < \nu$.

Тўртинчи, энг умумий ҳолда қайд қилувчи асбоб ва манба бир вақтда тўлқин тарқалаётган муҳитга нисбатан ҳаракат қилади ($u \neq 0$ ва $v \neq 0$), *деб фараз қиламиз.*

Манбанинг ҳаракатланиши натижасида, ундан чиқувчи тўлқиннинг узунлиги ўзгаради ва қуйидагига тенг бўлади:

$$\lambda' = \lambda - uT.$$

Асбоб ҳаракатланаётганлиги сабабли у вақт бирлигида қабул қилган тебранишлар сони $\frac{V+v}{V}$ марта ўзгаради; бу икки сабаб натижасида, асбоб қабул қилган тебранишлар сони:

$$\nu' = \frac{V+v}{\lambda - uT} = \frac{V+v}{V-u} \cdot \frac{1}{T} \text{ ёки } \nu' = \frac{V+v}{V-u}\nu. \tag{3}$$

Шундай қилиб, ν' асбобнинг муҳитга нисбатан тезлиги v га ва манбанинг муҳитга нисбатан тезлиги u га турлича боғланган бўлади.

Агар v ва u тезликлар асбоб билан манбани туташтирувчи тўғри чизиқ бўйича йўналмаган бўлса, у ҳолда уларнинг шу тўғри чизиқ бўйича йўналган ташкил этувчиларини олиш керак бўлади.

Манбанинг ёки қайд қилувчи асбобнинг ҳаракатига боғлиқ равишда тебранишлар сонининг ўзгаришини товуш қабул қилишда сезиш осон. Товуш тебранишларининг частотаси товуш тонини аниқлайди: бирлик вақт ичидаги тебранишлар сони қанча кўп бўлса, товуш тони шунча баланд бўлади. Паровоз қичқириб кузатувчига катта тезлик билан яқинлашиб келаётганда, шу нарсани равшан эшитиш мумкинки, паровоз кузатувчи олдидан ўтиб, ундан узоқлаша бошлаган пайтда паровоз товушининг баландлиги ўзгаради.

§ 114. Группавий тезлик. Шу вақтгача тўлқинларнинг тарқалиш тезлиги ҳақида гапирганимизда, уларнинг фазавий тезлиги ҳақида гапирдик, яъни бирдай фазалар сиртининг тарқалиш тезлиги ҳақида гапирдик.

Ясси тўлқиннинг

$$x = a \cos \omega \left(t - \frac{r}{V} \right) \tag{1}$$

тенгламасидаги V катталик фазавий тезликдир, яъни у бир фазада тебранувчи нуқталарнинг геометрик ўрнидан иборат бўлган сиртнинг муҳитда кўчиб бориш тезлигидир. Шундай эканлигига қуйидаги мулоҳазалар асосида ишониш мумкин.

(1) ифодадаги r ясси тўлқинлар тарқалиш йўналишидаги кесма бўлиб, берилган бирдай фазалар сиртининг ўрнини аниқлайди (273-расм). Вақт ўтиши билан фазанинг ўзгармаслиги учун, (1) ифодадаги косинуснинг аргументи ўзгармас бўлиши керак, яъни

$$\omega \left(t - \frac{r}{V} \right) = \text{const}$$

бўлиши керак ёки доиравий частота ω ўзгармас катталик бўлганлигидан,

$$t - \frac{r}{V} = \text{const}$$

шарт бажарилиши керак.

Берилган бирдай фазалар сирти учун ўзгармас бўлган бу катталикнинг қийматини τ билан белгилаймиз, у ҳолда:

$$t - \frac{r}{V} = \tau.$$

Ҳақиқатан, τ вақтнинг шундай пайтини кўрсатадики, ундан бошлаб t вақт ҳисобланган; $r = 0$ бўлганда, $t = 0$ деб ҳисоблаганимиз учун, ўзгармас сон τ ни нолга тенг деб ҳисоблашимиз керак, бундан:

$$t - \frac{r}{V} = 0 \text{ ва } V = \frac{r}{t},$$

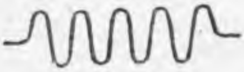
яъни V — вақт ўтиши билан r кесманинг ортиб бориш тезлигини кўрсатади, бошқача айтганда, V — бирдай фазалар текислигининг кўчиб бориши тезлигини кўрсатади.

Релей биринчи бўлиб тўлқинларнинг фазавий тезлиги билан бир қаторда, уларнинг бошқачароқ тезлиги ҳақида тушунча киритиш ҳам мумкинлигини кўрсатди; бу тезлик *группавий тезлик* деб аталади. Группавий тезлик косинусоидал бўлмаган мураккаб характердаги тўлқиннинг шундай муҳитда тарқалиши ҳолига тегишлики, бу муҳитда косинусоидал тўлқинлар тарқалишининг фазавий тезлиги уларнинг частотасига боғлиқ бўлади. Тўлқинлар фазавий тезлигининг уларнинг частотасига боғлиқ бўлишлиги *тўлқинлар дисперсияси* дейилади

Сув сиртида маълум йўналишда тарқалаётган якка дўнглик кўринишидаги тўлқинни (283-расм) кўз олдига келтирайлик. § 104 да айтилганларга асосан, бундай мураккаб тебраниш соф гармоник тебранишларнинг группасига ажратилиши мумкин. Агар ҳамма гармоник тебранишлар сув сиртида бирдай тезлик билан тарқалса, улардан ташкил топадиган мураккаб тебраниш ҳам ўша тезлик билан тарқалади. Аммо айрим косинусоидал тўлқинларнинг тезликлари турли бўлса, уларнинг фазалари орасидаги айирмалар узлуксиз равишда ўзгариб туради ва шу тебранишларнинг қўшилишидан ҳосил бўладиган дўнглик ҳам узлуксиз равишда ўз шаклини ўзгартириб туради; унинг кўчиш тезлиги қўшилувчи тўлқинлар фазавий тезликларининг ҳеч бирига тенг бўлмайди.

283-расм. Якка дўнглик кўринишидаги тўлқин.

Ҳар қандай реал тўлқин идеал косинусоидадан фарқ қилади, ҳеч бўлмаганда шунинг учун фарқ қиладики, идеал косинусоида вақт бўйича чексизликкача давом қилади. Биз 458-бетда ҳар қандай сўнувчи тебраниш чексиз кўп гармоник тебранишларнинг қўшилишидан иборат бўлишини кўрдик. Косинусоиданинг ҳар қандай бўлаги (284-расм) ҳам, Фурье теоремасига асосан, вақт бўйича чекланмаган чексиз кўп идеал косинусоидаларга ажратилиши мумкин. Демак, ҳар қандай реал тўлқин чексиз косинусоидаларнинг қўшилишидан — группасидан иборатдир; унинг дисперсияловчи муҳитдаги тезлиги қўшилувчи тўлқинларнинг фазавий тезликларидан фарқ қилади. Реал тўлқинларнинг дисперсияловчи муҳитдаги бу тарқалиш тезлиги *группавий тезлик* деб аталади. Фақат дисперсияламайдиган муҳитдагина реал тўлқин уни ташкил этган косинусоидал тўлқинларнинг фазавий тезлигига тенг тезлик билан тарқалади.



284-расм. Косинусоиданинг бир бўлаги.

Группавий тезликнинг аналитик ифодасини чиқарамиз. Соддалик учун, тўлқинлар группаси узунлиги бўйича бир-биридан оз фарқланадиган иккитагина тўлқиндан иборат, деб фараз қиламиз: 1) тўлқин узунлиги λ бўлган ва V тезлик билан тарқалувчи тўлқин; 2) тўлқин узунлиги $\lambda' = \lambda + d\lambda$ бўлган ва

$$V' = V + \frac{dV}{d\lambda} d\lambda \tag{2}$$

тезлик билан тарқалувчи тўлқин.

Вақтнинг бирор пайти учун бу икки тўлқиннинг нисбий жойлашиши 285-*а* расмда тасвирланган. A нуқтада ҳар икки тўлқиннинг дўнглиги устма-уст тушади; натижавий тебранишларнинг максимуми шу жойда бўлади. $V' > V$ бўлсин, у ҳолда иккинчи тўлқин биринчи тўлқиндан илгарилаб кетади. Бирор τ вақт ўтгач, иккинчи тўлқин биринчи тўлқиндан $d\lambda$ га ўзиб кетади, оқибатда бу икки тўлқиннинг дўнгликлари A нуқтада эмас, B нуқтада устма-уст тушади (285-*б* расм). Натижавий мураккаб тебраниш максимумининг ўрни биринчи тўлқинга нисбатан λ масофа қадар орқада қолади. Шунга кўра, натижавий тебранишлар максимумининг муҳитга нисбатан тарқалиш тезлиги биринчи тўлқиннинг тарқалиш тезлигидан λ/τ катталик қадар кичик бўлади. Мураккаб тебраниш максимумининг мана шу тарқалиш тезлиги группавий тезликдир; уни U билан белгиласак:

$$U = V - \frac{\lambda}{\tau}. \tag{3}$$

Иккинчи тўлқиннинг биринчи тўлқинга нисбатан тезлиги $V' - V$ бўлганлигидан:

$$\tau = \frac{d\lambda}{V' - V},$$

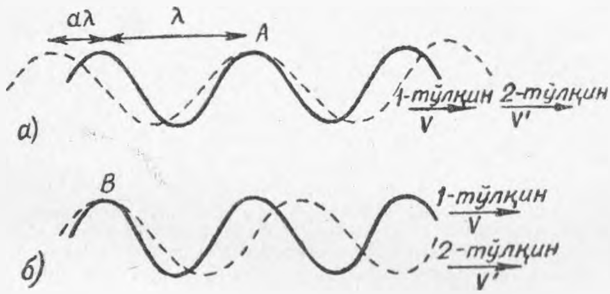
бунга V' нинг (2) қийматини қўямиз:

$$\tau = \frac{d\lambda}{\left(V + \frac{dV}{d\lambda}d\lambda\right) - V} = \frac{d\lambda}{dV}.$$

τ учун аниқланган бу қийматни (3) га қўйиб, группавий тезликнинг

$$U = V - \lambda\frac{dV}{d\lambda} \tag{4}$$

ифодасини ҳосил қиламиз.



