O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

ALISHER NAVOIY NOMIDAGI SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI

ALGEBRA VA GEOMETRIYA KAFEDRASI

«ANALITIK GEOMETRIYA VA CHIZIQLI ALGEBRA» fanidan o'quv-uslubiy

M A J M U A

5480100 - «Tadbiqiy matematika va informatika» bakalavriat 1-bosqich talabalari uchun

SAMARQAND-2010

Analitik geometriya va chiziqli algebra fanining o'quv-uslubiy majmuasi. Uslubiy qo'llanma. – Samarqand: SamDU, 2011. ____ bet.

Ushbu majmuada «Analitik geometriya va chiziqli algebra» fanining maqsadi va vazifalari, fanni o'zlashtirishga qo'yilgan talablar, fan bo'yicha o'quv mashg'ulotlari turlari va ularning hajmi (soatlarda), fanning mazmuni, fan bo'yicha talabalar o'zlashtirishining nazorati, fanning o'quv, o'quv-uslubiy qo'llanmalar bilan ta'minlanganlik darajasi, fanni o'zlashtirish uchun kerakli jihozlar va (asbob uskunalar) apparatura, o'qituvchilar uchun uslubiy tavsiyalar, talabalarning mustaqil ishini bajarish bo'yicha uslubiy tavsiyalar, mustaqil ishlarni bajarish bo'yicha eslatmalar, mustaqil ishlarni bajarish uchun o'quv - uslubiy qo'llanmalar keltirilgan. Shuningdek, oraliq nazoratlar uchun savollar va variantlar namunalari, yakuniy nazorat uchun nazariy savollar va variantlar namunalari, test savollari, mustaqil (individual) bajariladigan kontrol ishlar, «Analitik geometriya va chiziqli algebra» fanidan ma'ruza darsi ishlanmasi namunasi, «Analitik geometriya va chiziqli algebra» fanidan amaliy mashg'ulot darsi ishlanmasi namunasi ilovalar shaklida berilgan.

Uslubiy qo'llanma bakalavriatning 5480100 – amaliy matematika va informatika ta'lim yo'nalishi uchun mo'ljallangan bo'lib, u amaldagi davlat ta'lim standartlari va «Analitik geometriya» fani namunaviy dasturiga asosan tuzildi.

TUZUVCHI: f-m.f.n. E. Ya. Jabborov

dots.X.X.Ruzimuradovning umumiy tahririda

Taqrizchilar: **M**. Yaxshiboyev, TATU Samarqand filiali dotsenti,
A. Jalilov, SamDu professori

Alisher Navoiy nomidagi Samarqand Davlat universiteti, 2011

M u n d a r i j a

Fanning maqsad va vazifalari

1.1. Fanning maqsadi

Mazkur fan analitik geometriya va chiziqli algebra kursi bakalavriyatning birinchi kursida o`qitilib, mutaxassislik fanlarining asosiylaridan biri hisoblanadi va o'qitishdan maqsad, talabalarga nazariy bilim berish, tegishli tushunchalar, tasdiqlar, analitik geometriya va chiziqli algebraga xos bo'lgan isbotlash usullarini o'rgatish, olgan nazariy bilimlarini masalalar yechishga tadbiq eta bilish, ularda mantiqiy mushohada qilish, fazoviy tasavvur hamda abstract tafakkur kabi, inson faolliyatining barcha sohalari uchun zarur bo'lgan qobiliyatni shakllantirishdan iboratdir.

1.2. Fanning vazifalari

- talabalarga аналитик геометрия va chiziqli algebra фанига oid bilimlar berish;
- olgan nazariy bilimlarini amaliyotga qo'llay bilishga o'rgatish;
- ularni abstract fikrlash madaniyatini yuksak pog'onalarga ko'tarish.

2. Fanni o'zlashtirish bo'yicha talablar

2.1. Fanni o'zlashtirish darajasi (saviyasi)

1. Ikkinchi va uchunchi tartibli determinantlar. Ikkinchi tartibli ikki noma'lumli va uchunchi tartibli uch noma'lumli teglamalar sistemasi. n-tartibli determinant tushunchasi. n-tartibli determinant xossalari. Minorlar va algebraic to'ldiruvchilar. Vektorlar ustida chiziqli amallar. Kollenearlik va komplanarlik shartlari. Fazoda affin va dekart koordinatalar sistemasi. Vektorning koordinatalari. Koordinatalari bilan berilgan vektorlar ustida amallar. Vektorning moduli va yo`naltiruvchi kosinuslari. Chap va o`ng sistemalar. Vektorlarning vektor ko`paytmasi va aralash ko`paytmasi. Tekislikda va fazoda dekart koordinatalar sistemasini almashtirish. Qutb, tsilindrik va sferik koordinatalar sistemasi. Fazoda tekislik va to`g'ri chiziq tenglamalari. Tekislik va to`g'ri chiziqlarning o`zaro vaziyati. Fazoda tekisliklarning o`zaro vaziyati. Fazoda to`g'ri chiziqlarining o`zaro vaziyati. Tekislikda to`g'ri chiziq tenglamalari. Ellips, giperbola, parabola va uning kanonik tenglamalari. Konik kesimlar. Ellips, parabola va giperbolaning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamalar. Sfera, ellipsoid, giperboloid va paraboloidning kanonik tenglamalari. Tsilindrik, konus va to`g'ri chiziqli sirtlar. Bir pallali giperboloid va giperbolik paraboloidning to`g'ri chiziqli yasovchilar. Sfera va ellipsoidning urinma tekisligi tenglamalari. Chiziqli fazo. Chiziqli fazo o'lchovi. Chiziqli fazo qisim fazosi. Evklid fazosi Mekrik fazo tushunchalari. Ortonormallangan bazis. Matrisalar algebrasi. Teskari matrisa tushunchasi. Matrisa rangi. Matrisa rangi haqidagi asosiy teorema. Elementar almashtirishlar. Chiziqli tenglamalar sistemasining asosiy va kengaytirilgan matrisalari. Teng kuchli (ekvivalent) tenglamalar sistemasi. Birgalikda va birgalikda bo'lmagan chiziqli tenglamalar sistemalari.

Chiziqli tenglamalar sistemasini zinapoya usuliga keltirish. Gauss usuli. Bir jinsli tenglamalar sistemasi. Yagona yechinga ega bo'lish va yechimga ega bo'lmaslik shartlari. Kroneker-Kapelli teoremasi. Fundamental yechimlar. Kompleks sonlar ustida amallar. Kompleks sonlarni trigonometrik shakilga keltirish, darajaga ko'tarish va *n*- darajali ildiz chiqarish. Birning ildizlari. Chiziqli opratorlar. Chiziqli opratorlarni berilgan bazisda ifodalash. Chiziqli opratorlarning turli bazislardagi matritsalari orasidagi boglanish. Chiziqli opratorlarning xos vector va xos sonlari. Xos vektorlari bazis tashkil qiladigan chiziqli opratorlar. Chizikli formalar. Bichizikli formalar. Polichizikli formalar. Kvadratik forma matritsasi. Kvadratik formani kanonik kurinishga keltirish. Ikkinchi tartibli egri chiziqlar umumiy tenglamalarini kanonik ko'rinishga keltirish. Markaziy chiziqning tenglamasini kanonik ko`rinishga keltirish. Ikkinchi tartibli sirtlar umumiy tenglamalarini kanonik ko'rinishga keltirish va **tasavvurlariga ega bo'lishi;**

2. Matematikada аналитик геометрия va chiziqli algebraning tutgan o'rni beqiyos. Ko'pgina matematik ob'ektlar (математик анализнинг кўпкаррали интегралларини ҳисоблашда, algebra va sonlar nazariyasi)ni o'rganishda, avvalo ularga mos keladigan геометрик tuzilmalar va chiziqli algebra masalalarini tuzib olinishini **bilishi va ulardan foydalana olishi;**

3. O'z navbatida аналитик геометрия va chiziqli algebra fani ham o'zining rivojlanishida matematikaning boshqa bo'limlaridan foydalanadi. Masalan, dasturlash asoslari fani masalalarini шакллантириш **ko'nikmalariga ega bo'lishi shart.**

2.2. Avval o'rganilgan fanlar bilan bog'liqligi:

Akademik litsey va kollejlar matematikasi.

3. Fan bo'yicha o'quv mashg'ulotlari turlari va ularning hajmi (soatlarda)

O'quv mashg'ulotlari turi	Jami	Semestrlar	
		1	2
Fan bo'yicha umumiy soatlar hajmi	304	168	136
Auditoriya mashg'ulotlari	152	84	68
Ma'ruzalar	64	38	26
Amaliy mashg'ulotlar (seminarlar)	76	40	36
Laboratoriya ishlari (Seminarlar)	12	6	6
Mustaqil ish	152	84	68
Baholash turlari		J.b. O.b. Ya.b.	J.b. O.b. Ya.b.

4. Fanning mazmuni

4.1. Fanning bo'limlar bo'yicha mazmuni

1. **Determinantlar nazariyasi elementlari.** Ikkinchi va uchunchi tartibli determinantlar. Ikkinchi tartibli ikki noma'lumli va uchunchi tartibli uch noma'lumli teglamalar sistemasi. n -tartibli determinant tushunchasi. n-tartibli determinant xossalari. Minorlar va algebraic to'ldiruvchilar.
2. **Vektorlar.** Vektorlar ustida chiziqli amallar. Kollenearlik va komplanarlik shartlari.
3. **Bazis.** Fazoda affin va dekart koordinatalar sistemasi. Vektorning koordinatalari. Koordinatalari bilan berilgan vektorlar ustida amallar. Vektorning moduli va yo`naltiruvchi kosinuslari.
4. **Vektorlarning skalyar ko`paytmasi.** Chap va o`ng sistemalar. Vektorlarning vektor ko`paytmasi va aralash ko`paytmasi. Tekislikda va fazoda dekart koordinatalar sistemasini almashtirish.
5. **Tekislikda va fazoda orientatsiya**. Qutb, silindrik va sferik koordinatalar sistemasi. Fazoda tekislik va to`g'ri chiziq tenglamalari. Tekislik va to`g'ri chiziqlarning o`zaro vaziyati. Fazoda tekisliklarning o`zaro vaziyati. Fazoda to`g'ri chiziqlarining o`zaro vaziyati. Tekislikda to`g'ri chiziq tenglamalari.
6. **Tekislikda ikkinchi tartibli chiziqlar.** Ellips, giperbola, parabola va uning kanonik tenglamalari. Konik kesimlar. Ellips, parabola va giperbolaning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamalar
7. **Ikkinchi tartibli sirtlar.** Sfera, ellipsoid, giperboloid va paraboloidning kanonik tenglamalari. Tsilindrik, konu va to`g'ri chiziqli sirtlar. Bir pallali giperboloid va giperbolik paraboloidning to`g'ri chiziqli yasovchilar. Sfera va ellipsoidning urinma tekisligi tenglamalari.
8. ***n* o'lchovli vektor va chiziqli fazo.** Chiziqli fazo. Chiziqli fazo o'lchovi. Chiziqli fazo qisim fazosi. Evklid fazosi Mekrik fazo tushunchalari. Ortonormallangan bazis.
9. **Matritsa va chiziqli tenglamalr sistemasi.** Matrisalar algebrasi. Teskari matrisa tushunchasi. Matrisa rangi. Matrisa rangi haqidagi asosiy teorema. Elementar almashtirishlar. Chiziqli tenglamalar sistemasining asosiy va kengaytirilgan matrisalari. Teng kuchli (ekvivalent) tenglamalar sistemasi. Birgalikda va birgalikda bo'lmagan chiziqli tenglamalar sistemalari. Chiziqli tenglamalar sistemasini zinapoya usuliga keltirish. Gauss usuli. Bir jinsli tenglamalar sistemasi. Yagona yechinga ega bo'lish va yechimga ega bo'lmaslik shartlari. Kroneker-Kapelli teoremasi. Bir jinsli tenglamalar sistemasi. Fundamental yechimlar.Chiziqli tegsizliklar.
10. **Kompleks sonlar.** Kompleks sonlar maydonini tushunchasi. Kompleks sonlar ustida amallar. Kompleks sonlarning trigonometric ko'rinishi. Muavr formulasi. Kompleks sonning n-darajali ildizlari. Boshlang'ich ildizlar. Ularga oid teoremalar. Bir sonining kompleks ildizlari.
11. **Chiziqli opratorlar.** Chiziqli akslantirishlar. Chiziqli opratorlar. Chiziqli opratorlar to'plami. Chiziqli opratorlarni berilgan bazisda ifodalash. Chiziqli opratorlarning turli bazislardagi matritsalari orasidagi boglanish. Chiziqli opratorlarning xos vector va xos sonlari.
12. **Kvadratik formalar.** Chizikli formalar. Bichizikli formalar. Polichizikli formalar. Kvadratik forma matritsasi. Kvadratik formani kanonik kurinishga keltirish. Ikkinchi tartibli egri chiziqlar umumiy tenglamalarini kanonik ko'rinishga keltirish. Markaziy chiziqning tenglamasini kanonik ko`rinishga keltirish.. Ikkinchi tartibli sirtlar umumiy tenglamalarini kanonik ko'rinishga keltirish.

Amaliy mashg'ulotlar mavzulari

Ikkinchi va uchunchi tartibli determinantlar. Ikkinchi tartibli ikki noma'lumli va uchunchi tartibli uch noma'lumli teglamalar sistemasi. n-tartibli determinant tushunchasi. n-tartibli determinant xossalari. Minorlar va algebraic to'ldiruvchilar. Vektorlar ustida chiziqli amallar. Kollenearlik va komplanarlik shartlari. Fazoda affin va dekart koordinatalar sistemasi. Vektorning koordinatalari. Koordinatalari bilan berilgan vektorlar ustida amallar. Vektorning moduli va yo`naltiruvchi kosinuslari. Chap va o`ng sistemalar. Vektorlarning vektor ko`paytmasi va aralash ko`paytmasi. Tekislikda va fazoda dekart koordinatalar sistemasini almashtirish. Qutb, tsilindrik va sferik koordinatalar sistemasi. Fazoda tekislik va to`g'ri chiziq tenglamalari. Tekislik va to`g'ri chiziqlarning o`zaro vaziyati. Fazoda tekisliklarning o`zaro vaziyati. Fazoda to`g'ri chiziqlarining o`zaro vaziyati. Tekislikda to`g'ri chiziq tenglamalari. Ellips, giperbola, parabola va uning kanonik tenglamalari. Konik kesimlar. Ellips, parabola va giperbolaning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamalar. Sfera, ellipsoid, giperboloid va paraboloidning kanonik tenglamalari. Tsilindrik, konus va to`g'ri chiziqli sirtlar. Bir pallali giperboloid va giperbolik paraboloidning to`g'ri chiziqli yasovchilar. Sfera va ellipsoidning urinma tekisligi tenglamalari. Chiziqli fazo. Chiziqli fazo o'lchovi. Chiziqli fazo qisim fazosi. Evklid fazosi Mekrik fazo tushunchalari. Ortonormallangan bazis. Matrisalar algebrasi. Teskari matrisa tushunchasi. Matrisa rangi. Matrisa rangi haqidagi asosiy teorema. Elementar almashtirishlar. Chiziqli tenglamalar sistemasining asosiy va kengaytirilgan matrisalari. Teng kuchli (ekvivalent) tenglamalar sistemasi. Birgalikda va birgalikda bo'lmagan chiziqli tenglamalar sistemalari. Chiziqli tenglamalar sistemasini zinapoya usuliga keltirish. Gauss usuli. Bir jinsli tenglamalar sistemasi. Yagona yechinga ega bo'lish va yechimga ega bo'lmaslik shartlari. Kroneker-Kapelli teoremasi. Fundamental yechimlar. Kompleks sonlar ustida amallar. Kompleks sonlarni trigonometrik shakilga keltirish, darajaga ko'tarish va n- darajali ildiz chiqarish. Birning ildizlari. Chiziqli opratorlar. Chiziqli opratorlarni berilgan bazisda ifodalash. Chiziqli opratorlarning turli bazislardagi matritsalari orasidagi boglanish. Chiziqli opratorlarning xos vector va xos sonlari. Chizikli formalar. Bichizikli formalar. Polichizikli formalar. Kvadratik forma matritsasi. Kvadratik formani kanonik kurinishga keltirish. Ikkinchi tartibli egri chiziqlar umumiy tenglamalarini kanonik ko'rinishga keltirish. Markaziy chiziqning tenglamasini kanonik ko`rinishga keltirish. Ikkinchi tartibli sirtlar umumiy tenglamalarini kanonik ko'rinishga keltirish.

Mustaqil ta'lim mavzulari

Tekislikda to`g'ri chiziqlarning o`zaro vaziyatini aniqlash. Kesmani berilgan nisbatda bo`luvchi nuqta koordinatalarini topish. Ikkita tekislikning o`zaro vaziyatini aniqlang. Ikkinchi tartibli chiziqlarning fokal xossalarini isbotlang. Ikkinchi tartibli chiziqlar markazini aniqlash. Ikkinchi tartibli chiziq diametri va uning xossalari. Ikkinchi tartibli sirtlarga misol keltiring. Sfera uchun urinma tekislik tenglamasini tuzing. Ikkinchi tartibli chiziqlarning umumiy tenglamalari. Ikkinchi tartibli chiziq markazi. Markaziy va nomarkaziy chiziqlar. Ikkinchi tartibli chiziq va to`g'ri chiziqning o`zaro vaziyati. Asimptotik va noassimptotik yo`nalishlar. Ikkinchi tartibli chiziqlarning urinmasi. Maxsus yo`nalishlar. Ikkinchi tartbli chiziq diametri. qo`shma yo`nalishlar va qo`shma diametrlar. Determinantlar nazaiyasini aksiomatik qurish. Algebraning asosiy teoremasi. Uchinchi va turtinchi tartibli tenglamalar Shturm teoremasi va uning tatbiklari. Ko'phadlar asosiy teorema. Ko'phadlar ildizi. Bezu teoremasi. Gorner sxemasi. Karrali ildizlar. Ratsional koeffitsientli ko'phadlar. Haqiqiy koeffisientli kompleks o'zgaruvchili ko'phadlar. Keltirilmaydigan ko'phad turlari. Rasional kasrlar. Rasional kasrni eng soda rasional kasrlar yig'indisiga yoyish haqidagi asosiy teorema.

ANALITIK GEOMETRIYA VA CHIZIQLI ALGEBRA FANI BO'YICHA

Mavzularning mashg'ulot turlari bo'yicha soatlarda taqsimlanishi

№	Darsda o'tilishi lozim bo'lgan asosiy mavzular	Maru za	Amaliy mashg'ulot	Labara toriya	Musta qil ish
	I -SEMESTR				
I	**1-Modul. Determenantlar nazariyasi elementlari**	**8**	**8**	**2**	**14**
1.1.	2-tartibli determinantlar. Ikki nomalumli ikkita tenglamalr sistemasi. Kramer qoidasi.	2	2		
1.2.	3-tartibli determinantlar. .Minor va algebraik to'ldiruvchilar.	2	2		
1.3.	Uch nomalumli bir jinslimas tenglamalar sistemasi..	2	2		
1.4.	Yuqori tartibli determinantlar va ularning xossalari.	2	2	2	
II	**Analitik geometriya asosiy tushunchalari. Dekart koordinatalar sistemasini**	**4**	**4**		**8**
2.1.	Tog'ri chiziqda, tekislikda va fazoda koordinatalar. Kesma. Qutb koordinatalar sistemasi va koordinatalarni almashtirish	2	2		
2.2.	Ikki nuqta orasidagi masofa. Kesmani berilgan nisbatda bo'lish. Uchburchakning yuzi..	2	2		
III	**Vektorlar algebrasi**	**8**	**8**		**10**
3.1.	Vektorlar. Koordinatalari bilan berilgan vektorlar ustida amallar. Vektorning moduli va yo'naltiruvchi kosinuslari.	2	2		
3.2.	Chiziqli erkli va chiziqli bog'lanishli vektorlar oilasi. Kollinearlik va komplanarlik.	2	2		
3.3.	Vektorlarning skalyar ko'paytmasi.	2	2		
3.4.	Chap va o'ng sistemalar. Vektorlarning vektor ko'paytmasi va aralash ko'paytmasi.	2	2		
	I. Joriy nazorat	18 ball			
	Shu jumladan:**Mustaqil ta'lim (referat, ijodiy ish, hisobot, taqdimot)**	4 ball			
IV	**2-Modul. Tekislikda to'g'ri chiziqlar**	**4**	**6**		**10**
4.1.	To'g'ri chiziqning burchak koeffisientli, umumiy, normal tenglamalari va ular orasidagi munosabatlar.	2	2		
4.2.	Nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa, ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak, Ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamalari.	2	4		
V	**Fazoda tekisliklar**	**4**	**4**		**14**
5.1.	Tekislikning normal, umumiy va kesmalarga nisbatan tenglamalari.	2	2		
5.2.	Ikki tekislik orasidagi burchak. Uch nuqtadan o'tgan tekislik tenglamasi. Uch tekislikning bir nuqtada kesishishi.. Nuqtadan tekislikkacha bo'lgan masofa.	2	2		
VI	**Fazoda to'g'ri chiziq**	**2**	**2**	**2**	**12**

6.1.	To’g’ri chiziqning vector, parametric, kanonik va umumiy tenglamalari. Ikki nuqtadan o’tuvchi to’g’ri chiziq tenglamalari To’g’ri chiziqlarni kesishishi va ular orasidagi burchak.	2	2	2	
VII	**Ikkinchi tartibli chiziqlar va sirtlar**	**8**	**8**	**2**	**18**
7.1.	Ellips va uning xossalari.	2	2	2	
7.2.	Giperbola, parabola va ularning xossalari.	2	2		
7.3.	Aylanma va silindrik sirtlar.	2	2		
7.4.	Ellipsoid, giperboloid va paraboloid	2	2		
	II. Joriy nazorat	17 ball			
	Shu jumladan:**Mustaqil ta’lim (referat, ijodiy ish, hisobot, taqdimot)**	3 Ball			
	Oraliq nazorat	35 ball			
	Shu jumladan:**Mustaqil ta’lim (referat, ijodiy ish, hisobot, taqdimot)**	Ball			
	Yakuniy nazorat	30 ball			
	Shu jumladan:**Mustaqil ta’lim (referat, ijodiy ish, hisobot, taqdimot)**	6 ball			
	jami	38	40	6	84

Mustaqil ta’lim topshiriqlari

1. Ikkita tekislikning o`zaro vaziyatini aniqlang. Ikkinchi tartibli chiziqlarning fokal xossalarini isbotlang.
2. Ikkinchi tartibli chiziqlar markazini aniqlash. Ikkinchi tartibli chiziq diametri va uning xossalari.
3. Ikkinchi tartibli sirtlarga misol keltiring. Sfera uchun urinma tekislik tenglamasini tuzing.
4. Ikkinchi tartibli chiziqlarning umumiy tenglamalari. Ikkinchi tartibli chiziq markazi.
5. Markaziy va nomarkaziy chiziqlar. Ikkinchi tartibli chiziq va to`g’ri chiziqning o`zaro vaziyati.
6. Asimptotik va noassimptotik yo`nalishlar. Ikkinchi tartibli chiziqlarning urinmasi. Maxsus yo`nalishlar.
7. Ikkinchi tartbli chiziq diametri. qo`shma yo`nalishlar va qo`shma diametrlar.

ANALITIK GEOMETRIYA VA CHIZIQLI ALGEBRA FANI BO’YICHA I-SEMESTRIDAGI REYTING NAZORATLARI GRAFIGI

Ta’lim yo’nalishi: amaliy matematika va informatika.
Umumiy o’quv soatlari -168, shundan ma’ruza 38 soat, amaliy.– 40 soat, labaratoriya – 6, mustaqil ish – 84 soat.

<table>
<tr><th rowspan="2">Ishchi o’quv dasturidagi mavzular tartib raqami (qo’shimcha topshiriq mazmuni)</th><th colspan="5">Umumiy soat</th><th rowspan="2">Baholash turi</th><th rowspan="2">Nazorat shakli</th><th colspan="2">Bali</th><th rowspan="2">Muddati (hafta)</th></tr>
<tr><th>Ma’ruza</th><th>Amaliy mashg’ulot</th><th>labaratoriya</th><th>Mustaqil ish</th><th>Jami</th><th>Max. ball</th><th>Sar. ball</th></tr>
<tr><td colspan="11">1 – modul. Determenantlar nazariyasi elementlari. Analitik geometriya asosiy tushunchalari.</td></tr>
</table>

Vektorlar algebrasi										
1.1- 1,4,2.1-2.2,3.1-3.4	**20**	**20**	**2**	**32**	**74**	**1-JB**	**Yozma, og'zaki**	**18**		**8- hafta**
1.1 - 3.4	**1 modullar bo'yicha**					**1-OB**	**Og'zaki, yozma**	**18**		**8- hafta**
2 – modul. Tekislikda to'g'ri chiziqlar. Fazoda tekisliklar va to'g'ri chiziq. Ikkinchi tartibli chiziqlar va sirtlar.										
4.1 – 4.2 5.1 – 5.2 6.1, 7.1-7.4	**18**	**20**	**4**	**52**	**94**	**2-JB**	**Yozma, og'zaki**	**17**		**15–hafta**
4.1 - 7.4	**2 modullar bo'yicha**					**2-OB**	**Og'zaki, yozma**	**17**		**15-hafta**
	Joriy va oraliq nazoratlar jami bo'yicha							**70**	**39**	
1.1 – 7.4						**YaB**	**Yozma, og'zaki**	**30**		**jadval bo'yicha**
JAMI:	**38**	**40**	**6**	**84**	**168**	**Jami ballar**		**100**	**55**	

JNlar uchun ajratilgan maksimal ballning taqsimlanishi: (maks 35)

№		35	1-JB (18)	2-JB (17)
1	Dars jarayonida amaliy ishlarni bajara olishiga	10	5	5
2	Joriy yozma ishlar	10	5	5
3	Yozma uy vazifasi	8	4	4
4	Mustaqil ta'lim (referat, ijodiy ish, hisobot, taqdimot)	7	4	3

ONlar uchun ajratilgan maksimal ballning taqsimlanishi: (maks 35)

№	Oraliq yozma ishi	35	1-OB (18)	2-OB (17)
1	Nazariy savol -1	8	4	4
2	Nazariy savol-2	8	4	4
3	3-misol	6	3	3
4	4-misol	6	3	3
5	Mustaqil ta'lim (referat, ijodiy ish, hisobot, taqdimot yoki yozma ish savoli)	7	4	3

YaN uchun ajratilgan maksimal ballning taqsimlanishi: (maks 30)

№	Yakuniy yozma ish yoki og'zaki so'rov	30
1	Nazariy savol- 1	6
2	Nazariy savol -2	6
3	3-misol	6
4	4-misol	6
5	Mustaqil ta'lim (referat, ijodiy ish, hisobot, taqdimot yoki yozma ish savoli)	6

ANALITIK GEOMETRIYA VA CHIZIQLI ALGEBRA FANI BO'YI
bilimini baholash mezonlari

1. Nazoratlar turlari, soni va shakli

№	Nazorat turi	soni	Nazorat shakli	Maksimal ball	Saralash ball	O'tkazish vaqti

	JN ON YaN	2 2 1	Og'zaki,yozma,test Og'zaki,yozma,test Yozma,og'zaki, test	35 35 30	55	Jadval bo'yicha

№	**Darsda o'tilishi lozim bo'lgan asosiy mavzular**	**Maruza**	**Amaliy mashg'ulot**	**Labaratoriya**	**Mustaqil ish**
	II -SEMESTR				
I	**3 modul Matritsa va chiziqli tenglamalar sistemasi**	**8**	**12**	**2**	**22**
1.1.	Teskari matrisa tushunchasi. Matrisa rangi. Matrisa rangi haqidagi asosiy teorema.	2	4		
1.2.	Chiziqli tenglamalar sistemasining asosiy va kengaytirilgan matrisalari. Teng kuchli (ekvivalent) tenglamalar sistemasi. Birgalikda va birgalikda bo'lmagan chiziqli tenglamalar sistemalari.	2	2		
1.3.	Birgalikda va birgalikda bo'lmagan chiziqli tenglamalar sistemalari. Chiziqli tenglamalar sistemasini zinapoya usuliga keltirish. Gauss usuli.	2	4		
1.4.	Bir jinsli tenglamalar sistemasi. Yagona yechinga ega bo'lish va yechimga ega bo'lmaslik shartlari. Kroneker-Kapelli teoremasi. Fundamental yechimlar.	2	2	2	
II	**Kompleks sonlar.**	**4**	**4**		**8**
2.1.	Kompleks sonlar ustida amallar. Kompleks sonlarni trigonometrik shakilga keltirish.	2	2		
2.2.	Kompleks sonlarni darajaga ko'tarish va *n*- darajali ildiz chiqarish.Birning ildizlari	2	2		
	I. Joriy nazorat	**17 ball**			
	Shu jumladan:**Mustaqil ta'lim (referat, ijodiy ish, hisobot, taqdimot)**	**3 ball**			
III	**Chiziqli opratorlar.**	**6**	**8**	**2**	**16**
3.1.	Chiziqli akslantirishlar. Chiziqli opratorlar. Chiziqli opratorlar to'plami. Chiziqli opratorlarni berilgan bazisda ifodalash.	2	2		
3.2.	Chiziqli opratorlarning turli bazislardagi matritsalari orasidagi boglanish.	2	2		
3.3.	Chiziqli opratorlarning xos vector va xos sonlari.	2	4		
IV	**Kvadratik formalar.**	**8**	**12**	**2**	**22**
4.1.	Chizikli formalar. Bichizikli formalar. Polichizikli formalar. Kvadratik forma matritsasi. Kvadratik formani kanonik kurinishga keltirish.	2	2		
4.2.	Ikkinchi tartibli egri chiziqlar umumiy tenglamalarini kanonik ko'rinishga keltirish.	2	4		
4.3.	Markaziy chiziqning tenglamasini kanonik ko`rinishga keltirish..	2	4		

4.4.	Ikkinchi tartibli sirtlar umumiy tenglamalarini kanonik ko'rinishga keltirish.	2	2		
	II. Joriy nazorat	18 ball			
	Shu jumladan:**Mustaqil ta'lim (referat, ijodiy ish, hisobot, taqdimot)**	4 Ball			
	Oraliq nazorat	35 ball			
	Shu jumladan:**Mustaqil ta'lim (referat, ijodiy ish, hisobot, taqdimot)**	Ball			
	Yakuniy nazorat	30 ball			
	Shu jumladan:**Mustaqil ta'lim (referat, ijodiy ish, hisobot, taqdimot)**	6 ball			
	jami	26	36	6	68

Mustaqil ta'lim topshiriqlari

1. Uchinchi va turtinchi tartibli tenglamalar Shturm teoremasi va uning tatbiklari.
2. Ko'phadlar asosiy teorema. Ko'phadlar ildizi. Bezu teoremasi. Gorner sxemasi. Karrali ildizlar.
3. Ratsional koeffitsientli ko'phadlar. Haqiqiy koeffisientli kompleks o'zgaruvchili ko'phadlar. Keltirilmaydigan ko'phad turlari.
4. Rasional kasrlar. Rasional kasrni eng soda rasional kasrlar yig'indisiga yoyish haqidagi asosiy teorema.
5. Algebraik tuzilmalar: gruppa, xalka maydon. Gruppa, kism gruppa, normal buluvchi, faktor gruppalar.

ANALITIK GEOMETRIYA VA CHIZIQLI ALGEBRA FANI BO'YICHA II-SEMESTRIDAGI REYTING NAZORATLARI GRAFIGI

Ta'lim yo'nalishi: amaliy matematika va informatika.

Umumiy o'quv soatlari -136, shundan ma'ruza 26 soat, amaliy – 36 soat, labaratoriya – 6, mustaqil ish –68 soat.

Ishchi o'quv dasturidagi mavzular tartib raqami (qo'shimcha topshiriq mazmuni)	Umumiy soat					Baholash turi	Nazorat shakli	Bali		Muddati (hafta)
	Ma'ruza	Amaliy mashg'ulot	seminar	Mustaqil ish	Jami			Max. ball	Sar. ball	
1 – modul. Matritsa va chiziqli tenglamalar sistemasi. Kompleks sonlar.										
1.1- 1.5, 2.1 – 2.2	12	16	2	30	60	1-JB	Yozma, og'zaki	17		8- hafta
2 – modul. Chiziqli opratorlar. Kvadratik formalar.										
3.1 – 3.3 4.1 – 4.4	14	20	4	38	76	2-JB	Yozma, og'zaki	18		15–hafta
1.1 - 4.4	1 va 2 modullar bo'yicha					1-OB	Og'zaki, yozma	35		15-hafta
	Joriy va oraliq nazoratlar jami bo'yicha							70	39	

1.1 – 4.4						YaB	Yozma, og'zaki	30		jadval bo'yicha
JAMI:	26	36	6	68	136	Jami ballar		100	55	

JNlar uchun ajratilgan maksimal ballning taqsimlanishi: (maks 35)

№		35	1-JB (17)	2-JB (18)
1	Dars jarayonida amaliy ishlarni bajara olishiga	10	5	5
2	Joriy yozma ishlar	10	5	5
3	Yozma uy vazifasi	8	4	4
4	Mustaqil ta'lim (referat, ijodiy ish, hisobot, taqdimot)	7	3	4

ONlar uchun ajratilgan maksimal ballning taqsimlanishi: (maks 35)

№	Oraliq yozma ishi	35	1-OB (35)
1	Nazariy savol -1	8	8
2	Nazariy savol-2	8	8
3	3-misol	6	6
4	4-misol	6	6
5	Mustaqil ta'lim (referat, ijodiy ish, hisobot, taqdimot yoki yozma ish savoli)	7	7

YaN uchun ajratilgan maksimal ballning taqsimlanishi: (maks 30)

№	Yakuniy yozma ish yoki og'zaki so'rov	30
1	Nazariy savol- 1	6
2	Nazariy savol -2	6
3	3-misol	6
4	4-misol	6
5	Mustaqil ta'lim (referat, ijodiy ish, hisobot, taqdimot yoki yozma ish savoli)	6

Analitik geometriya va chiziqli algebra fanidan talabalar bilimini baholash mezonlari

1. Nazoratlar turlari, soni va shakli

№	Nazorat turi	soni	Nazorat shakli	Maksimal ball	Saralash ball	O'tkazish vaqti
	JN ON YaN	2 1 1	Og'zaki,yozma,test Og'zaki,yozma,test Yozma,og'zaki, test	35 35 30	55	Jadval bo'yicha

M A' R U Z A L A R

Mavzu 1. 2-tartibli determinantlar. Ikki nomalumli ikkita tenglamalr sistemasi. Kramer qoidasi.

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya va chiziqli algebra

O'quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O'quv mashg'uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o'rganish.

Ma`ruza rejasi:

1. Ikkinchi tartibli determinantlarni hisoblash.
2. Chiziqli tenglamalar sistemasini yechishda Kramer qoidasi.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta`surotlar berish, analitik geometriya va chiziqli algebra va keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O'quv mashg'uloti vazifasi:

- *O'rgatuvchi*: talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; 2-tartibli determinantlar. Ikki nomalumli ikkita tenglamalr sistemasi. Kramer qoidasi terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik fikrlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish; 2-tartibli determinantlarni yechishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
- *Rivojlantiruvchi*: kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
- *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; 2-tartibli determinantlarning matematik-komunikativ kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qutish usullari*: instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O'qitish shakillari*: frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar stemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik dabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Oily matematika doirasidagi yutuqlar yoritiladi;

- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xatakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini  beradi, oily matematika fani ma`ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralarbilan ishlay olishligi;

- **1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi**

1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi,); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi,; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati:* mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e`tiborlarini asosiylarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me`zonlari;
- *Talabalar faoliyati: ishning* tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma`ruza rejasi:

1. Ikkinchi tartibli determinantlarni hisoblash.
2. Chiziqli tenglamalar sistemasini yechishda Kramer qoidasi.

Kalit so'zlar: determinant, sestema, element, dioganal, Kramer.

1.3.1. Ma`ruza matni

Quyidagi

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \qquad (1)$$

ko'rinishdagi ifodaga ikkinchi tartibli determinant (aniqlovchi) deyiladi. Bu erda $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ sonlar determinantning elementlari a_{11}, a_{12} *va* a_{21}, a_{22} sonlar determinantning satr elementlari a_{11}, a_{21} *hamda* a_{12}, a_{22} sonlar uning ustun elementlari, a_{11}, a_{22} *va* a_{12}, a_{21} sonlar esa dioganal elemntlari deb ataladi.

(1) determinant ma'lum son qiymatni aniqlaydi va bu qiymat quyidagicha hisoblanadi:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

bu teglik ikkinchi tartibli determinantni hisoblash qoiydasini aniqlaydi: "Determinantning qiymati diagonali elementlari ko'paytmalarining ayirmasiga teng".

Kramer qoidasi. Ikki noma'lumli tenglamalar sistemasini yechish

1. Ushbu tenglamalar sistemasi berilgan bo'lsin:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \qquad (2)$$

bunda no'malumlar oldidagi koeffisiyentlardan bittasi noldan farqli.

(2) sistemaning no'malumlari oldida turgan koeffisiyentlardan ushbu determinant (aniqlovchi) ni tuzamiz:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

va uni sistemaning asosiy determinanti deb aytamiz.

Noma'lum x va y lar oldida turgan koeffisiyentlarni ozod hadlar s_1, s_2 lar bilan almashtirib,

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}, \qquad \Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

determinantlarni tuzamiz.

1. $\Delta \neq 0$. bu holda (2) sistema kamida bitta (x, y) yechimga ega va u

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} \qquad (3)$$

formulalar bilan topiladi.

2. $\Delta = 0$. Ammo Δ_x yoki Δ_y determinantlardan kamida bittasi noldan farqli bo'lsa, (2) sistema yechimga ega bo'lmaydi. Bu holda (2) sistemaning tenglamalari birgalikda emas deyiladi.

3. Agar $\Delta = \Delta_x = \Delta_y = 0$ bo'lsa, u holda sistema cheksiz ko'p yechimga ega.

Namunaviy misol

Ushbu $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$

tenglamalar sistemasi yechilsin.

Yechish. Sistemasini yechish uchun Kramer usulidan foydalanamiz. Noma'lumlar oldida turgan koeffisiyentlardan quyidagi determinantni tuzib, hisoblaymiz.

1) $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 3 = 1$

2) x ga bog'liq bo'lgan determinantni uning oldidagi koeffisiyentlarni ozod hadlar bilan almashtirib tuzamiz va hisoblaymiz:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 - 3 = -1$$

3) y ga bog'liq bo'lgan deteminantni uning ular oldidagi koeffisiyentlarni ozod hadlar bilan almashtirib tuzib, keyin hisoblaymiz:

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 1 = 1$$

Kramer qoidasiga ko'ra, $\Delta \neq 0$ bo'lgani uchun

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-1}{1} = -1, \qquad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{1}{1} = 1,$$

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

1. Ikkinchi tartibli determinantlar qanday xisoblanadi.
2. Ikki noma'lumli tenglamalar sistemasini yechish.

1.3.2-б. Blits-so'rov uchun savollar

1. Ikkinchi tartibli determinant qanday xisoblsnsdi.
2. Tenglamalar sistemasini yechishni qanday usullarini bilasiz.
3. Tenglamalar sistemasi qachon yechimga ega.

1.3.2-в. Og'zaki so'rov uchun savollar

1. Determinant nima.
2. Kramer qoidasi nima.
3. Tenglamalar sistemasi qachon yechimga ega.

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- *takrorlash va mashqlar*: takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- *yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish*: yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- *ilmiy xarakterdagi ishlar*: muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

$a)\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x - y = 0 \end{cases},$ $б)\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 2x + y = 8 \end{cases},$ $в)\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x - y = 2 \end{cases},$

g) $\begin{cases} 4x - 5y = 40 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$ j) $\begin{cases} x + y = 0 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$ i) $\begin{cases} x - y = -1 \\ x + y = 5 \end{cases}$

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1. $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$ ni xisoblang.

a) -2; b)3;   c) -5;   d) 6

2. $\begin{vmatrix} 2 & x \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -1$ noma’lum x ni toping.

a) 1; b) 2; c) -1; d) -2

3. $\begin{cases} x + 2y = -1 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini yeching.

a) (1,2); b) (1,-1); c) (2,-10; d) (-2,1)

1.3.5. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру. М., 1977, 495 стр.
2. Курош А.Г. Олий алгебра курси. Тошкент, 1972.
3. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. М., Наука, 1984, 415 ст.
4. Гельфанд И.М. Чизикли алгебрадан лекциялар. Тошкент, 1966.
5. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. М., Наука, 1964, 388 с.
6. Виноградов И.М. Сонлар назарияси асослари. – Тошкент, 1962.
7. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. М., Наука, 1977.
8. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. М., Наука, 1977.
9. Сборник задач по алгебре под редакцией. А.И. Кострикина, М., Наука, 1985.

Qo’shincha adabiyotlar

10. Юкори тартибли детерминантларни хисоблашга доир методик курсатма. Самарканд, СамДУ нашри, 1988.
11. Оператор матрицасининг Жордан шаклига доир методик курсатмалар. Самарканд, СамДУ нашри, 1993.
12. Хожиев Ж., Файнлеб А.С. Алгебра ва сонлар назарияси курси, Тошкент, «Узбекистон», 2001.
13. Исроилов М.И., Солеев А.С. Сонлар назарияси. – Тошкент, «Фан», 2003.
14. Нарзуллаев У.Х., Солеев А.С. Алгебра и теория чисел. I-II часть, Самарканд, 2002.
15. Determinantlar nazariyasi. «Algebra va sonlar nazariyasi» fanidan amaliy mashg’ulotlar o’tkazish uchun uslubiy tavsiyalar. . Uslubiy qo‘llanma. – Samarqand: SamDU nashri, 2011. – 56 bet. Matrisalar algebrasi. «Algebra va sonlar nazariyasi» fanidan amaliy mashg’ulotlar.

1.4. O’qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o’zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g’oyalarni baholashdan o’zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo’q bo’lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g’oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo’lma;
- Izoh berishdan o’zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g’oyalar ko’p bo’lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g’oya tug’ulishi imkoniyati ko’proq
- Agar g’oyalar takrorlansa o’ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g’oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul

qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;

- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. "Insert" texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kewlayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;
- "Insert" jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to'ldirish:
  Agar «!» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki siz o'ylagan fikrga to'g'ri kelayotganini o'qiyapsiz;
  Agar «–» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki tyo'g'ri deb o'ylaganingizga mutlaqo zid bo'lganini o'qiyapsiz;
  Agar «+» bo'lsa siz o'qityotganingiz siz uchun yangilik;
  Agar «?» bo'lsa, siz o'qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko'proq ma`lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o'z do'stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo'lib hurmar ko'rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o'ziga kerak paytda yordam so'rashi kerak;
- Har kim undan yordam so'ralganda yordam ko'rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o'zgalarga yordam berib o'zimiz o'rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 2. 3-tartibli determinantlar.minor va algebraik to'ldiruvchilar.

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya va chiziqli algebra

O'quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O'quv mashg'uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o'rganish.

Ma`ruza rejasi:

3. Uchunchi tartibli determinantlarni hisoblash.
4. Minor va algebraik to'ldiruvchilar.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta`surotlar berish, determinant va keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

Zadachi uchebnogo zanyatiya:

- *O'rgatuvchi*: talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; 3-tartibli determinantlar. Minor va algebraik to'ldiruvchilar terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik fikrlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish; 3-tartibli determinantlarni yechishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
- *Rivojlantiruvchi*: kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
- *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; 3-tartibli determinantlar. Minor va algebraik to'ldiruvchi-larning matematik-komunikativ kursni bir qismi sifatida

tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qutish usullari*: instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, “Insert” texnikasi;
- *O'qitish shakillari*: frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar stemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik dabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Oily matematika doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xatakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini beradi, oily matematika fani ma`ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralarbilan ishlay olishligi;

- **1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi**

1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi,); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, “Insert” usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi,; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; “Insert” usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;

- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati:* mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e`tiborlarini asosiylarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me`zonlari;
- *Talabalar faoliyati: ishning* tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma`ruza rejasi:

3. Uchunchi tartibli determinantlar. Uning elementlari, ustun va diagonali, hisoblash.
4. Minor va algebraik to'ldiruvchilar.

Kalit so'zlar: dioganal, isora, son, ustun, satr element, minor va to'ldiruvchi.

1.3.1. Ma`ruza matni

Ixtiyoriy uchta satr va ixtiyoriy uchta ustunlardan iborat to'g'ri burchakli sonli jadval matrisa deyiladi. Matrisani ifodalash uchun ikkilangan chiziqlar yoki aylanma qavslardan foydalaniladi. Masalan:

$$\begin{Vmatrix} 3 & 5 & 2{,}5 \\ 1 & 0 & 4 \\ 9 & 8 & 6 \end{Vmatrix} \text{ yoki } \begin{pmatrix} 3 & 5 & 2.5 \\ 1 & 0 & 4 \\ 9 & 8 & 6 \end{pmatrix}.$$

Agar matrisaning satrlari soni ustunlari soniga teng bo'lsa, u holda matrisa kvadrat matrisa deb ataladi. Matrisa tarkibidagi sonlar uning elementlari deb ataladi.

Uchinchi tartibli determinat deb,

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$

$$- a_{13}a_{22}a_{31} - a_{13}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}$$

ga teng songa aytiladi.

a_{kl} son determinantning elementi deyiladi, bunda a_{kl} element k-chi satr va l-chi ustunning kesishmasida joylashadi. a_{11}, a_{22}, a_{33} elementlar determinantning asosiy diagonalini, a_{13}, a_{22}, a_{31} elementlar esa qo'shimcha diagonalni tashkil etadi.

Uchinchi tartibli determinantlar uchun o'rnatilgan quyidagi xossalarning bajarilishini ko'rsatish qiyin emas, qolaversa, bu xossalar ikkinchi tartibli (hatto *n*-tartibli) determinantlar uchun ham o'rinli.

Misol. Ushbu determinantni determinantlarni xossalaridan foydalanib, hisoblaymiz:

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & 4 \\ 6 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 \end{vmatrix} =$$

$$= 2\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 6 \\ 0 & -3 & 7 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 6 \\ 0 & -3 & 7 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 11 \end{vmatrix} = 2\left(1\cdot(-1)\cdot(-11)\right) = 22$$

Uchburchak usuli bilan hisoblab determinant 22 teng bo'lishligiga ishonch hosil qiling.

MINORLAR VA ALGEBRAIK TO'LDIRUVChILAR

Biz determinantlarni hisoblashda muhim vositachi vazifasini bajaruvchi determinantlarni tartibini pasaytirib hisoblash metodi bo'lib, unda bosh rolni minor va algebraik to'ldiruvchi tushunchalari o'ynaydi.

$n-$nchi tartibli kvadratik

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} & a_{1k+1} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2k} & a_{2k+1} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{kk} & a_{kk+1} & \dots & a_{kn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{k+1,1} & a_{k+1,2} & & a_{k+1,k} & a_{k+1,k+1} & \dots & a_{k+1,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} & a_{nk+1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

matrisa berilgan bo'lsin. Bu matrisani ixtiyoriy k ta satr va k ustunlarining kesishgan (o'chirilgan) joylaridan k-nchi tartibli determinant tuzib olamiz. Hosil bo'lgan determinantga $|A|$ determinantning k-nchi tartibli minori deyiladi.

Xususan, determinantda bitta satr va bitta ustunni ($k=1$) kesishgan joyida bitta element bo'ladi, ya'ni determinantning elementlari ham minorlar bo'lishi mumkin. O'chirilmay qolgan elementlaridan tuzilgan determinant $(n-k)$ tartibli determinant bo'lib, unga minorning to'ldiruvchi minori deyiladi. Minor va to'ldiruvchi minorlarni qulaylik uchun M va $\overline{M}$ lar bilan belgilab olamiz. Shuni ta'kidlaymizki, M va $\overline{M}$ determinantlar bir-birini o'zaro to'ldiruvchi minorlar juftligi deb ham ataladi. Xususan, determinantning $i-$nchi satr va $j-$nchi ustunini kesishmasida turgan a_{ij} element birinchi tartibli va uning o'chirilmay qolgan elementlaridan tuzilgan to'ldiruvchi minor $(n-1)$ tartibli minor bo'lib, ular birgalikda o'zaro to'ldiruvchi minorlar juftini tashkil qiladi.

Agar $k-$tartibli M minor $i_1, i_2, \dots, i_k$ satr va $j_1, j_2, \dots, j_k$ ustunlarining kesishmasidan tuzilgan bo'lsa, u holda

$$\overline{A} = (-1)^{S_M}\ \overline{M},$$

bu yerda $S_M = (i_1 + i_2 + ... + i_k) + (j_1 + j_2 + ... + j_k)$ M minorning algebraik to'ldiruvchi deyiladi.

Matrisaning bosh diagonalida joylashgan

$$|a_{11}|, \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, ..., \begin{vmatrix} a_{11} & ... & a_{1k} \\ ... & ... & ... \\ a_{k1} & ... & a_{kk} \end{vmatrix}$$

va hokazolar, xususan $|A|$ ning o'ziga bosh minorlar deb ataladi.

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

- Uchunchi tartibli determinantlar qanday xisoblanadi.
- Minor deb nimaga aytiladi.
- Algebraik to'ldiruvchi deb nimaga aytiladi.

1.3.2-b. Blits-so'rov uchun savollar

1. Uchunchi tartibli determinantni nechta 2 tartibli minor bor.
2. Matrisa bilan determenantning farqi nimada.

1.3.2-v. Og'zaki so'rov uchun savollar

1. Uchunchi tartibli determinantlarni 2- tartibli bosh minorini ko'sating.
2. Kvadrat matrisa deb nimaga aytiladi.

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- *takrorlash va mashqlar*: takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- *yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish*: yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- *ilmiy xarakterdagi ishlar*: muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

$$1)\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 4 & -2 & 1 \end{vmatrix} \quad 2)\begin{vmatrix} 0{,}15 & 0{,}25 & 0{,}35 \\ 3 & 4 & -2 \\ 0{,}45 & 0{,}5 & 0{,}55 \end{vmatrix} \quad 3)\begin{vmatrix} -1 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} \quad 6)\begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 3 & -4 & 2 \\ 4 & 5 & -3 \end{vmatrix}$$

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1) $\begin{cases} 2x - 3y + z = -2 \\ 4x - y + 3z = 6 \\ x - 5y - 4z = 0 \end{cases}$ ni xisoblang a) (1,1,-1); b) (2,2,3); c)(1,-1,-2); d)(2,0,2)

2) $\begin{cases} x - 2y + 4z = 5 \\ 3x - 4y - 3z = 0 \\ 3x - y + 5z = 8 \end{cases}$ ni xisoblang a) (1,0,1); b) (-2,2,-3); c)(-1,0,-2); d)(-2,3,2)

3) $\begin{cases} x+y+z=3 \\ x-y+z=2 \\ 2x+3y-5y=0 \end{cases}$ ni xisoblang a) (1,1,1); b) (-2,0,3); c)(0,0,-2); d)(2,3,2)

4) $\begin{cases} x+y+z=5 \\ x-y+z=1 \\ 2x-y+2z=4 \end{cases}$ ni xisoblang a) (2,2,1); b) (2,-2,3); c)(1,0,-2); d)(3,3,2)

1.3.5. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

16. Kostrikin A.I. Vvedeniye v algebru. M., 1977, 495 str.
17. Kurosh A.G. Oliy algebra kursi. Toshkent, 1972.
18. Faddeyev D.K. Leksii po algebre. M., Nauka, 1984, 415 st.
19. Gelfand I.M. Chizikli algebradan leksiyalar. Toshkent, 1966.
20. Faddeyev D.K., Faddeyeva V.N. Vычislitelныye metodы lineynoy algebrы. M., Nauka, 1964, 388 s.
21. Proskuryakov I.V. Sbornik zadach po lineynoy algebre. M., Nauka, 1977.
22. Faddeyev D.K., Sominskiy I.S. Sbornik zadach po vыsshey algebre. M., Nauka, 1977.
23. Sbornik zadach po algebre pod redaksiyey. A.I. Kostrikina, M., Nauka, 1985.

Qo'shincha adabiyotlar

24. Yukori tartibli determinantlarni xisoblashga doir metodik kursatma. Samarkand, SamDU nashri, 1988.
25. Xojiyev J., Faynleb A.S. Algebra va sonlar nazariyasi kursi, Toshkent, «Uzbekiston», 2001.
26. Isroilov M.I., Soleyev A.S. Sonlar nazariyasi. – Toshkent, «Fan», 2003.
27. Narzullayev U.X., Soleyev A.S. Algebra i teoriya chisel. I-II chast, Samarkand, 2002.
28. Determinantlar nazariyasi. «Algebra va sonlar nazariyasi» fanidan amaliy mashg'ulotlar o'tkazish uchun uslubiy tavsiyalar. Uslubiy qo'llanma. – Samarqand: SamDU nashri, 2011. – 56 bet.Matrisalar algebrasi. «Algebra va sonlar nazariyasi» fanidan amaliy mashg'ulotlar.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. "Insert" texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kewlayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;
- "Insert" jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to'ldirish:
  Agar «!» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki siz o'ylagan fikrga to'g'ri kelayotganini o'qiyapsiz;
  Agar «–» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki tyo'g'ri deb o'ylaganingizga mutlaqo zid bo'lganini o'qiyapsiz;
  Agar «+» bo'lsa siz o'qityotganingiz siz uchun yangilik;
  Agar «?» bo'lsa, siz o'qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko'proq ma`lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o'z do'stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo'lib hurmar ko'rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o'ziga kerak paytda yordam so'rashi kerak;
- Har kim undan yordam so'ralganda yordam ko'rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o'zgalarga yordam berib o'zimiz o'rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 3. Uch nomalumli birjinslimas teglamalar sistemasi.

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya va chiziqli algebra

O'quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O'quv mashg'uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o'rganish.

Ma`ruza rejasi:

5. Uch nomalumli birjinslimas teglamalar sistemasi,
6. Uch nomalumli birjinslimas teglamalar sistemasi yechishninig Kramer qoidasi.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta`surotlar berish, teglamalar sistemasi va keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

Задачи учебного занятия:

- *O'rgatuvchi*: talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; Uch nomalumli birjinslimas teglamalar sistemasi terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik fikrlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish; Uch nomalumli birjinslimas teglamalar sistemasini yechishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
- *Rivojlantiruvchi*: kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
- *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; 3-tartibli determinantlar. Minor va algebraik to'ldiruvchilarning matematik-komunikativ kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qutish usullari*: instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O'qitish shakillari*: frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar stemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik dabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Oily matematika doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xatakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini beradi, oily matematika fani ma`ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralarbilan ishlay olishligi;

- **1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi**

1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi,); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi,; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati:* mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e`tiborlarini asosiylarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me`zonlari;
- *Talabalar faoliyati: ishning* tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma`ruza rejasi:

1. Uch nomalumli birjinslimas teglamalar sistemasi.

o Uch nomalumli birjinslimas teglamalar sistemasi yechishninig Kramer qoidasi.

Kalit so'zlar: tenglama, sistema, noma'lum son, bir jinsli.

1.3.1. Ma`ruza matni

Uchinchi tartibli tenglamalar sistemasini

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 &= b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 &= b_3 \end{aligned} \qquad \textbf{(1)}$$

yechish uchun biz uchinchi tartibli determinant tushunchasini kiritamiz. Agar

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix} \qquad \textbf{(2)}$$

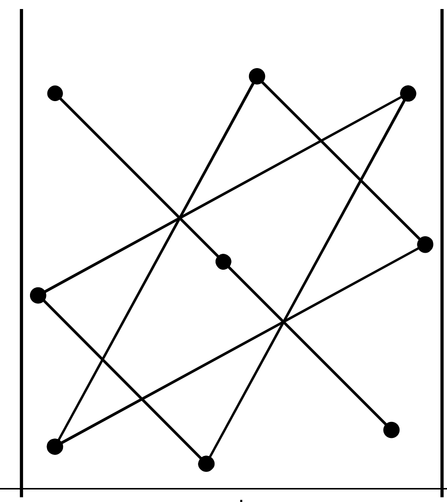
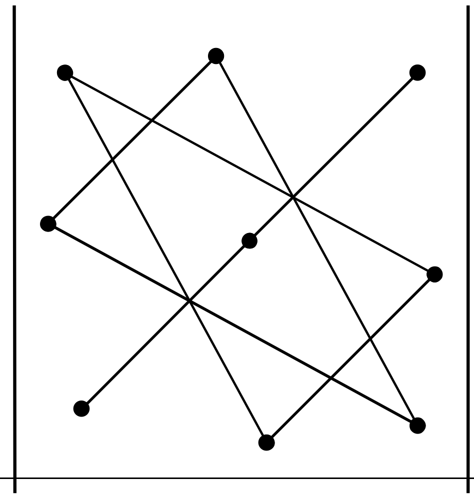
(1) tenglamalar sistemasining noma'lumlar oldidagi koeffisiyentlaridan tuzilgan uchinchi tartibli asosiy kvadratik matrisasi bo'lsa, ushbu

$$\begin{aligned} & a_{11}a_{22}a_{33} + a_{13}a_{21}a_{32} + a_{12}a_{23}a_{31} - \\ & -a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} \in P \end{aligned}$$

elementga (songa) A matrisaning determinanti deyiladi va $\det A,\ |A|,\ \Delta,\ d$ yoki

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \qquad \textbf{(3)}$$

ko'rinishlarda belgilanib olinadi. Determinantni qiymatini hisoblash yig'indiga qarab, quyidagi uchburchak usuli yoki Sarryus jadvali deb nomlangan qoida yordamida bajariladi:

	
+	–

Bu yerdagi (+) jadvalda determinantning musbat ishorali hadlari olinish qoidasi va (-) jadvalda determinantning manfiy ishorali hadlari olinish qoidasidir.

Teorema. (1) sistema $\Delta \neq 0$ da yagona

$$x_1^0 = \frac{\Delta_1}{\Delta},\ x_2^0 = \frac{\Delta_2}{\Delta},\ x_3^0 = \frac{\Delta_3}{\Delta}$$

yechimga ega, bu yerda

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},\ \Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},\ \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix},$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}.$$

Isbot. Agar (1) sistemaning birinchi tenglamasini har ikkala tomonini

$$\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}$$

ga, ikkinchisini

$$-\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{13}a_{32} - a_{12}a_{33}$$

ga, uchinchisini

$$\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} = a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}$$

ga ko’paytirib va ularni qo’shsak, $\Delta x_1 = \Delta_1$ hosil qilamiz. Xuddi shunday birinchi tenglamani

$$-\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} = a_{23}a_{31} - a_{21}a_{32}$$

ga, ikkinchisini

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{33} - a_{13}a_{31}$$

ga, uchinchisini

$$-\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix} = a_{13}a_{21} - a_{11}a_{23}$$

ga ko'paytirib, qo'shsak $\Delta x_2 = \Delta_2$ tenglik hosil bo'ladi va nihoyat, birinchi tenglamani

$$\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} = a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}$$

ga, ikkinchisini

$$-\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{31} \end{vmatrix} = a_{12}a_{31} - a_{11}a_{31}$$

ga, uchinchisini

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

ga ko'paytirsak va ularni qo'shsak, $\Delta x_3 = \Delta_3$ tenglikni hosil qilamiz. Olingan tengliklarga asosan

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta},\ x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta},\ x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} \qquad \textbf{(4)}$$

yechimlarni topamiz. Ikkinchi tomondan (4) qiymatlarni (1) ga olib borib qo'yilsa, uni qanoatlantirishi bevosita tekshiriladi. Bu (1) va (4) tenglamalar sistemalarini ekvivalent (teng kuchli) ekanligini va demak

$$x_1^0 = \frac{\Delta_1}{\Delta},\ x_2^0 = \frac{\Delta_2}{\Delta},\ x_3^0 = \frac{\Delta_3}{\Delta} \qquad \textbf{(5)}$$

qiymatlar (1) sistemaning yechimi ekanligini ko'rsatadi. (5) formuladagi topilgan yechimga Kramer qoidasi bilan hosil bo'lgan yechim deb ataladi.

Ko'p holda Δ determinantga (1) sistemaning asosiy determinanti, Δ_1, Δ_2, Δ_3 determinantlarga (1) tenglamalar sistemasining yordamchi determinantlari deb ham yuritiladi.

Misol. 2. Ushbu

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 3, \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 &= 0, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 &= 7 \end{aligned}$$

sistemani yechish uchun noma'lumlar oldidagi koeffisiyentlardan

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

matrisani tuzib olamiz va bu matrisaning determinantni hisoblaymiz:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 15 + 4 + 4 - 10 - 2 - 12 = -1 \neq 0.$$

Endi yordamchi determinantlarni hisoblaymiz:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 0 & 5 & 2 \\ 7 & 1 & 3 \end{vmatrix} = -3, \ \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 7 & 3 \end{vmatrix} = 2, \ \Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & 1 & 7 \end{vmatrix} = -2$$

va demak

$$x_1^0 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 3, \ x_2^0 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -2, \ x_3^0 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = 2$$

sistemaning yechimi bo'ladi.

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

1. 3- tartibli determinant qanday hisoblanadi.
2. Tenglamalar sitemasini yechishda asosiy determinant nol bo'lib qolsa nima bo'ladi.

1.3.2-б. Blits-so'rov uchun savollar

1. Teglamalar sistemasining umumiy yechimi nima.

1.3.2-в. Og'zaki so'rov uchun savollar

1. Teglamalar sistemasini yechimiyana qaysi usul bilan xisoblab topiladi..

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- *takrorlash va mashqlar*: takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- *yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish*: yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- *ilmiy xarakterdagi ishlar*: muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 9 \\ \quad 4x_2 + 11x_3 = 1 \\ 7x_1 - 5x_2 = -1 \end{cases} \qquad 2)\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 27 \\ 5x_1 + 2x_2 + 13x_3 = 70 \\ 3x_1 - x_3 = -2 \end{cases}$$

$$3)\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 46 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 - 7x_2 - 2x_3 = 5 \end{cases} \qquad 4)\begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -1 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -1 \\ x_1 + x_2 - x_3 = -1 \end{cases}$$

$$5)\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = 21 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \end{cases} \qquad 6)\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 43 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 = 13 \end{cases}$$

$$7)\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 6 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -2 \end{cases} \qquad 8)\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 11 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 9 \\ x_1 - 5x_2 - 8x_3 = 23 \end{cases}$$

$$9)\begin{cases}5x_1+6x_2-2x_3=12\\2x_1+5x_2-3x_3=9\\4x_1-3x_2+2x_3=-15\end{cases}\qquad 10)\begin{cases}2x_1+3x_2+4x_3=15\\x_1+x_2-5x_3=16\\3x_1-2x_2+x_3=1\end{cases}$$

1.3.4. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

29. Кострикин А.И. Введение в алгебру. М., 1977, 495 стр.
30. Курош А.Г. Олий алгебра курси. Тошкент, 1972.
31. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. М., Наука, 1984, 415 ст.
32. Гельфанд И.М. Чизикли алгебрадан лекциялар. Тошкент, 1966.
33. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. М., Наука, 1964, 388 с.
34. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. М., Наука, 1977.
35. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. М., Наука, 1977.
36. Сборник задач по алгебре под редакцией. А.И. Кострикина, М., Наука, 1985.

Qo'shincha adabiyotlar

37. Юкори тартибли детерминантларни хисоблашга доир методик курсатма. Самарканд, СамДУ нашри, 1988.
38. Хожиев Ж., Файнлеб А.С. Алгебра ва сонлар назарияси курси, Тошкент, «Узбекистон», 2001.
39. Исроилов М.И., Солеев А.С. Сонлар назарияси. – Тошкент, «Фан», 2003.
40. Нарзуллаев У.Х., Солеев А.С. Алгебра и теория чисел. I-II часть, Самарканд, 2002.
41. Determinantlar nazariyasi. «Algebra va sonlar nazariyasi» fanidan amaliy mashg'ulotlar o'tkazish uchun uslubiy tavsiyalar. Uslubiy qo'llanma. – Samarqand: SamDU nashri, 2011. – 56 bet.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. "Insert" texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kewlayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;
- "Insert" jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to'ldirish:

Agar «!» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki siz o'ylagan fikrga to'g'ri kelayotganini o'qiyapsiz;
Agar «–» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki tyo'g'ri deb o'ylaganingizga mutlaqo zid bo'lganini o'qiyapsiz;
Agar «+» bo'lsa siz o'qityotganingiz siz uchun yangilik;
Agar «?» bo'lsa, siz o'qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko'proq ma`lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o'z do'stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo'lib hurmar ko'rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o'ziga kerak paytda yordam so'rashi kerak;
- Har kim undan yordam so'ralganda yordam ko'rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o'zgalarga yordam berib o'zimiz o'rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 4. Yuqori tartibli determinant va uning xossalari

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya va chiziqli algebra

O'quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O'quv mashg'uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o'rganish.

Ma`ruza rejasi:

7. Yuqori tartibli determinant va uning xossalari.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta`surotlar berish, determinant va keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

Задачи учебного занятия:

- *O'rgatuvchi*: talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; determinant iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik fikrlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish; determinantlarni hisobshda matematik simvollarning husisiyatlari bilan tanishtirish;
- *Rivojlantiruvchi*: kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; husisiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
- *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; determinantlarning matematik-

komunikativ kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qutish usullari*: instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O'qitish shakillari*: frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar stemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik dabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Oily matematika doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xatakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini  beradi, oily matematika fani ma`ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralarbilan ishlay olishligi;

- **1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi**

1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi,); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);

- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi,; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati:* mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e`tiborlarini asosiylarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me`zonlari;
- *Talabalar faoliyati: ishning* tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma`ruza rejasi:

1. Yuqori tartibli determinant va uning xossalari.

Kalit so'zlar: satr, ustun, transponirlash, ishora.

1.3.1. Ma`ruza matni

Bizga n -tartibli kvadratik

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

a_{ij}, $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,n}$ matrisa berilgan bo'lsin.

Bu matrisaning ixtiyoriy satr va ustunidan bittadan olingan n ta elementlarining ko'paytmasini qaraymiz:

$$a_{1\alpha_1} \cdot a_{2\alpha_2} \cdot \ldots \cdot a_{n\alpha_n}$$

ko'paytmaning ko'paytuvchilaridagi indekslaridan

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_n \end{pmatrix}$$

o'rniga qo'yishni tuzib olamiz (bu yerda qulaylik uchun o'rniga qo'yishni f bilan emas balkim α bilan belgilab olamiz) va aksincha har bir $n-$tartibli o'rniga qo'yishlarda matrisadan shunday ko'paytmani mos qilib qo'yishimiz mumkin. Ko'paytmani ishorasini o'rniga qo'yishni signaturasi bilan aniqlaymiz, ya'ni

$$sign\alpha = (-1)^{inv\alpha}$$

va quyidagi ko'paytmani hosil qilamiz:

$$sign\alpha \cdot a_{1\alpha_1} \cdot a_{2\alpha_2} \cdot \ldots \cdot a_{n\alpha_n}.$$

Hamma o'rniga qo'yishlar soni $n!$ bo'lganligi tufayli, shunday tuzilgan ko'paytmalarning soni ham $n!$ ta bo'ladi va bularning hammasini yig'indisini olamiz:

$$\sum_{\alpha\in S_n} sign\alpha \cdot a_{1\alpha_1} \cdot a_{1\alpha_2} \cdot \ldots \cdot a_{n\alpha_n} \qquad (1)$$

hosil bo'lgan yig'indiga berilgan $n-$tartibli matrisaning determinanti deyiladi va biz uni quyidagi $\det A,\ |A|$ belgilar yoki Δ, d, D harflar orqali ifodalaymiz. Shunday qilib, determinantni belgilar nuqtai nazaridan quyidagicha yozib olishimiz mumkin:

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ .. & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{\alpha\in S_n} sign\alpha a_{1\alpha_1} \cdot a_{2\alpha_2} \cdot \ldots \cdot a_{n\alpha_n} \qquad (2)$$

Agar (2) ifodada $n = 1, 2, 3$ deb olsak, mos ravishda quyidagi ifodalarni olamiz:

$$\det(a_{11}) = a_{11}, \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{13}a_{21}a_{32} + a_{12}a_{23}a_{31} -$$

$$- a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31}$$

Masalan, uchinchi tartibli determinantning to'rtinchi ko'paytmasini olsak, unga $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ uchinchi tartibli o'rniga qo'yig mos qo'yilgan bo'lib, bu o'rniga qo'yishni inversiyasi 3 ga tengdir va demak ko'paytma manfiy ishora bilan yig'indisi ishtirok etadi.

Bu ifodalar $n-$tartibli determinant 2-va 3-tartibli determinantlarning umumlashmasi ekanligini ko'rsatadi.

Endi determinantlar o'rganishda asosiy vazifalarni bajaruvchi xossalarni keltiramiz.

Xossa 1. Matrisani transponirlash natijasida, ya'ni satrlarini ustun qilib yozilgan, uni qiymati o'zgarmaydi.

Isbot. Haqiqatan, ta'rifga asosan satr va ustunlardan bittadan olingan, transponirlangan matrisada ustun va satrlarda bittadan olinadi va demak yig'indidagi har bir ko'paytma ham o'zgarmay qolaveradi, lekin uning ishorasini aniqlovchi o'rniga qo'yish

$$a_{\alpha_{1_1}} \cdot a_{\alpha_{2_2}} \cdot \ldots \cdot a_{\alpha_{2_n}}$$

ga asosan

$$\alpha^{-1} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \ldots & \alpha_n \\ 1 & 2 & \ldots & n \end{pmatrix}$$

o'rniga qo'yishdan, ya'ni α o'rniga qo'yishga teskari o'rniga qo'yishdan iborat bo'lib, ularning signaturalari

$$sign\alpha = sign\alpha^{-1}$$

tengdir va demak hosil bo'lgan ko'paytma bir xil ishora bilan ham keladi. Shunday qilib, agar

$$A^t = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & a_{n2} \\ \ldots & \ldots. & \ldots. \\ a_{1n} & a_{2n} & a_{nn} \end{pmatrix}$$

A matrisaning transponirlash bo'lsa, u holda

$$|A| = |A^t|$$

bo'lar ekan.

Ushbu xossaga binoan determinantlarning qolgan xossalarini faqat satrlari uchun ta'riflaymiz va isbotlaymiz.

Quyidagi ikki xossalar determinantning istalgan satrlari bo'yicha chiziqli ekanligini anglatadi.

Xossa 2. Agar determinantning biror satri ikkita qo'shiluvchilardan iborat bo'lsa, u holda bu determinant satrlari shu qo'shiluvchilardan iborat bo'lgan ikkita determinantning yig'indisidan iborat bo'ladi.

Bu xossani quyidagi formulaviy shaklda yozilishi so'z bilan aytilishidan oydinroq bo'ladi:

$$a = \begin{vmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ \ldots & \ldots. & \ldots \\ b_{i1} + c_{i1} & \ldots. & b_{in} + c_{in} \\ \ldots & \ldots. & \ldots \\ a_{1n} & \ldots. & a_{nn} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ \ldots & \ldots. & \ldots \\ b_{i1} & \ldots. & b_{in} \\ \ldots & \ldots. & \ldots \\ a_{1n} & \ldots. & a_{nn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ \ldots & \ldots. & \ldots \\ c_{i1} & \ldots. & c_{in} \\ \ldots & \ldots. & \ldots \\ a_{1n} & \ldots. & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Isbot.

$$\Delta = \sum_{\alpha \in S_n} sign\alpha \cdot a_{1\alpha_1} \dots \left(b_{i\alpha_i} + c_{i\alpha_i} \right) \dots a_{n\alpha_n} =$$
$$= \sum_{\alpha \in S_n} sign\alpha \cdot a_{1\alpha_1} .. b_{i\alpha_i} \dots a_{n\alpha_n} + \sum_{\alpha \in S_n} sign\alpha \cdot a_{1\alpha_1} .. c_{i\alpha_i} \dots a_{n\alpha_n}$$

bo'lib, birinchi yig'indi

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots. & \dots \\ b_{i1} & \dots. & b_{in} \\ \dots & \dots. & \dots \\ a_{1n} & \dots. & a_{nn} \end{vmatrix}$$

ga, ikkinchi yig'indi

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots. & \dots \\ c_{i1} & \dots. & c_{in} \\ \dots & \dots. & \dots \\ a_{1n} & \dots. & a_{nn} \end{vmatrix}$$

ga teng bo'ladi.