285-расм. Группавий тезлик ифодасини келтириб чиқаришга доир.

(4) формуладан кўриниб турибдики, $dV/d\lambda$ қанча катта бўлса, яъни тўлқинлар тарқалиш тезлиги уларнинг узунлигига қанча кучли боғлиқ бўлса, U группавий тезлик V фазавий тезликдан шунча катта фарқ қилади. $\frac{dV}{d\lambda} > 0$ бўлганда, группавий тезлик $U < V$ бўлади; $\frac{dV}{d\lambda} < 0$ бўлганда эса $U > V$ бўлади. Шундай қилиб, группавий тезлик U фазавий тезлик V дан кичик ҳам бўлиши мумкин, катта ҳам бўлиши мумкин. Группавий тезлик фазавий тезликдан кичик бўлган ҳолда $\frac{dV}{d\lambda} > 0$ бўлади, яъни узунроқ тўлқинлар қисқароқ тўлқинлардан тезроқ тарқалади; бу ҳолни нормал дисперсия дейилади.

Дисперсияламайдиган муҳит учун $\frac{dV}{d\lambda} = 0$ ва $U = V$, яъни юқорида айтилганларга мувофиқ равишда, группавий тезлик билан фазавий тезлик бирдай бўлади.

Группавий тезликни аниқлаш учун қуйидаги график усулдан фойдаланиш мумкин. AB эгри чизиқ (286-расм) тўлқинлар тарқалишининг фазавий тезлиги V билан тўлқин узунлиги λ орасидаги боғланишни тасвирласин. λ нинг берилган қийматига мос бўлган C нуқтадан CD уринма ўтказамиз. У ҳолда CF кесма қуйидагича аниқланади:

$$CF = DF \cdot \mathrm{tg}\alpha = \lambda\,\mathrm{tg}\,\alpha,$$

лекин

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{dV}{d\lambda},\ \text{бундан}\ CF = \lambda \cdot \frac{dV}{d\lambda}.$$

Расмдан:

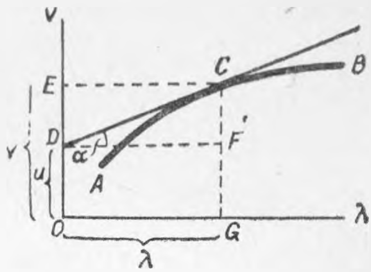
$$DO = EO - ED,$$

лекин

$$EO = V,\ ED = CF = \lambda \frac{dV}{d\lambda},$$

бундан:

$$DO = V - \lambda \frac{dV}{d\lambda}.$$



286-расм. Группавий тезликни график усулда топиш.

Бу ифодани (4) формула билан таққослаб, графикдаги DO кесма тўғридан-тўғри группавий тезлик U ни тасвирлашини кўрамиз.

Юқорида келтирилган муносабатларни бу 286-расмдан фойдаланиб яна бир марта кўрсатиш осон: агар λ ўсган сари тўлқинларнинг тезлиги V ҳам ўсиб борса (расм худди шу ҳолни тасвирлайди), D нуқта E нуқтадан пастга тушади, демак, группавий тезлик $U < V$ бўлади. Агар λ ўсган сари тезлик V камая борса, D нуқта E нуқтадан юқорига чиқиб қолишлигини тушуниш қийин эмас; бу $U > V$ муносабатга мос келади. Ниҳоят, агар турли узунликка эга бўлган тўлқинлар бирдай тезлик билан тарқалса, V билан λ орасидаги боғланиш графикда λ ўқига параллел тўғри чизиқ билан тасвирланади. У ҳолда E ва D нуқталар устма-уст тушади, демак, группавий тезлик U билан фазавий тезлик V бирдай бўлади.

Ўн учинчи боб

АҚУСТИҚ ТЕБРАНИШЛАР

§ 115. Товуш тебранишлари ва уларнинг тарқалиши. Ҳавода тебранишлар, ҳар қандай бошқа газларда бўлганидек, бўйлама тўлқинлар кўринишида тарқалади. Частотаси 1 секундда тахминан 20 тебранишдан 20 000 тебранишгача бўлган интервалда ётган тебранишлар бизнинг эшитиш органимизга — қулоғимизга етгач, махсус товуш сезгисини ҳосил қилади.

Частота бирлиги қилиб 1 секундда бир тебраниш юз берадиган тебранма процесснинг частотаси қабул қилинган; бу частота бирлиги немис физиги Герцнинг исми билан *герц* (қисқартирилган белгиси *гц*) деб аталади. Масалан, 1 секундда 2 тебраниш юз берадиган тебранма процесснинг частотаси 2 *гц* бўлади, 1 секундда 10 тебраниш юз берадиган тебранма процесснинг частотаси эса 10 *гц* бўлади.

Шундай қилиб, частотаси 20 *гц* дан 20 000 *гц* гача интервалда бўлган тебранишларнинг товуш сезгисини ҳосил қилиш хоссаси бордир ва шу белги бўйича уларни махсус группага, *товуш тебранишлари* ёки *акустик тебранишлар* группасига ажратиш мумкин; бу тебранишлар қисқагина товуш деб ҳам аталади.

20 *гц* билан 20 000 *гц* оралигидаги частоталарга эга бўлган тебранма процессларни юқоридагича ажратиб олиш киши эшитиш органининг фақат мана шундай частотали тебранишларнигина қабул қилишдан иборат бўлган физиологик хусусияти билан боғлиқдир. Физик нуқтаи назардан эса масалан, 10 *гц* ли ёки 30 000 *гц* ли тебранишлар билан 20 *гц* ли ёки 20 000 *гц* ли тебранишлар орасида ҳеч қандай махсус фарқ йўқ. Шунинг учун физикада, одатда, „товуш тебранишлари“ деганда умуман газларда, суюқликларда ва қаттиқ жисмларда тўлқин процесси кўринишида тарқалувчи ёки бу жисмларнинг чекли соҳаларида турғун тўлқинлар ҳосил қилувчи эластик тебранишлар тушунилади. Частотаси 20 000 *гц* дан ошиқ бўлган эластик тебранишларни *ультратовуш*

деб аташ қабул қилинган. Частотаси 20 *гц* дан кичик бўлган эластик тебранишлар *инфратовушлар* деб аталади.

Товуш тўлқинлари тарқаладиган асосий муҳит ҳаво бўлгани учун, эластик бўйлама тўлқинларнинг газларда тарқалиш тезлиги масаласини текширамиз.

§ 106 да бўйлама эластик тўлқинларнинг туташ муҳитда тарқалиш тезлигининг қуйидаги ифодаси келтирилган эди:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \tag{1}$$

бунда E — муҳитнинг Юнг модули, ρ — унинг зичлиги. Таъриф бўйича, деформацияланадиган эластик стержень учун Юнг модули:

$$E = \frac{p_n}{\frac{\Delta L}{L}},$$

бунда p_n — кучланиш, яъни сон жиҳатдан стержень кўндаланг кесимининг бирлик юзига тўғри келадиган кучга тенг бўлган катталик; $\Delta L/L$ — нисбий узайиш. Газ устуни учун p_n ўрнига газнинг сиқилишига сабаб бўлаётган қўшимча Δp босим олиниши керак. Чизиқли нисбий деформация $\Delta L/L$ ўрнига ҳажмнинг нисбий деформацияси $\Delta V/V$ олиниши мумкин, чунки биз, газ устуни ўзининг кўндаланг кесимини ўзгартирмагани ҳолда ўз узунлиги бўйича сиқилади, деб ҳисоблаймиз.

Шундай қилиб,

$$E = \frac{\Delta p}{\frac{\Delta V}{V}}. \tag{2}$$

Босим ва ҳажм ўзгаришларини чексиз кичик деб ҳисоблаб, уларни dp ва dV орқали белгилаймиз. Шу билан бирга, босим кўпайганда (dp мусбат бўлганда), ҳажмнинг камайишини, яъни dV манфий бўлишлигини эътиборга олишимиз керак. Шунинг учун (2) формулани қуйидагича ёзамиз:

$$E = -\frac{dp}{\frac{dV}{V}}$$

ёки

$$E = -V\frac{dp}{dV}. \tag{2a}$$

Товуш тебранишлари газнинг сиқили ва сийраклашишларини адиабатик процесслар деб ҳисоблаш мумкин бўладиган даражада тез юз беради, шунинг учун газ ҳолатининг ўзгариши Пуассон формуласини қаноатлантиради:

$$pV^{\gamma} = \text{const},$$

бунда γ — газнинг ўзгармас босимдаги ва ўзгармас ҳажмдаги иссиқлик сиғимларининг нисбатидир: $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ (§ 49 га қаранг).