Isbotlangan xossa determinantning satri bir nechta qo'shiluvchilar bo'lgan holda ham o'rinlidir.

Xossa 3. Agar determinantning biror-bir satri umumiy ko'paytuvchiga ega bo'lsa, u holda bu umumiy ko'paytuvchini determinant belgisidan tashqariga chiqarib yozish mumkin, ya'ni

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots. & \dots \\ ka_{i1} & \dots. & ka_{in} \\ \dots & \dots. & \dots \\ a_{1n} & \dots. & a_{nn} \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots. & \dots \\ a_{i1} & \dots. & a_{in} \\ \dots & \dots. & \dots \\ a_{1n} & \dots. & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

Isbot. Haqiqatan,

$$\Delta=\sum_{\alpha\in S_n} sign\alpha\cdot a_{1\alpha_1}..ka_{i\alpha_i}...a_{n\alpha_n}=$$

$$=k\sum_{\alpha\in S_n} sign\alpha\cdot a_{1\alpha_1}...a_{i\alpha_i}...a_{n\alpha_n}=$$

$$=k\begin{vmatrix} a_{11} & ... & a_{1n} \\ ... & .... & ... \\ a_{i1} & .... & a_{in} \\ ... & .... & ... \\ a_{1n} & .... & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Xossa 4. Agar determinantning biror satri nollardan iborat bo'lsa, u holda determinant nolga teng bo'ladi.

Isbot. Haqiqatan, ta'rifga asosan yig'indidagi har bir ko'paytmadan shu satrdan albatta bitta element, ya'ni nol qatnashadi va demak ko'paytma nolga va ularning yig'indisi bo'lgan determinant ham nolga tengdir.

Xossa 5. Determinantning ixtiyoriy ikkita satrlarini o'rnini almashtirish natijasida uning faqat ishorasigina o'zgaradi, ya'ni

$$\Delta=\begin{vmatrix} a_{11} & ... & a_{1n} \\ .. & ... & ... \\ a_{i1} & ... & a_{in} \\ ... & ... & ... \\ a_{j1} & ... & a_{jn} \\ ... & ... & ... \\ a_{n1} & ... & a_{nn} \end{vmatrix}=-\begin{vmatrix} a_{11} & ... & a_{1n} \\ .. & ... & ... \\ a_{j1} & ... & a_{jn} \\ ... & ... & ... \\ a_{i1} & ... & a_{in} \\ ... & ... & ... \\ a_{n1} & ... & a_{nn} \end{vmatrix}=-\Delta'.$$

Isbot. Agar $a_{1\alpha_1}...a_{i\alpha_i}...a_{j\alpha_j}...$ birinchi determinant umumiy hadi bo'lsa, satrlar almashtirishlarda hosil bo'lgan determinantning umumiy hadi

$$a_{1\alpha_1}...a_{j\alpha_j}...a_{i\alpha_i}...a_{n\alpha_n}$$

bo'ladi. Bu hadlarga oid o'rniga qo'yishlarni qarasak:

$$\begin{pmatrix} 1 & ... & i & ... & j & ... & n \\ \alpha_1 & ... & \alpha_i & ... & \alpha_j & ... & \alpha_n \end{pmatrix} \text{ va } \begin{pmatrix} 1 & ... & j & ... & i & ... & n \\ \alpha_1 & ... & \alpha_j & ... & \alpha_i & ... & \alpha_n \end{pmatrix}$$

larning ishorasi bir-biriga qarama-qarshi bo'ladi, $\alpha_1,...,\alpha_i,...,\alpha_j,...,\alpha_n$ o'rin almashtirishlarni $i-$nchi va $j-$nchi elementlarini o'rinlarini almashtirish (tranpozisiyalash) natijasida ularning signaturasi qarama-qarshi ishora bilan o'zgaradi. Shunday qilib, determinantlarning umumiy hadlari qarama-qarshi ishora bilan va demak determinantni o'zlari bir-biriga qarshi ishorali bo'ladi.

Bu xossadan to'g'ridan-to'g'ri quyidagi xossani hosil qilamiz:

Xossa 6. Bir xil satrlarga ega bo'lgan determinant nolga teng.

Isbot. Faraz qilaylik, determinant ikkita $i-$nchi va $j-$nchi satrlari teng bo'lsin. U holda oldingi xossaga asosan bu satrlarni o'rinlarini almashtirish natijasi unga ishorasi qarama-qarshi bo'lgan determinantni hosil qilamiz va ular aynan tengdir, ya'ni $\Delta = -\Delta$ bo'lib, bundan

$$2\Delta = 0,\ \Delta = 0$$

hosil bo'ladi.

Shuni ta'kidlaymizki, $2\Delta = 0$ dan hamma vaqt ham $\Delta = 0$ kelib chiqaveradi. Buning uchun P maydon nol xarakteristikali yoki maydon kengaytmasi bo'lgan halqa nol xarakteristikali halqa bo'lishi kerak.

3- xossa va 6- xossalardan quyidagi xossani hosil qilamiz:

Xossa 7. Proporsional satrlarga ega bo'lgan determinant nolga teng.

Isbot.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ .. & \dots & \dots \\ a_{i1} & \dots & a_{in} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{j1} & \dots & a_{jn} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

determinantda $i-$nchi va $j-$nchi satrlar proporsional bo'lsin, ya'ni qandaydir k element uchun

$$a_{j1} = ka_{i1},\ \dots, a_{jn} = ka_{i1}$$

o'rinli bo'lsin. U holda $j-$nchi satrlardan k ni determinant belgisidan tashqariga chiqarsak, hosil bo'lgan determinantning $i-$nchi va $j-$nchi satrlari bir xil bo'ladi va demak bu determinant nolga teng.

Xossa 8. Agar determinantning biror satri qolgan satrlarining chiziqli kombinasiyasidan iborat bo'lsa, u holda determinant nolga teng bo'ladi.

Isbot. Faraz qilaylik, determinantning i satri $i_1, i_2, \dots, i_j$ $-$nchi satrlarining chiziqli kombinasiyasidan iborat bo'lsin, ya'ni $\exists\lambda_i,\ i = \overline{1,s}$

$$a_{ij} = \lambda_1 a_{i_1 j} + \lambda_2 a_{i_2 j} + \dots + \lambda_s a_{i_s j},\ \ j = \overline{1,n}.$$

U holda determinant 2- xossaga asosan yig'indilarga yoyib, bu yig'indi hadlardan 3- xossaga asosan $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_s$ chiqaramiz va natijada yig'indi hadli determinantlarda satrlari bir xil determinantlar bo'lib, xossa 21.6. asosan ularning hammasi nollarga teng bo'ladi.

Endi biz determinantlarni hisoblashda muhim ahamiyat ega bo'lgan oxirgi xossani keltiramiz.

Xossa 9. Agar determinantning biror satrini biror-bir λ elementga ko'paytirib, boshqa bir satriga qo'shsak, uning qiymati o'zgarmaydi.

Isbot. Determinantni $i-$nchi satrini λ ga ko'paytirib, $j-$nchi satriga qo'shamiz:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & \dots & a_{in} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{j1} & \dots & a_{jn} \\ \dots & \dots & \dots. \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

determinantdan

$$\Delta' = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & \dots & a_{in} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{j_1} + \lambda a_{i1} & \dots & a_{jn} + \lambda a_{in} \\ \dots & \dots & \dots. \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & \dots & a_{in} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{j_1} & \dots & a_{jn} \\ \dots & \dots & \dots. \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} + \lambda \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & \dots & a_{in} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{i_1} & \dots & a_{in} \\ \dots & \dots & \dots. \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \Delta + \lambda \cdot 0 = \Delta.$$

Bizga $n-$nchi tartibli determinant berilgan bo'lsin. 9- xossadan foydalanib, bu determinantda yetarlicha nollar paydo qilishimiz mumkin (II tip elementlar almashtirish kabi!) va natijada determinant, ya'ni yig'indini hisoblashni ancha yengillashtiramiz va agarda biz determinantning 5- xossadan foydalansak (I tip elementar almashtirishlar kabi) biz determinant uchbrchaksimon shakli yoki zinapoyali (trapesiyasimon) shaklga olib kelamiz. Ikkinchi holat bo'yicha determinant nolga teng bo'ladi, chunki nolli satrlar hosil bo'ladi, agarda determinant uchburchaksimon shaklga, ya'ni

$$\Delta' = \pm \begin{vmatrix} a'_{11} & a'_{12} & \dots & a'_{1n} \\ 0 & a'_{22} & \dots & a'_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a'_{nn} \end{vmatrix}, \ a'_{11} \neq 0, \ a'_{22} \neq 0, \dots, a'_{nn} \neq 0$$

ko'rinishni olsa, u holdan determinant to'g'ridan to'g'ri foydalangan holda

$$\Delta' = \pm a'_{11} a'_{22} ... a'_{nn}$$

hosil qilamiz.

Misol. Ushbu determinantni determinantlarni xossalaridan foydalanib, hisoblaymiz:

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & 4 \\ 6 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 \end{vmatrix} =$$

$$= 2\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 6 \\ 0 & -3 & 7 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 6 \\ 0 & -3 & 7 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 11 \end{vmatrix} = 2\left(1\cdot(-1)\cdot(-11)\right) = 22$$

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

1. Determinantlarning 1-2- xossalari nimalardan iborat.
2. Determinantlarning-4- xossalari nimalardan iborat.

1.3.2-б. Blits-so'rov uchun savollar

1.3.2-в. Og'zaki so'rov uchun savollar

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- *takrorlash va mashqlar*: takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- *yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish*: yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- *ilmiy xarakterdagi ishlar*: muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

42. Кострикин А.И. Введение в алгебру. М., 1977, 495 стр.
43. Курош А.Г. Олий алгебра курси. Тошкент, 1972.
44. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. М., Наука, 1984, 415 ст.
45. Гельфанд И.М. Чизикли алгебрадан лекциялар. Тошкент, 1966.
46. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. М., Наука, 1964, 388 с.
47. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. М., Наука, 1977.
48. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. М., Наука, 1977.
49. Сборник задач по алгебре под редакцией. А.И. Кострикина, М., Наука, 1985.

Qo'shincha adabiyotlar

50. Юкори тартибли детерминантларни хисоблашга доир методик курсатма. Самарканд, СамДУ нашри, 1988.
51. Хожиев Ж., Файнлеб А.С. Алгебра ва сонлар назарияси курси, Тошкент, «Узбекистон», 2001.
52. Исроилов М.И., Солеев А.С. Сонлар назарияси. – Тошкент, «Фан», 2003.
53. Нарзуллаев У.Х., Солеев А.С. Алгебра и теория чисел. I-II часть, Самарканд, 2002.
54. Determinantlar nazariyasi. «Algebra va sonlar nazariyasi» fanidan amaliy mashg'ulotlar o'tkazish uchun uslubiy tavsiyalar. . Uslubiy qo'llanma. – Samarqand: SamDU nashri, 2011. – 56 bet.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. "Insert" texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kewlayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;
- "Insert" jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to'ldirish:

Agar «!» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki siz o'ylagan fikrga to'g'ri kelayotganini o'qiyapsiz;
Agar «–» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki tyo'g'ri deb o'ylaganingizga mutlaqo zid bo'lganini o'qiyapsiz;
Agar «+» bo'lsa siz o'qityotganingiz siz uchun yangilik;
Agar «?» bo'lsa, siz o'qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko'proq ma`lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o'z do'stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo'lib hurmar ko'rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o'ziga kerak paytda yordam so'rashi kerak;
- Har kim undan yordam so'ralganda yordam ko'rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o'zgalarga yordam berib o'zimiz o'rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 5. Tog'ri chiziqda, tekislikda va fazoda koordinatalar sistemasini kiritish. Qutb koordinatalar sistemasi va koordinatalarni almashtirish.

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya va chiziqli algebra

O'quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O'quv mashg'uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o'rganish.

Ma`ruza rejasi:

8. Tog'ri chiziqda, tekislikda va fazoda koordinatalar sistemasi.
9. Qutb koordinatalar sistemasi va koordinatalarni almashtirish.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta`surotlar berish, koordinatalar sistemasi va keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O'quv mashg'ulot vazifasi:

- *O'rgatuvchi*: talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; fanning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik fikrlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish; fanni o'ganishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
- *Rivojlantiruvchi*: kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
- *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; fanning matematik-komunikativ kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qutish usullari*: instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O'qitish shakillari*: frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar stemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik dabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;

- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Oily matematika doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xatakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini beradi, oily matematika fani ma`ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralarbilan ishlay olishligi;

1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi

1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi,); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi,; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati:* mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e`tiborlarini asosiylarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me`zonlari;
- *Talabalar faoliyati: ishning* tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma`ruza rejasi:

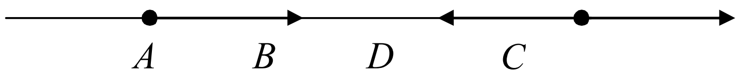
1. Tog'ri chiziqda, tekislikda va fazoda koordinatalar sistemasi.
2. Qutb koordinatalar sistemasi va koordinatalarni almashtirish.

Kalit so'zlar: chiziq, tekislik, fazo, koordinata, Qutb koordinata

1.3.1. Ma`ruza matni
O'q ustida yo'nalgan kesmalar

1-ta'rif. Yo'nalishi aniq bo'lgan to'g'ri chiziq ***o'q*** deb ataladi.
2-ta'rif. Agar to'g'ri chiziq ustidagi kesmaning qaysi (uchi) chegaraviy nuqtasi uning boshi, qaysi chegaraviy nuqtasi uning oxiri ekanligi ko'rsatilgan bo'lsa, u yo'naltirilgan kesma yoki vektor deb ataladi.

Boshi A nuqtada oxiri esa B nuqtada bo'lgan yo'nalgan kesmani $\overline{AB}$ simvol bilan belgilaymiz (1-chizmada $\overline{AB}$ va $\overline{CD}$ yo'nalgan kesmalar aks ettirilgan).



1-chizma

3-ta'rif. Agar kesmaning boshi va oxiri bitta nuqtada bo'lsa uni *nol* yo'nalgan kesma deyiladi.

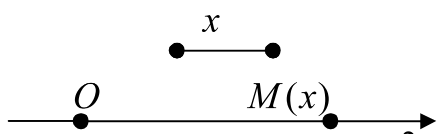
4-ta'rif. $\overline{AB}$ *yo'nalgan kesma kattaligi (miqdori)* deb $\overline{AB}$ kesma uzunligi AB ga aytiladi, bunda $\overline{AB}$ ning yo'nalishi o'q yo'nalishi bilan bir xil bo'lsa, AB ning ishorasi «+», qarama-qarshi bo'lsa «-» ishora bilan olinadi.

Nol yo'nalgan kesmaning kattaligi nolga teng deb hisoblanadi.

To'g'ri chiziqda dekart koordinatalari

To'g'ri chiziqdagi nuqtaning vaziyatini aniqlash masalasi bilan shug'ullanamiz.

O'qdagi biror nuqtani O harfi bilan belgilab, bu nuqtani *sanoq boshlanadigan nuqta (hisob boshi)* deb qabul qilamiz. Ixtiyoriy uzunlikdagi kesmani *chiziqli birlik* sifatida qabul qilib, uni *masshtab birlik* deb ataymiz.



2-chizma

5-ta'rif. Agar, to'g'ri chiziqda biror O nuqta belgilangan, musbat yunalishi ko'rsatilgan va masshtab birligi tanlab olingan bo'lsa, to'g'ri chiziqda dekart koordinatalari sistemasi (sonlar o'qi) aniqlangan deyiladi. O nuqta koordinatalar boshi, Ox o'q koordinatalar o'qi deyiladi (2-chizma).

Ox o'qda O nuqta bilan ustma-ust tushmaydigan ixtiyoriy M nuqta olaylik.

$\overline{OM}$ kesmaning yo'nalishini Ox o'q yo'nalishi kabi yoki bu o'q yo'nalishiga qarama-qarshi bo'lishi mumkin; birinchi holda M nuqtaning koordinatasi musbat son, ikkinchi holda esa manfiy son bo'ladi. Ana shu sonni x bilan belgilasak

$$x = \begin{cases} OM \\ -OM \end{cases}$$

x son M nuqtaning koordinatasi deyiladi va $M(x)$ shaklda yoziladi.

Agar to’g’ri chiziqda dekart koordinatalari sistemasi kiritilgan bo’lsa, bu sistema yordamida to’g’ri chiziqning nuqtalari bilan haqiqiy sonlar to’plami orasida bir qiymatli moslik o’rnatish mumkin.

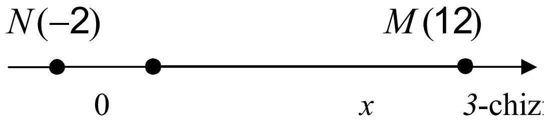
Misol. Sonlar o’qida koordinatalari quyidagi tenglamani qanoatlantiruvchi nuqtalarni yasang:

$$|x-5|=7$$

Yechish. Berilgan tenglama quyidagi tenglamalarga teng kuchli:

1) x-5=7 2) -(x-5)=7

Demak, berilgan tenglamani qanoatlantiruvchi nuqtalarning koordinatalari: x_1=12, x_2= -2 (3-chizma)



3-chizma

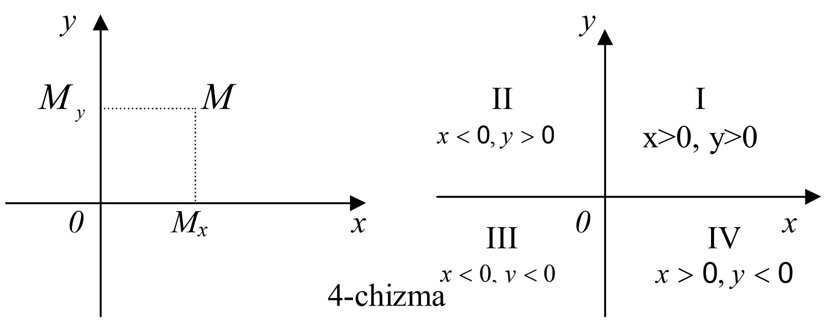
Tekislikda koordinatalar metodi

Tekislikda to’g’ri burchakli dekart koordinatalari sistemasi ikkita o’zaro perpendikulyar o’qlar va chizikli birlik masshtab berilishi bilan aniqlanadi.

O’qlarning kesishish nuqtasi – 0 koordinatalar boshi, birinchi o’q – Ox yoki ***abssissalar*** o’qi, ikkinchisini esa – Oy yoki ***ordinatalar*** o’qi deb ataladi.

Tekislikda ixtiyoriy M nuqta olamiz. M nuqtaning Ox va Oy o’qlarga proyeksiyalarini mos ravishda M_x va M_y deb belgilaymiz.

$\overline{OM_x}$ va $\overline{OM_y}$ yo’nalgan kesmalarning kattaliklari x va y sonlar, M nuqtaning ***to’g’ri burchakli dekart koordinatalari*** deyiladi va $M(x;y)$ kabi yoziladi (1-chizma):



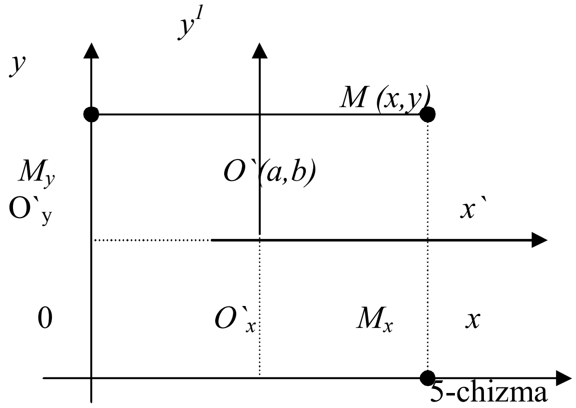
4-chizma

x-M nuqtaning absissasi, *y-M* nuqtaning *ordinatasi* deyiladi.
Koordinata o’qlari tekislikni 4 ta ***kvadrantga*** bo’ladi (4-chizma). Chizmada har bir kvadrantga mos nuqta koordinatalarining ishoralari ham ko’rsatilgan.

Tekislikda koordinatalarni almashtirish.

Bitta tekislikda to’g’ri burchakli dekart koordinatalar sistemasini turlicha tanlash mumkin.

Oxy koordinata sistemasini olamiz va unda $O'(a,b)$ nuqtani belgilaymiz. Bu nuqtadan Ox va Oy nuqtalarga mos ravishda parallel to’g’ri chiziqlar o’tkazamiz. Ulardagi yo’nalishlarni mos ravishda Ox va Oy o’qlar yo’nalishiga mos qilib olamiz. U holda birlik masshtabni *Oxy* sistemadagi kabi olsak, ikkinchi koordinatalar sistemasi $O'x'y'$ ga ega bo'lamiz. $O'x'y'$ sistema ***Oxy*** sistemadan koordinata boshini kuchirish natijasida hosil qilingan deyiladi. Koordinata tekisligida biror M nuqta olamiz. Uning berilgan koordinatalar sistemasidagi koordinatalari x va y bo'lsin. Yangi koordinatalar sistemasida ular x\` va y\` bo'ladi (3-chizma).



5-chizma

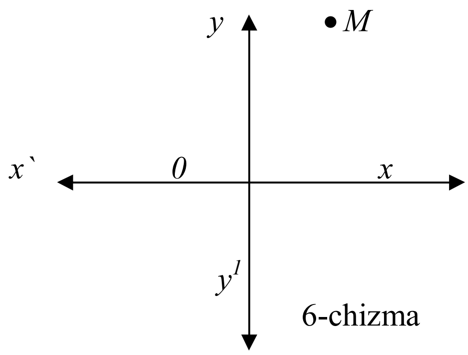
x\` va $y$\` larni x va y lar orqali ifodalaymiz, yani nuqtaning yangi sistemasidagi koordinatalarini topamiz. Buning uchun nuqtalardan koordinata o'qlariga perpendikulyar tushiramiz, yani bu nuqtalarni o'qlarga proyeksiyalaymiz. Abssissa o'qida nuqtalarga ega bo'lamiz. Ularning koordinatalari a va x ga teng. Chizmadan ko'rinib turibdiki, $x=a+x$\` ni hisobga olsak $x'=x-a$ ga ega bo'lamiz. Xuddi shuningdek $y=b+y$\` ni topamiz.

Demak, x\` va $y$\` larni x va y lar orqali ifodalovchi formulalar

$$\begin{cases} x^1 = x - a \\ y^1 = y - b \end{cases}$$

dan iborat ekan. Bu tekislikda ***koordinatalarni almashtirish*** formulalaridir. a va b yangi koordinata sistemasi boshining koordinatalari bo'ladi.

B. **O'qlar yo'nalishini o'zgartirish**. *Oxy* koordinatalar sistemasi berilgan bo'lsin. Koordinata boshini o'zgartirmasdan o'qlar yo'nalishini teskarisiga o'zgartiramiz. Bu holda yangi *Ox\`y\`* sistema hosil bo'ladi (4-chizma).



6-chizma

Bu holda har ikkala x va y koordinatalar o'z ishoralarini o'zgartiradi.

$$\left.\begin{aligned} x\text{\`} &= -x \\ y\text{\`} &= -y \end{aligned}\right\}$$

C. **Masshtabni o'zgartirish**. Endi, koordinata o'qlarining yo'nalishini (holatini) va koordinata boshini o'zgartirmasdan birlik kesma uzunligini k marta o'zgartirishni qaraymiz.

Bunday o'zgartirishda nuqtaning yangi va eski koordinatalari ko'yidagicha bog'lanishda bo'ladi

$$x` = \frac{x}{k} \qquad y` = \frac{y}{k}$$

1-misol. Koordinata boshi O'(4;-3) nuqtaga ko'chirilgan. A(5;2) nuqtaning yangi sistemadagi koordinatalari qanday bo'ladi?

Yechish. $a = 4, b = -3, x = 5, y = 2$ larga ko'ra

$x' = x - a = 5 - 4 = 1$. $y' = y - b = 2 + 3 = 5$

Demak, A nuqtaning yangi koordinatalari 1 va 5 bo'ladi.

2-misol. Agar koordinata boshi va o'qlarning yo'nalishi o'zgartirilmasdan birlik kesma (masshtab) 3 marta orttirilgan (yoki kamaytirilgan) bo'lsa, A(9; -3) nuqtaning yangi koordinatalari qanday bo'ladi?

Yechish. a) K=3 bo'lgani uchun $x' = \frac{9}{3}$=3, $y' = \frac{-3}{3}$=-1.

Demak, A nuqtaning yangi koordinatalari 3 va –1 bo'ladi.

b) $K = \frac{1}{3}$ bo'lgan holda esa

x'=9:$\frac{1}{3}$=27, y'=-3: $\frac{1}{3}$=-9. Demak, bu holda A nuqtaning yangi koordinatalari 27 va –9 bo'ladi.

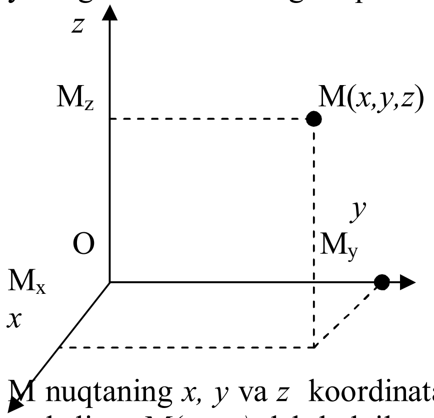
Fazoda dekart koordinatalari

Fazoda dekart koordinatalari tekislikda dekart koordinatalarini kiritishga o'xshashdir. Fazodagi to'g'ri burchakli dekart koordinatalari sistemasi masshtab birlik va O nuqtada kesishuvchi o'zaro perdendikulyar uchta o'qlardan birini *Ox* o'qi yoki ***abssissalar o'qi***, ikkinchisi *Oy* o'qi yoki ***ordinatalar o'qi***, uchinchisini esa *Oz* o'qi yoki ***aplikatalar o'qi*** deb atash orqali kiritiladi.

Faraz qilaylik, fazoda M nuqta berilgan bo'lib, uning *Ox, Oy, Oz* o'qlariga proyeksiyalari M_x, M_y, M_z lardan iborat bo'lsin.

Bu proyeksiyalar yordamida M nuqtaning fazodagi vaziyati to'liq aniqlanadi.

1-ta'rif. M nuqtaning to'g'ri burchakli dekart koordinatalri *x, y, z* deb $\overline{OM}_x, \overline{OM}_y, \overline{OM}_z$ yunalgan kesmalarning miqdorlariga aytiladi.



7-chizma

M nuqtaning *x, y* va *z* koordinatalari uning mos ravishda abssissasi, ordinatasi va aplikatasi deb ataladi va M(*x,y,z)* deb belgilanadi (1-chizma). Fazodagi to'g'ri burchakli dekart koordinatalari sistemasi yordamida uchtadan qilib tartiblangan haqiqiy sonlar to'plami bilan fazodagi nuqtalar orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatish mumkin.

Har ikki koordinata o'qlari jufti orqali tekisliklar o'tkazib *Oxy, Oyz, Ozx* tekisliklar hosil qilamiz va ularni koordinata tekisliklari deb ataymiz. Bu tekisliklar fazoni 8 ta ***oktantga*** ajratadi.

Fazoda yunalgan kesma tushunchasi va uning o'qdagi proyeksiyasi

Agar fazoda berilgan kesmaning qaysi bir chegaraviy nuqtasi uning boshi, qaysi biri oxiri ekanligi ko'rsatilgan bo'lsa, bunday kesma *yo'nalgan kesma* (yoki *vektor*) deyiladi. Xuddi to'g'ri chiziqdagi kabi boshi A nuqtada oxiri B nuqtada bo'lgan yunalgan kesma $\overline{AB}$ bilan belgilanadi.

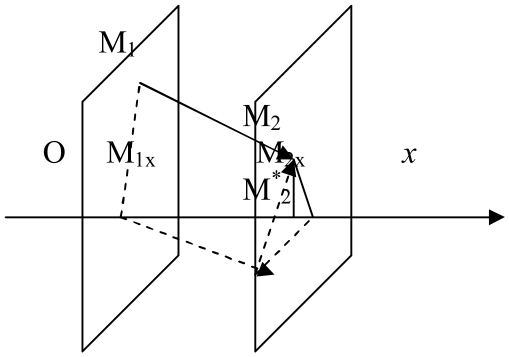
Fazoda $\overline{M_1M_2}$ yunalgan kesma va *Ox* o'qini qaraymiz. M_1 va M_2 nuqtalardan *Ox* o'qiga perdendikulyar tekisliklar o'tkazamiz va bu tekisliklar bo'ylab M_1 va M_2 nuqtalarni *Ox* o'qiga proyeksiyalaymiz. M_1ning proyeksiyasini M_{1x} bilan, M_2nikini esa M_{2x} deb belgilaymiz.

$\overline{M_1M_2}$ yo'nalgan kesmaning *Ox* o'qiga proyeksiyasi $PR_{OX}\overline{M_1M_2}$ deb $\overline{M_{1x}M_{2x}}$ yo'nalgan kesma miqdoriga (uzunligiga) aytiladi.

Agar M_{1x} va M_{2x} nuqtalarning *Ox* o'qidagi koordinatalarini x_1 va x_2 bilan belgilasak,

$$PR_{ox}\overline{M_1M_2}=x_2-x_1$$

tenglik o'rinli bo'ladi.



8-chizma.

Endi $\overline{M_1M_2}$ni parallel kuchirib $\overline{M_{1x}M_2^*}$ vaziyatga keltiramiz va OX o'qi bilan $\overline{M_{1x}M_2^*}$ orasidagi burchakni φ bilan belgilaymiz $(0<\varphi<\pi)$.

$\overline{M_1M_2}$ ning OX o'qidagi proyeksiyasini hisoblash uchun quyidagi formulani ham hosil qilish mumkin.

$$PR_{ox}\overline{M_1M_2}=\left|\overline{M_1M_2}\right|cos\varphi$$

Eslatma. Fazoda berilgan yo'nalgan kesmaning *Oy* va *Oz* o'qlaridagi proyeksiyalarini ham xuddi yuqoridagidek hisoblash mumkin.

Qulaylik uchun *a* vektorining koordinata o`qlaridagi proyektsiyalarini a_x, a_y, a_2 lar bilan, vektorining *Ox, Oy, Oђ* o'qlar bilan hosil qilgan burchaklarni α,β,γ lar bilan belgilasak.

$$a_x=PR_{ox}a=|a|\cos\alpha$$

$$a_y=PR_{oy}a=|a|\cos\beta$$

$$a_2=PR_{oz}a=|a|\cos\gamma$$

larga ega bo'lamiz. $|a|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_г^2}$

ekanligini nazarga olib

$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$$

formulani isbotlash mumkin (isbotlang).

$\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$ lar *a* vektorning yo'naltiruvchi kosinuslari deyiladi.

Tekislikdagi dekart koordinatalari bilan mos kelgan $M(x, y)$ nuqtaning *qutb* koordinatalari deb, shunday ikki ρ va φ sonlarga aytiladiki, ulardan birinchisi – *qutb radiusi* ρ - dekart koordinatalar boshi O dan M nuqtagacha bo'lgan masofaga teng, ikkinchisi – *qutb burchagi* φ - Ox va OM nurlar (yarim to'g'ri chiziqlar) orasidagi burchak.

Nuqtaning qutb koordinatalari va dekart koordinatalari orasidagi munosabat quyidagi formulalar bilan aniqlanadi:

$$x=\rho\cos\varphi,\ y=\rho\sin\varphi$$

yoki

$$\rho=\sqrt{x_2+y_2},\quad \varphi=arctg\frac{y}{x},\ 0<\rho<+\infty,\ 0\le\varphi<2\pi.$$

Fazoda dekart koordinatalari bilan mos kelgan $M(x, y, z)$ nuqtaning *silindrik* koordinatalari deb, shunday uchta son ρ, φ va *z* ga aytiladiki, ulardan ikkitasi (ρ va φ) M nuqtaning Oxy da O qutbga va Ox qutb o'qiga nisbatan ortogonal proyeksiyasining koordinatalari, *z* esa OM_z kesmaning kattaligidir.

Nuqtaning silindrik koordinatalari va dekart koordinatalari orasidagi bog'lanish quyidagi formulalar bilan ifodalanadi:

$$x=\rho\cos\varphi,\ \ y=\rho\sin\varphi,\ \ z=z,\qquad 0<\rho<+\infty,\ 0\le\varphi<2\pi$$

M fazoning O dan farqli ixtiyoriy nuqtasi, N - uning Oxy tekislikdagi proyeksiyasi, ρ - M dan O gacha bo'lgan masofa bo'lsin. θ - $\vec{OM}$ yo'naltirilgan kesma bilan Oz o'qning tashkil qilgan burchagi, φ - Ox o'qni ON nur bilan ustma-ust tushguncha soat strelkasiga qarshi burish kerak bo'lgan burchak. θ va φ mos ravishda kenglik va uzoqlik.

Fazoda dekart koordinatalari bilan mos kelgan $M(x, y, z)$ nuqtaning *sferik* koordinatalari deb, ρ, φ, θ sonlarga aytiladi, ularning dekart koordinatalari bilan mos kelgan bog'lanishi quyidagi formulalar bilan aniqlanadi:

$$x=\rho\sin\theta\cos\varphi,\ \ y=\rho\sin\theta\sin\varphi,\ \ z=\rho\cos\theta,$$

$$0\le\theta<\pi,\ 0\le\varphi<2\pi,\ \ 0<\rho<+\infty.$$

Misol. Qutb koordinatalar sistemasida $M\left(6;\frac{\pi}{3}\right)$ nuqta berilgan. Uning dekart koordinatalari topilsin.

Yechilishi. Shartga muvofiq, ρ=6 φ=$-\frac{\pi}{3}$. x=ρcosφ, y=ρsin φ formulalardan foydalanib, quyidagilarni hosil qilamiz:

$$x=6cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)=6\cos\frac{\pi}{3}=6\cdot\frac{1}{2}=3,$$

$$y=6\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-6\sin\frac{\pi}{3}=-6\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=-3\sqrt{3}.$$

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

1. O'q deb nimaga aytiladi?
2. Yo'naltirilgan kesma deb nimaga aytiladi?
3. Yo'nalgan kesmaning kattaligi (miqdori) deb nimaga aytiladi?
4. Yo'nalgan kesmalar qachon o'zaro teng bo'ladi?
5. Yo'nalgan kesmalar yig'indisining kattaligi nimaga teng?

1.3.2-b. Blits-so'rov uchun savollar

1. Yo'nalgan kesmaning haqiqiy songa kupaytmasi deb nimaga aytiladi?
2. To'g'ri chiziqdagi, dekart koordinatalari sistemasi deb nimaga aytiladi?
3. Yo'nalgan kesmaning kattaligi qanday topiladi?

1.3.2-v. Og'zaki so'rov uchun savollar

1. Koordinata to'g'ri chizig'ida A(-3) va B(5) nuqtalarni belgilang.
2. M=(-4; -1) va $K=[-2;5]$ sonli to'plamlar berilgan. Quyidagi to'plamlarni son o'qida tasvirlang.
   a) $M \cup K$, b) $M \cap K$
3. Berilgan B nuqtadan A nuqtagacha bo'lgan kesma uzunligini bilgan holda, A nuqtaning koordinatasini toping.

a) B(2) va AB=8. b) B(-5) va AB=3

4. $A(3)$ nuqtadan 7 birlik uzoqlikda turgan C nuqtaning koordinatasini toping.

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- *takrorlash va mashqlar*: takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- *yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish*: yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- *ilmiy xarakterdagi ishlar*: muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.5. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1.Vilenkin N.Ya. va boshš. Matematika. –M.: Prosveщyeniye. 1985.
2.Rajabov F., Nurmetov A. Analitik geometriya va chizišli algebra. –T.: O'qituvchi. 1990.
3.A.V.Pogorelov. Analitik geometriya. –T.: Œšituvchi. 1983.
4.Shneyder, A.I. Sluskiy, A.S.Shumov. Kratkiy kurs vishiey matematiki. –M.: Visshaya shkola. 1972.
5.Ilin V.I., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. –M.: Nauka. 1988.
6.Ibroќimov M. Matematikadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi 1994.

Qo'shincha adabiyotlar

7.Šabulov V.Š. Rašamli avtomatlar, algoritmlar. –T.: Œšituvchi, 1980.
8.Vlenkin N.Ya. Zadachnik-praktikum po matematike. –M.: Prosveщyeniye. 1977.
9.Ochilova X., Nazarov N. Geometriyadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi, 1983.
10. Shodiyev T. Analitik geometriyadan šœllanma. –T.: Œšituvchi, 1973.
11. Postushenko A.S. Vысщaya matematika. –M.: Vысщaya shkola, 2002.

12. Beklemishev D.V. Kurs analiticheskoy geometrii i lininoy algebrы. –M.: Fizmatlit, 2000.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. "Insert" texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kewlayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;
- "Insert" jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to'ldirish:

Agar «!» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki siz o'ylagan fikrga to'g'ri kelayotganini o'qiyapsiz;
Agar «–» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki tyo'g'ri deb o'ylaganingizga mutlaqo zid bo'lganini o'qiyapsiz;
Agar «+» bo'lsa siz o'qityotganingiz siz uchun yangilik;
Agar «?» bo'lsa, siz o'qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko'proq ma`lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o'z do'stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo'lib hurmar ko'rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o'ziga kerak paytda yordam so'rashi kerak;
- Har kim undan yordam so'ralganda yordam ko'rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o'zgalarga yordam berib o'zimiz o'rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 6. Ikki nuqta orasidagi masofa. Kesmani berilgan nisbatda bo'lish. Uchburchakning yuzi

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya va chiziqli algebra

O'quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O'quv mashg'uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o'rganish.

Ma`ruza rejasi:

10. Ikki nuqta orasidagi masofa.
11. Kesmani berilgan nisbatda bo'lish.
12. Uchburchakning yuzi.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta`surotlar berish, analitik geometriya va keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

Zadachi uchebnogo zanyatiya:

- *O'rgatuvchi*: talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; fanning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik fikrlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish fanni o'ganishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
- *Rivojlantiruvchi*: kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
- *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; fanning matematik-komunikativ kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qutish usullari*: instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O'qitish shakillari*: frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar stemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik dabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Oily matematika doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xatakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini beradi, oily matematika fani ma`ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;

- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralarbilan ishlay olishligi;

- **1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi**

1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi,); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi,; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati:* mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e`tiborlarini asosiylarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me`zonlari;
- *Talabalar faoliyati: ishning* tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma`ruza rejasi:

1. Ikki nuqta orasidagi masofa.
2. Kesmani berilgan nisbatda bo'lish.
3. Uchburchakning yuzi.

Kalit so'zlar: masofa, kesma, yuza.

1.3.1. Ma`ruza matni

Ikki nuqta orasidagi masofa

Faraz qilaylik $M_1(x_1),\ M_2(x_2)$ nuqtalar to'g'ri chiziqdagi dekart koordinatalari sistemasida yotgan bo'lsin.

1-teorema. $\overline{M_1M_2}$ yo'nalgan kesmaning kattaligi $x_2 - x_1$ ga teng, ya'ni,

$$M_1M_2 = x_2 - x_1 \tag{1}$$

Isbot. O'q ustida O, M_1 va M_2 nuqtalarni qaraymiz. 2.P.dagi 1-teoremaga ko'ra

$$OM_1 + M_1M_2 = OM_2 \tag{2}$$

Agar $OM_1 = x_1,\ OM_2 = x_2$ ekanligini nazarga olsak (2) dan (1) kelib chiqadi.

Natija. $M_1(x_1)$ va $M_2(x_2)$ nuqtalar orasidagi $\rho(M_1,M_2)$ masofa quyidagi formula yordamida hisoblanishi mumkin:

$$\rho(M_1,M_2)=|x_2 - x_1|$$

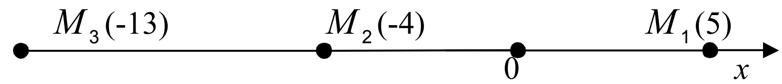
Misol. Sonlar o'qida $M_1(5)$ va $M_2(-4)$ nuqtalar berilgan. M_2 ga nisbatan M_1 nuqtaga simmetrik bo'lgan M_3 nuqtaning koordinatasini toping.

Yechish. $\overline{M_2M_1}$ kesmaning uzunligini aniqlaymiz:

$$\rho(M_2M_1) = |x_{M_1} - x_{M_2}| = |5-(-4)| = 9$$

Demak, M_1 nuqta M_2 nuqtadan 9 birlik uzoqda yotadi. M_3 nuqta M_2 nuqtaga nisbatan M_1 nuqtaga simmetrik bo'lishi uchun bu nuqta xam M_2 dan M_1 ga qarama-qarshi tomonda 9 birlik masofada yotishi kerak.

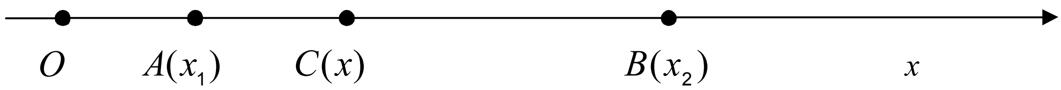
Demak, M_2 nuqtaning koordinatasi (-4) bo'lgani uchun M_3 nuqtaning koordinatasi -9-4= -13 ya'ni: $M_3 = M_3$ *(-13)* (1-chizma)



1-chizma

3. Kesmani berilgan nisbatda bo'lish

Boshlang'ich nuqtasi $A(x_1)$ oxirgi nuqtasi $B(x_2)$ bo'lgan $\overline{AB}$ kesmani $AC/CB=\lambda$ ($\lambda \neq -1$) nisbatda bo'luvchi $C(x)$ nuqtaning koordinatasini topamiz (2-chizma).



2-chizma

Malumki, $AC = x - x_1, CB = x_2 - x$. U xolda $\lambda = \dfrac{x - x_1}{x_2 - x}$. Bundan $\lambda x_2 - \lambda x = x - x_1,\ x_1 + \lambda x_2 = x(1+\lambda),$

Demak,

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1+\lambda} \tag{3}$$

Bu esa C nuqtaning koordinatasidir. Agar λ>0 bo'lsa, $\overline{AC}$ va $\overline{CB}$ kesmalarning yo'nalishi bir xil, λ<0 bulsa, qarama-qarshi buladi va aksincha.

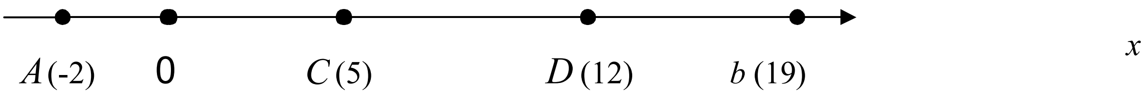
Agar $A(x_1)$ va $B(x_2)$ ikki ixtiyoriy nuqta va $C(x)$ $\overline{AB}$ kesmaning o'rtasi bo'lsa, u holda

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \tag{4}$$

(4) formula (3) formuladan λ=1 bo'lganda hosil bo'ladi. Demak, kesma o'rtasining koordinatasi uning koordinatalari yig'indisining yarmiga teng.

Misol. Uchlari A(-2) va B(19) nuqtalarda bo'lgan $\overline{AB}$ kesmani C va D nuqtalar teng uch bo'lakka bo'ladi. C va D nuqtalarning koordinatalarini toping.

Yechish. Berilgan nuqtalarni sonlar o'qida tasvirlaymiz (7-chizma).



3-chizma

1. Shart bo'yicha C nuqta AD kesmani λ=1/2 nisbatda bo'ladi. (1) formulaga ko'ra x_1=-2, x_2=19, deb olsak, nuqtaning koordinatasi:

$$X_c \frac{-2 + \frac{19}{2}}{1 + \frac{1}{2}} \quad \text{yoki } X_c = 5$$

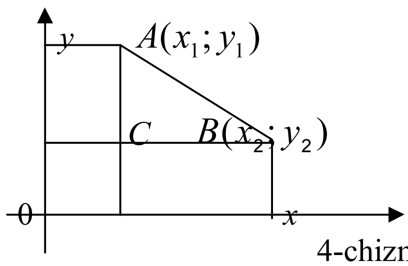
2. D nuqta $\overline{AB}$ kesmani AD/DB=2/1 nisbatda bo'ladi. (1) formulaga x_1=-2, x_2=19, λ=2 qiymatlarni qo'yib D nuqtaning X_D koordinatasini topamiz:

$$X_D = 12$$

Eslatma. λ ning musbat qiymatlari uchun C nuqta A va B nuqtalar orasida yotadi (6-chizmaga qarang). Bunda $\overline{AC}$ va $\overline{CB}$ kesmalar bir xil yo'nalgan bo'ladi). λ ning manfiy qiymatlari uchun C nuqta $\overline{AB}$ kesmadan tashqarida yotadi.

Tekislida Ikki nuqta orasidagi masofa

Faraz qilaylik to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida *$A(x_1,y_1)$* va *$B(x_2,x_2)$* nuqtalar berilgan bo'lib, bunda $x_1 \neq x_2$, $y_1 \neq y_2$ bo'lsin (5-chizma).



4-chizma

A va B nuqtalar orasidagi masofani topish talab etiladi. Ko'rinib turibdiki, *A* va *B* nuqtalar orasidagi masofa, $\rho(A,B)$ $\overline{AB}$ yo'nalgan kesma uzunligiga teng. Bu esa o'z navbatida ACB to'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasiga teng.

Shu gipotenuza uzunligini topsak, masala yechilgan bo'ladi.

Uchburchakning Ox o'qiga parallel tomonining uzunligi, $\overline{CB}$ kesmaning Ox o'qiga proyeksiyasi uzunligiga, yani $|x_2 - x_1|$ ga teng. Xuddi shuningdek, uning Oy o'qiga parallel tomonining uzunligi $\overline{CA}$ kesmaning Oy o'qiga proyeksiyasi uzunligiga, yani $|y_2 - y_1|$ ga teng.

To'g'ri burchakli ACB uchburchakka Pifagor teoremasini tadbiq etib quyidagini topamiz:

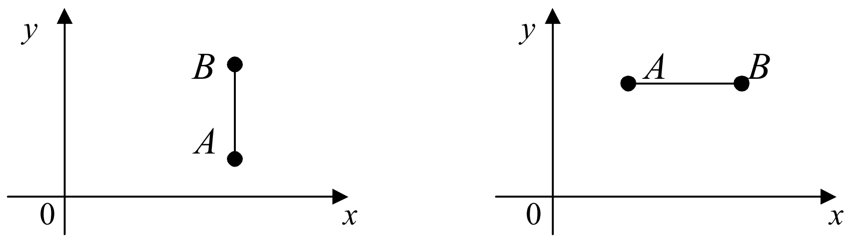
$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = \rho^2$$

Demak, nuqtalar orasidagi masofa

$$\rho(A,B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad (1)$$

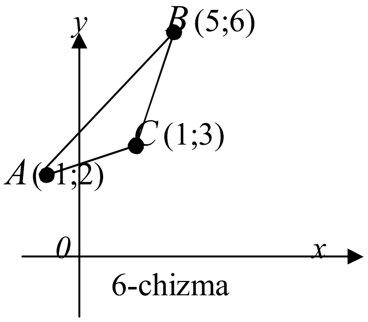
formula yordamida topiladi.

Garchi, nuqtalar orasidagi masofani beruvchi (1) formula $x_1 \neq x_2$, $y_1 \neq y_2$ dan iborat farazda chiqarilgan bo'lsada, u boshqa hollarda ham o'z kuchini saqlaydi. Haqiqatdan ham, $x_1 = x_2$, $y_1 \neq y_2$ bo'lsa, $\rho(A,B) = |y_2 - y_1|$ ga teng. Agar $x_1 \neq x_2$, $y_1 = y_2$ bo'lsa $\rho(A,B) = |x_2 - x_1|$ ga teng $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$ bo'lsa A va B nuqtalar ustma-ust tushadi va $\rho(A,B) = 0$ bo'ladi (6-chizma).



5-chizma

Misol. Uchburchak uchlarining koordinatalari berilgan A(-1; 2), B(5; 6), va C(1;3). Uning tomonlari uzunliklarini toping (7-chizma).



6-chizma

1) AC tomonning uzunligini topamiz:

$$\rho(A_1C) = \sqrt{(1+1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{5}$$

Xuddi shuningdek

2) $\rho(AB) = \sqrt{52})\rho(C,B) = 5$

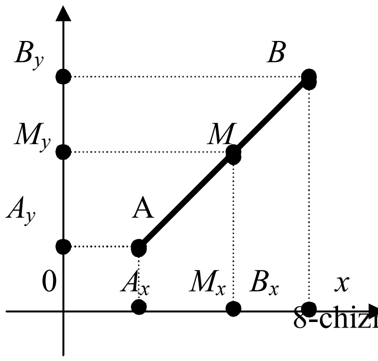
Kesmani berilgan nisbatda bo'lish

To'g'ri burchakli dekart koordinatalari sistemasida $A(x_1,y_1)$ va $B(x_2,y_2)$ ikki nuqta berilgan bo'lsin. Berilgan nuqtalar orqali to'g'ri chiziq o'tkazib, unda musbat yo'nalishni aniqlasak, bu to'g'ri chiziq o'qqa aylanadi. Bu o'q koordinata o'qlariga parallel emas deb olaylik. Olingan o'qda A va B nuqtalar $\overline{AB}$ yo'nalgan kesmani aniqlaydi.

Faraz qilaylik, $M(x,y)$ B nuqtadan farqli bo'lgan (aytilgan o'qdagi) nuqta bo'lsin. $\overline{AB}$ kesmani $\lambda = AM : MB$ nisbatda bo'luvchi M nuqtaning koordinatasini topish talab etiladi.

Eslatma. Agar M nuqta A va B nuqtalar orasida yotsa $\overline{AM}$ va $\overline{MB}$ kesmalarning yo'nalishi bir xil bo'lib, λ musbat son, M nuqta $\overline{AB}$ kesmaning tashqarisida yotsa, $\overline{AM}$ va $\overline{MB}$ kesmalarning yo'nalishlari qarama-qarshi bo'lib λ manfiy sondir, va aksincha.

Quyilgan masalani hal etish uchun A, M va B nuqtalarni koordinata o'qlariga proyeksiyalaymiz: Ular $A_x, M_x, B_x, A_y, M_y, B_y$ lardan iborat bo'ladi.



8-chizma

Ko'rinib turibdiki, M_x nuqta $\overline{A_xB_x}$ yo'nalgan kesmani λ nisbatda bo'ladi, yani
$A_xM_x : M_xB_x = \lambda \qquad (*)$

Agar $A_xM_x = x - x_1, M_xB_x = x_2 - x$ ekanligini nazarga olsak, $(*)$ tenglikdan $x = (x_1 + \lambda x_2) : (1 + \lambda)$ ekanligini topamiz.

Xuddi shu yo'l bilan $y = (y_1 + \lambda y_2) : (1 + \lambda)$ ni topamiz. Shunday qilib, berilgan kesmani λ nisbatda bo'luvchi nuqtaning koordinatalari

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, \quad y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}$$

formulalar yordami bilan topiladi.

Agar $M(x; y)$ nuqta $\overline{AB}$ yo'nalgan kesmaning o'rtasida bo'lsa λ=1 bo'lib yuqoridagi formulalar quyidagi ko'rinishni oladi:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Fazoda Oxyz dekart koordinatalari sistemasini qaraymiz. Bu sistemada berilgan $A(x_1,y_1,z_1)$ va $B(x_2,y_2,z_2)$ nuqtalar orasidagi masofa $\rho(A,B)$ quyidagi formula bilan hisoblanishini ko'rsatish mumkin:

$$\rho(\mathrm{A,B}) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Kesmani berilgan nisbatda bo'lish

Fazoda ikkita $A(x_1,y_1,z_1)$ va $B(x_2,y_2,z_2)$ nuqtalarni qaraymiz. Bu nuqtalar orqali to'g'ri chiziq o'tkazib unda yunalishni aniqlaymiz. Bu o'qda A va B nuqtalar $\overline{AB}$ yo'nalgan kesmani aniqlaydi. Faraz qilaylik $M(x,y,z)$ nuqta aytilgan o'qda B nuqtadan farqli bo'lsin. $\overline{AB}$ kesmani $\lambda = AM : MB$ nisbatda bo'luvchi M nuqtaning koordinatalarini topish talab etiladi. Xuddi tekislikdagi kabi M nuqtaning koordinatalari

$$x = \frac{x_1 + \lambda . x_2}{1 + \lambda}, y = \frac{y_1 + \lambda . y_2}{1 + \lambda}, z = \frac{z_1 + \lambda . z_2}{1 + \lambda} \tag{2}$$

formulalar orqali topilishini ko'rsatish mumkin. Agar M nuqta $\overline{AB}$ kesmani teng ikkiga bo'lsa, λ =1 bo'lib, uning koordinatalarini hisoblash formulalari quyidagi ko'rinishni oladi:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, y = \frac{y_1 + y_2}{2}, z = \frac{z_1 + z_2}{2} \tag{3}$$

bular kesmani teng ikkiga bo'lish formulalari deyiladi.

Eslatma. (2) formulalarda $\lambda > 0$ bo'lsa, M nuqta A va B nuqtalar orasida, $\lambda < 0$ bo'lsa y AB kesmadan tashqarida yotadi. λ =-1 bo'lsa (1) formula ma'nosini yo'qotadi.

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

6. Ikki nuqta orasidagi masofa qanday topiladi?
7. Kesmani berilgan nisbatta bo'luvchi nuqtaning koordinatasi qanday topiladi?
8. Kesmaning o'rtasidagi nuqta koordinatasi qanday topiladi?
9. Tekislikda to'g'ri burchakli dekart koordinatalari sistemasi qanday aniqlanadi?
10. Nuqtaning dekart koordinatalari deb nimalarga aytiladi?
11. Tekislikda koordinata boshini kuchirish qanday amalga oshiriladi?
12. Tekislikda koordinata o'qlarining yo'nalishini uzgartirish qanday amalga oshiriladi?

1.3.2-b. Blits-so'rov uchun savollar

1. Uchburchak uchlarining koordinatalari berilgan: *A*(-1; 2), *B*(4;7), *C*(0;3). Uning tomonlari uzunliklarini toping.
2. Absissalar o'qida M (2;5) nuqtadan 13 uzunlik birligi uzoqlikda yotuvchi nuqtani toping.
3. *A*(-5;4) va *B*(5;6) nuqtalar berilgan. *AB* kesmani teng ikkiga bo'luvchi $C(x; y)$ nuqtaning koordinatalarini toping.
4. *A*(-5;-7) nuqta hamda *AB* kesmaning o'rtasida yotuvchi *C*(-9;-12) nuqta berilgan. *B* uchining koordinatalarini toping.
5. Uchlari O (0;0), *A*(8;0) va *B*(0;6) nuqtalarda bo'lgan uchburchakning OC medianasi va OD bissektrisasining uzunliklarini toping.
6. *A*(-2;-4) nuqta to'g'ri chiziq buylab harakatlanib, *B*(4;2) nuqtaga keladi. O'tilgan yo'lning uzunligi va nuqtaning trayektoriyasi bilan O*x* o'qning musbat yo'nalishi orasidagi burchakni toping.
7. *Oxz* tekislikda A(1;1;1), B(-1;1;0) va C(3;1;-1) nuqtalardan baravar uzoqlikda joylashgan nuqtaning koordinatalarini toping.
8. O(0;0;0) va A(1;2;2) nuqtalarni tutashtiruvchi kesmada uni 2:3 nisbatda bo'luvchi *M(x;y;z)* nuqtaning koordinalarini toping.
9. A(1;2;3) va B(7;6;8) nuqtalarni tutashtiruvchi $\overline{AB}$ yo'nalgan kesmaning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini toping.
10. *M(1, -3, 1)* va *N(-1, -1, 0)* nuqtalar orasidagi masofani toping.
11. OZ o'qda $M_1(3, -2{,}5)$ va $M_2(0, 1, -3)$ nuqtalardan baravar uzoqlikda yotgan nuqtaning koordinatalarini toping.

1.3.2-v. Og'zaki so'rov uchun savollar

1. Masshtab uzgarishi bilan nuqtaning koordinatalari qanday uzgaradi?

2. Tekislikda ikki nuqta orasidagi masofani topish formulasini isbotlang.

3. Kesmani berilgan nisbatda bo’lish formulalarini isbotlang

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- *takrorlash va mashqlar*: takrorlash, o’z-o’zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- *yangi materiallarning mustaqil o’zlashtirish*: yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo’shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- *ilmiy xarakterdagi ishlar*: muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

13. Vilenkin N.Ya. va boshš. Matematika. –M.: Prosveщyeniye. 1985.
14. Rajabov F., Nurmetov A. Analitik geometriya va chizišli algebra. –T.: O’qituvchi. 1990.
15. A.V.Pogorelov. Analitik geometriya. –T.: Œšituvchi. 1983.
16. Shneyder, A.I. Sluskiy, A.S.Shumov. Kratkiy kurs vishiey matematiki. –M.: Visshaya shkola. 1972.
17. Ilin V.I., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. –M.: Nauka. 1988.
18. Ibroќimov M. Matematikadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi 1994.

Qo’shincha adabiyotlar

19. Šabulov V.Š. Rašamli avtomatlar, algoritmlar. –T.: Œšituvchi, 1980.
20. Vlenkin N.Ya. Zadachnik-praktikum po matematike. –M.: Prosveщyeniye. 1977.
21. Ochilova X., Nazarov N. Geometriyadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi, 1983.
22. Shodiyev T. Analitik geometriyadan šœllanma. –T.: Œšituvchi, 1973.
23. Postushenko A.S. Vыsщaya matematika. –M.: Vыsщaya shkola, 2002.
24. Beklemishev D.V. Kurs analiticheskoy geometrii i lininoy algebrы. –M.: Fizmatlit, 2000.

1.4. O’qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o’zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g’oyalarni baholashdan o’zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo’q bo’lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g’oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo’lma;
- Izoh berishdan o’zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g’oyalar ko’p bo’lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g’oya tug’ulishi imkoniyati ko’proq
- Agar g’oyalar takrorlansa o’ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g’oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo’lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o’ylama.

1.4.2. “Insert” texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kewlayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;
- "Insert" jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to'ldirish:
  Agar «!» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki siz o'ylagan fikrga to'g'ri kelayotganini o'qiyapsiz;
  Agar «–» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki tyo'g'ri deb o'ylaganingizga mutlaqo zid bo'lganini o'qiyapsiz;
  Agar «+» bo'lsa siz o'qityotganingiz siz uchun yangilik;
  Agar «?» bo'lsa, siz o'qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko'proq ma`lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o'z do'stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo'lib hurmar ko'rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o'ziga kerak paytda yordam so'rashi kerak;
- Har kim undan yordam so'ralganda yordam ko'rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o'zgalarga yordam berib o'zimiz o'rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 7. Vektorlar. Koordinatalari bilan berilgan vektorlar ustida amallar. Vektorning moduli va yo'naltiruvchi kosinuslari

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya va chiziqli algebra

O'quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O'quv mashg'uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o'rganish.

Ma`ruza rejasi:

13. Vektorlar.
14. Koordinatalari bilan berilgan vektorlar ustida amallar
15. Vektorning moduli va yo'naltiruvchi kosinuslari.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta`surotlar berish, vektorlar va keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O'quv mashg'uloti vazifasi:

- *O'rgatuvchi*: talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriya va chiziqli algebra fanning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik fikrlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish fanni o'ganishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
- *Rivojlantiruvchi*: kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;

- *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; fanning matematik-komunikativ kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qutish usullari*: instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O'qitish shakillari*: frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar stemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik dabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Oily matematika doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xatakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini beradi, oily matematika fani ma`ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralarbilan ishlay olishligi;

- **1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi**

1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi,); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);

- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi,; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati:* mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e`tiborlarini asosiylarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me`zonlari;
- *Talabalar faoliyati: ishning* tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish*,* yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma`ruza rejasi:

1. Vektorlar.
2. Koordinatalari bilan berilgan vektorlar ustida amallar
3. Vektorning moduli va yo'naltiruvchi kosinuslari.

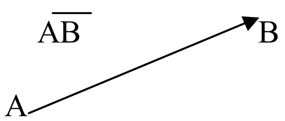
Kalit so'zlar: vektor, koordinata, modul, yo'naltiruvchi, kosinus.

1.3.1. Ma`ruza matni

Matematika, fizika,texnika,radiotexnika va sho'nga o'xshash fanlarda ikki xil miqdorlar bilan ish ko'rishga to'g'ri keladi. Bu miqdorlarning bir turi o'zining son qiymatlari bilan to'la aniqlanadi. M: yuza, hajm, temperatura,zichlik kabi miqdorlar. Bunday miqdorlar skalyar miqdorlar deyiladi. Ikkinchi bir miqdorlar o'zining son qiymatidan tashkari to'la aniqlanishi uchun yo'nalishlari ham berilgan bo'lishi kerak. M: kuch, tezlik, tezlanish kabi miqdorlar.

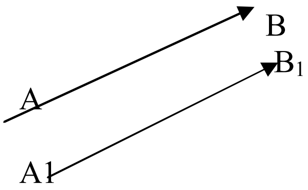
O'zining son qiymati va yo'nalishi bilan aniqlanadigan miqdorlar vektorlar deyiladi.

Bu ta'rifdan geometriyadagi yo'nalgan kesma ham vektor ekanligi kelib chiqadi. Shu tufayli biz vektorni yo'nalgan kesma sifatida o'rganamiz. Tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, yo'nalgan kesma uchun o'rinli bo'lgan barcha xossalar va bajariladigan amallar vektorlar uchun ham o'rinli ekan. Shuning uchun biz vektorni aniq ma'nosiga e'tibor bermasdan yo'nalgan kesma sifatida o'rganamiz. Bundan keyin vektor deganda yo'nalgan kesmani tushunamiz. Endi vektorlarga tegishli asosiy tushunchalar bilan tanishamiz. Vektorlar $\overline{a}$, $\overline{в}$, $\overline{c}$ kabi harflarni ustiga chiziq quyib belgilanadi (bosmada **a** kuyuq rangda). Agar vektor yo'nalgan kesma bilan tasvirlangan bo'lib A uning boshi, B uning keyingi uchi bo'lsa AB simvol bilan belgilanadi. Vektorning boshidan oxirigacha bo'lgan masofa vektorning uzunligi (yoki moduli) deyiladi va $|\overline{a}|$, |AB| ko'rinishda belgilanadi.



Vektorlar bir- biriga parallel yoki bir to'g'ri chiziqda yotsa bunday vektorlar kollenear vektorlar deyiladi.

Ikki $\overline{a}$ va $\overline{b}$ vektor teng deyiladi, agar: 1) $|\overline{a}|=|\overline{b}|$, 2) kollenear, 3) yo'nalishlari bir xil bo'lsa.



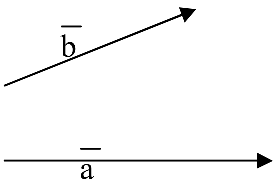
M: $\overline{AB}=\overline{A_1B_1}$, chunki uchala shart bajariladi. Vektorlarning tengligi ta'rifidan parallel vektorlarning boshini bir nuqtadan boshka nuqtaga ko'chirish mumkinligi kelib chiqadi. Boshlang'ich nuqtasini tekislikning yoki fazoning ixtiyoriy nuqtasiga ko'chirish mumkin bo'lgan vektorlar ozod vektorlar deyiladi.

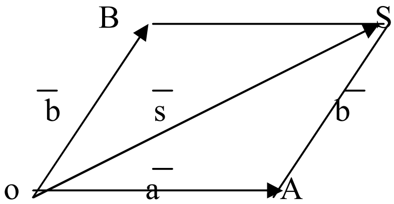
Uch vektor **komplanar** deyiladi, agar uchali vektor bir tekislikda yoki parallel tekisliklarda yotsa. Uzunligi ,birga teng vektorga birlik vektor deyiladi va a0 ko'rinishda belgilanadi, ya'ni $|\overline{a_0}|=1$

Uzunligi (moduli) nolga teng vektorga nol vektor deyiladi, ya'ni $|\overline{o}|=0$, nol vektorni yo'nalishi aniqlanmagan bo'ladi.

Vektorlar ustida chiziqli amallar.

Vektorlar ustida chiziqli amallar deganda ularni qo'shish, ayirish va biror o'zgarmas λ songa ko'paytirish tushuniladi. $\overline{a}$ va $\overline{v}$ ozod vektorlar berilgan bo'lsin.





Ta'rif: Ikki $\overline{a},\overline{b}$ vektor yig'indisi deb $\overline{a}$ va $\overline{b}$ qo'shiluvchi vektorlarga yasalgan parallelogramning umumiy uchi O dan chikkan $\overline{s}=\overline{OS}$ diagonaldan iborat $\overline{s}$ vektorga aytiladi va $\overline{s}=\overline{a}+\overline{b}$ ko'rinishda yoziladi.

$\overline{OB}=\overline{AS}$ bo'lganidan $\overline{OA}+\overline{AS}=\overline{OS}$. Bu tenglik vektorlarni qo'shishda uchburchak qoidasidan foydalanish mumkinligini ko'rsatadi.

Uchburchaklar qoidasi: ikki $\overline{a}$, $\overline{в}$ vektorlarni qo'shish uchun $\overline{a}$ vektorning oxiriga $\overline{b}$ vektorni boshlang'ich nuqtasini qo'yib a vektorni boshini $\overline{b}$ vektorning oxiri bilan tutashtiramiz. Hosil bo'lgan $\overline{O}\overline{C}=\overline{c}$ vektor $\overline{a}+\overline{b}$ ga teng. Vektorlarni qo'shish o'rin almashtirish va gruppalash qonuniga bo'ysinadi:

$$\overline{a}+\overline{b}=\overline{b}+\overline{a};\quad \left(\overline{a}+\overline{b}\right)+\overline{c}=\overline{a}+\left(\overline{b}+\overline{c}\right)=\overline{a}+\overline{b}+\overline{c}$$

Vektorlarni qo'shishda vektorlar soni ikkitadan ziyod bo'lsa, ularni qo'shishning quyidagi ko'pburchaklar qoidasi mavjud:

Bir necha vektorni qo'shish uchun qo'shiluvchi birinchi vektorning oxirgi uchiga qo'shiluvchi ikkinchi vektorning boshlang'ich uchini keltiramiz, yasalgan qo'shiluvchi ikkinchi vektorning oxirgi uchiga uchinchi vektorni qo'yamiz va h.k. Hosil bo'lgan siniq chiziqning boshlang'ich nuqtasi bilan oxirgi nuqtasini tutashtiruvchi vektor (yopuvchi vektor), berilgan hamma vektorlarning yig'indisi bo'ladi.

Vektorlar algebrasida ayirish amali qo'shish amaliga teskari amal deb qaraladi.

Ta'rif. $\overline{a}$ vektordan $\overline{в}$ vektorni ayirmasi deb shundan $\overline{c_1}$ vektorga aytiladiki, uni $\overline{в}$ vektorga qo'shganda $\overline{a}$ vektor, hosil bo'ladi, $\overline{c_1}+\overline{в}=\overline{a}$ yoki $\overline{c_1}=\overline{a}-\overline{b}$. Bundan ko'rinadiki (ch-8) $\overline{a}-\overline{b}$ vektor $\overline{BA}$ vektordir. Demak $\overline{a}$ vektordan $\overline{b}$ vektorni ayirmasi $\overline{a}$ va

$\overline{b}$ vektorlar ko'rilgan parallelogramning O uchidan chiqmagan diagonalidan iborat $\overline{BA}$ vektordir.

a vektor *Ox, Oy* va *Oz* o'qlari bilan tashkil qilgan burchaklarni mos ravishda α, β va γ lar bilan belgilaymiz.

cos α, cos β va cos γ sonlar **a** vektorning *yo'naltiruvchi kosinuslari* deyiladi. Ko'rinib turibdiki,

$$x = |a|\cos\alpha, y = |a|\cdot\cos\beta,\ z = |a|\cdot\cos\gamma\ .$$

To'g'ri burchakli parallelepiped dioganalining kvadrati uning tomonlari kvadratlarining yig'indisiga teng bo'lganligi uchun *OA=x, OB=y, OC=z* tengliklardan **a** vektorning uzunligi uchun quyidagi formula kelib chiqadi:

$$|a| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\ .$$

a vektor yo'naltiruvchi kosinuslarining shu vektorning koordinatalari orqali ifodalaridan kelib chiqadi:

$$\cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},\quad \cos\beta = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},\quad \cos\gamma = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

1. Vektor nima?
2. Vektorning uzunligi (moduli) nima?
3. Qanday vektorlar teng deyiladi?

1.3.2-b. Blits-so'rov uchun savollar

4. Vektorlarni qo'shish qoidasini yozing?
5. Ikki vektorning ayirmasi nima?
6. Vektorni songa kupaytirish koidasini ayting?

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- *takrorlash va mashqlar*: takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- *yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish*: yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- *ilmiy xarakterdagi ishlar*: muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Vilenkin N.Ya. va boshš. Matematika. –M.: Prosveщyeniye. 1985.
2. Rajabov F., Nurmetov A. Analitik geometriya va chizišli algebra. –T.: O'qituvchi. 1990.
3.A.V.Pogorelov. Analitik geometriya. –T.: Œšituvchi. 1983.
4.Shneyder, A.I. Sluskiy, A.S.Shumov. Kratkiy kurs vishiey matematiki. –M.: Visshaya shkola. 1972.
5.Ilin V.I., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. –M.: Nauka. 1988.

6.Ibroximov M. Matematikadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi 1994.

Qo'shincha adabiyotlar

7.Šabulov V.Š. Rašamli avtomatlar, algoritmlar. –T.: Œšituvchi, 1980.
8.Vlenkin N.Ya. Zadachnik-praktikum po matematike. –M.: Prosvещyeniye. 1977.
9.Ochilova X., Nazarov N. Geometriyadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi, 1983.
10. Shodiyev T. Analitik geometriyadan šœllanma. –T.: Œšituvchi, 1973.
11. Postushenko A.S. Vыsщaya matematika. –M.: Vыsщaya shkola, 2002.
12. Beklemishev D.V. Kurs analiticheskoy geometrii i lininoy algebrы. –M.: Fizmatlit, 2000.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. "Insert" texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kewlayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;
- "Insert" jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to'ldirish:

Agar «!» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki siz o'ylagan fikrga to'g'ri kelayotganini o'qiyapsiz;
Agar «–» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki tyo'g'ri deb o'ylaganingizga mutlaqo zid bo'lganini o'qiyapsiz;
Agar «+» bo'lsa siz o'qityotganingiz siz uchun yangilik;
Agar «?» bo'lsa, siz o'qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko'proq ma`lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o'z do'stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo'lib hurmar ko'rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o'ziga kerak paytda yordam so'rashi kerak;
- Har kim undan yordam so'ralganda yordam ko'rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o'zgalarga yordam berib o'zimiz o'rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 8. Chiziqli erkli va chiziqli bog'lanishli vektorlar oilasi. Kollinearlik va komplanarlik.

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya va chiziqli algebra

O'quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O'quv mashg'uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o'rganish.

Ma`ruza rejasi:

16. Chiziqli erkli va chiziqli bog'lanishli vektorlar oilasi
17. Vektorlarning kollinearlik va komplanarlik shartlari.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta`surotlar berish, vektorlar va keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O'quv mashg'uloti vazifasi:

13. *O'rgatuvchi*: talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriya va chiziqli algebra fanning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik fikrlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish fanni o'ganishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
14. *Rivojlantiruvchi*: kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
15. *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; fanning matematik-komunikativ kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qutish usullari*: instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O'qitish shakillari*: frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar stemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik dabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Oily matematika doirasidagi yutuqlar yoritiladi;

- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xatakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini  beradi, oily matematika fani ma`ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralarbilan ishlay olishligi;

1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi

1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi,); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi,; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati:* mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e`tiborlarini asosiylarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me`zonlari;
- *Talabalar faoliyati: ishning* tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish*,* yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma`ruza rejasi:

1. Chiziqli erkli va chiziqli bog'lanishli vektorlar oilasi
2. Vektorlarning kollinearlik va komplanarlik shartlari.

Kalit so'zlar: vektor, erkli, chiziqli bog'lanishli, kollinearlik, komplanarlik .

1.3.1. Ma`ruza matni

n та $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$,… $\mathbf{a}_n$ векторларнинг *чизиқли комбинацияси* деб, шу векторларнинг ихтиёрий ҳақиқий сонларга кўпайтмаларининг йиғиндисига, яъни

$$\alpha_1\mathbf{a_1}+\alpha_2\,\mathbf{a}_2+\ldots+\alpha_n\mathbf{a_n} \qquad \mathbf{(1)}$$

ифодага айтилади, бу ерда $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ – исталган ҳақиқий сонлар.

1-таъриф. Агар ҳеч бўлмаганда биттаси нолдан фарқли бўлган шундай ҳақиқий α_1, $\alpha_2, \ldots, \alpha_n$ сонлар топилиб, **(1)** чизиқли комбинация нолга айланса, $\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\ldots,\mathbf{a_n}$ векторлар *чизиқли боғланган* дейилади.

2-таъриф. Агар $\mathbf{a_1}$, $\mathbf{a_2},\ldots,\mathbf{a_n}$ векторларнинг **(1)** чизиқли комбинациясининг нолга тенглиги фақатгина $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ сонлар нолга тенг бўлганда ўринли бўлса, $\mathbf{a_1}$, $\mathbf{a_2},\ldots,\mathbf{a_n}$ векторлар *чизиқли боғланмаган* дейилади.

Агар n та векторлар орасидаги қандайдир n-1 та векторлар чизиқли боғланган бўлса, у ҳолда барча n та векторлар ҳам чизиқли боғланган бўлишини осонгина исботлаш мумкин.

Иккита векторларнинг чизиқли боғланганлигининг етарли ва зарурий шарти бу уларнинг коллинеарлигидир.

3-таъриф. Агар векторлар бир текисликда ёки параллел текисликларда жойлашган бўлса, улар *компланар* дейилади.

Учта векторнинг чизиқли боғланганлигининг етарли ва зарурий шарти бу уларнинг компланарлигидир.

а ва **в** ноколлинеар векторлар қандай бўлишидан қатъий назар, **а** ва **в** векторлар билан бир текисликда жойлашган ихтиёрий **с** вектор учун шундай λ ва μ ҳақиқий сонлар топиладики, $\mathbf{c}=\lambda\mathbf{a}+\mu\mathbf{в}$ тенглик ўринли бўлади.

Агар **а**, **в** ва **с** векторлар нокомпланар бўлса, улар чизиқли боғланмаган бўлади. Учта нокомпланар векторлар орасида иккита коллинеар ва бирорта ҳам нол вектор бўлиши мумкин эмас. Ҳар қандай тўртта вектор чизиқли боғланган.

4-таъриф. Агар ихтиёрий **d** вектор **а**, **в** ва **с** векторларнинг чизиқли комбинацияси шаклида ифодаланса, яъни агар ихтиёрий **d** вектор учун шундай λ, μ ва ν ҳақиқий сонлар топилиб,

$$d=\lambda\mathbf{a}+\mu\mathbf{в}+\nu\mathbf{c}. \qquad \mathbf{(2)}$$

тенглик ўринли бўлса, учта чизиқли боғланмаган (нокомпланар) **а**, **в** ва **с** векторлар фазода *базис ташкил этади* дейилади.

Ихтиёрий нокомпланар **а**, **в** ва **с** векторлар уч ўлчовли фазода базис ташкил этади ва берилган текисликда жойлашган иккита ноколлинеар **а** ва **в** векторлар шу текисликда базис ташкил этади.

$d=\lambda\mathbf{a}+\mu\mathbf{в}+\nu\mathbf{c}$ тенглик **d** векторнинг **а**, **в**, **с** *базис бўйича ёйилмаси* дейилади, λ, μ, ν - сонлар эса **d** векторнинг **а**, **в**, **с** базисига нисбатан координаталари.

Иккита $\mathbf{d_1}$ **ва** $\mathbf{d_2}$ векторларни қўшишда уларнинг (ихтиёрий **а, в, с** базисга нисбатан) координаталари қўшилади. **d** векторни ихтиёрий α сонга кўпайтиришда унинг барча координаталари шу сонга кўпайтирилади. Ихтиёрий М нуқтанинг аффин координаталари деб, $\overrightarrow{OM}$ векторнинг **а**, **в**, **с** танланган базисга нисбатан координаталарига айтилади.

$\mathbf{a}=\overrightarrow{AB}$ векторнинг йўналтирилган *L* тўғри чизиққа *проекцияси* деб, шу тўғри чизиқдаги $\overrightarrow{A'B'}$ йўналтирилган кесманинг A′ B′ катталигига айтилади, бу ерда A′ ва B′ мос равишда A ва B нуқталарнинг *L* чизиққа проекцияларидир. Проекция $np_L a$ каби белгиланади. L тўғри чизиққа **а** векторнинг проекцияси **а** вектор узунлиги билан **а** вектор L тўғри чизиқ билан ташкил қилган φ бурчак косинуси кўпайтмасига тенг, яъни.

$$пр_L\mathbf{a}=|\mathbf{a}|\cdot\cos\varphi. \quad \mathbf{(3)}$$

Тўғри бурчакли декарт координаталар системаси ортогонал ва бирлик i, j, k базис векторларга эга бўлган аффин системанинг хусусий ҳолидир.

Ихтиёрий **а** вектор ягона равишда тўғри бурчакли декарт i, j, k базис бўйича ёйилиши мумкин, яъни ҳар қандай **а** вектор учун ягона *x, y, z* сонлар топиладики, қуйидаги тенглик ўринли бўлади:

$$\boldsymbol{a} = xi+yj+zk \quad \text{ёки} \quad \boldsymbol{a}=\{x; y; z\}. \quad \mathbf{(4)}$$

x, y, z сонлар **а** векторнинг тўғри бурчакли декарт *координаталари* ёки *компоненталари* деб аталади ва улар шу векторнинг мос равишда *Ox, Oy, Oz* ўқларидаги проекцияларига тенг.

Komponentlari bilan berilgan vektorlar ustida chiziqli amallar

$\overline{a}$ va $\overline{b}$ vektorlar komponentalari bilan berilgan bo'lsin, ya'ni

$\overline{a} = a(x_1, y_1, z_1) = ix_1 + jy_1 + kz_1$ va $\overline{b} = b(x_2, y_2, z_2) = ix_2 + jy_2 + kz_2$

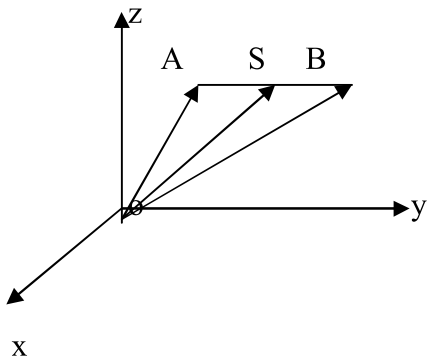
vektorlarni yig'indisining biror o'qqa nisbatan olingan proyeksiyasi qo'shiluvchi vektorlarning shu o'qdagi proyeksiyalari yig'indistga tengligidan .

$$\overline{a} + \overline{b} = i(x_1 + x_2) + j(y_1 + y_2) + k(z_1 + z_2).$$

Demak komponentalari bilan berilgan vektorlarni qo'shish (ayirish) uchun uning bir ismli komponentalarini qo'shish (ayirish) kerak ekan.

Masala. $A(x_1,y_1,z_1)$ va $B(x_2,y_2,z_2)$ nuqtalar berilgan.

Bu ikki nuqta orasidagi kesmani λ nisbatda bo'luvchi S(x,y,z) nuqta topilsin.



Yechish: A,B,S nuqtalarning radius vektorlari $\overline{OA}, \overline{OB}, \overline{OS}$ larni qaraymiz.

Masala shartiga ko'ri

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \lambda \text{ yoki } \overline{AC} = \lambda\overline{CB}$$

$\overline{AS}=\overline{OS}-\overline{OA}$ yoki $\overline{OS}-\overline{OA}=\lambda(\overline{OB}-\overline{OS})$

$\overline{SB}=\overline{OB}-\overline{OS}$

Oxirgi tenglikdan

$$\overline{OC} = \frac{\overline{OA} + \lambda\overline{OB}}{1+\lambda}$$

$\overline{OS}$ izlanayotgan S nuqtaning radius vektoridir. Oxirgi tenglikni $\overline{OS}, \overline{OA}, \overline{OV}$ vektorlarni komponentalari orqali yozsak

$$\bar{i}x+\bar{j}y+\bar{k}z=\frac{1}{1+\lambda}\left[\bar{i}(x_1+\lambda x_2)+\bar{j}(y_1+\lambda y_2)+\bar{k}(z_1+\lambda z_2)\right]$$

Tenglikni har ikki tomonidagi $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ lar oldidagi koeffisiyentlarni tenglashtirsak

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1+\lambda} \qquad y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1+\lambda} \qquad z = \frac{z_1 + \lambda z_2}{1+\lambda}$$

Bu masalani yechish jarayonidan kelib chiqadiki $A(x_1,u_1,z_1)$, $V(x_2,u_2,z_2)$ nuqtalardan $\overline{AB}$

vektor tuzsak AB=$\bar{i}$ (x_2-x_1)+ $\bar{j}$ (y_2-y_1)+$\bar{k}$ (z_2-z_1) va

$$|\overline{AB}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

1. Kanday vektorlar kolliniar deyiladi.
2. Vektorni komponentasi (koordinatasi) nima?

1.3.2-b. Blits-so'rov uchun savollar

1. Vektor deb nimaga aytiladi?
2. Vektorlarni qo'shishning parallelogram usuli?
3. Vektorlarni qo'shishning uchburchak usuli?
4. Vektor bu nima va unga ta'rif bering?
5. Ikki vektorning yig'indisi qanday xossalarga ega?
6. Vektorlarni qo'shushning qanday usullari bor?

1.3.2-в. Og'zaki so'rov uchun savollar

7. Kesma bu nima?
8. Yo'naltiruvchi kesma.
9. Ikki vektorning yigindisini topishning qanday usullarini bilasiz?
10. Vektorlarning to'g'ri chiziqga proeksiyasi.

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- *takrorlash va mashqlar*: takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- *yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish*: yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- *ilmiy xarakterdagi ishlar*: muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

3.Vilenkin N.Ya. va boshš. Matematika. –M.: Prosveщyeniye. 1985.
4.Rajabov F., Nurmetov A. Analitik geometriya va chizišli algebra. –T.: O'qituvchi. 1990.
5.A.V.Pogorelov. Analitik geometriya. –T.: Œšituvchi. 1983.
6.Shneyder, A.I. Sluskiy, A.S.Shumov. Kratkiy kurs vishiey matematiki. –M.: Visshaya shkola. 1972.
7.Ilin V.I., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. –M.: Nauka. 1988.
8.Ibroximov M. Matematikadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi 1994.

Qo'shincha adabiyotlar

9.Šabulov V.Š. Rašamli avtomatlar, algoritmlar. –T.: Œšituvchi, 1980.
10. Vlenkin N.Ya. Zadachnik-praktikum po matematike. –M.: Prosveщyeniye. 1977.
11. Ochilova X., Nazarov N. Geometriyadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi, 1983.
12. Shodiyev T. Analitik geometriyadan šœllanma. –T.: Œšituvchi, 1973.
13. Postushenko A.S. Vыsщaya matematika. –M.: Vыsщaya shkola, 2002.
14. Beklemishev D.V. Kurs analiticheskoy geometrii i lininoy algebrы. –M.: Fizmatlit, 2000.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. "Insert" texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kewlayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;
- "Insert" jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to'ldirish:

Agar «!» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki siz o'ylagan fikrga to'g'ri kelayotganini o'qiyapsiz;
Agar «–» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki tyo'g'ri deb o'ylaganingizga mutlaqo zid bo'lganini o'qiyapsiz;
Agar «+» bo'lsa siz o'qityotganingiz siz uchun yangilik;
Agar «?» bo'lsa, siz o'qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko'proq ma`lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o'z do'stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo'lib hurmar ko'rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o'ziga kerak paytda yordam so'rashi kerak;
- Har kim undan yordam so'ralganda yordam ko'rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o'zgalarga yordam berib o'zimiz o'rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 9. Vektorlarning skalyar ko'paytmasi.

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya va chiziqli algebra

O'quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O'quv mashg'uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o'rganish.

Ma`ruza rejasi:

18. Vektorlarning skalyar ko'paytmasi
19.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta`surotlar berish, vektorlar va keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O'quv mashg'uloti vazifasi:

15. *O'rgatuvchi*: talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriya va chiziqli algebra fanning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik fikrlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish fanni o'ganishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
16. *Rivojlantiruvchi*: kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
17. *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; fanning matematik-komunikativ kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qutish usullari*: instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O'qitish shakillari*: frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar stemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik dabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Oily matematika doirasidagi yutuqlar yoritiladi;

- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xatakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini beradi, oily matematika fani ma`ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralarbilan ishlay olishligi;

- **1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi**

1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi,); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi,; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati:* mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e`tiborlarini asosiylarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me`zonlari;
- *Talabalar faoliyati: ishning* tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

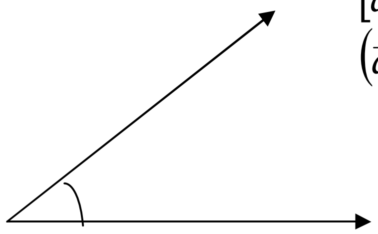
Ma`ruza rejasi:

1.

Kalit so'zlar: vektor,modul, cosinus, burchak.

1.3.1. Ma`ruza matni
Vektorlarning skalyar ko'paytmasi.

Ta'rif. $\overline{a}$ va $\overline{b}$ vektorlarning skalyar kupaytmasi deb, ularning absolyut kupaytmasi bilan ular orasidagi burchak konusining kupaytmasiga aytiladi va kuyidagicha belgilanadi.



$[ab]$ yoki $a \cdot b$

$$\left(\overline{a} \cdot \overline{b}\right) = |\overline{a}| \cdot |\overline{b}| \cos\left(\overline{a}\ \overline{b}\right)$$

$\overline{a} \uparrow\uparrow \overline{b}$ bulsa $\left(\overline{a}\ \overline{b}\right) = 0^0$

$\overline{a} \uparrow\downarrow \overline{b}$ bulsa $\left(\overline{a}, \overline{b}\right) = 180^0$ buladi.

Vektorlarning skalyar kupaytmasi kuyidagi xossalarga ega.

1^0. $\overline{a} \cdot \overline{b} = \overline{b} \cdot \overline{a}$

$$\overline{b} \cdot \overline{a} = |\overline{b}| \cdot |\overline{a}| \cos\left(\overline{a} \wedge \overline{b}\right) = |\overline{a}| \cdot |\overline{b}| \cdot \cos\left(-\left(\overline{a} \wedge \overline{b}\right)\right) = |a| \cdot |b| \cdot \cos\left(\overline{a} \wedge \overline{b}\right)$$

2^0. $\overline{a} \cdot \overline{a} = \overline{a}^2$ $\overline{a}$ ning skalyar kvadrati.

$$|\overline{a}|^2 = \overline{a}^2 \Rightarrow |\overline{a}| = \sqrt{\overline{a}^2}$$

$$\overline{a}^2 = \overline{a} \cdot \overline{a} = |\overline{a}| \cdot |\overline{a}| \cos\left(a \wedge \overline{a}\right) = |\overline{a}|^2 \cdot \cos 0^0 = |\overline{a}|^2$$

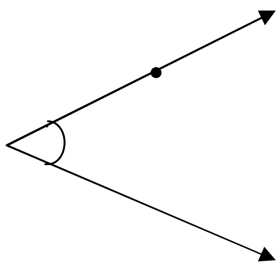
3^0. $\lambda\left(\overline{a} \cdot \overline{b}\right) = \left(\lambda\overline{a}\right) \cdot \overline{b} = \overline{a} \cdot \left(\lambda\overline{b}\right)$

Isbot. Agar $\lambda = 0$ bulsa tenglikning tugri ekanligi kurinib turibdi.

$\lambda > 0$ bulsin, u xolda $\lambda\overline{a} \uparrow\uparrow \overline{a}$ shuning uchun

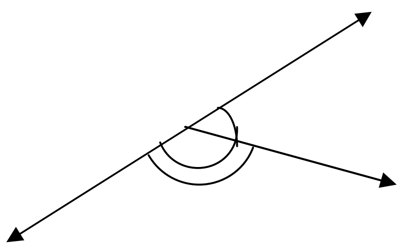
$\left(\lambda\overline{a} \wedge \overline{b}\right) = \left(\overline{a} \wedge \overline{b}\right)$.

$$\lambda\overline{a} \cdot \overline{b} = |\lambda\overline{a}|\,|\overline{b}| \cos\left(\lambda a \wedge \overline{b}\right) = \lambda|a||b| \cdot \cos\left(\overline{a} \wedge \overline{b}\right) = \lambda\left(\overline{a} \cdot \overline{b}\right)$$



$\lambda < 0$ bulsin. U xolda $\lambda\, a \uparrow\downarrow \overline{a}$. Shuning uchun

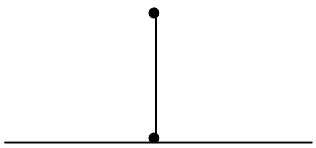
$\left(\lambda\overline{a} \wedge \overline{b}\right) = 180 - \left(\overline{a} \wedge \overline{b}\right)$

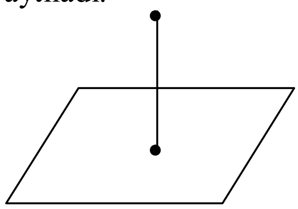


$$(\lambda\overline{a})\cdot b = |\lambda\overline{a}|\cdot|\overline{b}|\cos(\lambda a \wedge \overline{b}) = -\lambda|\overline{a}|\cdot|\overline{b}|\cdot\cos(180-(\overline{a}\wedge b)) =$$
$$= -\lambda|a|\cdot|b|\cdot(-\cos(\overline{a}\wedge\overline{b})) = \lambda|a||b|\cos(\overline{a}\wedge\overline{b})$$

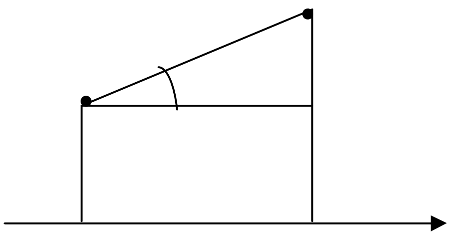
Ta'rif.

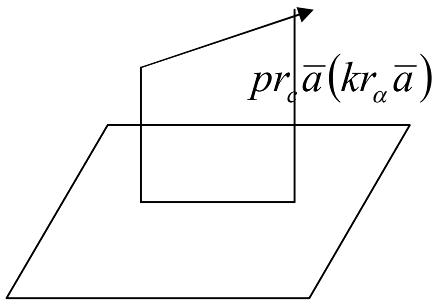
Nuktaning tugri chizigidagi (tekislikdagi) proyeksiyasi deb shu nuktaning tugri chizikka (tekislikka) tushirilgan perpendikulyarning asosiga aytiladi.





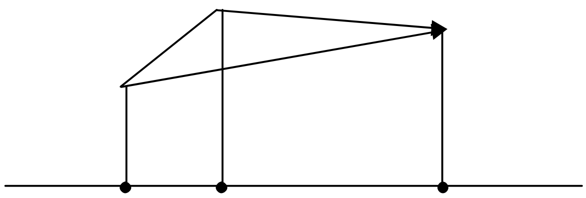
$\overline{a} = \overline{AB}$ vektorning c tugri chizigidagi (α tekisligidagi) proyeksiyasi deb boshi A nuktaning proyeksiyasida oxiri , B nuktaning proyeksiyasida joylashgan vektorga aytiladi va kuyidagicha belgilanadi.





Vektorlarning proyeksiyasi uchun kuyidagi teorema urinli.

$$pr_c(\overline{a}+\overline{b}) = pr_c\overline{a} + pr_c b \qquad pr_\alpha(\lambda\overline{a}) = \lambda pr_\alpha\overline{a}$$
$$pr_\alpha(\overline{a}+\overline{b}) = pr_\alpha\overline{a} + pr_\alpha\overline{b} \qquad pr_c(\lambda\overline{a}) = \lambda pr_c\overline{a}$$

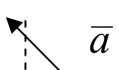


$$pr_c a = \overline{A_1B_1} \quad pr_c\overline{b} = \overline{B_1C_1}$$
$$pr_c(\overline{a}+\overline{b}) = \overline{A_1C_1} = \overline{A_1B_1} + \overline{B_1C_1} = pr_c\overline{a} + pr_c\overline{b}$$

$|pr_c\overline{a}| = |\overline{a}|\cos\varphi.$ $\quad\varphi - AB$ va C tekislik orasidagi burchak.

$$\overline{a}\cdot\overline{b} = |\overline{a}|\cdot|\overline{b}|\cos\varphi = \pm|pr_{\overline{b}}\overline{a}||b| = |pr_{\overline{b}}\overline{a}||b|\cos(0\ yoki 180^0) =$$
$$= |pr_{\overline{b}}\overline{a}||\overline{b}|\cos(pr_{\overline{b}}\overline{a}\wedge\overline{b})$$

$4^0.\overline{a}\cdot\overline{b} = pr_{\overline{b}}\overline{a}\cdot\overline{b} \quad pr_{\overline{b}}\overline{a}$ $\qquad\qquad\qquad\qquad \overline{b}$



$5^0.(\overline{a}+\overline{b})\overline{c} = pr_c(\overline{a}+\overline{b}) - \overline{c}$ va $\overline{c}(\overline{a}+\overline{b}) = \overline{c}\overline{a}+\overline{c}\overline{b}$;

$$(\overline{a}+\overline{b})\cdot\overline{c} = pr_c(\overline{a}+\overline{b})\cdot\overline{c} = (pr_{\overline{c}}\overline{a}+pr_{\overline{c}}\overline{b})\cdot\overline{c} =$$

$$|pr_{\overline{c}}\overline{a}+pr_{\overline{c}}-b||\overline{c}|\cos(0\ \ yoki\ 180^0) = \pm(|\,pr_c\overline{a}\,|-|\,pr_c-\overline{b}\,|)\cdot(\overline{e})\cdot$$

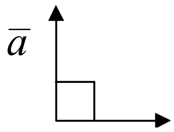
isbot. $\cdot\cos(0\ \ yoki\ 180^0) = \pm(|\,pr_c\overline{a}\,||\,\overline{c}\,|\cos(0\ \ yoki\ 180^0))\pm pr_{\overline{c}}\overline{b}\,|\,\overline{c}\,|\cdot$

$$\cdot\cos(0\ \ yoki\ 180^0) = pr_{\overline{c}}\overline{a}\cdot\overline{c}+pr_{\overline{c}}\overline{b}\cdot\overline{c} = \overline{a}\overline{c}+\overline{b}\overline{c}.$$

$$\overline{a}\cdot\overline{b} = \pm|\,a\,||\,b\,|$$

Ta'rif. Agar $\overline{a}$ va $\overline{b}$ vetorlar orasidagi burchak 90^0 ga teng bulsa va bu vektorlar perpendikulyar vektorlar deyiladi va kuyidagicha yoziladi:

$\overline{a}\perp\overline{b}$



$6^0.\overline{a}\cdot\overline{b} = 0$ bulishi $\overline{b}$ n kuyidagi shartlardan birining bajarilishi zarur va yetarli.

1. $\overline{a} = 0$ 2.$b = 0$ 3.$a\perp b$

Isbot. $\overline{a}\cdot\overline{b} = 0 \Leftrightarrow |\,\overline{a}\,|\cdot|\,\overline{b}\,|\cos(\overline{a}\wedge\overline{b}) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{c} 1.\,|\,a\,| = 0 \\ 2.\,|\,\overline{b}\,| = 0 \\ 3.\cos(\overline{a}\wedge\overline{b}) = 0 \end{array}\right. == \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ b = 0 \\ a\perp b \end{array}\right.$

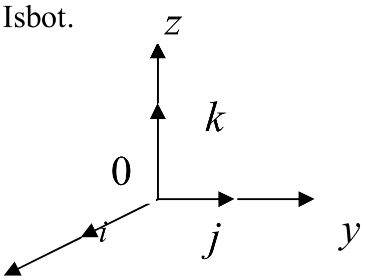
Natija. $\overline{a}$ va $\overline{b}$ nolmas vektorlar perpendiklyar bulishi uchun $\overline{a}\cdot\overline{b} = 0$ bulishi zarur va yetarli.

$$0 = \overline{a}\cdot\overline{b} \Leftrightarrow \overline{a}\perp\overline{b}$$

$7^0.\ \overline{a} = \{a_1a_2a_3\}$ $\overline{b} = \{b_1b_2b_3\}$ koordinatalar bilan berilgan vektorlar uchun kuyidagi tenglik urinli.

$$\overline{a}\cdot\overline{b} = a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$$

Isbot.



$$i\perp j \Rightarrow i\cdot j = 0$$

$$i\perp k \Rightarrow i\cdot k = 0$$

$$j\perp k \Rightarrow j\cdot k = 0$$

x

$\overline{a} = a_1 i + a_2 j + a_3 k \qquad \overline{b} = b_1 i + b_2 j + b_3 k$

$$\overline{a} \cdot \overline{b} = (a_1 i + a_2 j + a_3 k)(b_1 i + b_2 j + b_3 k) = a_1 \cdot b_1 i \quad \cdot a_1 b_2 i \cdot j + a_1 b_3 ik +$$
$$a_2 b_1 j \cdot i + a_2 b_2 j^2 + a_2 b_3 jk + a_3 b_1 k \cdot i + a_3 b_2 kj + a_3 b_3 k^2 =$$
$$= a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

8^0. $\overline{a} = \{a_1 a_2 a_3\}$ $\overline{b} = \{b_1 b_2 b_3\}$ vektorlar orasidagi burchakni formula yordamida topish mumkin.

$$\cos(\overline{a} \wedge \overline{b}) = \frac{\overline{a} \cdot \overline{b_1}}{|a| \cdot |\overline{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}.$$

Mavzuga doir masalalar yechish.

1-masala. $\vec{a}(2;-1)$ *va* $\vec{b}(-1;-3)$ vektorlar berilgan bo'lsin. $|\vec{a}+\vec{b}|$ ni toping?

yechish.

$$\vec{a} + \vec{b} = (2 + (-1); -1 + (-3)) = (1; -4)$$
$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{1^2 + (-4)^2} = \sqrt{17}$$

2-masala.

$\vec{a}$ *va* $\vec{b}$ *vektorlar o'zaro* $\varphi = \frac{2\pi}{3}$ *burchak tashkil qiladi.*

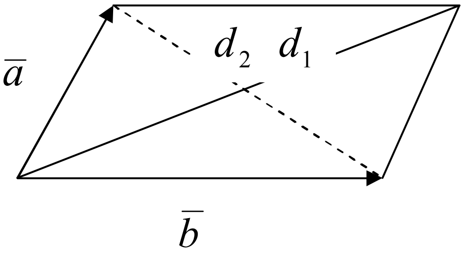
$|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3$ *ekanligi ma'lum bo'lsa ,*

$(2\vec{a} - \vec{b})(\vec{a} + 4\vec{b})$ *ifodani hisoblang?*

yechish.

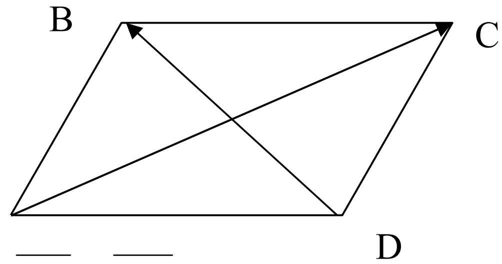
$$(2\vec{a} - \vec{b})(\vec{a} + 4\vec{b}) = 2\vec{a}^2 + 8\vec{a}\vec{b} = \vec{a}\vec{b} - 4b^2 = 2\vec{a}^2 + 7\vec{a}\vec{b} - 4b^2 = 2|\vec{a}|^2 + 7|\vec{a}||\vec{b}|\cos\varphi - 4|b|^2 =$$
$$= 2 \cdot 2^2 + 7 \cdot 2 \cdot 3\cos\frac{2\pi}{3} - 4 \cdot 3^2 = 8 - 7 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} - 36 = 8 - 21 - 36 = -49$$

3-masala.Skalyar kupaytma yordamida, parallelogram diogganallari kvadratlari yigindisi tomonlari kvadratlari yigindisiga teng.



$$d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$$

Isbot.



$$\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{AD} \quad \overline{DB} = \overline{AB} - \overline{AD}$$

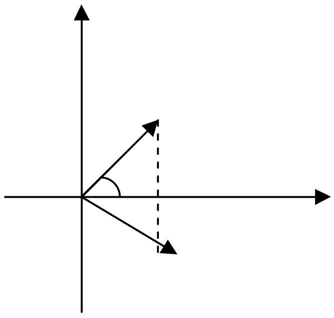
$$d_1^2 = AC^2 = (\overline{AB} + \overline{AD})^2 = \overline{AB}^2 + 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AD} + \overline{AD}^2 = a^2 + 2\overline{AB} \cdot \overline{AD} + b^2$$

$$d_2^2 = \overline{DB}^2 - 2\overline{AB} \cdot \overline{AD}^2 = b^2 - 2 \cdot AB \cdot AD + a^2$$

$$d_1^2 + d_2^2 = 2b^2 + 2a^2 = 2(a^2 + b^2)$$

4-masala.Skalyar ko'paytma yordamida 2 ta burchak yig'indisining kosinusi formulasini keltirib chiqoring.

$$cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta \qquad |\overline{a}| = |\overline{b}| = 1.$$



$$\overline{a} = \{\cos\alpha; \sin\alpha\} \quad \overline{b} = \{\cos\beta; -\sin\beta\}$$

$$\overline{a} \cdot \overline{b} = |\overline{a}| \cdot |\overline{b}| \cos(\overline{a} \wedge \overline{b}) = \cos(\alpha + \beta)$$

$$\overline{a} \cdot \overline{b} = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

11. Vektor deb nimaga aytiladi?
12. Vektorlarni qanday ko'paytmalarini bilasiz?
13. Chap va o'ng sistemalar nima?

1.3.2-б. Blits-so'rov uchun savollar

1. Koordinatalari bilan berilgan vektorlarning skalyar ko'paytmasini qanday hisoblash mumkin va u simmetriklik xossasiga egami?
2. Ikki vektorning skalyar ko'paytmasi va u qanday xossalarga ega?

1.3.2-в. Og'zaki so'rov uchun savollar

3. Vektor uzunligi?
4. Skalyar ko'paytma?
5. Ikki vektorlar orasidagi burchar nimaga teng?

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- *takrorlash va mashqlar*: takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- *yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish*: yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- *ilmiy xarakterdagi ishlar*: muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Vilenkin N.Ya. va boshš. Matematika. –M.: Prosвещуeniye. 1985.
2. Rajabov F., Nurmetov A. Analitik geometriya va chizišli algebra. –T.: O'qituvchi. 1990.

3.A.V.Pogorelov. Analitik geometriya. –T.: Œšituvchi. 1983.

4.Shneyder, A.I. Sluskiy, A.S.Shumov. Kratkiy kurs vishiey matematiki. –M.: Visshaya shkola. 1972.

5.Ilin V.I., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. –M.: Nauka. 1988.

6.Ibroximov M. Matematikadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi 1994.

Qo'shincha adabiyotlar

7.Šabulov V.Š. Rašamli avtomatlar, algoritmlar. –T.: Œšituvchi, 1980.

8.Vlenkin N.Ya. Zadachnik-praktikum po matematike. –M.: Prosвещуeniye. 1977.

9.Ochilova X., Nazarov N. Geometriyadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi, 1983.

10. Shodiyev T. Analitik geometriyadan šœllanma. –T.: Œšituvchi, 1973.

11. Postushenko A.S. Vысщaya matematika. –M.: Vысщaya shkola, 2002.

12. Beklemishev D.V. Kurs analiticheskoy geometrii i lininoy algebrы. –M.: Fizmatlit, 2000.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. "Insert" texnikasi qoidalari

- Matndi o’qib, ularda savollat tug’dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kewlayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo’yiladi;
- “Insert” jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to’ldirish:
  Agar «!» bo’lsa siz o’z bilimingizga yoki siz o’ylagan fikrga to’g’ri kelayotganini o’qiyapsiz;
  Agar «–» bo’lsa siz o’z bilimingizga yoki tyo’g’ri deb o’ylaganingizga mutlaqo zid bo’lganini o’qiyapsiz;
  Agar «+» bo’lsa siz o’qityotganingiz siz uchun yangilik;
  Agar «?» bo’lsa, siz o’qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko’proq ma`lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o’z do’stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo’lib hurmar ko’rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o’ziga kerak paytda yordam so’rashi kerak;
- Har kim undan yordam so’ralganda yordam ko’rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o’zgalarga yordam berib o’zimiz o’rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 10. Chap va o’ng sistemalar. Vektorlarning vektor ko’paytmasi va aralash ko’paytmasi.

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya va chiziqli algebra

O’quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O’quv mashg’uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o’rganish.

Ma`ruza rejasi:

20. Vektorlarning vektor ko’paytmasi ko’paytmasi.
21. Vektorlarning aralash ko’paytmasi.

O’quv mashg’uloti maqsadi:

O’quv fani to’g’risida umumiy ta`surotlar berish, vektorlar va keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O’quv mashg’uloti vazifasi:

13. *O’rgatuvchi*: talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang’ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriya va chiziqli algebra fanning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik fikrlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish fanni o’ganishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
14. *Rivojlantiruvchi*: kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag’zlarini tanlab olish, tahlil qilish; hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o’tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo’llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
15. *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o’rganishga qiziqishni rivojlantirish; fanning matematik-

komunikativ kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qutish usullari*: instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O'qitish shakillari*: frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar stemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik dabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Oily matematika doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xatakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini  beradi, oily matematika fani ma`ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralarbilan ishlay olishligi;

- **1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi**

1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi,); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);

- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi,; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati:* mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e`tiborlarini asosiylarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me`zonlari;
- *Talabalar faoliyati: ishning* tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma`ruza rejasi:

1. Vektorlarning vektor ko'paytmasi .
2. Vektorlarning aralash ko'paytmasi.

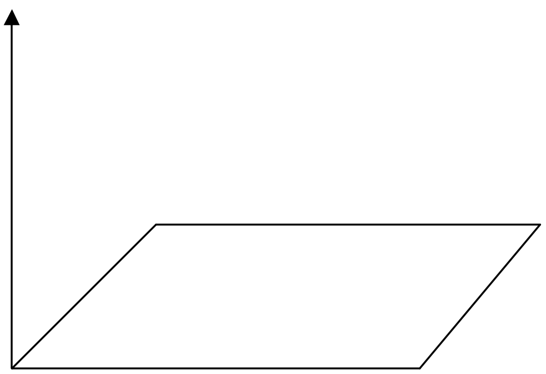
Kalit so'zlar: o'ng va chap sistema, .

1.3.1. Ma`ruza matni

Ikki ***a, b*** vektorni bir-biriga skalyar ko'paytirish natijasida son (skalyar) hosil bo'lishini biz ko'rdik.

a, b vektorning bir-biriga ko'paytirish natijasida vektor hosil bo'lishi mumkin.

Ikki ***a, b*** vektorning vektorial ko'paytmasi deb shunday ***c*** vektorga aytiladiki, bu vektor ***a, b*** vektorlarga perpendikulyar bo'lib, uning moduli ***a, b*** vektorlardan yasalgan parallelogramm yuziga teng, ***c*** vektorning ***c*** uchidan qaraganda ***c*** vektor atrofida ***a*** vektordan ***b*** vektorga eng kichik burchak bilan aylanishi soat strelkasiga teskari bo'lishi kerak.



a vektor bilan ***b*** vektorning vektorial ko'paytmasi $a \times b$ yoki $[ab]$ shaklda yoziladi va ***a*** bilan ***b*** vektorning vektorial ko'paytmasi deb o'qiladi. Ta'rifga ko'ra bu ko'paytma

$$c = [ab]$$

Bu vektorning uzunligi ***a*** va ***b*** vektorlardan yasalgan parallelogrammning yuziga teng, ya'ni

$$c = \left\|[ab]\right\| = ab\sin(a \wedge b)$$

bundan

$$a \wedge b < \pi$$

Bu tenglikdan ***a*** vektor bilan ***b*** vektor kolleniar bo'lganida yoki bu vektorlarning kamida bittasi nol, vektorial bo'lgan holdagina ***a, b*** ning vektorial ko'paytmasi nolga teng bo'lishi ravshan ko'rinmoqda. Haqiqatan, agar $a \| b$ bo'lsa ***a^b=0*** va $\sin(a \wedge b) = 0$, bu holda

$$c = ab\sin 0^\circ = abO = 0$$

Agar ***a=0*** yoki ***b=0*** bo'lsa, aytilgan xossa ravshan. Aksincha, agar

$$c = ab\sin(a \wedge b) = 0$$

bo'lsa, bundan yo

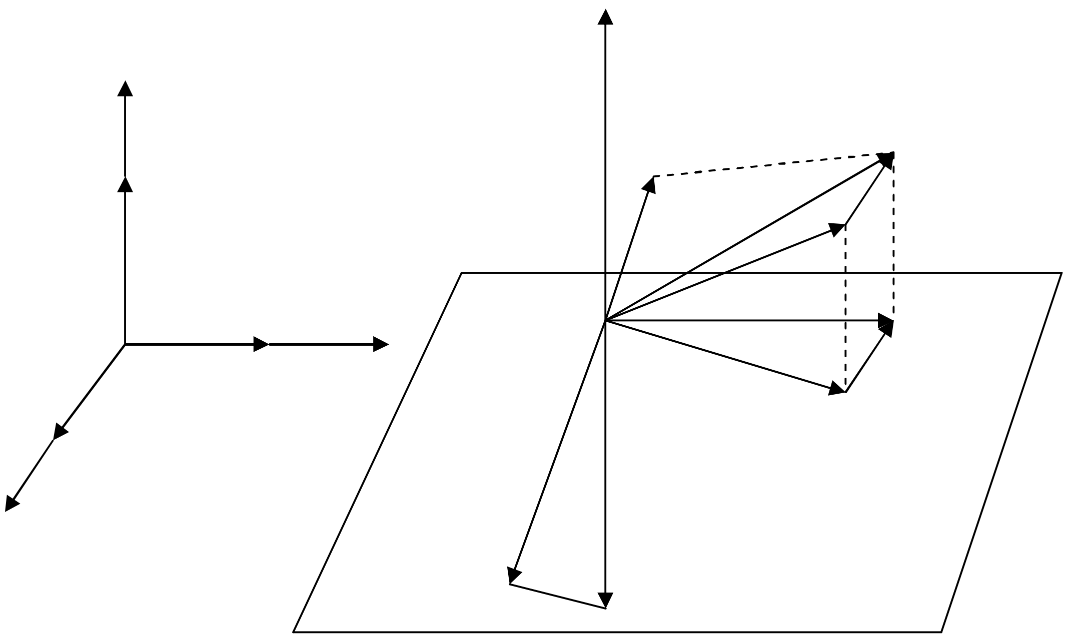
$$\sin(a \wedge b) = 0; \quad a \| b$$

yo ***a=0*** yoki ***b=0*** bo'lishi chiqadi.

Agar ***a*** vektor bilan ***b*** vektor o'zaro perpendikulyar bo'lsa, u holda ular vektor ko'paytmasining son qiymatlari ko'paytmasiga teng chunki bu holda *sin**(a,b)**=1* bo'ladi.

Hususiy holda

[ij]=k, [jk]=i, [ki]=j.



Vektorial ko'paytma quyidagi qonunlarga bo'ysunadi:

1. *Vektorial ko'paytmadagi ko'paytuvchilar o'rnini almashtirsa, vektorial ko'paytma (-1) ga ko'payadi;*

[ab]=-[ba]

Haqiqatan, agar ***a, b*** vektorial bir-biriga kollinear bo'lsa, ***[ab]=0, [ba]=0,*** bu holda ***[ab]=-[ba].***

Endi ***a, b*** vektorial bir-biriga kollinear emas deb faraz qilaylik. Bu holda ikki vektorning vektorial ko'paytmasi ta'rifiga ko'ra ***[ab]*** hamda ***[ba]*** vektorlarning son qiymati ***a*** va ***b*** vektorlardan yasalgan parallelogrammning yuziga teng bo'lgani uchun bir xil; ikki vektorning vektorial ko'paytmasini tasvirlovchi vektorial yo'nalishini aniqlash shartiga ko'ra ***[ab]*** va ***[ba]*** vektorlar bir-biriga qarama-qarshi yo'nalgan. Demak,

[ab]=-[ba].

2. *Skalyar ko'paytuvchiga nisbatan vektorial ko'paytma qonuniga bo'ysinadi,* ya'ni

$$[a\lambda, b] = [a, \lambda b] = \lambda[a, b]$$

Haqiqatan **a** va **b** vektroni λ ga ko'paytirish **a** va **b** vektorlardan yasalgan parallelogrammning **a** yoki **b** tomonini λ marta "cho'zish" demakdir. Bu esa parallelogramm yuzining λ marta "kattalashganini" bildiradi.

3. ***a, b*** *vektorlar yig'indisi bilan* ***c*** *vektorning vektorial ko'paytmasi taqsimot qonuniga bo'ysunadi,* ya'ni

[(a+b)c]=[ab]+[bc]

Haqiqatan ham ***c*** nol vektorial bo'lsa, bu tenglikning bajarilishi ravshan. Shuning uchun $c \neq 0$ deb faraz qilamiz. Bu holda $c = c \times c^{\circ}$ deb yozish mumkin.

a, b *va* c° vektorlarning umumiy ***O*** nuqtaga keltiramiz hamda c° vektorga perpendikulyar ***q*** tekislik o'tkazamiz. ***a, b*** vektorlardan parallelogramm chizib, ***a+b*** yig'indi vektorni topamiz.

Endi ***a*** hamda $a + b = \vec{Od}$ vektorlarning ***q*** tekislikka proyeksiyalarini olamiz.

$$\Pi P_q a = Oa_1, \quad \Pi P_q (a+b) = Od_1$$

$\vec{Oa_1}$ va $\vec{Od_1}$ vektorlarni ***O*** nuqta atrofida soat strelkasi yo'nalishi bo'yicha 90° buramiz. Natijada $\vec{Oa_1}$ vektorial ***q*** tekislikdagi $\vec{Oa_2}$ vektorning $\vec{Od_1}$ vektorni umumiy ***O*** nuqtaga keltiramiz hamda c° vektorga perpendikulyar ***q*** tekislik o'tkazamiz. ***a, b*** vektorlardan parallelogramm chizib, ***a+b*** yig'indi vektorni topamiz.

Endi ***a*** hamda $a + b = \vec{Od}$ vektorlarning ***q*** tekislikka proyeksiyalarini olamiz.

$$\Pi P_q a = Oa_1, \quad \Pi P_q (a+b) = Od_1,$$

$\vec{Oa_1}$ va $\vec{Od_1}$ vektorlarni ***O*** nuqta atrofida soat strelkasi yo'nalishi bo'yicha 90° buramiz. Natijada $\vec{Oa_1}$ vektorial ***q*** tekislikdagi $\vec{Oa_2}$ vektorning, $\vec{Od_1}$ vektorial esa $\vec{Od_2}$ vektorning vaziyatini olib ularning uzunliklari o'zaro teng bo'ladi.

$$Oa_2 = Oa_1, \quad Od_2 = Od_1$$

Agar $\vec{Oa}$ bilan c° orasidagi burchakni φ bilan belgilasak,

$$Oa_2 = Oa_1 = Oa\cos(90^{\circ} - \varphi) = Oa\sin\varphi = [ac^{\circ}]$$

chunki $\vec{Oa_2}$ vektorial $[ac^{\circ}]$ vektorial ko'paytma ta'rifining shartlarining qanoatlantiradi; uch perpendikulyar haqidagi teoremaga asosan:

$$\angle a_2Oc^{\circ} = \angle a_2Oa = \frac{\pi}{2}$$

shuning uchun $\vec{Oa_2}$ vektorial $\vec{Oa}$, $\vec{Oc^{\circ}}$ vektorlar tekisligiga perpendikulyar va a_2 dan qaraganda ***a*** dan c° ga eng kichik burchak bilan burulish soat strelkasiga teskari yo'nalishda bo'ladi. Shunday qilib $\vec{Oa_2} = [ac^{\circ}]$. Shunga o'xshash

$$\vec{Od_2} = [dc^{\circ}] = [(a+b)c^{\circ}] \qquad \vec{a_2d_2} = [ad\,c^{\circ}] = [bc^{\circ}]$$

Ammo shakldan

$$\overrightarrow{Od_2} = \overrightarrow{Oa_2} + \overrightarrow{ad_2}$$

ekanini ko'ramiz, ya'ni

$$[(a+b)c^\circ] = [ac^\circ] + [bc^\circ]$$

bu tenglikning ikkala tomonini c skalyarga ko'paytiramiz:

$$[(a+b)cc^\circ] = [ac^\circ c] + [bc^\circ c]$$

[(a+b)c]=[ac]+[bc]

taqsimot qonunining to'g'ri ekani isbot bo'ldi. Shunga o'xshash

[c(a+b)]=[ca]+[cb]

ekanini isbot qilish qiyin emas.

Faraz qilaylik, kishi oyog'i bilan yuqoriga aytilgan parallelogramm tekisligi ustida tikka turgan holda uning boshi haligi ***c*** vektor tomonidan bo'lsin. Bu holda ***a*** va ***b*** vektorlar orasidagi burchakning bissektrisasi qaralsa, ***a*** vektor uning o'ng tomonida va ***b*** vektor chap tomonida bo'ladi yoki ***a*** yo'nalishdan ***b*** yo'nalishiga qarab (eng qisqa yo'l bilan) aylantirilsa, bu harakat soat strelkasining yurish harakatiga teskari bo'lib ko'rinadi. Bunday sistema o'ng sistema deyiladi.

1-misol:

$\bar{a}$ *va* $\bar{b}$ *o'zaro perpendikulyar.* $|a| = 3;\ \ |b| = 4 \quad |[(a+b)(a-b)]| = ?$

$$|[(a+b)(a-b)]| = |a+b||a-b|\sin((a+b)^\wedge(a-b))$$

$$\begin{cases} |a+b| = x^2 \\ |a-b| = x^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + 2ab + b^2 = x^2 \\ a^2 - 2ab + b^2 = x^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9 + 16 = x^2 \\ 9 + 16 = x^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |x| = 5 \\ |x| = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |a+b| = 5 \\ |a-b| = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = ab \\ S = \dfrac{d^2}{2}\sin\varphi \end{cases} \qquad ab = \frac{d^2}{2}\sin\varphi \qquad 12 = \frac{25}{2}\sin\varphi \qquad \sin\varphi = \frac{24}{25}$$

$$|[(a+b)(a-b)]| = |a+b||a-b|\sin((a+b)^\wedge(a-b)) = 25\cdot\frac{24}{25} = 24$$

2-misol:

$\bar{a}$ *va* $\bar{b}$ *vektor* $\varphi = \frac{2}{3}\pi$ *burchakni hosil qiladi.* $|a| = 1 \quad |b| = 2 \quad [ab]^2 = ?$

$$[ab]^2 = a^2 \cdot b^2 \cdot \sin^2\varphi = 1\cdot 4\cdot\frac{3}{4} = 3$$

3-misol:

$a=\{3,-1,-2\}$

$b=\{20,4,28\}$

$[(2a-b)(2a+b)]=?$

$\begin{cases}2a-b=c\\2a+b=d\end{cases}$ $\quad \bar{c}=2(3,-1,-2)-(1,2,-1)=\{5,-4,-3\}$

$$\bar{d}=2(3,-1,-2)+(1,2,-1)=\{7,0,-5\}$$

$$[cd]=\left\{\begin{vmatrix}-4 & -3\\0 & -5\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}5 & -3\\7 & -5\end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix}5 & -4\\7 & 0\end{vmatrix}\right\}=\{20,4,28\}$$

$[(2a-b)(2a+b)]=[cd]=\{20,4,28\}$

4-misol:

$A=(2,-1,2)\quad B(1,2,-1)\quad C(3,2,1)$

$[\overline{AB}\cdot\overline{BC}]=?$

$\overline{AB}=c\qquad \overline{BC}=d\qquad [\overline{AB}\cdot\overline{BC}]=[cd]=\left\{\begin{vmatrix}3 & -3\\0 & 2\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}-1 & -3\\2 & 2\end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix}-1 & 3\\2 & 0\end{vmatrix}\right\}=\{6,-4,-6\}$

$c=\{-1,3,-3\}$

$d=\{2,0,2\}$

5-misol:

$\bar{P}=\{3,2,-4\}\qquad \bar{Q}=\{2,-1,1\}$

$$[PQ]=\begin{vmatrix}2 & -4\\-1 & 1\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}3 & -4\\2 & 1\end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix}3 & 2\\2 & -1\end{vmatrix}=(2,11,7)$$

Ixtiyoriy **a, b**, **c** vektorlar berilgan bo’lsin. Agar **a** vektorni **b** vektorga vektorial ko’paytirish natijasida hosil bo’lgan [**ab**] vektor **c** vektorga skalyar ko’paytirilsa, **a**,**b** va **c** vektorlarning *aralash ko’paytma*si deb atalgan [**a, b**]**c** son hosil bo’ladi.

[**a**,**b**]**c** aralash ko’paytma, agar berilgan **a**, **b** va **s** uchlik o’ng bo’lsa, musbat ishora bilan, aks holda, manfiy ishora bilan, boshlari umumiy nuqtaga keltirilgan **a**, **b** va **s** vektorlarga qurilgan parallelpipedning hajmiga teng. Ko’rinib turibdiki, agar **a**, **b**, **c** komplanar bo’lsa, ularning aralash ko’paytmasi nolga teng. Osongina ko’rinib turibdiki, [**a**,**b**]**c**=**a**[**b**,**c**], chunki har ikki son kattaligi bo’yicha bir xil parallelepipedning hajmiga teng va ikkala uchlik bir xil yo’nalishli, ya’ni ikkalasi ham o’ng, yoki chap bo’lsa.

Shuning uchun **a**, **b** va **c** vektorlarning aralash ko’paytmasi aynan qaysi ikkita vektor vektorial ko’paytirilayotganligi (birinchi ikkitasi yoki oxirgi ikkitasi) ko’rsatilmasdan oddiy **abc** ko’rinishda yoziladi.

Uchta vektor komplanarligining yetarli va zaruriy sharti ularning aralash ko’paytmasi nolga tengligidir.

Agar **a**, **b** va **c** vektorlar o’zlarining to’g’ri burchakli dekart koordinatalari **a**=$\{x_1; y_1; z_1\}$, **b**=$\{x_2; y_2; z_2\}$, **c**=$\{x_3; y_3; z_3\}$ bilan aniqlangan bo’lsa, ularning aralash ko’paytmasi **abc** satrlari mos ravishda ko’paytirilayotgan vektorlarning koordinatalari (komponentalari) dan iborat determinantga teng, ya’ni

$$\textbf{abc}=\begin{vmatrix}x_1 & y_1 & z_1\\x_2 & y_2 & z_2\\x_3 & y_3 & z_3\end{vmatrix}.$$

Haqiqatan, $\left[a,b\right]=\left\{y_1z_2-y_2z_1;z_1x_2-z_2x_1;z_1y_2-z_2y_1;\right\}$ va **s**={x_3; y_3; z_3} ekanligidan **[*ab*]** va **s** vektorlarning **[*a b*]*c*** skalyar ko'paytmasi

$$\left[a,b\right]\cdot c=abc=x_3(y_1z_2-y_2z_1)+y_3(z_1x_2-z_2x_1)+z_3(x_1y_2-x_2y_1)$$

ga teng. Demak, **a**={x_1; y_1; z_1}, **b**={x_2; y_2; z_2}, **c**={x_3; y_3; z_3} vektorlarning komplanarligining yetarli va zaruriy sharti quyidagicha:

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}=0.$$

Agar **b** vektorni **c** vektorga vektorial ko'paytirish natijasida hosil bo'lgan vektor **a** vektorga yana vektorial ko'paytrilsa, hosil bo'lgan [**a** [**bc**]] vektor *ikki karrali vektorial* ko'paytma deyiladi. Ixtiyoriy **a**, **b** va **c** vektorlar uchun quyidagi formula o'rinli:

[***a*** [***b***, ***c***]]=***b***(***ac***)-***c***(***ab***).

Bu formulani isbot qilish uchun to'g'ri burchakli dekart koordinatalar sistemasini quyidagicha tanlab olamiz: bu vektorlar boshlarini umumiy nuqtaga – koordinatalar boshi O ga keltirilganda *Oz* o'q **c** vektor bo'ylab yo'nalgan, *Oy* o'q esa **b** va **c** vektorlar bilan aniqlangan tekislikda joylashgan bo'lsin. U holda, ko'rinib turibdiki, **a,b,c** quyidagi koordinatalarga ega bo'ladi: **a**={x_1; y_1; z_1}, **b**={*o*; y_2; z_2}, **s**={*o*; *o*; z_3}. [**bc**]={y_2z_3;*o*;*o*;} va xuddi shu formuladan [**a**[**bc**]]={*o*;$z_1y_2z_3$;-$y_1y_2z_3$} tenglikka ega bo'lamiz. Boshqa tarafdan, ko'rinib turibdiki, **ac**=z_1z_3, **ab**=y_1y_2+z_1z_2, shuning uchun **b**(**ac**)={*o*;$y_2z_1z_3$; $z_2z_1z_3$}, c(**ab**)={*o*;*o*;$y_1y_2z_3$+$z_1z_2z_3$}. Bu tengliklarni solishtirib,

[***a*** [***b***, ***c***]]=***b***(***ac***)-***c***(***ab***) tenglikni osongina hosil qilamiz.

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

1. Vektor deb nimaga aytiladi?
2. Vektorlarni qanday ko'paytmalarini bilasiz?
3. Chap va o'ng sistemalar nima?

1.3.2-б. Blits-so'rov uchun savollar

1. Koordinatalari bilan berilgan vektorlarning vektorial ko'paytmasini qanday hisoblash mumkin?
2. Ikki vektorning vektor ko'paytmasi va u qanday xossalarga ega?
3. Vektorlarni aralash ko'paytmasi?

1.3.2-в. Og'zaki so'rov uchun savollar

4. Vektor uzunligi?
5. Ikki vektorning vektor ko'paytmasi?
6. Vektor ko'paytmaning xossalari?
7. Vektorlaning aralash ko'paytmasi?

Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- *takrorlash va mashqlar*: takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- *yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish*: yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;

- *ilmiy xarakterdagi ishlar*: muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Vilenkin N.Ya. va boshš. Matematika. –M.: Prosвещyeniye. 1985.
2. Rajabov F., Nurmetov A. Analitik geometriya va chizišli algebra. –T.: O'qituvchi. 1990.
3.A.V.Pogorelov. Analitik geometriya. –T.: Œšituvchi. 1983.
4.Shneyder, A.I. Sluskiy, A.S.Shumov. Kratkiy kurs vishiey matematiki. –M.: Visshaya shkola. 1972.
5.Ilin V.I., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. –M.: Nauka. 1988.
6.Ibroximov M. Matematikadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi 1994.

Qo'shincha adabiyotlar

7.Šabulov V.Š. Rašamli avtomatlar, algoritmlar. –T.: Œšituvchi, 1980.
8.Vlenkin N.Ya. Zadachnik-praktikum po matematike. –M.: Prosвещyeniye. 1977.
9.Ochilova X., Nazarov N. Geometriyadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi, 1983.
10. Shodiyev T. Analitik geometriyadan šœllanma. –T.: Œšituvchi, 1973.
11. Postushenko A.S. Vысщaya matematika. –M.: Vысщaya shkola, 2002.
12. Beklemishev D.V. Kurs analiticheskoy geometrii i lininoy algebrы. –M.: Fizmatlit, 2000.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. "Insert" texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kewlayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;
- "Insert" jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to'ldirish:

Agar «!» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki siz o'ylagan fikrga to'g'ri kelayotganini o'qiyapsiz;
Agar «–» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki tyo'g'ri deb o'ylaganingizga mutlaqo zid bo'lganini o'qiyapsiz;
Agar «+» bo'lsa siz o'qityotganingiz siz uchun yangilik;
Agar «?» bo'lsa, siz o'qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko'proq ma`lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o'z do'stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo'lib hurmar ko'rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o'ziga kerak paytda yordam so'rashi kerak;
- Har kim undan yordam so'ralganda yordam ko'rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o'zgalarga yordam berib o'zimiz o'rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 11. To'g'ri chiziqning burchak koeffisientli, umumiy, normal tenglamalari va ular orasidagi munosabatlar.

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya va chiziqli algebra

O'quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O'quv mashg'uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o'rganish.

Ma`ruza rejasi:

22. To'g'ri chiziqning burchak koeffisientli tenglamasi.
23. To'g'ri chiziqning umumiy tenglamalasi.
24. To'g'ri chiziqning normal tenglamasi.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta`surotlar berish, vektorlar va keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O'quv mashg'uloti vazifasi:

13. *O'rgatuvchi*: talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriya va chiziqli algebra fanning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik fikrlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish fanni o'ganishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
14. *Rivojlantiruvchi*: kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
15. *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; fanning matematik-komunikativ kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qutish usullari*: instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O'qitish shakillari*: frontal; jamoaviy;

- *O'qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar stemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik dabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Oily matematika doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xatakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini beradi, oily matematika fani ma`ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralarbilan ishlay olishligi;

- **1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi**

1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi,); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi,; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati:* mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e`tiborlarini asosiylarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me`zonlari;

- *Talabalar faoliyati: ishning* tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma`ruza rejasi:

1. To'g'ri chiziqning burchak koeffisientli tenglamasi.
2. To'g'ri chiziqning umumiy tenglamalasi.
3. To'g'ri chiziqning normal tenglamasi.

Kalit so'zlar: To'g'ri chiziq, burchak koeffisient, umumiy normal.

1.3.1. Ma`ruza matni

To`g`ri chiziqning burchak koeffitsentili tenglamasi

1. O`tgan bobda $f\ (x, y) = 0$ tenglamaning dekart koordinatalariga nisbatan, umuman, biror chiziq ifoda qilishini ko`rsatgan edik. Endi faraz qilaylik,

$$f\ (x, y)=Ax + By + C$$

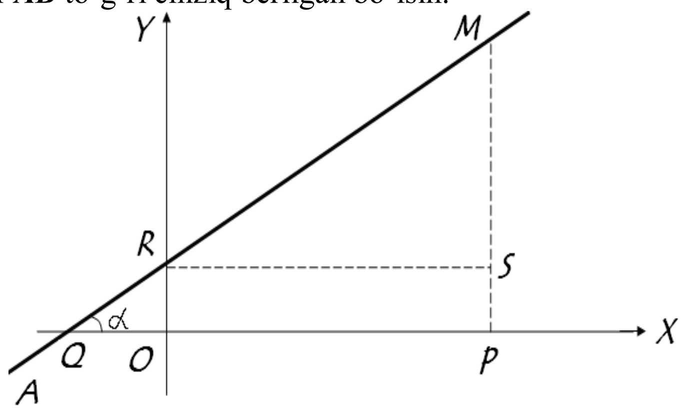
ya`ni birinchi darajali tenglamasi bo`lsin (bunda A , B , C koeffitsentlari o`zgarmas, aniq sonlardan iborat).

Buning dekart sistemasida to`g`ri chiziq ifoda qilishini va aksincha to`g`ri chiziqni dekart kordinatlariga nisbatan shunung kabi birinchi darajali tenglama bilan ifoda qilishini ko`rsatamiz.

Buning uchun, eng avval, qo`yilgan masalaning ikkinchi qismi bo`lgan ushbu teoremani isbot qilamiz.

Teorema. *Tekislikdagi to`g`ri chiziq dekart koordinatalariga nisbatan birinchi darajali tenglama bilan ifoda qilinadi, ya`ni to`g`ri chiziq – birinchi tartibli chiziqdan iborat.*

To`g`ri chiziqning kordinata o`qlariga nisbatan o`rni turlicha bo`lib, xususiy hollarda u kordinata o`qlariga parallel bo`lishi mumkin. Eng avval faraz qilaylik, $xOy$ t o`g`iburchakli sistemada $y$ o`qiga parallel bo`lmagan biror $AB$ to`g`ri chiziq berilgan bo`lsin.



Agar AB to`g`ri chiziqning absissa o`qi bilan tashkil etgan burchaklaridan biri va uning ordinate o`qidan kesgan OR parchasi ma`lum bo`lsa, bu holda AB to`g`ri chiziqning koordinata o`qlariga nisbatan o`rni aniq bo`ladi. Odatda haligi burchaklardan $AB$ ni absissa o`qining musbat yo`nalishi bilan tashkil etgan α burchagi qabul qilinadi. Faraz qilaylik, shu miqdorlar bizga berilgan va

$$OR = l, \quad \angle xQB = \alpha$$

bo`lsin. To`g`ri chiziqda istalgancha biror *M* nuqtani olib, uning o`zgaruvchi kordinatalarini *x* va *y* faraz qilamiz,
ya`ni:

$$x = OP, \quad y = PM$$

R nuqtadan absissa o`qiga parallel qolib chiziq o`tkazilsa, buning natijasida *MRS* to`g`ri burchakli uchburchak hosil bo`ladi. Bunda

$$SM = RS\ tg\ \alpha\ ,$$

Shaklga muofiq

$$SM = PM - PS = PM - OR = y - l;$$
$$PS = OP = x$$

Bular (1) tenflikka qo`yilsa,

$$y - l = x\ tg\ \alpha\ ,$$

yoki

$$y = x\ tg\ \alpha\ + l$$

α burchagi bizga berilgan edi. Shuning uchun tg α ham ma`lum; agar

$$tg\ \alpha = k \tag{2}$$

faraz qilinsa, tenglamaning odatdagi ko`rinishi bunday bo`ladi:

$$\boxed{y = kx + l} \tag{3}$$

AB to`g`ri chiziqdagi ***M*** nuqta uning qayerida bo`lsa-da, bu tenglama o`z kuchini saqlaydi, chunki u nuqta ***AB*** da ixtiyoriy edi. Shuning uchun (3) tenglama ***AB*** to`g`ri chiziqning tenlamasi bo`ladi.

(3) tenglamada 4 miqdor qatnashadi: ***x, y, k*** va ***l***. Bulardan avvalgii ikkitasi op`zgaruvchi va keyingi ikkitasi o`zgarmas. To`g`ri chiziqning o`rnini aniqlovchi ***k*** va ***l*** miqdorlar **parametr** deyiladi. Bulardan birinchisi (k) – to`g`ri chiziqning burchak koeffitsenti deyiladi; uning geometric ma`nosi yuqorida aytilgan: u to`g`ri chiziqning absissa oqining musbat yo`nalishi bilan tashkil qilingan $\alpha$ burchakning tangensidan iborat edi. Parametrlardan ikkinchisi bo`lgan ***l*** – tog`ri chiziqning ordinate o`qidan kesgan parchasini ifoda qiladi.

Xususiy holda, ya`ni ***AB*** to`g`ri chiziq ***x*** o`qiga parallel bo`lganda ***k = 0*** va aksincha ***k = 0*** bo`lganda to`g`ri chiziq ***x*** oqiga parallel bo`ladi va bu holda (3) ga asosan to`g`ri chiziqning tenglamasi

$$y = l \tag{4}$$

bo`ladi. Endi faraz qilaylik, to`g`ri chiziq ***y*** o`qiga parallel bo`lsin va uning ***x*** o`qi bilan kesishgan ***A*** nuqtasining absissasi α bo`lsin. Bu holda chiziqdagi har bir nuqtaning absissasi *a* bo`ladi (va aksincha), ya`nib u holda to`g`ri chiziqning tenglamasi

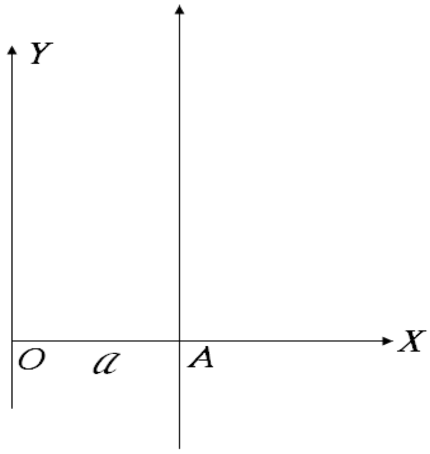
$$x = a$$

bo`ladi. Shuning bilan, dekart kordinatalariga nisbatan (3), (4) va (4’) ning ning har biri birinchi darajali tenglamalardan iborat bo`ladi.
Bu esa teoremaning to`g`riligini, ya`ni tekislikdagi to`g`ri chiziqning birinchi tartibli ekanligini ko`rsatadi.

2. Bu erda shuni ta`kidlab o`tish kerakki, to`g`ri chiziqning

$\boldsymbol{y = kx + l}$ (5)

tenglamasidagi *k va l* parametrlar algebraic miqdorlardan iborat bo`lib, to`g`ri chiziqning kordinata o`qlariga qarab, ularning ikkalasi musbat yoki ikkalasi manfiy bo`lishi biri yoki ikkalasi nolga aylanishi mumkin. Lekin qanday bo`lmasin, ***k*** va ***l*** ning har bir haqiqiy qiymatiga tekislikda bir chiziq to`g`ri keladi. Masalan:



1) Agar ***k*** musbat son bo`lsa, bu holda $\alpha < 90^\circ$ .bo`ladi, chunki ***k = tg*** α edi. Demak, bu holda to`g`ri chiziq abscissa o`qining musbat yo`nalishi bilan o`tkir burchak tashkil qiladi.

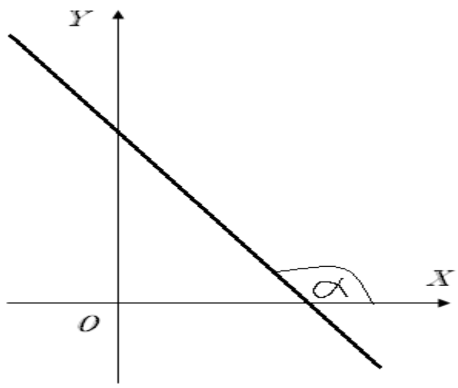
Agar ***k*** manfiy son bo`lsa , u holda $\alpha > 90^\circ$ . Demak, bu holda to`g`ri chiziq abscissa o`qining musbat yo`nalishi bilan o`tmas burchak tashkil qiladi.

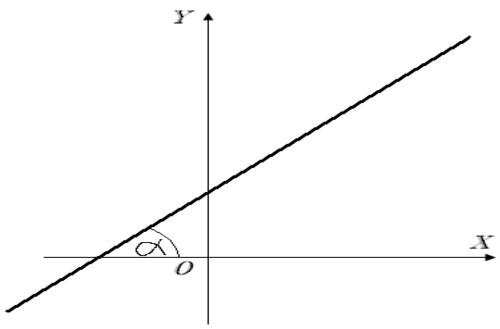
2) ***l*** musbat bo`lsa, to`g`ri chiziq ordinate o`qining musbat tomomini kesgan bo`ladi, manfiy bo`lsa – manfiy tomonini kesgan bo`ladi va agar ***l = 0*** bo`lsa, to`g`ri chiziq kordinatalar boshidan o`tadi (masalan, shakl 30 dagi kabi). Bu holda, ya`ni to`g`ri chiziq koordinatalar boshidan o`tganda tenglamaning ko`rinishi

$$\boldsymbol{y = kx}$$

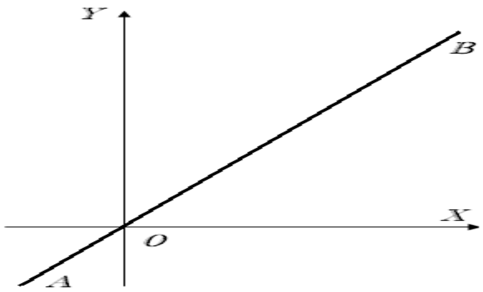
bo`ladi.

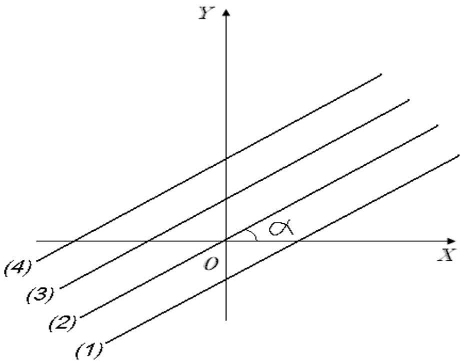
3) agar ***k*** nin qiymatini o`zgartirmay, (3) tenglamadagi ***l*** ning qiymati o`zgartirib turilsa, u holda to`g`ri chiziq o`z o`ziga parallel bo`lib o`rnini o`zgartiradi)





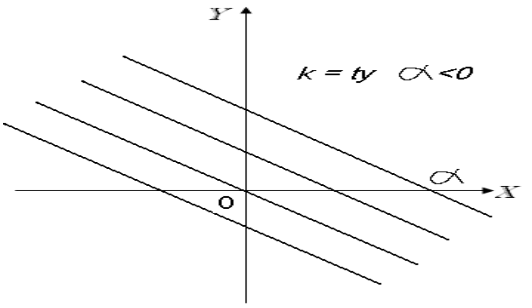
4) Agar ***l*** ning qiymatini o`zgartirmay (2) tenglamadagi R ning qiymati o`zgartirib turilsa, u holda to`g`ri chiziq ***R*** nuqtaning atrofida aylana boshlaydi (shakl 33). Masalan, ***k = 1*** bo`lganda $\boldsymbol{y = x + l}$ tenlama shakldagi 1-chiziqni

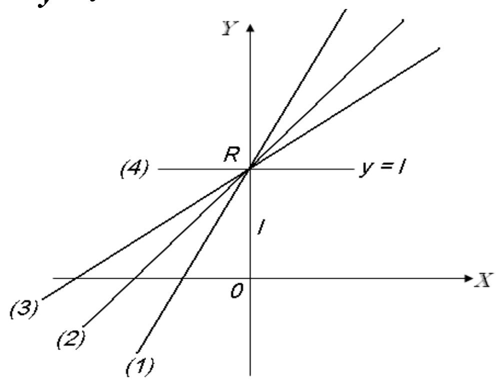




ifoda qiladi; $\boldsymbol{k} = \frac{1}{2}$ bo`lganda $\boldsymbol{y} = \frac{1}{2}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{l}$ tenglama shakldagi 2- chiziqni ifoda qiladi; $\boldsymbol{k} = \frac{1}{3}$ bo`lganda $\boldsymbol{y} = \frac{1}{3}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{l}$ tenglama shakldagi 3- chiziqni ifoda qiladi va shunga o`xshash; ***k*** nin qiymati kamayib brogan sari, to`g`ri chiziqning abscissa o`qi bilan kesishgan nuqtasi uzoqlashib boradi va ***k = 0*** bo`lganda chiziq absissa o`qiga paraellel bo`lib, tenglamaning ko`rinishi

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{l} \qquad (7)$$





b`ladi, bu es ***x*** o`qiga parallel bo`lgan va undan masofasi ***l*** gat eng bo`lgan to`g`ri chiziqdan iborat; ***l = 0*** bo`lganda bu chiziq ***x*** o`qi bilan birlashtirib ketadi, yok boshqacha qilib aytganda ***y = 0*** tenglama abscissa o`qining tenglamasi bo`ladi.