Пуассон формуласини дифференциаллаймиз:

$$V^{\gamma}dp + \gamma V^{\gamma-1}pdV = 0, \text{ бундан } \frac{dp}{dV} = -\gamma\frac{p}{V}.$$

dp/dV нинг бу қийматини (2а) формулага қўямиз; у ҳолда қуйидаги ифода ҳосил бўлади:

$$E = \gamma p;$$

ниҳоят, E нинг бу қийматини товуш тебранишлари тезлигининг (1) ифодасига қўямиз:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}. \tag{3}$$

Бу ердаги ρ зичлик ўрнига унинг p босим, газнинг T температураси ва молекуляр оғирлиги μ орқали қуйидаги ифодасини қўямиз (§ 45 га қаранг):

$$\rho = \frac{p\mu}{RT},$$

бунда R — газ доимийси; у ҳолда

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}} \tag{4}$$

ифода ҳосил бўлади.

Демак, *берилган газда товуш тўлқинларининг тарқалиш тезлиги абсолют температура T нинг квадрат илдизига тўғри пропорционал ва газ босими p га боғлиқ эмас.*

Бирдай шароитдаги турли газларда товуш тезлиги уларнинг молекуляр оғирликларидан олинган квадрат илдизга тескари пропорционалдир.

0°С температурадаги баъзи газларда товуш тезлигининг қийматлари XX жадвалда келтирилган.

Водородда товуш тезлигининг катта қийматга эга бўлишлигига унинг молекуляр оғирлигининг кичик бўлиши сабаб бўлади.

XX жадвал

0°С даги газларда товуш тезлиги

Газ	Товуш тезлиги, *м/сек* ларда
Ҳаво	331
Кислород . . .	315
Водород	1263
Карбонат ангидрид	258

Товуш тўлқинларининг атмосферада тарқалишида атмосферанинг бир жинсли эмаслиги катта роль ўйнайди. Товуш тезлиги ҳавонинг температурасига ва намлик даражасига боғлиқдир. Товуш тўлқинларининг тарқалиш тезлигига шамол ҳам таъсир қилади. Ниҳоят, икки муҳитда икки хил тезлик билан тарқалаётган тўлқинлар бу икки муҳитнинг чегарасидан қайтади. Товушларнинг булутлардан ва туман чегарасидан қайтишини кузатиш мумкин.

Шамолга қарши борувчи товушларга қараганда, шамол йўналишида борувчи товушлар яхшироқ эшитилишини ҳамма билади. Бу ҳодисага шамол тезлигининг ўзи эмас, бу тезликнинг градиенти сабаб бўлади, чунки шамолнинг тезлиги, одатда, товуш тезлигидан жуда кичик бўлади. Шамолнинг ер юзига яқин жойлардаги тезлиги юқорироқдагига қараганда кичикроқ бўлади. Бунинг натижасида шамолга қарши борувчи товуш нурлари юқорига қайрилади. Шамолга қарши борувчи товушнинг ёмон эшитилишига товуш нурларининг кузатувчи боши устидан ўтиб кетиши сабаб бўлади.

Ҳаво температурасининг градиенти мавжуд бўлганда ҳам шунга ўхшаш ҳодиса рўй беради. Совуқ ҳавога қараганда иссиқ ҳавода товуш тезроқ тарқалади. Бундан, агар ер юзидан узоқлашган сари температура пасая борадиган бўлса, товуш тезлиги баландлик ошган сари камая боради ва товуш нурлари юқорига қайрилади, деган хулоса келиб чиқади. Бу ҳол иссиқ қуёшли кун ўртасида мавжуд бўладиган температура градиентига мос келади; бу вақтда ернинг сирти жуда қизиган бўлади. Бундай шароитда товуш яхши эшитилмайди. Кечқурун ҳаво очиқ бўлганда ер жуда тез совийди ҳамда ҳавонинг ерга яқин қатламларини совитади. Ҳавонинг температураси баландлик билан оша боради, бунинг натижасида товушнинг юқорига борувчи нурлари пастга қайрилади. Кечқурунлари товушнинг яхши эшитилишига шу нарса сабаб бўлади.

Ниҳоят, кучли товушларнинг, масалан, портлаш вақтида ҳосил бўладиган товушларнинг узоқ масофаларга тарқалиши вақтида жимжитлик соҳаси деб аталадиган соҳаларнинг вужудга келишига атмосферанинг бир жинсли эмаслиги сабаб бўлади. Портлашнинг товуши анча яқин масофаларда ва, шунингдек, жуда узоқ масофаларда (юзлаб километрларда) эшитилади, улар орасида эса портлашнинг товуши эшитилмайдиган соҳа ётади.

Товуш тезлигининг (4) ифодасига иссиқлик сиғимларнинг нисбати $\gamma = C_p/C_V$ киради; бу эса, товуш тезлигини ўлчаш йўли билан, газлар учун $\gamma = C_p/C_V$ нисбатнинг сон қийматини аниқлаш имконини беради.

Газда тарқалувчи товуш тўлқинининг яна баъзи характеристикаларига тўхталамиз. Бўйлама товуш тўлқини тарқалаётган муҳитнинг ҳар бир берилган нуқтасида сиқилиш ва сийраклашишлар бир-бирларини алмаштириб туради. Демак, газнинг босими бошланғич босимдан гоҳ юқори, гоҳ ундан паст бўлади. Босимнинг нормал босимдан энг катта фарқи *товуш амплитудаси* деб аталади; бу амплитуда одатда *бар*ларда ўлчанади.

Тўлқиндаги бу қўшимча босим доим тебраниб тургани учун, унинг ўртача қиймати нолга тенг бўлади. Бироқ, жуда кучли тўлқинлар учун силжишнинг квадратига ва янада юқорироқ даражаларига боғлиқ бўлган эффектларни эътиборга олиш керак бўлади. Бундай тебранишлар чизиқли бўлмаган тенгламалар орқали ифодаланади ва шунинг учун *чизиқли бўлмаган тебранишлар* деб аталади. Чизиқли бўлмаган тебранишлар учун ўртача босим нолга тенг эмас. Бундай товуш тўлқини бирор тўсиққа урилиб ундан қайтганда, тўсиққа босим беради. Назариянинг кўрсатишича, бу товуш босимининг катталиги

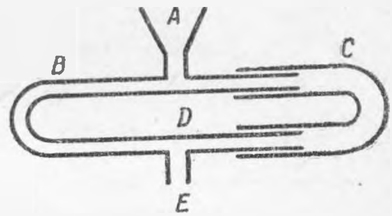
$$p = \frac{1}{2}\overline{\varepsilon'}\,(\gamma + 1)$$

бўлади; бунда $\overline{\varepsilon'}$ — тўсиқ ёнида ҳосил бўладиган турғун тўлқиндаги энергиянинг ўртача зичлиги: γ — иссиқлик сиғимларининг C_p/C_V нисбати.

Товуш босими машҳур рус физиги П. Н. Лебедевнинг (1866—1912) лабораториясида тажриба йўли билан ўрганилган. Лебедев тўлқинларнинг ютилиши ва қайтиши вақтида таъсир қиладиган босим ҳақидаги умумий масала билан шуғулланган (III томга қаранг).

§ 116. Товуш тўлқинларининг интерференцияси. Товуш тўлқинларида § 109 да баён қилинган характерли интерференция ҳодисаларини кўриш осондир. Товуш интерференциясига оид энг содда тажриба схематик равишда 287-расмда тасвирланган труба ёрдамида амалга оширилади. Товуш манбаи трубага ўрнатилган *A* воронка олдига қўйилади. Сўнг труба тармоқланиб, *ABD* ва *ACD* иккита тирсакни ҳосил қилади. *ACD* тирсак бир-бирининг ичига кирувчи трубалардан иборат; уни узайтириш ва калта қилиш мумкин. Товуш тўлқинлари трубанинг *E* учига икки йўл бўйича: *ABD* тирсак ҳамда *ACD* тирсак бўйича келади. Тирсаклар узунлиги бирдай бўлмаганда *E* нуқтага турли тирсаклар бўйича келган тўлқинларнинг босиб ўтган йўллари орасида $r_2 - r_1$ фарқ бўлади. Агар бу фарқ жуфт сондаги ярим тўлқинларга тенг бўлса, яъни $r_2 - r_1 = 2k\frac{\lambda}{2}$ бўлса (бу ерда k — бутун сон), 471-бетда айтилганларга кўра, товуш *E* нуқтада, битта тирсакдан келганига қараганда кучаяди. Йўллар орасидаги фарқ тоқ сондаги ярим тўлқинларга тенг бўлса, яъни $r_2 - r_1 = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$ бўлса, товуш сусаяди.