5) ***x = a*** tenglama ordinate o`qiga parallel bo`lgan va undan masofasi ***a*** gat eng bo`lgan to`g`ri chiziqning tenglamasi edi. Shuning uchun ***a = 0*** bo`lganda bu chiziq ordinate o`qi bilan birlashib ketadi, ya`ni ***x = 0*** – ordinate o`qining tenglamasi bo`ladi.

y = kx + l tenglamaning parametrlari bo`lgan ***k*** va ***l*** ning qiymatlari belgili bo`lgan holda, u tenglama ifoda qilgan to`g`ri chiziqni chizish mumkin. Masalan, faraz qilaylik, bizga ushbu tenglama berilgan bo`lsin:

$$\boldsymbol{y = 2x + 3}$$

Bu tenglamani (3) tenglama bilan solishtirib qaraganda, ko`ramizki

$$\boldsymbol{k = tg\,\alpha = 2, \ \ l = 3.}$$

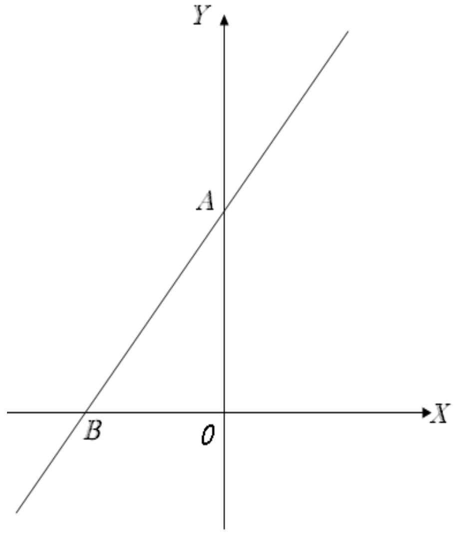
Demak, biz izlagan to`g`ri chiziq ordinate o`qining musbat yo`nalishini kordinatalar boshidan 3 birlikka teng bo`lgan masofada kesib ketadi. Shuning uchun ordinate o`qida 3 birlik o`lchab olinsa, unda ***A*** nuqta aniqlanadi.

Bizning masalada ***k*** ning qiymati musbat son. Demak, biz izlagan to`g`ri chiziq ***A*** nuqtadan o`tib, absissa o`qining musbat yo`nalishi bilan shunday o`tkir burchak tashkil qiladiki, uning tangensi 2 birlikka teng bo`ladi; bunga qaraganda biz izlagan chiziq abscissa o`qining manfiy yo`nalishini kesib o`tadi. Shunin uchun ***OA*** ni teng ikkiga bo`lib, ***OA*** ning yarmini absissa o`qining manfiy yo`nalishida o`lchab olinsa, unda shunday ***B*** nuqta aniqlanadiki,

$$tg\,\alpha = \frac{AO}{BO} = 2$$

bo`ladi. Natijada ***A*** va ***B*** nuqtalardan o`tgan to`g`ri chiziq biz izlagan chiziq bo`ladi (Shakl 34).

Biz bu erda shu misol bilan cheklanamiz. Kelasi paragrafda tenglama bo`yicha to`g`ri chiziqni chizish uchun bundan ko`ra soda usul beriladi.



Shakl 34.

To`g`ri chiziqning umumiy tenglamasi

O`tgan paragrafda tekislikdagi har bir to`g`ri chiziqning dekart koordinatalariga nisbatan birinchi darajali tenglam bilan ifoda qilishini isbot qilingan edi. Endi buning teskarisi bo`lgan ushbu teoremani isbot qilamiz;:

Teorema. *O`zgaruvchi **x** va **y** ga nisbatan birinchi darajali har bir **Ax + By + C = 0** tenglama dekart koordinatalarida to`g`ri chiziq ifoda qiladi.*

Shuning uchun, faraz qilaylik, birinchi darajali biror

$$Ax + By + C = 0 \qquad (1)$$

Tenglam berilgan bo`lsin.

Faraz qilaylik, $B \neq 0$ bo`lsin. Berilgan tenglamani ***y*** ga nisbatan yechsak,

$$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B} \qquad (2)$$

bo`ladi. Bu nenlamani o`tgan paragrafda chiqarilgan

$$y = kx + l$$

tenglama bilan solishtirib qaraganda, ko`ramizki**,**

$$k = -\frac{A}{B}, \qquad l = -\frac{C}{B}.$$

Demak, bu holda (1) tenglama shunday to`g`ri chiziqni ifoda qiladiki, uning burchak koeffitsenti $-\frac{A}{B}$ va boshlang`ich ordinatasi $-\frac{C}{B}$ bo`ladiki.

Endi (1) tenglamaning ba`zi xususiy hollarni, ya`ni uning koeffitsentlaridan ba`zilarining nolga teng bo`lgan hollarini tekshirib ko`ramiz. Faraz qilaylik, ***Ax + By + C = 0*** tenglamaning koeffitsentlaridan:

1) ***B = 0*** bo`lsin; bu holda tenglamaning umumiy ko`rinishi

$$Ax + C = 0 \text{ yoki } x = -\frac{C}{A}$$

b`ladi yoki: $-\frac{C}{A} = a$ faraz qilinsa:

$$x = a$$

bo`ladi. Bu esa ordinata o`qiga parallel bo`lgan to`gri chiziqni ifoda qiladi.

2) $C = 0$ bo`lsin; bu holda tenglamaning ko`rinishi

$$Ax + By = 0$$

Bo`ladi, yoki bu tenglama y ga nisbatan yechilsa:

$$y = -\frac{A}{B}x,$$

yoki $-\frac{A}{B} = k$ faraz qlinsa:

$$y = kx$$

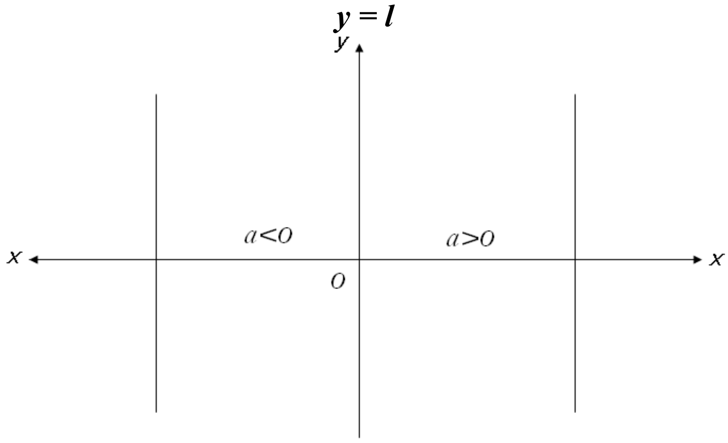
bo`ladi. Bu esa koordinatalar boshidan o`tgan to`g`ri chiziqni ifoda qiladi.

3) $A = 0$ bo`lsin; bu holda umumiy tenglamaning ko`rinishi

$$By + C = 0 \text{ yoki } y = -\frac{C}{B}$$

bo`ladi, yoki $-\frac{C}{B} = l$ faraz qilinsa:

$$y = l$$



bo`ladi. Bu esa abscissa o`qig parallel bo`lgan to`g`ri chiziqni ifoda qiladi.

4) $A = 0$ va $C = 0$ bo`lsin; bu holda umumiy tenglamaning ko`rinshi

$$By = 0 \text{ yoki } x = 0$$

bo`ladi. Bu esa absissa o`qin ifoda qiladi.

5) $B = 0$ va C = 0 bo`lsin; bu holda umumiy tenglamaning ko`rinishi

$$Ax = 0 \text{ yoki } x = 0$$

bo`ladi. Bu esa ordinate o`qini ifoda qiladi.

Shunday qilib, (1) tenglamadagi o`zgaruvchi $x$ va $y$ oldidagi $A$ va $B$ koeffitsentlaridan hech bo`lmaganda biri nolga teng bo`lmaganda, bu tenglama hamma vaqt to`g`ri chiziq ifoda qiladi.

6* Endi yana bir,maxsus holni tekshirib ko`ramiz. Faraz qilaylik (1) tenglamada $A = 0$ va $B = 0$ bo`lsin; bu holda tenglamaning ko`rinishi

$$C = 0$$

Yoki C ga qisqartganda

$$1 = 0$$

bo`ladi. Eng avval bunday tenglik mumkin emas. Buning sababi tenglamaning avvalgi ikki hadini tashlashdan kelb chiqadi. Haqiqatda, qoyilgan shart bo`yicha tenglamani

$$0\,x + 0\,y + 1 = 0$$

Shaklda yozish mumkin.

Agar bu holni, A va B qiymatlarining nolga intilgan limit holi faraz qilinsa, bu choqda x va y ning qiymatlari bo`lgandagina

$$0\,x = 0 \quad \text{va} \quad 0\,y = 0$$

Bo`ladi. Lekin tenglamaning ozod hadi nolga teng bo`lgani uchun $0\,x$ va $0\,y$ dan hech bo`lmaganda birining nolga teng bo`lmasligi lozim, yoki boshqacha qilib aytganda, koordinatalaridan biri yoki ikkalasi chekli qiymatga ega bo`la olmaydi, ya`ni cheksiz bo`ladi. Biz koordinatalari cheksiz bo`lgan nuqtani “cheksiz uzoqlashgan” nuqta degan edik. Bunga qaraganda

$$0\,x + 0\,y + 1 = 0$$

tenglamani faqat cheksiz uzoqlashgan nuqtaning koordinatalari qanoatlantira oladi. Shuning uchun bu tenglama cheksiz uzoqlashgan to`g`ri chiziqni ifoda qiladi, deb aytish mumkin.

Bu natijaga yana boshqacha mulohaza bilan kelish mumkin.

Tekislikda to`g`ri chiziqning o`rni ikki nuqta bilan to`la aniqlanadi. Buni e`tiborga olganda: berilgan tenglama bo`yicha to`g`ri chizish uchun, u chiziqqa qarashli ikki nuqtaning koordinatalarni aniqlash kifoya qiladi. Aniqlangan ikki nuqtadan o`tgan to`g`ri chiziq – izlangan chiziq bo`ladi.

Misol 1. Tenglamasi $x - 2y + 3 = 0$ bo`lgan to`g`ri chiziq chizilsin.

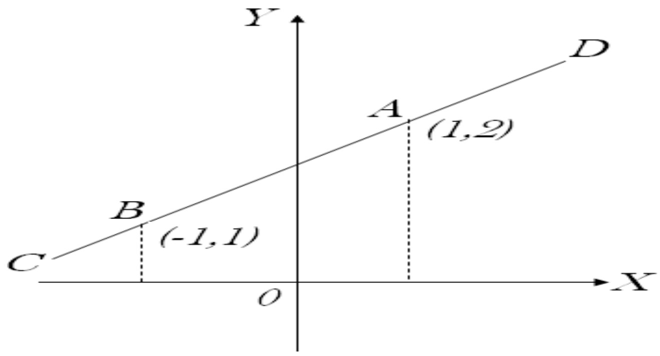
Izlanmoqda bo`lgan to`g`ri chiziqqa qarashli nuqtaning koordinatalarini aniqlash uchun tenglamadagi $x$ ga biror ixtiyoriy berib, so`ngra y ning qiymatini topamiz.

Masalan:

$x = 1$ bo`lsa, $y = 2$ bo`ladi, ya`ni $A\ (1,2)$ nuqta aniqlanadi

$x = -1$, $y = 1$, $B(-1,1)$.

Koordinatalar tekisligida A va B nuqtalarning o`rinlarini topib, so`ngra ularni to`g`ri chiziq bilan tutashtirsak, biz izlagan to`g`ri chiziq hosil bo`ladi (Shakl 36).



Misol 2. Tenglamasi $y = \frac{3}{2}x - 3$ bo`lgan to`g`ri chiziq chizilsin.

Birinchi misolda ko`rsatilgan yo`l bilan davom etib, to`g`ri chiziqqa qarashli ikkita nuqtani topamiz: $x = 1$ bo`lsa, $y = -1{,}5$ bo`ladi, ya`ni $M\ (1, -1{,}5)$ nuqta aniqlanadi, $x = 2$ bo`lsa, $y = 0,$ ya`ni $N\ (2{,}0)$ nuqta aniqlanadi.

Koordinatalar tekisligida aniqlangan ***M*** va ***N*** nuqtalarning o`rinlarini topib, so`ngra ularni to`g`ri chiziq bilan tutashtirsak, izlangan ***BA*** to`g`ri chiziq hosil bo`ladi (Shakl 37).

To`g`ri chiziqning kesmalar bo`yicha tenglamasi

1. Agar to`g`ri chiziqning koordinata o`qlaridan kesgan kesmalari aniq bo`lsa, u holda bunday chizizqning koordinata o`qlariga nisbatan o`rni ham aniq bo`ladi. Faraz qilaylik, biror ***AB*** to`g`ri chiziqning abscissa o`qidan kesgan kesmasi a va ordinate o`qidan kesgan kesmasi $b$ bo`lsin (Shakl 38), ya`ni

$$OS = a, \quad OR = b.$$

Bu kesmalar yordami bilan ***AB*** ning tenglamasini tuzish mumkin. Buning uchun uning biror ***M*** nuqtasining o`zgaruvchi koordinatalarini $x$ va $y$ faraz qilamiz, ya`ni shakl bo`yicha

$$X = OP, \quad y = MP.$$

To`g`ri burchakli ***ORS*** va ***PMS*** uchburchaklar o`zaro o`xshash bo`ladi. Shuning uchun:

$$\frac{OR}{PM} = \frac{OS}{PS};$$

shaklga muofiq:

$$OR = b,\ OS = a,\ PS = OS - OP = a - x,$$

demak,

$$\frac{b}{y} = \frac{a}{a - x};$$

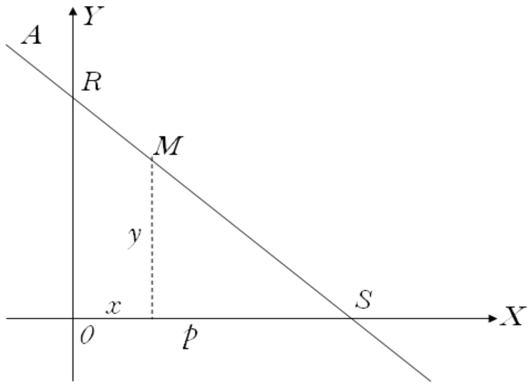
yoki

$$ab - bx = ay, \quad \text{yoki} \quad bx + ay = ab,$$

yoki keyingi tenglamaning ikkala tomoni ab ga bo`linsa, uning ko`rinishi quyidagicha bo`ladi:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

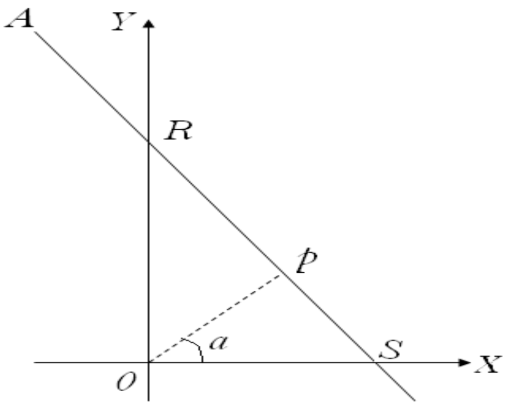
Bu tenglama to`g`ri chiziq tenglamasining uchinchi ko`rinishi. Tenglamadagi ***a*** va ***b*** miqdorlardan iborat. Shuning uchun ***a*** va ***b*** ning ikkalasi musbat bo`lsa, to`g`ri chiziq koordinata o`qlarining musbat
yo`nalishida uchraydi, agar ***a*** manfiy va ***b*** musbat bo`lsa, u holda absissa o`qining manfiy yo`nalishida va ordinata o`qining manfiy yo`nalishida va



ordinata o`qining musbat yo`nalishida uchraydi va unga o`xshash. Har holda to`g`ri chiziqning o`rni ***a*** va ***b*** ning algebraic qiymatlari bilan aniqlanadi.

To`g`ri chiziqni normal tenglamasi

1. Agar to`g`ri chiziqqa koordinata boshidan tushirilgan perpendikulyarning uzunligi va uning absissa o`qi bilan tashkil qilgan burchagi aniq bo`lsa, u holda to`g`ri chiziqning o`rni ham aniq bo`ladi.



Faraz qilaylik, biror ***AB*** t`og`ri chiziqqa koordinatalar boshidan tushirilgan ***OP*** perpendikulyarning uzunligi ***p*** va uning absissa o`qinin musbat yo`nalishi bilan tashkil qilgan ***POS*** burchagi α bo`lsin (Shakl 39), ya`ni

$$OP = p, \quad POS = \alpha .$$

To`g`ri chiziqning koordinata o`qlaridan kesgan kesmalari ***a*** va ***b*** bo`lsin, ya`ni:

$$OS = a, \quad OR = b .$$

SOP to`g`ri burchakli uchburchakda

$$OP = OS\ c$$

yoki

$$p = a\ co$$

Shunga o`xshash ***ORP*** to`g`ri burchakli uchburcha

$$OP = OR\ cos($$

yoki

$$p = b \sin \alpha ,$$

(1) va (2) tengliklardan ***a*** va ***b*** ni aniqlasak:

$$a = \frac{p}{\cos \alpha}$$

va

$$b = \frac{p}{\sin \alpha}$$

bo`ladi, ***a*** va ***b*** ning no`rniga qo`yamiz:

$$\frac{x\cos\alpha}{p} + \frac{y\sin\alpha}{p} = 1,$$

Yoki kasrdan qutqazib, so`ngra ozod hadni chapga o`tkazsak, tenglamaning ko`rinishi quyidagicha bo`ladi:

$$x\cos\alpha + y\sin\alpha - p = 0$$

To`g`ri chiziqning bu ko`rinishdagi tenglamasi **normal tenglama** deyiladi. Bu tenglama quyidagi xususiyatlarga egadir:

1) ***x*** va ***y*** ning koeffitsentlari ***cos*** α va ***sin*** α bo`lgani uchun ulardan har birining qiymati birdan katta bo`la olmaydi;

2) koeffitsentlarning kvadratlari yig`indisi birga teng $\sin\alpha + \cos\alpha = 1$ va

3) tenglamaning ozod hadi ***p*** hamma vaqt musbat sanaladi.

Masalan,

$$\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - 3 = 0$$

to`g`ri chiziqning normal tenglamasi bo`la oladi, chunki

$$\frac{3}{5} < 1; \frac{4}{5} < 1;$$

$$(\frac{3}{5}) + (\frac{4}{5}) = \frac{9}{25} + \frac{16}{25} = 1.$$

Misol uchun olingan tenglamani (4) bilan solishtirib qaraganda, ko`ramizki:

$$\cos \alpha = \frac{3}{5}, \sin \frac{4}{5}, p = 3 .$$

To`g`ri chiziq tenglamasi normal holga keltirish

Analitik geometriyaning ko`pgina masalalarini yechishda to`g`ri chiziq tenglamasini normal holga keltirish kerak bo`ladi, ya`ni

$$Ax + By + C = 0$$

tenglamani

$$x\cos\alpha + y\sin\alpha - p = 0$$

shaklda yozish to`g`ri keladi.

Buning uchun shunday son topish kerakki, u songa (1) tenglamaning ikkala tomoni ko`paytirganda, chiqqan yangi tenglamaning koeffitsentlari (2) tenglamaning koeffitsentlari bo`lsin, Bunday sonni ***M*** faraz qilib tenglamaning ikkala tomonini unga ko`paytiramiz:

$$AMx + BMy + CM = 0.$$

Bu tenglamaning normal bo`lishi uchun ***x*** ning koeffitsenti bo`lgan ***AM*** biror α burchagining kosinusi, ***y*** ning ***BM*** koeffitsenti α ning sinusi va ***CM*** koordinatalar boshidan to`g`ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning uzunligi bo`lishi kerak, ya`ni:

$$AM = \cos\alpha,\ BM = \sin\alpha,\ CM = -p.$$

Bu tenglklardan avvalgi ikkitasi kvadratga kutarilsa,

$$AM = \cos\alpha,\ BM = \sin\alpha;$$

Bularni hadlab qo`shganda

$$M(A + B) = \cos\alpha + \sin\alpha = 1.$$

Bundan

$$M = \pm\frac{1}{\sqrt{A+B}}.$$

Demak, ***M*** soni shunday qiymatga ega bo`lgan holdagina tenglama normal holga keladi. Bu xususiyatga ega bo`lgan ***M*** soni **normal ko`paytuvchi** deyiladi.

M ning ifodasi (5) dan (4) ga qo`yilsa, α va ***p*** parametr aniqlanadi:

$$\cos\alpha = \pm\frac{A}{\sqrt{A+B}};$$

$$\sin\alpha = \pm\frac{B}{\sqrt{A+B}};$$

$$p = \pm\frac{C}{\sqrt{A+B}}.$$

Qo`yilgan shart bo`yicha bu tenglikning chap tomonidagi ***p*** musbat son edi. Shuning uchun tenglikni o`ng tomoni ham musbat bo`lishi lozim. Bu esa ***C*** ning ishorasi bilan radikalning ishorasi o`zaro teskari bo`lgan holdagina bo`ladi.

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

1. To'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi?
2. To'g'ri chiziqning normal tenglamasi?
3. Uch to'g'ri chiziqning bir nuqtada kesishish sharti?

1.3.2-б. Blits-so'rov uchun savollar

1. To'g'ri chiziqning koordinata o'qlarga nisbatan tenglamasi?
2. Bir nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqlar oilasi?
3. To'g'ri chiziqning burchak koeffisient tenglamasi?

1.3.2-в. Og'zaki so'rov uchun savollar

1. Nuqtadan to'g'ri chiziqgacha masofa?
2. Ikki to'g'ri chiziqning parallelik sharti?
3. To'g'ri chiziqlarning perpendikulyarlik sharti?
4. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak?

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- *takrorlash va mashqlar*: takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- *yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish*: yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- *ilmiy xarakterdagi ishlar*: muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Vilenkin N.Ya. va boshš. Matematika. –M.: Prosвещyeniye. 1985.
2. Rajabov F., Nurmetov A. Analitik geometriya va chizišli algebra. –T.: O'qituvchi. 1990.

3.A.V.Pogorelov. Analitik geometriya. –T.: Œšituvchi. 1983.

4.Shneyder, A.I. Sluskiy, A.S.Shumov. Kratkiy kurs vishiey matematiki. –M.: Visshaya shkola. 1972.

5.Ilin V.I., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. –M.: Nauka. 1988.

6.Ibroximov M. Matematikadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi 1994.

Qo'shincha adabiyotlar

7.Šabulov V.Š. Rašamli avtomatlar, algoritmlar. –T.: Œšituvchi, 1980.

8.Vlenkin N.Ya. Zadachnik-praktikum po matematike. –M.: Prosвещyeniye. 1977.

9.Ochilova X., Nazarov N. Geometriyadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi, 1983.

10. Shodiyev T. Analitik geometriyadan šœllanma. –T.: Œšituvchi, 1973.

11. Postushenko A.S. Vысщaya matematika. –M.: Vысщaya shkola, 2002.

12. Beklemishev D.V. Kurs analiticheskoy geometrii i lininoy algebrы. –M.: Fizmatlit, 2000.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va

iloji yo’q bo’lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g’oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo’lma;
- Izoh berishdan o’zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g’oyalar ko’p bo’lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g’oya tug’ulishi imkoniyati ko’proq
- Agar g’oyalar takrorlansa o’ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g’oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo’lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o’ylama.

1.4.2. “Insert” texnikasi qoidalari

- Matndi o’qib, ularda savollat tug’dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kewlayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo’yiladi;
- “Insert” jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to’ldirish:

Agar «!» bo’lsa siz o’z bilimingizga yoki siz o’ylagan fikrga to’g’ri kelayotganini o’qiyapsiz;
Agar «–» bo’lsa siz o’z bilimingizga yoki tyo’g’ri deb o’ylaganingizga mutlaqo zid bo’lganini o’qiyapsiz;
Agar «+» bo’lsa siz o’qityotganingiz siz uchun yangilik;
Agar «?» bo’lsa, siz o’qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko’proq ma`lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o’z do’stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo’lib hurmar ko’rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o’ziga kerak paytda yordam so’rashi kerak;
- Har kim undan yordam so’ralganda yordam ko’rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o’zgalarga yordam berib o’zimiz o’rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 12. Nuqtadan to’g’ri chiziqqacha bo’lgan masofa, ikki to’g’ri chiziq orasidagi burchak, Ikki nuqtadan o’tuvchi to’g’ri chiziq tenglamalari.

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya va chiziqli algebra

O’quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O’quv mashg’uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o’rganish.

Ma`ruza rejasi:

25. Nuqtadan to’g’ri chiziqqacha bo’lgan masofa.
26. Ikki to’g’ri chiziq orasidagi burchak.
27. Ikki nuqtadan o’tuvchi to’g’ri chiziq tenglamalari.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta`surotlar berish, vektorlar va keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O'quv mashg'uloti vazifasi:

13. *O'rgatuvchi*: talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriya va chiziqli algebra fanning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik fikrlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish fanni o'ganishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
14. *Rivojlantiruvchi*: kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
15. *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; fanning matematik-komunikativ kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qutish usullari*: instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O'qitish shakillari*: frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar stemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik dabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Oily matematika doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xatakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini beradi, oily matematika fani ma`ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralarbilan ishlay olishligi;

- **1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi**

1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi,); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi,; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati:* mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e`tiborlarini asosiylarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me`zonlari;
- *Talabalar faoliyati: ishning* tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma`ruza rejasi:

1. Nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa.
2. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak.
3. Ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamalari.

Kalit so'zlar: masofa, burchak, masofa.

1.3.1. Ma`ruza matni

Қуйидаги масалани қараймиз: Беркитилган $M_0(x_0, y_0)$ нуқтадан

$$Ax + By + C = 0. \quad \textbf{(1)}$$

тенглама билан берилган *L* тўғри чизиққача бўлган d масофа топилсин.

Фараз қилайликки,

$$\vec{OM}\,\mathbf{n}\text{-p=0} \quad \textbf{(2)}$$

(1) тенгламанинг нормал кўринишдаги тенгламаси бўлсин. Шундай қилиб, агар $C \neq 0$, *p* (*p*>0) координата боши О дан чиқувчи *L* тўғри чизиққа перпендикуляр **a** векторнинг узунлиги бўлади, ***n*** – эса **a** вектор йўналишига эга бўлган бирлик вектор, p=|**a**|, **n**=$\frac{\mathbf{a}}{p}$.

М(x, y) – L тўғри чизиқнинг ихтиёрий жорий нуқтаси бўлсин. У ҳолда, кўриниб турибдики, $M_0(x_0, y_0)$ нуқтадан L гача масофани топиш учун $\overrightarrow{M_0M} = \overrightarrow{OM}_0 - \overrightarrow{OM}$ векторни **n** вектор йўналишига проекциялаб, проекция катталигининг абсолют қийматини олиш керак:

$$d = |\,\text{пр}_{\mathbf{n}} \overrightarrow{M_0M}\,| = |\overrightarrow{M_0M} \cdot \mathbf{n}| = |\overrightarrow{OM}_0 \cdot \mathbf{n} - \overrightarrow{OM} \cdot \mathbf{n}\,| = |\overrightarrow{OM}_0 \cdot \mathbf{n} - p|$$

ёки

$$d = |\overrightarrow{OM}_0 \cdot \mathbf{n} - p|. \qquad \textbf{(3)}$$

Шундай қилиб, d масофани ҳосил қилиш учун **(1)** тенгламани **(2)** нормал кўринишга келтириб, чап томондаги x, y лар ўрнига мос равишда $M_0(x_0, y_0)$ нуқтанинг x_0, y_0 координаталарини қўйиб, ҳосил бўлган ифоданинг абсолют қийматини олиш керак.

Кўриниб турибдики, L тўғри чизиқнинг **(1)** умумий тенгламаси учун **(3)** тенглик қуйидаги кўринишга эга:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}. \qquad \textbf{(4)}$$

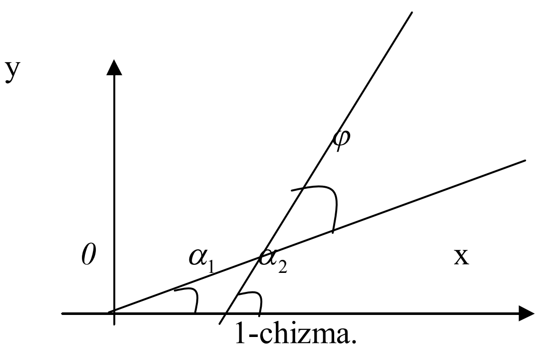
$C=0$ бўлганда **(3)** формула, шунингдек, **(4)** формула ҳам ўринли бўлаверади. Бу ҳолда: $p=0$, ***n*** – L га перпендикуляр иккита векторлардан бири ҳисобланади. Шундай қилиб, $d = |\,\text{пр}_{\mathbf{n}} \overrightarrow{M_0M}\,| = |\overrightarrow{OM}_0 \cdot \mathbf{n} - \overrightarrow{OM} \cdot \mathbf{n}\,| = |\overrightarrow{OM_0} \cdot \mathbf{n}|$ ёки $d = \frac{|Ax_0 + By_0|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$, яъни $C=0$ бўлган ҳолдаги **(4)**.

Ikki to’g’ri chiziq $y = k_1 x + r_1, y = k_2 + r_2$ berilgan bo’lsin. Ular orasidagi φ burchakni topish masalasini qaraymiz.

To’g’ri chiziqlarning 0x o’qining musbat yunalishi bilan hosil qilgan burchaklarini α_1 va α_2 desak, $k_1 = tg\alpha_1, k_2 = tg\alpha_2$ bo’ladi. ABC uchburchakdan (1-chizma) ko’rinib turibdiki $\alpha_2 = \alpha_1 + \varphi$

Demak, $\varphi = \alpha_2 - \alpha_1$. Shuning uchun

$$tg\varphi = tg(\alpha_2 - \alpha_1) = \frac{tg\alpha_2 - tg\alpha_1}{1 + tg\alpha_2 tg\alpha_1} = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}$$



1-chizma.

Shunday qilib, $y = k_1 x + r_1$ va $y = k_2 x + r_2$ to’g’ri ***chiziqlar orasidagi burchak***

$$tg\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}$$

formula orqali ifodalanadi.

***xoy* tekislikda ikki to'g'ri chiziq umumiy tenglamalari bilan berilgan bo'lsin:**

$$a_1 x + b_1 y + c_1 = 0, \quad a_2 x + b_2 y + c = 0.$$

Bu to'g'ri chiziqlarning koeffisentlari qanday shartlarni qanoatlantirganda ular a) parallel, b) perpendikulyar bo'lishlarini aniqlaymiz.

Faraz qilaylik, bu to'g'ri chiziqlarning hech biri $0y$ o'qqa parallel bo'lmasin, yani $b_1 \neq 0, b_2 \neq 0$ bo'lsin. U holda ularning tenglamalarini burchak koeffisentli tenglamalar ko'rinishiga keltirishimiz mumkin:

$$y = k_1 x + r_1, \quad y = k_2 x + r_2 \;\; k_1 = -\frac{a_1}{b_1}, k_2 = -\frac{a_2}{b_2}$$

1. Agar to'g'ri chiziqlar parallel bo'lsa, u holda ular orasidagi φ burchakning tangensi nolga teng bo'ladi va demak, to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak ifodasidan

$$k_2 - k_1 = 0 \tag{5}$$

ni topamiz. k_1 va k_2 larning qiymatlarini bunga qo'ysak

$$a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0. \tag{6}$$

(5) yoki (6)lar to'g'ri chiziqlarning parallellik shartini ifodalaydi.

2. Endi berilgan to'g'ri chiziqlar uzaro perndikulyar bo'lsin. U holda $tg\varphi = \infty$ bo'lib, to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak ifodasidan

$$1 + k_1 k_2 = 0 \tag{7}$$

ni topamiz. k_1 va k_2 larning ifodasini nazarga olsak uni quyidagi ko'rinishda ham yozish mumkin:

$$a_1 a_2 + b_1 b_2 = 0 \tag{8}$$

(7) yoki (8) lar to'g'ri chiziqlarning perdendikulyarlik shartini ifodalaydi.

1-eslatma. Yuqorida hosil qili ngan (5) yoki (6) va (7) yoki (8) formulalarni chiqarishda to'g'ri chiziqlarning hech biri $0y$ o'qiga parallel emas deb faraz qilgan edik. Ko'rsatish mumkinki ular bu faraz bo'zilganda ham o'rinli bo'ladi.

Masalan, birinchi to'g'ri chiziq $0y$ o'qiga parallel bo'lsin. Bu holda $b_1 = 0$ bo'ladi. Agar ikkinchi to'g'ri chiziq birinchi to'g'ri chiziqga parallel bo'lsa, u ham $0y$ o'qiga parallel bo'ladi va demak, $b_2 = 0$. (5) yoki (6) shart bajarilaveradi.

Agar ikkinchi to'g'ri chiziq birinchisiga perpendikulyar bo'lsa, unda u $0x$ o'qiga parallel, demak $a_2 = 0$. Bunday holda (7) yoki (8) shartlar bajariladi (tekshiring).

2-eslatma. Yuqorida topilgan (5) yoki (6) ((7) yoki (8)) shart bajarilganda ikki to'g'ri chiziq o'zoro parallel (perpendikulyar) bo'lishini ham osongina ko'rsatish mumkin.

Berilgan ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi.

Tekislikda berilgan $A_1(x_1; y_1)$ va $A_2(x_2; y_2)$ nuqtalardan utuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini to'zish talab etilgan bo'lsin.

Yuqorida ko'rdikki to'g'ri chiziq $A_1(x_1; y_1)$ nuqtadan o'tsa uning tenglamasi

$$a(x - x_1) + b(y - y_1) = 0 \tag{9}$$

ko'rinishda bo'ladi. Lekin bu to'g'ri chiziq $A_2(x_2;y_2)$ nuqtadan ham o'tadi. Shuning uchun

$$a(x_2 - x_1) + b(y_2 - y_1) = 0 \qquad (10)$$

tenglik o'rinli bo'ladi. (2) va (4) lardan:

$$\frac{a}{b} = -\frac{y - y_1}{x - x_1}, \frac{a}{b} = -\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Bulardan izlangan to'g'ri chiziq tenglamasi kelib chiqadi:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

1. To'g'ri chiziqlar orasidagi masofa?
2. To'g'ri chiziqning normal tenglamasi?
3. Uch to'g'ri chiziqning bir nuqtada kesishish sharti?

1.3.2-б. Blits-so'rov uchun savollar

1. To'g'ri chiziqning koordinata o'qlarga nisbatan tenglamasi?
2. Bir nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqlar oilasi?
3. To'g'ri chiziqlar orasidagi burchak?

1.3.2-в. Og'zaki so'rov uchun savollar

1. Nuqtadan to'g'ri chiziqgacha masofa?
2. Ikki to'g'ri chiziqning parallelik sharti?
3. To'g'ri chiziqlarning perpendikulyarlik sharti?

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- *takrorlash va mashqlar*: takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- *yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish*: yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- *ilmiy xarakterdagi ishlar*: muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Vilenkin N.Ya. va boshš. Matematika. –M.: Prosveщyeniye. 1985.
2. Rajabov F., Nurmetov A. Analitik geometriya va chizišli algebra. –T.: O'qituvchi. 1990.

3.A.V.Pogorelov. Analitik geometriya. –T.: Œšituvchi. 1983.

4.Shneyder, A.I. Sluskiy, A.S.Shumov. Kratkiy kurs vishiey matematiki. –M.: Visshaya shkola. 1972.

5.Ilin V.I., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. –M.: Nauka. 1988.

6.Ibroximov M. Matematikadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi 1994.

Qo'shincha adabiyotlar

7.Šabulov V.Š. Rašamli avtomatlar, algoritmlar. –T.: Œšituvchi, 1980.

8.Vlenkin N.Ya. Zadachnik-praktikum po matematike. –M.: Prosveщyeniye. 1977.

9.Ochilova X., Nazarov N. Geometriyadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi, 1983.
10. Shodiyev T. Analitik geometriyadan šœllanma. –T.: Œšituvchi, 1973.
11. Postushenko A.S. Vыsщaya matematika. –M.: Vыsщaya shkola, 2002.
12. Beklemishev D.V. Kurs analiticheskoy geometrii i lininoy algebrы. –M.: Fizmatlit, 2000.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. "Insert" texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kewlayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;
- "Insert" jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to'ldirish:

Agar «!» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki siz o'ylagan fikrga to'g'ri kelayotganini o'qiyapsiz;
Agar «–» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki tyo'g'ri deb o'ylaganingizga mutlaqo zid bo'lganini o'qiyapsiz;
Agar «+» bo'lsa siz o'qityotganingiz siz uchun yangilik;
Agar «?» bo'lsa, siz o'qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko'proq ma`lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o'z do'stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo'lib hurmar ko'rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o'ziga kerak paytda yordam so'rashi kerak;
- Har kim undan yordam so'ralganda yordam ko'rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o'zgalarga yordam berib o'zimiz o'rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 13. Tekislikning normal, umumiy va kesmalarga nisbatan tenglamalari.

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya va chiziqli algebra

O'quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O'quv mashg'uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o'rganish.

Ma`ruza rejasi:

28. Tekislikning normal tenglamalari.
29. Tekislikning umumiy tenglamalari.
30. Tekislikning kesmalarga nisbatan tenglamalari.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta`surotlar berish, vektorlar va keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O'quv mashg'uloti vazifasi:

13. *O'rgatuvchi*: talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriya va chiziqli algebra fanning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik fikrlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish fanni o'ganishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
14. *Rivojlantiruvchi*: kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
15. *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; fanning matematik-komunikativ kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qutish usullari*: instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O'qitish shakillari*: frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar stemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik dabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Oily matematika doirasidagi yutuqlar yoritiladi;

- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xatakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini  beradi, oily matematika fani ma`ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralarbilan ishlay olishligi;

- **1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi**

1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi,); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi,; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati:* mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e`tiborlarini asosiylarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me`zonlari;
- *Talabalar faoliyati: ishning* tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish*,* yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma`ruza rejasi:

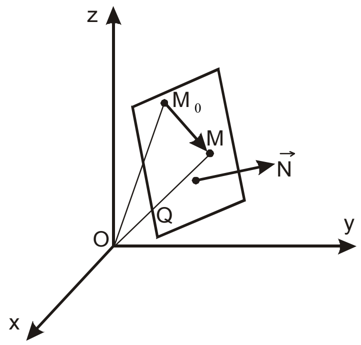
1. Tekislikning normal tenglamalari.
2. Tekislikning umumiy tenglamalari.
3. Tekislikning kesmalarga nisbatan tenglamalari.

Kalit so'zlar: normal, vektor,kesma, burchak, masofa.

1.3.1. Ma`ruza matni

Ixtiyoriy tekislik tenglamasini to'g'ri burchakli dekart koordinatalari 0xyz sistemasida tuzish masalasini qaraymiz.

Uch o'lchovli fazoda ixtiyoriy Q tekislikni qaraymiz. Mo (x_o, y_o, z_o) shu tekislikning biror nuqtasi, $\vec{N}$ noldan farqli va tekislikka perpendikulyar vektor bo'lsin. Bu holda tekislikning har qanday M (x, y, z) nuqtasi uchun $\overrightarrow{MoM}$ va $\vec{N}$ - vektorlar perpendikulyar bo'ladi. (1-chizma). Demak



1-чизма

$$(\overrightarrow{MoM}, \vec{N})=0. \qquad (1)$$

Faraz qilaylik, *A*, *B*, *C* sonlar $\vec{N}$ vektorning koordinatalari bo'lsin: $\vec{N}$ {*A,B,C*}

Ravshanki, $\overrightarrow{MoM} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{0M}_0$={x-x$_o$, y-y$_o$, z-z$_o$}. Shuning uchun (1) dan

$$A\,(x\text{-}xo) + B(y\text{-}y_o)+C(z\text{-}z_o)=0 \qquad (2)$$

Bu talab qilingan tenglamadir.

Demak, qo'yidagi tasdiq isbotlandi.

1-tasdiq. Har qanday tekislik *x*, *y* va *z* o'zgaruvchi koordinatalarga nisbatan birinchi darajali algebrik tenglama bilan tasvirlanadi.

Xusussiy holda *Q* tekislik *Ox* va *Oy* o'qlari ustida yotsa uning tenglamasi *z*=0 ko'rinishda birinchi darajali algebraik tenglama bilan tasvirlanadi. Haqiqatan bu tenglamani Q tekislikda yotuvchi istalgan nuqtaning koordi natlari qanoatlantiradi.

Endi Oxy to'g'ri burchakli dekart koordinatalari sistemasini olib, ixtiyoriy birinchi darajali

$$Ax + By + Cz + D = 0 \qquad (3)$$

algebraik teglamani qaraymiz. Faraz qilaylik, x_o, y_o, z_o- bu tenglamaning biror yechimi bo'lsin. U holda $M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqtaning koordinatalari bu tenglamani qanoatlantiradi:

$$Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0 \qquad (4)$$

Endi (3) va (4) larni ayrib (3) tenglamaga ekvivalent bo'lgan qo'yidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0 \qquad (5)$$

Yuqorida ko'rgagnimizdek (5) tenglama ushbu $(\overrightarrow{MoM}, \vec{N})$=0 tenglamaga ekvivalent. Demak Mo nuqtadan o'tib $\vec{N}$ vektorga perpendikulyar bo'lgan tekislikning hamma nuqtalari (faqatgina shular) berilgan tenglamani qanoatlantiradi. Demak, tenglama shu tekislik tenglamasidir. Shunday qilib, qo'yidagi tasdiq isbotlandi.

2- tasdiq. *x, y, z* o'zgaruvchilarga nisbatan birnchi darjali har qanday Ax+By+Cz+D=0 tenglama tekislikni tasvirlaydi. (3) tenglama *tekislikning umumiy tenglamasi* deyiladi.

Misol: *M*(1,-2,3) nuqtadan o'tib $\vec{n}\{2,0,4\}$ vektorga perpendikulr bo'gan tekislik tenglamasini to'zing.

Yechish: Berilishiga ko'ra, *A*=2, *B*=0, *C*=4. (2) formulaga ko'ra

2(x-1)+0(y+2)+4(z-3)=0 ga ega bo'lamiz. Buni soddalashtirib izlangan tenglamani topamiz: x+2z-7=0

1. Tekislikning fazodagi vaziyatlari

Tekislikning ushbu

$$Ax + By + Cz + D = 0 \qquad (1)$$

ko'rinishdagi umumiy tenglamasini qaraymiz. Bu yerda *A, B, C, D* lar istalgan haqiqiy sonlar bo'lib, *A, B, C* larning aqalli bittasi noldan farqli bo'lishi kerak.

Agar *A, B, C, D* larning barchasi noldan farqli bo'lsa (1) tenglama ***to'liq*** deb ataladi. Agar bularning birortasi nolga teng bo'lsa, uni ***to'liqsiz*** tenglama deb ataladi.

To'liqsiz tenglamalarning mumkin bo'lgan barcha ko'rinilarini qaraymiz va ularning koordinatlar sistemasiga nisbatan joylashishdagi xususiyatlarini anqilaymiz.

1. Agar (1) tenglamadagi ozod had D=0 bo'lsa, tenglama $Ax+By+Cz=0$ ko'rinishga keladi va bu tenglama koordinatalar boshidan o'tgan tekislikni tasvirlaydi.

2. A=0. Bu holda $By+Cz+D=0$ tenglama Ox o'qiga paralel bo'lgan tekislikni tasvirlaydi. (chunki bu tekislikning normal vektori $\vec{N}=\{o, B, C\}$ *Ox* o'qiga perpendikulyar bo'ladi).

3. B=0. Bu holda $Ax+Cz+D=0$ tenglama hosil bo'ladi u *Oy* o'qiga paralel bo'lgan tekislikni ifodalaydi (chunki uning normal vektori $\vec{N}$ ={A; O; C} Oy o'qiga perpendikulyar).

4. C=0. Bu holda, $Ax+Cz+D=0$ tenglamaga ega bo'lamiz va u 0z o'qiga paralel tekislik tenglamasi bo'ladi (chunki uning normal vektori $\vec{N}$ {A; B; O} oz o'qiga perpendikulyardir).

5. A=0, B=0. Bu holda, Cz+D=0 tenglamaga ega bo'lamiz. Bu tenglama Oxy tekislikka paralel tekislikni ifodalaydi (chunki bu tekislikk *Ox* va *Oy* o'qlarga paralel bo'ladi).

6. A=0, C=0. Bu holda $By+D=0$ tenglamaga ega bo'lamiz va u Oxz tekisligiga paralel tekislikni ifodalaydi (chunki bu tekislik *Ox* va *Oz* o'qlarga paraleldir).

7. B=0, C=0. Bu holda $Ax+D=0$ tenglama hosil bo'ladi va u *Oyz* tekisligiga pararlel tekislikni ifodalaydi (chunki bu tekislik *oy* va *oz* o'qlarga paraleldir).

8. A=0, B=0, D=0. Bu holda tenglama $Cz=O$ ko'rinishda bo'ladi va u oxy koordinata tekisligini ifodalaydi (chunki bu teksilik *Oxy* tekislikka paralel va koordinati boshidan o'tadi).

9. A=0, C=0, D=0. Bu holda tenglama By=0 ko'rinishda bo'lib Oxz koordinat tekisligini ifodalaydi (chunki bu tekislik *Oxz* tekislikka paralel va koordinata boshidan o'tadi).

10. B=0, C=0, D=0. Bu holda tenglma Ax=0 ko'rinishda bo'ladi u Oyz koordinatalar tekisligini ifodalaydi (chunki bu tekislik *Oyz* tekislikka paralel va koordinata boshidan o'tadi).

Misol. $M_1(1;2;-3)$ va $M_2(4;2;1)$ nuqtalar 2x+3y-5z-23=0 tekislikda yotadimi?

Yechish: Nuqtaning tekislikda yotishi uchun uning koordinatalari shu tekislik tenglamasini qanoatlantirishini tekshirish kerak. Bu yerda

$2\bullet 1+3\bullet 2-5(-3)-23=0$

$2\bullet 4+3\bullet 2-5\bullet 1-23=-14\neq 0$ Demak, M_1nuqta tekislikda yotadi, M_2 esa yotmaydi.

Маълум бир текисликни кўриб чиқамиз. Координата боши O дан шу текисликка перпендикуляр бўлган тўғри чизиқ ўтказамиз ва шу тўғри чизиқнинг текислик билан кесишган нуқтасини *P* билан белгилаймиз. Бу тўғри чизиқда $\vec{OP}$ йўналтирилган кесма йўналишига эга бўлган бирлик n векторни киритамиз.

$\vec{OP}$ кесманинг узунлигини p билан белгилаймиз, яъни $p=|\vec{OP}|$ ва α, β, γ лар орқали эса n векторнинг мос равишда O*x*, O*y*, O*z* ўқлар билан ташкил қилган бурчакларини белгилаймиз. n – бирлик вектор бўлганлиги учун унинг координаталари (компоненталари) координата ўқларига туширилган проекцияларига тенг бўлиб, қуйидаги кўринишга эга:

$$n=\{\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma\}. \qquad (6)$$

Кўриниб турибдики, жорий M (*x, y, z*) нуқта фақат ва фақат $\vec{OM}$ векторнинг n вектор билан аниқланган ўқдаги проекцияси p га тенг бўлганда, яъни қуйидаги шарт бажарилганда

$$\text{пр}_n\,\vec{OM}=p. \qquad (7)$$

кўрилаётган текисликда ётади.

n – бирлик вектор бўлганлиги учун қуйидагига эга бўламиз:

$$\text{пр}_n\vec{OM} = n \cdot \vec{OM}\ . \tag{8}$$

Лекин $\vec{OM} = \{x, y, z\}$ ва $n = \{\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma\}$, демак,

$$n \cdot \vec{OM} = x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\beta. \tag{9}$$

(7), (8) ва (9) ларни солиштириб, кўрамизки, M (x, y, z) нуқта фақат ва фақат унинг координаталари

$$x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma - p = 0. \tag{10}$$

тенгламани қаноатлантирганда кўрилаётган текисликда ётади.

Бу тенглама текисликнинг *нормал кўринишга келтирилган* тенгламаси дейилади.

Tekislikning kesmalar bo'yicha tenglamasi

Tekislikning to'liq tenglamasi $Ax+By+Cz+D=0$ (1) berilgan bo'lsin (bunda hamma koordinatalar noldan farqli). Bu tenglamani tekislikning kesmalar bo'yicha tenglama deb ataluvchi

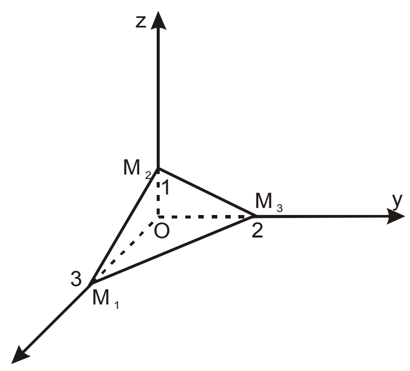
$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ ko'rinishga keltirish mumkin.

Buning uchun (1) tenglamadan $Ax+By+Cz=-D$

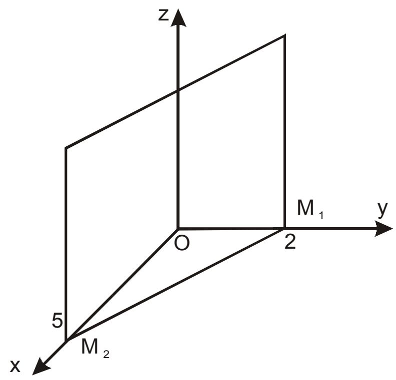
$\frac{x}{-\frac{A}{D}}+\frac{y}{-\frac{B}{D}}+\frac{z}{-\frac{C}{D}}=1$ larni yozib olamiz va $a=-\frac{A}{D}, b=-\frac{B}{D}, c=-\frac{C}{D}$ belgilashlar kiritamiz.

Agar ishoralarga e'tibor bermasak, a, b, c sonlar tekislikning koordinatalar o'qilaridan

ajratgan kesmalar uzunligiga tengdir.



2-chizma.



3-chizma.

Haqiqatan ham, x o’qini (y=0, z=0) tekislik $M_1(a, 0, o)$ nuqtada y o’qini M_2 (o, *b*, 0) nuqtada z o’qini esa M_3 (o, 0, c) nuqtada kesadi (2-chizma).

Misol. $2x+5y-10=0$ tekislikni yasang.

Yechish: Berilgan tenglamani $\frac{x}{5}+\frac{y}{2}=1$ko’rinishda yozib olamiz. Demak, tekislik x o’qidan 5 birlik y o’qidan 2 birlik kesib o’tadi va 0z o’qiga parallel bo’ladi (3-chizma).

1.3.2-a. Frontal so’rov uchun savollar

1. Fazoda tekislikning umumiy tenglamasi?
2. Tekislikning Normal tenglamasi?
3. Ikki tekislik orasidagi burchak?

1.3.2-б. Blits-so’rov uchun savollar

1. Fazoda tekisliklarning parallelik sharti?
2. Ikki tekislikning perpendikulyarlik sharti?
3. Normal vektor nima?

1.3.2-в. Og’zaki so’rov uchun savollar

1. Bir nuqtadan o’tuvchi tekislik dastasi?
2. Nuqta qachon tekislikda yotadi?
3. Tekislikning normali nima?
4. Bir to’g’ri chiziqda yotmaydigan uchta nuqtadan o’tuvchi tekislik tenglamasi.

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- *takrorlash va mashqlar*: takrorlash, o’z-o’zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- *yangi materiallarning mustaqil o’zlashtirish*: yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo’shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;

- *ilmiy xarakterdagi ishlar*: muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Vilenkin N.Ya. va boshš. Matematika. –M.: Prosveщyeniye. 1985.
2. Rajabov F., Nurmetov A. Analitik geometriya va chizišli algebra. –T.: O'qituvchi. 1990.
3. A.V.Pogorelov. Analitik geometriya. –T.: Œšituvchi. 1983.
4. Shneyder, A.I. Sluskiy, A.S.Shumov. Kratkiy kurs vishiey matematiki. –M.: Visshaya shkola. 1972.
5. Ilin V.I., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. –M.: Nauka. 1988.
6. Ibroximov M. Matematikadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi 1994.

Qo'shincha adabiyotlar

7. Šabulov V.Š. Rašamli avtomatlar, algoritmlar. –T.: Œšituvchi, 1980.
8. Vlenkin N.Ya. Zadachnik-praktikum po matematike. –M.: Prosveщyeniye. 1977.
9. Ochilova X., Nazarov N. Geometriyadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi, 1983.
10. Shodiyev T. Analitik geometriyadan šœllanma. –T.: Œšituvchi, 1973.
11. Postushenko A.S. Vыsщaya matematika. –M.: Vыsщaya shkola, 2002.
12. Beklemishev D.V. Kurs analiticheskoy geometrii i lininoy algebrы. –M.: Fizmatlit, 2000.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. "Insert" texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kewlayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;
- "Insert" jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to'ldirish:

Agar «!» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki siz o'ylagan fikrga to'g'ri kelayotganini o'qiyapsiz;
Agar «–» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki tyo'g'ri deb o'ylaganingizga mutlaqo zid bo'lganini o'qiyapsiz;

Agar «+» bo'lsa siz o'qityotganingiz siz uchun yangilik;
Agar «?» bo'lsa, siz o'qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko'proq ma`lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o'z do'stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo'lib hurmar ko'rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o'ziga kerak paytda yordam so'rashi kerak;
- Har kim undan yordam so'ralganda yordam ko'rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o'zgalarga yordam berib o'zimiz o'rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 14. Ikki tekislik orasidagi burchak. Uch nuqtadan o'tgan tekislik tenglamasi. Uch tekislikning bir nuqtada kesishishi.. Nuqtadan tekislikkacha bo'lgan masofa.

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya va chiziqli algebra

O'quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O'quv mashg'uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o'rganish.

Ma`ruza rejasi:

1. Ikki tekislik orasidagi burchak.
2. Uch nuqtadan o'tgan tekislik tenglamasi.
3. Uch tekislikning bir nuqtada kesishishi.
4. Nuqtadan tekislikkacha bo'lgan masofa.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta`surotlar berish, vektorlar va keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O'quv mashg'uloti vazifasi:

13. *O'rgatuvchi*: talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriya va chiziqli algebra fanning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik fikrlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish fanni o'ganishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
14. *Rivojlantiruvchi*: kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
15. *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; fanning matematik-komunikativ kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O’qutish usullari*: instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, “Insert” texnikasi;
- *O’qitish shakillari*: frontal; jamoaviy;
- *O’qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O’qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o’g’zaki savol-javob, blits-so’rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o’quv fanlar stemasidagi o’rni va roli bilan tanishtirish;
- O’quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o’quv-metodik dabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o’qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O’qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O’quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Oily matematika doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o’qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xatakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini beradi, oily matematika fani ma`ruzalarining asosiy yo’nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to’liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag’ulotlarni bajarishda o’rganilgan iboralarbilan ishlay olishligi;

- **1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi**

1 bosqich. O’quv mashg’ulotiga kirish (10 daqiqa):

- *O’qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o’ziga ishonch, aniqligi,); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o’quv mashg’ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so’zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro’yhati; o’quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o’quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko’rinish; o’quv materiallar va qo’llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o’quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko’rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so’rov; mustahkamlovchi so’rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O’qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o’tgan fanlar va mashg’ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, “Insert” usuli bilan belgilar qo’yishni taklif etadi; birinchi savol bo’yicha matn o’qiladi; qo’shimcha o’quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo’yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg’ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi,; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; “Insert” usuli bilan belgilan o’qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o’zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so’rov blits-so’rov; aqliy hujum, “Insert” texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati:* mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e`tiborlarini asosiylarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me`zonlari;
- *Talabalar faoliyati: ishning* tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish*,* yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma`ruza rejasi:

1. Ikki tekislik orasidagi burchak.
2. Uch nuqtadan o'tgan tekislik tenglamasi.
3. Uch tekislikning bir nuqtada kesishishi.
4. Nuqtadan tekislikkacha bo'lgan masofa.

Kalit so'zlar: burchak,kosinus, nuqta, masofa.

1.3.1. Ma`ruza matni

Текисликлар умумий кўринишдаги

$A_1x + B_1y + C_1z + D = 0$ ва $A_2x + B_2y + C_2z + D = 0$

тенгламалари билан берилган бўлсин.

Кўриниб турибдики, бу текисликлар орасидаги иккиёқли бурчакни аниқлаш масаласи уларнинг нормал $\boldsymbol{n_1} = \{A_1, B_1, C_1\}$ ва $\boldsymbol{n_2} = \{A_2, B_2, C_2\}$ векторлари орасидаги чизиқли φ бурчакни аниқлаш масаласига келтирилади, шунинг учун

$$\cos\varphi = \frac{n_1 n_2}{|n_1||n_2|} = \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}. \qquad \textbf{(1)}$$

Текисликларнинг параллеллик шарти $\mathbf{n_1}$ ва $\mathbf{n_2}$ векторларнинг коллинеарлигига эквивалент ва қуйидаги кўринишга эга:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}.$$

Текисликларнинг перпендикулярлик шарти формуладан (cosφ=0 да) келтириб чиқарилиши ёки n_1 ва n_2 векторлар скаляр кўпайтмасининг нолга тенглиги билан ифодаланиши мумкин ва у қуйидаги кўринишга эга:

$$A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0.$$

Берилган $M_1(x_1, y_1, z_1)$, $M_2(x_2, y_2, z_2)$ ва $M_3(x_3, y_3, z_3)$ нуқталар бир тўғри чизиқда ётмаганлиги учун $\overrightarrow{M_1M_2}$ ва $\overrightarrow{M_1M_3}$ векторлар ноколлинеар, шунинг учун $M(x, y, z)$ нуқта фақат ва фақат $\overrightarrow{M_1M_2} = \{x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1\}$, $\overrightarrow{M_1M_3} = \{x_3 - x_1, y_3 - y_1, z_3 - z_1\}$ ва $\overrightarrow{M_1M} = \{x - x_1, y - y_1, z - z_1\}$ векторлар компланар бўлганда, яъни бу векторларнинг аралаш кўпайтмаси нолга тенг бўлганда:

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix}=0 \qquad (2)$$

M_1, M_2, M_3 нуқталар билан бир текисликда ётади.

Кўриш қийин эмаски, (2) тенглама ўрнига унга эквивалент бўлган

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix}=0$$

кўринишдаги тенгламани қўллаш мумкин.

Endi uch tekislikni bir nuqtada kesishish masalasini qaraylik. Umumiy tenlamalari bilan uchta tekislik berilgan bo'lsin:

$$\begin{aligned} A_1x+B_1y+C_1z+D_1&=0 \\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2&=0 \qquad (3) \\ A_3x+B_3y+C_3z+D_3&=0 \end{aligned}$$

Bu tekisliklar bir nuqtada yoki cheksiz ko'p nuqtada yoki umuman kesishmasligi mumkin. Agar (3) tekisliklar bir nuqtada kesishsa, bu nuqta barcha tekisliklarga tegishli bo'ladi, ya'ni uning koordinatalari (3) dagi tenglamalarni har birini qanoatlantiradi.

Demak uchta tekislikning kesishgan nuqtasini topish uchun bu tenglamalarni birgalikda sistema qilib yechish kerak. (3) tenglamalar sistemasi uch noma'lumli uchta chiziqli birjinslimas tenglamalar sistemasi bo'lganligidan, chiziqli tenglamalar sistemasini yechishni biror usuli bilan, masalan Kramer qoidasi bilan yechish mumkin.

Masala: $x+y+z=0, 2x-y-z-3=0, 3x+2y+2z-1=0$ tekisliklarni kesishish nuqtasi topilsin.

Yechish: Berilgan uchta tekislikni kesishish nuqtasini topish uchun bu tenglamalarni birgalikda sistema qilib yechamiz:

$$\begin{cases} x+y+z=0 \\ 2x-y-z=3 \\ 3x+2y-2z=17 \end{cases}$$

Berilgan tenglamalar sistemasini Kramer qoidasi bilan yechaylik: avvalo sistemani asosiy determinantini hisoblaymiz:

$$\Delta=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & -2 \end{vmatrix}=2+4-3+3+2+4=12\neq 0$$

$$\Delta_x=\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \\ 17 & 2 & -2 \end{vmatrix}=6-17+17+6=12; \Delta_y=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & 17 & -2 \end{vmatrix}=-6+34-9+17=36;$$

$$\Delta_z=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 17 \end{vmatrix}=-17+9-6-34=-57+9=-48$$

$$x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=\frac{12}{12}=1;\, y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=\frac{36}{12}=3;\, z=\frac{\Delta_z}{\Delta}=-\frac{48}{12}=-4$$

Demak bu uch tekislik $M_1(1;3;-4)$ nuqtada kesishar ekan.

Faraz qilaylik, berilgan tekislikning tenbglamasi

$$x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma - p = 0 \qquad (4)$$

va berilgan nuqta $M(x_1,y_1,z_1)$ bo'lsin. Berilgan M nuqta bilan berilgan tekislik orasiddagi masofa **y** nuqtadan tekislika tushirilgan

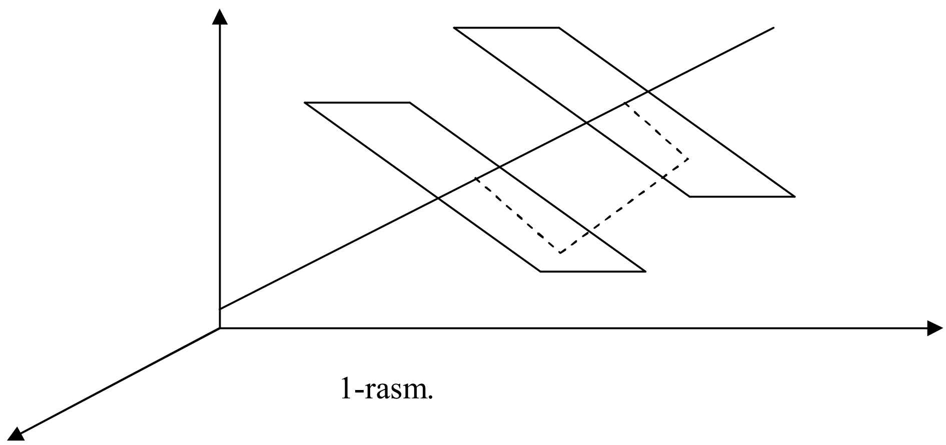
MN=d perpendikulyardan iborat. M nuqtadan berilgan tekislikka parallel qilib ikkinchi tekislik o'tkazamiz . so'ngra koordinatalar boshidfan berilgan tekislika perpendikulyar qilib OR ni o'tkazamiz. Bu perpendikulyarning ikkinchi tekislik bilan kesishgan nuqtasi Q bo'lsin . Albatda ikkala tekislik o'zaro parallel bo'lgani uchun OQ ikkinchi tekislikkaham perpendikulyar bo'ladi .

Ma'lumki, (4) tenglamadagi **p** koordinatalar boshidan birinchi tekislikka tushirilgan perpendikulyardan iborat . SHuning uchun :

OQ=OR+RQ=OR+MN,

yoki,

OQ=P+d



1-rasm.

Ikkinchi tomondan OQ ning koordinata o`qlari bilan atshkil qilgan burchaklari $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ bo`lgani uchun ikkinchi tyekislikning tenglamasi

$$x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma - (p+d) = 0$$

bo`ladi. Bu tekislik $M(x_1,y_1,z_1)$ nuqtadan o`tgani uchun

$$x_1\cos\alpha + y_1\cos\beta + z_1\cos\gamma - (p+d) = 0$$

bundan

$$d = x_1\cos\alpha + y_1\cos\beta + z_1\cos\gamma - p.$$

M nuqta berilgan tekislikning ikkinchi tomonida bo`lgan holda (p+d) o`rnida (p-d) bo`ladi va bu holda

$$d = -(x_1\cos\alpha + y_1\cos\beta + z_1\cos\gamma - p),$$

shuning uchun umuman

$$d = \pm(x_1\cos\alpha + y_1\cos\beta + z_1\cos\gamma - p). \qquad (5)$$

biz bu formulani chiqarishda berilgan tekislikning tenglamasini normal faraz qilgan edik. Agar tekislikning tenglamasi umumiy bo`lsa, ya`ni

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

bo`lsa, eng avval uni normal holga keltiramiz:

$$\frac{Ax + By + Cz + D}{\pm\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = 0$$

So`ngra (2) ga asoslanib, o`zgaruvchi koordinatalarning o`rniga berilgan nuqtaning koordinatalarini qo`yamiz. Shuning bilan bu holda formulaning ko`rinishi quyidagicha bo`ladi:

$$d = \pm\frac{Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \qquad (3)$$

Nuqta bilan tekislik orasidagi masofa musbat sanaladi, shuning uchun formuladagi ± ishoralardan shundayini olish kerakki, natijada d musbat bo`lsin. Shuning bilan:

Nuqtaning tekislikkacha masofasini topish uchun u tekislikning tenglamasini normal holga keltirib, uning o`zgaruvchi koordinatalari o`rniga berilgan nuqtaning koordinatalari qo`yiladi. Chiqqan natijaning absalyut qiymati izlangan masofa bo`ladi.

1.3.2-a. Frontal so’rov uchun savollar

Tekshirish uchun savollar va mashqlar

Savollar:

1. Tekislikning umumiy tenglamasi qanday tuziladi?
2. Tekislikning barcha to’liqsiz tenglamalarini keltiring va ularni geometrik talqin qiling
3. Tekislikning kesmalar bo’yicha tenglamasini chiqaring.
4. Ikki tekislik orasidagi burchak qanday topiladi?
5. Tekisliklarning parallellik va perpendikulyarlik shartlari qanday bo’ladi?

Mashklar:

1. Ushbu 4x+6y+2z-24=0 tekislikni yasang.
2. M (3; -2, 4) nuqtadan hamda oz o’qidan o’tuvchi tekislik tenglamasini tuzing.
3. yoz tekislikka paralel va M (3;, -2, 4) nuqtadan o’tuvchi tekislik tenglamasini tuzing.
4. N (2; 3; -5) nuqta orqali o’tib *Oy* o’qqa perpendikulyar bo’lgan tekislik tenglamasini tuzing.
5. M_1 (2; 3; 1) va M_2 (3, 2, 4) nuqtalar berilgan M_1 nuqtadan o’tib M_1M_2 vektorga perpendikulyar bo’lgan tekislik tenglamasini tuzing.
6. $2x+3y-5=0$ va $x+y+2z+1=0$ tekisliklar orasidagi burchakni toping.

7. Quyidagi juft tekisliklarning o'zaro paralel ekanligi, kesishishi va ustma-ust tushushligini aniqlang.
1) 2x+5y-4z-12=0 va 7x-5y-4z+8=0
2) 4x+3y-4z-12=0 va 8x-6y-4z+-6=0
3) x+y+z-4=0 va 3x+3y+3z-12=0

1.3.2-b. Blits-so'rov uchun savollar

1. Tekislikni umumiy tenglamasida z katnashmasa, u kaysi koordinata ukiga paralel buladi.
2. Koordinata boshidan utuvchi tekislik tenglamasini yozing.
3. Tekislikning umumiy tenglamasida x va z katnashmasa u kaysi koordinata tekisligiga paralell buladi.

1.3.2-v. Og'zaki so'rov uchun savollar

1) Tekislik nima?
2) Tekislikni bilvosita ta'rifini keltiring.
3) Tekislikni normal vektori nima?
4) Tekislikning umumiy tenglamasini yozing.

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- *takrorlash va mashqlar*: takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- *yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish*: yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- *ilmiy xarakterdagi ishlar*: muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Vilenkin N.Ya. va boshš. Matematika. –M.: Prosveщyeniye. 1985.
2. Rajabov F., Nurmetov A. Analitik geometriya va chizišli algebra. –T.: O'qituvchi. 1990.
3.A.V.Pogorelov. Analitik geometriya. –T.: Œšituvchi. 1983.
4.Shneyder, A.I. Sluskiy, A.S.Shumov. Kratkiy kurs vishiey matematiki. –M.: Visshaya shkola. 1972.
5.Ilin V.I., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. –M.: Nauka. 1988.
6.Ibroximov M. Matematikadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi 1994.

Qo'shincha adabiyotlar

7.Šabulov V.Š. Rašamli avtomatlar, algoritmlar. –T.: Œšituvchi, 1980.
8.Vlenkin N.Ya. Zadachnik-praktikum po matematike. –M.: Prosveщyeniye. 1977.
9.Ochilova X., Nazarov N. Geometriyadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi, 1983.
10. Shodiyev T. Analitik geometriyadan šœllanma. –T.: Œšituvchi, 1973.
11. Postushenko A.S. Vыsщaya matematika. –M.: Vыsщaya shkola, 2002.

12. Beklemishev D.V. Kurs analiticheskoy geometrii i lininoy algebrы. –M.: Fizmatlit, 2000.

1.4. O’qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o’zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g’oyalarni baholashdan o’zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo’q bo’lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g’oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo’lma;
- Izoh berishdan o’zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g’oyalar ko’p bo’lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g’oya tug’ulishi imkoniyati ko’proq
- Agar g’oyalar takrorlansa o’ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g’oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo’lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o’ylama.

1.4.2. “Insert” texnikasi qoidalari

- Matndi o’qib, ularda savollat tug’dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kewlayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo’yiladi;
- “Insert” jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to’ldirish:

Agar «!» bo’lsa siz o’z bilimingizga yoki siz o’ylagan fikrga to’g’ri kelayotganini o’qiyapsiz;

Agar «–» bo’lsa siz o’z bilimingizga yoki tyo’g’ri deb o’ylaganingizga mutlaqo zid bo’lganini o’qiyapsiz;

Agar «+» bo’lsa siz o’qityotganingiz siz uchun yangilik;

Agar «?» bo’lsa, siz o’qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko’proq ma`lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o’z do’stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo’lib hurmar ko’rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o’ziga kerak paytda yordam so’rashi kerak;
- Har kim undan yordam so’ralganda yordam ko’rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o’zgalarga yordam berib o’zimiz o’rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 15. To'g'ri chiziqning vector, parametric, kanonik va umumiy tenglamalari. Ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamalari To'g'ri chiziqlarni kesishishi va ular orasidagi burchak.

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya va chiziqli algebra

O'quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O'quv mashg'uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o'rganish.

Ma`ruza rejasi:

31. To'g'ri chiziqning vector, parametric, kanonik va umumiy tenglamalari.
32. Ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamalariю
33. To'g'ri chiziqlarni kesishishi va ular orasidagi burchak.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta`surotlar berish, vektorlar va keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O'quv mashg'uloti vazifasi:

13. *O'rgatuvchi*: talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriya va chiziqli algebra fanning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik fikrlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish fanni o'ganishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
14. *Rivojlantiruvchi*: kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
15. *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; fanning matematik-komunikativ kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qutish usullari*: instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O'qitish shakillari*: frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar stemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik dabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;

- Oily matematika doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xatakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini beradi, oily matematika fani ma`ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralarbilan ishlay olishligi;

- **1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi**

1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi,); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi,; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati:* mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e`tiborlarini asosiylarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me`zonlari;
- *Talabalar faoliyati: ishning* tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma`ruza rejasi:

1. To'g'ri chiziqning vector, parametric, kanonik va umumiy tenglamalari.

a. Ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamalariю

3. To'g'ri chiziqlarni kesishishi va ular orasidagi burchak.

.

Kalit so’zlar: vector, parametric, kanonik, umumim, burchak.

1.3.1. Ma`ruza matni

Fazoda to’g’ri chiziq
1. Fazoda to’g’ri chiziqning kanonik tenglamalari

Tekisliklar dastasini ko’rib chikishda biz fazodagi to’g’ri chiziqni

$$\begin{aligned} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

tenglamalar bilan aniqlangan ikki tekislikning kesishish nuqtalarining geometrik o’rni sifatida uchratdik.

Umuman, fazoda to’g’ri chiziqni faqatgina ikki tekislik tenglamalari orqali berish (ifodalash) mumkin.

Geometrik nuqtai nazardan tasavvur etishga qulay ta’rifni keltiramiz. $M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqta va nolmas $\mathbf{a} = \{l, m, n\}$ vektor berilgan bo’lsin. Berilgan $M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqtadan o’tuvchi va berilgan $\mathbf{a} = \{l, m, n\}$ yo’naltiruvchi vektorga ega bo’lgan fazodagi to’g’ri chiziq deb, $M_0M = \{x - x_0, y - y_0, z - z_0\}$ va $\mathbf{a} = \{l, m, n\}$ vektorlar kollinear bo’lish shartini qanoatlantiradigan barcha M *(x, u, z)* nuqtalar to’plamiga aytiladi, bu esa faqat va faqat shu vektorlarning koordinatalari proporsional, ya’ni

$$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}. \quad (3)$$

bo’ltanda o’rinli bo’ladi,

(3) teshlamalar to’g’ri chiziqning *kanonik* tenglamalari deyiladi. Bu tenglamalarda *l*, *m, n* sonlardan biri yoki ikkitasi nolga teng bo’lishi mumkin (uchalasi ham nolga teng bo’lolmaydi, chunki berilishga ko’ra $\mathbf{a} = \{l, m, n\}$ nolmas vektor). (3,49) dagi biror maxrajning nolga aylanishi mos suratning nolga aylanishini bildiradi.

Tenglik ishoralari ikkita bo’lgani uchun (3) ikkita tekislikni aniqlaydi, lekin maxsus ko’rinishda, masalan, $\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m}$ tekislik *Oz* o’qiga parallel, $\frac{x - x_0}{l} = \frac{z - z_0}{n}$ tekislik esa *Ou* o’qiga parallel (yoki $\frac{x - x_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$ tekislik O*x* o’qiga parallel).

Boshqa tarafdan, to’g’ri chiziqning (2) tenglamalarini har doim kanonik (3) ko’rinishga keltirish mumkin.

Haqiqatan ham buning uchun (2) to’g’ri chiz.iq o’tadigan kamida bitta $M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqtani va shu to’g’ri chiziq uchun yo’naltiruvchi $\mathbf{a} = \{l, m, n\}$ vektorni topish yetarli. (2) to’g’ry chiziqning $\mathbf{a} = \{l, m, n\}$ vektori (2) tekisliklarning normal $\mathbf{n}_1 = \{A_1, B_1, C_1\}$ va $\mathbf{n}_2=\{A_2,B_2,S_2\}$ vektorlarining har biriga ortogonal bo’lgani uchun, yo’naltiruvchi vektor sifatida

$$a = n1 \times n2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ A_1 & \mathrm{B}_1 & \mathrm{C}_1 \\ A_2 & \mathrm{B}_2 & \mathrm{C}_2 \end{vmatrix} =$$

$$= (B_1C_2 - B_2C_1)\mathbf{i} + (C_1A_2 + C_2A_1)j + (A_1B_2 - A_2B_1)\mathbf{k}$$

ni olish mumkiy, ya’ni $l = B_1C_2 - B_2C_1, \quad m = C_1A_2 - C_2A_1, \quad n = A_1B_2 - A_2B_1.$

(2) tekisliklar parallel bo’lmaganligi uchun $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}$ proporsiyalardan hyech bo’lmasa biri buziladi. Masalan, $\frac{A_1}{A_2}\neq\frac{B_1}{B_2}$ bo’lsin. Bu $\begin{vmatrix} A_1B_1 \\ A_2B_2 \end{vmatrix}\neq 0$ ekanligini anglatadi. U holda, z o’rnida ixtiyoriy z_0 sonni olib va (2) tenglamalarga qo’yib, x va u o’zgaruvchilarga bog’liq (2) sistemadan Kramer formulalaridan foydalanib, z_0 ga mos x_0 va u_0 larni aniqlash mumkin:

$$x_0=\frac{B_1(C_2z_0+D_2)-B_2(C_1z_0+D_1)}{A_1B_2-A_2B_1},\ y_0=\frac{A_2(C_1z_0+D_1)-A_1(C_2z_0+D_2)}{A_1B_2-A_2B_1},$$

Topilgan *l, t, p* va x_0, u_0, z_0 kiymatlarni (3) ga ko’yib, (2) bilan aniqlangan to’gri chizikning kanonik ko’rynishdagi tenglamalarsni hosil qilamiz.

2. Turli ikki $M_1(x_1,y_1,z_1)$, $M_2(x_2,y_2,z_2)$ nuktalardai o’tuvchi to’g’ri chnzik tenglamasi

Bu ikki nuqta izlanayotgan to’g’ri chiziqda yotishi kerak bo’lganligi; uchun to’g’ri chiziq o’tadigan nukta sifatida $M_1(x_1,y_1,z_1)$ nuqtani, bu to’g’ri chiziqning yo’naltiruvchi vektori sifatida esa $\mathbf{a}=M_1M_2=\{x_2-x_1,y_2-y_2,z_2-z_1\}$ vektorni olib va to’gri chiziqning kanonik. (3) ko’rinishdagi tenglamasidan foydalanib,

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{z-z_1}{z_2-z_1}.\ (4)$$

ko’rinishdagi tenglamalarga ega bo’lamiz.

(4) tenglamalar turli ikki $M_1(x_1,y_1,z_1)$ va $M_2(x_2y_2,z_2)$ nuqtalardan o’tuvchi to’g’ri chiziq tenglamalari deyiladi.

3. Fazoda to’g’ri chiziqning parametrik tenglamalari

To’g’ri chiziqning parametrik tenglamalarini shuto’g’ri chiziqning kanonik ko’rinishdagi (3) tenglamalaridan (3) dagi har bir nisbatni *t* parametr sifatida qabul kilib oson hosil qilish mumkin. *l, t, p* sonlardan kamida biri noldan farqli bo’lganligi uchun

$$x=x_0+it,\quad y=y_0+mt,\quad z=z_0+nt\ (5)$$

tenglamalarga ega bo’lamiz.

(5) tenglamalar fazoda $M_0(x_0,y_0,z_0)$ nuqtadan **a** = *{l,m,n}* vektod yo’nalishi bo’ylab o’tuvchi to’g’ri chiziqning parametrik tenglamalari hisoblanadi.

4. Fazoda to’g’ri chiziqlar orasidagi burchak

Ikkita L_1 va L_2 to’g’ri chiziqlar kanonik

$$\frac{x-x_1}{l_1}=\frac{y-y_1}{m_1}=\frac{z-z_1}{n_1}\quad \text{va}\quad \frac{x-x_2}{l_2}=\frac{y-y_2}{m_2}=\frac{z-z_2}{n_2}$$

tenglamalari bilan berilgan bo’lsin. Bu to’g’ri chizikdar orasidagi burchakni topish masalasi ularning yo’naltiruvchi $a_1=\{l_1,m_1,n_1\}$ va $a_2=\{l_2,m_2,n_2\}$ vektorlari orasidagi φ burchakni topish masalasiga keltiriladi, shuning uchun

$$\cos\varphi=\frac{a_1a_1}{|a_1|a_2}=\frac{l_1l_2+m_1m_2+n_1n_2}{\sqrt{l_1^2+m_1^2+n_1^2}\sqrt{l_2^2+m_2^2+n_2^2}}.\ (6)$$

L_1 va L_2 to’g’ri chiziqlarning parallelligi $\mathbf{a}_1$ va $\mathbf{a}_2$ vektorlarning shliiyearligiga, ya’ni shu vektorlar koordinatalarining koporsionalligiga ekvivalent bo’lib, quyidagi ko’rinishga ega:

$$\frac{l_1}{l_2}+m_1m_2+n_1n_2=0.\ (7).$$

L_1, va L_2 to'g'ri chiziqlarning perpendykulyarlik sharti $\mathbf{a}_1$ $\mathbf{a}_2$, skalyar ko'paytmaning nolga tengligidan iborat bo'lib, kuyidagi ko'rinishga ega:

$$l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 = 0 \quad (8)$$

5. Ikki to'g'ri chiziqnkng bir tekislikka gegishlnlik sharti

Fazoda ixki to'g'ri chiziq yo kesishadi, yo parallel bo'ladi, yo ayqash o'ladi. Birinchi ikki holda to'g'ri chiziqlar bir tekislikda joylashgan o'ladi. L_1 va L_2 to'g'ri chizikdar kanonik ko'rinishdagi

$$\frac{x-x_1}{l_1} = \frac{y-y_1}{m_1} = \frac{z-z_1}{n_1} \quad \text{va} \quad \frac{x-x_2}{l_2} = \frac{y-y_2}{m_2} = \frac{z-z_2}{n_2}$$

tenglamalar bilan berilgan bo'lsin.

Ko'rish qiyin emaski, ikki L_1 va L_2 to'g'ri chiziklarning bir tekislikka tegishli bo'lishining yetarli va zaruriy sharti uchta

$$\overrightarrow{M_1M_2} = \{x_2 - x_1, y_2 - y_2, z_2 - z_1\}, \quad \mathbf{n}_1 = \{A_1, B_1, C_1\} \quad \text{va} \quad \mathbf{n}_2 = \{A_2, B_2, S_2\}$$

vektorlarning komplanarligidir, bu esa quyidagi tenglikka keltiriladi:

$$\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0 \quad (9)$$

6. To'g'ri chizik va tekislik orasidagi burchak

Tekislik umumiy $Ax + By + Cz + D = 0$ tenglama bilan, to'g'ri chiziq esa kanonik ko'rinishdagi $\frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$. tenglamalar bilan berilgan bo'lsin. To'g'ri chiziq va tekislik orasidagi φ burchak to'g'ri chiziqning yo'naltiruvchi $\mathbf{a} = \{l,m,n\}$ vektori va tekislikning normal $\mathbf{n}=\{A,B,S\}$ vektori orasidagi ψ burchakka to'ldiruvchi burchak bo'lganligi uchun

$$\sin\varphi = \frac{Al + Bm + Cn}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}} \quad (10)$$

To'g'ri chiziq va tekislikning parallellik sharti **a** va **n** vektorlarning perpendikulyarlik sharti bilan ekvivalent bo'lib, quyidagi ko'rinishga ega:

$$Al + Bm + Cn = 0 \quad (11)$$

To'g'ri chiziq va tekislikning perpendikulyarlik sharti esa **a** va **n** vektorlarning kollinearlik shartiga ekvivalent bo'lib, quyidagi ko'rinishga ega:

$$\frac{A}{l} = \frac{B}{m} = \frac{C}{n}.$$

7. $\frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$ tug'ri chiziqiing $Ax + By + Cz + D = 0$ tekislikka tegishlilik sharti

To'g'ri chizik tekislikka tegishli bo'lishi uchun birinchi navbatda u tekislikka parallel bo'lishi kerak, bundan tashqari, to'g'ri chizikning hyech bo'lmagaida bitta nuqtasi tekislikka tegishli bo'lishi kerak, Bularning birinchi sharti agar $Al + Bm + Cn = 0$ bo'lsa, ya'chi ,(11) i tenglik o'rinli bo'lsa, ikkinchi shart esa

$$\text{A}x_0 + \text{V}u_0 + Cz_0 + \text{D} = 0$$

o'rinli bo'lsa bajariladi.

8. To'g'ri chiziqlar bog'lami.

Fazodagi $M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqtadan o'tuvchi barcha to'tri chiziklzr to'plami markazi M_0 nuqtada bo'lgan to'g'ri chiziqlar *bog'lami* deyiladi.

Markazi $M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqtada bo'lgan to'g'ri chiziqlar bog'lami quyidagi ko'rinishga ega bo'lishini ko'rish kiyin emas:

$$\frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$$

bu yerda: *l*, *m, n* - bir vaqtda nolga teng bo'lmagan ixtiyoriy sonlar.

Fazoda to'g'ri chiziq va tekisliklarga doir ba'zi masalalar

1. Uch tekislykning faqat va faqat bir nuqtada kesishish sharti.

Umumiy

$$\begin{aligned} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0, \\ A_3x + B_3y + C_3z + D_3 = 0, \end{aligned} \qquad (12)$$

tenglamalar bilan berilg'an uch tekislikning fakat vafaqat bir nuktada kesishishi uchun

$$\begin{vmatrix} A_1B_1C_1 \\ A_2B_2C_2 \\ A_3B_3C_3 \end{vmatrix} \quad (13)$$

determinant noldan farkdi bo'lishi zarur va yetarli, chunkk bu holda chizikli algebraik (12) tenglamalar sistemaskg yagoia yechimga ega bo'ladi, geometrik nuqtai nazardan bu tekisliklarniig bir no'ktada kesishishiga mos tushadi.

2. Ikki tekislik bilak aniqdangan ikkiyoqli burchakning bissevstrial-tekisliklarini aniqlash.

Normal ko'rinishdagi

$$\begin{aligned} x\cos\alpha_1 + y\cos\beta_1 + z\cos\gamma_1 - p_1 = 0, \\ x\cos\alpha_{21} + y\cos\beta_2 + z\cos\gamma_2 - p_2 = 0. \end{aligned}$$

tenglamalari bilan aniqlangan ikkita berilgan tekislikni ko'rib chiqamiz. Bu tenglamalarning chap tomonlari *M* (*x u, z)* kuqtaniyag mos ravishda birinchi va ikkinchi tekisliklardan δ_1 va δ_2 uzoqlashishlaridir. Ikki bissektrial tekisliklardan koordinata boshini saqlovchi ikkiyoqli burchakka tegishlisida bu uzoqlashishlar ham modul bo'yicha, ham ishora bo'yicha teng, boshqa bissektrial tekislikda esa δ_1 va δ_2 uzoqlashkshlar modul bo'yicha teng va ishora bo'yicha qarama-qarshi. Shunday qilib, izlanayotgan bissektrial tekisliklarning tenglamalari quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\begin{aligned} (x\cos\alpha_1 + y\cos\beta_1 + z\cos\gamma_1 - p_1) - (x\cos\alpha_2 + y\cos\beta_2 + z\cos\gamma_2 - p_2) = 0, \\ (x\cos\alpha_1 + y\cos\beta_1 + z\cos\gamma_1 - p_1) + (x\cos\alpha_2 + y\cos\beta_2 + z\cos\gamma_2 - p_2) = 0. \end{aligned}$$

3. Berilgan tekislik berilgan M_1M_2 kesmani kesib o'tish sharti. A. Tekislik umumiy A*x* + By + C*z* + D = 0 tenglamasi bilay berilgan bo'lsin, M_1 va M_2 nuqtalar esa bir-biri bilan ustma-ust tushmasin va tekislikka tegishli bo'lmasin. U holda $M_1(x_1, y_1, z_1)$ va $M_2(x_2y_2, z_2)$ nuqtalardan o'tuvchi, koordinat-parametrik tenglamalari

$$x = (1-т)x_1 + tx_2, \quad y = (1-t)y_1 + ty_2, \quad z = (1-t)z_1 + tz_2$$

bo'lgan to'g'ri chyziq aniqlangan bo'ladi.

Tekislik, berilgan M_1M_2 kesmani kesib o'tish, o'tmasligini aniqlash uchun tekislik va M_1M_2 to'g'ri chiziqlar kesishishini, agar kesishsa, qaysi nuktada kesishishini aniqlash kerak. Buning uchun to'rtta *x, u, z* va *t* o'zgaruvchilarga nisbatan to'rtta tenglamalar sistemasini birgalikda yechish zarur. Lekin oxirgi tengyamalardai *x, u* va z lar uchun ifodalarni tekislik tenglamasiga qo'yib va qisish uchun quyidagi belgilashlarii kiritib

$$F_1 = Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D \text{ va } F_2 = Ax_2 + Vu_2 + Cz_2 + D,$$

bitta *t* koma'lumga. bog'liq quyidagi ko'rinishdagi tenglamaga ega bo'lamiz: $(l\text{-}t)\ F_1, + tF_2 = 0$, bu yerdan $t = \dfrac{F_1}{F_1 - F_2}$ kelib chikadi.

Agar $F_1 = F_2$ bo'lsa, yechim mavjud emas, ya'ni M_1M_2 to'g'ri chiziq tekiclikka parallel. Boshsa tarafdan, ko'rinib turibdiki, tekislik M_1M_2 kesmani $0 < \dfrac{F_1}{F_1 - F_2} < 1$ bo'lganda, kesib o'tadi, bu esa faqat va faqat F_1 va F_2 lar har xil ishoralarga ega bo'lganda, ya'ni $F_1\ F_2 < 0$ bo'lganda, o'rinli bo'ladi.

B. Bu masalaning yeoddarok yechimini tekislik tenglamasini normal x cos a + u cos p + z cos y – r = 0 ko'rinishda yozib olib topish mumkin. U holda, bu tenglamaning chap tomoniga, avval, M_1 keyin esa M_2 nuqtaning koordinatalarini ko'yib, mss ravishda M_1 va M_2 nuqtalarning berilgan tekislikdan δ_1 va δ_2 uzoqlashishlarini topamyz.

Berilgan teqislik M_1M_2 kesmani kesib o'tishi uchun M_1 va M_2 nuqtalar shu tekislikka nisbatan turli tomonlarda joylashishi, yani δ_1 va δ_2 uzoqlashishlar turli ishoralarga ega bo'lishi zaro'r va yetarli.

4. Berilgan ikki tekislik bilan aniqlangan ikkiyoqli burchaklarga nisbatan A va V nuqtalarning joylashishini aniqlash.

Berilgan tekisliklarning tenglamalarini normal ko'rinishda chib olib, A nuqtaning mos ravishda birinchi va ikkinchi tekisliklardan: $\delta_{\Phi}^{(1)}$ va $\delta_{\Phi}^{(2)}$ uzoqlashishlarini va V nuqtaning mos ravishda byarinchi va ikkinchi tekisliklardan $\delta_{\Phi}^{(1)}$ va $\delta_{\Phi}^{(2)}$ uzoqlashishlarini hisoblaymiz. Bu to'rtala uzoqlashishlarning ishoralariga qarab, A va V nuqtalarning har birining har bir tekislikka nisbatan bir tomonda yoki turli tomonda joylashishini aniqlaymiz. Ko'rinib turlbdiki, A va V nuqtalar ham birinchi tekislikka nisbatan, ham ikkinchi tekislikka iisbatan bir tomonda joylashsa. ular berilgan tekisliklar bilan aniqlangan ikkiyokli burchaklardan biriga tegishli bo'ladi. Agar A va V nuqtalar bir tekislikka nisbatan bir tomonda, ikkinchi tekislikka nisbatan turli tomonlarda joylashsa, ular qo'shma burchaklarda yotadi. Nihoyat, A va V nukggalar ham birinchi, ham ikkikchi tekisliklarga nisbatai turli tomonlarda joylashsa, ular vertikal burchaklarda yotadi.

5. Berilgan $M_1(x_1, y_1, z_1)$ nuqtadan o'tuvchi va Ax + By + Cz + D = 0 tekislikka perpendikulyar to'g'ri chizik tenglamasi.

Izlaiayotgan to'g'ri chiziqning yo'naltiruvchi vektori sifatida tekkslikning normal vektori $p = \{A,V,C\}$ ni olish mumkin bo'lganligi uchun bu to'g'ri chiziqning tenglamalary quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\frac{x - x_1}{A} = \frac{y - y_1}{B} = \frac{z - z_1}{C} \quad (14)$$

6. Berilgan $M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqtadan o'tuvchi va berilgan $A_1x + V_1u + C_1z + D. = 0$ tekislikka parallel tekislik tenglamasi.

Ma'lumki, $M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqtadan o'tuvchi ixtiyoriy tekislik markazi M_0 nuqtada bo'lgan $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ tekisliklar, bog'lamida joylashadi. Bu yerda: A, V va S - ixtiyoriy sonlar. Lekin parallellik shartiga ko'ra, ikkala tekislik bir xil normal vektorga ega bo'ladi. Demak, izlanayotgan tekislik quyidagi o'rinishda bo'ladi:

$$A_1(x - x_0) + B_1\,(y - y_0) + C_1(z - z_0) = 0. \qquad (15)$$

7. $M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqtadan o'tuvchi va berilgan $\frac{x-x_1}{l}=\frac{y-y_1}{m}=\frac{z-z_1}{n}$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar tekislik tenglamasi.

Yuqoridagi holdagidek, izlanayotgan tekislik

$$A\,(x-x_0) + B(y-y_0) + C(z-z_0)=0$$

tekisliklar bog'lamida joylashadi. Bu yerda A, V va S - ixtiyoriy sonlar. Lekin tekislikning normal vektori sifatida berilgan to'gri chiziqning yo'naltiruvchi vektorini olish mumkin bo'lgashshgi uchun izlanayotgan tekislik tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$l(x-x_0) + m(y-y_0) + n(z-z_0)=0 \quad (16)$$

8. Berilgan $\frac{x-x_1}{l}=\frac{y-y_1}{m}=\frac{z-z_1}{n}$ to'g'ri chiziq va bu to'g'ri chiziqda yotmaydigan $M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqta orqali o'tuvchi tekislik tenglamasi.

A. Ko'rinib turibdiki, bu tekislik

$$A(x-x_0)+B(y-u_0)+C(z-z_0)=0$$

tekisliklar bog'lamida yotadi. Bundan tashkari, bu tekislik to'g'ri chiziqning $M_1(x_1, y_1, z_1)$ nuqtasi orqali o'tishi zarur va uning yo'naltiruvchi $p = \{A,V,S\}$ vektori berilgan to'g'ri chiziqning normal $a=\{l,t,p\}$ vektoriga perpendikulyar bo'lishi kerak. Demak, quyidagi tengliklar bajarilishi kerak:

$$A\,(x_1 - x_0) + V(u_1 - u_0) + S\,(z_1 - z_0)=0,$$
$$Al + Vm + Cn = 0. \quad (17)$$

Shart bo'yicha $M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqta berilgan to'g'ri chiziqda yotmaganligi uchun $M_0M_1 = \{x_1-x_0, y_1-y_0, z_1-z_0\}$ va $a = \{l,m,n\}$ vektorlar nokollinear. Demak, $\frac{x-x_1}{l}=\frac{y-y_1}{m}=\frac{z-z_1}{n}$ proporsiyalardan kamida biri buziladi. Bu esa (3.64) sistemadagi A, V, S koeffisiyentlardan ikkitasi uchinchisi orqali aniqlanishini bildiradi. Shu uchinchi koeffisiyektni ixtiyoriy tanlab olib, masalan, uni 1 ga teng deb faraq qilib, A, V va S larning topilgan. qiymatlarini bog'lamning tenglamasiga ko'yib, izlanayotgan tekislik tenglamasini topamiz.

B. Bu masalani boshqa, osonroq yo'l bilan yechish mumkin.

Buning uchun ikkita vektor kiritamiz - biri M_0 va M_1 nuqtalarni birlashtiruvchi, ikkinchisi esa M_1 bilan ixtiyoriy $M(x,u,z)$ nuqtalarni birlashtiruvchi vektorlar, bunda $M(x,y,z)$ nuqta izlanayotgan tekislikka tegishli bo'ladi faqat va faqat kuyidagi *u* vektor komplanar bo'lsa: yo'naltiruvchi vektor $a=\{l,t,p\}$, $M_0M_1 = \{x-x_1, y-y_1, z-z_1\}$ va $M_0M_1 = \{x_1-x_0, y_1-y_0, z_1-z_0\}$ vektorlar. Bu komplanarlik shartini

$$aM_1M_0 \cdot M_1M = \begin{vmatrix} x-x_1, & y-y1, & z-z_2 \\ x_0-x_1, & y_0-y_1, & z_0-z_1 \\ l & m & n \end{vmatrix} = 0. \quad (18)$$

ko'rinishda yozish mumkin.

(3.65) tenglama izlanayotgan tekislikning tenglamasidir.

9. Berilgan to'gri chiziq $\frac{x-x_1}{l_1}=\frac{y-y_1}{m_1}=\frac{z-z_1}{n_1}$ dan o'tuvchi va ikkinchi to'g'ri chizik $\frac{x-x_2}{l_2}=\frac{y-y_2}{m_2}=\frac{z-z_2}{n_2}$ ga parallel tekislik tenglamasi.

A. Izlanayotgan tekislik $Ax + By + Cz + D = 0$ tenglama bilan aniqlansin. U holda, A, V, S va D koeffisiyentlar shunday bo'lishi kerakki. bu tekislik birinchi. to'g'ri chiziq bilan kamida, bitta umumiy nuqtaga, masalan, $M_1(x_1,y_1,z_1)$ nuqtaga ega bo'lishi kerak va u ham birinchi, ham ikkinchi to'g'ri chiziqlarga parallel, bu esa uning normal $p = \{A,V,S\}$ vektori bu to'g'ri, chiziqlarning, $a_1=\{l_1,m_1,n_1\}$ va $a_2=\{l_2,t_2,n_2\}$ yo'naltiruvchi vektorlariga perpendikulyar ekanligini bildiradi. Shunday qilib, A, V, S, va D larni topish uchun quyidagi tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\left.\begin{aligned} Ax_1+By_1+Cz_1+D=0\\ Al_1+Bm_1+Cn_1=0\\ Al_2+Bm_2+Cn_2=0 \end{aligned}\right\}. \quad (19)$$

Berilgai ikki to'g'ri chiziqlar parallel bo'lmaganligi uchun A,B,C,D koeffisiyentlardan qandaydir uchtasini, to'rtinchisi orqali ifodalash mumkin.

B. Izlanayotgan tekislik birinchi to'g'ri chizikning tekislik o'tishi kerak bo'lgan M_1 $(x_1,u_1,z_1,)$ nuktasi va berilgan to'g'ri chiziklarning shartga. ko'ra nokollinlar bo'lgan yo'naltiruvchi $a_1=\{l_1,m_1,n_1\}$ va $a_2=\{l_2,t_2,n_2\}$ vektorlari orqali yagona aniqlanadi.

Ixtiyoriy $M(x,y,z)$ nuqta faqat va faqat uchta $M_0M_1=\{x-x_1,y-y_1,z-z_1\}$ a_1 va a_2 vektorlar kamplakar bo'lganda, ya'ni

$$aM_1M_0\cdot M_1M=\begin{vmatrix} x-x1, & y-y1, & z-z_2\\ x_0-x_1, & y_0-y_1, & z_0-z_1\\ l & m & n \end{vmatrix}=0. \quad (20)$$

tenglik bajarilganda izlanayotgan tekislikka tegishli bo'ladi.

10. Berilgan $\dfrac{x-x_1}{l_1}=\dfrac{y-y_1}{m_1}=\dfrac{z-z_1}{n_1}$ to'g'ri chiziqdan o'tuvchi va berilgan $A_1x+B_1y+C_1z+D=0$ tekislikka perpendikulyar bo'lgan tekislik tenglamasi.

A. Izlanayotgan tekislik $Ax+By+Cz+D=0$ umumiy tenglamasi bilan berilgan bo'lsin.

Bu tekislik berilgan tekislikka perpendikulyar bo'lganlidi uchun ularning normal $p_1=\{A_1,V_1,S_1\}$ va $p=\{A,V,S)$ vektorlari o'zaro perpendikulyar va, demak, ularning skalyar ko'paytmasi nolga teng, ya'ni $AA_1+BB_1+CS_1=0$. Berilgan to'g'ri chiziq izlanayotgan tekislikka tegishli bo'lishi kerakligidan (3.66) tengliklardan birinchi ikkitasi bajarilishi kerak. Shunday kilib, A,B,C,D larni topish uchun quyidagi tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\left.\begin{aligned} Ax_1+By_1+Cz_1+D=0\\ Al_1+Bm_1+Cn_1=0\\ AA_2+BB_2+CC_2=0 \end{aligned}\right\}. \quad (21)$$

Berilgan tekislik berilgan to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lmaganligidan A, V, S, D koeffisiyentlardan qandaydir uchtasini to'rtinchisi orqali ifodalash mumkin.

B. Izlanayotgan tekislik to'g'ri chiziqking u o'tishi kerak bo'lgan M_1 (x_1,y_1,z_1) nuqtasi va ikki vektor - to'g'ri chiziqnyng yo'naltiruvchi $a_1=\{l_1, t_1, p_1\}$ va berilgan tekislikning normal $p_1=\{A_1, V_1, S_1\}$ vektorlar orqali yagona aniqlanadi. Ixtiyoriy M (x,y,z) nuqta faqat va faqat $\boldsymbol{a_1}$ $\boldsymbol{p_1}$ va $M_0M=\{x-x_1,y-y_1,z-z_1\}$ vektorlar komplanar bo'lganda, ya'ni

$$a_1n_1M_1M=\begin{vmatrix} x-x_1, & y-y1, & z-z_2\\ l_1, & \mathrm{m}_1, & \mathrm{n}_1\\ \mathrm{A}_1 & \mathrm{B}_1 & \mathrm{C}_1 \end{vmatrix}=0. \quad (22)$$

tenglik o'rinli bo'lganda izlanayotgan tekislikka tegishli bo'ladi.

11. Berilgan $M_0(x_0,y_0,z_0)$ nuqtadan berilgan to'gri chiziq $\dfrac{x-x_1}{l_1}=\dfrac{y-y_1}{m_1}=\dfrac{z-z_1}{n_1}$ tushirilgan perpendikulyar.

A. Ko'rinib guribdiki, izlanayotgan perpendikulyar quyidagi ikki tekislikning kesishish to'g'ri chizig'idir:

1) M_0 nuqtadan va berilgan to'g'ri chizikdan o'tuvchi tekislik;

2) M_0 nuqtadan o'tuvchi va berilgan-to'g'ri chiziqqaperpendiqudyar tekislik.

By tekisliklardan birinchisi 8-masalada, ikkinchisi esa 7-masalada topilgan edi.

B. Oldin M_0 nuqtadan o'tuvchi va berilgan to'g'ri chiziqqa perpendikulyar tekislikni quramiz (7-masala), keyin topilgan tekislik bilan berilgan to'g'ri chizikning kesishish nuqtasini topamiz. Perpendikulyarga tegishli bo'lgan ikki nuqtani bilgan holda uning tenglamasini tuzish oson.

12. Berilgan M_0 nuqtadan berilgan to'g'ri chiziqqacha masofanm topish.

11B-masalada *Mo* nuqtadan to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyar bilan shu to'g'ri chiziqning N umumiy nuqtasi topilgan edi. Endi izlanayotgan masofa M_0N kesmaning uzunligiga teng.

13. $\frac{x-x_1}{l_1}=\frac{y-y_1}{m_1}=\frac{z-z_1}{n_1}$ va : $\frac{x-x_1}{l_1}=\frac{y-y_1}{m_1}=\frac{z-z_1}{n_1}$ tenglamalar bilan aniqlangan L_1 va L_2 ayqash to'g'ri chiziqlarning umumiy perpekdikulyarini topish.

A. Faraz qilamizki, izlanayotgan umumiy perpendikulyar $\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n}$ tenglama bilan aniqlangan bo'lsin. Bu yerda: perpendikulyar o'tadigan M_0 (x_0,u_0,z_0) nuqta va uning yo'naltiruvchi $a = \{l, t, p)$ vektori hozircha noma'lum.

$a = \{l,m,n\}$ vektorni topish uchun uning L_1 va L_2 to'g'ri chiziqlarning yo'naltiruvchi $a_1=\{l_1,t_1,p_1\}$ *va* $a_2=\{l_2,m_2,n_2\}$ vektorlarga bir vaqtda perpendkulyarlik shartlaridan foydalanamiz, ya'ni

$$a_1a=l_1l+m_1m+n_1n=0,\quad a_2a=l_2l+m_2m+n_2n=0$$

L_1 va L_2 to'g'ri chiziqlarning nokollinearlygidan bu sistema o'zgarmas aniqligida yechimga ega. Bu esa *l, t, p* kattaliklardan ixtiyoriy birini tanlab olganda qolgan ikkita kattalikni uchinchisi orqali bir qiymatli aniqlash mumkinligini bildiradi.

M_0 (x_0,u_0,z_0) nuqta shunday bo'lishi kerakki, izlanayotgan to'g'ri chiziq L_1 va L_2 to'g'ri chiziklar bilan bir vaqtda kesishishi kerak.

Buning uchun quyidagi ***a, a₁*** va M_0M_1 vektorlar ham, ***a, a₂*** va M_0M_2 vektorlar ham komplanar bo'lishi zarur va yetarli. Bu shartlarni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$a_1a_1M_0M_1=\begin{vmatrix} x_0-x_1, & y_0-y_1, & z_0-z_1 \\ l, & \mathrm{m}_1, & \mathrm{n}_1 \\ l_1 & \mathrm{m}_1 & \mathrm{n}_1 \end{vmatrix}=0.$$

$$aa_2M_0M_2=\begin{vmatrix} x_0-x_2, & y_0-y_2, & z_0-z_2 \\ l, & \mathrm{m}_1, & \mathrm{n} \\ l_2 & \mathrm{m}_2 & \mathrm{n}_2 \end{vmatrix}=0. \qquad (23)$$

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

1) Fazoda tugri chizik uchun asosiy aksiomalarni ayting.

2) Fazoda tugri chizik bilan tekislikdagi tugri chizik kaysi xssasi bilan farklanadi. 3) $M_0(3;4;-5)$ nuktadan utib $\vec{S}=2\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$ vektor tenglamalarini yozing.

4) Fazoda tugri chizikning umumiy tenglamasini kanonik kurinishga keltirish usulini aytib bering.

5) x+y-2z+1=0 va 2x-y+1=0 tekisliklarning kesishishidan xosil bulgan tugri chizikning kanonik tenglamasini yozing.

6) Ikki tekislik kanday shartlar bajarilganda tugri chizikni ifodalaydi.

1.3.2-b. Blits-so'rov uchun savollar

1. Fazoda ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchaki?
2. Fazoda to'g'ri chiziqning yonaltiruvchi vektori deganda nimani tushinasiz?
3. Fazoda to'g'ri chiziqning parametrik tenglamasi?
4. Ikki to'g'ri chiziqning bir tekislikga tegishlilik sharti?
5. Ikki to'g'ri chiziqning perpendikulyarlik sharti?
6. Fazoda ikki to'g'ri chiziqning parallelik sharti?

1.3.2-в. Og'zaki so'rov uchun savollar

1. Fazoda to'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi.
2. Fazoda to'g'ri chiziqning kanonik tenglamasi?
3. To'g'ri chiziqning yonaltiruvchi vektori?
4. Ikki quqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi.

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- *takrorlash va mashqlar*: takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- *yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish*: yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- *ilmiy xarakterdagi ishlar*: muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Vilenkin N.Ya. va boshš. Matematika. –M.: Prosвещyeniye. 1985.
2.Rajabov F., Nurmetov A. Analitik geometriya va chizišli algebra. –T.: O'qituvchi. 1990.
3.A.V.Pogorelov. Analitik geometriya. –T.: Œšituvchi. 1983.
4.Shneyder, A.I. Sluskiy, A.S.Shumov. Kratkiy kurs vishiey matematiki. –M.: Visshaya shkola. 1972.
5.Ilin V.I., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. –M.: Nauka. 1988.
6.Ibroximov M. Matematikadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi 1994.

Qo'shincha adabiyotlar

7.Šabulov V.Š. Rašamli avtomatlar, algoritmlar. –T.: Œšituvchi, 1980.
8.Vlenkin N.Ya. Zadachnik-praktikum po matematike. –M.: Prosвещyeniye. 1977.
9.Ochilova X., Nazarov N. Geometriyadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi, 1983.
10. Shodiyev T. Analitik geometriyadan šœllanma. –T.: Œšituvchi, 1973.
11. Postushenko A.S. Vыsщaya matematika. –M.: Vыsщaya shkola, 2002.

12. Beklemishev D.V. Kurs analiticheskoy geometrii i lininoy algebrы. –M.: Fizmatlit, 2000.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. "Insert" texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kewlayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;
- "Insert" jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to'ldirish:

Agar «!» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki siz o'ylagan fikrga to'g'ri kelayotganini o'qiyapsiz;
Agar «–» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki tyo'g'ri deb o'ylaganingizga mutlaqo zid bo'lganini o'qiyapsiz;
Agar «+» bo'lsa siz o'qityotganingiz siz uchun yangilik;
Agar «?» bo'lsa, siz o'qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko'proq ma`lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o'z do'stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo'lib hurmar ko'rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o'ziga kerak paytda yordam so'rashi kerak;
- Har kim undan yordam so'ralganda yordam ko'rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o'zgalarga yordam berib o'zimiz o'rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 16. Ellips va uning xossalari.

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya va chiziqli algebra

O'quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O'quv mashg'uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o'rganish.

Ma`ruza rejasi:

1. Ellips va uning xossalari.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta`surotlar berish, vektorlar va keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O'quv mashg'uloti vazifasi:

13. *O'rgatuvchi*: talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriya va chiziqli algebra fanning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik fikrlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish fanni o'ganishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
14. *Rivojlantiruvchi*: kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
15. *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; fanning matematik-komunikativ kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qutish usullari*: instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O'qitish shakillari*: frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar stemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik dabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Oily matematika doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xatakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini beradi, oily matematika fani ma`ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralarbilan ishlay olishligi;

- **1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi**

1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi,); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi,; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati:* mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e`tiborlarini asosiylarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me`zonlari;
- *Talabalar faoliyati: ishning* tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma`ruza rejasi:

1. Ellips va uning xossalari.

Kalit so'zlar: Fokus, ekstrasentrisitet, direktrisa, masofa, o'q.

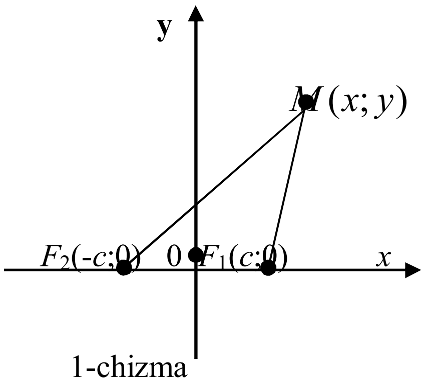
1.3.1. Ma`ruza matni

Tekislikda ixtiyoriy nuqtasidan fokuslar deb ataluvchi berilgan ikkita F_1 ва F_2 nuqtasigacha bo'lgan masofalar yig'indisi o'zgarmas miqdorga ($2a$ ga) teng bo'lgan barcha nuqtalar to'plami *ellips* deb ataladi (o'zgarmas miqdor $2a$ fokuslar orasidagi masofadan katta deb olinadi).

Ellips tenglamasini to'zish uchun koordinatalar sistemasini quyidagicha kiritamiz. Berilgan F_1 ва F_2 nuqtalarni tutashtiruvchi to'g'ri chiziqni abssissalar o'qi deb qabul qilamiz, koordinatalar boshini esa berilgan nuqtalar o'rtasida olamiz. F_1 ва F_2 nuqtalar orasidagi masofani $2c$ bilan belgilaymiz.

U holda F_1 ва F_2 nuqtalarning koordinatalri $(c;0)$ ва $(-c;0)$ ga teng bo'ladi.

Ta'rifga ko'ra $2a > 2c$ yoki $a > c$. Ellipsning ixtiyoriy nuqtasini $M(x;y)$ bilan belgilaylik (1-chizma).



1-chizma

M nuqtaning F_1 va F_2 fokuslardan masofalarini uning ***fokal radiuslari*** deyiladi va mos ravishda r_1 va r_2 bilan belgilanadi, ya'ni, ellipsning ta'rifiga ko'ra $r_1 + r_2 = 2a$. $r_1 = \rho(F_1, M)$, $r_2 = \rho(F_2, M)$

Demak,

$$\rho(F_1, M) + \rho(F_2, M) = 2a \qquad (6)$$

Ikki nuqta orasidagi masofani topish formulasiga ko'ra

$$\left.\begin{aligned} \rho(F_1, M) &= \sqrt{(x-c)^2 + y^2} \\ \rho(F_2, M) &= \sqrt{(x+c)^2 + y^2} \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Demak, $\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + \sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a$

Buni soddalashtirish maqsadida uning birinchi hadini o'ng tomonga o'tkazamiz va tenglamaning har ikkala tomonini kvadratga ko'taramiz:

$$(x+c)^2 + y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2$$

buni soddalashtirib, $cx - a^2 = -a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}$ ni hosil qilamiz. Buning har ikkala tomonini kvadratga ko'taramiz:

$$c^2x^2 - 2ca^2x + a^4 = a^2((x-c)^2 + y^2)$$

ta'rifga ko'ra $2a > 2c$ bo'lgani uchun $a^2 - c^2 = b^2$ deb belgiilaymiz. U holda tenglama ushbu

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$$

yoki

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad (8)$$

ko'rinishga keladi. Bu tenglama *ellipsning kanonik tenglamasi* deyiladi. Endi ellipsning bu kanonik tenglamasiga ko'ra uning shaklini tekshiramiz.

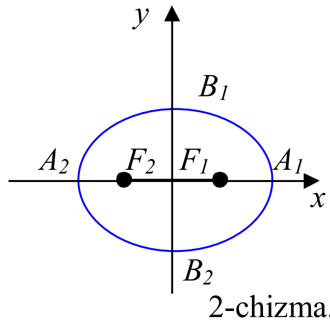
1. (8) tenglama x va y larning juft darajalarini saqlagani uchun ellips koordinata o'qlariga nisbatan simmetrikdir. Ko'rinib turibdiki, (8) tenglamani $M_1(x;y), M_2(-x;y), M_3(x;-y), M_4(-x;-y)$ nuqtalarning koordinatalari qanoatlantiradi. Shuning uchun koordinata o'qlari ellipsning simmetriya o'qlari, ular kesishgan nuqta *ellipsning markazi* deyiladi, fokuslar yotgan o'q uning *fokal o'qi* deyiladi.
2. Ellipsning koordinata o'qlari bilan kesishgan nuqtalarini topamiz. Ellipsning *Ox* o'q bilan kesishgan nuqtalarini topish uchun ushbu tenglamalar sistemasini yechish kerak.

$$\left.\begin{aligned} &\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \\ &y = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Bu sistemaning yechimi $x = \pm a$.

Demak, ellips *Ox* o'qini $A_1(a;0)$ ва $A_2(-a;0)$ nuqtalarda kesadi. Xuddi shunday qilib ellipsning *0y* o'qi bilan kesishish nuqtalari $B_1(0;b)$ va $B_2(0;-b)$ ekanligini topamiz.

A_1, A_2, B_1, B_2 nuqtalar ***ellipsning uchlari*** deyiladi.



2-chizma.

Ular 2-chizmada tasvirlangan. A_1A_2 kesma uzunligi $2a$ ga teng bo'lib, u ellipsning *katta o'qi*, OA_1 kesma uzunligi a ga teng bo'lib, uni ellipsning *katta yarim o'qi* deyiladi. B_1B_2 kesma uzunligi $2b$ ga teng bo'lib, u ellipsning *kichik o'qi*, OB_1 kesma uzunligi b ga teng bo'lib, u ellipsning *kichik yarim o'qi* deyiladi.

2-ta'rif. Ellipsning fokuslari orasidagi masofaning katta o'qining uzunligiga nisbati ellipsning ***ekstsentrisiteti*** deyiladi va u e harfi bilan belgilanadi:

$$e = \frac{2c}{2a} = \frac{c}{a}$$

Bu yerda $c < a$ bo'lgani uchun $0 < e < 1$ bo'ladi.

Misol. $M(0;5)$ nuqta orqali o'tuvchi fokuslari orasidagi masofa 6 ga teng bo'lgan ellipsning kanonik tenglamasini yozing.

Yechish. Ellipsning kanonik tenglamasi

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

ni qaraymiz. $M(0;5)$ nuqta ellipsga tegishli bo'lgani uchun $\frac{25}{b^2} = 1$, bundan $b^2 = 25$. Endi a^2 ni topish qoldi; ma'lumki, $a^2 - b^2 = c^2$, bunda c fokuslar orasidagi masofaning yarimi a^2 =25+9=34. Demak, izlangan tenglama

$$\frac{x^2}{34} + \frac{y^2}{25} = 1$$

bo'ladi.

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

1. Ellips ta'rifini bering va uning kanonik tenglamasini chiqaring. Ellips shakli qanday ko'rinishga ega?
2. Ellipsning ekssentrisiteti deb nimaga aytiladi?

1.3.2-b. Blits-so'rov uchun savollar

1. Ikkinchi tartibli chiziqlar deb qanday ko'rinishdagi tenlamalarga aytiladi?
2. Ellips deb nimaga autiladi?
3. Fokus bu nama?

4. Direktrissa nima?

1.3.2-в. Og'zaki so'rov uchun savollar

1. Ellipsning kanonik tenglamasi?
2. Giperbolaning kanonik tenglamasi?
3. Parobolaning kanonik tenglamasi?

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- *takrorlash va mashqlar*: takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- *yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish*: yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- *ilmiy xarakterdagi ishlar*: muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Vilenkin N.Ya. va boshš. Matematika. –M.: Prosvещyeniye. 1985.
2. Rajabov F., Nurmetov A. Analitik geometriya va chizišli algebra. –T.: O'qituvchi. 1990.
3.A.V.Pogorelov. Analitik geometriya. –T.: Œšituvchi. 1983.
4.Shneyder, A.I. Sluskiy, A.S.Shumov. Kratkiy kurs vishiey matematiki. –M.: Visshaya shkola. 1972.
5.Ilin V.I., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. –M.: Nauka. 1988.
6.Ibroximov M. Matematikadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi 1994.

Qo'shincha adabiyotlar

7.Šabulov V.Š. Rašamli avtomatlar, algoritmlar. –T.: Œšituvchi, 1980.
8.Vlenkin N.Ya. Zadachnik-praktikum po matematike. –M.: Prosvещyeniye. 1977.
9.Ochilova X., Nazarov N. Geometriyadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi, 1983.
10. Shodiyev T. Analitik geometriyadan šœllanma. –T.: Œšituvchi, 1973.
11. Postushenko A.S. Vыsщaya matematika. –M.: Vыsщaya shkola, 2002.
12. Beklemishev D.V. Kurs analiticheskoy geometrii i lininoy algebrы. –M.: Fizmatlit, 2000.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;

- Qancha g’oyalar ko’p bo’lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g’oya tug’ulishi imkoniyati ko’proq
- Agar g’oyalar takrorlansa o’ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g’oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo’lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o’ylama.

1.4.2. “Insert” texnikasi qoidalari

- Matndi o’qib, ularda savollat tug’dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kewlayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo’yiladi;
- “Insert” jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to’ldirish:

Agar «!» bo’lsa siz o’z bilimingizga yoki siz o’ylagan fikrga to’g’ri kelayotganini o’qiyapsiz;
Agar «–» bo’lsa siz o’z bilimingizga yoki tyo’g’ri deb o’ylaganingizga mutlaqo zid bo’lganini o’qiyapsiz;
Agar «+» bo’lsa siz o’qityotganingiz siz uchun yangilik;
Agar «?» bo’lsa, siz o’qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko’proq ma`lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o’z do’stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo’lib hurmar ko’rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o’ziga kerak paytda yordam so’rashi kerak;
- Har kim undan yordam so’ralganda yordam ko’rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o’zgalarga yordam berib o’zimiz o’rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 17. Giperbola, parabola va ularning xossalari.

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya va chiziqli algebra

O’quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O’quv mashg’uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o’rganish.

Ma`ruza rejasi:

34. Giperbola va ularning xossalari.
35. Parabola va ularning xossalari.

O’quv mashg’uloti maqsadi:

O’quv fani to’g’risida umumiy ta`surotlar berish, vektorlar va keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O’quv mashg’uloti vazifasi:

13. *O’rgatuvchi*: talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang’ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriya va chiziqli algebra fanning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik fikrlashini

rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish fanni o'ganishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;

14. *Rivojlantiruvchi*: kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
15. *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; fanning matematik-komunikativ kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qutish usullari*: instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O'qitish shakillari*: frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar stemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik dabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Oily matematika doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xatakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini beradi, oily matematika fani ma`ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralarbilan ishlay olishligi;

- **1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi**

1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi,); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi,; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati:* mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e`tiborlarini asosiylarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me`zonlari;
- *Talabalar faoliyati: ishning* tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma`ruza rejasi:

1. Giperbola va ularning xossalari.
2. Parabola va ularning xossalari.

Kalit so'zlar: Fokus, ekstrasentrisitet, direktrisa, masofa, o'q, giperbola, parabola.

1.3.1. Ma`ruza matni

Ixtiyoriy nuqtasidan fokuslar deb ataluvchi berilgan ikki F_1 va F_2 nuqtagacha bo'lgan masofalar ayirmasining absolyut qiymati uzgarmas miqdor $2a$ ga teng bo'lgan tekislikdagi barcha nuqtalar to'plami *giperbola* deyiladi. (o'zgarmas miqdor $2a$ fokuslar orasidagi masofadan ($2c$ dan) kichik deb olinadi).

Giperbola tenglamasini keltirib chiqarish uchun ellipsdagidek ish ko'ramiz.

Bu yerda ham abssissa o'qini fokuslardan o'tkazamiz, koordinata boshini esa fokuslarning o'rtasidan olamiz. U holda F_1(-c;0) va $F_2(c;0)$ fokuslar bo'ladi. Ta'rifga ko'ra $|\rho(F_1, M) - \rho(F_2, M)| = 2a$,

yoki

$$\left|\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}\right| = 2a .$$

Buni soddalashtirib,

$$(a^2 - c^2)x^2 + a^2y^2 = a^2(a^2 - c^2) \tag{1}$$

tenglamaga kelamiz, bu yerda $a^2 - c^2 < 0$, chunki $2a < 2c$. Shuning uchun $c^2 - a^2 = b^2$ deb olamiz. U holda (1) tenglama

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \tag{2}$$

ko'rinishga keladi. Bu tenglama *giperbolaning kanonik tenglamasi* deyiladi.
Endi (2) tenlamaga ko'ra giperbolaning shaklini aniqlaymiz.

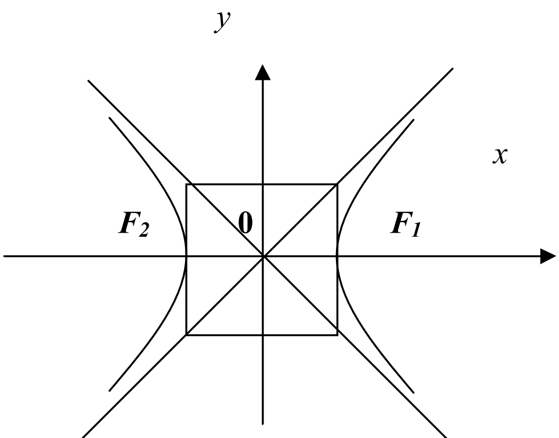
(2) tenglama x va y o'zgaruvchilarning juft darajalarini saqlagani uchun giperbola ikkita simmetriya o'qiga ega bo'lib, ular koordinata o'qlaridan iborat. Giperbolaning simmetriya o'qlari uning *o'qlari* deb ataladi, ularning kesishish nuqtasi esa *giperbolaning markazi* deb ataladi. Giperbolaning fokuslari joylashgan o'q uning *fokal o'qi* deyiladi.

Giperbola Ox o'qni $A_1(a;0)$ ва $A_2(-a;0)$ nuqtalarda kesib o'tadi, lekin Oy o'q bilan kesishmaydi, chunki $x=0$ bo'lganda $y^2=-b^2$ bo'lib qoladi va bu o'rinli emas. A_1 ва A_2 nuqtalar *giperbolaning uchlari*, ular orasidagi uzunligi 2*a* ga teng bo'lgan kesma esa uning *haqiqiy oqi* deyiladi.

Oy o'qida $B_1(0;-b)$ ва $B_2(0;b)$ nuqtalarni belgilasak, B_1 дан B_2 gacha bo'lgan 2*b* uzunlikdagi kesma giperbolaning *mavxum o'qi* deyiladi. (2) tenglamani *y* ga nisbatan yechami

$$y=\pm\frac{b}{a}\sqrt{x^2-a^2} \tag{3}$$

bo'ladi. Avvalo giperbolaning shakli I chorakda tasvirlanadi. Bu holda (12) da + ishora olinadi.
Bu yerda $x\geq a$ bo'lib qoladi. (12) da $x\to+\infty$ da y 0 dan $+\infty$ gacha o'sadi.



1-chizma.

Giperbola koordinata o'qlariga simmetrik bo'lgani uchun uning grafigi 3-chizmadagidek bo'ladi.

Giperbola $y=\pm\frac{b}{a}x$ tenglamalar bilan aniqlanuvchi ikkita assimptotaga ega.

Eslatma. Agar cheksiz tarmoqqa ega bo'lgan egri chiziqning nuqtasi shu chiziq buylab harakatlanib borganda uning bir to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofasi nolga intilsa, bir to'g'ri chiziq egri chiziqning assimptotasi deyiladi.

Agar *a=b* (yarim o'qlari teng) bo'lsa, giperbola *teng tomonli* deyiladi.

Bu holda giperbola tenglamasi

$$x^2-y^2=a^2 \tag{4}$$

ko'rinishda bo'ladi.

Teng tomonli giperbola assimptotalarining tenglamalari *y=x, y=-x* bo'lib, ular orasidagi burchak 90^0 ga teng bo'ladi. Koordinata o'qlarini -45^0 ga burchak, 0*x* o'q *y=-x* asimptota bilan, o'q esa *y=+x* asimptota bilan ustma-ust tushib, asimptotalar yangi koordinata o'qlari bo'lib qoladi. Bu yangi o'qlarda (13) giperbola *xy=a* ko'rinishda ifodalanishini ko'rsatish mumkin.

Giperbola fokuslari orasidagi masofaning haqiqiy o'qning uzunligiga nisbati giperbolaning *ekssentrisiteti* deyiladi va e harfi bilan belgilanadi:

$$e = \frac{2c}{2c} = \frac{c}{a}$$

Misol. Giperbolaning ekssentrisiteti $\frac{13}{12}$, fokuslari orasidagi masofasi 26 ga tengligi ma'lum bo'lsa, uning kanonik tenglamasi tuzilsin.

Yechish. Shartga ko'ra 2c=26 va, demak giperbolaning katta o'qi *a=12* bo'lgani uchun $b^2=c^2-a^2=169-144=25$ bo'ladi.

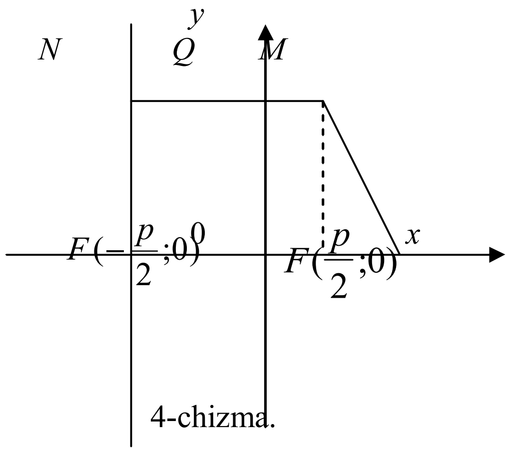
Shunday qilib giperbola tenglamasi

$$\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{25} = 1$$

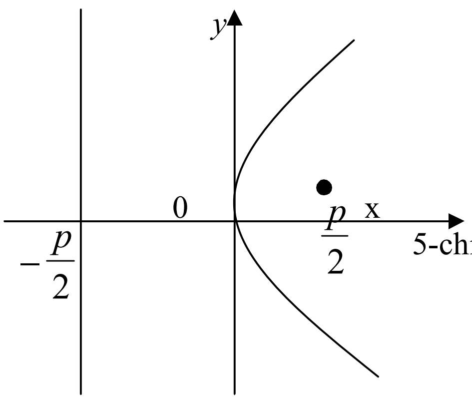
bo'ladi.

Parabola

Parabola deb tekislikdagi shunday nuqtalarning geometrik o'rniga aytiladiki, bu nuqtalarning har biridan *fokus* deb ataluvchi berilgan nuqtagacha bo'lgan masofa *direktrisa* deb ataluvchi berilgan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofaga tengdir (fokus direktrisada yoymaydi deb olinadi).



4-chizma.



5-chizma.

Fokusdan direktrisagacha bo'lgan masofani *p* orqali belgilaymiz. Bu *parabolaning parametri* deyiladi.

Parabola tenglamasini chiqaramiz. Direktrisa va fokuslarni 4-chizmadagidek joylashtiramiz. Koordinata boshini *RF* kesmaning o'rtasidan olamiz. Bu holda fokus $F(\frac{P}{2};0)$ koordinataga ega bo'ladi. Direktrisa tenglamasi $x = -\frac{p}{2}$ (14) ko'rinishga ega. Faraz qilaylik

M(x;y) parabolaning ixtiyoriy nuqtasi bo'lsin. Ta'rifga ko'ra *MN=MF* 4-chizmada ko'rinib turibdiki

$$MN = NQ + QM = \frac{P}{2} + x, MF = \sqrt{(x - \frac{P}{2})^2 + y^2}$$

Demak,

$$\frac{P}{2} + x = \sqrt{(x - \frac{P}{2})^2 + y^2}$$

Buning har ikkala tomonini kvadratga kutarib soddalshtirsak,

$$y^2 = 2px \qquad (5)$$

tenglama hosil bo'ladi.

(5) tenglama *parabolaning kanonik tenglamasi* deyiladi.

Endi parabolaning formasini tekshiramiz. (5) tenglamada y juft darajada qatnashgani uchun absissa o'qi parabolaning simmetriya o'qi bo'ladi. $y^2>0$ bo'lgani uchun ham musbat bo'ladi. Shuning uchun parabola grafigi I va IV choraklarda joylashadi. $x=0$ da $y=0$. Demak, parabola koordinata boshidan o'tadi. $x \to +\infty$ da y ham cheksiz ortadi. Parabola 5- chizmada tasvirlangan.

Misol. $y^2=8x$ parabola berilgan. Uning direktrisasining tenglamasini tuzing va fokusini toping.

Yechish. Berilgan tenglamani (15) tenglama bilan solishtirsak $2p=8, p=4$ ekanini topamiz. Demak, direktrisa tenglamasi $x=-2$ fokus esa F(2;0) bo'ladi.

Eslatma. Agar parabolaning fokus o'qi sifatida ordinata o'qini olsak, uning tenglamasi

$$x^2=2py$$

ko'rinishda bo'ladi.

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

16. Giperbola ta'rifini bering va uning kanonik tenglamasini chiqaring. Giperbolaning shakli qanday ko'rinishga ega?
17. Qanday holda giperbola teng tomonli bo'ladi?
18. Giperbolaning ekssentrisiteti deb nimaga aytiladi?
19. Parabola ta'rifini bering va uning kanonik tenglamasini chiqaring, uning shaklini chizing.
20. Parabolaning direktrisasi deb nimaga aytiladi?

Mashqlar:

1. $5x^2 - 4y^2 = 20$ giperbolaning yarim o'qlarini, eksentrisitetini va fokuslarining koordinatalrini toping. (-4, $\sqrt{15}$) nuqtadagi fokal radiuslarning uzunliklarini toping.
2. O'qlari koordinat o'qlari bilan ustma-ust tushadigan giperbola (-3; $\frac{\sqrt{2}}{2}$) va (4;-2) nuqtalardan utadi. Uning kanonik tenglamasini toping.
3. Giperbolaning eksentrisiteti e =1,5. *M* nuqtaning fokal radiusi 12. Shu *M* nuqtadan u bilan bir tomonda yotuvchi direktrisagacha bo'lgan masofani hisoblang.
4. Quyidagi giperbolaning tenglamasini kanonik ko'rinishga keltiring:

$$9x^2+25y^2-18x-100y-316=0.$$

5. $y^2=12x$ parabola fokusining koordinatalarini toping va direktrisasining tenglamasini tuzing.
6. Direktrisaning tenglamasi $x=-3$ va fokusi $f(1;0)$ bo'lgan parabolaning tenglamasini tuzing.
7. $x^2=+4y$ parabola fokusining koordinatalarini hamda direktrisasining tenglamasini tuzing.

1.3.2-b. Blits-so'rov uchun savollar

1. . Ikkinchi tartibli chiziqlar deb qanday ko'rinishdagi tenlamalarga aytiladi?
2. Giperbola nima?
3. Parabola deb nimaga autiladi?
4. Fokal radius nama?
5. Direktrissa nima?

1.3.2-в. Og'zaki so'rov uchun savollar

1. Ellipsning kanonik tenglamasi?
2. Giperbolaning kanonik tenglamasi?
3. Parobolaning kanonik tenglamasi?

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- *takrorlash va mashqlar*: takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- *yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish*: yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- *ilmiy xarakterdagi ishlar*: muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Vilenkin N.Ya. va boshš. Matematika. –M.: Prosвещyeniye. 1985.
2. Rajabov F., Nurmetov A. Analitik geometriya va chizišli algebra. –T.: O'qituvchi. 1990.

3.A.V.Pogorelov. Analitik geometriya. –T.: Œšituvchi. 1983.

4.Shneyder, A.I. Sluskiy, A.S.Shumov. Kratkiy kurs vishiey matematiki. –M.: Visshaya shkola. 1972.

5.Ilin V.I., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. –M.: Nauka. 1988.

6.Ibroximov M. Matematikadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi 1994.

Qo'shincha adabiyotlar

7.Šabulov V.Š. Rašamli avtomatlar, algoritmlar. –T.: Œšituvchi, 1980.

8.Vlenkin N.Ya. Zadachnik-praktikum po matematike. –M.: Prosвещyeniye. 1977.

9.Ochilova X., Nazarov N. Geometriyadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi, 1983.

10. Shodiyev T. Analitik geometriyadan šœllanma. –T.: Œšituvchi, 1973.

11. Postushenko A.S. Vысщaya matematika. –M.: Vысщaya shkola, 2002.

12. Beklemishev D.V. Kurs analiticheskoy geometrii i lininoy algebrы. –M.: Fizmatlit, 2000.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o’zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g’oyalarni baholashdan o’zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo’q bo’lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g’oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo’lma;
- Izoh berishdan o’zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g’oyalar ko’p bo’lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g’oya tug’ulishi imkoniyati ko’proq
- Agar g’oyalar takrorlansa o’ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g’oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo’lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o’ylama.

1.4.2. “Insert” texnikasi qoidalari

- Matndi o’qib, ularda savollat tug’dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kewlayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo’yiladi;
- “Insert” jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to’ldirish:

Agar «!» bo’lsa siz o’z bilimingizga yoki siz o’ylagan fikrga to’g’ri kelayotganini o’qiyapsiz;
Agar «–» bo’lsa siz o’z bilimingizga yoki tyo’g’ri deb o’ylaganingizga mutlaqo zid bo’lganini o’qiyapsiz;
Agar «+» bo’lsa siz o’qityotganingiz siz uchun yangilik;
Agar «?» bo’lsa, siz o’qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko’proq ma`lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o’z do’stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo’lib hurmar ko’rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o’ziga kerak paytda yordam so’rashi kerak;
- Har kim undan yordam so’ralganda yordam ko’rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o’zgalarga yordam berib o’zimiz o’rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 18. Aylanma va silindrik sirtlar..

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya va chiziqli algebra

O’quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O’quv mashg’uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o’rganish.

Ma`ruza rejasi:

1. Aylanma va silindrik sirtlar.

O’quv mashg’uloti maqsadi:

O’quv fani to’g’risida umumiy ta`surotlar berish, vektorlar va keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O'quv mashg'uloti vazifasi:

13. *O'rgatuvchi*: talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriya va chiziqli algebra fanning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik fikrlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish fanni o'ganishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
14. *Rivojlantiruvchi*: kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
15. *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; fanning matematik-komunikativ kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qutish usullari*: instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O'qitish shakillari*: frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar stemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik dabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Oily matematika doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xatakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini beradi, oily matematika fani ma`ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralarbilan ishlay olishligi;

1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi

1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi,); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;

- *Talabalar faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi,; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati:* mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e`tiborlarini asosiylarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me`zonlari;
- *Talabalar faoliyati: ishning* tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

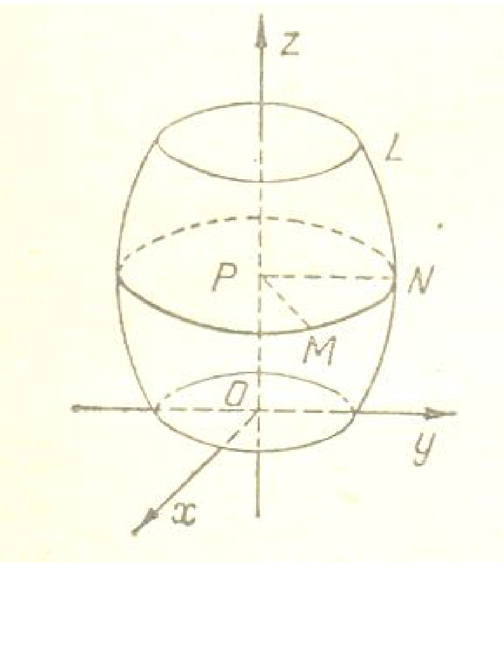
Ma`ruza rejasi:

1. Aylanma va silindrik sirtlar.

Kalit so'zlar: masofa, o'q.

1.3.1. Ma`ruza matni

Ikkinchi tartibli sirtlar orasida aylanma sirtlar uchraydi. Masalan: $x^2 + y^2 = R^2$ aylanani OX o'qi atrofida aylantirsak $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ sfera hosil bo'ladi.



Endi aylanma sirtlar haqida tushunchalar bilan tanishamiz: UOZ tekislikda biror L chiziq (r – 40) F (y;z) = 0 tenglama bilan berilgan bo'lsin. L chiziqning OZ o'q atrofida aylanashidan hosil bo'lgan sirt tenglamasini tuzamiz. Qulaylik uchun L chiziqning hamma nuqtalari uchun $y \geq 0$ bo'lsin. $M(x, y, z)$ nuqtaizlanayotgan aylanma sirtning ixtiyoriy nuqtasi bo'lsin. $M(x, y, z)$ nuqtasi L chiziqning $N(0, y, z)$ nuqtasini aylanish vaqtidagi biror holati deb qarash mumkin N nuqtaOZ o'qi atrofida aylanganda markazi $P(0,0, z)$ nuqtada bo'lim radiusi U ga teng bo'lgan aylana hosil bo'ladi, bu aylana hamma vaqt XOU tekislikka parallel tekislikda yotadi. Shuning uchun M va N nuqtalarning applikatalari bir xil, ya'ni Z=z bo'ladi. $P(0,0,z)$, $M(x,y,z)$ bo'lganidan

$$PM=\sqrt{x^2+y^2};PM=PN=Y \text{ bo'lganidan } Y=\sqrt{x^2+y^2}$$

Z va U larning ifodalarini L chiziqning tenglamasi F (y;z) = 0 ga qo'ysak $F(\sqrt{x^2+y^2},z)=0$ hosil bo'ladi. Bu tenglama aylanma sirt tenglamasidir. Agar L chiziqni hamma nuqtalari uchun $y\geq 0$ bo'lmasa, u holda $y\langle 0$ bo'ladi, bu holda PN = - Y, $Y=-\sqrt{x^2+y^2}$. Bu holda aylanma sirt tenglamasi.

$$F(-\sqrt{x^2+y^2},z)=0 \text{ bo'ladi.}$$

Ikkala holni birlashtirsak

$$F(\pm\sqrt{x^2+y^2},z)=0 \text{ tenglama hosil bo'ladi.}$$

Demak YOZ tekislikdagi L chiziqni OZ o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan aylanma sirt tenglamasini tuzish uchun chiziq tenglamasidagi u ni $\pm\sqrt{x^2+y^2}$ bilan almashtirish kerak ekan.

Agar L chiziqnimos ravishda OX va OU o'qlari atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan aylanma sirt tenglamasini tuzsak mos ravishda $F(x,\pm\sqrt{x^2+z^2})=0$ va $F(y,\pm\sqrt{x^2+z^2})=0$ tenglamalar hosil bo'ladi.

Masala: YOZ tekislikda joylashgan: 1) $\frac{y^2}{16}+\frac{z^2}{9}=1$ ellips, 2) $\frac{y^2}{25}-\frac{z^2}{16}=1$ giperbtla, 3) $y^2=4z$ parabolalarning OZ o'q atrofida aylanishidan hosil bo'lgan aylanma sirtlarning tenglamalari tuzilsin.

Yechish: chiziqlar YOZ tekislikda berilagn bo'lib, OZ o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirtlarni tenglamalarini tuzish kerakligida u ni $\pm\sqrt{x^2+y^2}$, ya'ni y^2 ni x^2+y^2 ga almashtiramiz:

$$\frac{x^2+y^2}{16}+\frac{z^2}{9}=1,\ \frac{x^2+y^2}{25}-\frac{z^2}{16}=1,\ x^2+y^2=4z.$$

2-chizma

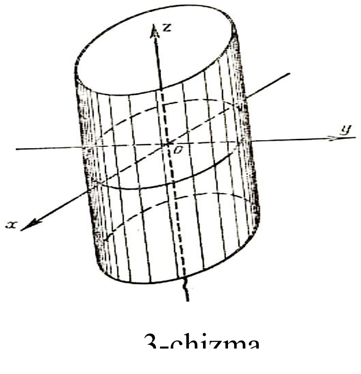
Hosil bo'lgan tenglamalar bilan ifodalanadigan aylanma sirtlarga mos ravishda aylanma ellipsoid, aylanma giperboloid va aylanma paraboloid deb aytiladi.

Berilgan *l* to'g'ri chiziqqa paralel va L chiziqni kesuvchi barcha to'g'ri chiziqlardan tashkil topgan ***sirt silindrik sirt*** deb ataladi. Bunda L chiziq silindirik sirtning yo'naltiruvchisi, *l* to'g'ri chiziq esa uning ***yasovchisi*** deyiladi (2-chizma).

To'g'ri burchakli dekart koordinatlari sistemasida *f(x.y)=0* (6) tenglama yasovchisi *oz* o'qqa paralel bo'lgan silindrik sirtni ifoda qiladi. Shunga ko'ra *f (x, z)=0* tenglama yasovchi oy o'qqa paralel silindrik sirtni va *t (y, z)=0* esa yasovchisi *ox* o'qqa parallel bo'lgan silindirk sirtni ifoda qiladi.