Бу трубадан фойдаланиб, маълум манбадан чиқаётган товушнинг тўлқин узунлигини ўлчаш мумкин. Бунинг учун товушнинг бир сусайишидан иккинчи сусайишигача C найча қанчага сурилганини ўлчаш керак. Тирсак узунлигининг ўзгариши тўлқин узунлиги λ ни беради. Товуш тўлқинларининг узунлигини мана шу усулда ўлчаш интерференция ҳодисасига асослангандир, шунинг учун у *интерференция усули* деб аталади. 287-расмда тасвирланган труба оптикада ёруглик тўлқинларининг узунлигини ўлчаш учун ишлатиладиган *интерферометрларнинг* энг содда хилидир.



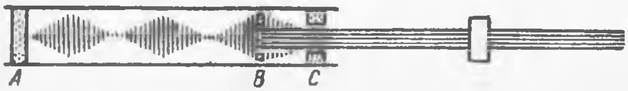
287-расм. Товуш интерференциясини кузатиш учун ишлатиладиган труба.

Амалда бундай трубадан фойдаланиб, фақат ўрта диапазондаги товуш тўлқинларининг узунлигини ўлчаш мумкин, чунки четки товуш тўлқинларига жуда ҳам узун ёки жуда ҳам қисқа тўлқинлар тўғри келади. Ҳақиқатан ҳам, товуш тезлиги $V = 331$ *м/сек* бўлган ҳавода $\nu = 20$ *гц* частотали энг суст товуш тўлқинларига $\lambda = \frac{331}{20}$ *м* $= 16{,}5$ *м* тўлқин узунлиги тўғри келади; $\nu = 2 \cdot 10^4$ *гц* частотали энг тез тебранишларга эса $\lambda = 1{,}65$ *см* тўлқин узунлиги тўғри келади. Ўртача $\nu = 500$ *гц* частотага $\lambda = 66{,}2$ *см* тўғри келади.

Агар трубанинг A воронкасига мураккаб товуш юборилса, йўллар орасидаги $r_2 - r_1$ айирманинг маълум бир қийматида шу айирманинг қиймати қайси тебранишлар учун тоқ сондаги ярим тўлқинларга: $\lambda/2$, $3\lambda/2$, $5\lambda/2$ ва ҳоказоларга тенг бўлса, ўша тебранишлар сусаяди. Натижада мураккаб тебранишнинг бир қатор гармоник ташкил этувчилари тушиб қолади ва мураккаб тебранишнинг характери ўзгаради. Шундай қилиб, труба маълум частотали тебранишларга нисбатан фильтр вазифасини бажаради.

Бирдай частотали ва бирдай амплитудали *бир-бирига қарама-қарши тарқалувчи икки тўлқиннинг* интерференцияси интерференциянинг хусусий ҳолидир. Бу ҳолда *турғун тўлқинлар* ҳосил бўлишлиги 474-бетда кўрсатилган эди. Товушнинг девордан қайтишида турғун тўлқинларнинг вужудга келишини бевосита кузатиш мумкин. Бунинг учун маълум тўлқин узунлигига эга бўлган тебранишларни тарқатувчи манбадан фойдаланиш керак; шу билан бирга, бу тебранишларнинг тўлқин узунлиги қўшни дўнгликлар орасидаги масофалар унча катта бўлмаслиги учун етарлича қисқа бўлиши керак. Қулоқни деворга яқинлаштириб ва узоқлаштириб, зичликнинг энг кескин ўзгарган жойларида, яъни тугунлар ҳосил бўлган жойларда товушнинг кучайишини пайқаш мумкин.

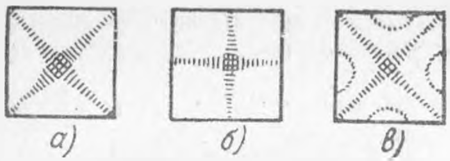
Кундт турғун тўлқинларни кузатишнинг жуда ҳам аёний усулини таклиф қилди. Шиша найнинг икки учи *A* ва *C* тиқинлар билан зич беркитилади (288-расм). *C* тиқиндаги тешикдан ўртаси қисиб қўйилган металл стержень ўтказилган. Унинг учига най ичига эркин кира оладиган пўкак диск *B* ўрнатилган. Агар стер-



288-расм. Турғун тўлқинларни кузатиш устида Кундт тажрибаси.

женни канифоль сепилган чарм билан ишқалаб, унда бўйлама тебранишлар вужудга келтирсак, унда турғун тўлқин ҳосил бўлиб, унинг тугунчаси стерженнинг қисилган жойида, дўнгликлари эса унинг учларида бўлади. Пўкак диск *B* тебрана бошлайди ва най ичидаги ҳавони тебрантиради. Най бўйича олдинга бораётган тўлқин найнинг *A* учидан қайтиб орқага кетаётган тўлқин билан интерференциялашади. Агар найнинг узунлиги бўйича бутун сондаги ярим тўлқинлар жойлаша оладиган бўлса, найда турғун тўлқин ҳосил бўлади ва унинг учларида силжишларнинг тугунлари вужудга келади. Най ичига сепиб қўйилган пўкак қипиқлари тўлқиннинг дўнглиги ҳосил бўлган жойлардан сочилиб кетади, лекин тугунлар ҳосил бўлган жойларда қипиқлар сақланиб қолади. Бунинг натижасида тугунлар ва дўнгликлар ҳосил бўлган жойларни бевосита кўриш мумкин бўлади. Икки қўшни тугунлар (ёки дўнгликлар) орасидаги масофани ўлчаш найда ҳосил қилинган товуш тўлқини узунлигининг ярмисини беради. Демак, Кундт найи ҳам товуш тўлқинларининг узунлигини ўлчаш учун хизмат қилади.

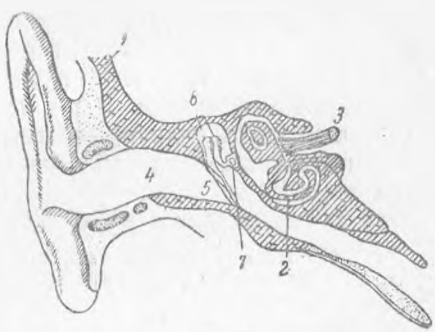
Тугунлар ва дўнгликларнинг ҳосил бўлишини товуш чиқарадиган пластинкаларда ҳам кузатиш мумкин. Бу ҳолда биз *тугун чизиқларнинг* вужудга келишини кўрамиз. Кузатиш учун ўртасидан маҳкамлаб қўйилган жез пластинка олинади ва унда камонча ёрдамида тебраниш вужудга келтирилади. Пластинкага озгина қум сепиб қўйилади. Пластинка тебранганда қум дўнгликлардан отилиб, тугун чизиқлар бўйича тўпланади. Пластинкада мураккаб шакллар ҳосил бўлади, бу шаклларга қараб, тебранишнинг хилини билиб олиш мумкин. Баъзи хусусий ҳоллар учун бу шакллар 289-расмда тасвирланган. Тебранишларнинг кўриниши камонча ёрдамида қўзғатилган нуқтага ва, шунингдек, пластинкага тегиб туриш нуқтасига боғлиқ бўлади. Қўзғатилган нуқтада дўнглик ҳосил бўлади, тугун чизиқ эса бизнинг бармоғимиз пластинкага тегиб турган жойда пластинканинг четига келади. Бошқа чизиқлар пластинкада симметрик равишда жойлашган бўлади. Агар бармоқни пластинканинг бурчагига тегизиб туриб, камончани пластинканинг бирор томони ўртасидан юргизсак, 289-*а* расмда тасвирланган шакл ҳосил бўлади. Бу ҳолда тугун чизиқлар диагоналлар бўйича жойлашган. Агар биз, аксинча, пластинканинг ён чети ўртасига бармоқни тегизиб туриб, пластинка бурчагига яқин жойдан камончани юргизсак, иккинчи шакл ҳосил бўлади (289-*б* расм). Бир вақтда пластинканинг бир бурчагига ва бир томони ўртасига бармоқларни тегизиб туриб, бошқа бир томони ўртасидан камончани юргизсак, тугун чизиқларнинг мураккаброқ жойлашиши ҳосил бўлади (289-*в* расм).



289-расм. Тугун чизиқлар.

Тугун чизиқларнинг кўринишини ўрганиш телефон ва бошқа акустик асбоблардаги мембраналар тебранишининг характерини аниқлашда амалий аҳамиятга эгадир.

§ 117. Товушларни қабул қилиш. Киши товушларни ўзининг эшитиш органи — қулоғи орқали қабул қилади; қулоқнинг тузилиши схематик равишда 290-расмда тасвирланган. Бош суягининг чакка қисми *1* да махсус орган — улитка *2* бор. У суякдаги кичкинагина ковакдан (ҳажми 0,2 *см*³ га яқин) иборат бўлиб, унинг ичи суюқлик (лимфа) билан тўлган бўлади. Улитканинг ичида толалардан иборат бўлган *Корти органи* жойлашган, бу толаларга эшитиш нервининг учлари *3* келиб уланади. Толаларнинг узунлиги ва таранглиги турлича, шу сабабли уларга турли резонанс частоталари тўғри келади. Товуш тебранишлари эшитиш канали *4* орқали қулоқ пардаси *5* га бориб етади, сўнг эшитиш суякчалари системаси *6* орқали улитка ковагига олиб борадиган овал тешикча *7* га узатилади. Маълум частотали товуш таъсир қилганда, Корти органининг маълум толалари резонанс тебранишга келади ва қўзғалишни мияга узатадиган нерв учларидан ўша частотага мос келадиганини қўзғатади. Мураккаб товуш таъсир қилганда, бир неча нерв учлари қўзғалади, шунинг натижасида киши мураккаб товушнинг ташкил этувчиларини бирбиридан ажратиб қабул қилиши мумкин.