Misollar:

1. Ushbu $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ tenglama bilan aniqlangan sirt ***elliptik silindir*** deb ataladi. Uning yasovchisi *oz* o'qiga parallel, yo'naltiruvchisi yarim o'qlari *a* va *b* bo'lgan *xoy* tekislikda yotuvchi ellispdan iborat. Xususiy holda *a=b* bo'lsa to'g'ri doiraviy silindirga ega bo'lamiz. Uning tenglamasi $x^2+y^2=a^2$ ko'rinishda bo'ladi (3-chizma).



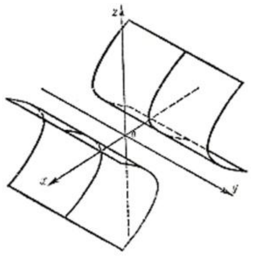
3-chizma

2. Ushbu

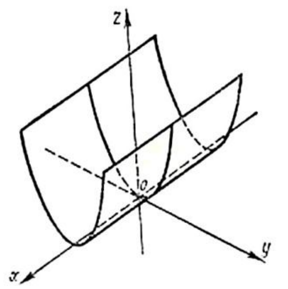
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} = 1$$

tenglama bilan aniqlangan silindrik sirt ***giperbolik silindir*** deb ataladi. Bu sirtning yasovchi *oy* o'qqa parallel, yo'naltiruvchi esa *oxz* tekislikda joylashgan, haqiqiy yarim o'qi *a* va mavhum yarim o'qi *b* ga teng bo'lgan giperboladir (3-chizma).

1. Ushbu $y^2=2pz$ tenglama bilan aniqlangan silindirk sirt ***parabolik silindir*** deb ataladi. Bu sirtning yasovchisi *ox* o'qqa parallel bo'lib yo'naltiruvchisi esa paraboladan iborat bo'ladi (4-chizma).



4-chizma.



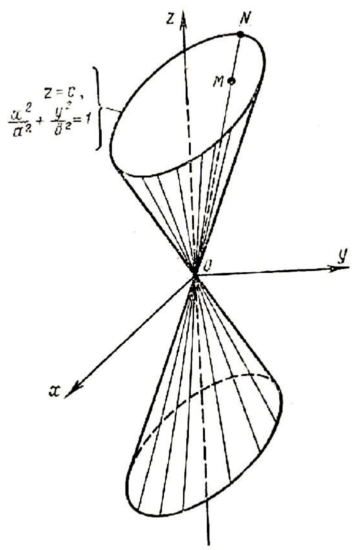
5-chizma.

<u>Esltama.</u> Bizga ma'lumki, fazoda to'g'ri chiziq ikki tekislikning kesishishdan hosil bo'ladi. Xuddi shuningdek fazoda egri chiziq ikki sirtning kesishish natijasida hosil bo'ladi va u ikki *F(x;y;z)=0, f(x,yz)=0* tenglamaning berilishi bilan aniqlanadi.

Masalan, S aylana $z=3$ tekislik va $x^2+y^2+z^2=25$ sirtlarning kesishishi natijasida hosil bo'ladi va u

$$\begin{cases} z = 3 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 25 \end{cases} \qquad (1)$$

sistema orqali beriladi.



6-chizma

Ikkinchi tomndan, bu aylana $z=3$ tekislik va $x^2+y^2=16$ silindirik sirtlarning kesishish chizig'i deb ham qaralishi mumkin. Bu holda S aylana

$$\begin{cases} z = 3 \\ x^2 + y^2 = 16 \end{cases} \qquad (2)$$

sistema orqali beriladi. Ko'rinib turibdiki, (1) va (2) sistemalar teng kuchlidir.

Sirtlarning shakli va ulchamlarini o'rganishda ularni koordinat tekisliklariga parallel tekisliklar bilan kesish va keimda hosil bo'lgan chiziqlarning koordinata tekisliklariga proyeksiyalarni qarash muhim ahamiyatga ega.

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

1) Sirt nima?
2) Ikkinchi tartibli sirtning umumiy tenglamasini yozing?
3)) $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ tenglama ikkinchi tartibli sirtmi?

1.3.2-b. Blits-so'rov uchun savollar

1. paraboli silindr nima.
2. geperbolik silindr nima.

1.3.2-v. Og'zaki so'rov uchun savollar

1. **Ikkinchi tartibli sirtning A,B,S koeffisiyentlarining o'zgarishiga qarab xosil bo'ladigan sirtlarning nomlarini ayting.**
2. **Analitik geometriyaning birinchi masalasi buyicha qaysi ikkinchi tartibli sirtni tenglamasini keltirib chikarish mumkinmi.**

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- *takrorlash va mashqlar*: takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;
- *yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish*: yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- *ilmiy xarakterdagi ishlar*: muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Vilenkin N.Ya. va boshš. Matematika. –M.: Prosveщyeniye. 1985.
2. Rajabov F., Nurmetov A. Analitik geometriya va chizišli algebra. –T.: O'qituvchi. 1990.
3.A.V.Pogorelov. Analitik geometriya. –T.: Œšituvchi. 1983.
4.Shneyder, A.I. Sluskiy, A.S.Shumov. Kratkiy kurs vishiey matematiki. –M.: Visshaya shkola. 1972.
5.Ilin V.I., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. –M.: Nauka. 1988.
6.Ibroximov M. Matematikadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi 1994.

Qo'shincha adabiyotlar

7.Šabulov V.Š. Rašamli avtomatlar, algoritmlar. –T.: Œšituvchi, 1980.
8.Vlenkin N.Ya. Zadachnik-praktikum po matematike. –M.: Prosveщyeniye. 1977.
9.Ochilova X., Nazarov N. Geometriyadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi, 1983.
10. Shodiyev T. Analitik geometriyadan šœllanma. –T.: Œšituvchi, 1973.
11. Postushenko A.S. Vыsщaya matematika. –M.: Vыsщaya shkola, 2002.
12. Beklemishev D.V. Kurs analiticheskoy geometrii i lininoy algebrы. –M.: Fizmatlit, 2000.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. "Insert" texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kewlayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;
- "Insert" jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to'ldirish:

Agar «!» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki siz o'ylagan fikrga to'g'ri kelayotganini o'qiyapsiz;
Agar «–» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki tyo'g'ri deb o'ylaganingizga mutlaqo zid bo'lganini o'qiyapsiz;
Agar «+» bo'lsa siz o'qityotganingiz siz uchun yangilik;
Agar «?» bo'lsa, siz o'qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko'proq ma`lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o'z do'stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo'lib hurmar ko'rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o'ziga kerak paytda yordam so'rashi kerak;
- Har kim undan yordam so'ralganda yordam ko'rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o'zgalarga yordam berib o'zimiz o'rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

Mavzu 19. Ellipsoid, giperboloid va paraboloid

Ma`ruzaga reja-topshiriqlar

Fan: Analitik geometriya va chiziqli algebra

O'quv soati: 2 soat (ma`ruza);

O'quv mashg'uloti turi: ma`ruza; yangi bilimlarni mustahkamlash va o'rganish.

Ma`ruza rejasi:

1. Ellipsoid.

2. Giperboloid.
3. Paraboloid.

O'quv mashg'uloti maqsadi:

O'quv fani to'g'risida umumiy ta`surotlar berish, vektorlar va keyinchalik kasbiy faoliyatidagi roli.

O'quv mashg'uloti vazifasi:

13. *O'rgatuvchi*: talabalarda qabul qilish faoliyatini tashkil qilish, yangi materialni boshlang'ich esda qoldirish va anglash; Analitik geometriya va chiziqli algebra fanning terminlari, iboralarini xarakterlovchi elementlar; talabalarning matematik fikrlashini rivojlantirish muammoli masalalarni yechimini mahoratini oshirish fanni o'ganishda matematik simvollarning hususiyatlari bilan tanishtirish;
14. *Rivojlantiruvchi*: kitob matni bilan ishlay bilishligi – mag'zlarini tanlab olish, tahlil qilish; hulosa chiqarish, materialni talabalarning izlash faoliyatini stimullashtirish; hususiydan umumiy holga o'tish usuli bilan tekshirish; tekshirish natijalarini tahlil qilib va uni umumlashtira olishini rivojlantirish; analitik-sintetik faoliyatning mantiqiy fikrlashini qo'llash; talabalarning ijodiy mahoratini shakillantirish;
15. *Tarbiyalovchi:* aktiv faoliyatga, mustaqil ishga jalb qilish; guruhlarda ishlash qoidalariga rioya qila olish; fanni o'rganishga qiziqishni rivojlantirish; fanning matematik-komunikativ kursni bir qismi sifatida tassavur berish; javobgarlik tuyg'ularini tarbiyalash, mehnatsevarlik, individual ishni jamoaviy ish bilan biriktirish, intizomlashtirish.

O'qitish texnologiyasi:

- *O'qutish usullari*: instruktaj; Ma`ruza, aqliy hujum, "Insert" texnikasi;
- *O'qitish shakillari*: frontal; jamoaviy;
- *O'qitish vositalari*: Ma`ruza matni; jadvallar, multimediya;
- *O'qitish sharoitlari*: texnik jihozlashtirilgan auditoriya;
- *Baholash va monitoring*: o'g'zaki savol-javob, blits-so'rov.

Pedagogik masalalar:

- Fanning masalalari va uning o'quv fanlar stemasidagi o'rni va roli bilan tanishtirish;
- O'quv fanning tuzulmasi va tavsiya etiladigan o'quv-metodik dabiyotlarni tasvirlash;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlarini ochib berish, baholash shakli va muddatlari;
- Fan ma`ruzasi paytida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy bosqichlarini xarakterlab berish va umumiy sxemasini tushuntirish.
- O'qitish texnologiyasi rivojlanishi perspektivasini xarakterlab berish;

O'quv faoliyati natijalari:

- Fan ma`ruzasi masalalari, maqsadlari va nomlari shakillanadi;
- Oily matematika doirasidagi yutuqlar yoritiladi;
- Fan sohasida metodik va tashkiliy xususiyatlari hamda baholash shakli va muddatlari aytiladi
- Fan ma`ruzasida o'qitish jarayonini tashkil qilishning umumiy sxemasini kengaytirib xatakterlab beradi;
- Fanning asosiy ta`riflarini beradi, oily matematika fani ma`ruzalarining asosiy yo'nalishlari beriladi;
- Nazariy bilimlarning to'liqligi, sistemaliyligi va harakatliyligi;
- Amaliy mag'ulotlarni bajarishda o'rganilgan iboralarbilan ishlay olishligi;

- **1.2. Ma`ruzaning xronologik xaritasi**

1 bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: tayyorgarlikni tekshirish (davomat, konspektning borligi; o'ziga ishonch, aniqligi,); kerakli materiallarni tarqatish (konspekt, tarqatma materiallar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadini bayon qilish; o'quv mashg'ulotning rajasi bilan tanishtirish; kalit iboralar va so'zlar, kategoriyalar; internet saytlari va adabiyotlar ro'yhati; o'quv natijalari haqida aytish;
- *Talabalar faoliyati*: o'quv joyini tayyorlash (talabalar borligi; tashqi ko'rinish; o'quv materiallar va qo'llanmalar); ma`ruzaning mavzusi va maqsadi bilan tanishish; o'quv materialini qabul qilishga tayyorgarlik ko'rish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: instruktaj; frontal so'rov; mustahkamlovchi so'rov.

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa):

- *O'qituvchining faoliyati*: mavzuga kiritadi; yangi mavzuga doir o'tgan fanlar va mashg'ulotlarning mavzularini eslashga chorlaydi; ma`ruza matnini tarqatadi, tanishishni taklif etadi, "Insert" usuli bilan belgilar qo'yishni taklif etadi; birinchi savol bo'yicha matn o'qiladi; qo'shimcha o'quv materiallarini aytib boorish va tushuncha berish; natural obektlarni namnoyon qilish va izohlash; tushunarsiz savollarni aniqlash va tushintirish; birinchi savol bo'yicha nazar (shunday qilib qolgan savollarga ham);
- *Talabalar faoliyati*: yangi mavzuda doir oldingi mashg'ulotlarda va fanlarda olgan bilimlarni mustahkamlaydi,; har bir kalit ibora va terminlarni eshitib, yozib borib, konspekt qilib aytib borishadi; "Insert" usuli bilan belgilan o'qiydilar, aniqlik kiritadilar, savollar beradilar va o'zaro;
- *Shakillar, usular, uslublar*: frontav so'rov blits-so'rov; aqliy hujum, "Insert" texnikasi.

3 bosqich. Yakunlovchi qisim (10 daqiqa)

- *O'qituvchining faoliyati:* mnavzu bo'yicha hulosa qilish, talabalarning e`tiborlarini asosiylarda jalb qilish; qilingan ishning muhimligini aytib o'tish; alohida talabalarning bajarilgan ishlarini baholash; o'zaro baholashning natijalarini chiqarish; o'quv mashg'ulotning yutuqlik darajasini baholash va tahlil qilish; mustaqil ish uchun topshiriqlar; baho ko'rsatgichlari va me`zonlari;
- *Talabalar faoliyati: ishning* tahlili; natijalarni olish; texnologik bilimlarni qo'llash; o'zaro baholashni o'tkazish, yo'l qo'yilgan hatolar bo'yicha tahlil va aniqlik kiritish; mustaqil ish topshiriqlarini yozib olish;
- *Shakillar, usular, uslublar*: guruhlarda ishlash, kartochkalarda topshiriqlar.

1.3. O'quv-metodik materiallar

Ma`ruza rejasi:

1. Ellipsoid.
2. Giperboloid.
3. Paraboloid.

Kalit so'zlar: Nukta, jism, konus, silindr, turtburchak parallelogram, aylana, sfera, ellips, giperbala, parabola.

1.3.1. Ma`ruza matni
Ellipsoid.

To'g'ri burchakli Dekart koordinatalar sistemasida

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1 \qquad (1)$$

tenglama bilan ifodalanadigan sirt ellipsoid deyiladi. a,b,c ellipsoidning yarim o'qlari deyiladi. Agar a,b,c lar bir-biriga teng bo'lmasa (1) uch o'qli ellipsoid deyiladi. Agar $a=b=c$ bo'lsa (1) dan markazi koordinata boshida va radiusi $R=a$ bo'lgan sfera hosil bo'ladi.

(1) tenglama bilan berilgan ellipsoidni shaklini va ba'zi geometrik xossalarini aniqlaylik:

1. (1) bilan

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2E_1xy + 2E_2xz + 2E_3yz + 2A_1x + 2B_1y + 2C_1z + F = 0$$

ni sollishtirsak ellipsoid ikkini tartibli sirt ekanligi kelib chiqadi.

2. (1) da uchta musbat sonni yig'indisi birga tengligida $\frac{x^2}{a^2} \le 1, \frac{y^2}{b^2} \le 1, \frac{z^2}{c^2} \le 1$ yoki $x^2 \le a^2, y^2 \le b^2$, $z^2 \le c^2$ bu tengsizliklardan

$$-a \le x \le a, \ -b \le y \le b, \ -c \le z \le c \qquad (2)$$

Demak ellipsoid chegaralangan sirt bo'lib, kirralari $2a, 2b, 2c$ to'g'ri burchakli parallelepiped ichiga joylashgan figuradan iborat.

3. (1) va (2) dan ko'rinadiki, agar (1) dagi qo'shiluvchilardan birortasi birga teng bo'lsa, kolgan ikkitasi nolga teng bo'lishi kerak. Masalan: $\frac{x^2}{a^2} = 1$ bo'lsa $x = \pm a$, $y = 0$, $z = 0$, bo'ladi va (1) ellipsoid OX o'qini $A_1(a;0;0)$, $A_2(-a;0;0)$ nuqtalarda kesib o'tadi. Xuddi shuningdek (1) ellips OU o'qini $B_1(0;b;0)$, $B_2(0;-b;0)$, OZ o'qini esa $C_1(0;0;c)$, $C_2(0;0;-c)$ nuqtalarda kesib o'tadi.

4. Endi (1) ellipsoidni koordinata tekisliklari bilan kesishishidan hosil bo'ladigan chiziqlarni aniqlaymiz:

a) Ellipsoidni XOY tekislik bilan kesaylik. Bu holda $\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \\ z = 0 \end{cases}$ yoki $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, ya'ni XOY tekislikda yarim o'qlari a va b ga teng bo'lgan ellips hosil bo'ladi.

v) Endi ellipsoidni XOZ tekisligi bilan kesak $\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \\ y = 0 \end{cases}$ yoki $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, bu esa XOZ tekislikda yarim o'qlari a va c ga teng bo'lgan ellipsdir.

s) Endi YOZ tekislik bilan kessak $\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \\ x = 0 \end{cases}$ yoki $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, bu esa YOZ tekislikda yarim o'qlari b va c bo'lgan ellips tenglamasidir.

5. Endi (1) ellipsoidni koordinata tekisliklariga parallel tekisliklar bilan kesganda hosil bo'ladigan chiziqlarni o'rganamiz:

a) Ellipsoidni XOU ga parallel $z = h$ tekislik bilan kesaylik $\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \\ z = h \end{cases}$ yoki $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{h^2}{c^2}$. Bu yerda quyidagi uch xil bo'lishi mumkin:

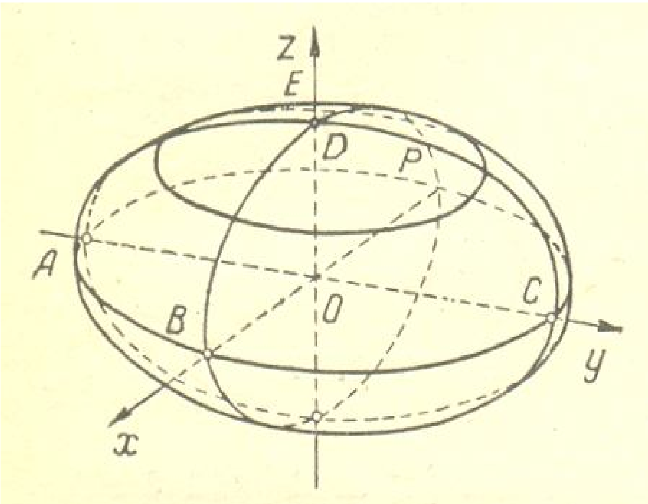
a) $-c < h < c$ bo'lsa $1 - \frac{h^2}{c^2} > 0$ bo'lib $\frac{x^2}{a^2(1 - \frac{h^2}{c^2})} + \frac{y^2}{b^2(1 - \frac{h^2}{c^2})} = 1$ tenglamaga ega bo'laymiz, bu esa $z = h$ tekislikda markazi $(0;0;h)$ nuqta bo'lgan ellips tenglamasidir.

v) $h = c$ yoki $h = -c$ bo'lsa $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$ bo'lib $x = 0, y = 0$ bo'ladi. Demak $z = \pm c$ tekisliklar $(0;0;c)$ va $(0;0;-c)$ nuqtalarda ellipsoidga o'tkazilgan urinma tekislikni ifodalaydi.

s) $h > c$ yoki $h > -c$ bo'lsa $1-\frac{h^2}{c^2}<0$ bo'lib, $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}<0$ bo'lib, ya'ni tekislik ellipsoid bilan kesishmaydi.

Xuddi shuningdek XOZ va YOZ tekisliklarga parallel bo'lgan tekisklar bilan ellipsoidning kesishuvini tekishirib tahlil kilsak ellipslar hosil bo'lganini ko'ramiz.

6. (1) tenglamada x, y, z lar juft darajada bo'lganidan ellipsoid koordinata boshiga nisbatan simmetrik degan xulosaga kelamiz. Bu 1 – 6 ma'lumotlar (.1) ellipsoidan shakli kesimlarda ellipslar hosil bo'lishidan (1-rasm) ko'rinishda bo'lada degan xulosaga kelamiz. Xususiy holda $a=b\neq c$ bo'lsa $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ aylanma ellipsoid hosil bo'ladi.



1-rasm

Giperboloidlar.

Analitik geometriyada ikki xil, ya'ni bir pallali va ikki pallali giperboloidlar o'rganiladi. Biz ularni alohida navbat bilan o'rganamiz.

<u>Bir pallali giperpoloid.</u>

To'g'ri burchakli Dekart koordinatalar sistemasida $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ (3) tenglama bilan ifodalanadigan sirtga bir pallali giperpoloid deyiladi. Bir pallali giperpoloidni yasaymiz: uni koordinata tekisliklari unga parallel bo'lgan tekisliklar bilan kesamiz:

1. XOU tekislik bilan kesak $\begin{cases}\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1\\ z=0\end{cases}$ yoki $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$. (4)

Bu chiziq XOU koordinata tekislikgida yarim o'qlari a, b bo'lgan ellipsdir. Agar uni XOU tekislikka parallel $z=h$ tekislik bilan kessak

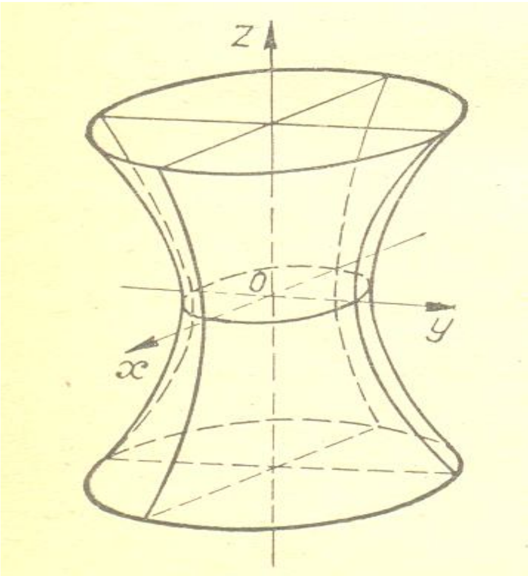
$$\begin{cases}\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1\\ z=h\end{cases} \quad \text{yoki } \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1+\frac{h^2}{c^2}. \qquad (5)$$

Hosil bo'lgan egri chiziq $z=h$ tekislikda markazi $(0;0;h)$ nuqtada bo'lib yarim o'qlari $a_1=a\sqrt{1+\frac{h^2}{c^2}}$, $b_1=b\sqrt{1+\frac{h^2}{c^2}}$ lardan iborat ellipsdir. Bunda h ning qiymati $-\infty$ dan ∞ gacha o'zgargan a_1 va b_1 haqiqiy qiymatlarga ega bo'ladi. Endi (3) giperboloidni XOZ va YOZ tekisliklar bilan kessak

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=1 \qquad (6)$$

va
$$\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1 \qquad (7)$$

giperbolalarga ega bo'lishi (6) giperbolani haqiqiy o'qi OX bo'lib, (7) niki OU dir. Ravshanki (5) tenglama bilan ifodalangan ellipsning yarim o'qlari (6) va (7) giperbolaning haqiqiy o'qlari a,b ga proporsional bo'ladi. Shuning uchun bir pallali giperboloid (4) ellipsni XOY tekislikka parallel siljitishdan va bu harakat paytida u (6) va (7) giperbolalar shoxlari buyicha sirpanib borishidan hosil bo'ladi deb qarash mumkin.



2- rasm

Bu tekshirishlar bir pallali giperpoploid da keltirilgan cheksiz uzun va XOU tekislikdan har ikki tomonga uzoqlashgan sari kengayib boruvchi trubkasimon sirt ekanini kursatadi. (3) tenglamada a,b,c lar bir kovakli giperboloidning yarim o'qlari deyiladi. Agar $a=b$ bo'lsa (4) aylanma aylanadi. Shu sababli $a=b$ bo'lsa bir pallali giperboloidni (6) yoki (6) giperbolaning OZ o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt deb qarash mumkin. Bu sirt tenglamasi $\frac{x^2+y^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ bo'ladi.

Ikki pallali giperboloid.

To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1 \qquad (8)$$

tenglama bilan ifodalanadigan sirt ikki pallali giperboloid deyiladi.

a,b,c sonlar ikki pallali giperboloidning yarim o'qlari deyiladi. Agar $a=b$ bo'lsa (8) tenglama $\frac{x^2+y^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$ ko'rinishni oladi va tenglama bilan ifodalangan sirt $\frac{z^2}{c^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ giperbolani OZ o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'ladi va shu sababli uni yasash qiyin bo'lmaydi.

Endi (8) sirtni yasash bilan shug'ullanamiz. Bu sirtni XOZ(y = 0) va YOZ(x = 0) tekisliklar bilan kessak, kesimda

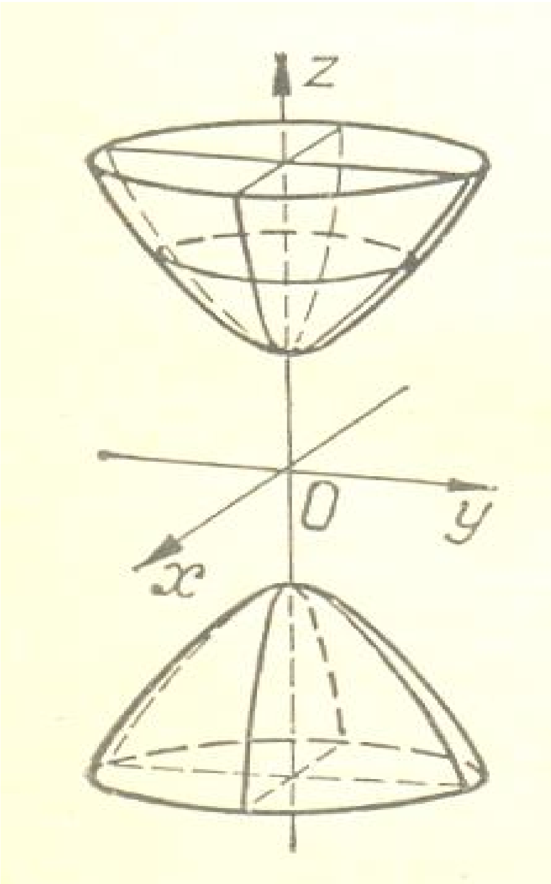
$$\frac{z^2}{c^2}-\frac{x^2}{a^2}=1 \quad (9),$$

$$\frac{z^2}{c^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \quad (10)$$

giperbolalar hosil bo'ladi. (9) va (10) giperbolalarning har ikkalasini ham haqiqiy o'qi OZ o'qi bo'lib, ular OZ o'qini $(0;0;c)$ va $(0;0;-c)$ nuqtalarda kesib o'tadi. Endi (8) sirtni XOU tiyekislikka parallel $z=h$ tekislik bilan kesamiz (31.6) XOU tekislik bilan kesishmaydi

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1 \\ z=h \end{cases} \quad \text{yoki } \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=\frac{h^2}{c^2}-1. \quad (11)$$

(11) yarim o'qlari $a_1=a\sqrt{\frac{h^2}{c^2}-1}$, $b_1=b\sqrt{\frac{h^2}{c^2}-1}$ bo'lgan ellipsni $|h|\geq c$ shartda tenglamasidir. $|h|\langle c$ bo'lganda $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\langle 0$ bo'lim mavxum ellips hosil bo'ladi. $|h|$ ning qiymati c dan ∞ gacha o'zgarganda a_1 va b_1 yarim o'qlar 0 dan ∞ gacha usadi va c usib borgan sari ellipsning yarim o'qlari va o'zi kattalashadi. (8) tenglamada x,y,z lar juft darajada bo'lganligidan koordinata boshiga va koordinata tekisliklariga nisbatan shakli simmetrik ekanligi kelib chiqadi. Kesimda hosil bo'lgan chiziqlar va qilingan tahlillarga tayanib ikki pallali giperboloid ikkita cho'qur elliptik vaza va $a=b$ bo'lganda ikkita cho'qur kosa shakldagi da tasvirilangan sirtdan iborat ekan degan xulosaga kelamiz.



3- rasm

Elliptik paraboloid.

To'g'ri burchakli Dekart koordinatalar sistemasida

$$z=\frac{x^2}{2p}+\frac{y^2}{2q},(p>0,q>0) \quad (12)$$

tenglama bilan ifodalangan sirt elliptik paraboloid deb ataladi.

Elliptik paraboloidni yasash uchun XOZ(y = 0) va YOZ(x = 0) tekisliklar bilan kelamiz:

$$\begin{cases} z=\frac{x^2}{2p}+\frac{y^2}{2q}=0 \\ y=0 \end{cases}, x^2=2pz \quad (13),$$

$$\begin{cases} z=\frac{x^2}{2p}+\frac{y^2}{2q}=0 \\ x=0 \end{cases}, y^2=2qz \quad (14)$$

(13) va (14) tenglama bilan ifodalangan chiziqlar simmetriya o'qi OZ bo'lgan, XOY tekislikdan yuqorida joylashgan parabolalarni tasvirlaydi.

Endi (12) sirtni XOY tekisligiga parallel bo'lgan $z=h$ tekislik bilan kelamiz:

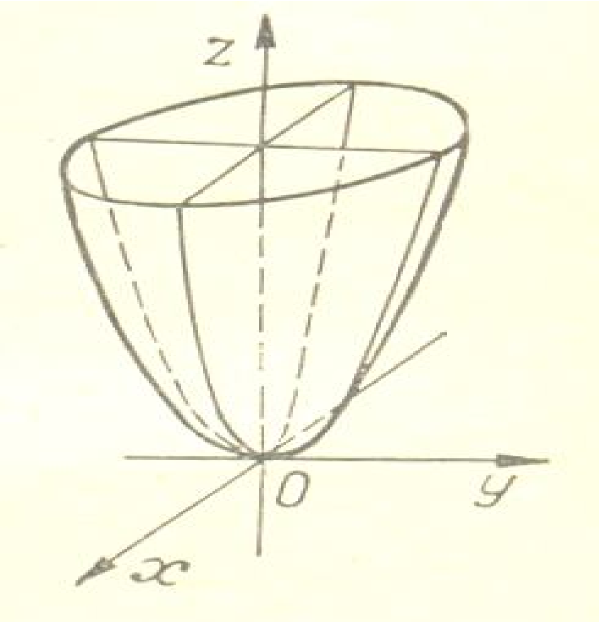
$$\begin{cases} z=\frac{x^2}{2p}+\frac{y^2}{2q}=0 \\ z=h \end{cases} \text{ёки } \frac{x^2}{2p}+\frac{y^2}{2q}=h \quad (15)$$

(15) chiziq yarim o'qlari $a_1 = \sqrt{2ph}$, $b_1 = \sqrt{2qh}$ bo'lgan ellipsdir. Ravshanki $h \geq 0$, agar $h = 0$ bo'lsa (12) paraboloid XOU tekislikka urinadi. h ning qiymati 0 dan ∞ gacha o'zgarsa a_1 va b_1 o'qlar ham 0 dan ∞ gacha kattalashib boradi, ya'ni $z = h$ tekislik (3) elliptik paraboloidni kesishidan hosil bo'lgan XOY tekislikka parallel kesim yuqoriga ko'tarilgan sari ellips kattalasha boradi. Bu tahlillar elliptik paraboloid (4- rasm) da keltirilga shaklda bo'lishini bildiradi.

$p = q$ bo'lsa (13) va (14) parabolalar tenglashadi, (14) ellips esa aylanaga aylanadi. Bu holda (12) tenglama

$$z = \frac{x^2 + y^2}{2p} \qquad (16)$$

ko'rinishni oladi va (13) yoki (14) parabolani OZ o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'ladi deb qarash mumkin.



4- rasm

Giperbolik paraboloid.

To'g'ri burchakli Dekart koordinatalar sistemasida

$$z = \frac{x^2}{2p} - \frac{y^2}{2q}, (p > 0,\ q > 0) \qquad (17)$$

tenglama bilan ifodalangan sirt giperbolik paraboloid deyiladi.

Giperbolik paraboliidning shaklini aniqlash uchun parallel kesimlar usulini qo'llaymiz: (17) sirtni XOZ(y = 0) tekislik bilan kessak

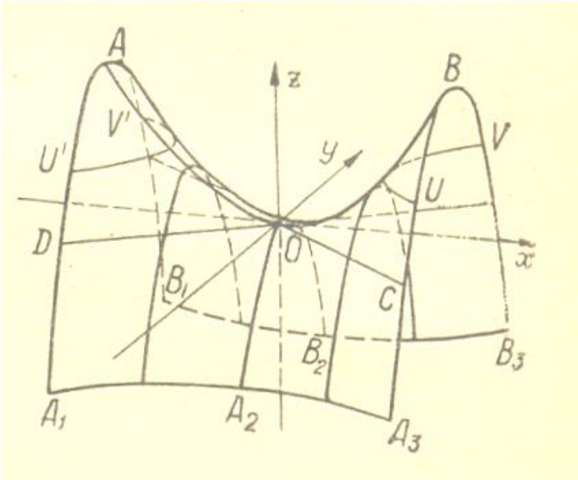
$$\begin{cases} z = \dfrac{x^2}{2p} - \dfrac{y^2}{2q}, \\ y = 0 \end{cases} x^2 = 2pz \quad (18)$$

parabola hosil bo'ladi. (18) simmetriya o'qi OZ bo'lib, kababkrikligi "pastga" qaragan paraboladir. Endi (17) ni YOZ tekislikka parallel $x = h$ tekislik bilan kessak:

$$\begin{cases} z = \dfrac{x^2}{2p} - \dfrac{y^2}{2q} \\ x = h \end{cases} \text{yoki } y^2 = -2q\left(z - \frac{h^2}{2p}\right) \quad (19)$$

$h = 0$ bo'lsak bu chiziq simmetriya o'qi OZ bo'lib koordinata boshidan o'tuvchi kabarikligi "yuqoriga" qaragan parabola bo'lib, $h \neq 0$ bo'lsa uchi (33.2) parabola uchi bilan bir nuqtada bo'lib (19) parabola shu parabolaga parallel bo'lgan parabolalarni bildirish. Endi (17) sirtni XOU tekislikka parallel $z = h$ tekislik bilan kesamiz.

$$\begin{cases} z = \dfrac{x^2}{2p} - \dfrac{y^2}{2q} = 0 \\ z = h \end{cases}, \frac{x^2}{2p} - \frac{y^2}{2q} = h \quad (20)$$



Bu chiziq haqiqiy o'qi $z = h$ tekislikda bo'lib, $h \rangle 0$ bo'lganda OX o'qka parllel giperbolan, $h \langle 0$ bo'lganda esa haqiqiy o'qi OU o'qka parallel giperbolani tasvirlaydi, $h = 0$ bo'lsa (20) dan $\frac{x}{\sqrt{p}} + \frac{y}{\sqrt{q}} = 0$ va $\frac{x}{\sqrt{p}} - \frac{y}{\sqrt{q}} = 0$ hosil bo'ladi.

5- rasm

Bu tenglamalar koordinata boshidan o'tgan to'g'ri chiziq tenglamalaridir.

Yuqoridagi tahlillardan ko'rinadiki giperbolik parboloid 45 da kursatilgan egar shaklda bo'lishi kelib chiqadi. (17) tenglamada x va y lar kvadratda qatnashganidan XOZ va YOZ tekisliklar giperbolik paraboloidning simmetriya tekisliklari bo'ladi. $O(0;0;0)$ nuqtagiperbolik paraboloidni uchi p, q sonlar uning parametrlari deyiladi.

1.3.2-a. Frontal so'rov uchun savollar

1) Sirt nima?
2) Ikkinchi tartibli sirtning umumiy tenglamasini yozing?
3) Ikkinchi tartibli sirtning A,B,S koeffisiyentlarining o'zgarishiga qarab xosil bo'ladigan sirtlarning nomlarini ayting.
4) $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ tenglama ikkinchi tartibli sirtmi?
5) Analitik geometriyaning birinchi masalasi buyicha kaysi ikkinchi tartibli sirtni tenglamasini keltirib chikarish mumkin

1.3.2-b. Blits-so'rov uchun savollar

1) Analitik geometriyanig ikkinchi masalasi nima?
2) Sirtni paralel kesish usuli bilan yasashning moxiyatini ayting.
3) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ **sirt nima deb nomlanadi? Uni yasang.**
4) $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{4} = 1$ **sirtni yasang.**
5) $z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$ **sirtni yasang.**
6) $z^2 = \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4}$ **sirtni yasang**

1.3.2-v. Og'zaki so'rov uchun savollar

1.3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar

- *takrorlash va mashqlar*: takrorlash, o'z-o'zini tekshirish, tahlil, qayta ishlash, mustahkamlash, eslab qolish, chuqurlashtirish;

- *yangi materiallarning mustaqil o'zlashtirish*: yangi adabiy va internet materiallar, konspekt qo'shimchasi; mustaqil iboralar tuzish;
- *ilmiy xarakterdagi ishlar*: muammoli holatlar, testlar, savollar, topshiriqlar tuzish; topshiriqlarni bajarish.

1.3.4. Kartochkalar uchun testlar

1.3.5. Tavsiya etilgan adabiyotlar

Asosiy

1. Vilenkin N.Ya. va boshš. Matematika. –M.: Prosвещyeniye. 1985.
2. Rajabov F., Nurmetov A. Analitik geometriya va chizišli algebra. –T.: O'qituvchi. 1990.
3. A.V.Pogorelov. Analitik geometriya. –T.: Œšituvchi. 1983.
4. Shneyder, A.I. Sluskiy, A.S.Shumov. Kratkiy kurs vishiey matematiki. –M.: Visshaya shkola. 1972.
5. Ilin V.I., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. –M.: Nauka. 1988.
6. Ibroximov M. Matematikadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi 1994.

Qo'shincha adabiyotlar

7. Šabulov V.Š. Rašamli avtomatlar, algoritmlar. –T.: Œšituvchi, 1980.
8. Vlenkin N.Ya. Zadachnik-praktikum po matematike. –M.: Prosвещyeniye. 1977.
9. Ochilova X., Nazarov N. Geometriyadan masalalar tœplami. –T.: Œšituvchi, 1983.
10. Shodiyev T. Analitik geometriyadan šœllanma. –T.: Œšituvchi, 1973.
11. Postushenko A.S. Vысщaya matematika. –M.: Vысщaya shkola, 2002.
12. Beklemishev D.V. Kurs analiticheskoy geometrii i lininoy algebrы. –M.: Fizmatlit, 2000.

1.4. O'qitish usullari qoidalari

1.4.1. Aqliy hujum qoidalari

- Hech qanday o'zaro baholash va tanqid;
- Taklif etilayotgan g'oyalarni baholashdan o'zingni tiy, hatto ular fantastic va iloji yo'q bo'lsa ham – hammasi mumkin;
- Tanqid qilma – hamma aytilgan g'oyalar birhirda;
- Bayon qiluvchi gapini bo'lma;
- Izoh berishdan o'zingni tiy;
- Maqsad bu - miqdor;
- Qancha g'oyalar ko'p bo'lsa chuncha yaxshi: yangi va zarur g'oya tug'ulishi imkoniyati ko'proq
- Agar g'oyalar takrorlansa o'ksinma,
- Tasavvuringga erk ber;
- Senda yaralgan g'oyalarni tashlama, agal ular sening nazaringda qabul qilingan sxemaga tegishli bo'lmasa ham;
- Bu muammo aniq usullar bilan yechiladi deb o'ylama.

1.4.2. "Insert" texnikasi qoidalari

- Matndi o'qib, ularda savollat tug'dirayotgan joylarni, ularni bilimlariga mos kewlayotgan va mos kelmayotgan joylarni qalam bilan belgilab qo'yiladi;
- "Insert" jadvalini quyidagi belgilashlar bilan to'ldirish:
  Agar «!» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki siz o'ylagan fikrga to'g'ri kelayotganini o'qiyapsiz;
  Agar «–» bo'lsa siz o'z bilimingizga yoki tyo'g'ri deb o'ylaganingizga mutlaqo zid bo'lganini o'qiyapsiz;
  Agar «+» bo'lsa siz o'qityotganingiz siz uchun yangilik;
  Agar «?» bo'lsa, siz o'qiyotganingiz siz uchun tushunarsiz yoki siz bu savolga yanada ko'proq ma`lumotlar olishni istaysiz.

1.4.3. Guruhlarda ishlash qoidalari

- Hamma o'z do'stlarini tinglashi kerak, unga yaxshi munosabatda bo'lib hurmar ko'rsatishi kerak;
- Hamma aktiv harakat qilishi lozim; berilgan topshiriqqa nisbatan birgalikda va javobgarlik bilan ishlashi kerak;
- Har kim o'ziga kerak paytda yordam so'rashi kerak;
- Har kim undan yordam so'ralganda yordam ko'rsatishi kerak;
- Guruhning ish natijalarini baholashda ishtirok etishi lozim;
- Biz bir kemadamiz, o'zgalarga yordam berib o'zimiz o'rganamiz, shuni har kim tushunishi lozim;

A M A L I Y
M A SH G' U L O T

Mavzu 1. 2- tartibli determenantlar Ikki nomalumli ikkita tenglamalr sistemasi

Amaliy mashg'ulotlar rejasi

Fan: "Analitik geometriya va chiziqli algebra".
O'quv soati: 2 s. (amaliy)

O’quv mashg’ulotlar turi: kartochka, topshiriq, o’quv materiallar va metodik qullanma vositasi bilan amaliy mashg’ulotlar.
O’quv mashg’ulotlar rejasi:
- tarqatma materiallar tayyorlash.
- o’quv masalalari.
- Misol va masalalar echish
- Yakuniy tahlil

O’quv mashg’ulotlar maqsadi:
Misol va masalalar echish vositasi bilan Nazariy bilimlarni amaliy mashg’ulotlar bilan chuqurlashtirish
O’quv mashg’ulotlar vazifasi:
- *o’qituvchi:* mavzu bo’yicha olgan bilimlarni sistemalashtirish va mustahkamlash
- *rivojlantiruvchi:* o’rganish tajribasini oshirish, Аналитик геометрия nazariyasini o’rganish, analiz va o’rganish natijalarini umumlashtirish mahoratini rivojlantirish; student ijodiy mahoratini shakllantirish;
- *tarbiyaviy:* mustaqil izlanish mahoratini uyg’otish ; jamoa bilan ish yuritish qoidalariga bo’ysunish. Fanga qiziqishni rivojlantirish, ma’suliyatni his qilish , mehnatsevarlik, individual ishni kollektiv bilan moslashni o’rgatish.

O’qitish texnologiyasi:
- *o’qitish metodlari*: individual savol-javob; birga o’qitish;o’quv qo’llanmalarga asoslanib teoremalarni isbotlash, misollar echish mahoratini o’rgatish
- *o’qitish shakllari:* individual, kollektiv.
- *o’qitish vositalari:* daftarda va dockada misol va masalalar echish, metodik ishlanmalar va amaliy ko’rsatmalar
- *o’qtish shartlari:* auditoriya
- *monitoring va baholash:* og’zaki nazorat, individual savol-javob , material tushuntirilishi, nazorat ishi.

Pedagogik masalalar :
- mavzu bo’yicha bilimlarni mustahkamlash uchun o’rganuvchilarni anglash faoliyatini tashkillashtirish
- namuna bo’yicha amaliyotda bilimlarni mustahkamlash;
- mustaqil oliy matematika o’rganishni shakllantirish;

O’quv faoliyati natijalari:
- kurs mavzulari bo’yicha bilimlarni sistemalashtirish va mustahkamlashtirish;
- o’rgangan tushunchalar bilan amaliy mashgulotlarda ishlay olish;
- misol va masalalarni echishda, hamda teoremalar isbotlashda matematik terminalogiyalarni va tushunchalarni qo’llashni mustaqil o’rganish mahorati;
- mustaqil misol va masalalarni echa olish mahoratini oshirish;
- tajriba natijalarini analiz qila olish;

1.2 Amaliy mashg’ulotning xronologik xaritasi.

1 bosqich. O’quv mashg’ulotlarga kirish (10 daqiqa);

- *o’qituvchi faoliyati:* tayyorgarlikni tekshirish (konspektning mavjudligi; tayyorgarlik, qatiyatlik va aniqlik, davomat); zarur materillarni tarqatish (metodik qo’llanmalar,kartochkalar); amaliy darsning maqsadi va mavzuni aytish ; o’quv darsining rejasi bilan tanishtirish, tushuncha va jumlalar; adabiyotlar ruyxati; Reyting-kontrol sistemasi bilan tanishtirish; joriy nazorat baholash mezonlari;o’quv ishlari yakunlarining rejalarini taqdimlash;
- *talaba faoliyati:* o’quv joyini tayyorlash (o’quvchilarning borligi; tashqi ko’rinish; uquv va tarqatma materiallar); mavzu bilan tanishuv va o’quv dars maqsadi; o’quv materialni qabul qilishga tayorgarlik;

- *qabul qilish shakli metodlari:* og'zaki nazorat, individual savol-javob; ob'yektlar bilan ishlash; konspektlash;

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa);

- *o'qituvchi faoliyati:* mavzuni kiritish,Matematik fizika tenglamalarini o'rganish bilan bog'liq oldingi mavzuni eslashni taklif etish; amaliy mashg'ulotlar matnini tarqatish; qo'shimcha adabiyotlarda tushunchalar berish; ish usullari bilan tanishtirish; mashg'ulotlar tarqatish; tushunarsiz savollarni aniqlab, ularni echimi topishga yordamlash; gruppalarda ishlashni tashkillash; natijalarni muhokamalashtirish;
- *talaba faoliyati:* oldingi mavzu bo'yicha bilimlarni mustahkamlash; quloq solish, yozib olish; tushunchalar va terminlarni aytish; savol berishadi va muhokamalashishadi, aniqlashtirishadi; gruppalarda ishlashadi, misol va masalalar ishlashadi; olingan natijalar muhokamasiga qatnashishadi
- *qabul qilish shakli metodlari:* og'zaki nazorat, grupalarda individual savol-javob; misol va masalalar echimlarini daftarga yozib olish

3 bosqich. Yakuniy qism(10 daqiqa)

- *o'qituvchi faoliyati:* mavzu bo'yicha xulosa chiqarish; talabalarni fikrini bir joyga jamlash; qilingan ishlarning muhimligini aytib o'tish; javob bergan talabalarni ishini baholash; o'quv darsning maqsadiga erishish darajasini baholash va analizlashtirish; mustaqil ishlar topshiriqlari
- *talaba faoliyati:* ish analizi; misol va masalalar asosida malaka oshirish; o'zaro baholash o'tkazish; yo'l qo'yilgan xatolarnini aniqlash va analizlash; berilgan mustaqil ishlarni yozib olishadi;
- *qabul qilish shakli metodlari:* guruhda va individual ishlash; mustaqil ishlar uchun daftar tutish.

1.3 O'quv-uslubiy qo'llanma

O'quv mashg'ulotlar rejasi:

- metodik qullanmalar va topshiriqlar bilan ishlash
- Amaliy darslar uchun daftar tutish
- o'quv topshiriqlar
- amaliy ishlarni topshirish

1.3.1 Misol va mashqlar namoishi

2- tartibli determinant deb $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$ *simvol bilan belgilanuvчi va* $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1$ *tenglik bilan aniklanuvчi songa aytiladi.*

№ 8. Kuyidagi determinantlarni xisoblang

1) $\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 15+16=31$

2) $\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 5 \end{vmatrix} = 15-8=7$

3) $\begin{vmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$ 4) $\begin{vmatrix} 0{,}25 & 0{,}35 \\ 0{,}3 & 0{,}45 \end{vmatrix}$

Ikki nomaъlumli ikkita bir jinsli tenglamalar sistemasi.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \qquad (4)$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0 \quad bulsa \quad va \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}, \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \quad ;$$

$$X = \frac{\Delta_x}{\Delta}, \qquad Y = \frac{\Delta_y}{\Delta} \qquad (5)$$

Kramer koidasi bilan va matriцalar usuli yordamida kuyidagi tenglamalar sistemasini eчing.

1. $\begin{cases} 4x - 5y = 40 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$

3 $\begin{cases} x + y = 0 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$

4 $\begin{cases} x - y = -1 \\ x + y = 5 \end{cases}$

Mavzu. Vektorlarning skalyar ko'paytmasi

Amaliy mashg'ulotlar rejasi

Fan: "Analitik geometriya va chiziqli algebra".
O'quv soati: 2 s. (amaliy)
O'quv mashg'ulotlar turi: kartochka, topshiriq, o'quv materiallar va metodik qullanma vositasi bilan amaliy mashg'ulotlar.
O'quv mashg'ulotlar rejasi:

- tarqatma materiallar tayyorlash.
- o'quv masalalari.
- Misol va masalalar echish
- Yakuniy tahlil

O'quv mashg'ulotlar maqsadi:

Misol va masalalar echish vositasi bilan Nazariy bilimlarni amaliy mashg'ulotlar bilan chuqurlashtirish

O'quv mashg'ulotlar vazifasi:

- *o'qituvchi:* mavzu bo'yicha olgan bilimlarni sistemalashtirish va mustahkamlash

- *rivojlantiruvchi:* o'rganish tajribasini oshirish, Аналитик геометрия nazariyasini o'rganish, analiz va o'rganish natijalarini umumlashtirish mahoratini rivojlantirish; student ijodiy mahoratini shakllantirish;
- *tarbiyaviy:* mustaqil izlanish mahoratini uyg'otish ; jamoa bilan ish yuritish qoidalariga bo'ysunish. Fanga qiziqishni rivojlantirish, ma'suliyatni his qilish , mehnatsevarlik, individual ishni kollektiv bilan moslashni o'rgatish.

O'qitish texnologiyasi:

- *o'qitish metodlari*: individual savol-javob; birga o'qitish;o'quv qo'llanmalarga asoslanib teoremalarni isbotlash, misollar echish mahoratini o'rgatish
- *o'qitish shakllari:* individual, kollektiv.
- *o'qitish vositalari:* daftarda va dockada misol va masalalar echish, metodik ishlanmalar va amaliy ko'rsatmalar
- *o'qtish shartlari:* auditoriya
- *monitoring va baholash:* og'zaki nazorat, individual savol-javob , material tushuntirilishi, nazorat ishi.

Pedagogik masalalar :

- mavzu bo'yicha bilimlarni mustahkamlash uchun o'rganuvchilarni anglash faoliyatini tashkillashtirish
- namuna bo'yicha amaliyotda bilimlarni mustahkamlash;
- mustaqil oliy matematika o'rganishni shakllantirish;

O'quv faoliyati natijalari:

- kurs mavzulari bo'yicha bilimlarni sistemalashtirish va mustahkamlashtirish;
- o'rgangan tushunchalar bilan amaliy mashgulotlarda ishlay olish;
- misol va masalalarni echishda, hamda teoremalar isbotlashda matematik terminalogiyalarni va tushunchalarni qo'llashni mustaqil o'rganish mahorati;
- mustaqil misol va masalalarni echa olish mahoratini oshirish;
- tajriba natijalarini analiz qila olish;

1.2 Amaliy mashg'ulotning xronologik xaritasi.

1 bosqich. O'quv mashg'ulotlarga kirish (10 daqiqa);

- *o'qituvchi faoliyati:* tayyorgarlikni tekshirish (konspektning mavjudligi; tayyorgarlik, qatiyatlik va aniqlik, davomat); zarur materillarni tarqatish (metodik qo'llanmalar,kartochkalar); amaliy darsning maqsadi va mavzuni aytish ; o'quv darsining rejasi bilan tanishtirish, tushuncha va jumlalar; adabiyotlar ruyxati; Reyting-kontrol sistemasi bilan tanishtirish; joriy nazorat baholash mezonlari;o'quv ishlari yakunlarining rejalarini taqdimlash;
- *talaba faoliyati:* o'quv joyini tayyorlash (o'quvchilarning borligi; tashqi ko'rinish; uquv va tarqatma materiallar); mavzu bilan tanishuv va o'quv dars maqsadi; o'quv materialni qabul qilishga tayorgarlik;
- *qabul qilish shakli metodlari:* og'zaki nazorat, individual savol-javob; ob'yektlar bilan ishlash; konspektlash;

2 bosqich. Asosiy qism (60 daqiqa);

- *o'qituvchi faoliyati:* mavzuni kiritish,Matematik fizika tenglamalarini o'rganish bilan bog'liq oldingi mavzuni eslashni taklif etish; amaliy mashg'ulotlar matnini tarqatish; qo'shimcha adabiyotlarda tushunchalar berish; ish usullari bilan tanishtirish; mashg'ulotlar tarqatish; tushunarsiz savollarni aniqlab, ularni echimi topishga yordamlash; gruppalarda ishlashni tashkillash; natijalarni muhokamalashtirish;
- *talaba faoliyati:* oldingi mavzu bo'yicha bilimlarni mustahkamlash; quloq solish, yozib olish; tushunchalar va terminlarni aytish; savol berishadi va muhokamalashishadi, aniqlashtirishadi; gruppalarda ishlashadi, misol va masalalar ishlashadi; olingan natijalar muhokamasiga qatnashishadi

- *qabul qilish shakli metodlari:* og'zaki nazorat, grupalarda individual savol-javob; misol va masalalar echimlarini daftarga yozib olish

3 bosqich. Yakuniy qism(10 daqiqa)

- *o'qituvchi faoliyati:* mavzu bo'yicha xulosa chiqarish; talabalarni fikrini bir joyga jamlash; qilingan ishlarning muhimligini aytib o'tish; javob bergan talabalarni ishini baholash; o'quv darsning maqsadiga erishish darajasini baholash va analizlashtirish; mustaqil ishlar topshiriqlari
- *talaba faoliyati:* ish analizi; misol va masalalar asosida malaka oshirish; o'zaro baholash o'tkazish; yo'l qo'yilgan xatolarnini aniqlash va analizlash; berilgan mustaqil ishlarni yozib olishadi;
- *qabul qilish shakli metodlari:* guruhda va individual ishlash; mustaqil ishlar uchun daftar tutish.

1.3 O'quv-uslubiy qo'llanma

O'quv mashg'ulotlar rejasi:

- metodik qullanmalar va topshiriqlar bilan ishlash
- Amaliy darslar uchun daftar tutish
- o'quv topshiriqlar
- amaliy ishlarni topshirish

1.3.2 Misol va mashqlar namoishi

1. Учбурчакнинг учлари O(0;0), M_1 (3;5), M_2 (-2;3) нуқталарда жойлашган. Унинг юзаси топилсин.

Ечилиши. А. Агар учбурчакнинг $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$ учлари берилган бўлса, у ҳолда, бу учбурчак юзасини $S=\frac{1}{2}\{x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)\}$ формула бўйича ҳисоблаш мумкин. Бизнинг ҳолда:

$x_1=0$, $x_2=3$, $x_3=-2$, $y_1=0$, $y_2=5$, $y_3=3$.

Равшанки, бу қийматларни формулага қўйиб, $S=\frac{1}{2}\{0(5-3)+3(3-0)+(-2)(0-5)\}=9{,}5$ га эга бўламиз.

Б. $a=\vec{OM_1}=\{3;5\}$ ва $b=\vec{OM_2}=\{-2;3\}$ векторларни қараб чиқамиз. a ва b векторларнинг $a\times b$ векториал кўпайтмаси таърифига асосан, унинг катталиги, яъни $|a\times b|$ шу векторларга қурилган параллелограмнинг юзасига ёки шу векторларга қурилган учбурчак юзасининг иккиланганига тенг.

$a\times b=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 5 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \end{vmatrix}=19k$ бўлганлиги учун, равшанки, S=9,5.

2. A(2; -3; 1), B(4; 11; 6), C(4; -4; 3) учларнинг координаталари аниқ бўлган ҳолда ABC учбурчакда AB томон ва $\angle BAC$ бурчак катталиклари топилсин.

Ечилиши. $a=\vec{AB}=\{4-2;11\text{-}(\text{-}3);6\text{-}1\}=\{2;14;5\}$,

$b=\vec{AC}=\{4-2;\text{-}4+(\text{-}3);3\text{-}1\}=\{2;-1;2;\}$ *векторларни қараб чиқамиз:* $|a|=\sqrt{2^2+14^2+5^2}=15$, $|b|=\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}=3$. *AB томоннинг катталиги |a|=15 га тенг,* $\angle BAC$ *бурчак эса a ва b векторлар орасидаги бурчакга тенг ва уни* *қуйидаги формула бўйича аниқлаш мумкин:* $cos\varphi = \dfrac{ab}{|a||b|} = \dfrac{2\cdot 2 + 14\cdot(-1) + 5\cdot 2}{15\cdot 3} = 0$;

демак, $\varphi = \angle BAC = \dfrac{\pi}{2}$.

3. Учбурчакнинг учлари A (-2; 1; 3), B(2; -1; 7), C(11;2;-5) нуқталарда жойлашган. Унинг юзаси топилсин.

Ечилиши. $a = \vec{AB} = \{2-(-2);-1\text{-}1;7\text{ - }3\} = \{4;-2;4;\}$,

$b = \vec{AC} = \{11-(-2);\,2\text{ - }1;\text{-}5\text{ - }3\} = \{13;1;-8;\}$ векторларни қараб чиқамиз. Маълумки, *a* ва b векторларнинг векториал кўпайтмасининг катталиги бу векторларга қурилган параллелограмнинг юзасига ва демак иккиланган учбурчак юзасига тенг.

$$a\times b = \vec{AB}\times\vec{AB} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & -2 & 4 \\ 13 & 1 & -8 \end{vmatrix} = 12i + 84j - 30k,$$

$$|a\times b| = \sqrt{12^2 + 84^2 + (-30)^2} = 90$$

Демак, учбурчакнинг юзаси S=45.

4. *a*=i+3j-k, b=3i+2j, c=2i-j+3k бўлса, $(a\times b)\cdot c$ аралаш (векториал-скаляр) кўпайтма топилсин.

Ечилиши. Векторларнинг аралаш кўпайтмаси векторлар компоненталаридан тузилган учинчи тартибли детерминантнинг катталигига тенг, шунинг учун

$$(a\times b)\cdot c = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$= 1\cdot 2\cdot 3 + 3\cdot 0\cdot 2 + 3(-1)(-1) - (-1)\cdot 2\cdot 2 - 3\cdot 3\cdot 3 - 1\cdot(-1)\cdot 0 = -14.$$

5. A(2;1;5), B(4;0;8), C(6;-2;6), D(5;0;3) нуқталар берилган. ABCD тетраэдрнинг ҳажми ва D нуқтадан туширилган баландлиги топилсин.

Ечилиши. Қуйидаги векторларни қараймиз:

$$a = \overrightarrow{AB} = \{4-2;0-1;8-5\} = \{2;-1;3\},$$
$$b = \overrightarrow{AC} = \{6-2;-2-1;6-5\} = \{4;-3;1\},$$
$$c = \overrightarrow{AD} = \{5-2;0-1;3-5\} = \{3;-1;-2\}.$$

Аввало, ABC учбурчакнинг юзини қуйидаги формула бўйича ҳисоблаб чиқамиз:

$$S_\Delta = \frac{1}{2}|a\times b| = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right| = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & -3 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2}|8i + 10j + (-2)k| = \frac{1}{2}\sqrt{168} = \sqrt{42}.$$

Тетраэдрнинг ҳажми параллелепипед ҳажмининг $\frac{1}{6}$ қисмига тенг, ўз навбатида параллелепипеднинг ҳажми $(a\times b)c$ га, яъни $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ ва $\overrightarrow{AD}$ векторларнинг аралаш кўпайтмасига тенг:

$$V_{тетр} = \frac{1}{6}\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & -2 \end{vmatrix} = \frac{1}{6}(+12 - 3 - 12 + 27 - 8 + 2) = 3.$$

Бошқа томондан, тетраэдрнинг ҳажми асос юзининг баландликка кўпайтмасининг учдан бир қисмига тенг, яъни $V_{тетр}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}\cdot H$, бу ерда H – изланаётган баландлик. Бундан

$$H=\frac{3\cdot V}{S}=\frac{3\cdot 3}{\sqrt{42}}=\sqrt{\frac{27}{14}}.$$

6. a=p-3q+r, b=2p+q-3r, c=p+2q+r векторларга қурилган параллелепипеднинг ҳажми топилсин, бу ерда p,q,r – ўзаро перпендикуляр ортлар (бирлик векторлар).

Ечилиши. Масалани ечишда қуйидаги хоссаларни қўллаймиз: коллинеар векторларнинг векториал ва аралаш кўпайтмалари нолга тенг ва $a\times b=-b\times a$.

$$V=abc=(p-3q+r)(2p+q-3r)(p+2q+r)=[(p-3q+r),\ (2p+q-3r)]\cdot(p+2q+r)=$$
$$(2p\times p+p\times q-3p\times r-6q\times p-3q\times q+9q\times r+2r\times p+r\times q-3r\times r)\ (p+2q+r)=7(p\times q)\cdot p+14(p\times q)q$$
$$+7(p\times q)\cdot r+8(q\times r)\cdot p+8(q\times r)\cdot 2q+8(q\times r)\cdot r-5(p\times r)\cdot p--5(p\times r)\cdot 2q-5(p\times r)r=7pqr+8pqr+$$
$$+10pqr=25pqr=25\ (куб\ бирл.)$$

7. Учбурчакнинг A(2;-1;2), B(1;2;-1) ва C(3;2;1) учлари берилган. Унинг B учидан AC томонига туширилган баландлигининг узунлиги топилсин.

Ечилиши. Қуйидаги векторларни қараб чиқамиз: $a=\vec{BA}=\{2-1;-1-2;2+1\}=\{1;-3;3\}$, $b=\vec{BC}=\{3-1;2-2;1+1\}=\{2;0;2\}$, $c=\vec{AC}=\{3-2;2+1;1-2\}=\{1;3;-1\}$, $|c|=\left|\vec{AC}\right|=\sqrt{1^2+3^2+(-1)^2}=\sqrt{11}$.

$$a\times b=\vec{BA}\times\vec{BC}=\begin{vmatrix} i & j & k\\ 1 & -3 & 3\\ 2 & 0 & 2\end{vmatrix}=-6i+4j+6k$$

$$|a\times b|=\left|\vec{BA}\times\vec{BC}\right|=\sqrt{36+16+36}=2\sqrt{22}.$$

Демак, $S_\Delta=\frac{1}{2}|a\times b|=\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{22}=\sqrt{22}$. Бошқа томондан, $S_\Delta=\frac{1}{2}|c|\cdot h=\frac{1}{2}\left|\vec{AC}\right|\left|\vec{BD}\right|$. Бундан $h=\left|\vec{BD}\right|=\frac{2S_{\Delta ABC}}{\left|\vec{AC}\right|}=\frac{2\sqrt{22}}{\sqrt{11}}=2\sqrt{2}$.

8. λ нинг қандай қийматида a=i+j+λk, b=j, c=3i+k векторлар компланар бўлади?

Ечилиши. a, b ва c векторлар фақат ва фақат уларнинг аралаш кўпайтмаси нолга тенг, яъни ($a\times$b)·c=0 бўлгандагина компланар бўлади. Фараз қиламизки, берилган векторлар компланар бўлсин, у ҳолда,

$$(a\times b)c=\begin{vmatrix} 1 & 1 & \lambda\\ 0 & 1 & 0\\ 3 & 0 & 1\end{vmatrix}=1-3\lambda=0.$$

Бундан $\lambda=\frac{1}{3}$ бўлиши келиб чиқади.

9. $a=\{2;3;1\}$, $b=\{5;7;0\}$, $c=\{3;-2;4\}$ ва $d=\{4;12;-3\}$ векторлар берилган бўлса, d вектор a, b, c векторларнинг чизиқли комбинацияси кўринишида ифодалансин.

Ечилиши. Ҳар қандай тўррта a, b, c ва d векторлардан биттасини ҳар доим қолган учаласи ёрдамида, масалан, d векторни a, b ва c векторлар ёрдамида, улар компланар бўлмаган ҳолда чизиқли ифодалаш мумкин. Бу шуни англатадики, шундай α, β, γ ҳақиқий сонлар топиладики, улар учун d=αa+βb+γc тенглик бажарилади. {4;12;-3}=α{2;

3; 1}+β{5; 7; 0}+γ{3; -2;4} тенгликдан α, β, γ номаълумларни аниқлаш учун мос компоненталарни тенглаштириб, қуйидаги чизиқли алгебраик системага эга бўламиз:

$$2\alpha+5\beta+3\gamma=4,$$
$$3\alpha+7\beta-2\gamma=12,$$
$$\alpha+4\gamma=-3,$$

Системанинг номаълумлар олдида турган коэффициентларидан тузилган детерминант нолга тенг эмас, яъни $\Delta=\begin{vmatrix}2 & 5 & 3\\ 3 & 7 & -2\\ 1 & 0 & 4\end{vmatrix}=56-10-21-60=-35\neq 0$. Демак, a,b,c векторлар нокомпланар ва система ягона ечимга эга. Қуйидаги детерминантларни ҳисоблаймиз:

$$\Delta_\alpha=\begin{vmatrix}4 & 5 & 3\\ 12 & 7 & -2\\ -3 & 0 & 4\end{vmatrix}=112+30+63-240=-35,\qquad \Delta_\beta=\begin{vmatrix}2 & 4 & 3\\ 3 & 12 & -2\\ 1 & -3 & 4\end{vmatrix}=-35,$$

$$\Delta_\gamma=\begin{vmatrix}2 & 5 & 4\\ 3 & 7 & 12\\ 1 & 0 & -3\end{vmatrix}=35.$$

Энди Крамер усулига асосан $\alpha=\frac{\Delta_\alpha}{\Delta}=\frac{-35}{-35}=1$, $\beta=\frac{\Delta_\beta}{\Delta}=\frac{-35}{-35}=1$, $\gamma=\frac{\Delta_\gamma}{\Delta}=\frac{35}{-35}=-1$, яъни $d=a+b-c$.

10. Агар $|a|=3,\ |b|=2$ ва $\varphi=(a\wedge b)=120^0$ бўлса, p=a+2b ва q=2a-b векторларнинг узунликлари ва улар орасидаги бурчак топилсин.

Ечилиши.

$$p^2=(a+2b)^2=a^2+4ab+4b^2=|a|^2+4|a||b|\cos120^0+4|b|^2=$$
$$=9+4\cdot3\cdot2(-\frac{1}{2})+16=13,$$

$$q^2=(2a-2b)^2=4a^2-4ab+b^2=4|a|^2-4|a||b|\cos120^0+|b|^2=$$
$$=4\cdot9-4\cdot3\cdot2(-\frac{1}{2})+4=52,$$

$$|P|=\sqrt{13},\quad |q|=2\sqrt{13},\ pq=(a+2b)(2a\text{-}b)=$$
$$=2|a|^2+3ab-2|b|^2=2\cdot9+3\cdot3\cdot2(-\frac{1}{2})-2\cdot4=1.$$

$$\cos\omega=\cos(p,\wedge q)=\frac{p\cdot q}{|p||q|}=\frac{1}{\sqrt{13}\cdot2\sqrt{13}}=\frac{1}{26},\quad \omega=\arccos\frac{1}{26}.$$

11. Агар |a|=3, |b|=5 ва $(a,\wedge b)=\frac{\pi}{6}$ бўлса, $\vec{AB}=6a-3b$ ва $\vec{AD}=3a+2b$ векторларга қурилган параллелограмнинг юзаси топилсин.

Ечилиши. $\vec{AB}$ ва $\vec{AD}$ векторларга қурилган ABCD параллелограмнинг юзаси шу векторлар векториал кўпайтмасининг модулига тенг бўлганлиги учун коллинеар векторларнинг векториал кўпайтмаси нолга тенглигини ҳисобга олган ҳолда $\vec{AB}\times\vec{AD}$ векториал кўпайтмани ҳисоблаймиз.

$$\vec{AB} \times \vec{AD} = (6a\text{-}3b)\times(3a+2b) = 18(a\times a)+12(a\times b)+9(a\times b)-6(b\times b) = 21(a\times b).$$

$$S_{\square} = \left|\vec{AB}\times\vec{AD}\right| = \left|21(a\times b)\right| = 21|a||b|\sin\frac{\pi}{6} = 21\cdot 3\cdot 5\frac{1}{2} = 157{,}5 \quad \text{(кв.бирл.)}$$

1.3.3 O'quv mashqlar

–misol va masalalarni eching

–teoremani isbotlang

–shu mavzuni nazariyasini o'qib oling

Uyga vazifa

1. A, B, C нуқталар берилган. 1) $пр_{\vec{AC}}\vec{AB}$; 2) $\angle BAC$; 3) ΔABC нинг юзаси; 4) B учдан AC томонга туширилган баландлик топилсин.

1. A (0; 1; -1), B(2; -1; -4); C(4; 1; 5);

2. A (3; 0; 1), B(1; 1; 0); C(5; 2; 0);

3. A (0; 2; -2), B(0; -2; 1); C(4; -7; 1);

4. A (0; 2; 4), B(6; 1; 2); C(7; -1; 5);

5. A (1; 2; -1), B(0; 1; 0); C(4; -1; -7);

6. A (-2; 4; -11), B(4; -8; 7); C(1; 1; -8);

7. A (2; -2; 1), B(0; 1; -2); C(-2; 0; -4);

2. Учлари A,B,C,D нуқтада бўлган учбурчакли пирамиданинг ҳажми топилсин. D учдан ABC ёққа туширилган баландлик, AD ва AC қирралар орасидаги бурчак топилсин.

1. A (0; 2; -3), B(0; -4; 4); C(-3; 1; 2), D(2; 1; 3);

2. A (1; 2; -2), B(1; -3; 3); C(-2; 0; 2), D(0; 0; 1);

3. A (1; 2; 0), B(3; 0; -3); C(5; 2; 6), D(-6; -5; 7);

4. A (0; 1; 2), B(-3; 3; 0); C(6; 5; 2), D(3; -4; -2);

5. A (2; 6; 1), B(1;2; 4); C(5; 1; 2), D(-1; -1; 0);

1.3.4 Tavsiya etiladigan adabiyotlar

Asosiy

1. Клетиник М. Аналитик геометрия Изд. М. Наука 1989
2. Артиков А.Р. Аналитик геометрия СамДУ 2003

Qo'shimcha

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. – М: Наука, 1998.

2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. – М: Наука, 1980.

3. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии.- М: 1931.

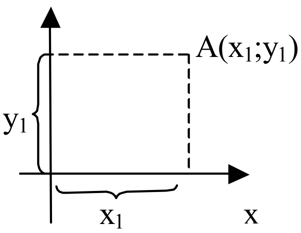
4. Гюнтер Н.М. и Кузьмин Р.О. Сборник задач по высшей математике. – М: 1958.

5. Артыков А.Р., Беспалова Н.С., Вахидова А.А., Пашаев З.А. Методические указания и расчетные задания по высшей математике: I и II части. – Самарканд: Изд.СамГАСИ, 1990

Analitik geometriya va chiziqli algebra fanidan amaliy mashg'ulotlarni utkazish uchun

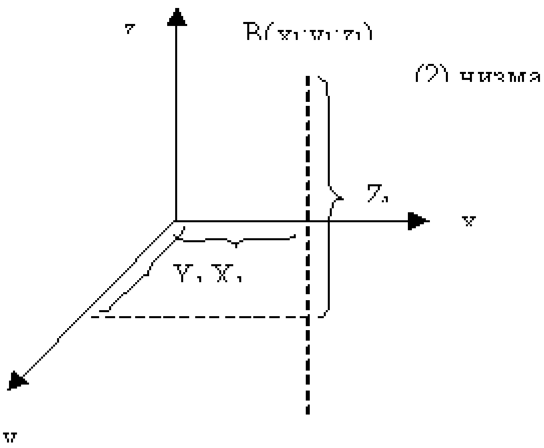
§1. Koordinatalar sistemasi. Ikki nukta orasidagi masofa. Kesmani berilgan nisbatda buliш.

Tekislikda tugri burчakli Dekart koordinatalar sistemasida A(X_1; Y_1) nukta berilgan bulsa, uni urni OX ukida X_i ga teng va OY ukida Y_i ga teng kesma ajratib, шu kesma oxirlariga mos raviшda OX va OY uklariga perpendikulяr чiziklar utkazib, ularni kesiшiш nuktasi sifatida topiladi:



(1)

(1-чizma). Agar B(X_1; Y_1; Z_1) nukta fazoda tugri burчakli dekart koordinatalar sistemasida berilgan bulsa, uni urnini topiш uчun XOY tekislikda (X_1; Y_1; O) nukta topiladi, sungra (X_1; Y_1; O) nuktaga OZ ukiga perpendikulяr kilib чizik utkaziladi, sungra Z_1ning iшorasiga karab, musbat bulsa (X_1; Y_1) nuktadan юkoriga karab Z_1 birlik, manfiy bulsa pastga karab Z_1 birlik olinadi.



A(X_1; Y_1; Z_1) va B(X_2; Y_2; Z_2) nuktalar orasidagi masofani topiш talab kilinsa,

$$d = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2} \qquad (1)$$

formula yordamida topiladi.

Agar A(X_1; Y_1; Z_1) va B(X_2; Y_2; Z_2) nuktalar berilgan bulib, ularni tutaшtirib AB kesma xosil kilinsa va AB kesmada $\frac{AC}{CB} = \lambda$ (2) munosabatni kanoatlantiruvчi S(X; Y; Z) nuktaning koordinatalarini topiш talab kilinsa, uning koordinatalari X, Y, Z

$$X=\frac{X_1+\lambda X_2}{1+\lambda}, Y=\frac{Y_1+\lambda Y_2}{1+\lambda}, Z=\frac{Z_1+\lambda Z_2}{1+\lambda} \qquad (3)$$

formula bilan topiladi. Xususiy xolda A,B,C nuktalar tekislikda bulsa Z katnaшmaydi va (2), (3) formulalar kuyidagi kuriniшni oladi.

$$d=\sqrt{(X_2-X_1)^2+(Y_2-Y_1)^2}, \qquad (2^1)$$

$$X=\frac{X_1+\lambda X_2}{1+\lambda}, Y=\frac{Y_1+\lambda Y_2}{1+\lambda} \qquad (3^1)$$

1. $A_1(3;4)$, $A_2(4;-3)$, $A_3(-3;4)$, $A_4(-3;-4)$ nuktalar berilgan. Kuyidagilarni aniklang.

a) A_2 va A_4 nuktalar kaysi чoraklarda joylaшgan;

b) $A_1 A_2 A_3 A_4$ turtburчakni peremetrini xisoblang.

v) A_1A_2 va A_2A_4 kesmalar urtalarining koordinatalarini toping.

2. Uчburчakning uчlari A(2;4), V(-2;4) va S(0;-2) nuktalarda joylaшgan. Kuyidagilarni toping.

a) Шu Δ peremetrini xisoblang.

b) Δ юzasini toping.

v) Δ ogirlik markazining koordinatasini toping.

3. A(1;1;3), V(-2;2;-3), S(3;4;-2) nuktalar berilgan. Kuyidagilarni bajaring

a) A,V,S nuktalarni яsang.

b) ΔAVS ning peremetrini aniklang.

v) Шu uчburчakning ogirlik markazining koordinatasini toping.

g) A,V va S nuktalar kaysi oktantalarda joylaшgan.

4. A(2;3) va V(6;3) nuktalardan baravar uzoklikda yotgan nuktalarning geometrik urnining tenglamasi tuzilsin.
5. Markazi M(3;-4) nuktada va radiusi R=5 bulgan aylananing tenglamasi yozilsin.

6. A(3;N-12), V(-3;7) va S(0;N-10) nuktalar berilgan. Kuyidagilarni toping:

a) Uшbu nuktalarni Dekart koordinatalar sistemasidagi urnini kaysi чorakda yotganini aniklang.

b) Шu uчburчakni peremetrini va ogirlik markazini koordinatalarini toping.

7. A(N-12;0;0) b(0;N-13;0) va C(0;0N-11) nuktalar berilgan. Kuyidagilarni aniklang.

a) Шu nuktalarni fazoda Dekart koordinatalar sistemasidagi urnini toping va kaysi oktantaligini aniklang.

b) Uчlari A.V va S nuktalarda bulgan uчburчakning peremetri va medianalar uzunligini toping.

§2. Determinantlar.

2- tartibli determinant deb $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$ *simvol bilan belgilanuvчi va* $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1$ *tenglik bilan aniklanuvчi songa aytiladi.*

3- tartibli determinant deb $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ *simvol belgilanuvчi va* $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1b_2c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 - a_3b_2c_1 - a_2b_3c_1 - a_3b_1c_2$ *tenglik bilan aniklanuvчi songa aytiladi.*

№ 8. Kuyidagi determinantlarni xisoblang

1) $\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$ 2) $\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 5 \end{vmatrix}$ 3) $\begin{vmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$ 4) $\begin{vmatrix} 0,25 & 0,35 \\ 0,3 & 0,45 \end{vmatrix}$

5) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 4 & -2 & 1 \end{vmatrix}$ 6) $\begin{vmatrix} 0,15 & 0,25 & 0,35 \\ 3 & 4 & -2 \\ 0,45 & 0,5 & 0,55 \end{vmatrix}$ 7) $\begin{vmatrix} 3 & 5 & 7 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & -3 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

8) $\begin{vmatrix} 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 7 & 8 & 9 \\ +2 & +2 & 0 & +2 \\ 1 & 0 & 4 & 5 \end{vmatrix}$

8. Kuyidagi determinantlarni xisoblang.

1) $\begin{vmatrix} 3 & 4 & N-12 \\ 0 & N-11 & 5 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$ 2) $\begin{vmatrix} \frac{3}{4} & \frac{5}{4} & \frac{N-13}{4} \\ 0,15 & 0,25 & 0,35 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

3) $\begin{vmatrix} 0 & N-15 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & 4 \\ 2 & N-13 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

§3. Matriцa va matriцa ustida amallar

§.3 Matriцa va matriцa ustida amallar.
Taъrif. m x n ta (m, $n \in N$) sonlardan taшkil
topgan $a_{11}\ a_{12} \ldots a_{1n}$ uшbu sonlar jadvali m x n tartibli
$a_{21}\ a_{22} \ldots a_{2n}$ (ulчamli) matriцa deyiiladi va
. . . .
$a_{m1}\ a_{m2} \ldots a_{mn}$

$\begin{pmatrix} a_{11}a_{12}...a_{2n} \\ a_{21}a_{22}...a_{2n} \\ a_{m1}a_{m2}...a_{mn} \end{pmatrix}$ kuriniшda simvolik raviшda belgilanadi. Bunda $a_{ij}\,(i=\overline{1,m}, j=\overline{1,n})$

matriцani эlementlari deyiladi.
Agar m=n bulsa, kvadrat matriцa deyiladi. Ulчamlari bir xil bulgan matriцaning barчa mos эlementlari uzaro teng bulsa, bu matriцalar teng deyiladi.
Bir xil mxn ulчovli A va V matriцaning yigindisi deb uшa ulчamli S=A+V matriцaga aytiladiki, uning xar bir эlementi A va V matriцalarning mos эlementlari yigindisidan iborat buladi.
mxn ulчamli A va kxn ulчamli V matriцani kupaytmasi deb, mxn ulчamli шunjay S=A*V matriцaga aytiladiki, uning S_{ij} эlementi A matriцaning i – satring V matriцaning j- ustundagi mos эlementlariga kupaytmasini yigindisiga teng яъni

$$\mathbf{c_{ij}=a_{i1}\, b_{ij} + a_{i2}\, b_{2j} + \ldots + a_{in}\, b_{nj}}$$

10. Uшbu

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix},$$

$$Д=\begin{pmatrix} -3 & -2 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & -3 \end{pmatrix},\quad F=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix},\quad \Phi=\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix},$$

matriцalar berilgan.
Kuyidagilar topilsin:
a) A+D, V+F, C+F.
b) A+V, A+F, D+F.
v) 2A, 3B, 4C, 5 F.
g) 2A+4D, 5V – 3 F, 3C+2F.
d) A*D, V*F, S*F, FV, F*C.
e) A*B, A*C, C*D, $(A+2D)^2$

11. Uшbu $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, S=$\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$, $Д=\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

matriцalar berilgan.
Kuyidagilarni toping:

a) A+D, 3F-2D, V*S, A*D.
b) $(A-D)^2$, D-A, S*V.
v) A+V, A+S, S*D, V*D.

12. Uшbu $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{4}{9} & -\frac{2}{9} \\ \frac{2}{3} & -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{9} & \frac{4}{9} \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ va $Д = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

matriцalar berilgan.

A*V, S*D xisoblansin va kupaytiriш natijasi izoxlansin.

13. Uшbu $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$,

$Д = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ va $F = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$ matriцalar berilgan.

Kuyidagilar topilsin:
a) D+F; b) 2D + 3F, v) A*V; D*F
g) A+S; $(A+S)^2$, $(D+2F)^2$, S*V

14.Uшbu $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & 1 \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

matriцalar berilgan.
A*V, A*S, V*S lar topilsin.

§ 4. Matriцa rangini xisoblaш.

m ta satr va n ta ustunga эga bulgan matriцa berilgan bulsin.
Taъrif: A matriцaning k –tartibli minori deb, bu matriцadan tixtiyoriy k ta satr va r ta ustunni ajratiшdan xosil bulgan kvadrat matriцaning detirminantiga aytiladi.
Taъrif. matriцaning rangi deb, uning noldan farkli minorlari tartiblarining эng kattasiga aytiladi Agar A matriцani rangi r ga teng bulsa, bu matriцada xeч bulmaganda bitta noldan farkli r – tartibli minor borligini anglatadi. A matriцa rangini r(A) bilan belgilanadi.
Matriцa rangi yordamida nomaъlumlar soni, tenglamalar soniga teng bulmaganda чizikli tenglamalar sistemasini eчimi birgalikda yoki birgalikda эmasligini Kronker – Kapelli teoremasi yordamida aniklaш mumkin.
14 Uшbu

$$A=\begin{pmatrix}2 & -3 & 4 & 1\\ 4 & 3 & -2 & -5\\ 3 & 0 & 1 & -2\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}3 & -3 & 1 & 0\\ 2 & -2 & 0 & 1\\ 4 & 1 & -1 & 3\end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix}2 & 3 & 1\\ -3 & -1 & 2\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 4 & 3\end{pmatrix}$$

matriцalar berilgan.
r(A), r(B), r(C) xisoblansin.

15 Berilgan tenglamalar sestemasini birgalikda эkanligini tekшiring.

$$a)\begin{cases}x_1-9x_2+2x_3=5\\ x_1+3x_2-8x_3=3\\ x_1-3x_2-2x_3=8\end{cases};\qquad б)\begin{cases}3x+2y-z=4\\ x-3y+2z=1\\ 7x+z=6\end{cases}$$

16 Uшbu

$$A=\begin{pmatrix}5 & -3 & 4 & 2 & 0\\ 3 & 2 & -1 & 3 & 1\\ 1 & 7 & -6 & 4 & 2\end{pmatrix},\qquad B=\begin{pmatrix}3 & 4 & 5 & 2 & 1\\ 4 & -3 & 2 & 0 & 5\end{pmatrix}$$

matriцalar berilgan. r(A), r(B) xisoblansin.

17. Berilgan tenglamalar sistemasini birgalikda эkanligini tekшiring:

$$a)\begin{cases}x_1+x_2-x_3=1\\ 8x_1+3x_2-6x_3=2\\ -4x_1-x_2+3x_3=-3\end{cases};\qquad a)\begin{cases}x+5y+z=-2\\ 2x+4y-3z=0\\ 3x+4y+2z=3\end{cases}$$

§ 5. Teskari matriцa va uni topiш.

Agar A kvadrat matriцa bulsa, A matriцa uчun teskari matriцa tuшunчasi, kiritiш mumkin. Agar kvadrat A matriцa maxsus bulmasa (яъni detA $\neq$ 0), u xolda A*V=E (E-birlik matriцa) tenglikni kanoatlantiruvчi V matriц A ga teskari matriцa deyiladi va V= A^{-1} kuriniшda belgilanadi.
A matriцaning A^{-1} teskari matriцasi kuyidagiчa aniklanadi:

$$A^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{A_{11}}{\Delta}\,\frac{A_{21}}{\Delta}\ldots\frac{A_{n1}}{\Delta}\\ \frac{A_{12}}{\Delta}\,\frac{A_{22}}{\Delta}\ldots\frac{A_{n2}}{\Delta}\\ \frac{A_{1n}}{\Delta}\,\frac{A_{2n}}{\Delta}\ldots\frac{A_{nn}}{\Delta}\end{pmatrix},\qquad \Delta=\det A\neq 0$$

18.

Uшbu $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 1 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & 3 & 4\\ 2 & 1 & 3\\ -7 & 0 & 2\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}4 & 2 & 1\\ 1 & 3 & 3\\ 3 & 2 & -1\end{pmatrix}$

Matriцalar berilgan. A^{-1}, V^{-1}, S^{-1}matriцalar topilsin va A*A^{-1}=E, V*V^{-1}=E, S*S^{-1}=E эkanligi tekшirilsin.

19 Uшbu $A=\begin{pmatrix}0 & 3 & 2\\ -4 & 9 & 4\\ 1 & 7 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ 0 & -1 & 1\\ 1 & 2 & 2\end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 6 & 3 & 1\\ 2 & 1 & 0\end{pmatrix}$

matriцalarga teskari matriцalar topilsin.

20 Uшbu $A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-2 & 3\\ 3 & -5\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 3 & 0 & -2\\ 4 & 3 & 1\end{pmatrix}$, $Д=\begin{pmatrix}0 & 1 & 2\\ 3 & -1 & -2\\ 1 & 2 & 1\end{pmatrix}$

matriцalarga teskari matriцalar topilsin.

§ 6. Чizikli tenglamalar sistemasi.

1^0. Ikki nomaъlumli ikkita bir jinsli tenglamalar sistemasi.

$$\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\ a_2x+b_2y=c_2\end{cases} \qquad (4)$$

$\Delta=\begin{vmatrix}a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\end{vmatrix}\neq 0$ *bulsa va* $\Delta_x=\begin{vmatrix}c_1 & b_1\\ c_2 & b_2\end{vmatrix}$, $\Delta_y=\begin{vmatrix}a_1 & c_1\\ a_2 & c_2\end{vmatrix}$ *;*

$$X=\frac{\Delta_x}{\Delta}, \qquad Y=\frac{\Delta_y}{\Delta} \qquad (5)$$

2^0. Bir jinsli uч nomaъlumli ikkita tenglamalar sistemasi.

$$\begin{cases}a_1x+b_1y+c_1z=0\\ a_2x+b_2y+c_2z=0\end{cases} \qquad (6)$$ *bulsa,*

$X=K\begin{vmatrix}b_1 & c_1\\ b_2 & c_2\end{vmatrix}$, $Y=-K\begin{vmatrix}a_1 & c_1\\ a_2 & c_2\end{vmatrix}$, $Z=K\begin{vmatrix}a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\end{vmatrix}$ *formulalar bilan aniklanuvчi eчimlarga эga, bundagi K- ixtiyoriy son.*

3^0. Bir jinsli uч nomaъlumli uчta tenglamalar sistemasi. $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=0 \\ a_2x+b_2y+c_2z=0 \\ a_3x+b_3y+c_3z=0 \end{cases}$ *(7)*

Agar sistemaning determinanti $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$ *bulsa, (7) nolga teng bulmagan (notrivial) eчimlarga эga buladi va aksinчa.*

4^0. Uч nomaъlumli чizikli bir jinslimas tenglamalar sistemasi.

$$\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=d_1 \\ a_2x+b_2y+c_2z=d_2 \\ a_3x+b_3y+c_3z=d_3 \end{cases} \quad (8),$$

(8) ning determinanti $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$ *bulsa*

$$x=\frac{\Delta_x}{\Delta},\quad \mathrm{y}=\frac{\Delta_{\mathrm{y}}}{\Delta},\quad \mathrm{z}=\frac{\Delta_{\mathrm{z}}}{\Delta} \qquad (9),$$ *bu erda*

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} d_1 & \mathrm{b}_1 & \mathrm{c}_1 \\ d_2 & \mathrm{b}_2 & \mathrm{c}_2 \\ d_3 & \mathrm{b}_3 & \mathrm{c}_3 \end{vmatrix},\quad \Delta_{\mathrm{y}} = \begin{vmatrix} a_1 & \mathrm{d}_1 & \mathrm{c}_1 \\ a_2 & \mathrm{d}_2 & \mathrm{c}_2 \\ a_3 & \mathrm{d}_3 & \mathrm{c}_3 \end{vmatrix},\quad \Delta_{\mathrm{z}} = \begin{vmatrix} a_1 & \mathrm{b}_1 & \mathrm{d}_1 \\ a_2 & \mathrm{b}_2 & \mathrm{d}_2 \\ a_3 & \mathrm{b}_3 & \mathrm{d}_3 \end{vmatrix}$$

(5) va (9) formulalarga Kramer formulasi deyiladi.

21. Kramer koidasi bilan va matriцalar usuli yordamida kuyidagi tenglamalar sistemasini eчing.

3. $\begin{cases} 4x-5y=40 \\ 3x+2y=7 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x-y=3 \\ x+2y=7 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x+y=0 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x-y=-1 \\ x+y=5 \end{cases}$

22. Tenglamalar sistemasini eчing.

$$5)\ \begin{cases} 2x-3y+z=2 \\ 4x+y-3z=-4 \\ x-5y-4z=-5 \end{cases} \qquad 2)\ \begin{cases} x-2y+4z=3 \\ 3x-4y-3z=-1 \\ 3x-y+5z=2 \end{cases}$$

$$3)\ \begin{cases} x+y+z=3 \\ x-y+z=1 \\ 2x+3y-5y=0 \end{cases} \qquad 4)\ \begin{cases} x+y+z=6 \\ x-y+z=2 \\ 2x-y+2z=6 \end{cases}$$

23. Tenglamalar sistemasini eчing.

$$1)\ \begin{cases} 4x-5y=N-12 \\ x+y=N-13 \end{cases} \qquad 2)\ \begin{cases} 4x-(N-5)y=0 \\ x+2y=7 \end{cases}$$

$$3)\ \begin{cases} x+2y+3z=N-10 \\ x-y-3z=N-12 \\ x+y-3z=0 \end{cases} \qquad 4)\ \begin{cases} x+(N-10)y=1 \\ x+3z=0 \\ y-5z=N-15 \end{cases}$$

§ -7. Чizikli tenglamalar sistemasini matriцa yordamida eчiш.

n ta nomaъlum n ta чizikli tenglamalar sistemasini
A*X=V matriцaviy tenglama kuriniшida yoziш mumkin, bunda

$$A=\begin{pmatrix} a_{11}a_{12}...a_{1n} \\ a_{21}a_{22}...a_{2n} \\ a_{n1}a_{n2}...a_{nn} \end{pmatrix}, \qquad X=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix}$$

Agar $\det A \neq 0$ bulsa $X=A^{-1}*B$, яъni чizikli tenglamalar sistemasini matriцa usulida eчiш uчun A^{-1} matriцadan V matriцaga kupaytiriш kerak эkan, bunda n ta satr va bitta ustundan, iborat matriцa xosil buladi. Ikki matriцaning tenglik шartidan x_1, x_2, …x_n lar topiladi.

21 Tenglamalar sistemasini matriцa usuli bilan eчing.

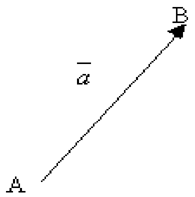
$$a)\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x-y=0 \end{cases}, \qquad б)\begin{cases} x+2y=7 \\ 2x+y=8 \end{cases}, \qquad в)\begin{cases} x+y=7 \\ 2x-y=2 \end{cases},$$

$$г)\begin{cases} 4x_1+2x_2+x_3=4 \\ x_1-3x_2+x_3=3 \\ 3x_1+5x_2+2x_3=8 \end{cases} \qquad д)\begin{cases} 4x_1-3x_2+2x_3=2 \\ 3x_1-2x_2-x_3=3 \\ x_1-x_2+3x_3=5 \end{cases}$$

22. Tenglamalar sistemasini matriцa usullari bilan eчing va natijalarni soliшtiring.

$$а)\begin{cases}2x-y=-1\\ x+2y=12\end{cases};\qquad б)\begin{cases}x+y=7\\ x-2y=1\end{cases};\qquad в)\begin{cases}2x+y-z=9\\ 2x-3y=0\\ 5x-4y-2z=9\end{cases}\qquad г)\begin{cases}3x_1-2x_2+x_3=5\\ 2x_1-3x_2-2x_3=6\\ 4x_1-x_2+4x_3=4\end{cases}$$

§ 8. Vektorlar ustida чizikli amallar

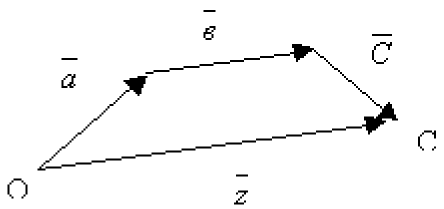


(3-чizma). *Yunaltirilgan AV kesma - vektor deyiladi, bunda A nukta vektorning boшi, V эsa uning oxiri deb ataladi. Vektorning moduli (uzunligi) deb AB kesmaning uzunligiga aytiladi va* $\left|\overline{AB}\right|=\left|\bar{a}\right|$ *kuriniшda belgilanadi.*

Bir tugri чizikka parallel bulgan vektorlar kollinear vektorlar deyiladi.

Bir tekislikka parallel bulgan vektorlar komplanar vektorlar deyiladi. Ikki $\bar{a}$ *va* $\bar{b}$ *vektor teng* $\left(\bar{a}=\bar{b}\right)$ *deyiladi, agar; 1)* $\left|\bar{a}\right|=\left|\bar{b}\right|$*; 2) uzaro kollinear; 3) yunaliшlari bir xil bulsa.*

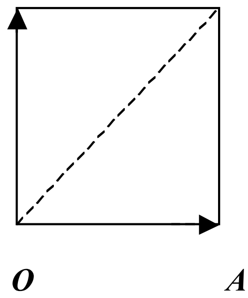
Bir неча **(1-чizma).** *vektorning yigindisi* $\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}$ *deb шu vektorlardan tuzilgan (1-чizma). OAVS sinik чizikning yopuvчisidan iborat,* $\overline{OC}=\bar{r}$ *vektorga aytiladi.*



(1-чizma)

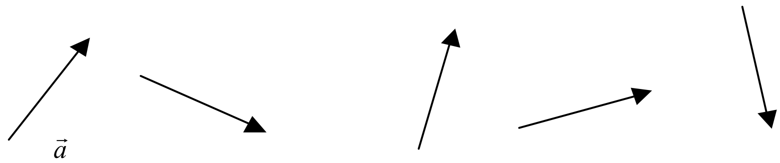
Шu taъrifga asosan (2-чizma) $\overline{OA}=\bar{a}+\bar{b}$ *;* $\overline{OB}=\bar{a}-\bar{b}$*.* $\bar{a}$ *vektorning biror* λ *songa (skalяr) kupaytmasi deb, uzunligi* $\left|\bar{a}\right|\,\left|\lambda\right|$ *ga teng bulgan va yunaliшi эsa* $\bar{a}$ *ning yunaliшi* $(\lambda.>0)$ *bilan bir xil yoki unga karama –karшi* $(\lambda<0)$ *bulgan яngi vektorga aytiladi.*

V **S**



(2-чizma)

24. Kuyidagi vektorlar berilgan:



1) $\overline{a}+\overline{в}$ *vektorni ясang*

2) $\overline{a}+\overline{в}+\overline{c}$ *vektorni ясang*

3) $\overline{a}-\overline{в}$ *vektorni ясang*

4) $\overline{a}+\overline{в}+\overline{c}+\overline{d}+\overline{e}$ *vektorni ясang*

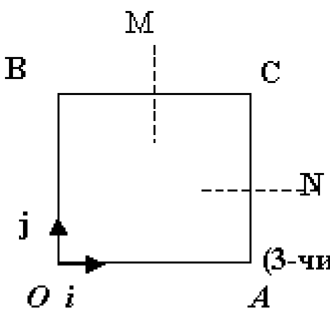
5) $2\overline{a}+3\overline{d}+3\overline{e}$ *vektorni ясang*

6) $\overline{a}+\overline{в}-\overline{c}+\overline{d}-\overline{e}$ *vektorni ясang*

7) $3\overline{в}+4\overline{d}+2\overline{e}$ *vektorni ясang*

25. OASV tugri turtburчakning (1-чizma)

(3-чizma). OA va OV tomonlariga $\overline{i}$ va $\overline{j}$ birlik vektorlar kuyilgan.



(3-чизма)

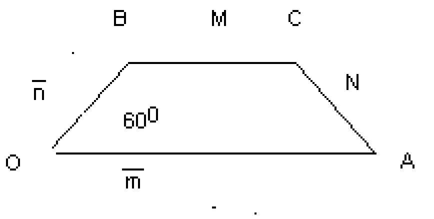
Agar OA uzunligi 4 ga va OV uzunligi 5 ga teng bulsa (M va N VS va AS ning urtalari) $\overline{AO}, \overline{AC}, \overline{CB}$, $\overline{BO}, \overline{OC}, \overline{BA}, \overline{OM}$, $\overline{ON}, \overline{MN}$ vektorlar aniklansin.

26. Tekislikda A(4;0), V(2;3) va S(6;5) nuktalar berilgan. Koordinatalar boшiga $\overline{AO}, \overline{OB}$ va $\overline{OC}$ kuчlar kuyilgan. Ularning teng taъsir эtuvчisi $\overline{MO}$ яsalsin va uning koordinata uklaridagi proekцiяlari xamda uzunligi topilsin. $\overline{AO}, \overline{OB}, \overline{OC}$ va $\overline{MO}$ kuчlar $\bar{i}$ va $\bar{j}$ birlik vektorlari orkali ifodalansin.

27. Uчta komplanar $\bar{m}, \bar{n}$ va $\bar{p}$ birlik vektor berilgan bulib, $\left(\widehat{\bar{m}, \bar{n}}\right) = 30^0$ va $\left(\widehat{\bar{n}, \bar{p}}\right) = 60^0$. $\bar{u} = \bar{m} + 2\bar{n} - 3\bar{p}$ vektor яsalsin va uning moduli topilsin.

28. 1) $\bar{a} + \frac{\bar{в} - \bar{a}}{2} = \frac{\bar{в} + \bar{a}}{2}$; 2) $\bar{a} - \frac{\bar{a} + \bar{в}}{2} = \frac{\bar{a} + \bar{в}}{2}$ vektor ayniяtlarning tugriligini analitik va geometrik tekшirilsin.

29. Teng yonli OASV trapeцiяda $\angle$VOA=60^0, |OV|=lVS|=|SA|= 2, M va N – mos



(4-чизма

<u>(4-чizma)</u>

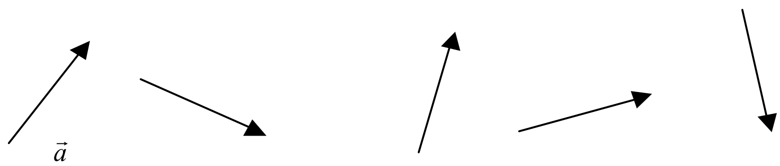
raviшda VS va AS tomonlarning urtalari, $\overline{AC}$, $\overline{OM}$, $\overline{ON}$ va $\overline{MN}$ vektorlar $\overline{OA}$ va $\overline{OB}$ vektorlarning $\bar{m}$ va $\bar{n}$ birlik vektorlar orkali ifodalansin.

30. Uzaro 120^0 burчak taшkil эtuvчi $\bar{a}$ va $\bar{в}$ vektorlar berilgan. Agar $|\bar{a}|$=3 va $|\bar{в}|$=4 bulsa $\bar{c}$=2$\bar{a}$-1,5$\bar{в}$ vektor яsalsin va uning moduli topilsin.

31. Tekislikda A(4;4), V(-4;4) va S (-4;0) nuktalar berilgan, koordinata boшidan $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ va $\overline{OC}$ kuчlar kuyilgan. Ularning teng taъsir эtuvчisi $\overline{OM}$ яsalsin va uning uklardagi proekцiяlari xamda kattaligi topilsin. $\overline{OA}, \overline{OB}, \overline{OC}$ va $\overline{OM}$ vektorlar $\bar{i}$ va $\bar{j}$ vektorlar orkali ifodalansin.

---

32. **Kuyidagi vektorlar berilgan:**

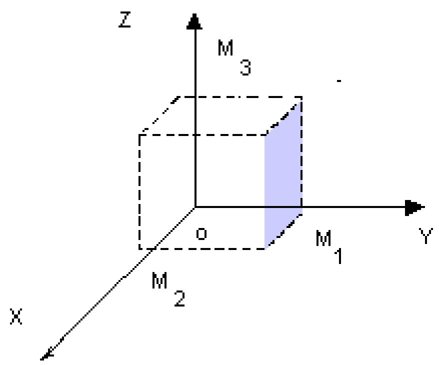


1) $\overline{a}-\frac{N-10}{8}\overline{в}$ 2) $\overline{a}+\frac{1}{2}\overline{в}+3\overline{c}+2\overline{d}$ 3) $\overline{a}-\overline{в}+\frac{N-12}{10}c$ 4) $\overline{a}-\overline{в}+\overline{c}+\overline{d}$

vektorlarni яsang.

§ 9. Fazoda nuktaning xamda vektorning tugri burчakli koordinatalari.

$\overline{a}$ vektor Ox uki bilan α burчak taшkil эtsin. U xolda vektorning Ox ukdagi proekцiяsi pr $\overline{a}=|\overline{a}|\cos\varphi$ formula bilan aniklanadi.



(10-чizma)

Umumiy boшlangiч O nuktaga эga va uzaro perpendikulяr bulgan uчta koordinata uki va M nukta berilgan bulsin (10-чizma). Bu nuktaning radius-vektori $\overline{OM}=\overline{r}$ ning koordinata uklardagi $|\overline{OM_1}|=x,$ $|\overline{OM_2}|=y$ ва *$|\overline{OM_3}|=z$ proekцiяlari nuktaning yoki $\overline{r}=\overline{OM}$ vektorning tugri burчakli koordinatalari deyiladi. $\overline{OM}=\overline{r}$ radius-vektorning moduli (uzunligi) ushbu $|\overline{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ formula bilan aniklanadi. Koordinata uklaridagi $\overline{i},\overline{j},\overline{k}$ birlik vektorlar ortlar deyiladi.*

$\overline{r}$ radius- vektor ortlar orkali $\overline{r}=x\overline{i}+y\overline{j}+z\overline{k}$ kuriniшda ifodalanadi.

$A(x_1;y_1;z_1)$ va $B(x_2;y_2;z_2)$ nuktalar berilgan bulsa

$$\overline{u}=\overline{AB}=(x_2-x_1)\overline{i}+(y_2-y_1)\overline{j}+(z_2-z_1)\overline{k}$$

Agar $\overline{u}=\overline{AB}$ vektorlar koordinata uklari bilan $\alpha,\beta,$ ва *γ burчaklar taшkil эtsa, u xolda*

$$\cos\alpha=\frac{X}{|\overline{u}|},\ \cos\beta=\frac{Y}{|\overline{u}|},\ \cos\gamma=\frac{Z}{|\overline{u}|}\quad \text{ва}\quad \cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$$

$\cos\alpha,\ \cos\beta,\ \cos\gamma$ *lar $\overline{u}$ vektorning yunaltiruvчi kosinuslari deyiladi.*

33. A(2;-2;1) nukta яsalsin va radius vektorining yunaliшi aniklansin.

34. $\overline{a}=\overline{i}+2\overline{j}-2\overline{k}$ vektor яsalsin va uning yunaliшi aniklansin.

35. A (4;-4;6) va V (2;-2;5) nuktalar berilgan. $\bar{a}=\overline{AB}$ vektor va uning koordinata uklaridagi proekцiяlari яsalsin xamda uning uzunligi va yunaliшi aniklansin.

36. $\overline{OA}=\bar{i}+2\bar{j}-2\bar{k}$ va $\overline{OB}=2\bar{i}-2\bar{j}+\bar{k}$ vektorlarga parallelogramm яsalsin va uning diagonallarining uzunliklari aniklansin.

37. $\bar{a}=2\bar{i}+\bar{j}+3\bar{k}$, $\bar{в}=5\bar{j}-2\bar{k}$ va $\bar{c}=3\bar{i}-4\bar{j}$ vektorlar berilgan. Kuyidagilar bajarilsin.

A) vektorlar яsalsin.

B) $\vec{a}+\bar{b}+\bar{c}$ topilsin

V) $\overline{2a}+\overline{3b}-\overline{4c}$ topilsin

G) $\overline{3a}-\overline{4b}+\overline{5c}$ topilsin

38. A nuktaning radius vektori OX uki bilan 45^0 va OU uki 60^0 burчak taшkil kiladi. $|\bar{a}|=|\overline{AO}|=6$ bulsin. A nuktaning applikatasi musbat bulsa, uning koordinatalarini aniklang va $\bar{a}=\overline{OA}$ vektor $\bar{i},\bar{j},\bar{k}$ lar orkali ifodalang.

39. A(-1;2;-2) nukta яsalsin va radius vektorining yunaliшi aniklansin.

40. A (N-4; N+3; N+1) V (N-2; N+1; N) nuktalar berilgan. $\bar{a}=\overline{AB}$ vektor va uning koordinata uklaridagi proekцiяlari яsalsin xamda uning uzunligi va yunaliшi aniklansin.

41. $\bar{a}$ vektor OY uki bilan 60^0 va OZ uki bilan 45^0 burчak taшkil kildi. Agar $|\bar{a}|=8$ bulsa va $|\bar{a}|=\overline{OA}$ bulsa va A nuktaning abцissasi musbat bulsa, uning koordinatalari topilsin.

42. $\bar{a}=2\bar{i}+\bar{j}-3\bar{k}$, $\bar{в}=\bar{i}+(N-15)\bar{k}$ va $\bar{c}=10\bar{j}$ vektorlar berilgan. Kuyidagilarni bajaring:

a) шu vektorlarni яsang.

b) $\bar{a}+\bar{в}+\bar{c}$, $2\bar{a}-3\bar{в}+\bar{c}$, $4\bar{a}+5\bar{в}-4\bar{c}$ vektorlar topilsin va яsalsin.

§10. Ikki vektorni skalяr va vektorli kupaytmasi.

Ikki vektorning skalяr kupaytmasi deb шu vektorlarning modullarining ular orasidagi burчak kosinusi bilan kupaytmasiga aytiladi va $(\bar{a},\bar{b})$ *kuriniшida belgilanadi, яъni*

$$(\bar{a},\bar{b})=|\bar{a}|\,|\bar{b}|\cos\alpha=|\bar{a}|np_{\bar{a}}|\bar{b}|=|\bar{b}|np_{\bar{b}}|\bar{a}|$$

Agar $\bar{a}$ Ва $\bar{b}$ *vektorlar koordinatalari (komponentalari) bilan berilgan, яъni* $\bar{a}\{x_1;y_1;z_1)$, $\bar{b}\{x_2;y_2;z_2)$ *bulsa,* $(\bar{a},\bar{b})=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$. $\bar{a}$ ва $\bar{b}$ *vektorlar orasidagi burчak эsa*

$$\cos\alpha=\frac{(\bar{a},\bar{b})}{|\bar{a}|\,|\bar{b}|}=\frac{x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}*\sqrt{x_2^2+y_1^2+z_1^2}}$$

agar $\bar{a}\perp\bar{b}$ *bulsa,* $x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2=0$, $\bar{a}\,//\,\bar{b}$ *bulsa,* $\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2}=\frac{z_1}{z_2}$

Ikki $\bar{a}$ ва $\bar{b}$ vektorlarning vektorli kupaytmasi deb шundan учinчi $\bar{c}$ vektorga aytiladiki:

1) *$\bar{c}$ vektor son kiymati buyiчa $\bar{a}$ ва $\bar{b}$ vektorlarga kurilgan parallelogramning юziga teng.*
2) *и $\bar{a}$ ва $\bar{b}$ vektorlar yotgan tekislikka perpendikulяrdir.*
3) *и ning yunaliшi эsa учidan karaganda $\bar{a}$ vektordan $\bar{b}$ vektorga karab эng kiчik burчak yunaliшi soat strelkasi yunaliшiga teskari .*

Ikki $\bar{a}$ ва $\bar{b}$ vektorning vektorli kupaytmasi $\left[\bar{a},\bar{b}\right]$ kuriniшida belgilanadi.

Agar $\bar{a}$ ва $\bar{b}$ vektorlar koordinatalari bilan $\bar{a}\{x_1;y_1;z_1)$, $\bar{b}\{x_2;y_2;z_2)$ berilgan bulsa

$$\left[\bar{a},\bar{b}\right]=\begin{vmatrix}\bar{i} & \bar{j} & \bar{k}\\ x_1 & y_1 & z_1\\ x_2 & y_2 & z_2\end{vmatrix}$$

Taъrifdan maъlum buladiki $\bar{a}$ ва $\bar{b}$ vektorlarga kurilgan parallelogramm юzi $S=\left|\left[\bar{a},\bar{b}\right]\right|$,

uчburчak юzi эsa $S_{\Delta}=\frac{1}{2}\left|\left[\bar{a},\bar{b}\right]\right|$ formulalar bilan xisoblanadi.

43. $\bar{a}$ va $\bar{в}$ vektorlar berilgan bulib $|\bar{a}|=3$, $|\bar{в}|=4$, $(\bar{a}\wedge\bar{в})=30^0$

Kuyidagilarni toping.

1) $(\bar{a},\bar{в})$ 2) $|\bar{c}|=|[\bar{a},\bar{в}]|$ ni toping va яsang.

44. $\bar{a}=x_1\bar{i}+y_1\bar{j}+z_1\bar{k}$, $\bar{в}=x_2\bar{i}+y_2\bar{j}+z_2\bar{k}$ vektorlar berilgan.

Kuyidagilarni toping.

1) $(\bar{a},\bar{в})$; 2) $\left[\bar{a},\bar{в}\right]$; 3) $\left(2\bar{a},3\bar{в}\right)$; 4) $\left[3\bar{a},4\bar{в}\right]$

45. Uчlari A(2;-1;3), V(1;1;1) va S(0;0;5) nuktalardan iborat bulgan ΔAVS ning burчaklari, perimetri va юzasi aniklansin.

46. $\bar{a}=2\bar{i}+\bar{j}$ va $\bar{в}=-2\bar{j}+\bar{k}$ vektorlarga яsalgan parallelogrammning юzi va dioganallari orasidagi burчak topilsin.

47.Uzaro komplanar $\bar{a},\bar{в}$ va $\bar{c}$ vektorlar berilgan bulib, $|\bar{a}|=3$, $|\bar{в}|=2$, $|\bar{c}|=5$ va $\left(\bar{a}\hat{,}\bar{в}\right)=60^0$, $\left(\bar{в}\hat{,}\bar{c}\right)=60^0$ $\bar{u}=\bar{a}+\bar{в}+\bar{c}$ vektor яsalsin va $u=\sqrt{(a+в+c)^2}$ formula buyiчa uning moduli xisoblansin.

48. Agar $\bar{m}$ va $\bar{n}$-oralaridagi burчagi 60^0ga teng birlik vektorlar bulsa, $\bar{a}=2\bar{m}+\bar{n}$ va $\bar{в}=\bar{m}-2\bar{n}$ vektorlarga яsalgan paralelogramm dioganallarining uzunliklari va ular orasida burчak xisoblansin.

49. Uчlari A(7;3;4), V(1;0;6) va S(4;5;-2) nuktalarda bulgan uчburчakning юzi va A uчidan VS tomonga tuшirilgan balandligi topilsin.

50. $\bar{a}=5\bar{i}-(N-10)\bar{j}+\bar{k}$ va $\bar{в}=-3\bar{i}+\bar{j}+(N-13)\bar{k}$ vektorlar orasidagi burчak aniklansin.

51. $\bar{a}=3\bar{i}+4\bar{j}-(N-15)\bar{k}$ va $\bar{в}=2\bar{i}-2\bar{j}-\bar{k}$ vektorlarga яsalgan parallelogrammni юzi va dioganallarining uzunliklari topilsin.

52. $\bar{a}=3\bar{i}+\bar{j}-\bar{k}$ va $\bar{в}=3\bar{j}+4\bar{k}$ vektorlar berilgan. Kuyidagilar topilsin:

$(\bar{a},\bar{в})$ 2) $[\bar{a},\bar{в}]$ 3) $[3\bar{a},-2\bar{в}]$ 4) $[\bar{a},3\bar{в}]$ 5) $(\bar{a}+2\bar{в},\bar{a}-3\bar{в})$ 6) $[3\bar{a}-4\bar{в},4\bar{a}+\bar{в}]$

§11. Uч vektorning aralaш kupaytmasi.

$\bar{a}$, $\bar{\mathrm{b}}$ ва $\bar{\mathrm{c}}$ vektorlarning aralaш kupaytmasi deb $([\bar{a},\bar{\mathrm{b}}]\cdot\bar{\mathrm{c}})$ ifodaga aytiladi.

$$([\bar{a}\cdot\bar{\mathrm{b}}]\cdot\bar{\mathrm{c}})=(\bar{a}\cdot[\bar{\mathrm{b}}\cdot\bar{\mathrm{c}}])=\bar{a}\cdot\bar{\mathrm{b}}\cdot\bar{\mathrm{c}}$$

Agar $\bar{a}$, $\bar{\mathrm{b}}$ Ва $\bar{\mathrm{c}}$ vektorlar koordinatalari bilan berilgan bulsa,

$\bar{a}\{x_1;y_1;z_1\}$, $\bar{\mathrm{b}}\{x_2;y_2;z_2\}$, $\bar{\mathrm{c}}\{x_3;y_3;z_3\}$

$$\bar{a}\cdot\bar{b}\cdot\bar{c}=([\bar{a},\bar{\mathrm{b}}]\bar{c})=\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1\\ x_2 & y_2 & z_2\\ x_3 & y_3 & z_3\end{vmatrix}$$

Anglaш kiyin эmaski $\bar{a}$, $\bar{\mathrm{b}}$ ва $\bar{\mathrm{c}}$ vektorlarga kurilgan parallelepipedning xajmi $V=\left|([\bar{\mathrm{a}},\bar{\mathrm{b}}]\bar{\mathrm{c}})\right|$ va piramida xajmi $V_{П}=\frac{1}{6}\left|([\bar{\mathrm{a}},\bar{\mathrm{b}}]\,\bar{\mathrm{c}})\right|$ formula bilan xisoblanadi.

53. $|\bar{a}|=5$, $|\bar{b}|=4$ va $|\bar{c}|=3$ vektorlar berilgan bulib $(a\hat{\ }b)=30^0$, $([\bar{a}\hat{\ }\bar{в}],\hat{\ }c)=60^0$
Шu uч vektorning aralaш kupaytmasini toping.

54. $\bar{a}=x_1\bar{i}+y_1\bar{j}+z_1\bar{k}$, $\bar{в}=x_2\bar{i}+y_2\bar{j}+z_2\bar{k}$ va $\bar{c}=x_3\bar{i}+y_3\bar{j}+z_3\bar{k}$ vektorlarni aralaш kupaytmasini topinng.

55. $\bar{a}=3\bar{i}+4\bar{j}$, $\bar{в}=3\bar{j}-\bar{k}$, $\bar{c}=3\bar{j}+4\bar{k}$ vektorlarga paralelepiped яsalsin xamda uning xajmi xisoblansin.

56. Uчlari 0(0;0;0), A(4;0;0), V (0;3;0) va S(2;2;4) nuktalarda bulgan piramida яsalsin xamda uning xajmi, OAV yogi юzi va шu yokka tuшirlgan balangdligi xisoblansin.

57. A(4;3;2), V(2;2;3), S(0;1;4) va D(1;-2;3) nuktalarni bir tekislikda yotiшi kursatilsin.

58. $\bar{a}=-\bar{i}+3\bar{j}+2\bar{k}$, $\bar{в}=2\bar{i}-3\bar{j}-4\bar{k}$, $\bar{c}=3\bar{i}+12\bar{j}+6\bar{k}$ vektorlarni uzaro komplanar эkani kursatilsin va $\bar{c}$ vektor $\bar{a}$ va $\bar{в}$ vektorlar buyiчa yoyilsin. (tarkatilsin)

59. Uчlari A(0;0;N-15), V(5;0;0), S(0;4;0) va D(2;2;5) nuktalarda bulgan piramida яsalsin va kuyidagilar topilsin:

1) Δ VSD ning peremetri.
2) Δ VSD ning юzi
3) Δ VSD ning iчki burчaklari.
4) Piramidaning xajmi

5) ASD asosga tuшirilgan balandligi

60. A(N-10;1;1), V(0;0;N-12), S(1;-2;-2) va D(2;-2;1) nuktalar bir tekislikda yotadimi ? Agar yotmasa, uчlari A,V,S,D nuktalarda bulgan piramidaning xajmini toping.

§12. Nuktaning geometrik urni sifatidagi чizikning tenglamasi.

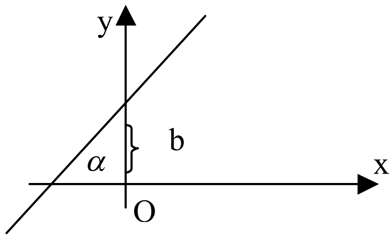
Чizikning tekislikda (F(x, y) = 0) tenglamasi deb, x va y uzgaruvчilarga nisbatan tuzilgan шunday tenglamaga aytiladiki, uni шu чizikda yotgan nuktaning koordinatalari kanoatlantiradi, чizikda yotmagan nuktalarning koordinatalari эsa kanoatlantirmaydi.

Berilgan L чizikning tenglamasini tuziш uчun uning ustida yotuvчi M(x; y) nukta olib, x va y uzgaruvчi koordinatalarni (чizikning taъrif va xossalaridan foydalanib) boglovчi tenglik tuziш kerak.

61. Markazi M(2; 3) nukta bulib, radiusi R=4 bulgan aylana tenglamasini tuzing. A(-2;3), V(2;3), S(4;5), шu aylanada yotadimi ?
62. A(2;3) va V(-2;5) nuktalardan teng uzoklikda yotgan nuktalar goemetrik urnining tenglamasini tuzing.
63. A(2;3) nuktadan V(0;-3) nuktaga nisbatan 2 marta uzokrokda yotgan nuktalar goemetrik urnining tenglamasi tuzilsin
64. Xar bir nuktasidan $F_1(2;0)$ va $F_2(-2;0)$ nuktalargaчa bulgan masofalarning yigindisi $2\sqrt{5}$ ga teng nuktalar geometrik urnining tenglamasi tuzilsin.
65. F(0;2) nuktadan va OX ukidan teng uzoklaшgan nuktalar geometrik urnining tenglamasi tuzilsin.
66. $F_1(-3;0)$ va $F_2(3;0)$ nuktalargaчa bulgan masofalarning ayirmasi 4ga teng nuktalar geometrik urnining tenglamasi tuzilsin.
67. A(0;4) va V(4;0) nuktalardan teng uzoklikda joylaшgan nuktalar goemetrik urnining tenglamasi yozilsin.
68. A(-1;1) va V(2;-3) nuktalardan barobar uzoklikda yotuvчi nuktalar goemetrik urnining tenglamasi yozilsin.
69. Markazi M(N-12;0) va radiusi R=N-1 bulgan aylananing tenglamasi tuzilsin.
70. F(N-15;N-16) nuktadan va OX ukidan barobar uzoklikda yotgan nuktalar goemetrik urnining tenglamasi tuzilsin.
71. 1)u=x^2-7x+12 ; 2) $y=\frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$; 3) 3x-4u-12=0, 4) $y=\frac{2}{3}\sqrt{x^2-9}$ чiziklarning koordinata uklari bilan kesiшgan nuktalari aniklansin.

§13. Tugri чizikning xar xil kuriniшidagi tenglamalari.

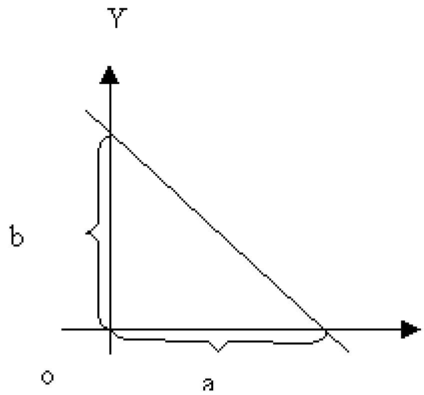
1. tugri чizikning burчak koэffiцientli tenglamasi y=kx+b



(11-чizma)

2. tugri чizikning umumiy tenglamasi Ax+By+C=0. Bunda A, V шu tugri чizikka perpendikulяr (normal) bulgan vektorning koordinatalari.

3. Tugri чizikning kesmalar шakldagi tenglamasi: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$



(12-чizma)

72. OU ukidan v=4 kesma ajratib OX – uki bilan 1) 60^0 2)30^0 3)135^0 4)45^0 burчak taшkil kiluvчi tugri чiziklar яsalsin va tenglamalari yozilsin.
73. Koordinata boшidan va A(3;-4) nuktadan utuvчi tugri чizik яsalsin va tenglamasi tuzilsin.
74. 1) 2x-3u=6 2) 5x-6u=0 3) u=5 4) ax+vu+s=0 5) $\frac{x}{a}+\frac{y}{в}=1$ tugri чizik tenglamalari tugri чizikning burчak koэffiцientli tenglamasiga keltirib, xar biri uчun k va v xisoblansin.
75. A(4;3) nuktadan utuvчi va koordinatalar burчagidan юzi 3kv.b.ga teng uчburчak ajratuvчi tugri чizik tenglamasi yozilsin.
76. A(2;2) V(3;0) S(1;2) D(0;4) nuktalardan kaysi biri 2x-5u-6=0 tugri чizik ustida yotadi.
77. A(3;-5) va V (4;3) nuktalardan utuvчi tugri чizik tenglamasini tuzing.
78. OX ukidan a=4 va OU ukidan v=5 birlik ajratgan tugri чizik tenglamasini tuzing.
79. A(3;4) nuktadan utib $\overline{S}=\{7;-4\}$ vektorga parallel bulgan tugri чizik tenglamasini tuzing.
80. A(4;-3) nuktadan utib $\overline{n}=\{3;5\}$ vektorga perpendikulяr bulgan tugri чizik tenglamasini tuzing.

81. Kuyidagi 3x+4u-12=0; u=5x-2; 3x-4=0; 5u-10=0, $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}$ tugri чiziklarni яsang.

82. Kuyidagi 2x-3u-6=0; u=7x-4; 2x-4=0; 3u+9=0; $\frac{x-3}{4}=\frac{y+5}{3}$; x=0 tugri чiziklarni яsang

83. A(4;5) nuktadan utib, OX uki bilan 15^0 va 75^0 burчak taшkil kilgan tugri чizik tenglamasi tuzilsin k va v parametrlari aniklansin.

84. Asoslari 8 va 2 sm bulgan teng yonli trapeцiяning utkir burчagi 60^0. Trapeцiя katta asosini OX uki uning simmetriя ukini OU uki deb tomonlari tenglamasini tuzing.

85. A(0;5) nuktadan utib koordinata sistemasining I чoragidan юzi 10 kv.b. ga teng uчburчak ajratadigan tugri чizik tenglamasi yozilsin.

86. A(0;1), V(1;1), S(2;6), D(0;0) nuktalardan kaysi biri 5x-u-4=0 tugri чizik ustida yotadi.

14§. Ikki tugri чizik orasidagi burчak.

Ikki tugri чizikning kesiшiш nuktasi.

Ikki tugri чizik orasidagi burчak deb ular uzaro kesiшib xosil kilgan utkir burчakka aytiladi.

Agar L_1 *va* L_2 *tugri чiziklar* $y=k_1x+b_1$, $y=k_2x+b_2$ *tenglamalari bilan berilgan bulsa, ikki tugri чizik orasidagi burчak tangensi* $tg\alpha=\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}$ *formula bilan,* $A_1x+B_1y+C_1=0$, $A_2x+B_2y+C_2=0$ *umumiy tenglamalari bilan berilgan bulsa* $tg\alpha=\frac{A_1B_2-A_2B_1}{A_1A_2+B_1B_2}$ *formula bilan topiladi.*

Agar $L_1 // L_2$ *bulsa,* $k_1=k_2$ *yoki* $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}$

$L_1 \perp L_2$ *bulsa,* $k_1=-\frac{1}{k_2}$ *yoki* $A_1A_2+B_1B_2=0$

L_1 *va* L_2 *tugri чiziklar parallel bulmasa, ular bir nuktada kesiшadi va kesiшiш nuktasining koordinatasini topiш uчun tugri чizik tenglamalarini sistema kilib eчiш kerak.*

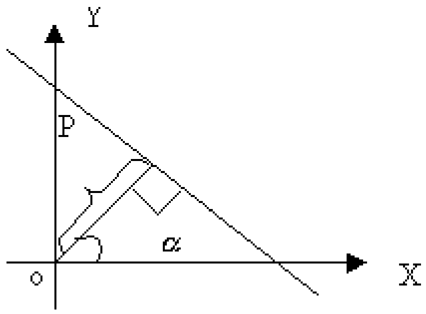
87. Kuyidagi tugri чiziklar orasidagi burчak aniklansin:

$$1)\begin{cases}3x-2y+1=0\\6x-4y-8=0\end{cases} \qquad 2)\begin{cases}y=2x-3\\x+y+1=0\end{cases}$$

$$3)\begin{cases}y=5x+7\\y=\frac{2}{3}x-\frac{1}{9}\end{cases} \qquad 4)\begin{cases}y=\sqrt{3}x+5\\y=3\end{cases}$$

88. 1) 2x+3u+1=0 2) 4x-6u-8=0 3)2x-3u+5=0 4)6x-9u-7=0 tugri чiziklardan parallel va perpendikulяr bulganlari kursatilsin.
89. A(2;1) nuktadan utib u=2x-3 tugri чizikka parallel va perpendikulяr bulgan tugri чiziklar tenglamasi tuzilsin va яsalsin.
90. 3x-4u-12=0 tugri чizikning koordinata uklari bilan kesiшgan nuktalariga шu tugri чizikka perpendikulяr bulgan tugri чiziklar utkazilgan. Ularni tenglamasi yozilsin.
91. A(4;-3) va V(-3;5) nuktalardan utuvчi tugri чizik tenglamasi tuzilsin.
92. Uчlari A(2;0), V(2;2) va S(-2;2) nuktalarda bulgan uчburчak berilgan. AS tomoni, VD balandligi va VE medianasini tenglamalari tuzilsin.
93. 2x-u-1=0 va x+2u-8=0 tugri чiziklarning kesiшiш nuktasi topilsin.
94. Uчburчak tomonlari x-2u+3=0, x+3u=0, x=3 tenglamalar bilan berilgan. Uning uчlarini koordinatalari va iчki burчaklari aniklansin.
95. Koordinatalar boшidan utib, u=4-2x tugri чizik bilan 45^0 burчak taшkil эtuvчi tugri чizik tenglamasi yozilsin.
96. x+2u-8=0 va 2x-u-1=0 tugri чiziklarni kesiшiшi nuktasidan utgan va 5x-6u-8=0 tugri чizikka parallel bulgan tugri чizik tenglamasi tuzilsin.
97. Tomonlari x-3u-8=0, x+u-4=0, u=2x tenglamalar bilan berilgan uчburчak яsalsin, uning iчki burчaklari, perimetri va юzi topilsin.
98. Uчlari S(4;0), V(2;4) va A(-2;0) nuktalarda bulgan uчburчak berilgan. Uning tomonlarini, AE medianasini va AO balandligini tenglamasi yozilsin.
99. A(4;7) nuktadan utib 3x-4u-5=0 tugri чizikka parallel va perpendikulяr bulgan tugri чizik tenglamalari yozilsin.

15§. Tugri чizikning normal tenglamasi.
Nuktadan tugri чizikgaчa bulgan masofa.



(13-чizma)

(13-чizma). Tugri чizikning normal tenglamasi $x\cos\alpha + y\sin\alpha - p = 0$ bulib, bunda p – koordinata boшidan tugri чizikka tuшirilgan perpendikulяrning uzunligi, α эsa uшa perpendikulяrning OX ukka ogiш burчagi. Tugri чizik Ax+By+c=0 umumiy tenglamasi bilan berilgan bulsa, uni normal tenglamaga keltiriш uчun $\mu = \pm\dfrac{1}{\sqrt{A^2+B^2}}$ normallovчi kupaytuvчiga kupaytiriш kerak, яъni $\dfrac{Ax+By+c}{\pm\sqrt{A^2+B}} = 0$, bunda μ ning iшorasi C ning iшorasiga teskari kilib olinadi.

M_0 (x_0; y_0) nuktadan L tugri чizikgaчa bulgan d masofani topiш uчun tugri чizikni normal tenglamasidagi X va Y urniga x_0 va y_0 kuyib, xosil bulgan sonning absoлют kiymatini oлиш kerak.

$$d = \left|x_1 \cos\alpha + y_1 \sin\alpha - p\right| = \frac{\left|Ax_0 + By_0 + c\right|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

100. Kuyidagi tugri чizik tenglamalarini normal kuriniшga keltiring.

1) 3x-4u-20=0 2)4x+3u+20=0

3) $\frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y - 3 = 0$ 4) 3x-4=0 5) 2u+3=0

101. A(4;3), V91;2) va S(1;0) nuktalardan 3x+4u-140=0 tugri чizikka bulgan masofalar topilsin. Nuktalar va tugri чizik яsalsin.

102. Koordinata boшidan 5x-12u+39=0 tugri чizikgaчa bulgan masofa topilsin.

103. 3x-5u=0 va 9x+15u-5=0 tugri чiziklarning parallel эkanligi kursatilsin va ular orasidagi masofa topilsin.

104. 2x+3u-12 va 3x+2u=12 tugri чiziklar orasidagi burчaklar bissektrisalarining tenglamalari yozilsin.

105. 3x-4u-1=0 tugri чizikka parallel bulib undan d=5 birlik uzokda bulgan tugrpi чizik tenglamasi tuzilsin.

106. Uчlari A(3;4), V(-1;1), S(1;-2) nuktalarda bulgan uчburчakning balandliklarining tenglamalari topilsin.

107. Kuyidagi 3x-4u=0, x-5=0 va 2x+4u-8=0 tugri чiziklarni kesiшiшidan xosil bulgan uчburчakning balandliklari topilsin.

108. Kuyidagi tugri чizik чizik tenglamalarini normal kuriniшiga keltiring:

1) 12x-5u-13=0 2) 5u+12x+26=0

3) 15x+20u+8=0 4) $\frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{1}{\sqrt{2}}x - 4 = 0$

109. A(1;-3), V(-2;0), S(0;-3) nuktalardan 5u-12x-13=0 tugri чizikgaчa bulgan masofa topilsin.

110. 3x-4u-17=0 tugri чizikdan koordinata boшigaчa bulgan masofa topilsin.

111. 2x-3=0, u-3=0, x=0 tugri чiziklarni kesiшiшidan xosil bulgan uчburчakning юzi topilsin.

112. 3x-4u+5=0 va 3x-4u-8=0 tugri чiziklarni parallelligi isbotlansin va ular orasidagi masofa topilsin.

§16. Aylana.

Aylana taъrifiga asosan markazi M (a; b) nuktada va radiusi R bulgan aylana tenglamasi $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ kuriniшida yoziladi. Kavslarni oчib чiksak $x^2 - 2ax + y^2 - 2by = R^2 - a^2 - b^2$

tenglama xosil buladi. Demak, $x^2 + y^2 + mx + ny + p = 0$ tenglama aylana tenglamasi эkan. Xususiy xolda aylana markazi koordinata boшida bulsa $a = b = 0$ bulib, $x^2 + y^2 = R^2$ buladi.

113. Markazi M(4;3) nuktada va radiusi R=3 bulgan aylananing kanonik tenglamasini tuzing va яsang.

114. Markazi A(4;3) va V(2;-7) kesmaning urtasida va radiusi R=4 bulgan aylananing kanonik tenglamasini tuzing va яsang.

115. Markazi koordinata boшida va radiusi R=5 bulgan aylananing kanonik tenglamasini tuzing va яsang.

116. Kuyidagi aylana tenglamalarini kanonik kuriniшga keltiring va яsang. 1) $x^2+u^2-2x+4u=0$ 2) $x^2+u^2-6u+5=0$ 3) $x^2+u^2+4x+4=0$ 4)$x^2+u^2+4x+4=0$ 5) $x^2+u^2-6u+5=0$

117. A(4;1), V(0;-1), S(1;0) nuktalardan utuvчi aylananing tenglamasini tuzing va яsang.

118. $x^2+u^2-4x+2u=0$ aylana bilan x-u=0 tugri чizikning kesiшiшi nuktasini toping.

119. A(2;1) nuktadan utib koordinata uklariga urungan aylananing kanonik tenglamasini tuzing va яsang.

120. Markazi M(-4;5) nuktada va radiusi R=3 bulgan aylananing kanonik tenglamasi tuzilsin va яsalsin.

121. Markazi $M_1(4;-3)$ nuktada va $M_2(4;5)$ nuktadan utuvчi aylananing kanonik tenglamasi tuzilsin va яsalsin.

122. Diametri AV kesmadan iborat (A(4;-3), V(6,7)) aylananing kanonik tenglamasi tuzilsin va яsalsin. Kuyidagi A(5;-2), V(2; $2+\sqrt{17}$), S(1;$2+\sqrt{10}$) nuktalardan kaysi biri шu aylana ustida yotadi?

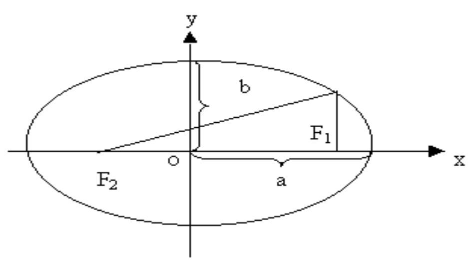
123. Kuyidagi aylananing tenglamalarini kanonik kuriniшga keltiring:

1) $x^2-6u^2+8u=0$ 2) $x^2+u^2-8u=0$

2) $x^2+u^2-10x=0$ 4) $x^2+u^2-10x=0$

§17. Эllips.

Tekislikda ixtiyoriy nuktasidan berilgan ikki F_1 va F_2 nuktalargaчa (fokuslargaчa) bulgan masofalarning yigindisi uzgarmas bulgan nuktalarning geometrik urniga эllips deyiladi. Эllipsning kanonik (эng sodda) tenglamasi: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ kuriniшda buladi. Bu tenglama bilan berilgan эllips koordinata uklariga nisbatan ***<u>(14-чizma).</u>*** simmetrik bulib (4-чizma), a va b эllipsning яrim uklari deyiladi. a>b bulsa fokuslar F_1 va F_2 OX uki ustida bulib markazdan $C=\sqrt{a^2-b^2}$



(14)

masofada buladi. $E=\frac{c}{a}<1$ эllipsning эksцentrisiteti deyiladi. Эllipsning M(x; y) nuktasidan fokuslarigaчa bulgan masofalar (fokal radius –vektorlar)

r_1 =a –Ex, r_2 =a +Ex formula bilan aniklanadi.

124. $4x^2+9u^2-36=0$ эllips яsalsin, uning fokuslari va эksцentrisiteti topilsin.

125. Fokuslari OX ukida va koordinata boшiga nisbatan simmetrik bulgan эllipsning kanonik tenglamasini kuyida berilganlarga asosan tuzing:

1) kiчik яrim uki 12, fokuslar orasidagi masofa 2s=10

2) katta яrim uki 10, эksцentrisiteti $E=\frac{3}{5}$

3) fokuslar orasidagi masofa 2s=6, эksцentrisiteti $E=\frac{3}{5}$

4) kiчik яrim uki 10, эksцentrisiteti $E=\frac{12}{13}$

126. Fokuslari OU ukida bulib, koordinata boшiga nisbatan simmetrik bulgan эllipsning kanonik tenglamasi kuyidagi berilganlarga asosan tuzilsin.

1) Яrim uklari mos raviшda 9 va4

2) Katta uki 10, fokuslar orasidagi masofa 2s=8

3) Fokuslar orasidagi masofa 2s=24, эksцentrisiteti $E=\frac{12}{13}$

127. Kuyidagi berilgan эllips tenglamalaridan эllipsning яrim uklarini toping:

1) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$, 2) $\frac{x^2}{4}+y^2=1$, 3) $x^2+25u^2=25$,

4) $9x^2+u^2=1$, 5)$16x^2+u^2=16$, 6)$9x^2+25u^2=1$.

128. $9x^2+25u^2=225$ эllipsga taшki чizilgan, va tomonlari эllips uklariga parallel bulgan tugri turtburчak юzini toping.

129. Ikki uчi $x^2+5u^2=20$ эllipsning fokuslarida va kolgan ikki uчi эllips kiчik яrim ukining oxirida bulgan turtburчakni юzi topilsin.

130. $x^2+15u^2=16$ эllips bilan x+u=0 tugri чizikning kesiшiш nuktalari topilsin.

131. Эllips fokuslarining biridan katta ukining uчlarigaчa bulgan masofalar 5 va 1 ga teng. Uning эng sodda tenglamasi yozilsin.

132. Kuyidagi $A_1(-2;3)$, $A_2(2;-2)$, $A_3=(2;-4)$, $A_4(-1;3)$, $A_5(-4;-3)$, $A_6(3;-1)$, $A_7(3;-2)$, $A_8(2;1)$, $A_9(0;15)$ va $A_{10}(0;16)$ nuktalardan kaysi biri $8x^2+5u^2=77$ эllips ustida, iчida va taшkarisida yotadi.

133. Er fokuslaridan birida kuyoш joylaшgan эllips buyiчa xarakat kiladi. Kuyoшdan ergaчa bulgan эng kiчik masofa taxminan 147,5 mln.km, эng katta masofa 152,5 mln.km.ga teng bulsa, er orbitasining katta яrim uki va эksцentrisiteti topilsin.

134. Fokuslari OX ukida va koordinata boшiga nisbatan simmetrik bulgan эllipsning kuyidagi berilganlarga asosan tenglamasi tuzilsin.

1) $M_1(-2\sqrt{5};2)$ nuktadan utadi va kiчik яrim uki v=3

2) $M_2(2;-2)$ nuktadan utadi va katta ярim uki a=4.

3) $M_1(4;-\sqrt{3})$ va $M_2(2\sqrt{2};3)$ nuktalardan utadi.

$M_1(2;-\frac{5}{3})$ nuktadan utadi va эksцentrisiteti $E=\frac{2}{3}$

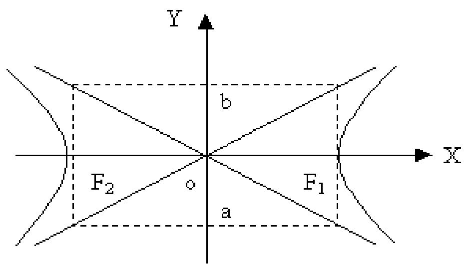
§18. Giperbola

Tekislikda giperbola deb ixtiyoriy nuktasidan ikki nuktagaчa (fokuslargaчa) bulgan masofalarning ayirmasi uzgarmas bulgan nuktalarning geometrik urniga aytiladi.

Koordinata uklariga simmetrik bulgan giperbolaning kanonik (эng sodda) tenglamasi

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

Giperbola OX ukini uчlari deb ataluvчi $A_1(a;\ 0)$, $A_2(-a;\ 0)$ **(15-чizma).** *nuktalarda kesadi,*



OY uki bilan kesiшmaydi. a ga giperbolaning xakikiy ярim uki, b ga эsa mavxum ярim uki deyiladi. $C=\sqrt{a^2+b^2}$ *markazdan fokusgaчa bulgan masofani bildiradi.* $E=\frac{c}{a}>1$ *uning эksцentrisiteti deyiladi.*

$y=\pm\frac{b}{a}x$ *tugri чiziklar giperbolaning asimptotalari deyiladi.*

M(x; y) nuktalardan fokuslargaчa bulgan masofalar (fokal radius-vektorlar)

$r=|\,Ex-a\,|$, $\qquad r_1=|\,Ex+a\,|$

formulalar bilan aniklanadi.

135. x^2-$4u^2$=16 giperbola va uning asimptotalari ясalsin. Giperbolaning fokuslari, эksцentrisiteti va asimptotalari orasidagi burчak topilsin.

136. Fokuslari OX ukida, koordinata boшiga nisbatan simmetrik bulib, kuyidagi berilganlarga asosan giperbolaning kanonik tenglamasi tuzilsin.

1) 2a=10 va 2v=8

2) 2s=10 va 2v=8

3) 2s=6 va эksцentrisiteti $E=\frac{3}{2}$

137. Giperbola $16x^2$-$9u^2$=144 tenglama bilan berilgan.

Kuyidagilar topilsin:

1) ярim uklari 2) fokuslari 3) эksцentrisiteti 4) asimptotasining tenglamalari

138. $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1$ giperbola bilan 2x-u-10=0 tugri чizikning kesiшiш nuktalari topilsin.

139. Uчlari $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ эllipsning fokuslarida, fokuslari эsa uning uчlarida bulgan giperbolaning tenglamasi yozilsin.

140. Giperbola koordinata uklariga nisbatan simmetrik bulib, M$(6;2\sqrt{2})$ nuktadan utadi va v=2 mavxum ярim ukga эga. Uning tenglamasi yozilsin xamda M nuktadan fokuslargaчa bulgan masofa topilsin.

141. $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{64}=1$ giperbola berilgan. Uning ярim uklarini, fokusini, эksцentrisitetini toping va asimptotalarining tenglamalarini tuzing.

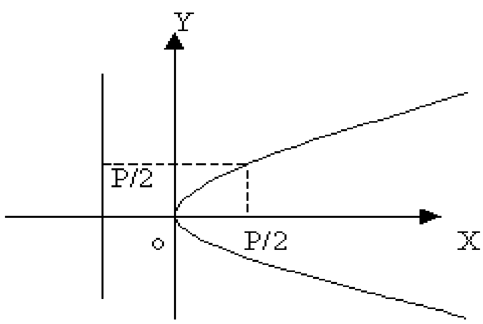
142. Uчlari $\frac{x^2}{225}+\frac{y^2}{144}=1$ эllipsning fokuslarida va fokuslari эllipsning uчlarida bulgan giperbolaning kanonik tenglamasini yozing va ясang.

143. Biror uчidan fokuslargaчa masofalar 9 va 1 ga teng bulgan giperbolaning kanonik tenglamasi tuzilsin.

144. $9x^2$-$16u^2$=144 giperbolada ung fokusga nisbatan чap fokusga ikki marta яkinrok bulgan nukta topilsin.

§ 19. Parabola.

Tekislikda parabola deb ixtiyoriy nuktasidan berilgan nuktagaчa (fokusgaчa) va berilgan tugri чizikgaчa (direktrisigaчa) bulgan masofalar teng bulgan nuktalarning geometrik urniga aytiladi.

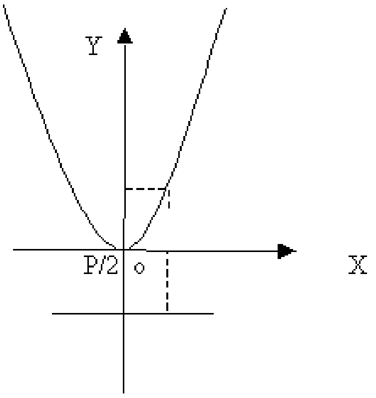


(16)

<u>(16)</u> *Parabolaning kanonik tenglamasi kuyidagi ikki kuriniшga эga:*

1) $y^2 = 2px - O\overline{X}$ *ukka nisbatan simmetrik buladi.*

2) $x^2 = 2py - O\overline{X}$ *ukka nisbatan simmetrik buladi.*



(17)

(17)*Xar ikki xolda xam parabolaning uчi, яъni simmetriя ukida yotuvчi nuktasi, koordinata boшida buladi.*

Parabola $F(\frac{p}{2};0)$ *fokus va* $x=-\frac{p}{2}$ *direktrisaga эga; M(x, y) nuktasining fokal radius-vektori*

$$r = x + \frac{p}{2}$$

formula bilan ifodalanadi.