290-расм. Киши қулоғининг кесими.

Кишиларда жуфт эшитиш органининг мавжудлиги товуш тўлқинларининг тарқалиш йўналишини аниқлаш имконини беради *(бинаурал эффект)*. Мия марказларининг иккала қулоққа келаётган тебранишларнинг фазалари орасидаги фарқни ҳисобга олиш қобилиятига эга бўлганлиги туфайли, киши товуш тўлқинларининг йўналишини сеза олади. Товуш частотаси жуда катта бўлганда, киши товушнинг йўналишини ҳар икки қулоқдаги товуш амплитудаларининг фарқи натижасида сезиши мумкин. Кишилар товушни шахсан қабул қилганларида, унинг учта характеристикасини: 1) *товуш юксаклигини*, 2) *товуш тембрини*, 3) *товуш қаттиқлигини* фарқ қиладилар.

Товушнинг юксаклиги унинг частотасига боғлиқ: частота қанча катта бўлса, товуш шунча юксак бўлади.

Товуш тембри тебранишларнинг характерига боғлиқ: жуда кам ҳоллардагина товуш тебраниши соф гармоник тебранишдан иборат бўлади, кўпинча у мураккаб характерга эга бўлади (§ 118 га қаранг). Бу тебранишнинг таркиби тозуш тембрини аниқлайди.

Объектив қаттиқлик ёки бошқача айтганда, товуш кучи, тарқалаётган товуш тўлқиннинг йўналишига тик қўйилган бирлик юз орқали бу тўлқиннинг бирлик вақт ичида олиб ўтган энергия миқдори билан аниқланади.

Тўлқиннинг бирлик вақт ичида бирлик юз орқали олиб ўтадиган энергияси тўлқин амплитудасининг квадратига ва частотасининг квадратига пропорционалдир. Бунда маълум юксакликка эга бўлган товушнинг кучи амплитуданинг квадратига пропорционал бўлишлиги келиб чиқади. Бироқ товуш кучининг бундай объектив баҳоланиши қаттиқликнинг бевосита сезишга асосланган субъектив баҳоланишига мос келмайди. Бунга қулоғимизнинг турли юксакликка эга бўлган, яъни турли частотали товушларга нисбатан бирдай сезгир эмаслиги сабаб бўлади.

Биз 483-бетда тўлқиннинг тарқалиш йўналишига тик бўлган юз орқали бирлик вақт ичида олиб ўтиладиган энергия миқдори Умов вектори

$$\overline{U}=\overline{\varepsilon}V$$

орқали аниқланишини кўрсатиб ўтган эдик, бунда $\overline{\varepsilon}$ — тўлқин энергиясининг ўртача зичлиги, V — тўлқиннинг тарқалиш тезлиги. Шундай қилиб, товушнинг кучи Умов вектори билан аниқланади. Бу, товушнинг кучини объектив ўлчовларда, масалан, *CGS*-системада *эрг/см²·сек* ларда ўлчаш имконини беради. Бунинг учун товуш босими билан товуш энергиясининг ўртача зичлиги $\overline{\varepsilon}$ орасидаги боғланишдан фойдаланиш мумкин. Биз 496-бетда етарли даражада кувватли товуш тўлқини тўсиққа p босим билан таъсир қилишлигини кўрсатган эдик. Бу босим тўсиқ олдида ҳосил бўладиган турғун тўлқин энергиясининг ўртача зичлиги $\overline{\varepsilon'}$ билан аниқланади. Бундан тўсиққа бўлаётган p босимни ўлчаб, турғун тўлқиндаги энергиянинг ўртача зичлиги $\overline{\varepsilon'}$ ни ҳам ўлчаш мумкинлиги келиб чиқади. Тарқалаётган тўлқин энергиясининг ўртача зичлиги $\overline{\varepsilon}$ турғун тўлқиндаги энергия зичлиги $\overline{\varepsilon'}$ дан икки марта кичик бўлади. Бироқ товуш босимини бевосита ўлчаш экспериментал жиҳатдан анча қийин. Шунинг учун бирмунча бевосита усулдан фойдаланадилар. Релей товуш тўлқини майдонида жойлашган дискка товуш босими натижасида кучлар моменти таъсир қилиши кераклигини кўрсатди. Бу моментни ўлчаш учун жуда енгил диск ингичка ипга осиб қўйилади ва бу ипга маҳкамланган кўзгучанинг айланиши ундан қайтган нурнинг огишига қараб аниқланади. Агар кўзгучанинг айланиши аниқланган бўлса, ипни бураётган моментни ҳисоблаб чиқариш мумкин. Бундан товуш тўлқинидаги энергиянинг ўртача зичлиги аниқланади, Умов вектори орқали эса товушнинг қаттиқлиги аниқланади. Бироқ бу усул ҳам жуда нозик ўлчашлар билан боглиқ ва амалда фақат кўп қувватли товушларни ўлчашда ишлатилади. Одатда бу усул товушларнинг қаттиқлигини ўлчайдиган электроакустик асбобларни (микрофонларни) даражалашда ишлатилади.

Товуш тўлқини товуш сезгисини ҳосил қилиши учун, бу товушнинг кучи *эшитиш чегараси* деб аталадиган минимал катталикдан ортиқ бўлиши керак. Кучи эшитиш чегарасидан паст бўлган товушни қулоқ қабул қилмайди; чунки у товуш сезгисини ҳосил қилиш учун заифлик қилади. Эшитиш чегараси турли частоталар учун турличадир. Киши қулоғи частотаси 1000—3000 *гц* орасида бўлган тебранишларга нисбатан жуда сезгирдир; бу оралик учун эшитиш чегараси 10^{-8} *эрг/см*^{2}·*сек* га яқинлашади. Бу частоталардан пастроқ ва баландроқ частотали тебранишларга нисбатан қулоқ камроқ сезгирдир. Частотаси 20 *гц* дан кичик ва 20000 *гц* дан ортиқ бўлган тебранишлар ҳар қанча кучга эга бўлса-да, товуш сифатида қабул қилинмайди.

Жуда катта кучга эга бўлган тебранишлар, яъни энергияси юз минг *эрг/см*^{2}·*сек* чамасида бўлган тебранишлар товуш бўлиб эшитилмайди: улар қулоқда босим сезгисини ҳосил қилади, сўнг бу сезги оғриқ сезгисига айланади. Мана шу оғриқ сезгиси товушнинг кучи қандай максимал кучдан ошганда ҳосил бўладиган бўлса, товуш кучининг бу максимал катталиги сезиш чегараси ёки *оғриқ сезиш остонаси* дейилади. Турли частоталар учун оғриқ сезиш чегараси бир қадар турлича бўлади. Эшитиш чегараси билан оғриқ сезиш чегараси орасида 291-расмда тасвирланган *эшитиш соҳаси* ётади.

Товушнинг субъектив қаттиқлигининг миқдорини аниқ ўлчаш мумкин эмас. Лекин шундай бўлса-да, *Вебер — Фехнер психофизик қонунига* асосан, сезишнинг интенсивлигини баҳолаш мумкин. Бу қонунга кўра, сезиш интенсивлигининг ўзгариши таққосланаётган сезгиларни вужудга келтирувчи қўзғатгичлар энергиялари нисбатининг логарифмига пропорционалдир. Бу логарифмик қонунга асосан товуш кучи баландлигининг *шкаласи* белгиланади. Эшитиш чегарасидаги товуш кучи баландлиги I_0 ни ноль баландлик деб олиш табиийдир. Шартли равишда, ноль баландлик деб $I_0 = 10^{-9}$ *эрг/см*^{2}·*сек*, яъни 1000 *гц* учун эшитиш чегарасидан озгина пастроқда бўлган баландлик қабул қилинган.

У ҳолда, Вебер — Фехнер қонунига кўра, бирор товушнинг L қаттиқлиги шу товуш I кучининг ўша товушнинг эшитиш чегарасидаги I_0 кучига нисбатининг логарифмига пропорционалдир:

$$L = k \lg \frac{I}{I_0}, \tag{1}$$

291-расм. Эшитиш соҳаси.

бунда k — пропорционаллик коэффициенти. Бу ердаги L катталикни одатда *товуш* кучининг *баландлиги* деб атайдилар. Агар $k = 1$ деб олсак, бу билан биз товуш баландликларини ўлчаш учун аниқ бирлик қабул қилган бўламиз; бу бирлик *бел* деб аталади.

Шундай қилиб,

$$L = \lg \frac{I}{I_0} \text{ бел.} \tag{2}$$

Бел лар билан бир қаторда улардан 10 марта кичик бирликлар ҳам ишлатилади; бу кичикроқ бирликлар *децибел* лар дейилади.

Шу таърифга кўра:

$$L = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0} \text{ децибел.}$$

Одатдаги товушлар учун товуш кучи баландлигининг тақрибий қийматлари келтирилган XXI жадвал товуш қаттиқлигининг характеристикаси ҳақида конкретроқ тасаввур ҳосил қилиш имконини беради. Бироқ, қулоқ сезгирлигининг товуш частотасига боғлиқлигини назарда тутиш керак.