145. Kuyidagi berilganlarga asosan uчi koordinata boшida bulgan parabolaning kanonik tenglamasini tuzing va яsang.

1) Parabola OX ukiga simmetrik bulib, ung яrim tekislikda joylaшgan va r=3
2) Parabola OX ukiga simmetrik bulib чap яrim tekslikda joylaшgan va r=0,5
3) Parabola OU ukiga simmetrik bulib юkori яrim tekslikda joylaшgan va $p=\frac{1}{4}$
4) Parabola OU ukiga simmetrik bulib, pastki яrim tekislikda joylaшgan va r=3

146. F(0;2) nuktadan va u=4 tugri чizikdan bir xil uzoklaшgan nuktalar geometrik urnining tenglamasi tuzilsin. Bu эgri чizikning koordinata uklari bilan kesiшgan nuktalari topilsin va яsalsin.

147. 1) u^2=4x; 2) u^2=-4x; 3)x^2=4u; 4) x^2=-4u tenglamalar bilan berilgan parabolalar xamda ularning fokuslari, direktrisalari яsalsin va direktrisalarining tenglamalari yozilsin.

148. U^2=16x parabola ustida шunday nukta toping-ki, fokal radiusi 13ga teng bulsin.

149. Fokusi F(7;2) nuktada va direktrisa x-5=0 bulgan parabola tenglamasini tuzing.

150. Koordinatalar boшidan va x=-4 tugri чizikdan teng uzoklaшgan nuktalar geometrik urnining tenglamasi tuzilsin. Bu эgri чizikning koordinata uklari bilan kesiшgan nuktalari topilsin va эgri чizik яsalsin.

151. Fokusi F(4;3) va direktrisasi u+1=0 bulgan parabolaning tenglamasi tuzilsin va яsalsin.

152. x+u-3=0 tugri чizik bilan x^2=4u parabolaning kesiшiш nuktalari topilsin.

153. u^2=24x parabolaning fokusining koordinatasini toping va direktrisa tenglamasini uzing.

§20. Tekislikning tenglamasi.

$M_0(x_0; y_0; z_0)$ nuktadan utuvчi va $\overline{n}\{A;\mathrm{B};\mathrm{C}\}$ vektorga perpendikulяr bulgan tekislik tenglamasi

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0.$$

$\overline{n}\{A;\mathrm{B};\mathrm{C}\}$ga tekislikning normal vektori deyiladi.

Tekislikning umumiy tenglamasi

$Ax+By+Cz+D=0$, bunda

$\overline{n}\{A;\mathrm{B};\mathrm{C}\}$ tekislikning normal vektori.

Tekislikning koordinata uklaridan ajratgan kesmalar buyiчa tenglamasi

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$$

kuriniшga эga.

154. 1) 5x-2u+2z-10=0 2) 2x+3y-z-6=0
3) 3x+4y-12=0 4) 4y-3z+12=0 5) 2x-3y-6=0
6) 3x-6=0 7) 4y-+2=0 8) 3z+6y=0
9)x=0 10) x=5 11) y=0 12) z=0
tekisliklar яsalsin.

155. X-2u+2z-4=0 tekislik яsalsin va uning normal vektorining yunaltiruvчi konuslari topilsin.

156. M(3;-2;4) nuktadan utib $\overline{n}=2\overline{i}+\overline{j}-5\overline{k}$ vektorga perpendikulяr bulgan tekislik tenglamasi tuzilsin.

157. $M_1(1;1;1)$ va $M_2(2;3;4)$ va $M_3(4;-1;5)$ nuktalardan utib 2x-7u+5z+9=0 tekislikka perpendikulяr bulgan tekislik tenglamasi tuzilsin va яsalsin.

158. $M_1(1;-1;1)$ va $M_2(2;-3;3)$ va $M_3(4;-1;5)$ nuktalardan utuvчi tekislik tenglamasi tuzilsin va яsalsin.

159. Koordinata boшidan utib $\overline{n}=5\overline{i}-3\overline{k}$ vektorga perpendikulяr bulgan tekislik tenglamasini tuzing.

160. $M_1(3;4;-5)$ nuktadan utib $\overline{a}=3\overline{i}+\overline{j}-\overline{k}$ va $\overline{в}=\overline{i}-2\overline{j}+\overline{k}$ vektorlarga parallel bulgan tekislik tenglamasini tuzing.

161. 1) x+z+5=0 va x-2u+2z-3=0 2) x+2u+4=0 va x+2z-5=0 tekisliklar orasidagi burчak topilsin.

162. Kuyidagi 1) x-2u+2z+3=0; 2) 2x+u+2z+1=0 3) 3x-4z+5=0 4) 4u+3z+12=0 tekislik tenglamalari normal kuriniшga keltirilsin va A(1;2;-3) nuktadan шu tekisliklargaчa bulgan masofalar topilsin.

163. 1) 2x+u-z-6=0; 2) u-2z-8=0 3) 2x-5=0 4) x+z-2=0 5) u=0 tekisliklar яsalsin.

164. $M_1(3;-4;4)$, $M_2(4;-1;2)$ va $M_3(1;2;3)$ nuktalardan utuvчi tekislik tenglamasi yozilsin.

165. 2x-2u+z+5=0 tekislikdan A(0;-3;7) nuktagaчa bulgan masofa topilsin.

166. 2x-3u+z-1=0, x-u+3z+2=0 va x-u-z=0 tekisliklarni kesiшiш nuktasi topilsin.

167. 2x-2u-z-3=0 tekislikka parallel va undan d=5 masofada bulgan tekislik tenglamasi yozilsin.

§21.Fazoda tugri чizik tenglamalari.

A(a; b; c) nuktadan utib $\overline{S}\{m;\mathrm{n};\mathrm{p}\}$ *vektorga parallel bulgan tugri чizik tenglamasi*

$$\frac{x-a}{m}=\frac{y-b}{n}=\frac{z-c}{p},$$

bu tenglamaga tugri чizikning kanonik tenglamasi deyiladi.

$$\left.\begin{aligned} x &= mt+a \\ y &= nt+b \\ z &= pt+c \end{aligned}\right\}\ kuriniшdagi$$

tenglamalarga tugri чizikning parametrik tenglamasi deyiladi.

Ikki $A(x_1;\, y_1;\, z_1)$ *va* $B(x_2;\, y_2;\, z_2)$ *nuktalardan utuvчi tugri чizik tenglamasi*

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{z-z_1}{z_2-z_1}$$

Fazoda tugri чizik tenglamasi

$$\left.\begin{aligned} Ax+By+Cz+D &= 0 \\ A_1x+B_1y+C_1z+D_1 &= 0 \end{aligned}\right\},$$

uni x va y ga nisbatan eчsak

$$\left.\begin{aligned} x &= mz+a \\ y &= nz+b \end{aligned}\right\}\quad yoki\quad \frac{x-a}{m}=\frac{y-b}{n}=\frac{z-0}{1}$$

168. $M_1(4;-3;5)$ nuktadan utib yunaltiruvчi vektori $\bar{s}=5\bar{i}-\bar{j}+2\bar{k}$ bulgan tugri чizikning kanonik tenglamasi tuzilsin va яsalsin.

169. $M_1(5;4;3)$ va $M_2(3;-3;4)$ nuktalardan utuvчi tugri чizik tenglamasi yozilsin va яsalsin.

170. $\frac{x-3}{-1}=\frac{y+3}{1}=\frac{z}{0}$ va $\frac{x+3}{1}=\frac{y-5}{-2}=\frac{z+3}{2}$ tugri чiziklar orasidagi burчak topilsin.

171. $\left.\begin{aligned} x+2y+3z-13=0 \\ 3x+y+4z-14=0 \end{aligned}\right\}$ tugri чizik tenglamasi kanonik kuriniшga keltirilsin va яsalsin.

172. $\left.\begin{aligned} x=z+1 \\ y=1-z \end{aligned}\right\}$ tugri чizik bilan $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{1}$ tugri чizikning perpendikulяr эkanligi kursatilsin.

173. $M_1(5;-4;3)$ nuktadan utib $\bar{s}=5\bar{i}-4\bar{j}+3\bar{k}$ vektorga parallel bulgan tugri чizikning tenglamasi yozilsin.

174. $\left.\begin{array}{r} 2x+y+8z-16=0 \\ x-2y-z-1=0 \end{array}\right\}$ tugri чizik tenglamasi kanonik kuriniшga keltirilsin va яsalsin.

175. A(-1;2;-2) nuktadan utuvчi va $\begin{cases} x-y-2=0 \\ y-2z-1=0 \end{cases}$ tugri чizikka parallel tugri чizik tenglamalari yozilsin.

176. $\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z+1}{1}$ va $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{3}$ tugri чiziklar orasidagi burчak topilsin.

177. $\left.\begin{array}{l} x=3t-2 \\ y=-4t+1 \\ z=4t-5 \end{array}\right\}$ tugri чizik bilan $\frac{x+5}{6}=\frac{y-2}{-5}=\frac{z+1}{8}$ tugri чiziklar orasidagi burчaklar topilsin.

§22. Tugri чizik va tekislik.

$\frac{x-a}{m}=\frac{y-b}{n}=\frac{z-c}{p}$ *tugri чizik bilan Ax+By+Cz+D=0 tekislik orasidagi burчak*

$$Sin\varphi=\frac{\left|\left(\overline{\mathrm{N}},\overline{\mathrm{S}}\right)\right|}{|\overline{n}||\overline{\mathrm{s}}|}=\frac{|\mathrm{Am}+\mathrm{Bn}+\mathrm{Cp}|}{|\overline{n}||\overline{\mathrm{s}}|}$$

ularning parallellik шarti Am+Bn+Cp=0 va perpendikulяrlik шarti $\frac{A}{m}=\frac{B}{n}=\frac{C}{p}$

Ularning kesiшiш nuktasini topiш uчun $\left.\begin{array}{l} x=mt+a \\ y=nt+b \\ z=pt+c \end{array}\right\}$ *tugri чizikni kanonik tenglamasini parametrik kuriniшga keltirib* $(t=-\frac{Aa+Bb+Cc+D}{Am+Bn+Cp})$ *t ni xisoblaymiz va sungra* x_0; y_0; z_0 *ni xisoblaymiz.*

$M_0(x_0;\ y_0;\ z_0)$ *tugri чizik va tekislikni kesiшiш nuktasini koordinatasidir.*

178. 2x+u+z+4=0 tekislik bilan $\frac{x+5}{0}=\frac{y+3}{3}=\frac{z-1}{-1{,}5}$ tugri чizik orasidagi burчak topilsin.

179. $\frac{x}{3}=\frac{y-3}{5}=\frac{z-1}{2}$ va $\frac{x-3}{3}=\frac{y+1}{5}=\frac{z+1}{2}$ parallel tugri чiziklardan utuvчi tekislik tenglamasi yozilsin.

180. $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{-1}$ tugri чizik bilan 3x-2u+z-3=0 tekislikni kesiшiш nuktasi topilsin.

181. Kuyidagi tugri чiziklar va tekisliklarning kesiшiш nuktalari topilsin:

1) $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{6}$, 2x+3u+z-1=0

2) $\frac{x+3}{3}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{-5}$, x-2u+z-15=0

3) $\frac{x+2}{-2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{2}$, x+2u-2z+6=0

182. A(2;-3;-5) nuktadan utib 6x-3u-5z+2=0 tekislikka perpendikulяr bulgan tugri чizik tenglamasi tuzilsin.

183. M_0(1;-1;-1) nuktadan utib $\frac{x+3}{2}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+2}{4}$ tugri чizikka perpendikulяr bulgan tekislik tenglamasi yozilsin.

184. 3x+u+z-1=0 tekislik bilan $\left.\begin{array}{r} x=3t+1 \\ y=2t-1 \\ z=-t+2 \end{array}\right\}$ tugri чizik orasidagi burчak va ularni kesiшiш nuktasi topilsin.

185. M_0(1;-2;1) nuktadan utib $\left.\begin{array}{r} x-2y+z-3=0 \\ x+y-z+2=0 \end{array}\right\}$ tugri чizikka perpendikulяr bulgan tekislik tenglamasi yozilsin.

186. $\frac{x-2}{e}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-5}{-3}$ tugri чizik va 3x-2u+Cz+1=0 tekislik *e* va s ning kanday kiymatlarida perpendikulяr buladi.

187. R(2;-1;3) nuktaning $\left.\begin{array}{r} x=3t \\ y=5t-7 \\ z=2t+2 \end{array}\right\}$ tugri чizikdagi proekцiяsi topilsin.

188. M_1(1;2;-3) nuktadan utib $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-7}{3}$, $\frac{x+5}{3}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+3}{-1}$ tugri чiziklarga parallel tekislikning tenglamasi tuzilsin.

§ 23. Ikkinчi tartibli sirtlar.

F(x,y,z)=0 tenglamasi bilan berilgan ikkinчi tartibli sirtlarni яsaш uчun parallel kesiшiш usulidan foydalaniladi.

Bu usulni moxiяti kuyidagiчa;

berilgan sirt koordinata tekisliklari va unga parallel bulgan tekisliklar bilan kesiladi va kesiш чiziklari urganiladi.

Ana шu kesiш чiziklari taxlil kilinib, sirtni шakli tasavvur kilinadi va яsaladi.

189-200. Misollarda sirtlarni koordinata tekisliklari va ularga parallel tekisliklar bilan kesiшiш usulidan foydalanib яsang:

189. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}+\frac{z^2}{25}=1$

190. $x^2+u^2-z^2=4$

191. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}-\frac{z^2}{36}=1$

192. $x^2+y^2+z^2=27$

193. $x^2+z^2=4z$

194. $x^2+u^2+z^2=9$

195. $x^2-y^2+z^2+4=0$

196. $2z=x^2+\frac{y^2}{2}$

197. $x^2-y^2=z^2$

198. $x^2=2yz$

199. $x^2+\frac{y^2}{16}+\frac{z^2}{49}=1$

200. $x^2=2az$

Javoblar:

§ 1.a) $A_2 \in \mathrm{IV}_2$, $A_4 \in \mathrm{III}_2$, b) $P_{A1,A2,A3,A4}=14+2\sqrt{50}$ v) $\left(\frac{7}{2};\frac{1}{2}\right)$; $\left(\frac{1}{2};-\frac{7}{2}\right)$;

2. a) $P_{\Delta ABC}=4+4\sqrt{10}$; b) $S_{\Delta ABC}=6\text{кв}*\text{б}$ v) (0;2)

3) b) $P_{\Delta ABC}=\sqrt{30}+\sqrt{38}+\sqrt{46}$ v) $\left(\frac{2}{3};\frac{7}{3};-\frac{2}{3}\right)$

4. x-4=0:5. $(x-3)^2+(y+4)^2=25$

§ 2. 1)31. 2) 7. 3) $\frac{23}{16}$ 4) 0,0075 5) -15 6)-4,5825 7) 70 8. -28

§ 3. 10. a) A+D=$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & -1 \\ 2 & 5 & -1 \end{pmatrix}$, V+F =$\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 4 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$; S+F=$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 6 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

b) A+V, A+D, D+F larni xisoblab bulmaydi, чunki kuшiluvчi matriцalarning ulчamlari xar xil:

v) 2A=$\begin{pmatrix} 6 & 8 & 10 \\ 4 & 0 & -4 \\ 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}$; 3V=$\begin{pmatrix} 15 & -9 \\ 6 & 3 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$

g) 2A+4D=$\begin{pmatrix} -6 & 0 & 17 \\ 4 & -8 & 0 \\ 6 & 16 & -8 \end{pmatrix}$; 5V-3F=$\begin{pmatrix} 25 & -18 \\ 4 & -1 \\ -7 & -25 \end{pmatrix}$; 3C+2F ni xisoblab bulmaydi, чunki matriцalarning ulчamlari xar xil.

q) A*D=$\begin{pmatrix} -4 & 1 & -2 \\ -8 & -10 & 12 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, V*F=$\begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 11 & 5 \\ -7 & 0 \end{pmatrix}$, S*F=$\begin{pmatrix} +8 & 10 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

e) A*V= $\begin{pmatrix} 28 & -15 \\ 8 & -2 \\ 11 & -5 \end{pmatrix}$, A*S= $\begin{pmatrix} 7 & 1 & 5 \\ 2 & -4 & 6 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, S*D kupaytmani topib bulmaydi, ulчamlar tugri kelmaydi,

$(A-D)^2$=A*A-4A*D+4D*D= $\begin{pmatrix} -18 & 30 & -80 \\ -24 & -8 & 34 \\ -19 & -68 & 61 \end{pmatrix}$

11. a) A+D= $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$, 3A-2D= $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$, V*S =(32), A*D= $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 10 \end{pmatrix}$

b) $(A-D)^2$=A*A-2A*D+D*D= $\begin{pmatrix} 21 & 20 \\ 12 & 34 \end{pmatrix}$, D*A= $\begin{pmatrix} 9 & 3 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$, D-A= $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

v) A+V, A+S, S*D, V*D matriцalarni xisoblab bulmaydi, чunki bu matriцalarning ulчamlari xar xil.

12. A*V= $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, S*D= $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, kupaytiriш natijasi kursatadiki A bilan V va S bilan D uzaro teskari matriцalar эkan.

13. D+F= $\begin{pmatrix} 3 & 15 \\ 1 & 12 \end{pmatrix}$, b) 2D+3F= $\begin{pmatrix} 7 & 12 \\ -1 & 31 \end{pmatrix}$? D)F*D= $\begin{pmatrix} 11 & -14 \\ -12 & -14 \end{pmatrix}$, D*F= $\begin{pmatrix} -7 & 19 \\ -11 & 33 \end{pmatrix}$

2) A+S, $(A+S)^2$ larni xisoblab bulmaydi;

$(D+2F)^2$= D*D+4*D*F+4F*F= $\begin{pmatrix} -32 & 161 \\ -112 & 341 \end{pmatrix}$, S*V –ni xisoblab bulmaydi.

14. A*V= $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$=E, A*S= $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, V*S= $\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{5}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$

§ 4. 14. r(A)=3, r(B)=3, r(C)=2 15.

a) sistema birgalikda, чunki sistemani matriцasini va kengaytirilgan matriцasining rangi bir xil va 3ga teng;
b) sistema xam birgalikda

16. r(A)=2, r(B)=2

17. a)birgalikda, b) birgalikda

§ 5. 18. A^{-1}= $\begin{pmatrix} \frac{4}{7} & \frac{3}{7} \\ -\frac{1}{7} & \frac{1}{7} \end{pmatrix}$, $V^{-1}=-\frac{1}{43}\begin{pmatrix} 2 & -6 & 5 \\ -25 & 32 & 2 \\ 7 & -21 & -4 \end{pmatrix}$, $S^{-1}=-\frac{1}{23}\begin{pmatrix} -9 & 4 & 3 \\ 7 & -7 & -11 \\ -7 & -2 & 10 \end{pmatrix}$

19. $A^{-1}=-\frac{1}{26}\begin{pmatrix}-1 & 5 & -6\\ 16 & -2 & -8\\ -37 & -12 & 12\end{pmatrix}$; $V^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{4}\\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4}\end{pmatrix}$, $S^{-1}=-\frac{1}{23}\begin{pmatrix}-9 & 4 & 3\\ -8 & -7 & -11\\ -7 & -2 & 6\end{pmatrix}$

20. $A^{-1}=\begin{pmatrix}2 & -3\\ -1 & 2\end{pmatrix}$, $V^{-1}=\begin{pmatrix}-5 & -3\\ -3 & -2\end{pmatrix}$, $S^{-1}=-\frac{1}{25}\begin{pmatrix}6 & 5 & -4\\ -11 & 5 & -1\\ 9 & 5 & -6\end{pmatrix}$, $D^{-1}=\frac{1}{14}\begin{pmatrix}3 & 3 & 0\\ -5 & -2 & 6\\ 7 & 1 & -3\end{pmatrix}$

§6. 21*. 1) (5;-4) 2) $\left(\frac{13}{3};\frac{11}{3}\right)$ 3) (1;-1) 4) (2;3)

22*. 1) $\left(\frac{10}{98};-\frac{12}{98};\frac{140}{98}\right)$ 2) $\left(-\frac{31}{61};-\frac{65}{61};\frac{56}{61}\right)$; 3) $\left(\frac{17}{15};-\frac{14}{15};\frac{14}{15}\right)$ 4) ечimga эga эmas.

§7. 21 a) (1;2) b)(3;2) v) (3;4) g) $\left(\frac{1}{28};-\frac{5}{28};\frac{7}{28}\right)$ d) (-21;-43;-3)

22 a) (2;5) b)(5; 4; 6) v) (2;2;-1) g) ечimga эga эmas.

§ 8. 25. $\overline{AO}=-4\,\overline{i}$, $\overline{AC}=5\,\overline{j}$, $\overline{CB}=-4\,\overline{i}$, $\overline{BO}=-5\,\overline{j}$, $\overline{OC}=4\,\overline{i}+5\,\overline{j}$

$\overline{BA}=4\,\overline{i}-5\,\overline{j}$, $\overline{OM}=2\,\overline{i}+5\,\overline{j}$, $\overline{ON}=4\,\overline{i}+2{,}5\,\overline{j}$, $\overline{MN}=2\,\overline{i}-2{,}5\,\overline{j}$

26. $\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{OC}=\overline{MO}=12\,\overline{i}+8\,\overline{j}$, $\left|\overline{MO}\right|=\sqrt{144+64}=\sqrt{208}$

27. $\left|\overline{u}\right|=\sqrt{8+2\sqrt{3}}$. 29. $\overline{AC}=2\overline{m}-2\,\overline{n}$; $\overline{OM}=2\,\overline{n}+\overline{m}$, $\overline{ON}=3\overline{m}+\overline{n}$ $\overline{MN}=2\overline{m}-\overline{n}$

30. $\left|\overline{c}\right|=6\sqrt{3}$ 31. $\left|\overline{OM}\right|=4\sqrt{2}$, $\overline{OM}=-4\,\overline{i}+4\,\overline{j}$

33. $\left|\overline{OA}\right|=3$, $Cos\alpha=\frac{2}{3}$; $Cos\beta=-\frac{2}{3}$; $Cos\gamma=\frac{1}{3}$ 34. $\left|\overline{a}\right|=3$, $Cos\alpha=\frac{1}{3}$, $Cos\beta=\frac{2}{3}$

$Cos\gamma=-\frac{2}{3}$

35. $\overline{AB}=-2\,\overline{i}+2\,\overline{j}+\overline{k}$, $\left|\overline{AB}\right|=3$, 36. $\sqrt{10}$; $\sqrt{26}$.

37. b) $5\,\overline{i}+2\,\overline{j}+\overline{k}$; v) $-8\,\overline{i}+33\,\overline{j}$, g) $21\,\overline{i}-37\,\overline{j}+17\,\overline{k}$

38. $\overline{AB}=3\sqrt{2}\,\overline{i}+3\,\overline{j}+3\,\overline{k}$ 39. $Cos\alpha=-\frac{1}{3}$; $Cos\beta=\frac{2}{3}$; $Cos\gamma=-\frac{2}{3}$

41. A(4; $2\sqrt{2}$; 4).

§10. 43. 1) $6\sqrt{3}$ 2) 6 ; 44. 1) $x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$; 2) $\begin{vmatrix} \overline{i} & \overline{j} & \overline{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$

3) 6 $\begin{vmatrix} \overline{i} & \overline{j} & \overline{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$, 4) 12$\begin{vmatrix} \overline{i} & \overline{j} & \overline{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$ 45. 45^0, 45^0, 90^0, r=3(2+$\sqrt{2}$), S=$\frac{9}{2}$

46. $\sqrt{69}$. 48. $\sqrt{7}$ va $\sqrt{13}$ $Cos\alpha = -\frac{2}{\sqrt{21}}$; 49. $S_\Delta = \frac{1}{2}\sqrt{2216}$,

52. 1)-1 2) $7\overline{i}-12\overline{j}+9\overline{k}$; 3) 6 4) –3
5) –138 6) 45.

53. $12\sqrt{3}$. 54. $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$ 55. 57 kub. 56. V_p=8 kub.b;

$S_{\Delta OAB} = 6ав.б$; h=4b. 57. $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AД}$ vektorlar komplanar, demak A, V, S, D nuktalar bir tekislikda yotadi.

58. $\overline{c} = 7{,}5\,\overline{a} + 3{,}5\,\overline{в}$

§ 12. 61. $(x-2)^2+(y-3)^2=16$; A yotadi, V va S yotmaydi.

62. 2x+y-4=0 63. $3x^2+3y^2-16x-30y+43=0$. 64. $\frac{x^2}{5}+y^2=1$

65. $y=\frac{x^2}{4}+1$ 66. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$. 67. x-y =0 68. 6x-4y-11=0

71. 1) (0;12); (3;0); (4;0); 2) (0;3); (4;0); (-4;0)
3) (0;-3); (4;0) 4). (3;0); (-3;0); oy uk bilan kesiшmaydi.

72. 1) $y=\sqrt{3}x+4$; 2) $y=\frac{1}{\sqrt{3}}x+4$; 3) y=-x+4; 4) $y=\frac{\sqrt{2}}{2}x+4$

73. $y=-\frac{4}{3}x$. 74. 1) $k=\frac{2}{3}$; b=-2. 2) $k=\frac{5}{6}$, b=0 ; 3) k=0, b=5
4) $k=-\frac{A}{B}$, $b=-\frac{C}{B}$. 5) $k=-\frac{B}{A}$, b=B.

75. $\frac{x}{2}-\frac{y}{3}=1$ yoki $-\frac{x}{4}-\frac{2y}{3}=1$ 76. V yotadi.

77. 8x-y-29=0 78. $\frac{x}{4}+\frac{y}{5}=1$ 79. $\frac{x-3}{7}=\frac{y-4}{-4}$

80. 3x+5y+3=0. 83. $y=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}x+\frac{4\sqrt{3}+6}{\sqrt{3}+1}$; $y=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}x+\frac{4\sqrt{3}-6}{\sqrt{3}-1}$

84. $y=\sqrt{3}x+4\sqrt{3}$, y=0, $y=4\sqrt{3}$, $y=-\sqrt{3}x+4\sqrt{3}$ 85. 5x+4y-20=0

86 B va S nuktalar yotadi.

§ 14

№ 87. 1) 0^0 2) arctg3 3) 135^0 4) 60^0

№ 88. 1) va 2)| | , 3) va 4) | |, 1) va 5) $\perp$

№ 89. y=2x –3; $y=-\frac{1}{2}x+2$

№ 90. $y=\frac{4}{3}x+3$; $y=\frac{4}{3}(x-4)$

№ 91. $y=-\frac{8}{7}x+\frac{11}{7}$;

№ 92. $y=-\frac{1}{2}x+1$; y=2x-2; $y=\frac{1}{2}x+1$

№ 93. (2;3).

№ 94. A(3;-1), B(3;3), C(-2;$\frac{1}{2}$) utkir burчakli.

№ 95. $y=-\frac{1}{3}x$

№ 96. $y=\frac{5}{6}x+\frac{4}{3}$

№ 97. $tgA=\frac{4}{3}$; $tgB=tgC=2$; S=16

№ 98. 2x-5y+4=0; x-2y-+2=0;

№ 99. $y=\frac{3}{4}x+4$; $y=-\frac{4}{3}x+\frac{37}{3}$;

§ 15

№ 100. 1) $\frac{3x}{5}+\frac{4y}{5}-4=0$; 2) $-\frac{4x}{5}-\frac{3y}{5}-4=0$; 3) $\frac{x}{2}-\frac{\sqrt{3}y}{2}-3=0$; 4) $x-\frac{4}{3}=0$; 5) –y-1,5=0

№ 101 1) 2,4 2) 0,2 3) 1,4.

№ 102 3.

№ 103 $k_1=k_2$; tgφ=0 dan φ=0^0. d=$1\frac{2}{3}$;

№ 104. x-y=0; x+y-4=0.

№ 105. 6x+8y-23=0; 6x+8y+27=0.

№ 106. $y=\frac{2}{3}x+3$; $y=-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$; $y=-\frac{4}{5}x-\frac{2}{3}$;

№ 107. 3,5; 4; 3,5.

№ 108. 1) $\frac{12}{13}x-\frac{5}{13}y-1=0$ 2) $-\frac{12}{13}x-\frac{5}{13}y-2=0$; 3) $-\frac{3}{5}x-\frac{4}{5}y-\frac{8}{25}=0$

4) uzi normal kuriniшda

№ 109. 8; 2,2; 5,6;

№ 110. 3,4.

№ 111. $\frac{27}{4}$

№ 112. d=2,6

§ 16 Aylana

№ 113. $(x-4)^2+(y-3)^2=3^2$

№ 114 $(x-3)^2+(y+2)^2=4^2$

№ 115. $x^2+y^2=5^2$

№ 116. 1) $(x-1)^2+(y+2)^2=(\sqrt{5})^2$. 2) $(x-1)^2+y^2=2^2$ 3) $(x+2)^2+y^2=0^2$ 4) $x^2+(y-3)^2=2^2$

№ 117. $x^2+y^2-8x+8y+7=0$

№ 118. (0;0), (1;1).

№ 119 $(x-1)^2+(y-1)^2=1^2$

№ 120. $(x+4)^2+(y-5)^2=3^2$

№ 121. $(x-4)^2+(y+3)^2=8^2$

№ 122. $(x-5)^2+(y-2)^2=26$

№ 123. 1) $(x-3)^2+(y+4)^2=5^2$ 2) $x^2+(y-4)^2=4^2$ 3) $(x-5)^2+y^2=5^2$; 4) $(x-1)^2+(y+2)^2=3^2$

§ 17 Эllips

№ 124. $F_1(\sqrt{5};0)$, $F_2(\sqrt{5};0)$, $\frac{\sqrt{5}}{3}$

№ 125 1) $\frac{x^2}{13^2}+\frac{y^2}{12^2}=1$; 2) $\frac{x^2}{10^2}+\frac{y^2}{8^2}=1$; 3) $\frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{4^2}=1$; 4) $\frac{x^2}{26^2}+\frac{y^2}{10^2}=1$

№ 126. 1) $\frac{x^2}{4^2}+\frac{y^2}{9^2}=1$; 2) $\frac{x^2}{84}+\frac{y^2}{10^2}=1$; 3) $\frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{13^2}=1$; 4) $\frac{x^2}{16^2}+\frac{y^2}{20^2}=1$

№ 127. 1) 4;3 2) 2;1 3) 5;1 4) $\frac{1}{3}$;1 5) 1;4 6) $\frac{1}{3};\frac{1}{5}$;

№ 128. 15.

№ 129. 8.

№ 130. (1;-1), (-1;6)

№ 131. $\frac{x^2}{3^2}+\frac{y^2}{5}=1$ yoki $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{3^2}=1$.

№ 132. A_1, A_6 эllips ustida. A_2, A_4, A_8 – эlleps iчida A_3, A_5, A_7 A_9, A_{10} –taшkarida

№ 133. a=150; E=$\frac{1}{60}$.

№ 134. 1) $\frac{x^2}{6^2}+\frac{y^2}{3^2}=1$, 2) $\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{16\backslash 3}=1$, 3) $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{15}=1$, 4) $\frac{x^2}{3^2}+\frac{y^2}{5}=1$

§ 18 Giperbola

№ 135 $F_1(\sqrt{20};0)$, $F_2(-\sqrt{20};0)$, E=$\frac{\sqrt{5}}{2}$; $53^0\ 08^{|}$.

№ 136. 1) $\frac{x^2}{5^2}-\frac{y^2}{4^2}=1$, 2) $\frac{x^2}{3^2}-\frac{y^2}{4^2}=1$, 3) $\frac{x^2}{2^2}-\frac{y^2}{5}=1$ 4) $\frac{x^2}{8^2}-\frac{y^2}{6^2}=1$

№ 137. 1) a=3, b=4; 2) F_1 (5;0); F_2 (-5;0); 3) E=$\frac{5}{3}$; 4) $y=\pm\frac{4}{3}x$;

№ 138. 1) (6;2); $(\frac{14}{3};-\frac{2}{3})$

№ 139. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$

№ 140. $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{4}=1$; $2\sqrt{3}$ va $6\sqrt{3}$

№ 141. a=6; b=8. $F_1(10;0)$, $F_1(-10;0)$ E=$\frac{4}{5}$; $y=\pm\frac{4}{3}x$

№ 142. $\frac{x^2}{81}-\frac{y^2}{144}=1$.

№ 143. $\frac{x^2}{4^2}-\frac{y^2}{3^2}=1$ $\frac{x^2}{3^2}-\frac{y^2}{4^2}=1$

№ 144. (-9,6; $\pm 0{,}6$)

§ 19. Parabola

№ 145. 1) $y^2=6x$; 2) $y^2=-x$; 3) $y=2x^2$; 4) $x^2=-6y$.

№ 146. y=$3-\frac{x^2}{4}$.

№ 147. 1) x=-1, 2) x=1, 3) y=-1, 4) y=1.

№ 148. (9;12), (9;-12)

№ 149. $x=\frac{1}{4}y^2-y+7$

№ 150. $y^2=8(x+2)$

№ 151. $y=\frac{1}{8}x^2-8x+3$

№ 152. (2;1) ; (-6;9)

№ 153 F (6;0), x=6.

§ 20. Tekislikning tenglamasi

№ 154. 1)- 12) tekisliklarni ясаш.

№ 155. $\mathrm{Sos}\,\alpha=\frac{1}{3}$; $\mathrm{Sos}\,\beta=-\frac{2}{3}$; $\mathrm{Sos}\,\gamma=\frac{2}{3}$;

№ 156. 2(x-3)+1*(y+2)-5(z-4)=0

№ 157. 3x+y-11z-21=0.

№ 158. 4x-y-3z-21=0
№ 159 . 5x-3z=0
№ 160. x+4y+7z+16=0
№ 161. 1) 45^0 ; 2)arcCos0,2.
№ 162. 1) $-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}y-\frac{2}{3}z-1=0$; $\frac{2}{3}$. 2) $-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}y-\frac{2}{3}z-\frac{1}{3}=0$; $\frac{1}{9}$.

3) $-\frac{3}{5}x+\frac{4}{5}z-1=0$; $\frac{4}{5}$ 4) $-\frac{4}{3}y-\frac{3}{5}z-\frac{12}{15}=0$; $\frac{11}{25}$

№ 163. 1) – 5) tekisliklarni ясаш.
№ 164. 9x+5y+12z-55=0.
№ 165. 2.
№ 166. (0; $\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2}$).
№ 167. 2x-2y-z-18=0

§ 21 Fazoda tugri чizik tenglamalari

№ 168. $\frac{x-4}{5}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-5}{2}$.
№ 169. $\frac{x-5}{-2}=\frac{y-4}{-7}=\frac{z-3}{1}$.
№ 170. 135^0

№ 171. $\frac{x-3}{1}=\frac{y-5}{1}=\frac{z}{-1}$.
№ 172. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{1}$; $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{1}$; $Cos\varphi=0$; $\varphi=90^0$
№ 173. $\frac{x-5}{5}=\frac{y+4}{-4}=\frac{z-3}{3}$;
№ 174. $\frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$;

№ 175. $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+2}{1}$.
№ 176. $\varphi=80^0 30'$
№ 177. Cos $\varphi=\frac{580}{593}$.

§ 22 Tugri chiziq va tekislik

№ 178. arcSin $0,1825\approx 11^0$
№ 179. 2x-8y+27z+9=0,
№ 180. (1;3;0)
№ 181. 1) (2;-3;6), 2) yuk. 3) parallel
№ 182. $\frac{x-6}{6}=\frac{y+3}{-3}=\frac{z+5}{-5}$;
№ 183. 2x-3y+4z-1=0.

№ 184. 54^0; (0,1; -0,7; 2,3)
№ 185. x+2y+3z=0
№ 186. –6; 1,5.
№ 187. (3;-2;4)
№ 188. 9x+11y+5z-16=0

§ 23 Ikkinчi tartibli sirtlar.

№ 189-200. sirtlar яsaladi

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. V.P.Minorskiy «Oliy matematikadan masalalar tuplami» T. 1975 yil.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. – М: Наука, 1998.
3. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. – М: Наука, 1980.
4. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии.- М: 1931.
5. Гюнтер Н.М. и Кузьмин Р.О. Сборник задач по высшей математике. – М: 1958.

Analiti geometriya va chiziqli algebra fanidan test savollari

$Ax+By+C=0$ **куринищдаги тенглама кандай аталади?**	*Текисликда тугри чизикнинг умумий тенгламаси.	Тугри чизикнинг каноник тенгламаси	Тугри чизикнинг бурчак коэффициентли тенгламаси	Тугри чизикнинг нормал тенгламаси
Тугри чизикнинг умумий тенгламасида *x* ва *y* узгарувчилар олдидаги коэффициентлар кандай геометрик маънога эга.	*Тугри чизик нормал векторининг координатлари	**Тугри чизик йуналтирувчи векторининг координатлари**	Тугри чизикнинг *Ox* ва О*y* укларидан ажратган кесмаларининг узунликлари	Ихтиёрий координатлар
$Ax+By=0$ **тенглама билан берилган тугри чизик текисликда координата системасига нисбатан кандай жойлашган.**	*тугри чизик координата бошидан утади.	тугри чизик О*y* укига параллел.	тугри чизик *Ox* укига параллел..	тугри чизик О*x* уки билан устма-уст тушади.
$Ax+B=0$ **тенглама билан берилган тугри чизик текисликда координата системасига нисбатан кандай жойлашган.**	*тугри чизик О*y* укига параллел.	тугри чизик координата бошидан утади.	тугри чизик *Ox* уки билан усма-уст тушади.	тугри чизик О*y* укига параллел.
$By+C=0$ **тенглама билан берилган тугри чизик**	*тугри чизик *Ox* укига параллел.	тугри чизик О*y* укига параллел.	тугри чизик координата бошидан	тугри чизик *Oy* уки билан

текисликда координата системасига нисбатан кандай жойлашган.			утади.	усма-уст тушади
Оx уки билан устма-уст тушадиган тугри чизик тенгламаси куйидагилардан кайси бири:	* $Ay=0$	$Ax+By=0$	$Ax+C=0$	$Ax=0$
***Оу* уки билан устма-уст тушадиган тугри чизик тенгламаси куйидагилардан кайси бири:**	* $Ax=0$	$Ax+By=0$	$By+C=0$	$Ax+C=0$
$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ **тенглама тугри чизикнинг кандай куринишдаги тенгламаси дейилади,** a **ва** b **сонлар кандай геометрик маънога эга.**	*Тугри чизикнинг кесмаларга нисбатан тенгламаси, a ва b- мос равишда Оx *ва Оу* укларидан ажратган кесмаларнинг узунлиги	Тугри чизикнинг умумий тенгламаси, a ва b сонлар тугри чизикнинг координата укларидан ажратган кесимларининг узунлиги	Каноник куринишдаги тенгламаси ,a ва b- хакикий сонлар.	Тугри чизикнинг кесмаларга нисбатан тенгламаси, a ва b- йуналтирувчи векторнинг координатлари.
$\frac{x-x_1}{m}=\frac{y-y_1}{n}$ **тенглама тугри чизикнинг кандай куринишдаги тенгламаси дейилади,** ***m,n*** **сонлар кандай геометрик маънога эга.**	*Тугри чизикнинг кононик тенгламаси, *m ва n* йуналтирувчи векторнинг координаталари	Тугри чизикнинг каноник тенгламаси, *m* ва *n* нормал векторининг координаталари.	Тугри чизикнинг параметрик тенгламаси , *m ва n –* хакикий сонлар.	Тугри чизикнинг бурчак коэффициентли тенгламаси, *m ва n* хакикий сонлар.
$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$ **куринишдаги тенглама кандай аталади?**	*Берилган икки нуктадан утувчи тугри чизик тенгламаси.	Тугри чизикнинг каноник тенгламаси.	Тугри чизикнинг кесмаларга нисбатан тенгламаси.	Тугри чизикнинг параметрик тенгламаси.
Тугри чизикнинг параметрик тенгламаси куйидаги куринишга эга.	* $\begin{cases} x=x_1+\lambda m \\ y=y_1+\lambda n \end{cases}$	$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$	$\frac{x}{a}+\frac{y}{b_1}=1$	$y=kx+b$
$y=kx+b$ **куринишдаги тенглама тугри чизикнинг кандай куринишдаги тенгламаси** k,b **сонлар кандай геометрик маънога эга?**	*Тугри чизикнинг бурчак коэффициентли тенгламаси , k сон тугри чизикнинг Ox уки билан ташкил килган бурчак тангенсига тенг, b - сон тугри	Тугри чизикнинг бурчак коэффициентли тенгламаси , k сон тугри чизикнинг Ox уки билан ташкил килган	Тугри чизикнинг бурчак коэффициентли тенгламаси, $k=Cos\varphi$ b - ихтиёрий сон.	Тугри чизикнинг параметрик тенгламаси, $k=tg\varphi$, b -тугри чизикнинг Oy укидан ажратган кесмасининг узунлиги.

	чизикнинг Oy укидан ажратган кесмаси.	бурчак котангенсига тенг, b - сон тугри чизикнинг Ox укидан ажратган кесмаси.		
$A_1x+B_1y+C_1=0$ **и** $A_2x+B_2y+C_2=0$ **куринишдаги тенгламалари билан берилган тугри чизиклар орасидаги бурчакни кандай формула ёрдамида ёзилади.**	* $\cos\varphi=\frac{A_1}{\sqrt{A_1^2+}}$	$\sin\varphi=\frac{}{\sqrt{A_1^2}}$	$\cos\varphi=\frac{}{\sqrt{}}$	$tg\varphi=\frac{k_2-}{1+k}$
$A_1x+B_1y+C_1=0$ **и** $A_2x+B_2y+C_2=0$ **тенгламаси билан берилган тугри чизикларнинг параллел ва перпендикулярлик шартлари мос равишда куйидагича.**	* $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2},\quad A_1A_2+B$	$\frac{A_1}{B_2}=\frac{A_1}{B_2},\quad A_1A_2$	$\frac{A_1}{B_2}=\frac{A_2}{B_1},\quad A_1$	$\frac{A_1}{A_2}=\frac{A_1}{B_1},\quad A_1$
$\frac{x-x_1}{m_1}=\frac{y-y_1}{n_1}$ **ва** $\frac{x-x_2}{m_2}=\frac{y-y_2}{n_2}$ **тенгламалар билан берилган тугри чизиклар орасидаги бурчак кандай формула ёрдамида аникланади.**	* $Cos\varphi=\frac{m_1m_2+}{\sqrt{m_1^2+n_1^2}\cdot}$	$Cos\varphi=\frac{m_1}{\sqrt{m_1^2+}}$	$Sin\varphi=\frac{m}{\sqrt{m_1^2+}}$	$Cos\varphi=\frac{}{\sqrt{m_1^2}}$
$\frac{x-x_1}{l_1}=\frac{y-y_1}{m_1}$ **ва** $\frac{x-x_2}{l_2}=\frac{y-y_2}{m_2}$ **куринишдаги тенгламалар билан берилган тугри чизикларнинг параллеллик ва перпендикулярлик шартларини курсатинг.**	* $\frac{l_1}{l_2}=\frac{m_1}{m_2},\quad l_1l_2$	$\frac{l_1}{l_2}+\frac{m_1}{m_2},\quad l$	$\frac{l_1}{l_2}=-\frac{m_1}{m_2},$	$\frac{l_1}{m_2}=\frac{l_2}{m_2},$
$y=k_1x+b_1$ **ва** $y=k_2x+b_2$ **куринишдаги тенгламалар билан берилган тугри чизиклар орасидаги бурчак кандай формула ёрдамида аникланади?**	* $tg\varphi=\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}$	$tg\varphi=\frac{k_2-}{1-k_1}$	$tg\varphi=\frac{k_2+}{1+k}$	$tg\varphi=\frac{1-k}{k_1+}$
Тугри чизик узининг бурчак коэффициентли	* $k_1=k_2,\ k_1k_2=-1$	$k_1+k_2=0,\ k_1k_2$	$k_1=-k_2,\ \frac{k_1}{k_2}=$	$-k_1=k_2,\ k_1=$

$y=k_1x+b_1$ **ва** $y=k_2x+b_2$ **тенгламалари билан берилган булса, икки тугри чизикнинг параллеллик ва перпендикулярлик шартларини курсатинг.**				
$xCos\alpha+ySin\alpha-p=0$ **тенглама тугри чизикнинг кандай куринишдаги тенгламаси,** p **- соннинг геомертик маъноси кандай.**	*Тугри чизикнинг нормал тенгламаси, p - координата бошидан тугри чизиккача масофа.	Тугри чизикнинг умумий тенгламаси, p - координата бошидан тугри чизиккача масофа.	Тугри чизикнинг бурчак коэффициентли тенгласмаси, p - координата бошидан тугри чизиккача масофа.	Тугри чизикнинг каноник тенгламаси, p - ихтиёрий сон.
$M_1(x_1,y_1)$ **нуктадан** $x\cdot\cos\varphi+y\cdot\sin\varphi-p=0$ **тугри чизикгача булган масофа кандай формула оркали хисобланади.**	* $d=\|x_1\cos\varphi+$	$d=x_1\cos\varphi$	$d=\|x_1\cos$	$d=\frac{\sqrt{A}}{\|Ax_1+}$
$M_1(x_1,y_1)$ **нуктадан** $Ax+By+C=0$ **тугри чизикгача булган масофа кандай формула ёрдамида хисобланади.**	* $d=\frac{\|Ax_1+By_1+C\|}{\sqrt{A^2+B^2}}$	$d=\frac{\|Ax_1+By_1+}{\sqrt{A^2-B^2}}$	$d=\frac{\sqrt{A^2-}}{\|Ax_1+By_1}$	$d=\|x_1Cos\alpha+$
$Ax+By+C=0$ **тугри чизик тенгламаси кандай шартда нормал куринишда булади.**	* $A^2+B^2=1,\ C\le 0$	$A^2+B^2\ne 1,\ C\le$	$A^2-B^2=1$	$A+B=1,\ C\le$
$A_1x+B_1y+C_1=0$ **ва** $A_2x+B_2y+C_2=0$ **тугри чизикларнинг бир нуктада кесишиш шартини курсатинг .**	* $\begin{vmatrix}A_1 & B_1\\ A_2 & B_2\end{vmatrix}\ne 0$	$\begin{vmatrix}A_1 & B_1\\ A_2 & B_2\end{vmatrix}=0$	$\begin{vmatrix}A_1 & C_1\\ A_2 & C_2\end{vmatrix}=$	$\begin{vmatrix}B_1 & C_1\\ B_2 & C_2\end{vmatrix}=$
$Ax+By+Cz+D=0$ **текисликнинг умумий тенгламасида** ***A,B,C*** **коэффициентлар кандай геометрик маънога эга.**	*Текисликнинг нормал веторининг координатлари	Текислик йуналтирувчи векториниг координатлари	Текисликда жойлашган векторнинг координатлари .	Текисликда жойлашган векторнинг координаталари.
$Ax+By+Cz=0$ **тенглама билан берилган текислик координата системасига нисбатан кандай жойлашган.**	*Координата боши оркали утади.	Ox укига параллел.	Oy укига параллел	Oz укига параллел.
$By+Cz+D=0$ **тенглама билан берилган текислик**	*Ox укига параллел.	Oz укига параллел.	Oy укига параллел.	Координата боши

координата системасига нисбатан кандай жойлашган.				оркали утади.
$Ax+Cz+D=0$ **тенглама билан берилган текислик координата системасига нисбатан кандай жойлашган.**	*Oy укига параллел.	Oz укига параллел.	Координата боши оркали утади.	Ox укига параллел.
$Ax+By+D=0$ **тенглама билан берилган текислик координата системасига нисбатан кандай жойлашган.**	*Oz укига параллел.	Ox укига параллел.	xOy координата текислигига параллел.	Oy укига параллел.
$Cz+D=0$ **тенглама билан берилган текислик координата системасига нисбатан кандай жойлашган.**	*xOy координата текислигига параллел.	Ox укига параллел.	Oy укига параллел.	Координата бошидан утади.
Тенгламаси $By+D=0$ **булган текислик координата текислигига нисбатан кандай жойлашган.**	*xOz координата текислигига параллел.	yOz координата текислигига параллел.	xOy координата текислигига параллел.	Oy укига параллел.
$Ax+D=0$ **тенглама билан берилган текислик координата системасига нисбатан кандай жойлашган.**	*yOz координата текислигига параллел.	Ox укига параллел.	yOy координата текислигига параллел.	Oy укига параллел.
$Cz=0$ **тенглама билан берилган текислик координата системасига нисбатан кандай жойлашган.**	*xOy координата текислигига параллел.	xOz координата текислигига параллел.	Oy укидан иборат.	Ox укидан иборат.
$By=0$ **тенглама билан берилган текислик координата системасига нисбатан кандай жойлашган.**	*xOz текислигидан иборат.	xOy текислигидан иборат.	Ox укидан иборат.	Oy укидан иборат.
$Ax=0$ **тенглама билан берилган текислик координата системасига нисбатан кандай жойлашган.**	*уOz текислиги булади.	xOy текислиги булади.	Ox укидан иборат булади.	Oy укидан иборат булади.
$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ **куринишдаги тенглама кандай аталади ва** a,b,c **- сонлар кандай геометрик маънога эга.**	*Текисликниг кесмаларига нисбатан тенгламаси, a,b,c -сонлар мос равишда, Ox, Oy, Oz уклардан	Текисликнинг умумий тенгламаси; a,b,c - ихтиёрий сонлар.	Текисликнинг кесмаларга нисбатан тенгламаси, a,b,c - текислик нормал	Текисликнинг нормал тенгламаси; a,b,c мос равишда, Ox, Oy, Oz уклардан ажратган

	ажратган кесмаларининг узунликлари.		векторининг координаталари.	кесмаларнинг узунликлари.
$A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ **ва** $A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ **тенгламалар билан берилган текисликлар орасидаги бурчак куйидаги формула ёрдамида топилади.**	* $cos\varphi = \frac{A}{\sqrt{A_1^2 +}}$	$cos\varphi = \frac{}{\sqrt{A_1^2}}$	$cos\varphi = \frac{}{\sqrt{A}}$	$cos\varphi = \frac{}{\sqrt{A}}$
$A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ **ва** $A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ **тенгламалар билан берилган текисликларнинг параллеллик ва перпендикулярлик шартларини курсатинг.**	* $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2},$:	$\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C}{C}$	$\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=$	$\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=$
Бир тугри чизикда ётмайдиган учта $M_1(x_1,y_1,z_1),\ M_2(x_2,y_2,z_2)$ **ва** $M_3(x_3,y_3,z_3)$ **нукталардан утувчи тугри чизик тенгламасини ёзинг.**	* $\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y \\ x_2-x_1 & y_2-y \\ x_3-x_1 & y_3-y \end{vmatrix}$	$\frac{x-x_1}{x_3-x_2}=\frac{y}{y_3}$	$\begin{vmatrix} x-x_1 & y \\ l_1 & \\ l_2 & \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} x-x_1 & y \\ a & \\ A & \end{vmatrix}$
$x\cdot\cos\alpha + y\cdot\cos\beta + z\cdot co$ **куринишдаги тенглама текисликнинг кандай куринишдаги тенгламаси дейилади ва** p **сони кандай геометрик маънога эга.**	*Текисликнинг нормал тенгламаси; p - координата бошидан текисликгача масофа.	Текисликнинг нормал куринишдаги тенгламаси; p - ихтиёрий сон.	Текисликнинг умумий тенгламаси; p - координата бошидан текисликгача масофа.	Текисликнинг нормал куринишдаги тенгламаси; p - нормал векторнинг координатлари.
$M_1(x_1,y_1,z_1)$ **нуктадан берилган** $x\cdot\cos\alpha + y\cdot\cos\beta + z\cdot co$ **текисликгача масофа кандай формула билан хисобланади.**	* $d=\|x_1\cos\alpha +$	$d=\|x_1\cos\alpha$	$d=\|x_1\cos$	$d=\|x_1\cos$
$M_1(x_1,y_1,z_1)$ **нуктадан** $Ax+By+Cz+D=0$ **текисликгача масофа кандай формула ёрдамида хисобланади.**	* $d=\frac{\|Ax_1+By_1}{\sqrt{A^2+B}}$	$d=\frac{Ax_1+B}{\sqrt{A^2}}$	$d=\frac{\|Ax_1+}{\sqrt{A^2-}}$	$d=\|x_1\cos$
$\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{l}$	*Фазода тугри чизикнинг каноник	Фазода тугри чизикнинг каноник	Тугри чизикнинг умумий	Тугри чизикнинг геометрик

куринишдаги тенглама фазода тури чизикнинг кандай куринишдаги тенгламаси дейилади ва l, m, n - сонларнинг геометрик маъноси кандай булади.	тенгламаси l, m, n -тугри чизик йуналтирувчи векторининг координатлари.	тенгламаси l, m, n -тугри чизик нормал векторининг координатлари.	тенгламаси ; l, m, n - йуналтирувчи векторнинг координатлари.	тенгламаси ; l, m, n - ихтиёрий сонлар.
Фазода икки $M_1(x_1 y_1 z_1)$ ва $M_1(x_2 y_2 z_2)$ нукталардан утувчи тугри чизик тенгламасини ёзинг.	* $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y}{y_2-}$	$\frac{x+x_1}{x_2+x_1}=\frac{y}{y_2}$	$\frac{x-x_1}{y_2-y_1}=$	$\frac{x-x_1}{l}=\frac{y}{}$
Фазода тугри чизикнинг умумий тенгламаси куйидаги тенгламалардан кайси бири булади?	* $A_1x+B_1y+C_1$ $A_2x+B_2y+C_2$	$r=r_0+\lambda t$	$\frac{x-x_0}{l}=$	$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=$
Куйидаги тенгламалардан кайси бири тугри чизикнинг вектор шаклидаги тенгламаси дейилади.	* $r=r_0+\lambda t$	A_1x+B_1y+ A_2x+B_2y+	$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=$	$\frac{x-x_0}{l}=$
Куйидаги тенгламалардан кайси бири тугри чизикнинг параметрик тенгламаси дейилади.	* $\left.\begin{matrix} x=x_0+lt \\ y=y_0+mt \\ z=z_0+nt \end{matrix}\right\}$	A_1x+B_1y+ A_2x+B_2y+	$\frac{x-x_0}{l}=$	$r=r_0+\lambda t$
Берилган иккита $\frac{x-x_1}{l_1}=\frac{y-y_1}{m_1}=\frac{z-z_1}{n_1}$ **ва** $\frac{x-x_2}{l_2}=\frac{y-y_2}{m_2}=\frac{z-z_2}{n_2}$ **тугри чизиклар орасидаги бурчак кандай формула ёрдамида топилади.**	* $\cos\varphi=\frac{l}{\sqrt{l_1^2+r}}$	$\sin\varphi=\frac{}{\sqrt{l_1^2}}$	$\cos\varphi=\frac{}{\sqrt{l}}$	$\cos\varphi=\frac{}{\sqrt{l}}$
$\frac{x-x_1}{l_1}=\frac{y-y_1}{m_1}=\frac{z-z_1}{n_1}$ **ва** $\frac{x-x_2}{l_2}=\frac{y-y_2}{m_2}=\frac{z-z_2}{n_2}$ **куринишдаги тенгламалари билан берилган тугри чизикларнинг параллеллик ва перпендикулярлик шартларини курсатинг.**	* $\frac{l_1}{l_2}=\frac{m_1}{m_2}=\frac{n_1}{n_2}$, $l_1l_2+m_1m_2+n_1$	$\frac{l_1}{l_2}=\frac{m_1}{m_2}=\frac{n}{n}$, $l_1l_2+m_1m_2$	$\frac{l_1}{l_2}=\frac{m_1}{m_2}=$, $l_1l_2+m_1m_2$	$\frac{l_1}{l_2}=\frac{m_1}{m_2}=$, $l_1l_2-m_1m_2$

$\frac{x-x_1}{l_1}=\frac{y-y_1}{m_1}=\frac{z-z_1}{n_1}$ **ва** $\frac{x-x_2}{l_2}=\frac{y-y_2}{m_2}=\frac{z-z_2}{n_2}$ **тенгламалар билан берилган тугри чизикларнинг бир текисликда ётиш шартини курсатинг.** $Ax+By+Cz+D=0$ **текислик ва** $\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n}$ **тугри чизик орасидаги бурчак кандай формула ёрдамида хисобланади.**	* $\sin\varphi=\frac{}{\sqrt{A^2+}}$	$\cos\varphi=\frac{}{\sqrt{A}}$	$\sin\varphi=\frac{}{\sqrt{}}$	$\cos\varphi=\frac{}{\sqrt{}}$
$\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n}$ **тугри чизик ва** $Ax+By+Cz+D=0$ **текислик умумий нуктага эга булмаслик (параллеллик) шартини курсатинг.**	* $Al+Bm+Cn$	$Al+Bm+C$	$\frac{A}{l}+\frac{B}{m}+\frac{C}{n}$	$\frac{A}{l}=\frac{B}{m}=\frac{C}{n}$
$\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n}$ **тугри чизикнинг** $Ax+By+Cz+D=0$ **текисликка перпендикулярлик шартини курсатинг.**	* $\frac{A}{l}=\frac{B}{m}=\frac{C}{n}$	$Al+Bm+C$	$Al+Bm+$	$\frac{A}{l}+\frac{B}{m}+\frac{C}{n}$
$\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n}$ **тугри чизикнинг** $Ax+By+Cz+D=0$ **текисликда ётиш шартини курсатинг.**	* $Al+Bm+Cn$	$Al+Bm+C$	$\frac{A}{l}+\frac{B}{m}+\frac{C}{n}$	$\frac{A}{l}=\frac{B}{m}=\frac{C}{n}$
$\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n}$ **тугри чизикнинг**	* $Al+Bm+Cn$	$Al+Bm+C$	$\frac{A}{l}+\frac{B}{m}+\frac{C}{n}$	$Al+Bm+$

$Ax+By+Cz+D=0$ **текисликни бир нуктада кесишиш шартини курсатинг.**				
$A_1x+B_1y+C_1z+D=0, A$ **ва** $A_3x+B_3y+C_3z+D_3=0$ **тенгламалар билан берилган текисликларнинг бир нуктада кесишиш шартини курсатинг.**	* $\begin{vmatrix}A_1 & B_1 & C_1\\ A_2 & B_2 & C_2\\ A_3 & B_3 & C_3\end{vmatrix}=$	$\begin{vmatrix}A_1 & B_1 & C\\ A_2 & B_2 & C\\ A_3 & B_3 & C\end{vmatrix}$	$\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=$	$\frac{A_1}{A_3}=\frac{B_1}{B_3}=$
$\overline{a}$ **ва** $\overline{b}$ **векторларнинг скаляр купайтмаси куйидагича булади.**	* $\overline{a}\overline{b}=\lvert\overline{a}\rvert\cdot\lvert\overline{b}\rvert\cdot co$;	$\overline{a}\overline{b}=\lvert\overline{a}\rvert\cdot\lvert\overline{b}\rvert$	$\overline{a}\overline{b}=\lvert\overline{a}\rvert\cdot\lvert$	$\overline{a}\overline{b}=\lvert\overline{a}\rvert\cdot\lvert$
$\overline{a}$ **ва** $\overline{b}$ **векторлар орасидаги бурчак куйидаги формула ёрдамида аникланади.**	* $cos\varphi=\frac{\overline{a}\overline{b}}{\lvert\overline{a}\rvert\cdot\lvert\overline{b}\rvert}$	$\sin\varphi=\frac{\lvert\overline{a}}{\sqrt{a^2}}$	$ctg\varphi=\frac{}{\sqrt{a}}$	$tg\varphi=\frac{\overline{a}\overline{b}}{\lvert\overline{a}\rvert\lvert\overline{b}}$
Ихтиёрий $\overline{a}$ **ва** $\overline{b}$ **векторлар учун куйидаги муносабатлардан кайси бири уринли.**	* $(ab)^2\le a^2b^2$	$(ab)^2>a^2b^2$	$(ab)^2\ge a^2$	$(ab)^2<a^2$
$\overline{a}$ **ва** $\overline{b}$ **векторларнинг вектор купайтмаси куйидагича булади.**	* $\left[\overline{a},\vec{b}\right]=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{\gamma}\\ a_1 & a_2\\ b_1 & b_2\end{vmatrix}$	$\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert$	$\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\sqrt{a}$	$\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\sqrt{a}$
$\vec{a}$ **ва** $\vec{b}$ **векторларнинг вектор купайтмаси булган векторнинг узунлиги куйидагига тенг.**	* $\left\lvert\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right\rvert=\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert\sin$	$\left\lvert\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right\rvert=\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert$	$\left\lvert\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right\rvert=\lvert\vec{a}\rvert$	$\left\lvert\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right\rvert=\lvert\vec{a}\rvert$
$\vec{a}$ **ва** $\vec{b}$ **векторларнинг ортогоналлик шартини курсатинг.**	* $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$	$\left[\vec{a}\cdot\vec{b}\right]=0$	$\vec{a}+\vec{b}=0$	$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$
$\vec{a}$ **ва** $\vec{b}$ **векторларнинг коллениарлик шартини курсатинг.**	* $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=0$	$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=$	$\vec{a}\vec{b}\vec{c}=0$	$\vec{a}+\vec{b}=0$
$\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ **векторларнинг компланарлик шартини курсатинг.**	* $\vec{a}\vec{b}\vec{c}=0$	$(\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{c}=$	$(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}$	$(\vec{a}\cdot\vec{b})\overline{c}=0$
$\vec{a}=4i+7j+3k$ **ва** $\vec{b}=3i-5j+k$ **векторларнинг скаляр**	* $\vec{a}\vec{b}=-20$;	$\vec{a}\vec{b}=20$;	$\vec{a}\vec{b}=-50$;	$\vec{a}\vec{b}=30$

купайтмаси куйидагига тенг.				
$\vec{a} = i$ **ва** $\vec{b} = i + j$ **векторлар орасидаги бурчак куйидагига тенг.**	$*\varphi = 45^0$;	$\varphi = 90^0$;	$\varphi = 30^0$;	$\varphi = 0^0$
$\vec{a} = \vec{j} + \vec{k}$ **ва** $\vec{b} = \vec{k}$ **векторларнинг вектор купайтмаси куйидагига тенг.**	$*\left[\vec{a}\vec{b}\right] = \vec{i}$	$\left[\vec{a}\vec{b}\right] = \vec{j}$	$\left[\vec{a}\vec{b}\right] = \vec{k}$	$\left[\vec{a}\vec{b}\right] = \vec{j} +$
$\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ **ва** $\vec{b} = \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{k}$ **векторларга ясалган параллелопепеднинг хажми куйидагига тенг .**	$*V = 1$;	$V = 6$	$V = 12$;	$V = 4$
Координата бошидан $\frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{y}{\sqrt{2}} - 1 = 0$ **тугри чизикгча булган масофа куйидагига тенг.**	$*d = 1$;	$d = 2$;	$d = \sqrt{2}$;	$d = 8$
$M(1,2)$ **нуктадан** $2x - y - \sqrt{5} = 0$ **тугри чизикгача булган масофа куйидагилардан бирига тенг.**	$*d = 1$	$d = \sqrt{5}$	$d = 0$	$d = \frac{1}{\sqrt{5}}$
$3x+4y+1=0$ **ва** $4x+3y-5=0$ **тугри чизиклар орасидаги бурчак куйидагилардан бирига тенг.**	$*\varphi = 90^0$;	$\varphi = 60^0$;	$\varphi = 30^0$;	$\varphi = 0^0$
$y=3x-5$ **тугри чизикнинг абцессаси** $x_0 = -4$ **га тенг булган нуктани**	$*M(-4;-17)$	$M(-17;-4)$	$M(6;-4)$	$M(-4;-6$
$C(3;2)$ **нуктага координата бошига нисбатан симметрик булган нуктани топинг.**	*(-3;-2) ;	(3;2) ;	(3;-2) ;	(2;3)
$M\left(6;\frac{\pi}{2}\right)$ **нукта кутб координаталарида берилган,унинг декарт кординаталарини топинг.**	*(0;6) ;	(3-;-2) ;	(-2;4) ;	(6;0)

Учлари $A(0;0)$, $B(4;0)$, $C(0;6)$ **нукталарда булган учбурчакнинг юзини топинг..**	*12 ;	14 ;	13 ;	6
Учлари $A(-2;0)$, $B(0;7)$, $C(0;0)$ **нукталарда булган учбурчакнинг юзини топинг.**	*7 ;	3;	9 ;	14
Абцисса укида $A(-3;4;-8)$ **нуктадан 12 бирлик узокликда булган нуктани топинг.**	*(5;0;0) ва (-11;0;0) ;	(-3;0;0) ва (2;0;0)	(+5;0;0) ва (5;0;0)	(+3;0;1) ва (-11;2;1)
A **(1;-3),** B **(3;-5) нукталари** $\overline{AB}$ **кесманинг охирлари булса, уртасининг координаталарини топинг.**	*(2;-4) ;	(0;2) ;	(3;-4) ;	(2;-2)
Агар $a=\{1;3;-1\}$, $b=\{2;1;4\}$ **булса** $c = a + b$ **ни топинг.**	$*C=\{3;4;3\}$;	$C=\{0;2;1\}$;	$C=\{5;0;3$;	$C=\{2;3;-$
$A=\{3;1;-5\}$, $B=\{1;2;2\}$ **булса** $\overrightarrow{AB}$ **векторнинг координаталарини топинг.**	$*\{-2;1;-3\}$;	$\{1;2;3\}$;	$\{0;1;4\}$;	$\{-1;2;3\}$
$\vec{a}=\{2;-1;3\}$, $\vec{b}=\{-6;3;-9$ **векторлар кандай узаро муносабатда булади.**	$*\vec{a}$ ва $\vec{b}$ коллениар булади.	$\vec{a}\perp\vec{b}$	$\vec{a}=\vec{b}$	$\vec{a}$ ва $\vec{b}$ коллинеар эмас.
$\vec{a}=\{-2;0;10\}$, $\vec{b}=\{0;-12$ **векторлар кандай узаро муносабатда булади.**	$*\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ узаро ортогонал.	$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ ортогонал	$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ коллениар	$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ компланар.
$\vec{a}=\{x_1\ y_1\ z_1\}$ **ва** $\vec{b}=\{x_2\,;y_2\,;z_2\}$ **векторларнинг вектор купайтмаси кандай формула ёрдамида топилади.**	* $\vec{a}\vec{b}=x_1x_2+y_1y$	$\vec{a}\vec{b}=x_1^2x_2^2+$	$\vec{a}\vec{b}=(x_1+$	$\vec{a}\cdot\vec{b}=\sqrt{x_1^2}$

Агар $xy>0$ **булса** $M(x,y)$ **нукта кайси чоракда жойлашган.**	*I ва III	II ва III	III ва IV	I ва IV
Агар $xy<0$ **булса** $M(x,y)$ **нукта кайси чоракда жойлашган.**	*II ва IV	I ва III	III ва IV	I ва IV
Ордината укида $A(1;-3;7)$ **ва** $B(5;7;-5)$ **нукталардан бир хил узокликдаги нуктани топинг.**	$*C(0;2;0)$;	$C(0;4;0)$;	$C(0;-2;0)$;	$C(0;-5;0)$
Параллелограмм учта учининг координаталари $A(3;-5)$ **,** $B(5;-3)$**,** $C(-1;3)$ **берилган, унинг туртинчи учи** D **нуктанинг координаталарини топинг.**	$*D(-3;1)$;	$D(0;-1)$;	$D(-4;1)$;	$D(-4;-1)$
$\vec{a}$ **ва** $\vec{b}$ **узаро перпендикуляр векторлар булиб агар,** $\lvert\vec{a}\rvert=3$**,** $\lvert\vec{b}\rvert=4$ **булса,** $\lvert\vec{a}+\vec{b}\rvert$ **ни топинг.**	$*\lvert\vec{a}+\vec{b}\rvert=5$;	$\lvert\vec{a}+\vec{b}\rvert=1$;	$\lvert\vec{a}+\vec{b}\rvert=0$;	$\lvert\vec{a}+\vec{b}\rvert=2$
$\lvert\vec{a}\rvert=3$, $\lvert\vec{b}\rvert=2$, $(\vec{a},\hat{\ }\vec{b})=120^0$ **булса** $\lvert\vec{a}+2\vec{b}\rvert$ **ни топинг.**	$*\sqrt{13}$:	2 ;	$\sqrt{37}$;	$\sqrt{23}$
$\vec{a}=\{2;1;0\}$ **ва** $\vec{b}=\{0;-2;1\}$ **векторларга ясалган параллелограммнинг диоганаллари орасидаги бурчакни топинг.**	$*90^0$	45^0 ;	0^0 ;	60^0
$\vec{a}=\{3;0;-4\}$ **ва** $\vec{b}=\{1;-2;2\}$ **векторлар орасидаги бурчак**	$*\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$;	$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$;	$\dfrac{2}{3}$;	$\dfrac{3}{4}$;

синусини топинг.				
$\vec{a}\vec{b}=42$ **булган холда,** $\overline{a}=\{4;2;-1\}$, **векторга коллениар** $\overline{b}$ **векторни топинг.**	* $\overline{b}=\{8;4;-2\}$	$\overline{b}=\{2;1;-$	$\overline{b}=\{-4;-$	$\overline{b}=\{2;4;-$
$\overline{a}=\{-2;-1;1\}$, $\overline{b}=\{4;-4;1\}$, $\overline{c}=\{4;-6;2\}$ **векторларнинг купайтмасини топинг**	*0;	6 ;	12;	4;
$\overline{a}=\{-1;\ 3;\ 4\}$, $\overline{b}=\{2;\ 5;\ 2\}$, $\overline{c}=\{1;\ 2;\ 3\}$ **векторларга ясалган параллелипепеднинг хажмини топинг.**	*27;	-27 ;	54;	13,5
Параллелограмм учта учининг координаталари берилган; $A(-2;3)$, $B(4;-5)$, $C=(-3;1)$ **параллелограммнинг юзи нимага тенг.**	*20 ;	22 ;	16 ;	49 ;
$\overline{a}=\{2;\ -3;\ -1\}$ **вектор охирининг координаталари** $(1;-1;2)$ **нуктада булса, бошининг координаталарини топинг.**	*$(-1;2;3)$;	$(-1;3;\ 2)$;	$(0;-1;2)$;	$(3;\ 2;-1)$
$M(0;-4)$ **нуктанинг кутб координатасини топинг.**	*$\left(4;\dfrac{3\pi}{2}\right)$;	$\left(4;\dfrac{\pi}{4}\right)$;	$\left(4;\dfrac{\pi}{2}\right)$;	$(4;45^0)$;
$A(-2;2)$, $M(1;-1)$ **нукталар берилган. Координата бошидан ва** $\overline{AB}$ **кесманин уртасидан утувчи тугри чизик тенгламасини тузинг.**	*$x+y=0$	$x-2y=0$	$x+2y=0$	$x+y=7$

Учбурчак учларининг координаталри берилган: $A(5;-3)$, $B(-3;4)$, $C=(-2;-5)$ **С учидан туширилган баландлигининг тенгламасини тузинг.**	* $8x-7y-19=0$	$x+3y-3=$	$x+y-1=$	$x-y=0$
$M(5;2)$ **нуктадан утиб координата уклари бир хил кесма ажратадиган тугри чизик тенгламасини ёзинг.**	* $x+y-7=0$	$x-y-1=0$	$x+3y-8$	$x+y-1=$
$M(1;2)$ **нуктанинг** $5x+2y+20=0$ **тугри чизикдаги проекциясини топинг.**	*(-4 ; 0) ;	(0 ; 10);	(1 ; 1) ;	(4 ; 0) ;