XXI жадвал

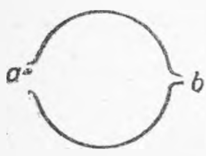
Турли товушларнинг баландликлари

Товуш	Баландлик, *децибел* ларда	Товуш кучи, $\frac{\textit{эрг}}{\textit{см}^2 \cdot \textit{сек}}$	Босим амплитудаси, *бар* ларда
Секин шивирлаш	30	$1 \cdot 10^{-6}$	$6{,}4 \cdot 10^{-3}$
Қадамлар товуши	40	$1 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-2}$
Қаттиқ нутқ	70	$1 \cdot 10^{-2}$	0,4
Тўполон кўчанинг шовқини	90	1	6,4
Фортиссимо оркестр	100	$1 \cdot 10^{1}$	$2{,}0 \cdot 10$
Аэроплан мотори товушининг 3 *м* масофадан эшитилиши	130	$1 \cdot 10^{4}$	$1 \cdot 10^{3}$

XXI жадвалдан одатдаги товушларнинг энергиялари жуда ҳам кичик бўлишлиги кўриниб турибди. Буни яққол кўрсатиш учун қуйидаги қизиқ мисолни келтириш мумкин: агар 2000 киши $1\frac{1}{2}$ соат давомида тўхтовсиз гапириб турсалар, улар товушларнинг энергияси бир стакан сувни қайнатишгагина етар эди.

Товуш тембрини объектив равишда характерлаш учун, мураккаб товуш тебранишини гармоник ташкил этувчиларга ажратиш, яъни унинг спектрини аниқлаш керак. Бундай ажратишни резонанс ҳодисасидан фойдаланиб бажариш мумкин. Агар хусусий тебранишлар частотаси бирдай бўлган иккита камертонни бир-биридан бирор узоқликда жойлаштириб, бирида кучли тебранишлар ҳосил қилинса, иккинчисида ҳам кучсизроқ тебранишлар ҳосил бўлади. Бунга ишониш учун биринчи камертоннинг тебранишларини тўсатдан, масалан, уни қўл билан ушлаб, тўхтатиш керак. У вақтда иккинчи камертоннинг кучсиз товуши эшитилади. Агар иккинчи камертоннинг хусусий тебраниш частотасидан фарқли бўлса, бу ҳодиса кучсизроқ намоён бўлади; хусусий тебраниш частоталари орасидаги фарқ қанча катта бўлса, бу ҳодиса шунча кучсиз намоён бўлади. Бу ҳодисага биринчи камертондан чиққан товуш тўлқинининг иккинчи камертонга бориб тегиб, унда мажбурий тебранишлар уйғотиши сабаб бўлади. Мажбурий тебранишлар амплитудаси резонанс вақтида энг катта қийматга эга бўлади. Иккинчи камертон тебранишларининг сўниши кичик бўлганда, амалда резонанс ҳар икки камертоннинг хусусий тебраниш частоталари бирдай бўлганда вужудга келади ва резонанс ҳодисаси анча ўткир бўлади (451-бетга қаранг). Резонансга асосланиб, мураккаб товуш тебранишини қуйидагича анализ қилиш мумкин: сўниши кичик бўлган ва турли хусусий тебраниш частоталари ω_i га эга бўлган жуда кўп камертонлар оламиз. У ҳолда, мураккаб товуш тебраниши, шу мураккаб тебраниш таркибида бор тебранишларнинг ω_k частоталарига тенг ω_i хусусий тебраниш частоталарига эга бўлган камертонлардагина сезиларли амплитудали мажбурий тебранишлар ҳосил қилади.

Товушни анализ қилишда камертонлар ўрнида хусусий тебранишлар частотаси маълум бўлган ва сўниши кичик бўлган ихтиёрий системалардан фойдаланиш мумкин. Товушларни биринчи марта анализ қилган Гельмгольц ҳаволи ковак резонаторлардан фойдаланган. Бундай резонатор юпқа металл сферадан иборат бўлиб, унинг иккита: каттароқ a ва кичикроқ b тешиги бўлади (292-расмда резонаторнинг кесими берилган). Товуш тебранишлари резонатор ҳажми ичига асосий a тешик орқали киради. Кичик b тешик эса қулоққа қўйилиб, мажбурий тебранишларнинг интенсивлиги бевосита эшитиш орқали аниқланади.



292-расм. Ҳаволи ковак резонатор.

Гельмгольц резонаторларининг хусусий тебраниш частотаси ω_0, тақрибан,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{d}{V}},$$

бунда d — асосий a тешикнинг диаметри, V — резонатор ковагининг ҳажми.

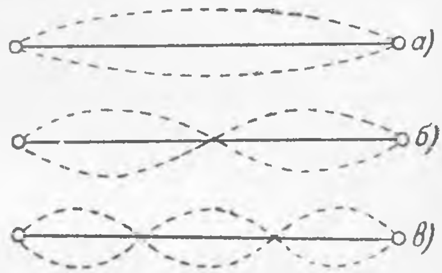
Текширилаётган мураккаб товуш тебранишининг таркибига кирган бирор содда тоннинг частотаси қайси резонаторнинг тебраниш частотаси ω_0 га яқин бўлса, ўша резонаторда энг кучли тебранишлар вужудга келади.

Демак, кетма-кет бир неча резонаторлар орқали „эшитиб“ ва уларда вужудга келган мажбурий тебранишларнинг қаттиқликларини таққослаб, мураккаб товушнинг спектрини аниқлаш мумкин.

Ҳозирги замон техникаси товушларнинг таркибини анча такомиллашган электроакустик усуллар ёрдами билан аниқлаш имконини беради. Аммо бу усуллар ҳам мажбурий тебранишларини кузатиш принципига асослангандир.

§ 118. Товуш манбалари. Ультратовушларни ҳосил қилиш. Ҳар қандай тебранувчи жисм уни ўраб олган муҳитда тарқалувчи эластик тўлқинларнинг, яъни товушнинг манбаи бўлиши мумкин. Радио ва овозли кинонинг (уларда радиокарнайлардан фойдаланилади) ривожланишида, шунингдек, музика асбобларининг назарияси ва техникасини тараққий эттиришда товуш манбаларини ўрганиш алоҳида аҳамиятга эгадир. Бироқ, бу махсус масалаларга биз тўхталмаймиз ва фақат баъзи энг содда товуш манбалари билан танишамиз.

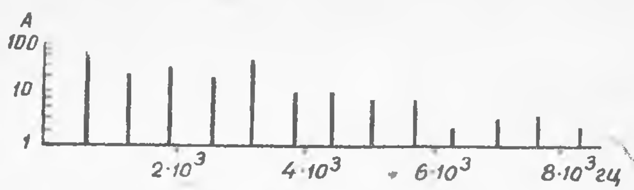
Икки учи маҳкамланган l узунликдаги торни олайлик. Агар бу тор тебратилса, унда турғун тўлқин ҳосил бўлади. Маҳкамланган жойларда, яъни торнинг учларида турғун нуқталари жойлашади; торнинг ўртасида дўнглик ҳосил бўлади (293-*а* расм). Бу тебраниш маълум ω_1 частотага эга бўлади. Лекин торда бундан ташқари уч тугунли турғун тўлқин ҳосил бўлиши ҳам мумкин: торнинг учларида икки тугун ва торнинг ўртасида яна бир тугун (293-*б* расм). Бу тебранишнинг ω_2 частотаси биринчи тебранишнинг ω_1 частотасидан икки марта катта бўлади. Худди шунинг каби тўрт тугунли ва $\omega_3 = 3\omega_1$ частотали турғун тўлқинлар (293-*в* расм) ва, умуман, $k+2$ тугунли (торнинг маҳкамланган учларидаги тугунлар ҳам киради) ва $\omega_k = (k+1)\omega_1$ частотали турғун тўлқинлар ҳосил бўлиши мумкин.



293-расм. Учлари маҳкамланган тордаги турғун тўлқинлар.

Демак, маълум бир тор фақат ω_1 *асосий частотага* эга бўлган товуш тебранишларинигина тарқатмай, шу торнинг ўзи яна *обертонлар* деб аталадиган ва частоталари $\omega_k = (k+1)\omega_1$ бўлган товуш тўлқинларини ҳам тарқата олади (бу ерда k — бутун сон). Умуман айтганда, тор тебранаётган бир вақтда бир неча турғун тўлқинлар вужудга келади ва, шундай қилиб, тор асосий частота билан бир қаторда, кучи асосий частота тебраниши кучидан анча кичик бўлган обертонларни ҳам тарқатади. Бундай группанинг тебранишлар спектри ω_1, $2\omega_1$, $3\omega_1$, ... частоталарга мос бўлган чизиқчалардан иборат бўлади (452-бетга қаранг).

294-расмда асосий тони 640 *гц* бўлган скрипканинг *акустик спектри* тасвирланган. 295-расмда асосий тони 64 *гц* бўлган



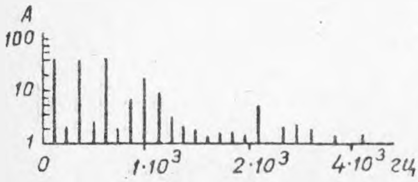
294-расм. Асосий тони 640 *гц* бўлган скрипканинг акустик спектри.

кларнетнинг спектри, 296-расмда эса роялнинг спектри кўрсатилган (256 *гц*); бу расмда чизиқли спектр билан бир қаторда туташ спектр соҳаси ҳам борлиги кўриниб турибди.

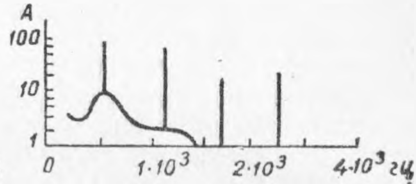
Турли шовқинлар фақат туташ акустик спектргагина эга бўлади.

Мисол учун, 297-расмда бунзен горелкаси шовқинининг спектри келтирилган.

Товуш қаттиқлиги товуш чиқараётган система тебранишларининг амплитудасига боғлиқдир. Бироқ, баъзи ҳолларда товуш манбаи, ҳатто катта амплитудаларда ҳам, кучли товуш бермайди.

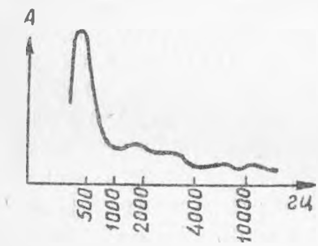


295-расм. Асосий тони 64 *гц* бўлган кларнетнинг акустик спектри.



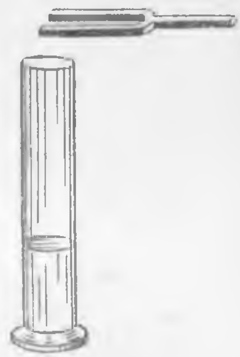
296-расм. Асосий тони 256 *гц* бўлган роялнинг акустик спектри.

Масалан, торни икки қаттиқ қисқич орасида тортилса ва чертилса, фақат кучсизгина товуш эшитилади. Шунингдек, камертонни қўлда ушлаб туриб урилса ҳам товуш деярли эшитилмайди. Бунга шу кўрсатилган ҳолларда тебранувчи тор ва камертоннинг ўз атрофидаги ҳавода фақат ёпиқ уюрма оқимларгина ҳосил қилиши сабаб бўлади ва бу ҳолларда ҳавонинг бўйлама товуш тўлқинларини вужудга келтирадиган сиқилишлари ва сийракланишлари рўй бермайди. Тебранувчи система атрофидаги ҳаво билан етарли алоқада бўлмагани учун, система атрофга жуда кучсиз тўлқинлар тарқатади. Тўлқинлар тарқалишини кучайтириш учун уюрмали ҳаракатларнинг вужудга келишини қийинлаштирадиган шароит яратиш керак. Шу мақсадда камертонлар, уларнинг товуши кучли бўлиши учун, ёғоч қутича устига ўрнатилади; музика асбобларида (скрипка, виолончелда) эса торлар ёғоч сиртларга — декаларга маҳкамланади. Торнинг тебранишлари деканинг катта сиртига берилади, улар атрофида эса ҳавонинг ёпиқ оқимлари ҳосил бўла олмайди. Дека атрофида сиқилиш ва сийракланиш тўлқинлари ҳосил бўлиб, кучли товушни вужудга келтиради. Роялнинг қопқоғи ҳам худди шу ролни ўйнайди.



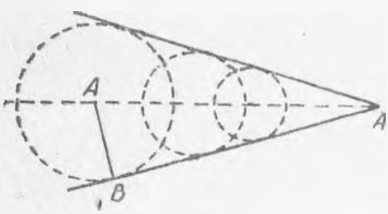
297-расм. Бунзен горелкаси шовқинининг акустик спектри.

Системалар резонанслашганда товуш қаттиқлигининг ортишига ҳам тўлқинлар тарқалишининг кучайиши сабаб бўлади. Бундай тажриба энг содда ҳолда қуйидагича бажарилиши мумкин. Товуш чиқарувчи камертон (298-расм) озгина суви бор узун ингичка идиш оғзи устига жойлаштирилади. Агар аста-секин идишдаги сув кўпайтира борилса, маълум бир пайтда товушнинг кучи анча кўтарилади. Бу ҳодиса қуйидагича тушунтирилади. Идишдаги сув устида жойлашган ҳаво устунининг баландлиги муайян бир қийматга етганда, ҳавонинг тебранишлари билан камертоннинг тебранишлари резонансга келади ва уларнинг амплитудаси жуда ҳам катталашиб кетади. Идишнинг оғзида гоҳ сиқилиш, гоҳ сийракланиш навбат билан ҳосил бўлиб туради ва улар камертон атрофида вужудга келадиган уюрмаларни камертондан ажратади, натижада товушнинг тарқалиши кучаяди.



298-расм. Сув устидаги ҳаво устунининг резонанс ҳосил қилиши.

Ниҳоят, берилган муҳитда *товуш тезлигидан катта тезлик билан* (ҳавода 330 *м/сек* дан катта тезлик билан) ҳаракатланувчи жисм атрофида вужудга келадиган махсус тур акустик тўлқинни қараб чиқамиз. Бундай тезлик билан ҳаракатланувчи жисм муҳитда зарба бериш характерига эга бўлган ва *баллистик тўлқин* деб аталадиган тўлқинни вужудга келтиради. Муҳитнинг сиқилиши ҳаракатланувчи жисмнинг олдида тарқала олмайди ва ҳосил бўлган тўлқин фронти фақат ҳаракатланувчи жисмнинг орқасидагина жойлашади. Жисм босиб ўтган ҳар бир нуқтани шу муҳитдаги товуш тезлиги билан тарқалувчи сферик тўлқинларнинг манбаи деб қараш мумкин. Бу сферик тўлқинларнинг ўровчиси (299-расм) конус шаклида бўлади. Нуқта t вақт ичида AA' кесмани босиб ўтсин; шунча вақтда товуш тўлқинни A нуқта атрофида $AB = Vt$ кесмага тарқалади (бунда V — товуш тезлиги). Шунга кўра, конуснинг учидаги φ бурчак



299-расм. Баллистик тўлқиннинг вужудга келиши.

$$\sin\varphi = \frac{AB}{AA'} = \frac{V}{v} \qquad (1)$$

нисбатдан аниқланади, бунда v — жисмнинг тезлиги. Шундай қилиб, баллистик тўлқиннинг фронти конус шаклида бўлиб, бу конуснинг учидаги бурчак (1) тенглик билан аниқланади. Ҳосил бўладиган тўлқин даврий характерга эга эмас, лекин у товуш тезлиги билан тарқалувчи битта сиқилиш соҳасидан иборат бўлади. Бундай тўлқинларни товуш тезлигидан катта тезлик билан ҳаракатланувчи ҳозирги замон артиллерия снарядлари, реактив снарядлар ва самолётлар вужудга келтиради. Улар кескин зарб сезгисини ҳосил қилади. Бундан ташқари, снаряд сиртининг текиссизлигидан келиб чиқувчи (чийиллаш ва вижиллаш туғдирувчи) бошқача тебранишлар ҳам ҳосил бўлади. Бу тебранишларнинг ҳаммаси ҳам снаряд учиб ўтгандан кейингина сезилиши мумкин, чунки снаряд товушдан тез ҳаракатлангани учун, тўлқиннинг тарқалишидан ўзиб кетади.

Ультратовушларни ҳосил қилиш учун кўпинча *пьезоэлектрик эффектдан* (II томга қаранг) фойдаланилади. Пьезоэлектрик эффект баъзи кристалларнинг электр майдонида механик деформацияланишидан иборат бўлган ҳодисадир. Ультратовуш тебранишларини ҳосил қилиш учун кварц кристаллари (пьезокварц) ишлатилади. Агар кристаллографик ўқларга нисбатан маълум йўналишда кесиб олинган кварц пластинкасига металл қопламалар ёрдамида ўзгарувчан электр кучланиш берилса, пластинка тебрана бошлайди. Агар берилган электр кучланишнинг частотаси пластинканинг ўз механик тебранишлар частотасига тенг бўлса (резонанс ҳодисаси), кварц пластинканинг тебраниши айниқса кучли бўлади. Пластинканинг ўлчамларини мос равишда танлаб олиш йўли билан юз минг герц чамасидаги частотали ультратовуш тебранишларини ҳосил қилиш мумкин.

Ультратовуш тўлқинларининг тўлқин узунлиги кичик бўлгани туфайли, улар оддий товуш тўлқинларига қараганда, камроқ қайрилади (камроқ дифракцияланади; 466-бет). Бу ҳол ультратовуш тўлқинларининг яхши йўналтирилган дастасини ҳосил қилишга имкон беради.

Ҳозирги замонда ультратовушлар техникада кенг ишлатилади чунончи, сув остида маълум йўналиш бўйича сигналлар бериш' сув остидаги нарсаларни топиш ва чуқурликни аниқлаш (*эхолот*) мақсадларида ишлатилади. Кристаллардан маълум тарзда кесиб олинган бирдай қалинликдаги кварц пластинкалари бир-бирига мозаика кўринишида ёпиштирилади ва иккита қалин пўлат пластинкалар орасига жойлаштирилади. Пўлат пластинкаларга ўзгарувчан электр кучланиш берилса, бу система ультратовушнинг кучли манбаи бўлиб қолади.

Эхолотнинг тузилиш принципи қуйидагича: ультратовуш манбаидан сувда вертикал йўналишда пастга қараб товуш нури юборилади. Бу нур сув тубига етгач, ундан акс этиб, қайтиб чиқади. Товушнинг сувда тарқалиш тезлигини билиб, ультратовуш сигнали берилгандан у қайтгунча (эхо — акси садо сезилгунча) ўтган вақт орқали чуқурликни ҳисоблаш қийин эмас.

Акси садони (эхони) қабул қилиш ҳам пьезокварц ёрдамида бажарилади. Товуш тебранишлари пьезокварцга етиб келгач, унда эластик тебранишлар қўзғатади. Бунинг натижасида кварцнинг қарама-қарши сиртларида электр зарядлари ҳосил бўлади ва улар тегишли электр аппаратлари ёрдамида сезилиши мумкин.

Ультратовуш тўлқинлари сув остида сигнал бериш учун яроқли, чунки улар сувда тарқалганда сезиларли даражада ютилмайди, ҳавода эса улар жуда тез сўнади, шунинг учун улар ҳаво орқали сигнал бериш учун яроқли эмас.

Ҳозирги замон техникасида ультратовушларнинг турли-туман татбиқлари бордир. Ультратовушлардан металл буюмлардаги дефектларни топишда (ультратовуш дефектоскопияси), ёриқларни, қалинликларни ўлчашда ва бошқаларда фойдаланади. Ультратовушларнинг баъзи татбиқлари кучли ультратовушларнинг ўзи тарқалаётган муҳитга берадиган механик таъсирига асослангандир. Чунончи, ультратовушлар ёрдамида металл сиртларни ва бошқа сиртларни ишлаш мумкин, тешиклар тешиш мумкин, деталларни тозалаш мумкин ва ҳоказо. Ультратовушлар кўпгина физик-химик процессларга ва химиявий реакцияларнинг боришига таъсир қилади.

§ 119. Товуш тўлқинларининг қайтиши ва ютилиши. Товуш тўлқини икки муҳит чегарасига етганда, умуман айтганда, қисман чегарадан қайтади, қисман иккинчи муҳитга кириб, унда тарқалишини давом эттиради. Тўлқин маълум бир муҳитда тарқалганда у, тебраниш энергиясининг бошқа тур энергияларга айланиб кетиши сабабли, аста-секин заифлашади.

Товуш тўлқинларининг қайтиш ва ютилиш ҳодисалари товушларнинг ёпиқ бинолар ичида тарқалишида махсус аҳамиятга эгадир. Аудиторияларни, концерт залларини, театрларни лойиҳалашда товуш тўлқинларининг деворлардан, шипдан ва бошқалардан кўп марталаб қайтиши мумкинлигини ҳисобга олиш муҳимдир. Бу қайтишлар бинонинг акустик хоссаларини аниқлайди.

Ҳозирги вақтда техниканинг *архитектура акустикаси* деб аталувчи махсус соҳаси вужудга келган.

Ўртача катталикдаги биноларда товуш тўлқини унинг энергияси эшитиш чегарасигача камайгунча деворлар ва шипдан бир неча юз марта қайтади. Катта биноларда товуш манбаи йўқотилгандан сўнг бир неча секунд давомида қайтган товушлар эшитилиб туриши мумкин. Жуда секин сўниш бинонинг акустик хоссаларини ёмонлаштиради, ҳаддан ташқари „жаранглаш" ҳосил қилади — бир бутун контекстнинг ҳар бир янги қисми (масалан, нутқнинг ҳар бир янги бўғини) ҳали сўниб улгурмаган олдинги тебранишлар билан қопланади. Акустик нуқтаи назардан, қайтган нурларнинг ҳаддан ташқари тез сўниши ҳам фойдали эмас — бино ичида товушлар жуда заиф ва „жарангсиз" бўлади. Сўнишнинг маълум бир оптимал қиймати бордир.

Одатда бинонинг акустик хоссаларини аниқлашда *товуш энергияси қанча вақтда дастлабки қийматининг миллиондан бирига тенг қийматгача* ($W = 10^{-6} W_0$) *камайиши ҳисоблаб чиқилади;* бу вақт *реверберация вақти* дейилади.

Турли частотали тўлқинларнинг сўниши турлича бўлгани учун, реверберацияни 512 *гц* учун аниқлаш қабул қилинган. Турли мақсадларга мўлжалланган, бинолар учун оптимал реверберация вақти турлича бўлади: масалан; концерт заллари, аудиториялар ва бошқалар учун оптимал реверберация вақти 1 *сек* га яқин катталикдир.

Бино ичидаги товуш энергиясининг бошланғич вақтдаги зичлигини W_0 орқали белгилаймиз. Қайтишдаги ютилиш коэффициентини α билан белгилаймиз; бирлик вақт ичидаги қайтишлар сони n бўлсин. У ҳолда энергия зичлигининг dt вақт ичидаги dW камайиши

$$dW = -\alpha n W dt$$

бўлади.

Бу ифодани қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{dW}{W} = -\alpha n dt,$$

бу эса, ўз навбатида

$$d(\ln W) = -d(\alpha n t)$$

кўринишида ёзилиши мумкин.

Бир неча марта кўрсатиб ўтганимиздек (484-бетга солиштиринг), агар икки катталикнинг дифференциаллари тенг бўлса, у катталикларнинг ўзи бир-биридан фақат аддитив ўзгармас катталиккагина фарқланиши мумкин:

$$\ln W = -\alpha n t + C. \tag{1}$$

Шартга кўра, $t = 0$ бўлганда $W = W_0$ эди, демак:

$$C = \ln W_0,$$

шундан сўнг (1) тенглик қуйидаги кўринишни олади:

$$\ln \frac{W}{W_0} = -\alpha n t,$$

бундан:

$$W = W_0 e^{-\alpha n t}. \tag{2}$$

Шундай қилиб, товуш энергиясининг зичлиги вақт ўтиши билан экспоненциал қонун бўйича камая борар экан.

Тўлқин ҳамма йўналишлар бўйича тарқалади, деб фараз қилиб, эҳтимоллик назарияси ёрдамида товуш тўлқинининг 1 *сек* ичидаги қайтишлари сонини ҳисоблаш мумкин; ҳисоблашлар қуйидаги натижани беради:

$$n = \frac{vS}{4V},$$

бунда v — товуш тезлиги, S — бино ичининг юзи, V — бинонинг ҳажми.

n нинг бу қийматини (2) га қўямиз:

$$W = W_0 e^{-\frac{\alpha v S}{4V} t}. \tag{3}$$

Бундан товушнинг сўниши, S ва V геометрик факторлардан ташқари, ютилиш коэффициенти α га ҳам боғлиқ бўлиши кўриниб турибди.

Реверберация вақтини аниқлаш учун (3) тенгликда

$$\frac{W}{W_0} = 10^{-6}$$

деб ҳисоблаймиз, у ҳолда:

$$t = -\frac{4V}{\alpha v S} \ln 10^{-6}.$$

Бу ердаги v нинг ўрнига товушнинг ҳаводаги тезлигини қўямиз:

$$t = 0,163 \frac{V}{\alpha S}. \qquad (4)$$

Қуйидаги XXII жадвалда баъзи материаллар учун ютилиш коэффициентининг (512 *гц* частоталаги) қийматлари келтирилган.

XXII жадвал

Товуш тўлқинларининг қайтишдаги ютилиш коэффициентлари

Материал	α
Бетон	0,015
Сувоқ қилинган ғишт девор	0,025
Тахта устига сурилган оҳак	0,034
Гилам	0,20
Намат (қалинлиги 2,5 *см*, девордан 8 *см* масофада)	0,78

XXII жадвалдан кўринишича, турли материаллар учун ютилиш коэффициенти α жуда ҳам турличадир. Бетон учун α нинг қиймати кичик бўлиши бетон полли ва бетон деворли бинолар ичининг „жарангли“ бўлишига сабаб бўлади. Гиламлар, пардалар ва бошқалар учун α нинг қиймати маълум даражада катта бўлиши деворларига гилам ва пардалар осилган бинолар ичида товушларнинг тез сўнишига сабаб бўлади.

На узбекском языке

Фриш Сергей Эдуардович и Тиморева Александра Васильевна

КУРС ОБЩЕЙ ФИЗИКИ,

Том I

Издание второе,
дополненное и исправленное

Редакторлар: *Г. Абидов, М. Турдиев*
Техредактор *Р. Алимбоева*
Бадиий редактор *И. Исраилов*
Корректор *Ҳ. Заирова*

Теришга берилди 24/VII-1965. Босишга рухсат этилди 12/X-1965.
Қоғози $60 \times 90^1/_{16}$.
Физик. л. 32, Нашр. л. 34,8. Тиражи 25 000.

„Ўқитувчи“ нашриёти. Тошкент, Навоий кўчаси, 30.
Шартнома 230-64.
Баҳоси 1 с. 04 т. Муқоваси 15 т.

ЎзССР Министрлар Совети Матбуот Давлат комитетининг
ихтисослаштирилган ҳарф терув фабрикасида терилиб,
1- босмахонасида босилди.

Тошкент, Хамза кўчаси, 21. 1965. Заказ 747.